BIBLIOTECA EMANUELE
12
23 H
1616

Digitized by Google

Cat. conscrip. C. R.
12 23 H 16

OPTICAE THESAVRVS.

ALHAZENI ARABIS

libri septem, nunc primùm editi.

EIVSDEM liber DE CREPVSCVLIS & Nubium ascensionibus.

ITEM

VITELLONIS THVRINGOPOLONI LIBRI X.

Omnes instaurati, figuris illustrati & aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentarijs.

A'

FEDERICO RISNERO.

Coll. Rom. Societ. Jesu. B N

Cum privilegio Cæsareo & Regis Galliæ ad sexennium.

BASILEAE,
PER EPISCOPIOS. M D LXXII.

Digitized by Google

Triplicis uiſus, directi, reflexi & refracti, de quo optica diſputat, argumenta.

FEDERICI RISNERI IN ALHAZENI ARABIS OPTICAM PRAEFATIO AD ILLVSTRISSIMAM REGINAM Catharinam Mediceam, matrem regis Galliæ Caroli noni.

PLVRES adorant orientem solem, Regina illustrissima, quàm occidentem, ut uulgò fertur: at contrà fieri meo iudicio debuit, cum solis occasus ditissimas & opulentissimas orbis partes complexus sit: ut sub æquatore est America, & supra omnes insulas fortunatissimæ Moluccæ. Et in uita hominis, si qua ætas prçcipuè laudabilis sit, ipsa senectus est, reliquarum ætatum gubernatrix & magistra. Ideoq; hoc mihi à P. Ramo consilium maiestatis tuæ colendæ succurrit: qui cum tuo nomini liberales artes gallico sermone consecrarit, multos profectò mortales exemplo suo inuitauit ad eadem uota concipiendum atq; nuncupandum: tanquam iudicarit unam te in Gallia non solùm tanto rege matrem digniſsimam, sed omnium regiarum uirtutum laudumq; patronam amantissimam. Itaq; tanquam clientem Alhazenũ tibi dico, nuncupoq;, Arabem opticæ scriptorem, ut è nomine Alhazen arabico, (quod Latinè bonum uirum sonat) intelligitur: & inscriptio operis ipsum arabe patre Alhayzen natum indicat. Quatuor autẽ philosophos arabes hoc nomine fuisse è peritis Arabicæ linguæ hominibus didici: quo tamen tempore Alhazenus noster floruerit, nondum neque legendo neq; percontando certò cognoscere potui. Equidem à præstantibus mathematicis in uetustissimorum Arabum numero ipsum haberi animaduerto: quanquam temporis, quo uixerit, mentio nulla fiat. Coniectura quædam est anno Christi millesimo ac circiter centesimo ipsum uixisse: ætate nimirum Auicennæ, Auerrois, Zoaræ, aliorumq; excellentium Arabum: quo sæculo apud Arabes & Sarracenos, tum omnium ingenuarum artium studia, tum uerò mathematicas disciplinas inprimis floruisse ex historiarũ commentarijs satis constat. Huncigitur authorem (cuius editionem abhinc amplius annis triginta à clarissimis mathema-

ticis expectauimus) cum P. Ramus diu multumq; peruarias bibliothecas requisitum, uestigijsq; omnibus indagatū tandem in auctione publica prostitutū, & tanquam pro deserto habitum coemisset: alterū postea etiam exemplar nactus esset: utrunq; mihi (quem aliquot antè annos mathematicę exercitationis consortem & adiutorem habuisset) conferendum tradidit: posteaq;, cum è medio renascentium bellorū ardore mathemata quædam sibi chariora, & hunc Alhazenū inprimis è bibliotheca sua subduxisset, Basileam me cum his tanquam penatibus secum abduxit, & annum integrum in authore isto restituēdo & conformando occupauit. Diligentiam sanè & doctrinam in arabe homine mirabilem deprehendi, nec admodum, quod animaduertere potuerim, à ueteribus Græciæ opticis adiutā. Euclideū hic uel Ptolemai cum nihil ferè est. Aliquid fortasse sumpserat ex Archimede, Apollonio & Auenello, à quibus optica quædam conscripta esse monimētis literarū testatum extat: item à Damiano & alijs opticis, quorū libri in manus meas nondum inciderunt. Veterum tamen opticorum lectionem Alhazenus ipse confitetur lib. 6. cap. 4. de errore, qui accidit in speculis sphęricis conuexis. & lib. 7. cap. 6. quomodo uisus cōprehendat uisibilia secundum refractionē. Quamobrem cum luculentum quidem scriptorem & copiosum opticū, sed ualde confusum perspexissem: id mihi P. Ramo suasore & authore consilium sumpsi: quod est eiusmodi. Primò quia totū opus in pauca & prolixa capita continuo perpetuoq; sermone diui sum fuit: singulos libros & capita in propositiones distinxi: & quæ Vitellonis theoremata his responderent, annotaui: ut collatione theorematū utriusq; optica materies rudi ac nouitio lectori difficilior atq; obscurior lucem aliquam & perspicuitatem acciperet. Deinde demonstrationes omnes emendaui & restitui: earum firmamenta ac robora (quæ pleriſq; locis omnibus deerant) ex Euclide, Theodosio, Apollonio, Sereno, alijsq; geometris addidi: præcipuè uerò quintū & sextum libros, quibus catoptrica cōprehenduntur, & septimū, qui refractionem interpretatur, propter demonstrationum obscuritatem breuitatemq; cōmentariolis quibusdam illustrare conatus sum. Deniq; figuras omnium propositionū de integro conformaui. Atq; hic in rebus sentētijsq;

labor

labor nobis fuit: qui nequaquam par aut similis fuit in uerbis. In his enim nihil admodum mihi immutandum esse existimaui, nisi ut pro ijs, quæ obscuritatem rebus & ambiguitatem allatura uidebantur, alia reponerē: & ut inscriptionē operis (quæ authori est de aspectibus) græco, concinniore & breuiore nomine opticam nominarē. Verùm, illustrissima regina, uiderer plerisq; urbanis hominibus instituti fortasse mei nō immemor, sed certè nō satis memor maiestatis tuæ, qui præfatione ista apud te tam multa & scholastica, & tam scholasticè disputem: nisi tuo nomine scholis omnibus & scholasticis beneficiū tam singulare, tamq; populare ac regale munus afferrem. Etenim cum præstantium regum reginarumq; in populos beneficia muneraq; multa queāt esse: certè uirtute doctrinaq; magnificentius regaliús uedari nihil potest. Et quidem si de optices usu declamandi locus rhetori cuipiam hic esset, marathonius quidam campus ei meritò uideretur, siue supera illa mundi siue hæc infera spectentur. Etenim quæcunq; hominibus de corporum cœlestium materia, numero, ordine, deq; motuū cœlestium infinita uarietate aperta ac patefacta sunt, optica ferè aperuit & patefecit: meteora: miracula in iride una præsertim opticis radijs distincta sunt: falsas opiniones de numero, motu, atq; loco elementorū optica solertia deprehendit & conuicit. In uita uerò hominum pleraq; dæmonum præstigijs attributa: ut imagines in aëre quocūq; mobiles repræsentare: ut longinquo spatio disiunctum exercitū uelut ante oculos intueri: ut classem hostium incendio consumere, opticæ artis ui ac facultate omnia efficiuntur: ut picturam, architecturam, mechanicam interea taceam nihil admodum nisi opticā esse. Quamobrem quòd Alhazenus uetustissimus & copiosissimus opticæ doctrinæ scriptor è tenebris tam diuturnis erutus, squalore, situ, puluere absterso in publicam lucem prodeat: quòd in mathematicas scholas ingrediatur: quòd inuenta sua publicis studijs communicet, Catharinæ Mediceæ in posteritatem fama gloriaq; immortalis esto.

CANDIDO LECTORI.

Duo sunt, candide Lector, de quibus te paucis admonendum hic duximus. Primum est, quòd ea quæ commentariorum uice in Alhazeno passim inseruimus, duabus clausulis (ut uocant) sic [ ] includimus. Alterum, quòd in firmamentis demonstrationum è uarijs geometris allegandis γραφικῆ quadam breuitate usi sumus: & Euclidis quidem propositiones omisso nomine hoc modo notauimus: per 29 p 1.1 ax.4 p.1 d 6: id est per 29 propositionem 1 libri: 1 axioma. 4 propositionem. 1 definitionem 6 libri elementorum Euclidis, &c. In reliquorum uerò geometrarum allegationibus similiter numeros theorematis & libri literis th (theorema significantibus) inter utrũq; intermedijs unà cum nomine adiecimus. Alhazeni autem propositiones (in quas à nobis distinctus est) differentiæ breuitatisq; caussa in citandis Euclidis & Alhazeni propositionibus numeros appellauimus: ijsq; ita nobis notati sunt: per 19 n 1.14 n 2.13 n. id est per 19 numerum 1 libri optices Alhazeni. 14 numerum 2 libri. 13 numerum: eius numerum libri, in quo fit ista allegatio: id est per 13 numerum primi, secundi, tertij, &c. libri optices Alhazeni, si ille numerus in primo, secundo, tertio, &c. libro optices Alhazeni allegatus sit. Quod ad errata attinet, placuit ea in uestibulo libri adscribere, quò emendare uolenti in promptu essent: ubi primus numerus paginam, secundus lineam indicat.

Pagina 4. linea 55 centrum. 7. ult. unaquaq;. 16.35 ultimum. 26.22 earum. 34.23 & 24 humiditas. 41.46 certitudinẽ. 61.1 pro 711,111. 67.16 formarũ. 80.60 positio. .81.82 figurarũ loca permutata sunt. 83.56 positio. 93.28 post iterũ, adde in. 106.53 utroq;. 111.10 lucis. 134.60 angulus a g e. 135.14 post lineis pone colon, & post reflexionis, comma. 142.11 uisu & uisibili. 146.31 concurret. 156.49 pro 44 post exteriore, repone 45. 159.26 æquidistans. 181.36 & 37 pro ibi, ubi. 185.12 pro t, b. 189.6 fit. 194.53 & 54 pro œ, œ d. ibid.62 pro i post a g, repone &. 197.15 pro 4, 45. Pag. 201 figura prior 15 numeri, quæ ad finistram est, pertinet ad 14 numerum præcedentem: neq; enim suo quamq; loco collocari compositionis, ut uocant, ratio permisit. 205.1 2 q l. 211.21 post l e tolle comma. 213.43 speculis. 217.39 pro 4, 41. 219.39 pro erit, reflectetur, & pro in, ex. Pagina 221 in figura litera proximè infra r in linea g r propter linearum concursum obscurior, est k. 223.17 peripheria a z. 226.28 perueniat ergo. 229.58 transeunte. 237.21 post laminæ adde, & inter superficiem laminæ. Ibid.35 dele sit. 240.46 existunt. 250.55 lineam. 252.7 post eleuatio, pone comma. Ibid.19 k b g. Ibid. in figura ponatur litera a è regione e centri mundi ad peripheriam meridiani b g. Ibid.49 existunt. 255.57 pro in, à. 258 in secunda figura ad terminum lineæ f o continuatæ, pone literam q. 266.43 tolle &. Pag.273 in prima figura ad terminum lineæ d m continuatæ pone literam c. Pagina 275 sub numero 45 duæ figuræ cõiunctæ sunt, quarum posterior, quæ ad dextram est, pertinet ad 46 numerum: ad quem prior quoq; figura 47 numeri referri debet. 281.38 post diuersæ dele comma. 285.23 pro e, ei. 286.51 restant. 289.58 pro 48, 40. Deniq; illud etiam in erratis reponere placuit, quod in commentarijs ad quartam & tertiam figuras 64 n 5 prætermissum est: nempe. [Quando imago uidetur in puncto a: & b q, quæ parallela ducitur ipsi a l, cadit extra triangulum a e g: tum omissa b q & ostensa æqualitate linearum a g, a t, ut prius, breuius per 3 p 6 propositum concludetur. Erit enim ut b e ad e a, sic b g ad a g, id est per 7 p 5 ad a l: sed ut b g ad a l, sic b t ad t a propter similitudinem triangulorum b g t, a l t. Ergo per 11 p 5 ut b e ad e a, sic b t ad t a. Eodem modo cadente b q intra triangulum a g t. breuior & facilior absq; linea a l erit demonstratio.]*

Digitized by Google

Digitized by Google

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE

LIBER PRIMVS.

PRIMVS Liber in ſeptem capita diuiditur. Primum eſt quòd lux per ſe & colores illuminati operentur in uiſum aliquam operationem. Secundum quòd lux uehemens occultat quædam uiſibilia, quæ lux debilis manifeſtat, & contrà. Tertium quòd colores corporum diuerſificantur apud uiſum ſecundum diuerſitatem lucium orientium ſuper ipſos. Quartum eſt de compoſitione oculi, forma, & ſitu. Quintum declarat qualitatem uiſionis, & dependentia ab illa. Sextum eſt de officio & utilitate inſtrumentorum uiſus. Septimum de ijs, ſine quibus uiſio non poteſt compleri.

QVOD LVX PER SE, ET COLORES ILLVMINATI OPErentur in uiſum aliquam operationem. Cap. 1.

1. Lux per ſe, & color illuminatus feriunt oculos. Vitell. in hypotheſ. 6. 16 p 3.

INuenimus quòd uiſus, quãdo inſpexerit luces ualde fortes, fortiter dolebit ex eis, & habebit nõcumentum: aſpiciens enim quando aſpexerit corpus ſolis, non poteſt bene aſpicere ipſum, quoniam uiſus eius dolebit propter ipſius lucem. Et ſimiliter quando inſpexerit ſpeculum terſum, ſuper quod aſcendebat lux ſolis, & fuerit uiſus eius in loco, ad quem reflectitur lux ab illo ſpeculo: dolebit iterum propter lumen reflexum, perueniens ad ſuum uiſum à ſpeculo, & non poterit aperire oculum ad inſpiciendum lumen illud. Et inuenimus iterum quando aſpiciens intuetur corpus mundum album, ſuper quod aſcendebat lux ſolis, & moretur in aſpectu ipſius: deinde conuertat uiſum ſuum ab eo ad locum obſcurum, debilis lucis: quòd ferè nõ poterit comprehendere res uiſibiles illius loci comprehenſione uera: & inueniet coopertorium quaſi inter uiſum & ipſas: deinde paulatim diſcooperietur, & reuertetur uiſus in ſuam diſpoſitionem. Et iterum, quando inſpiciens inſpexerit ignem fortem: & fuerit intuitus ipſum: & moretur in aſpiciendo longo tempore: deinde declinet uiſum ſuum ad locum obſcurum, debilis lucis: inueniet iterum idem in uiſu ſuo. Et iterum inuenimus, quando inſpiciens inſpexerit corpus mũdum album, ſuper quod oriebatur lux diei: & fuerit illa lux fortis, quamuis non ſit lux ſolis: & moretur in aſpectu diu: deinde conuertat uiſum ſuum ad locum obſcurum: inueniet formam lucis illius in loco illo, & inueniet cum hoc figuram eius: deinde ſi clauſerit uiſum: inueniet in ipſo formam illius lucis: deinde auferetur hoc, & reuertetur oculus in ſuam diſpoſitionem. Et ſimiliter erit diſpoſitus uiſus, quãdo inſpexerit corpus, ſuper quod oriebatur lux ſolis. Et ſimiliter quando inſpexerit corpus claré album, ſuper quod oriebatur lux ignis, quando lux ignis fuerit fortis, & moretur in aſpiciendo ipſum: deinde receſſerit ad locum obſcurum: inueniet iterum in eo idem hoc in ſuo uiſu. Et ſimiliter quando aſpiciens fuerit in domo, in qua fuerit foramen amplum diſcoopertum ad cœlum: & aſpexerit ex illo loco cœlum in luce diei: & moretur in aſpiciendo ipſum: deinde reuertatur uiſus eius ad locum obſcurum in domo: inueniet formam lucis, quam comprehendebat ex foramine cum figura foraminis in loco obſcuro: & ſi clauſerit oculum ſuum: inueniet iterum in eo formam illam. Omnia ergo iſta ſignificant, quòd lux operetur in uiſum aliquam operationẽ. Et inuenimus iterũ quòd, quãdo aſpiciẽs inſpexerit uiridarium multæ ſpiſsitudinis herbarum, ſuper quod oriebatur lux ſolis: & moretur in aſpiciendo ipſum: deinde conuertat ſuum uiſum ad locum obſcurum: inueniet in illo loco obſcuro formam coloratam à uirore illarum herbarum: deinde ſi aſpexerit in iſta diſpoſitione uiſibilia alba: & fuerint illa uiſibilia in umbra, & loco debilis lucis: inueniet colores iſtos admixtos cũ uirore: & ſi clauſerit oculum ſuum: iterum inueniet in ipſo formam lucis & formam uiroris: deinde diſcooperietur illud, & auferetur. Et ſimiliter ſi aſpexerit corpus coloratum colore cæruleo uel rubeo, uel alio colore forti ſcintillante, ſuper quod oriebatur lux ſolis: & moretur in aſpiciẽdo ipſum: deinde auferat uiſum ſuum ad uiſibilia alba in loco debilis lucis: inueniet colores illos admixtos cũ illo colore. Iſta ergo ſignificant quòd colores illuminati operentur in uiſum.

QVOD LVX VEHEMENS OCCVLTAT QVAEDAM VIſibilia quæ lux debilis manifeſtat: & contrà. Cap. 2.

2. Lux uehemens obſcurat quædam uiſibilia, quæ lux debilis illuſtrat: & contrà. 28. 97. 109. 150. 155. 156 p 4.

ET iterum uidemus ſtellas in nocte, & non uidemus ipſas in luce diei: & nulla eſt differentia inter tempora, niſi quòd aer medius inter uiſum noſtrum & cœlum eſt in die illuminatus, & in

nocte obscurus: cum ergo aer fuerit obscurus, nos uidemus stellas: cum autem illuminatus fuerit aer medius inter uisum nostrum & stellas, latebunt nos stellæ. Et similiter si aspiciens nocte aspexerit in loco luminoso lumine ignis: & fuerit lumen ignis extensum super terram: & fuerint in illo loco uisibilia subtilia, aut uisibilia, in quibus sunt res subtiles: & fuerint in aliqua umbra, sed nō forti: & non fuerit ignis medius inter illa uisibilia & uisum: & comprehenderit tunc aspiciens illa uisibilia, & res subtiles, quæ sunt in eis: deinde moueatur a suo loco, donec sit ignis medius inter illa uisibilia & suum uisum: tunc illa uisibilia latebunt ipsum, si fuerint subtilia, uel subtilia, quæ in eis sunt, & ferè non comprehendet ipsa, cum ignis fuerit medius inter uisum suum & ipsa uisibilia: & si cooperiatur ignis a uisu suo: comprehendet statim uisibilia illa, quæ latebant ipsum: & si auferatur coopertorium inter uisum suum & ignem: latebunt ipsum iterum illa uisibilia. Istæ ergo dispositiones significant, quod luces fortes orientes super uisum & super aerem inter oculum & rem uisam, prohibent uisum à comprehensione quorundam uisibilium, quorum luces sunt debiles. Et iterum, quando aspiciens aspexerit corpus terssum: & fuerint in illo corpore sculpturæ subtiles: & non fuerint illæ sculpturæ diuersorum colorum à colore corporis: & fuerit aspiciens in loco temperatæ lucis: deinde oppositum fuerit corpus illud soli aut pariet illuminato lumine forti: reflectetur ab eo aliqua lux ad uisum: & inueniet aspiciens lucem apparentem in superficie corporis, & in loco, à quo reflectitur lux, fortiorem, & magis scintillantem: & in ista dispositione si inspiciens fuerit intuitus illud corpus terssum: non uidebit in eo aliquam sculpturam ex sculpturis, quæ sunt in loco lucis fortis, & scintillātis: deinde si inspiciens declinauerit illud corpus ab illo loco, ita ut reflexio fiat ad alium locū, extra locum uisus sui, & fuerit præterea super corpus illud lux temperata: tunc inspiciēs cōprehendet sculpturas, quæ sunt in eo, quas prius non comprehendebat in reflexione lucis à corpore ad suum uisum. Et similiter, quando lux reflectetur a pagina terssa, in qua sunt sculpturæ subtiles ad uisum: non distinguet uisus illas sculpturas nec uerificabit, donec sit lux reflexa ad uisum ab illa pagina: & si declinetur superficies paginæ, ita ut situs eius mutetur, & non reflectatur ab ea lux ad uisum: cōprehendet tunc uisus illas sculpturas, & distinguet. Et iterum quando ignis debilis fuerit in lumine debili: apparebit & comprehēdetur à uisu: & cum fuerit in lumine solis: apparebit corpus, in quo est, densum, coloratū colore scintillante forti: & tū si fuerit prope illud corpus, aliquod corpus albū claræ albedinis: & fuerit corpus illud in umbra & luce debili: apparebit super ipsum color corporis illius, sicut narrauimus superius: deinde si moueatur illud corpus album, donec sit in lumine solis, latebit iam ille color, qui est in eo: & si reducatur ad umbram: apparebit color ille fulgens, qui est in ipso: & apparebit color ille super ipsum in luce forti, & apud latitationē coloris, qui est super ipsum, si obumbretur corpore denso: & si maneat in suo loco, donec debilitetur lux, quæ est super ipsum: apparebit color, qui est super ipsum: & si auferatur corpus obūbrās, donec uigorescat lux super corpus album: latebit color, qui est super ipsum. Et similiter quādo admouerimus corpus diaphanum coloratum colore scintillante, igni uehementer forti: & admouerimus umbræ illius corporis pannū album: apparebit color illius corporis diaphani super illum pannum, sicut narrauimus prius: deinde si admouerimus illi panno alium ignem, ita ut lux eius oriatur super illū pannum: latebit ille color, qui apparebat super pannum, & non apparebit nisi albedo panni tantum: & si auferamus illum ignem, secundus apparebit color super pannum. Et iterum quædam animalia marina habent conchas & testas, & cum fuerint in loco obscuro, in quo non est lux, apparebunt illę conchæ quasi ignis: & si aspiciens inspexerit illas in luce diei uel ignis, comprehendet eas, & non uidebit in eis lumen uel aliquem ignem. Et similiter, quando animal, quod dicitur noctiluca, uolat de nocte, apparet quasi lampas, & cum aspiciens inspexerit illud in luce diei uel in luce ignis, apparebit animal sine igne. Significant ergo omnes istæ dispositiones, quas declarauimus, quod luces fortes uisibilium, aliquando occultant res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus: & quod luces debiles aliquando manifestant quasdam res, quæ sunt in quibusdam uisibilibus. Et iterum uisum multoties latent quædam res, quę sunt inuisibiles ex sculpturis & scripturis subtilibus, quando fuerint in locis obscuris uel in lucibus debilibus: & si extrahantur ad loca luminosa fortis luminis, uel ponantur in luce solis: apparebunt res, quæ sunt in eis, quæ latebant in locis & lucibus debilibus. Et similiter sculpturarum subtilium comprehensiones nequit uisus comprehendere in locis obscuris & lucibus debilibus: & cum extrahuntur ad luces fortes, comprehenduntur à uisu. Significatur ergo per hanc disputationem, quòd luces fortes manifestant multas res uisibiles, & quod luces debiles occultant multas res uisibiles.

QVOD COLORES CORPORVM DIVERSIFICENTVR APVD VIsum secundum diuersitatem lucium orientium super ipsos. Cap. 3.

3. Color uariatur pro lucis qualitate. 1p 3.

ET iterum inuenimus, quòd colores corporum densorum coloratorum coloribus scintillantibus, sicut Lazuleis, uinosis & cœlestib. quādo ipsa fuerint in locis obscuris & lucibus debilibus, apparent turbidi, & cum fuerint in luce forti, apparent colores eorum scintillantes & clari: & quantò magis augmentabitur lux super ipsa, tanto magis augmentabitur super ipsa scintillantis coloris claritas. Et si fuerit aliquod istorum corporum in loco obscuro: & non fuerit in eo nisi lux parua ualde: apparebit illud corpus obscurum, & non distinguet uisus colorem eius, & uidebitur quasi niger: & cum extrahitur ad loca luminosa lumine forti: apparebit color eius, & distinguetur à

tur à uiſu. Et inuenimus iterum quòd colores corporum ferrei coloris, quando lux oritur ſuper ipſa fortis, clareſcunt. Et inuenimus etiam quòd, quando lux fortis oritur ſuper corpora denſa alba, augmentantur in albedine & ſcintillatione apud ſenſum. Et inuenimus iterum, quod, corpora diaphana colorata coloribus fortibus, ſicut uina fortia fortis ruboris, quæ ſunt in uaſis diaphanis, quando fuerint in locis obſcuris & lucibus debilibus, apparent nigra & obſcura, & quaſi non diaphana, & cum fuerint in lucibus fortibus, & orta fuerit ſuper ipſa lux ſolis, clareſcunt colores eorum, & apparet in eis diaphanitas. Et ſimiliter colores lapidum diaphanorum coloratorum, quando fuerint in locis obſcuris, apparent turbidi & obſcuri: & cum ſuper ipſos oritur lux fortis, uel ponuntur in oppoſitione lucis, ita quòd lux per ipſos pertranſeat, apparent colores eorum clari, & apparet in eis diaphanitas propter penetrationem lucis. Et iterum quando corpora diaphana colorata ponuntur in oppoſitione lucis: & fuerit poſitum ex parte contraria parti lucis, corpus album, ſicut diximus ſuperius: & ſi lux fuerit fortis: apparebit forma illius coloris in umbra eius ſuper corpus album oppoſitum ei: & ſi lux oriens ſuper ipſum, fuerit debilis, apparebit ſuper corpus album oppoſitum ei umbra tantùm, & non apparebit color. Et iterum inuenimus quòd pennæ pauonis, & pannus, qui dicitur amilialmon, id eſt ſericus uiridis mixtus cum fuſco roſeo, diuerſificantur in colore apud uiſum in diuerſis temporibus diei, ſecundum diuerſitatem lucis orientis ſuper ipſa. Significant ergo iſtæ diſpoſitiones apparentes in coloribus, quòd colores corporum coloratorum non comprehenduntur a uiſu, niſi ſecundum luces orientes ſuper ipſa. Et cum luces fortes uiſibilium occultent quaſdam res, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus aliquando, & aliquando manifeſtent nobis res quaſdam, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus: & luces debiles uiſibilium aliquando manifeſtent quaſdam res, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus, & aliquando occultent quaſdam res, quæ ſunt in quibuſdam uiſibilibus: & corporum coloratorum colores aliquando alterentur ſecundum diuerſitatem lucis, quæ oritur ſuper ipſa: & luces fortes orientes ſuper ipſum uiſum, aliquando prohibeat ipſum uiſum à comprehenſione quorundam uiſibilium: & uiſus tamen in omnibus iſtis nihil comprehendat ex uiſibilibus, niſi ſit illuminata forma. Ergo quod comprehendit uiſus ex re uiſa, non eſt niſi ſecundum lucem, quæ eſt in illa re uiſa, & ſecundum luces, quæ oriuntur ſuper ipſum uiſum in comprehenſione illius rei uiſibilis, & ſuper aerem medium inter uiſum & rem uiſam. Quare uerò luces fortes prohibeant uiſum à comprehenſione uiſibilium quorũdam, declarabitur à nobis in ſermone noſtro de qualitate uiſionis.

DE COMPOSITIONE OCVLI, FORMA ET SITV. Caput quartum.

4. Ortus & principium oculi exiſtit è cerebro: & conſtat è tribus humoribus & quatuòr tunicis. 4 p 3.

OCulus eſt compoſitus ex telis & corporibus diuerſis: & principium & incrementum eius eſt ex anteriore parte cerebri: quoniam ex anteriore parte creſcunt duo nerui optici conſimiles, & incipiunt oriri ex duobus locis à duabus partib. anterioris cerebri: & dicitur quòd uterque illorum habet duas tunicas, & quòd creſcunt à duabus telis cerebri, & perueniunt ad medium exterioris partis cerebri & anterioris cerebri, deinde concurrunt & efficiunt unum neruum opticum: deinde iſte neruus diuiditur, & efficiuntur iterum duo nerui optici æquales & conſimiles: deinde extenduntur iſti duo nerui, donec perueniant ad duo conuexa duorum oculorum oſsium concauorum continentium duos oculos: & in duobus medijs iſtorum duorum concauorum oſsiũ ſunt duo foramina æqualiter perforata: & ſitus eorum in neruo communi, eſt ſitus conſimilis illi. Nerui ergo intrãt iſta duo foramina, & exeunt ad concaua duorum oſsium, & illic dilatantur & ampliantur, & efficitur extremitas utriuſq; eorum quaſi inſtrumentum ponendi unum in dolijs: & uterq; oculorum eſt compoſitus ſuper iſtam extremitatem nerui, quæ eſt prædictum inſtrumentum, & conſolidatur cum ipſo: & ſitus utriuſque oculorum ex neruo communi eſt ſitus conſimilis. Et totus uterq; oculus eſt compoſitus ex tunicis multis. Prima ergo illarum eſt pinguedo alba, quæ implet concauum oſsis: & eſt maxima pars oculi: & dicitur conſolidatiua. Et intra iſtam pinguedinem eſt ſphæra rotunda, concaua, nigra ut plurimum, & uiridis, & glauca in quibuſdã oculis: & corpus iſtius ſphæræ eſt tenue & inſuper denſum & non rarum: & manifeſtũ eius eſt applicatum cũ conſolidatiua: & interius eius eſt concauum: & in parte concauitatis eſt quaſi quæda attritio: & quaſi conſolidatiua continet iſtam ſphæram, præterquàm ſuum anterius: quoniam conſolidatiua non cooperit anterius iſtius ſphæræ, ſed circulatur ſuper anterius eius: & iſta tunica dicitur uuea, quia aſsimilatur uuæ. Et in medio anterioris uueæ eſt foramẽ rotundum perforatũ uſq; ad eius concauũ: & eſt oppoſitum extremitati concauitatis nerui, ſuper quem componitur oculus. Et cooperit iſtud foramen, & omne anterius uueæ, in cuius circuitu circulatur conſolidatiua, extrinſecus tunica fortis, alba, diaphana: & dicitur cornea, quia aſsimilatur cornu albo & claro. Et intra concauũ uueæ eſt ſphæra alba, parua, humida, receptibilis humiditatis formarũ uiſibilium: & in ea eſt diaphanitas non intenta ualde, ſed aliqua ipſius tudo: & diaphanitas eius aſsimilatur diaphanitati glaciei: & ideo dicitur glacialis: & eſt cõpoſita ſuper extremitatẽ cõcauitatis nerui: & in anteriori iſtius ſphæræ eſt cõpreſsio ſuperficialis parua, & aſsimilatur compreſsioni ſuperficiei lenticulæ: ſuperficies ergo anterioris eius eſt portio ſuperficiei ſphæræ, maioris ſuperficie ſphęrica, continente duo eius foramina:

& iſta compreſsio eſt oppoſita foramini, quod eſt in anteriori uueæ: & ſitus eius conſimilis eſt cum eo. Et iſte humor diuiditur in partes duas diuerſæ diaphanitatis, & altera illarum ſequitur anterius eius, & altera ſequitur eius poſterius: & diaphanitas partis poſterioris eius aſsimilatur diaphanitati uitri quaſi fruſtati: & iſta pars dicitur humor uitreus. Et continet duas has partes cõgregatas tela ualde tenuis, & dicitur aranea, quoniam aſsimilatur texturæ araneæ. Et in poſteriore parte concauitatis ſphæræ uueæ dicitur, quod eſt foramen rotundum, & eſt ſuper extremitatem concauitatis nerui: & ſphæra glacialis eſt compoſita in iſto foramine: & rotunditas iſtius foraminis (& eſt extremitas nerui) continet medium ſphæræ glacialis: & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo cõtinente iſtud foramen. Et dicitur quòd ortus uueæ eſt ex tunica interiore duarum tunicarũ duorum neruorum opticorum: & quòd ortus corneæ eſt ex tunica exteriore duarum tunicarũ iſtius nerui. & implet concauitatem uueæ humor albus, tenuis, clarus, diaphanus: & dicitur albugineus, quoniã aſsimilatur albumini oui in tenuitate, & albedine, & diaphanitate eius: & ipſe implet concauitatem uueæ, & contingit anterius glacialis, & implet foramen, quod eſt in anteriori uueæ, & contingit cõcauum corneæ. Et ſphæra glacialis eſt cõpoſita ſuper concauitatem nerui: & ſequitur cõcauitatem nerui humor uitreus. Erunt ergo cornea, & humor albugineus, & glacialis, & uitreus ſe conſequentes. Et omnes iſtæ tunicæ ſunt diaphanæ Et foramen, quod eſt in anteriori uueæ, eſt oppoſitum foramini concauitatis nerui. Et dicitur, quòd ſpiritus uiſibilis emittitur ex anteriori parte cerebri, & implet duas concauitates duorum neruorũ primorum coniunctorum cum cerebro, & peruenit ad neruum communem, & implet concauitatem eius, & uenit ad duos neruos ſecũdos opticos, & implet ipſos, & peruenit ad glacialem, & dat ei uirtutem uiſibilem.

5. In totius oculi ſeu motu ſeu quiete, ſitus partium ſtabilis permanet. 25 p 3.

ET inter circumferentiam glacialis coniunctam cum uuea, & foramen, quod eſt in cõcauo oſſis, ex quo exit neruus, eſt ſpatium aliquantulum: & neruus extẽditur in iſto ſpatio ex fine foraminis uſq; ad circumferentiam glacialis ſecundũ pyramidalitatẽ & amplificationẽ: & quãtò magis elongatur à foramine oſsis, tantò magis amplificatur, quouſq; peruenat ad circumferentiam ſphæræ glacialis, & conſolidetur cũ circumferentia eius. Et corpus conſolidatiuæ continet iſtam partem pyramidalem nerui, & continet ſphæram uueã: & ſphæra uueæ antecedit medium cõſolidatiuæ ad partem manifeſtam oculi. Et corpus conſolidatiuæ eſt conſolidatum cum ſphæra uuea, & cum extremitate pyramidali, & cuſtodit ſitum eius. Cum ergo mouetur oculus, mouebitur ſecundum ſe totum & ſic declinabit neruus, ſuper quem componitur oculus, apud motum eius, & erit declinatio apud foramen, quod eſt in concauitate oſsis: quoniam concauitas oſsis continet totum oculum, & oculus mouetur ſecundum ſe totum in iſta cõcauitate: & cõſolidatiua conſolidatur cum eo quod eſt in anteriori oculi ex neruo, & ex tunicis reſiduis, & cuſtodit ſemper ſitũ eius. Declinatio ergo nerui apud motum oculi, non eſt, niſi à poſteriori totius oculi: eſt ergo apud foramen, quod eſt in concauitate totius oſsis. Similiter quando oculus quieuerit, & neruus declinauerit, nõ erit declinatio niſi apud foramen, quod eſt in concauitate oſsis. Nã non mutatur ſitus partiũ totius oculi inter ſe, neque apud motum neque apud quietem. Declinatio ergo neruj, ſuper quem cõponitur oculus, nõ eſt, niſi apud foramẽ, quod eſt in cõcauitate oſsis, ſiue moueatur oculus, ſiue quieſcat.

6. Oculus totus & ſphæra uuea centris differunt: & oculi centrum eſt altius. 8 p 3.

SVperficies autem manifeſta corneæ eſt ſuperficies ſphærica, & eſt continuata cum ſuperficie totius oculi & cum toto oculo: & totus oculus eſt maior ſphæra uuea, quæ eſt quiddam eius: Superficies autem manifeſta corneæ eſt cũ ſuperficie totius oculi, & eſt maior ſuperficie ſphęræ uueæ: ſemidiameter ergo eius eſt maior ſemidiametro uueæ. Et quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuperpoſita foramini uueæ eſt ſuperficies ſphærica concaua, æquidiſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, quoniam tota cornea eſt æqualis ſpiſsitudinis, propterea quod centrum ſuperficiei concauæ corneæ eſt idẽ cũ centro manifeſtæ ſuperficiei ſuæ conuexæ: ſed ſuperficies concaua corneæ ſecat ſuperficiem ſphęræ uueę ſuper circumferentiam foraminis, quod eſt in anteriori parte uueæ: centrum ergo eius eſt remotius in profundo, quã centrum uueæ, quoniam hoc eſt in proprietatibus centrorũ ſphęrarũ ſe interſecantium. Et etiã quia ſphęra uuea non eſt in medio conſolidatiuę, ſed antecedit ad partẽ ſuperficiei manifeſtæ oculi, & ſuperficies manifeſta oculi eſt ex ſphęra maiore ſphæra uueæ, erit centrum ſuperficiei manifeſtæ oculi remotius in profundo centro uueæ.

7. Recta connectens centra ſphærarum corneæ & uueæ, continuata tranſit per centrum foraminis uueæ, & medium cauj nerui optici. 9 p 3.

ET recta linea, quæ continuat duo centra, ſcilicet centrum ſuperficiei corneæ, & centrum uueę, quando extrahitur rectè, peruenit ad centrum foraminis quod eſt in anteriori uueę, & ad duo media duarum ſuperficierũ corneæ æquidiſtantium: ſuperficies enim concaua corneę & conuexa uueæ ſunt ſuperficies ſphæricę ſecantes ſe: & linea quæ continuat centra earũ, tranſit per centrum circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem eius: quia linea, quę exit à centro circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem eius, tranſit per centra duarum ſphærarum.

8. Centrum

8. Centrum ſphæræ uueæ eſt inferius centris reliquarum oculi partium. 8 p 3.

ET quia ſuperficies concaua corneæ contingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anteriori foramine uueę, & ſuperponitur ipſi. Superficies ergo humoris albuginei conuexa etiam eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrum eſt centrũ ſuperficiei ipſi ſuperpoſitæ. Superficies ergo manifeſta corneæ, & ſuperficies intrinſeca ipſius, & ſuperficies humoris albuginei cõuexa, quæ contingit concauum corneæ, ſunt ſuperficies ſphæricę æquidiſtantes. Centrum igitur earum eſt unum punctum cõmune, & eſt remotius in profundo centro uueæ: & linea, quæ tranſit per centrum uueæ, & per centrum corneæ, & per centrũ foraminis, quod eſt in anteriori uueæ, quando extenditur rectè, tranſibit per medium concauitatis nerui, ſuper quem cõponitur oculus: quoniã foramen quod eſt in anteriori uueæ, eſt oppoſitũ foramini, quod eſt in poſteriore parte uueæ, quod eſt extremitas concauitatis nerui [per 4 n.]

9. Recta connectẽs centra ſphærarũ cryſtallinæ & uueæ, cõtinuata cadit in centrũ circuli cõglutinãtis cryſtallinã & uitreã ſphæras cũ uueæ: & eſt ad ipſum perpendicularis. 10 p 3.

ET ſuperficies anterioris glacialis etiã eſt ſphęrica ſuperficies, & ipſa ſecat ſphęrã uueę: centrũ ergo eius eſt remotius in profundo cẽtro uueæ. Et linea recta, quę cõtinuat cẽtra earũ, tranſit per centrũ circuli ſectionis, & eſt perpendicularis ſuper ipſum. Et circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis & ſuperficiẽ ſphęrę uueæ, eſt aut circulus diſtinguẽs ſinẽ conſolidationis inter glacialẽ & uueã, aut æquidiſtans ei: quoniã ſuperficies quę eſt in anteriori glacialis, eſt oppoſita foramini, qđ eſt in anteriori uueę, & ſitus eius eſt cõſimilis cũ eo. Finis ergo iſtius ſuperficiei (& eſt circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis & uueę) aut eſt ipſe circulus conſolidationis, aut æquidiſtãs ei. Si ergo circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis, fuerit circulus cõſolidationis, iſte circulus eſt circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis, & inter ſuperficiem uueę. Et ſi circulus ſectionis inter duas ſuperficies glacialis fuerit æquidiſtãs circulo cõſolidationis ſphęrę glacialis cũ uueæ: (quod quidẽ accidit, ſi fuerit cõſolidatio in poſteriori parte glacialis) tunc ſuperficies anterioris partis glacialis, quando fuerit mẽte extenſa ſuper illud, ſuper quod eſt ex ſua ſphęra, ſecabit ſphęrã uueæ ſuper circulum æquidiſtantẽ iſti circulo, ſcilicet circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis propter ſimilitudinẽ ſitus iſtius circuli ad circumferentiam ſphæræ uueę. Et quia iſte circulus eſt æquidiſtans circulo cõſolidationis, erit ergo circulus ſectionis inter ſuperficiẽ anterioris glacialis, & inter ſphæram uueã, aut ipſe circulus cõſolidationis, aut æquidiſtãs ei. Si ergo iſte circulus fuerit ipſe circulus cõſolidationis, linea recta, quæ tranſit per centrũ anterioris glacialis, & per centrũ uueę, tranſibit per centrũ ipſius circuli: & erit perpendicularis ſuper ipſum: quoniã iſte circulus erit circulus ſectionis inter duas illas ſphęricas ſuperficies. Sed ſi iſte circulus fuerit æquidiſtans circulo conſolidationis, & eſt æquidiſtãs circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis: eſt ergo cũ circulo ſectionis inter duas ſuperficies glacialis: in ſuperficie una ſphęrica: quæ eſt ſuperficies anterioris glacialis, & eſt æquidiſtãs circulo ſectiõis. Linea ergo quę tranſit per centrũ uueę, & per centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, tranſit per centrũ circuli cõſolidationis ſecundũ oẽs diſpoſitiones, & eſt perpendicularis ſuper ipſum, ſiue ſit circulus conſolidationis ipſe circulus ſectionis inter ſuperficiem anterioris glacialis & inter ſphæram uueę, ſiue ſit æquidiſtans iſti circulo.

10. Centrum ſphæræ cryſtallinæ altius eſt centro ſphæræ uitreæ. 11 p 3.

ET iterũ ſuperficies anterioris glacialis, & ſuperficies reſidui glacialis, ſunt duę ſuperficies ſphęricæ ſecantes ſe: centrum ergo ſuperficiei anterioris, eſt remotius in profundo centro ſuperficiei poſterioris.

11. Recta connectens centra ſphærarum & uueæ, continuata cadit in centrum uitreæ, & medium caui nerui optici. 12 p 3.

ET linea recta, quæ continuat iſta duo cẽtra, tranſit per centrũ circuli ſectionis, & eſt perpẽdicularis ſuper ipſum: & iam declaratũ eſt [9 n] quod tranſit per centrũ circuli conſolidatiõis, & eſt perpẽdicularis ſuper ipſum: hic uerò circulus aut eſt circulus ſectionis, aut æquidiſtans ei. Linea ergo quę tranſit per centrũ uueæ, & per centrum anterioris glacialis, & per centrũ circuli cõſolidationis, & eſt perpendicularis ſuper iſtũ circulũ, tranſit per centrũ reſidui glacialis. Et cum linea iſta tranſeat per cẽtrum reſidui glacialis, & per centrum circuli cõſolidationis, & ſit erecta ſuper circulum cõſolidationis ſecundum angulòs rectos: extenditur ergo in medio concauitatis nerui, ſuper quẽ cõponitur oculus: quoniã circulus cõſolidationis eſt extremitas cõcauitatis nerui. Et iam declaratum eſt [7 n] quòd linea trãſiens per centrum uueæ, & per centrum corneę, & per centrum foraminis, quod eſt in exteriori ſiue anteriori uueę, extẽditur in medio cõcauitatis nerui. Iſta ergo linea, quę tranſit per duo centra ſuperficiei glacialis, & per cẽtrum uueę, eſt ipſa linea, quę trã ſit per centrum corneę, & per cẽtrum foraminis, quod eſt in anteriori uueę. Iſta ergo linea trãſit per cẽtrum corneę, & per cẽtrum uueę, & per duo cẽtra ſuperficiei glacialis, & per centrum foraminis, quod eſt in anteriore uueæ, & per cẽtrum circuli cõſolidationis, & trãſit per duo media tunicarum omniũ oppoſitarũ foramini uueę: Et eſt perpẽdicularis ſuper ſupficies omniũ tunicarũ oppoſitarũ foramini uueę, & eſt perpẽdicularis ſuper ſupficiẽ foraminis uueę, & eſt perpẽdicularis ſuper ſupficiẽ circuli conſolidationis, & extenditur in medio cõcauitatis nerui, ſuper quẽ cõponitur oculus.

12. Centra ſphararum totius oculi, cryſtallinæ, utriuſq; ſuperficiei corneæ, & conuexæ humoris albuginei, eſt unum punctum. 7 p 3.

ET cum declaratũ ſit, [6.8 n] quòd centrũ corneę, & centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, ambo ſint ſuper iſtam lineã, & ambo ſint remotiora in profundo centro uueæ, melius eſt, ut centrũ ſuperficiei anterioris glacialis ſit ipſum centrũ corneæ, ita ut centra omniũ ſuperficierum oppoſitarũ foramini uueæ, ſint unũ punctũ cómune: & ſic erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper oẽs ſuperficies oppoſitas foramini: & hinc poſterius declarabitur, apud noſtrum ſermonem de qualitate uiſionis, quod centrum ſuperficiei corneæ & centrũ ſuperficiei anterioris glacialis, eſt unum centrũ cómune. Superficies ergo tunicarũ uiſus, oppoſitarum foramini uueæ, ſunt ſuperficies ſphæricæ, quarum centrum eſt unum punctum commune.

13. In totius oculi ſeu motu ſeu quiete ſitus partium ſtabilis permanet. 25 p 3. Idem 9 n.

ET iterum quia iſtud centrũ eſt centrum ſuperficiei manifeſtæ oculi, cõtinuatę cũ ſuperficie cõtinente totum oculum, & totus oculus eſt rotundus, niſi quantũ deficit de cõpletione ſphęrę pinguedinis cõſolidatiuæ à parte anteriore ipſius oculi, & iſte defectus nõ operatur diuerſitatem in motu oculi, quoniá non tangit cócauum oſsis. Iſtud ergo centrum erit centrum totius oculi: ergo eſt intra totũ oculum. Centrũ ergo ſuperficierum tunicarum uiſus, oppoſitarũ foramini uueæ, eſt intra totum oculum. Cum ergo mouetur oculus, non mutabitur punctum oculi, quod eſt cẽtrũ ſuperficierũ tunicarum uiſus, nec mutabitur ſitus eius ab iſtis ſuperficieb. ſed cuſtodit ſitum ſuum. Nam oculus qñ mouetur, nõ mouetur niſi ſecundum ſe totũ, & ſitus partium totius inter ſe nõ mutatur apud motum: & iſtud centrũ eſt intra. Situs ergo eius nõ mutatur apud ſuũ motum. Et ſimiliter tunicarum ſitus nõ mutatur apud totum oculum, id eſt apud motũ ipſius uiſus. Situs ergo iſtius centri apud ſuperficiem tunicarum uiſus non mutatur neq; in motu, neq. in quiete. Et iam declaratum eſt [5 n] quòd declinatio nerui apud motum uiſus, & apud quietem non eſt, niſi apud foramen oculi, quod eſt in concauitate oſsis: quoniam non eſt niſi à poſteriori totius oculi. Declinatio uerò nerui apud motum uiſus & quietem, non eſt niſi à poſteriori centri eius, & non mutatur ſitus partium totius oculi inter ſe neque in motu, neque in quiete. Situs ergo centrorum tunicarum oculi apud totum oculum non mutatur, neque in motu uiſus, neque in quiete. Linea ergo tranſiens per cẽtrum non mutat ſuum locum uel ſitum apud totum oculum, neque apud partes eius, ſcilicet neq; in motu, neque in quiete. Et cum ſitus iſtius lineæ non mutetur apud totum oculum, neque apud partes eius: Situs ergo iſtius lineæ non mutatur apud ſuperficiem circuli conſolidationis, neque apud ſuam circumferentiam: Et iſte circulus eſt extremitas concauitatis nerui. Situs ergo ſuperficiei eius à ſuperficie concauitatis nerui, eſt ſitus conſimilis. Et declinatio partis pyramidalis nerui ſuper ſuperficiem iſtius circuli, eſt declinatio cõſimilis: quoniam, ſitus glacialis ab iſto neruo eſt ſitus conſimilis, & ſitus partium oculi non mutatur inter ſe. Superficies ergo concauitatis nerui à loco circũferentiæ circuli cõſolidationis uſq; ad locũ declinationis nerui, qui eſt pars pyramidalis, nõ mutat ſitum ſuũ apud totũ oculũ, neq; apud circulũ cõſolidationis. Et iam declaratũ eſt [5 n] quod ſitus lineæ, quę trãſit per cẽtra oſsis, nõ mutatur apud circulũ cõſolidatiõis, & quòd ipſa extẽditur in medio concauitatis nerui. Et cũ ſitus iſtius lineæ nõ mutetur apud circulũ cõſolidationis, neq; ſuperficies concauitatis nerui, quę eſt à loco circũferentię circuli cõſolidationis uſq; ad locũ declinatiõis, mutet ſuũ ſitũ apud circulũ cõſolidationis: iſta ergo linea nõ mutat ſuũ ſitũ apud cócauitatẽ nerui, quouſq; perueniat ad locũ declinationis. Linea ergo quæ trãſit per centra tunicarũ, tranſit per centrum cõſolidationis: & eſt erecta ſuper ipſum ſecundũ angulos rectos, & extẽditur in medio cócauitatis nerui pyramidalis, quouſq; perueniat ad locũ declinatiõis nerui: & erit ſitus ſuus ſemper à ſuperficie cõcauitatis nerui, quę eſt intra totũ oculũ, & ab omnib. partib. oculi, & ab omnib. ſuperficieb. tunicarũ uiſus, idẽ ſitus, & nõ mutatur neq; in motu uiſus, neq; in

motu

motu eius. Isti ergo sunt situs tunicarũ uisus, & situs centrorũ earũ, & situs lineæ rectæ trãseũtis per centra eorum. Oculi autem ambo sunt consimiles in omnibus suis dispositionibus, & in suis tunicis, & figuris suarum tunicarum, & in situ cuiuslibet tunicæ, respectu totius oculi. Et cum ita sit, situs ergo cuiuslibet centrorum, quorum distinctio declarata fuit, apud totum oculum, & apud partes eius, est sicut situs centri respondentis illi centro in alio oculo apud totum oculum illum, & apud partes eius. Et cum situs centrorum in utroq; oculo sit similis situs, erit situs lineæ transeuntis per centrũ in uno oculo apud totũ oculũ, & apud partes eius, & apud suas tunicas, similis situi lineæ transeuntis per centrum alterius oculi apud totum oculum, & apud partes eius, & apud suas tunicas. Situs ergo duarum linearum transeuntium per cẽtra tunicarum uisus ab utroq; oculo, est situs consimilis in omnibus suis dispositionibus. Et utraq; consolidatiuarum cõsolidatur cum eis: cum ex eis exeant duo lacerti paruuli, quorum unus est in parte lachrymarum oculi, & alios in parte posteriore. Et continent utrunq; oculum palpebrę & cilia. Hoc ergo quod declarauimus, est dispositio compositionis oculi, & forma eius, & forma suarũ tunicarum. Et hoc ne, quod diximus dẽ tunicis oculi, & compositione earum, iam declaratum est ab anatomicis in libris anatomiæ.

DE QVALITATE VISIONIS, ET AB ILLA DEpendentibus. Cap. 5.

14. Visio fit radijs à uisibili extrinsecus ad uisum manantibus. 6 p 3.

IAm declaratum est superius [1 n] quòd ex corpore quolibet illuminato cum quolibet lumine exit lux ad quamlibet partem oppositam ei. Cum ergo uisus opponitur alicui rei uisæ, & fuerit res illa illuminata cũ quolibet lumine, ex lumine rei uisæ ueniet lumẽ ad superficiẽ uisus. Et declaratũ fuit quòd ex proprietate lucis est operari in uisum, & quòd natura uisus est pati ex luce. Dignum est ergo, ut non sentiat uisus lumen rei uisæ, nisi ex lumine ueniente ex ea ad uisum. Et declaratũ fuit iã, quod forma coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cũ quolibet lumine, associatur semper lumini uenienti ab illo corpore ad quamlibet partem oppositã illi corpori, & erit lumen & forma coloris semper simul. Ergo cũ lumine ueniente ad uisum ex lumine corporis uisi, erit semper forma coloris corporis uisi. Et cũ lumẽ & color ueniant simul ad superficiem uisus, uisus sentit colorẽ, qui est in re uisa ex lumine ueniente ad se ex re uisa. Dignius ergo est, ut non sit sensus uisus coloris rei uisæ, nisi ex forma coloris uenientis ad ipsum uisum cum lumine, & forma coloris semper est admixta cũ forma lucis, & nõ est distincta ab ea. Visus ergo nõ sentit lumẽ, nisi admixtũ cũ colore. Dignius ergo est, ut nõ sit sensus uisus coloris rei uisæ & luminis, qđ est in ea, nisi ex forma admixta cũ lumine & colore ueniente ad ipsum ex superficie rei uisæ. Et iterũ tunicæ uisus quę situantur ad mediũ anterioris uisus, sunt diaphanæ cõtingẽtes se, [per 4 n] & prima illarũ, scilicet cornea tãgit aerẽ, in quo primo uenit forma. Et ex proprietate lucis est pertrãsire in quodlibet corpus diaphanũ: & similiter est proprietas formæ coloris, quæ associatur lumini pertrãsire in corpus diaphanũ, & ideo extẽditur in aere diaphano, sicut extẽditur lumẽ. Et ex natura corporũ diaphanorũ est, recipere formas lucis & coloris, & reddere ipsas partibus sibi oppositis. Forma ergo ueniẽs ex re uisa ad superficiẽ uisus, trãsibit per diaphanitatẽ tunicarũ uisus, per foramẽ quod est in anteriore uueæ, perueniet ergo ad humorẽ glacialẽ, & pertrãsibit in eo, secundũ diaphanitatẽ suã. Dignius ergo est, ut tunicę uisus nõ sint diaphanæ, nisi ut pertrãseant in eis formæ lucis & colorũ, uenientiũ ad ipsum. Aggregemus ergo modo qđ cõponitur ex omnibus istis & dicamus, quòd uisus sentit lumẽ & colores, qui sunt in superficie rei uisæ, & quòd pertranseunt per diaphanitatẽ tunicarum uisus. Et hoc est illud in quo quiescebat physicorũ opinio de qualitate uisionis. Dicemus ergo modò, quòd qualitas uisionis nõ asseritur huiusmodi esse tãtùm, quoniã iste modus destruitur, nisi addatur ei aliud. Quoniã enim forma lucis & coloris cuiuslibet colorati & illuminati extẽditur in aere diaphano, cõtinuato cũ eo ad oẽs partes oppositas, uisus aũt opponitur eodẽ tẽpore multis rebus uisis diuersi coloris, & inter quãlibet earũ & uisum sunt in aere lineæ rectæ cõtinuato medio inter eas: & cũ formæ lucis & coloris, quæ sunt in re uisa opposita uisui ueniant ad superficiẽ uisus: formę ergo lucis & coloris cuiuslibet rerũ uisibiliũ, oppositarũ uisui, in eodẽ tẽpore ueniẽt ad superficiẽ uisus. Et cũ formę extẽdãtur ex re uisa ad quãlibet partẽ oppositã, & nõ perueniãt ad uisum, nisi propter oppositionẽ: forma, quę peruenit ex re uisa ad uisum, peruenit ad totã superficiẽ uisus. Et cũ ita sit, quãdo uisus opponitur alicui superficiei rei uisę, & peruenit forma coloris eius & lucis ad superficiẽ uisus, & uiderit in illo tẽpore aspiciẽs alia uisibilia diuersi coloris opposita uisui: tũc forma lucis & coloris cuiuslibet illorũ uisibilium ueniet ad superficiẽ uisus, & forma omniũ illorũ uisibiliũ perueniet ad totã superficiẽ uisus. Peruenit ergo ad totã superficiẽ uisus multa lumina diuersa, & multi colores diuersi, & quilibet illorũ implet superficiẽ uisus: peruenit ergo in superficiem uisus forma admixta ex coloribus diuersis, & luminibus diuersis. Si ergo senserit uisus illã formã admixtã, sentiet colorẽ diuersum à colore cuiuslibet illarũ rerũ, & nõ distinguẽtur ab eo uisibilia. Et si senserit unã illarũ rerũ uisibiliũ, & nõ senserit residuas: cõprehẽdet unã rẽ uisibilẽ, & nõ alias: sed ipse cõprehẽdit omnia illa uisibilia in eodẽ tẽpore, & cõprehẽdit ipsa distincta. Et si non senserit unã illarũ formarũ, nihil sentiet ex ipsis, uel ex aliis uisibilibus oppositis illi: sed ipse sentit omnia. Et iterũ possunt esse in eodẽ uiso diuersi colores, & a qualibet parte eius exit lumẽ & color secũdum oẽs lineas rectas, quæ extẽdũtur in aere cõtinuo. Cũ ergo fuerint partes unius rei uisę diuersi coloris: uenient ad totã superficiẽ uisus ex unoquoq; illarũ forma coloris & lucis, & sic puniscebũtur colores illarũ

partiũ in ſuperficie uiſus. Quare cõprehendet uiſus ipſos admixtos, aut nihil cõprehẽdet ex eis. Si uerò cõprehẽdet eos permixtos, nõ diſtinguũtur, nec ordinabũtur ab eo partes ſiue colores partium. Et ſi nihil cõprehendit ex iſtis formis, nihil cõprehẽdet ex iſtis partibus: & ſi nihil cõprehendit ex partibus, nihil cõprehendet ex re uiſa: ſed uiſus cõprehẽdit rẽ uiſam ſibi oppoſitã illuminatã, & comprehendit partes eius diuerſi coloris ordinatas, & diſtinctas. Et cum ita ſit, conſtat quòd aut qualitas uiſionis erit alio modo, aut erit iſte modus pars propoſiti modi uidendi.

15. Viſus è ſingulis ſuæ ſuperficiei punctis ſingula uiſibilis puncta uidet. 17. 18 p 3.

DEbemus ergo cõſiderare utrũ iſte modus poſsit cõuenire cõditionibus, per quas diſtinguũtur colores rerũ uiſibilium, & ordinãtur partes earũ apud uiſum, & cõueniunt ad eorũ eſſe in corpore. Dicimus ergo quòd, quãdo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſibili, ueniet ex quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ forma & coloris & lucis, quæ ſunt in ea, ad totã ſuperficiẽ uiſus, & ex quolibet puncto cuuslibet rerũ uiſibilium oppoſitarũ uiſui in illa diſpoſitione, etiam uenient formę coloris & lucis, quę ſunt in illis, ad totã ſuperficiẽ uiſus. Si ergo uiſus ſenſerit ex tota eius ſuperficie formas coloris & lucis, quæ ueniunt ex aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, ſentiet ex tota eius ſuperficie, formã cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſæ, & formã cuiuslibet puncti ſuperficierũ omniũ uiſibilium rerũ oppoſitarũ illi in illa diſpoſitione: & ſic non ordinabuntur ab eo partes unius rei uiſæ, neq; diſtinguentur ab eo. Et ſi ſenſerit formã uenientẽ ex uno puncto ſuperficiei rei uiſæ ad totã ſuperficiẽ uiſus, ex uno puncto tantùm ſuperficiei ipſius uiſus, & nõ ſenſerit formã illius puncti tota eius ſuperficie: ordinabuntur ab eo partes rei uiſæ, & diſtinguẽtur omnia uiſibilia oppoſita. Quoniã quando cõprehenderit colorem puncti unius ex uno puncto tantùm ſuperficiei eius, cõprehendet colorẽ unius partis rei uiſæ ex una parte ſuperficiei ſuæ, & cõprehendet colorem alterius partis ex alia parte ſuperficiei ſuæ, & cõprehendet unamquamq; partẽ uiſibilũ ex loco ſuperficiei ſuæ diuerſo & oppoſito ei, per quem cõprehendit aliã rem uiſibilem. Quare uiſibilia erunt ab eo ordinata & diſtincta, & ſimiliter partes cuiuslibet illorum.

16. Humor cryſtallinus eſt præcipuum organum ſaculatiuæ optices. 4. 18 p 3.

MOdò ergo cõſideremus utrũ hoc ſit cõueniens, & poſsibile ad eſſe. Et dicamus prius, quòd uiſio nõ eſt niſi per glacialẽ, ſiue fiat uiſio per formas uenientes ex re uiſa ad uiſum, ſiue ſecundum aliũ modũ. Viſio autem nõ eſt per unã aliarũ tunicarum antecedentiũ ſe, quoniam illæ tunicæ non ſunt niſi inſtrumentũ glacialis. Quoniã ſi cõtigerit humori glaciali læſio cũ ſalute aliarum tunicarũ, deſtruitur uiſio, & ſi acciderit reſiduis tunicis corruptio, remanente ipſarum diaphanitate cum ſalute glacialis, non corrumpetur uiſus: Et etiam ſi in foramine uueæ fuerit oppilatio, & deſtruatur diaphanitas humoris eius, deſtruetur uiſus cum ſalute corneæ, & ſi auferatur oppilatio, reuertetur uiſus. Et ſimiliter ſi peruenerit intra humorẽ albugineum pars craſſa, non diaphana, & fuerit in tacie humoris glacialis, & media inter ipſum & foramen uueæ, deſtructur uiſio, & quando auferetur illud craſſum, uel declinabitur auerſione lineæ rectæ, quæ eſt inter glacialẽ & foramẽ uueæ ad aliquã partẽ, reuertetur uiſus. Et omnibus iſtis atteſtatur medicina. Deſtructio ergo ſenſus uiſus eſt apud corruptionẽ glacialis cũ ſalute tunicarũ antecedentiũ illũ. Et illud eſt argumentũ, quòd ſenſus uiſus nõ eſt, niſi per illũ humorẽ, nõ per tunicas reſiduas antecedentes illũ. Et deſtructio ſenſus apud deſtructionem diaphanitatis, quæ eſt inter glacialẽ & ſuperficiem uiſus per corpus denſum non translucẽs, ſignificat quòd diaphanitas iſtarum tunicarum non eſt, niſi ut continuetur diaphanitas tunicarum uiſus cum diaphanitate aeris, & efficiantur corpora, quæ ſunt inter glacialem & rem uiſam, diaphana continuitate diaphanitatis. Et deſtructio ſenſus apud deſtructionem linearum, quæ ſunt inter glacialem & ſuperficiem uiſus: ſignificat, quòd ſenſus glacialis non erit, niſi ex lineis rectis, quæ ſunt inter ipſum & ſuperficiem uiſus. Dicemus ergo ſi ſenſus uiſus eſt ex colore rei uiſæ & lucis, quę ſunt in eo, & ex forma ueniente ex rebus uiſis ad ſuperficiem uiſus, & ſenſus non eſt niſi per glacialem. Ergo non per ſuperficiem uiſus ſentiet uiſus iſtam formam, ſed poſtquã tranſierit ſuperficiem uiſus, & peruenerit ad glacialẽ. Et forma quæ uenit ex re uiſa ad ſuperficiem uiſus, pertranſit in diaphanitate tunicarum uiſus: quoniam ex proprietate diaphanitatis eſt, ut tranſeant in ea formæ lucis & coloris, & extendantur rectè. Et iam declarauimus hoc in aere [14 n.] Et cum fuerint experimẽtata omnia corpora diaphana, inuenietur quòd lux extenditur in eis ſecundum lineas rectas: & nos declarabimus poſt apud noſtrum ſermonem de obliquatione, quomodo hoc experiendum ſit. Si ergo ſenſus uiſus lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, eſt ex forma ueniente ad uiſum ex re uiſa: apud peruentionem ipſius formæ ad glacialem erit ſenſus. Et iam declaratum eſt antea [15 n.] quòd non eſt poſsibile, ut uiſus comprehendat rem uiſam ſecundum ſuum eſſe, niſi quando comprehenderit formam unius puncti rei uiſæ ex uno puncto tantùm ſuæ ſuperficiei. Non eſt ergo poſsibile, ut glacialis comprehendat rem uiſam ſecundum ſuum eſſe, niſi quando comprehenderit colorem unius puncti rei uiſæ ex forma ueniente ad ipſum ex uno puncto tantùm ſuperficiei uiſus: forma autem uenit ex quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ, & pertranſit totam uiſus ſuperficiem uſque ad interius. Si uerò ex eo, quod uenit ex uno puncto rei uiſæ ad totam ſuperficiem uiſus, & pertranſit tunicas uiſus, & peruenit ad glacialem, non comprehendit glacialis niſi quod uenit ad ipſum ex uno puncto tantùm ſuperficiei uiſus, & ſentit colorem illius puncti tantùm ex ſuperficie uiſus, & peruenit ad unum punctum

tantùm

tantùm ſuperficiei eius, & non comprehendit illud punctum rei uiſæ ex reſidua forma peruenientе ad ſuperficiem eius ex reſidua ſuperficie uiſus: complebitur uiſio, & ordinabuntur partes rei uiſæ, & diſtinguentur res in ſe apud uiſum, & non complebitur uiſio, niſi ſecundum iſtum modum. Et hoc non poteſt eſſe ita, niſi quando fuerit unum punctorũ, quę ſunt in ſuperficie uiſus, per quam tranſit forma unius puncti ſuperficiei rei uiſæ, diſtinctum à punctis reſiduis, quæ ſunt in ſuperficie uiſus, & ſi fuerit linea, ſuper quam uenit forma ad illud punctũ ſuperficiei uiſus, diſtincta à reſiduis lineis, ſuper quas uenit forma. Et propter hoc poteſt glacialis cõprehendere formã uenientem ſuper illã lineam, & ex puncto ſuperficiei uiſus, quod eſt ſuper illam lineã, & nõ poteſt comprehendere ipſam per aliam.

17. Lux perpendicularis penetrat per qualibet diuerſa media: obliqua refringitur. 42. 43. 44. 45. 47 p 2.

ET cum inducuntur luces; & experimẽtatur qualitas tranſitus earum, & extenſionis earũ in corporibus diaphanis, inuenitur quod lux extenditur per corpus diaphanum ſecundum lineas rectas, dum corpus diaphanũ fuerit cõſimilis diaphanitatis. & cũ occurrerit corpus aliud diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis præcedentis, in quo extendebatur, non pertranſibit ſecũdum rectitudinem linearũ, ſuper quas extendebatur antè, niſi quando illæ lineæ fuerint perpendiculares ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis diaphani: & ſi illæ lineæ fuerint obliquatæ ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis, & nõ perpendiculares, obliquabitur lux apud ſuperficiẽ ſecũdi corporis, & non extendetur rectè: & cum obliquatur, extẽdetur in ſecundo corpore ſecundũ illas lineas rectas, ſuper quas obliquabatur: & erũt lineæ ſuper quas obliquabatur lux in ſecũdo corpore, etiã declinantes ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis, & nõ perpendiculares. Et ſi fuerint quædã lineæ ſuper quas uenit lux in primo corpore, perpendiculares ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis, & quædã declinantes: extendetur lux, quæ erat ſuper lineas perpendiculares in ſecundo corpore ſecundum rectitudinẽ, & quę erat ſuper lineas declinantes, obliquabitur apud ſuperficiẽ ſecundi corporis ſecundum lineas declinantes, & extendetur in eo ſecundũ rectitudinẽ illarũ linearum declinantiũ, ſuper quas obliquabatur. Et hoc nos declarabimus in ſermone de refractione, & oſtendemus uiã, per quã poterit quis experiri iſtã diſpoſitionẽ. & apparebit ſenſui, & cadet ſuper ipſam certitudo.

18. Viſio diſtincta fit rectis lineis à uiſibili ad ſuperficiem uiſus perpẽdicularibus. Itaq; ſingula uiſibilis puncta eundem obtinent ſitum in ſuperficie uiſus, quem in uiſibili. 17 p 3.

ET cum ita ſit, ex forma ergo lucis & coloris, quæ ueniunt ex quolibet puncto rei uiſæ ad ſuperficiem uiſus, quando peruenerit ad ſuperficiẽ uiſus, nihil pertranſibit per diaphanitatem tunicarũ uiſus ſecũdũ rectitudinẽ, niſi illud, quod erit ſuper lineã rectã eleuatã ſuper ſuperficiẽ uiſus ſecundũ angulos rectos, & illud, quod fuerit ſuper alĩ, refringetur, & non pertranſibit rectè: quoniam diaphanitas tunicarum uiſus nõ eſt, ſicut diaphanitas aeris contingentis ſuperficiẽ uiſus. Et illud, quod refringitur ex iſtis formis, refringetur etiam ſuper lineas declinantes, non ſuper lineas perpendiculares extenſas ex loco refractionis: & una linea recta tantùm exit ad punctũ ſuperficiei uiſus ab uno puncto ſuperficiei rei uiſæ, ita ut ſit perpendicularis ad ſuperficiem uiſus: [per 13 p 11] & exeunt ad eã lineæ infinitæ declinãtes ſuper ſuperficiẽ uiſus. Et forma uenięs ſecundũ rectitudinẽ perpendicularis, pertranſit tunicas uiſus ſecundũ rectitudinem perpendicularis: & omnes formæ uenientes ſecundum lineas declinantes ad illud punctum, refringuntur apud illud punctum, & tranſeunt in tunicis uiſus ſecundum lineas declinantes: & nihil ex eis tranſit ſecundũ extenſionem linearũ, ſuper quas uenerũt, neq; etiam ſecundũ rectitudinem linearũ perpendiculariter erectarũ ſuper illud punctũ. Et ad quodlibet punctũ ſuperficiei uiſus ueniunt in eodem tempore formæ omniũ punctorũ, quæ ſunt in ſuperficiebus omniũ uiſibilũ & illuminatorũ oppoſitorũ illi in illo tempore: quoniam inter ipſum & quodlibet punctũ oppoſitum illi eſt linea recta: & à quolibet punctorum, quæ ſunt in ſuperficiebus uiſibilium illuminatorum, extenduntur formæ ſuper quamlibet lineam rectam, quæ poteſt extendi ex illo puncto. & forma unius puncti tantùm de numero omnium punctorum oppoſitorum uiſui, quæ uenit ad illud punctũ ſuperficiei uiſus in illo tempore, uenit ſuper perpendicularem eleuatam ſuper illud punctũ ſuperficiei uiſus: & formæ omniũ punctorũ reſiduorũ ueniũt ad illud punctũ ſuperficiei uiſus ſuper lineas declinantes: & in quolibet puncto ſuperficiei uiſus tranſeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorũ, quæ ſunt in ſuperficiebus omniũ uiſibiliũ oppoſitorũ in illo tẽpore: & forma unius puncti tantùm tráſit rectè per diaphanitatẽ tunicarũ uiſus: & eſt punctũ, quod eſt apud extremitatẽ perpẽdicularis exeuntis ab illo puncto ſuperficiei uiſus: & formæ omniũ punctorũ reliquorũ refringũtur apud illud punctũ ſuperficiei uiſus, & tráſeũt per diaphanitatẽ tunicarũ uiſus ſecundũ lineas declinãtes ad ſuperficiẽ uiſus. Et ex quolibet pũcto ſuperficiei glacialis exit una linea tãtũ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus: & ab eodẽ exeunt lineę infinitæ ad ſuperficiẽ uiſus, & ſunt declinãtes ſuper ipſam. A punctо ergo ſuperficiei glacialis, ex quo exit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus, & pertráſit foramẽ uueæ, exeunt lineæ infinitæ, quæ tráſeunt in foramẽ uueæ, & perueniũt ad ſuperficiẽ uiſus, præter illã perpẽdicularẽ: & extremitates omniũ linearũ exeuntiũ à pũcto aliquo ſuperficiei glacialis, & tráſeuntiũ p foramẽ uueæ, & perueniẽtiũ ad ſuperficiẽ uiſus, & declinãtiũ ſuper illã, quãdo fuerint

intellectæ

intellectæ refringi secundum modum, quem affirmat diuersitas diaphanitatis, quæ est inter diaphanitatem corporis corneæ & corporis aeris, perueniunt ad diuersa loca, & ad puncta diuersa de numero punctorum, quæ sunt in superficiebus uisibilium oppositorum uisui in uno tempore: & nulla istarum linearum occurrit puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis. Et formæ punctorũ, quæ sunt apud extremitates omnium istarum linearum superficierum uisibilium, extenduntur secundum rectitudinem istarum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & refringuntur ad idem punctum superficiei glacialis, præter formam puncti, quod est apud extremitatem perpendicularis: quoniam ipsa extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illud punctum glacialis. Si ergo glacialis sentit ex uno puncto omnes formas uenientes ad ipsum ex omnibus uerticationibus, sentiet ex omni puncto formas admixtas ex multis formis diuersis, & coloribus multis uisibilium oppositorum uisui in illo tempore: & sic nihil distinguetur ab eo ex punctis, quæ sunt in superficiebus uisibilium, neque ordinabuntur formæ punctorum uenientes ad illud punctum: at si glacialis senserit ex uno sui puncto illud, quod uenit ad ipsum ex una uerticatione tantùm, distinguentur ab eo puncta, quæ sunt in superficiebus uisibilium. Et nullum punctorũ, quorum formæ perueniunt ad glacialem super lineas refractas, est dignius alio ex formis refractis, neque ulla refracta uerticatio est dignior alia: & formæ refractę ad unum punctum glacialis in uno tempore, sunt multæ non determinatæ. Et punctum, cuius forma uenit secundum rectitudinem perpendicularis ad unum punctum glacialis, est unum punctum tantùm, & nulla alia forma uenit cum ea secundum rectitudinem perpendicularis: quoniam omnes formæ refractæ non refringuntur nisi secundum lineas declinantes. Et cum centrum superficiei uisus sit idem cum centro superficiei glacialis [per 12 n] linea, quæ est perpendicularis super superficiem uisus, est perpendicularis super superficiem glacialis. Forma ergo, quæ uenit super perpendicularem, distinguitur ab alijs formis duabus dispositionibus: quarum altera est, quòd ipsa extenditur à superficie rei uisę ad punctum glacialis super lineam rectam, & reliquæ ueniunt super lineas refractas: altera autem est, quòd ipsa perpendicularis erecta super superficiem uisus, est etiam perpendicularis super superficiem glacialis: & lineæ reliquæ, super quas ueniunt formæ reliquæ refractæ, sunt declinantes super superficiem uisus. Et operatio lucis uenientis super perpendiculares, est fortior operatione lucis uenientis super lineas inclinatas. Dignius ergo est, ut glacialis non sentiat ex quolibet puncto, nisi formam uenientem ad ipsum punctum super rectitudinem perpendicularis tantùm, & non sentiat ex illo puncto illud, quod uenit ad illud punctum secundum uerticationes refractas. Et iterum cum centrum superficiei uisus, & centrum superficiei glacialis, sit idem punctum, omnes perpendiculares eleuatæ super superficiem glacialis & superficiem uisus, concurrent super centrum cominune, & erunt diametri in superficiebus tunicarum uisus, perpẽdiculares super ipsas tunicas uisus: & erit quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in uno puncto, & occurrens superficiei glacialis in uno puncto: & non exit ad illud punctum corneæ, nisi una perpendicularis, neque exit ad illud punctũ glacialis, nisi una perpendicularis tantùm. Forma ergo, quæ exit à quolibet puncto superficiei rei uisæ super perpendicularem, quæ extenditur ab eo ad superficiem uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctum, super quod ei non occurrit aliqua alia forma, non uenientium super perpendiculares.

19. Visio fit per pyramidem, cuius uertex est in uisu, basis in uisibili. 18. 21. 22 p 3.

ET iterum iam determinatũ est, [14. 18 n] quòd ex quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati & illuminati cum quolibet lumine, exeunt lux & color super quamlibet lineam rectã, quæ poterit extendi ab illo puncto: ergo inter quodlibet punctum uisus, & quodlibet punctum oppositum alicui superficiei, & quodlibet punctum illius superficiei, est linea recta imaginabilis, & inter illud punctum, & illam superficiem est pyramis imaginabilis, cuius uertex est illud punctum, & cuius basis est illa superficies: & illa pyramis continet omnes lineas rectas intellectas, quæ sunt inter illud punctum & omnia puncta illius superficiei. Cum ergo forma lucis & coloris exierint à quolibet puncto superficiei corporis colorati, illuminati, super quamlibet lineam rectã, quę poterit extendi ab illo puncto, ad quodlibet punctum oppositum corpori illuminato & colorato: forma lucis & coloris, quæ sunt in superficie illius corporis, extendetur à quolibet puncto superficiei illius corporis, ad illud punctum, oppositũ illi super lineam rectam extensam inter ipsum corpus & illud punctum. Forma ergo lucis & coloris cuiuslibet corporis colorati & illuminati cũ quolibet lumine, extẽditur à sua superficie ad quodlibet punctum oppositum illi superficiei secundum uerticationem pyramidis, quæ formatur inter illud punctum & illam superficiem: & erit forma ordinata in illa pyramide per lineas illas concurrentes ad illud punctum, quod est uertex pyramidis, sicut est ordinatio in partibus coloris, qui est in superficie illius corporis. Cũ ergo uisus fuerit oppositus alicui rei uisibili, formabitur inter punctum, quod est centrum uisus, & superficiem illius rei uisæ, pyramis imaginabilis, cuius uertex erit centrum uisus, & basis erit superficies illius rei uisæ: & cum aer medius inter illam rem uisam & uisum fuerit continuus, & non fuerit medium inter rem uisam & uisum, corpus densum, & fuerit illa res uisa illuminata cum quolibet lumine: extendetur forma lucis & coloris, quæ sunt in superficie illius rei uisæ, ad uisum secundum uerticationem illius pyramidis, & extendetur forma cuiuslibet puncti superficiei illius rei uisæ secundum rectitudinem lineæ, quę est inter illud punctum, & uerticem illius pyramidis, qui est cẽtrum uisus.

Et quia

Et quia centrum uiſus idem eſt cum centro ſuperficiei glacialis, [per 12 n] erunt omnes iſtæ lineæ perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, & ſuperficiē glacialis, & ſuper oēs ſuperficies uiſui æquidiſtantes: & erit pyramis continua ſuper omnes iſtas perpendiculares, continens omnes iſtas perpendiculares, & aerem, in quo extenditur forma à tota ſuperficie illius rei uiſæ oppoſitæ uiſui, ſecundum uerticationes perpendicularium: & ſuperficies glacialis ſecabit iſtam pyramidem: & ſic peruenit forma lucis & coloris, quæ ſunt in ſuperficie illius rei uiſæ, in partem ſuperficiei, quā comprehendit pyramis. Et ad quodlibet punctum iſtius ſuperficiei glacialis ueniet forma puncti oppoſiti ſuperficiei rei uiſæ, ſecundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab iſto puncto ſuperficiei rei uiſæ ſuper ſuperficiem tunicarum uiſus, & ſuper ſuperficiem glacialis, & pertranſibit diaphanitatem tunicarum uiſus ſecundum rectitudinem illius perpendicularis, & non pertranſibit cum illa forma ſecundum rectitudinem illius perpendicularis alia forma. Et iſta forma perueniet ad iſtā partem glacialis ordinata in ea ſecūdum lineas rectas, ſuper quas peruenit ad ipſam, quæ ſunt perpendiculares ad ipſam, & cōcurrētes apud centrū uiſus, ſicut ordinatio partiū ſuperficiei rei uiſæ. Præterea ueniunt in illa diſpoſitione ad quodlibet punctum huius partis ſuperficiei glacialis multæ formæ à multis punctis ſuperficierum uiſarum in eodem tempore. Perueniunt ergo in iſtā partem ſuperficiei glacialis, quæ diſtinguebatur à pyramide, multæ formæ ex multis coloribus diuerſis. Si ergo glacialis ſenſerit ex parte diſtincta per pyramidem, formam uenientem ad ſe ex uertication illius pyramidis tantùm, neque ſenſerit ex illa parte ſuæ ſuperficiei aliam formam, niſi formā uenientem ſuper illam uerticationem: ſentiet formam illius rei ſecundū ſuū eſſe, & ſentiet ordinatam ſecundum ſuam ordinationem. Et poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarum rerum uiſarum, præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias partes ab illa parte: & poterit ſentire formam cuiuslibet rerum uiſarum ſecūdum ſuum eſſe, & ſentire ſitus earum inter ſe ſecundum ſuū eſſe. Et ſi glacialis ſenſerit formas uenientes ad ſe ex uerticationibus refractis, ſentiet ex eadem parte, quæ diſtinguebatur ex ſua ſuperficie per illam pyramidem, formas admixtas ex formis partium illius rei uiſæ, & ex formis multarum rerum uiſarum diuerſarum, & erunt admixtæ ex multis coloribus diuerſis, & ſentiet ex qualibet parte ſuæ ſuperficiei, præter illam partem, formam permixtam ex formis multarum rerum diuerſarum: & ſic non ſentiet formam uenientem ſecundum pyramidis uerticationem ſecundum ſuū eſſe, neque aliquam formam uenientem ſuper perpendicularem ſecūdum ſuū eſſe, neque aliquam formam uenientem ex uerticationibus refractis. Non ſentiet ergo formam unius rei uiſæ ſecundum ſuū eſſe, neq; diſtinguentur ab ea res uiſæ oppoſitæ illi in eodem tempore: ſed uiſus comprehēdit res uiſas diſtinctas, & comprehendit partes unius rei uiſæ ordinatas ſecundum ſuum eſſe in ſuperficie rei uiſæ, & comprehendit res uiſas multas ſimul in eodem tempore. Et cum uiſio ſit ex formis uenientibus ex rebus uiſis ad uiſum [per 14 n] nihil ſentiet glacialis ex formis rerum uiſarum ex uerticationibus refractis: & ſic nulla formarū peruenientiū ad ſuperficiē glacialis ex formis rerum uiſarū, ordinabitur in ſuperficie glacialis ſecundū ſuū eſſe: neq; ulla formarū partium unius rei uiſæ peruenientiū ad ſuperficiem glacialis, ordinabitur in ſuperficie glacialis ſecundum ſuū eſſe in ſuperficie rei uiſæ, niſi formæ peruenientes ad eam ſecundum rectitudinem perpendicularium eleuatarum ſuper ſuperficiem uiſus tantùm. Situs autem formarum refractarum apud ſuperficiem uiſus etiam perueniunt in ſuperficiem glacialis conuerſi, & peruenit inſuper forma unius puncti in portionem ſuperficiei glacialis, nō in unum punctum. Et illud eſt, quòd forma puncti dextri apud uiſum, quando extendetur ad punctum ſuperficiei uiſus, & linea, ſuper quam extenditur forma, obliquę ſuper ſuperficiem uiſus, refringetur ad partem ſiniſtram à perpendiculari, quæ extendetur à centro uiſus ad illud punctum ſuæ ſuperficiei: & peruenit forma, quæ refringitur ab extremitate perpendicularis, ſecundum hunc modum ad punctum ſiniſtrum à puncto glacialis ſuperficiei, ſuper quod abſcindit illā illa perpendicularis: Et ſimiliter forma puncti ſiniſtri à uiſu, quæ extendetur ad illud idem punctū ſuperficiei uiſus, & declinat ſuper ipſam, refringetur ad punctū dextrū à perpendiculari, & à puncto ſuperficiei glacialis, quod eſt ſuper illā perpendiculare: quoniā formæ refractæ nō appropinquant poſt refractionē perpendiculari exeunti à loco refractionis, & non perueniunt per applicationē formæ ad perpendiculare, neq; poſt refractionē pertranſeunt ipſam, neq; prçcedunt; quoniā hæc eſt proprietas formarū refractarū. Et ſimiliter formæ duorū punctorū, quæ ſunt in eadē parte à uiſu, quæ exeunt ad unū punctū ſuperficiei uiſus, & declinant ſuper ipſam in eadē parte, perueniunt in ſuperficiē glacialis conuerſæ: quoniā duæ lineæ, ſuper quas extenduntur duæ formæ punctorū, ſecant ſe ad punctū ſuperficiei uiſus, ſuper quod cōcurrunt duæ formæ, & occurrūt perpēdiculari exeunti ad illud punctū ſuperficiei uiſus, ſuper illud punctū. Cū ergo iſtæ duæ lineę fuerint declinantes à ſuperficie uiſus in eadē parte à perpēdiculari exeunte à cētro uiſus ad illud punctum, refringūtur formæ duorū punctorū ad punctū oppoſitū illi parti. Et etiā quia duæ lineæ, ſuper quas extenduntur duę formę ad unum punctū ſuperficiei uiſus, ſecant ſe ſuper illud punctum: oportet, quando extenduntur ſecundū ſuam rectitudinē poſt ſectionē, ut appareat ſitus eorū conuerſus in reſpectu eius, qui eſt in re uiſa, & reſpectu etiā perpendicularis, & efficitur linea, quæ erat dextra ante ſuā peruentionē ad ſuperficiē uiſus ex illis duabus lineis, ſiniſtra poſt ſuū pertranſitū in ſuperficiē uiſus, & ſiniſtra, dextra. Et ſimiliter erit ſitus duarū linearū, ſuper quas refringētur duę formæ ex uno puncto ſuperficiei uiſus: quoniā duæ formæ, quæ refringuntur ex uno puncto, appropinquant ambo perpēdiculari, & extenditur forma, quæ erat ſuper lineā remotiorē à perpendi-

culari,

cularí, poſt ſectionẽ ſuper lineã remotiorẽ etiã à perpẽdiculari, ſed minoris remotiõis quàm lineã, ſuper quã erat: & extẽditur forma, quę erat ſuper lineã propinquiorẽ perpẽdiculari, etiã poſt ſectionẽ ſuper lineã propinquiorem etiam perpendiculari, ſed maioris propinquitatis, quàm linea, ſuper quã erat. Et ſimiliter omnes formæ, quæ extenduntur ab uno puncto. Et cũ fuerit experimẽtatum experimẽtatione ſubtili, inuenietur, ſecũdũ quod diximus. Et nos oſtendemus uiam, per quã experimentabitur hoc experimentatione uera apud noſtrum ſermonẽ de refractione, & tũc diſcooperientur omnia depẽdentia à refractione: & nos nõ utemur illic in demõſtratione rebus, quibus uſi fuimus in iſto tractatu. Duo ergo puncta declinantia ad unã partem à re uiſa, quando formæ eorũ extenduntur ad unũ punctũ ſuperficiei uiſus, ſecabũt ſe ſuper duas lineas, quarũ ſitus erit apud uiſum in reſpectu rei uiſę contrarius ſitui duarũ linearum primarũ, ſuper quas extẽdebãtur duæ formæ ad ſuperficiẽ uiſus. Erit ergo ſitus duorum punctorum ſuperficiei glacialis, ad quæ perueniunt duæ formæ contrarius ſitui, duorũ punctorũ, ex quibus ueniunt duæ formæ. Omnes ergo formæ, quæ refringũtur ab uno pũcto ſuperficiei uiſus, perueniũt in ſuperficiẽ glacialis cõuerſæ. Et iterũ forma cuiuslibet pũcti oppoſiti uiſui uenit ad totã ſuperficiẽ uiſus: ergo refringetur à tota ſuperficie uiſus: & forma, quæ refringitur à tota ſuperficie uiſus, refringitur ad partẽ alicuius quãtitatis ſuperficiei glacialis, nõ ad unũ pũctũ. Quoniã formę refractionis ſi cõcurrerẽt poſt refractionẽ ſuper unũ punctũ, ſecarẽt perpẽdiculares, apud quarũ extremitates refringebãtur, aut pertrãſirent ipſas, aut exiret forma à ſuperficie, in qua refringebatur: ſed nulla forma refracta occurrit perpẽdiculari, apud cuius extremitatẽ fuerit refracta poſt refractionẽ, neq; pertrãſit illã, neq; exit à ſuperficie, in qua fuit refracta. Et omnia iſta manifeſtãtur per experimẽtationẽ. Forma ergo unius pũcti rei uiſæ, quæ peruenit in ſuperficiẽ glacialis, poſt refractionẽ nõ erit in uno pũcto, ſed in parte alicuius quãtitatis ſuperficiei glacialis, & nõ erit ſitus formarũ rerũ diuerſarũ uel pũctorũ diuerſorũ ſuperficiei rei uiſæ, quæ perueniũt in ſuperficiẽ glacialis p refractionẽ inter ſe, ſicut ſitus earũ ſecũdũ ſuũ eſſe in ſuperficiebus rerũ uiſarũ, ſed cõtrarius. Nulla ergo formarũ refractarũ rerũ uiſarũ perueniẽtiũ ad ſuperficiẽ glacialis eſt ſecũdũ ſuũ eſſe in ſuperficieb. uiſarũ rerũ. Et iã declaratũ eſt [18 n] quòd formæ uenientes ſuper perpẽdiculares, ordinãtur in ſuperficie glacialis ſecundũ ſuũ eſſe, quoniã extẽduntur recte à ſuperficiebus rerũ uiſarũ ad ſuperficiẽ glacialis. Nulla ergo formarũ rerũ uiſarũ uenientiũ ad ſuperficiẽ glacialis ordinatur in ſuperficie glacialis ſecundũ ſuũ eſſe, quod habent in ſuperficiebus rerũ uiſarum, niſi formæ extenſæ ſuper uerticationes perpẽdiculariũ tãtùm. Si ergo ſenſus uiſus rerũ uiſarũ ſit ex formis uenientib. ad ipſum ex ſuperficiebus rerũ uiſarũ, nihil cõprehendet uiſus ex formis rerũ uiſarũ peruenientibus ad ipſum, niſi ex uerticationibus, quarũ extremitates cõcurrunt apud centrũ uiſus tãtùm: quoniã uiſus nihil cõprehendit ex formis rerum uiſarum, niſi ordinatum ſecundum ſuum eſſe in ſuperficiebus rerum uiſarum.

20. Oculus & ſphæra cryſtallina habent idem centrum. 7 p 3. Idem 12 n.

ET iterũ ſi centrũ uiſus nõ eſt centrũ ſuperficiei glacialis: lineæ rectæ, quę exeunt à cẽtro ſuperficiei uiſus, & extẽduntur in foramine uueæ, & perueniũt ad res uiſas, nõ erũt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis, ſed declinãtes ſuper ipſam: neq; ſitus earũ ſuper ſuperficiẽ glacialis erũt ſitus cõſimiles, niſi una linea tantũ, ſcilicet, quæ tranſit per duo cẽtra. Formas ergo uenientes à ſuperficieb. rerũ uiſarũ ad ſuperficiẽ glacialis, nõ poteſt ſentire glacialis, niſi ex uerticationib. iſtarũ linearũ tãtùm, ſcilicet quę ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ uiſus, quę eſt ſuperficies corneę: quoniã formę, quę ſunt ſuper iſtas ppẽdiculares, tãtùm ſunt ordinatę in ſuperficie glacialis ſecundũ ordinationẽ earũ in ſuperficieb. rerũ uiſarũ. Si ergo glacialis cõprehẽdit res uiſas ex formis uenientib. ad ſe, & nõ cõprehendit formã, niſi ex uerticationibus iſtarũ linearũ, & iſtę lineę nõ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ eius: cõprehendet tũc formas ex uerticationibus, quarũ ſitus à ſuperficie ſua ſunt diuerſi ſitus, & declinãtes ſuper ſuã ſuperficiẽ, & cõprehẽdet formas ex uerticationibus diuerſorũ ſituũ declinãtibus, & cõprehẽdet oẽs formas refractas ex uerticationib. diuerſorũ ſituũ apud ſuã ſuperficiẽ. Et ſi cõprehendit oẽs formas refractas ex uerticationib. diuerſorũ ſituũ, nihil diſtinguetur ab eo ex rebus uiſis, propter hoc, quod declaratũ fuit ſuperius. Et cũ nõ ſit poſſibile, ut cõprehẽdat formas refractas ex uerticationib. diuerſorũ ſituũ, nõ eſt poſsibile, ut cõprehendat formas rerũ uiſarũ ex uerticationib. linearũ, quę ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ uiſus, niſi quãdo lineæ fuerint perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ eius, & fuerint ſitus eorũ in ſuperficie cõſimiles: & iſtę lineę nõ erũt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ ſuã, niſi quãdo cẽtrũ ſuę ſuperficiei, & cẽtrũ ſuperficiei uiſus fuerint idẽ pũctũ. Si ergo ſenſus uiſus rerũ uiſarũ eſt ex formis ueniẽtib. ad ipſum ex coloribus rerũ uiſarũ, & lucibus earũ, & hoc diſtinctè: oportet, ut centrũ ſuperficiei uiſus & centrũ ſuperficiei glacialis ſit unũ punctũ cõmune, & nihil cõprehẽdat uiſus ex formis rerũ uiſarũ, niſi ex uerticationib. rectarũ linearũ, quarũ extremitates cõcurrũt apud unũ & idẽ pũctũ tãtùm. Et nõ eſt impoſsibile, ut duo cẽtra ſint idẽ: quoniã declaratũ eſt, [6.8 n] quòd duo cẽtra ſunt ex poſteriori cẽtro uueę, & ſuper unã lineã rectã trãſeuntẽ per omnia cẽtra. Et quoniã nõ eſt impoſsibile, ut duo cẽtra ſint idẽ, & ut lineæ rectæ, quæ exeunt à cẽtris, ſint perpẽdiculares ſuper duas ſuperficies, ſcilicet ſuperficiẽ glacialis, & ſuperficiẽ uiſus: nõ eſt etiã impoſsibile, ut ſit cõprehẽſio uiſus rerũ uiſarũ ex formis uenientib. ad ipſum, lucis & coloris, quæ ſunt in ſuperficie rerũ uiſarũ, cũ cõprehenſio formarum iſtarũ ſit ex uerticationibus perpendicularium tantùm. Et illud eſt, ut natura uiſus recipiat ea, quæ ueniunt ad ſe, ex formis rerum uiſarũ: & etiam ut ſit natura uiſus inſuper appropriata, ut non recipiat ea, quæ ueniunt ad ſe ex formis, niſi ex proprijs uerticationibus, non ex omnibus uerti-

bus uerticationibus: & ſunt uerticationes linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uiſus tantùm. Et iſtæ lineæ appropinquantur in centro, quia ſunt diametri eius uiſus ſcilicet, & perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus ſentientis. Et ſic erit ſenſus ex formis uenientibus ex rebus uiſis, & erunt iſtæ lineæ quaſi inſtrumentũ uiſus, per quod diſtinguẽtur à uiſu res uiſæ, & per quod ordinabuntur à uiſu partes cuiuslibet rerum uiſarum. Et quòd eſſe uiſus appropriatur aliquibus uerticationibus tantùm, habet ſimilia in rebus naturalibus. Quoniam lux oritur ex corporibus luminoſis, & extenditur ſuper uerticationes rectas tantùm, & non extenditur ſuper lineas arcuales aut tortuoſas. Et corpora ponderoſa mouentur ad inferius motu naturali ſuper lineas rectas: non ſuper lineas curuas, aut arcuales, aut tortuoſas: nec tamen mouebuntur ſuper omnes lineas rectas, quæ ſunt inter ea & ſuperficiem terræ, ſed ſuper lineas rectas proprias, quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem terræ & diametrũ eius. Et corpora cœleſtia mouẽtur ſuper lineas ſphæricas, & non ſuper lineas rectas, neq; ſuper lineas diuerſi ordinis. Et cum fuerimus intuiti motus naturales, inueniemus, quòd quilibet eorum eſt appropriatus aliquibus uerticationibus tantùm. Nõ eſt ergo impoſsibile, ut ſit uiſus appropriatus in receptione operationum lucis & coloris aliquibus uerticationibus rectis, quæ concurrunt apud eius centrum tantùm, & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem eius. Comprehenſio autem uiſus de rebus uiſis ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uiſus, eſt conceſſa à mathematicis, & nulla diuerſitas eſt inter eos in hoc: & iſtæ lineæ uocantur ab eis lineæ radiales. Et cum hoc ſit poſsibile, & formæ lucis & coloris ueniant ad uiſum, & pertranſeant per diaphanitatem tunicarum uiſus, & uiſio non compleatur ex receptione iſtarum formarum, niſi quando uiſus receperit ipſas ex uerticationibus tantùm: uiſus ergo non comprehendit luces & colores rerum uiſarum, niſi ex formis uenientibus ad ipſum ex ſuperficiebus rerum uiſarum, & non comprehendit iſtas formas, niſi ex uerticationibus linearum rectarum, quarum extremitates concurrunt apud centrum uiſus tantùm. Aggregemus ergo modò ea, quæ poſſunt aggregari ex omni, quod diximus, & dicamus: quod uiſus ſentit lucem & colores, qui ſunt in ſuperficie rei uiſę, ex forma extenſa, & ex luce, & colore, qui ſunt in ſuperficie rei uiſę per corpus diaphanũ, quod eſt medium inter uiſum & rem uiſam. Et nihil comprehendit uiſus ex formis rerum uiſarum, niſi ex uerticationibus linearum extenſarũ inter rem uiſam & centrum uiſus tantùm. Et declaratum eſt, quòd hoc ſit poſsibile.

21. Viſibile uiſui oppoſitum uidetur. 2 p 3.

NOs uerò modò exponemus quęſtionem, quare fiat uiſio ſecundum modum hunc, dicendo, quòd uiſio nõ poteſt eſſe niſi ſecundum hunc modum. Quoniam uiſus quando ſenſerit rem uiſam, poſtquam non ſentiebat ipſam, aliquid accidit ei, quod nõ erat prius: & nihil accidet, poſtquam non erat prius, niſi per aliquam cauſam. Et inuenimus, quòd uiſus quando fuerit oppoſitus rei uiſæ, ſentiet ipſam, & cũ auferetur ab eius oppoſitione, non ſentiet ipſam, & cum reuertetur ad oppoſitionem, reuertetur uiſus. Et ſimiliter inuenimus, quando uiſus ſenſerit rem uiſam, deinde clauſerit palpebras, quòd ſenſus deſtruitur, & cum aperit palpebras, & res uiſa fuerit in oppoſitione, reuertitur ſenſus. Sed cauſſa eſt illud, quòd quando deſtruitur cauſſa, deſtruitur cauſſatum, & quando reuertitur cauſſa, reuertitur cauſſatum. Cauſſa ergo, quę facit contingere rem illam in uiſu, eſt res uiſa, quando opponitur uiſui. Viſus ergo non ſentit rem uiſam, niſi propter illud, quod facit res uiſas contingere in uiſu, quando ſcilicet opponuntur uiſui.

22. Viſibile per medium perſpicuum uidetur. 13 p 3.

ET iterum uiſus non comprehendit rem uiſam, niſi quando corpus, quod eſt medium inter ea, fuerit diaphanũ. Nam comprehenſio uiſus de re uiſa ex poſteriori aeris, qui eſt medius inter eos, non eſt propter humiditatem aeris, ſed propter diaphanitatẽ eius. Quoniam ſi medium fuerit inter uiſum & rem uiſam aliquis lapis, aut aliud corpus diaphanũ quodcunq; comprehendet tunc uiſus rem uiſam, & erit comprehenſio ſecundum diaphanitatẽ corporis mediantis: & quantò corpus mediũ fuerit magis diaphanũ, tantò erit ſenſus uiſus de re illa manifeſtior. Et ſimiliter quando fuerit inter uiſum & rem uiſam aqua clara diaphana, comprehendet uiſus rem uiſam à poſteriori aquæ: & ſi illa aqua fuerit tincta aliqua tinctura forti, ita ut deſtruatur diaphanitas, quamuis remaneat in ea humiditas, tunc uiſus non comprehendet illam rem uiſam, quæ eſt in aqua. Declarabitur ergo ex iſtis diſpoſitionibus, quòd uiſio non completur, niſi per diaphanitatem corporis medij, & non per humiditatẽ. Illud ergo quod res uiſa operatur in uiſum apud ſuam oppoſitionẽ contra illũ, ex quo eſt ſenſus, non cõpletur niſi per diaphanitatẽ corporis medij inter uiſum & rem uiſam. Lux ergo & color rei uiſæ non cõprehendetur à uiſu, niſi ex aliquo, quod ſit ex illa luce & colore in uiſu: & illud non accidit ex luce & colore in uiſu, niſi quando corpus medium inter uiſum & rem uiſam fuerit diaphanum. Diaphanitas aũt non appropriatur alicui ex eis, quæ pendent ex luce & colore, quo diuerſificetur à nõ diaphanitate, niſi quia forma lucis & coloris pertranſit per diaphanũ, & non pertranſit per non diaphanũ: & quia corpus diaphanum recipit formam lucis & coloris, & reddit ipſam partibus oppoſitis luci & colori, corpus aũt nõ diaphanũ nõ habet iſtam proprietatẽ. Et quia uiſus non ſentit lucem & colorem, quæ ſunt in re uiſa, niſi ex aliquo cõtingente ex luce & colore in uiſu, & illud non contingit in uiſu, niſi quando corpus medium inter uiſum & rem uiſam fuerit diaphanum: & corpus diaphanum nulli appropriatur, quo diſtinguatur à corpore nõ diaphano ex eis,

quę pendent à luce & colore, niſi per receptionẽ formarum colorum, & redditionẽ eorum ad partes oppoſitas: & declaratũ eſt, 19 n] quòd quando uiſus fuerit oppoſitus rei uiſę, formę lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, reddentur uiſui, & perueniẽt in ſuperficiem ſentientis: uiſus ergo non ſentit lucem & colorem rei uiſę, niſi ex forma extenſa per corpus diaphanum inter rem uiſam & uiſum, & ex re, quam facit contingere res uiſa in uiſu, dum opponitur illi, mediante corpore diaphano.

23. Viſio non fit radijs à uiſu emiſſis. 5 p 3.

ET licet nobis dicere, quòd corpus diaphanũ recipit à uiſu aliquid, & reddit ipſum rei uiſæ, & per continuationẽ iſtius rei uiſæ inter uiſum & rem uiſam, euenit ſenſus. Et hæc eſt opinio ponentiũ radios exire à uiſu. Ponatur ergo quòd ita ſit, quòd radij exeant à uiſu, & pertranſeant per corpus diaphanum peruenientes ad rem uiſam, & per iſtos radios fiat ſenſus. Et cum ita fiat ſenſus, quæro an per iſtos radios reddatur uiſui aliquid, aut nõ reddatur? Si uerò ſenſus fiat per radios, & non reddant uiſui aliquid, uiſus non ſentiet: ſed uiſus ſentit rem uiſam, & non ſentit, niſi mediantibus radijs: iſti ergo radij, qui ſentiũt rem uiſam, reddunt uiſui aliquid, per quod uiſus ſentit rem uiſam. Et cum radij reddant uiſui aliquid, per quod ſentit rem uiſam, uiſus non ſentiet lucem & colorem, quæ ſunt in re uiſa, niſi ex aliquo ueniente à luce & colore, quæ ſunt in re uiſa ad uiſum, & radij reddunt illa. Secundum ergo omnes diſpoſitiones non erit uiſus, niſi per aduentum alicuius rei uiſæ à re uiſa, ſiue exierint radij, ſiue non. Et iam declaratum eſt, 22 n] quòd uiſio non completur, niſi per diaphanitatem corporis medij inter uiſum & rem uiſam, & nõ completur, quando fuerit mediũ inter ea corpus non diaphanũ. Et eſt manifeſtum, quòd corpus diaphanum à nõ diaphano in nullo diſtinguitur, niſi ſecundum modum prædictum. Et cum ita ſit, ut diximus, & ſit declaratum, quòd formæ lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, peruenĩãt ad uiſum, quando fuerint oppoſitæ uiſui. Illud ergo, quod uenit ex re uiſa ad uiſum, per quod uiſus comprehendit lucem & colores, quæ ſunt in re uiſa ſecundum omnem diſpoſitionẽ, non eſt niſi iſta forma, ſiue exeant radij, ſiue non. Et iam declaratũ eſt [14. 18 n] quòd formæ lucis & coloris ſemper generentur in aere, & in omnibus corporibus diaphanis, & ſemper extendantur in aere, & in corporibus diaphanis ad partes oppoſitas, ſiue oculus fuerit præſens, ſiue non. Exitus ergo radiorũ eſt ſuperfluus & otioſus. Viſus ergo non ſentit lucẽ & colorẽ rei uiſæ, niſi ex forma ueniente à luce & colore, quæ ſunt in re uiſa. Et declaratũ eſt [19 n] quòd forma cuiuslibet puncti rei uiſæ, oppoſiti uiſui, peruenit ad uiſum ſecundũ uerticationes multas diuerſas, & quòd uiſus non poteſt apprehendere formã rei uiſæ ſecundũ ſuam ordinationẽ in ſuperficie rei uiſæ, niſi quando receptio formarũ fuerit ex uerticationibus linearũ rectarum, quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, & ſuper ſuperficiem mẽbri ſentientis, & quòd lineæ rectæ perpendiculares nõ erunt ſuper iſtas ſuperficies, niſi quando centrũ iſtarum ſuperficierũ fuerit unũ punctũ. Et cum hoc totum ſit, ſicut dictũ eſt: oportet, ut centrũ ſuperficiei glacialis & centrũ ſuperficiei uiſus ſint unum punctũ. Viſus ergo nihil poteſt cõprehendere ex formis rerũ uiſarũ, niſi ex uerticationibus linearũ rectarum, quarũ extremitates concurrunt apud hoc centrũ tantùm. Et hoc eſt, quod promiſimus antè declarare in hoc capitulo in præcedente ſermone [12 n] de forma uiſus: ſcilicet quòd centrũ glacialis & centrũ ſuperficiei uiſus ſunt idem punctũ commune. Et cum hoc declaratũ ſit, remanet ergo modò conſiderare opinionem ponentiũ radios exire à uiſu, & declarare quid in ea falſum, & quid uerũ. Dicamus ergo, ſi uiſio ſit ex re exeunte ex uiſu ad rem uiſam: iſta res aut eſt corpus, aut nõ corpus: Si eſt corpus, quando aſpexerimus cœlũ, & uiderimus ſtellas, quę ſunt in eo, oportet, quòd in illa hora exeat à uiſu noſtro corpus, & impleat illud, quod eſt inter cœlũ & terrã, & quòd nihil diminuatur à uiſu: & hoc eſt falſum. Viſio ergo nõ eſt per corpus exiens à uiſu ad rem uiſam. Et ſi illud, quod exit à uiſu, nõ eſt corpus, illud nõ ſentiet rem uiſam: ſenſus enim nõ eſt, niſi in corporibus. Nihil ergo exit à uiſu ad rem uiſam, ſentiens rem illã. Et manifeſtũ eſt, quòd uiſio eſt per uiſum: & cũ hoc ſit, & uiſus nõ cõprehendat rem uiſam, niſi quando exit ab eo ad rem uiſam, & illud quod exit, nõ ſentit rem illam uiſam. Illud ergo quod exit à uiſu ad rem uiſam, nõ reddit ad uiſum aliquid, quo uiſus cõprehendat rem uiſam. Et hoc quod exit à uiſu, nõ eſt ſenſibile, ſed opinabile, & nihil debet putari niſi per rationẽ. Ponentes aũt radios exire à uiſu, opinãtur hoc, quod illi inuenerũt: quòd uiſus cõprehendit rem uiſam, & inter illa eſt ſpatiũ, & magnũ eſt hominibus, quòd ſenſus non eſt, niſi per contactũ. Quare illi opinati ſunt, quòd uiſio nõ ſit, niſi per aliquid exiens à uiſu ad rem uiſam, ita ut illud exiens ſentiat rem in ſuo loco, aut accipiat aliquid à re uiſa, & reddat ipſum uiſui, & tunc ſentiat illud uiſus. Et quia non poteſt exire à uiſu corpus ſentiẽs rem uiſam, & nihil ſentit rem uiſam niſi corpus: nõ remanſit opinari, niſi ut illud, quod à uiſu exit ad rem uiſam, recipiat à uiſo aliquid, & reddat ipſum uiſui. Et quia declaratũ eſt [14. 18. 19 n] quòd aer, & corpora diaphana recipiũt formã rei uiſæ, & reddunt ipſam uiſui, & omni corpori oppoſito rei uiſæ: tunc illud, quod opinãtur, quod reddit uiſui aliquid ex re uiſa, nõ eſt, niſi aer & corpora diaphana inter uiſum & rem uiſam. Et cum aer & corpora diaphana reddũt uiſui aliquid ex re uiſa, in quolibet tẽpore reddunt, & ſecundũ omnes diſpoſitiones, quando uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, ſine indigẽtia alicuius rei exeuntis à uiſu. Ratio ergo quæ induxit ponentes radios ad dicendũ radios eſſe, eſt ſuperflua: quoniã illud, quod induxit eos ad dicendũ, quòd radij eſſent, eſt illorũ opinio: quia uiſio non poteſt cõpleri, niſi per aliquid extenſum inter uiſum & rem uiſam, quod reddat uiſui aliquid ex re uiſa. Et cum aer & corpora diaphana faciant hoc ſine indigentia alicuius rei exeuntis à uiſu, & ſint inſuper extenſa inter uiſum & rem uiſam ſine indigentia: tunc ad ponendũ aliam rem reddentẽ aliquid uiſui de re uiſa, nulla eſt

opinio.

opinio. Dicere ergo esse radios, est nihil. Et etiá omnes mathematici dicétes esse radios, nó utuntur in demonstrationibus, nisi lineis imaginarijs tantùm, & uocant ipsas lineas radiales. Et iam declara uimus nos, quòd uisus nihil cóprehendit ex rebus uisis, nisi ex uerticatióibus istarũ linearũ tantùm. Opinio ergo opinantiũ, quòd lineæ radiales sint imaginariæ, est opinio uera: & opinio opinantium, quod aliquid exit à uisu, est opinio falsa. Iam ergo declaratũ est ex omnibus, quę diximus, quòd uisus nó sentit lucẽ & coloré, quę sunt in superficie rei uisæ, nisi per formá extensam à superficie rei uisę ad uisum per corpus diaphanũ mediũ inter uisum & rem uisam: & quòd uisus nihil cóprehendit ex formis, nisi ex uerticationibus linearũ rectarũ, quæ intelliguntur extensæ inter rem uisam & centrũ uisus tantùm, quę sunt perpendiculares super omnes superficies tunicarũ uisus. Et hoc est quod uolumus declarare. Ista est ergo qualitas uisionis generaliter, quod uisus nó cóprehendit ex re uisa, sensu spoliato, nisi lucẽ & coloré, quę sunt in re uisa, tantũ. Res aũt residuę, quas cóprehẽdit uisus ex rebus uisis, sicut figurá, & magnitudiné, & similia, nó cóprehenduntur à uisu, sensu spoliato, sed per rationẽ & signa. Et hoc declarabimus nos post in secundo tractatu post declarationẽ completam apud sermonem nostrum de distinctione rerum uisibilium, quas comprehendit uisus. Et hoc, quod declarauimus scilicet qualitatem uisionis, est conueniens opinioni ueritũcantium mathesin & naturam.

24. Visio uidetur fieri per συνάυγειαν, id est receptos simul & emissos radios.

ET declaratũ est ex hoc, quòd duæ sectæ dicant uerũ: & quòd duæ opiniones sint rectæ & cõuenientes: sed non completur altera earũ, nisi per alterá, neq; potest esse uisio, nisi per illud, quod aggregatur ex duabus sectis. Sensus ergo nó est, nisi ex forma & ex operatiõe formę in uisum, & ex passione uisus à forma: & uisus est paratus ad patiendũ ex ista forma secundũ situm proprium, scilicet situm uerticationũ perpendiculariũ super suam superficiem. Natura aũt uisus non congruit istì proprietati, nisi quia nó distinguuntur uisibilia, neq; ordinantur partes cuiuslibet eorũ apud uisum, nisi quãdo sensus eius fuerit ex uerticationibus istis tãtum. Lineæ ergo radiales sunt lineæ imaginabiles, & figuratur per eas qualitas situs, super quá patitur uisus ex forma. Et iam declaratum est [19 n] quod quando uisus oppositus fuerit rei uisæ, figurabitur inter rem uisam & centrũ uisus pyramis, cuius uertex erit centrũ uisus, & basis eius superficies rei uisæ, & erit inter quodlibet punctũ superficiei rei uisæ, & inter centrũ uisus linea recta, intellecta perpendiculariter super superficies tunicarũ uisus: & sic pyramis cõtinebit omnes istas lineas, & superficies glacialis secabit istá pyramidẽ: quoniá centrũ uisus, quod est uertex pyramidis, est à posteriori superficiei glacialis. Et cũ aer, qui est inter uisum & rem uisam, fuerit continuus, erit forma extensa ab illa re uisa secundũ uerticationẽ illius pyramidis in aere, quá distinguit ipsa pyramis, & in tunicis uisus diaphanis usq; ad partẽ superficiei glacialis, quę distinguitur per istá pyramidẽ: & ista pyramis cõtinebit omnes uerticationes, quę sunt inter uisum & rem uisam, ex quib. cõprehendit uisus formá rei uisę: & erit forma ordinata, sicut est ordinata in superficie rei uisæ, & in parte ista superficiei glacialis: & iam declaratũ est, [16 n] quòd sensus nó est, nisi per glacialẽ. Sensus ergo uisus ex luce & colore, quę sunt in superficie rei uisæ, non est nisi ex parte glacialis, quam distinguit pyramis figurata inter illam rem uisam & centrum uisus.

25. Visio perficitur, cũ forma uisibilis crystallino humore recepta, in nerũ opticum peruenerit. 20 p 3.

ET iam declaratũ est, [4 n] quòd in isto humore est aliquãtula diaphanitas, & aliquantula spissitudo: & propter hoc assimilatur glaciei. Quia ergo in eo est aliquantulũ diaphanitatis, recipit formas: & hæ pertranseũt in eo, cũ eo, quod est ex eo de diaphanitate: & quia in eo est aliquantulum spissitudinis, prohibet formas à trãsitu in eo, cũ eo, quod est ex eo de spissitudine: & figuntur formæ in eius superficie & corpore, sed debiliter. Et similiter est quodlibet corpus diaphanũ, in quo est aliquid spissitudinis, quando super ipsum oritur lux, pertransibit in eo secundũ quod est in eo de diaphanitate, & figetur lux in superficie eius secundũ id, quod est in eo de spissitudine. Et etiá glacialis est præparatus ad recipiendũ istas formas, & ad sentiendũ ipsas. Formæ ergo pertranseunt in eo propter uirtutẽ sensibilem recipientem. Et cum forma peruenerit in superficiem glacialis, operatur in ea, & glacialis patitur ex ea: quoniá ex proprietate lucis est, ut operetur in uisum, & ex proprietate uisus, ut patiatur à luce. Et ista operatio, quam operatur lux in glaciali, pertransit corpus glacialis secundum rectitudinem linearũ radialium tantùm: quoniam glacialis est præparatus ad recipiendũ formas lucis ex uerticationibus linearum radialiũ. Et cum lux pertransit in corpus glacialis, color pertransit cum ea: color enim est permixtus luci, & glacialis recipit istam operationẽ, & istum pertransitum: & ex ista operatione & passione erit sensus glacialis ex formis rerum uisibiliũ, quæ sunt in superficie sua, & pertranseunt per totum suum corpus: & ex ordinatione partium formæ in sua superficie & suo toto corpore, erit sensus eius ex ordinatione partium operantis.

26. Visio est ex eorum numero, quæ dolorem faciunt. 16 p 3.

ET ista operatio, quã operatur lux in glacialem, est ex genere doloris, cum quidam dolores sint passibiles, & nó lædit ur membrũ propter eos: & tales dolores nó manifestantur sensui, neq; iudicat dolens, quod sit dolor. Et significatio super hoc est, quòd lux inducit doloré: quia luces fortes offendũt uisum, & lædunt manifestè, sicut lux solis, quando aspiciẽs aspexerit corpus ipsius, & sicut lux solis reflexa à corporibus tersis ad uisum, quoniá istæ luces inducũt dolores manifestos in uisũ. Et operatio omnis lucis in uisum est ex eodẽ genere, & nó diuersificatur, nisi secundũ magis

& minus: & cum omnes sint ex uno genere, & operatio fortiorũ luciũ est ex genere doloris: omnes ergo operationes luciũ sunt ex genere doloris: & non diuersificantur, nisi secundũ magis & minus: & propter leuitatẽ operationũ luciũ debilũ temperatarũ in uisum, latet sensum eas inducere dolorem. Sensus ergo glacialis ex operatione lucis est de genere sensibilis doloros. Deinde iste sensus, qui cadit in glacialẽ, extenditur in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, & illic est ultimus sensus, & sentiens ultimũ, quod est uirtus sensitiua, quę est in anteriore cerebri. Et ista uirtus cõprehendit sensibilia: uisus aũt nõ est, nisi quoddam instrumentũ istius uirtutis: quoniã uisus recipit formas rerum uisarum, & reddit eas sentienti ultimo, & sentiens ultimũ comprehendit istas formas, & comprehendit ex eis res uisibiles, quę sunt in eis. Et illa forma in superficie glacialis extenditur in corpore glacialis: deinde in corpus subtile, quod est in concauo nerui, quousq; perueniat ad neruum communem, & apud peruentum formæ apud neruum communem completur uisio, & ex forma ueniente in neruum communem, comprehendet ultimum sentiens formas rerum uisarum.

27. Vtrq; uisu una uisibilis forma plerunq; uidetur. 28 p 3.

ET aspiciens cõprehendet res uisas duobus oculis, & sic oportet, ut forma rei uisę perueniat ad utrunq; uisum: quare peruenient ad uisum ab una re uisa duæ formę, cũ aspiciens comprehendat unam rem uisam. Et hoc est, quia duæ formæ, quæ perueniunt ad duos uisus ex uno uiso, quando perueniunt ad neruum cõmunem, concurrunt, & superponitur una alij, & efficitur una forma, & ex illa forma adunata ex duabus formis comprehendit ultimũ sentiens formam illius uisi. Et significatio super hoc est, quod duæ formæ, quæ perueniũt ad duos oculos ab uno uiso, ordinantur & efficiuntur una forma, antequam cõprehendat ipsas ultimum sentiens. Quòd aũt ultimũ sentiens non cõprehendat formã, nisi post adunationẽ duarum formarũ: est: quòd quando aspiciens mutauerit situ oculi unius, & alius fuerit immotus, & motus unius oculi mutati secundũ situm, fuerit ad anterius, uidebit de re una opposita duas, & si aperuerit unũ oculum, & cooperuerit alterũ, nõ uidebit nisi unum. Si ergo sentiens comprehenderet unũ, quia unum, deberet ipsum cõprehendere semper unum: & si uenirent ad ipsum semper duæ formæ ab uno uiso, cõprehenderet semper unum uisum, duo. Et cum uti nũ sentiens non comprehendat uisum, nisi ex forma ueniente ad ipsum, & aliquando comprehendat unã rem uisam, duas, & aliquando unam: est signũ, quòd id, quod uenit ad ipsum, quando comprehendit ipsum duo, est forma duplex: & quando cõprehendit unã rem uisam, unam, quod uenit ad ipsum, est forma una. Et cum in utraq; dispositione perueniunt ab uno uiso ad duos oculos duæ formæ: & illud, quod redditur ultimo sentienti, aliquando est duplex forma, aliquando una: & forma, quæ redditur ultimo sentienti, non redditur nisi a uisu: tunc illud, quod redditur ultimo sentienti ex duabus formis, quæ perueniunt ad duos oculos ab uno uiso, quando cõprehenderit ipsum unum, est una forma. Et cum ita sit, duæ ergo formæ prædictæ extenduntur à duobus oculis, & concurrunt, antequam comprehendat ipsas ultimũ sentiens, & post cõcursum inter se, comprehendet sentiens ultimã formam adunatam ex eis. Et duæ formæ, quæ perueniũt ad duos oculos ab uno uiso, quando ultimũ sentiens comprehendit ipsum duo, extenduntur à duobus oculis, & nõ concurrunt, & perueniunt ad ultimũ sentiens, & sunt duæ formæ. Et comprehensio unius uisi, quod apparet aliquando unu, aliquando duo, significat quòd uisio non est per oculum solummodo: quoniam si ita esset apud comprehensionẽ uisi, quod unũ apparet, comprehenderent duo oculi ex duabus formis perueni entibus ad eos, unam & eandem formã. Et si ita esset, cõprehenderent semper ex duabus formis unam formã. Et cum unum uisum cõprehendatur aliquando unum, aliquando duo, & in utraq; dispositione sint in duobus oculis duæ formę: significatur, quòd illic est aliud sentiens, præter duos oculos, ad quod perueniunt ab uno uiso, quando cõprehenduntur per unũ, duę formę unũ, & apud quod cõprehenduntur duæ formæ, quando cõprehenduntur, duę: & quòd sensus non cõpletur, nisi per illud sentiens tantùm, non per oculũ tantùm. Et etiã sensus non extenditur à membris ad ultimũ sentiens, nisi in neruis continuatis membris & cerebro. Duæ ergo formæ extenduntur ab oculo in neruo extenso inter oculum & cerebrũ, quousq; perueniant ad ultimũ sentiens. Istæ ergo duæ formæ extenduntur à duobus oculis, & concurrunt in loco concursus duorũ neruorũ. Et significatio manifesta, quòd formæ rerum uisarũ extenduntur in concauo nerui, & peruenũt ad ultimum sentiens, & post peruentũ compleatur uisio: est: quòd quando fuerit oppilatio in isto neruo, destruitur uisio, & quãdo destruitur oppilatio, reuertitur uisio. Et ars medicinalis testatur hoc. Quare uerò aliquando concurrant duæ formæ, aliquando non: est: quia quando situs duorũ oculorum fuerit naturalis, erit situs eorũ ab uno uiso situs consimilis: & sic perueniet forma unius uisi in duo loca consimilis situs: & cum fuerit declinãs situs unius oculi, diuersabitur situs oculorũ ab illo uiso: & sic perue nient duæ formæ illius uisi diuersi situs. Et iam prædictũ est in forma oculi, [4 n] quòd situs nerui cõmunis à duobus oculis, est situs consimilis: & sic erit situs duorum locorũ consimilis, situs à duobus oculis ab eodem loco nerui cõmunis situs consimilis & ex duobus neruis concauis fit unus, in quo uniuntur duæ formæ uisus. Et licet dicere, quòd formę uenientes ad oculũ, non perueniunt ad neruũ cõmunem, sed sensus extenditur ab oculo ad neruũ cõmunẽ, sicut extenditur sensus doloris & tactus, & tũc cõprehendit ultimũ sentiẽs illud sensibile. Et nos dicemus, quòd sensus ipse ueniens ad oculum, peruenit ad neruum cõmunem omnino, tamen sensus, qui peruenit ad oculum, non est sensus doloris tantùm, sed est sensus operationis de genere doloris, & est sensus lucis & coloris, & sensus ordinationis partiũ uisi. Sensus aũt diuersitatis coloris & ordinationis partiũ uisi

non eſt in genere doloris. Et nos declarabimus pòſt, quomodo erit ſenſus uiſus ex omnibus rebus iſtis. Senſus ergo perueniens in neruum communem eſt ſenſus lucis, & coloris & ordinationis, & illud, à quo comprehendit ſentiens ultimum lucem & colorem, eſt aliqua forma.

28. Corpora perſpicua nata atq; apta ſunt ad recipiendum reddendumq; obiectis corporibus lucem & colorem, abſq; ulla ſui mutatione. 4 p 2.

ET remanet modò explicare quæſtionẽ, quæ eſt. Quoniam formę lucis & coloris extenduntur in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniunt ad uiſum: & aer & corpora diaphana recipiunt omnes colores: & formæ cuiuslibet lucis, quæ ſunt præſentes in eodẽ tempore, extenduntur in eodem tẽpore, & in eodẽ aere, & perueniunt ad uiſum, & pertranſeunt diaphanitatẽ tunicarum uiſus: quare oportet, ut admiſceantur iſti colores & lux in aere, & in corporibus diaphanis, & perueniant ad uiſum mixta omnia. Et ſic non diſtinguuntur à uiſu colores rerũ uiſarũ. Et ſi ita eſt: Senſus ergo uiſus non poteſt eſſe ex iſtis formis. Dicamus ergo quòd corpora diaphana non immutantur à coloribus, neq; alterantur ab eis alteratiõe fixa, ſed proprietas coloris & lucis eſt, ut formæ eorum extendantur ſecundum uerticationes rectas: & ex proprietate eſt corporis diaphani, ut non prohibeat formas lucis & coloris tranſire per ſuam diaphanitatem: & illud non recipit formas, niſi receptione ad reddendum, non receptione ad alterandum. Et declaratum eſt [14.18 n] quòd formæ lucis & coloris non extenduntur in aere, niſi ſecundum lineas rectas. Formæ ergo lucis & coloris, quæ ſunt in corporibus præſentibus ſimul in eodem aere, extenduntur ſecundum lineas rectas, & erunt illæ lineæ, ſuper quas extenduntur formæ diuerſæ, quædam æquidiſtantes, & quædam ſecantes ſe, & quædam diuerſi ſitus: & quælibet uerticatio earum eſt diſtincta per corpus, a quo extenditur forma ſuper illam uerticationem. Formarum ergo extenſarum à corporibus diuerſis in eodem aere, quælibet extenditur ſuper ſuam uerticationem, & pertranſit ad formas oppoſitas.

29. Lux & color per corpora perſpicua diſtincte penetrant. 5 p 2.

ET ſignificatio, quòd luces & colores nõ permiſceantur in aere, neq; in corporibus diaphanis: eſt, quòd quando in uno loco fuerint multę candelæ in locis diuerſis & diſtinctis, & fuerint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurum, & fuerit in oppoſitione illius foraminis in obſcuro loco paries, aut corpus non diaphanum: luces illarum candelarum apparent ſuper corpus uel ſuper illũ parietẽ, diſtinctę ſecundum numerũ candelarum illarũ: & quælibet illarum apparet oppoſita uni candelę ſecundũ lineam tranſeuntẽ per foramẽ: & ſi cooperiatur una candela, deſtruetur lux oppoſita uni candelę tantùm: & ſi auferatur coopertoriũ, reuertetur lux. Et hoc poterit omni hora probari: quòd ſi luces admiſcerentur cũ aere, admiſcerentur cũ aere foraminis, & deberent tranſire admixtæ, & nõ diſtinguerentur poſtea. Et nos nõ inuenimus ita. Luces ergo non admiſcẽtur in aere, ſed quælibet illarũ extenditur ſuper uerticationes rectas: & illę uerticatiões ſunt æquidiſtãtes, & ſecãtes ſe, & diuerſi ſitus. Et forma cuiuslibet lucis extẽditur ſuper oẽs uerticatiões, quę poſſunt extendi in illo aere ab illa hora: neq; tamẽ admiſcentur in aere, nec aer tingitur per eas, ſed pertranſeunt per ipſius diaphanitatẽ tantùm, & aer non amittit ſuã formã. Et quod diximus de luce, & colore, & aere, intelligendũ eſt de omnib. corporibus diaphanis, & tunicis uiſus diaphanis.

30. Humor cryſtallinus lucem & colorẽ aliter recipit, quàm cætera perſpicua corpora. 22 p 3.

MEmbrum uerò ſentiens, ſcilicet glacialis, nõ recipit formã lucis & coloris, ſicut recipit aer, & alia diaphana nõ ſentientia, ſed ſecundũ modũ diuerſum ab illo modo: Quoniã iſtud membrum eſt præparatũ ad recipiendũ iſtam formã: recipit ergo iſtam, quatenus eſt ſentiens, & quatenus eſt diaphanũ. Et iam declaratũ eſt, [26 n] quòd paſsio eius ex iſta forma, eſt ex genere doloris. Qualitas ergo receptiõis eius ab iſta forma, eſt diuerſa à qualitate receptionis corporũ diaphanorum nõ ſentientiũ: Sed tamen iſtud membrũ cum ſua receptione ab iſta forma, quatenus eſt ſentiens, & cum ſua alteratione uel mutatione, nõ tingitur per iſtam formã illius tinctura, neq; remanẽt formæ coloris & lucis poſt receſſum eius à ſua oppoſitione, uel receſſu earũ. Et poteſt cõtradici huic ſermoni dicendo. Quoniã iam prædictũ eſt, [11 n] quòd colores fortes ſcintillantes, ſuper quos oriuntur luces fortes, operantur in oculũ, & remanent illarũ alterationes in uiſu poſt receſſum, & remanent formæ coloris in oculo tẽpore aliquanto, & quodcunq; cõprehendent uiſus poſt hoc, erit admixtum cũ illis coloribus. Et hoc eſt manifeſtũ, & non dubitatur. Quod cum ita ſit: uiſus ergo tingitur à colore & luce: & ſequitur quòd corpora diaphana tingantur à lucibus & coloribus. Et nos dicemus, reſpondendo ad hoc: quod hoc ipſum ſignificat, quòd uiſus nõ tingitur à colore & luce, neq; remanent in eo alterationes coloris & lucis: quoniã iſtæ alterationes, quas diximus, nõ accidũt niſi extranea fortitudine, ſcilicet fortitudine lucis & coloris. Et manifeſtũ eſt, quòd iſtę alterationes nõ remanent in uiſu, niſi modico tẽpore, & poſt auferuntur, & tunc debiles ſunt immutationes, nec remanet aliquid: Tunc ergo uiſus nõ tingitur ab iſtis alterationibus alteratione fixa, nec remanent in eo poſt receſſum. Et ex hoc declarabitur, quòd luces & colores operantur in uiſum, nec remanent eorũ alterationes poſt receſſum, niſi paruo tẽpore. Glacialis ergo alteratur à luce & coloribus tantùm, ut ſentiat, & deinde aufertur immutatio poſt receſſum. Alteratio ergo eius à luce & colore eſt neceſſaria, ſed natura nõ fixa. Et etiã uiſus eſt præparatus ad patiendũ colores & luces, & ad ſentiendum eos: neq; tamẽ remanet in eo alteratio. Et aer & corpora diaphana, & tunicæ uiſus diaphanæ anterioris glacialis nõ ſunt præparatæ ad patiendũ lucẽ & colorẽ, & ſentiendũ ea, ſed ad reddendũ

luces & colorés tantùm. Iam ergo declaratũ eſt, quòd uiſus nõ tingitur ex coloribus & formis lucis tinctura fixa: & declaratũ eſt, quòd formę lucis & coloris non admiſcẽtur in aere & corporibus diaphanis: & quòd uiſus multi cõprehendunt ipſos in aere, & in eodem tempore, & quilibet eorũ comprehendit ipſos ſecundum pyramidem, quæ diſtinguitur inter ipſos & centrum uiſus.

31. Colores uiſibilium in obiectis corporibus illuminantur, & obſcurantur præcipuè, prolucis qualitate & obiectorum corporum coloribus. Vide 3 n.

QVare uerò nõ appareant omnes formę omniũ corporũ uel colorũ ſuper omnia corpora oppoſita, ſed quædam appareant, quædã non: nõ eſt. niſi quando color fuerit fortis, & lux, quæ eſt in corpore, fuerit fortis, & lux, quę eſt in corpore, ſuper quod apparet forma coloris, debilis: & hoc pertinet ad uiſum: quoniã iſtę formę colorũ nõ oriuntur ſuper corpora oppoſita illis, niſi illuminẽtur, ſed ſuper corpora illuminata cũ quolibet lumine: quoniã formę lucis & coloris eius ſemper oriũtur ſuper omnia corpora oppoſita illis, quorũ remotio nõ eſt extranea, multa, fortis, lõga. In lucibus uerò hoc manifeſtatur. Quoniã, quãdo fuerit experimẽtatũ omne corpus illuminatũ quolibet lumine, ita quòd fuerit lux ualde debilis, & fuerit experimẽtatũ ſecũdũ modos, quos declarauimus, [2 n] ſcilicet, ut ſit poſitũ in tua oppoſitione corpus albũ, & illud corpus ſit in loco obſcuro, & fuerit inter corpus illuminatũ, & locũ illũ obſcurũ foramen ſtrictũ: inuenietur quòd ſuper illud corpus tũc apparebit lux, colores aũt nõ apparebũt, niſi ſecundũ modũ prędictũ: quoniã declaratũ eſt per inductionẽ, quòd formæ colorũ ſemper ſunt debiliores ipſis coloribus, & quãtò formæ fuerint remotiores à ſuo principio, tãtò erũt debiliores. Et declaratũ eſt [2 n] per inductionẽ, quòd fortes colores, quando fuerint in locis obſcuris, & fuerint luces, quæ ſunt ſuper ipſos, ualde debiles: iſti colores apparebunt obſcuri, & nõ diſtinguentur à uiſu: & quando fuerint in locis illuminatis, & fuerit lux, quę eſt ſuper ipſos, fortis: apparebunt colores, & diſtinguentur à uiſu. Et declaratũ eſt etiam per inductionẽ, quòd, quando lux fortis fuerit ſuper formas colorũ apparentes ſuper corpora oppoſita illis, latebunt uiſum, & nõ apparebunt, niſi quando lux fuerit remota. Et etiã declaratum eſt, quòd, quãdo lux fuerit fortis, & peruenerit ad uiſum, prohibebit ipſum ab apprehenſione rerũ uiſarũ non apparentium in ſe multum, & oppoſitarum illi tunc. Et etiam declaratum eſt, [3 n] quòd uiſus non comprehendit colores, niſi ex forma ueniente ad ipſum ex illo colore, & quòd comprehenſio ipſius erit ſecundum uerticationes proprias. Quando ergo inſpiciens aſpexerit corpus denſum, ſuper quod oriebatur forma coloris: non comprehendit illam formam, niſi ex ſecunda forma ueniente ad ipſum ex illa forma: & iſta forma ſecunda eſt debilior forma prima, quæ eſt ſuper illud corpus, & prima forma eſt debilior ipſo colore. Et uiſus non comprehendit illud corpus denſum, ſuper quod apparet forma, niſi quando in eo apparuerit aliqua lux, ſiue lux ueniens cum forma coloris ſuper ipſum orientis, ſiue illa lux cum alia. Forma ergo ſecunda, quæ uenit ad uiſum ex prima forma coloris: uenit ad ipſum cum forma lucis, quæ eſt in illo corpore denſo, & color illius corporis denſi, ſuper quod eſt iſta forma, comprehendetur à uiſu etiam in illa diſpoſitione. Forma ergo coloris uenit ad uiſum cum forma ſecunda ueniente ad ipſum ex forma coloris, quæ eſt ſuper ipſum: & forma coloris illius corporis, quæ uenit ad ipſum uiſum in illa diſpoſitione, eſt prima forma: uiſus autem non comprehendit illud, quod comprehendit, niſi ex uerticationibus proprijs: & uerticatio propria, quæ eſt inter ipſum & corpus denſum, ſecundum quod comprehendit formam illius corporis denſi, eſt eadem cum uerticatione ſua, ſecundum quam comprehendit formam ſecundam uenientem ex forma coloris orientis ſuper illud corpus: quoniam illa forma eſt in ſuperficie illius corporis. Viſus ergo eõprehendit ipſam ex uerticationibus, quæ ſunt inter ipſum & illud corpus: & ipſe comprehendit colorẽ ipſius ex uerticationibus, quę ſunt inter ipſum & illud corpus. Et ſimiliter comprehendit uiſus lucem, quæ eſt in illo corpore, ex illis eiſdem uerticationibus. Tres ergo formæ uenientes ex illo corpore ad uiſum, comprehenduntur à uiſu ex eadem uerticatione: & quidem admixtæ. Et formæ ſecundæ, quæ ueniunt ad uiſum ex forma coloris, quæ eſt ſuper corpus oppoſitum illi, comprehenduntur à uiſu ſemper admixtæ cum forma coloris illius corporis, & cum forma lucis eius. Viſus ergo comprehendit ex congregatione duorum colorum formam diuerſam à forma cuiuslibet eorum. Si ergo corpus, ſuper quod eſt forma, habuerit fortem colorem, erit forma eius, quæ uenit ad uiſum, fortis: & eſt prima forma, & eſt admixta cum ſecunda forma, quæ uenit ad ipſum ex forma coloris uenientis ſuper illud corpus: & iſta forma eſt debilis: quare nõ apparet uiſui. quoniam quando cum colore debili fuerit admixtus color fortis, ipſe ſcilicet color fortis uincet debilem: & ſimiliter inueniuntur ſemper colores & tinẽturæ, quando admiſcentur inter ſe. Forma uerò coloris non latet, quando lux eſt ſuper ipſam fortis, & cum albedine corporis. Etiam declaratum eſt, [2 n] quòd lux fortis, quando uenit ad uiſum, prohibet uiſum à comprehenſione formarum debilium. Quando ergo ueniet ad uiſum lux fortis cum albedine corporis, ſuper quod cadit, prohibet ipſum à comprehenſione ſecundæ formæ debilis, quæ uenit ad ipſum cum ea: & ſi corpus, ſuper quod eſt forma coloris, fuerit album, & lux, quæ eſt ſuper ipſum, fuerit debilis, & forma coloris, quæ eſt ſuper ipſum, fuerit debilis: tunc forma lucis, quæ eſt in illo corpore, quamuis ſit debilis cum albedine corporis, fortè uincet formam coloris, quę eſt ualde debilis, & cum uenerit ad uiſum, non diſtinguetur forma illa à uiſu. Et ſi corpus, ſuper quod eſt lux, fuerit album, & color cum forma, quæ oritur ſuper ipſum, fuerit niger, aut obſcurus, non obſcurabitur illa forma, niſi albedine illius corporis tantùm, & erit quaſi umbra, & comprehendet uiſus illud corpus

non

non ualde album, ſicut comprehendit corpus album in umbra. Quare non diſtinguetur ab eo forma. Et omne hoc erit ita, quando lux, quæ eſt in corpore colorato, fuerit fortis, & forma, quæ oritur ab eo ſuper corpus oppoſitum, fuerit albedinis debilis. Si autem lux, quæ eſt in corpore colorato, fuerit debilis: tunc forma, quæ exit ab eo ſuper corpus oppoſitum, erit obſcura, & erit apud uiſum, ſicut colores, quos comprehendit in locis obſcuris, in quibus eſt lux ualde debilis, & quaſi colores corporum diaphanorum, ſuper quæ oritur lux debilis. Formæ ergo colorum, quæ ſunt in corporibus coloratis, quando lux, quæ eſt ſuper ipſa, fuerit debilis, quando oriuntur ſuper corpora oppoſita ſibi, non erunt, niſi umbræ tantùm quo ad ſenſum uiſus. Et ſi corpus oppoſitum colori fuerit in loco obſcuro, nihil apparebit ſuper ipſum propter ſuam obſcuritaté, & obſcuritatem formæ uenientis ad ipſum. Et ſi corpus oppoſitũ illi colori fuerit in illuminato loco, & fuerit ſuper ipſum lux, præter lucé illius formæ, & fuerit illud corpus illuminatum: apparebit color eius ſuper iſtam formam, & apparebit uiſui color iſtius corporis, & nõ apparebit forma: quoniam eſt ſicut umbra, & non diſtinguetur à uiſu iſta diminutio. Et ſi iſtud corpus, ſuper quod eſt forma, fuerit album, & præterea fuerit illuminatum cum alio lumine, præter lumen formæ: tunc forma obſcurabit albedinem iſtius corporis, & lucem eius tantùm propter ſuam obſcuritatem, ſicut faciũt umbræ in corporibus alijs: & formæ, quæ ſunt huiuſmodi, tantùm comprehẽduntur à uiſu ſuper corpora oppoſita coloribus. Viſus ergo non comprehendit formam coloris ſuper corpus oppoſitum colori, niſi quando forma ſecũda ueniens ad ipſum ex forma coloris, fuerit fortior, & potẽtior prima forma uenięte ad ipſam cum ea, ex luce & colore, quæ ſunt in corpore, ſuper quod eſt forma. Et iſte modus eſt ualde rarus: & propter hoc rarò apparet huiuſmodi forma, & non apparet ex ea, niſi illud, quod eſt ex coloribus fortibus ſcintillantibus. Et ſimiliter quòd lux debilis, nõ apparet ſuper corpus oppoſitum ſibi: eſt: quia corpus oppoſitũ luci debili, quando fuerit illuminatũ ab alio lumine, admiſcebuntur duæ luces, & ſic non diſtinguetur lux debilis à uiſu. Et cũ corpus oppoſitum luci debili fuerit obſcurum, non apparebit forma lucis debilis ſuper ipſum: quoniam forma lucis debilior eſt ipſa luce: & forma ſecunda ueniens ad oculũ ab iſta forma, ex qua oportet uiſum comprehẽdere iſtam formam ſuper corpus oppoſitũ luci, eſt debilior iſta forma. Cum ergo lux fuerit debilis, & corpus oppoſitũ fuerit obſcurum: erit forma, quæ eſt ſuper corpus oppoſitũ, ualde debilis, & erit forma ſecũda, quæ uenit ex illa, in fine debilitatis. Viſus autẽ non comprehendit lucẽ, quæ eſt in fine debilitatis. Formæ ergo omnium colorũ illuminatorum, & formæ omnis lucis oriuntur ſuper corpora oppoſita, & nõ apparent pleræq; illarũ propter cauſſas, quas diximus: & quædã apparent, quando fuerint ſecundũ modum, quem narrauimus. Iam ergo declarata eſt cauſſa, propter quã non comprehẽdit uiſus formas omnium colorũ, quæ ſunt in corporibus coloratis ſuper omnia corpora oppoſita illi, & cõprehendit quaſdã: & cum hoc comprehẽdit omnes colores, qui ſunt in corporibus coloratis. Et cauſſa eſt, quia comprehendit colores, qui ſunt in corporibus coloratis ex propria forma uenięte ad ipſum ex eis, quæ eſt fortior forma ſecunda uenięte ad ipſum ex formis colorum, qui ſunt ſuper corpora oppoſita illi. Et comprehendit etiã formam colorum ſingularẽ non admixtam cum alia: & comprehendit ſecundã formam uenientẽ ad ipſum ex formis colorum admixtam cum alia Et hoc eſt quod promiſimus declarare in fine capitis tertij. Et declaratũ eſt modò, quòd colores, quos comprehendit uiſus ex rebus uiſis, non comprehendit, niſi admixtos cũ formis lucis, quæ ſunt in eis, & admixtos cum omnibus formis orientibus ſuper ipſos ex coloribus corporum oppoſitorum. Et ſi in corpore diaphano, quod eſt medium inter ipſos & uiſum, fuerit aliqua ſpiſsitudo, admiſcebitur color eius etiam cum eis, & uiſus non comprehendit illum colorem ſingularem: ſed tamen formæ, quæ oriuntur ſuper corpora colorata, ſunt in maiori parte ualde debiles: & formæ ſecũdæ, quæ ueniunt ex eis ad uiſum, ſunt in fine debilitatis: & propter hoc erunt colores ipſorum corporum plerunque fortiores formis orientibus ſuper ipſa. Et ſimiliter ſi in corpore diaphano, quod eſt inter uiſum & rem uiſam, fuerit modica ſpiſsitudo, non diſtinguetur à uiſu color eius à colore uiſi uenientis cum eo, quando color uiſi uenientis cum eo, fuerit fortior colore illius.

32. Lux uehemens tribus potiſſimùm de cauſſis uiſibilia quædam obſcurat. Vide 2 n.

QVare uerò lux fortis prohibeat uiſum à comprehẽſione quarundam rerũ uiſarum: eſt: quia formæ, quæ ueniunt ad uiſum ſuper unam uerticationem, non comprehẽduntur à uiſu, niſi admixtæ. Et cum quædam formæ admixtæ fuerint fortis ſcintillationis, & quædam debilis, ſuperabit forma fortis formam debilem, & ſic nõ comprehendetur forma debilis à uiſu. Et cum formæ admixtæ fuerint propinquæ in fortitudine, comprehendentur à uiſu, & erit comprẽhenſio cuiuslibet illarum ſecundum illud, quod permiſcebitur cum eis ex formis admixtis cum eis: quoniam formæ admixtæ non comprehenduntur à uiſu ſingulariter, ſed admixtæ. Stellæ ergo non comprehenduntur à uiſu in luce diei, quia lux, quæ peruenit in aerem, eſt fortior luce ſtellarum. Cum ergo inſpiciens aſpexerit cœlum in luce diei: erit aer, qui eſt inter ipſum & cœlum, illuminatus à luce ſolis, & continuatur cum uiſu, & erunt ſtellæ ex poſteriori illius lucis. Venient ergo forma ſtellæ, & forma lucis, quæ eſt in aere medio inter uiſum & ſtellam, ad uiſum ſuper unam uerticationem: & ſic comprehendentur admixtæ. Sed forma lucis diei eſt in aere fortior multò forma lucis ſtellæ: quare ſuperabit lux aeris lucem ſtellæ, & ſic non diſtinguetur forma ſtellæ. Et ſimiliter eſt lux debilis, quæ eſt in medio lucis fortis, ſicut ignis debilis in luce ſolis, & ſicut noctiluca in luce diei, & ſimilibus: iſta enim uiſibilia quando fuerint in

luce ſolis aut diei, uenient formæ eorum ad uiſum admixtæ cum forma lucis fortis orientis ſuper ipſas, & comprehendet uiſus formam huiuſmodi rerũ uiſarum admixtam cum forma lucis fortis. Quare ſuperabit forma lucis fortis formam debilem. Et multoties latet lux debilis, & forma rei uiſæ debilis, quando peruenerit in uiſum lux fortis, quamuis nõ ſit peruentus duarum formarum ad uiſum ex una uerticatione. Et hoc erit, quãdo peruentus duarum formarum fuerit ex duabus uerticationibus uicinantibus. Et hoc apparet nocte, & in luce ignis. Quoniam uiſus quando comprehenderit lucem ignis, & fuerit ignis propinquus uiſui, & fuerit lux eius fortis, & fuerit in oppoſitione uiſus in illa diſpoſitione aliquod uiſibile, in quo eſt lux debilis accidentalis, & fuerit illud uiſibile remotius à uiſu quàm ignis, & fuerit ſuper uerticationem uicinãtem uerticationi ignis: tunc uiſus non comprehendet uiſibile illud comprehenſione uera. Et ſi aſpiciens cooperuerit ignem à ſuo uiſu, aut remouerit ſe à uerticatione ignis, ita ut ſit uerticatio, à qua comprehendet illud uiſibile, remota à uerticatione ignis: tunc comprehendet illud uiſibile comprehenſione manifeſtiore. Et cauſſa illius eſt, quòd uiſibile, in quo eſt lux debilis accidentalis, habet formam obſcuram, & cum ipſam comprehenderit uiſus, non autem comprehenderit cum ea lucem fortem: ſentiet lucem debilem, in qua eſt aliquid obſcuritatis inter uiſum, aut priuationem lucis fortis à parte eius, in quam peruenit lux debilis. Et cum uiſus comprehenderit formam lucis debilis, & comprehenderit cum ea lucem fortem: tunc etiam comprehendet lucem fortem in parte contingente partem uiſus, qua comprehendebat formam obſcuram: non comprehendet autem uiſus lucem debilem, quæ eſt in forma obſcura propter duo: quorum unum eſt, quòd lux fortis, quando peruenerit ad uiſum, illuminatur totus uiſus, & cum totus uiſus fuerit illuminatus, non apparebit in eo lux debilis, & maximè quando lux debilis fuerit proportionis minimæ reſpectu lucis fortis. Alterum eſt coniunctio lucis debilis cum luce forti in duabus partibus uiſus uicinãtibus, & quia lux debilis reſpectu lucis fortis eſt ferè obſcuritas. Et cum lux appropinquabit ad formam obſcuram debilem, & forma lucis fortis fuerit in uiſu: non comprehendet uiſus formam, quæ eſt in luce obſcura, neque comprehendet etiam formam obſcuram, niſi obſcuritatem tantùm: & ſic non diſtinguetur ab eo forma, neque comprehendet eam comprehenſione uera. Et occultatio formarum debilis lucis propter uicinitatem lucis fortis, habet ſimile in coloribus: quoniam color fuſcus ſi intingatur cũ corpore albo punctatim, apparebunt ipſa puncta nigra propter fortitudinem albedinis: & ſi eadẽ puncta fuerint poſita ſupra corpora ualde nigra, apparebunt ferè alba, & non apparebit obſcuritas, quæ eſt in eis. Et quando illa tinctura fuerit in corporibus, quæ non ſunt multùm alba, neque multùm nigra: apparebit color ſecundum ſuum eſſe. Et ſimiliter quando color uiridis ſegetalis fuerit ſuper corpus citrinum, apparebit illa tinctura obſcura: & quando fuerit in corpore nigro, apparebit illa tinctura ſimilis colori origani. Et ſimiliter eſt omnis tinctura media inter duas extremitates. Viſibilia ergo uicinantia, quando fuerint remota in fortitudine & debilitate coloris: quod eſt debilis coloris, latebit uiſum: quoniam qualitates lucis & coloris non comprehenduntur à uiſu, niſi reſpectu eorum inter ſe. Et lux fortis non prohibebit uiſum à comprehenſione uiſibilium lucis debilis, niſi propter admixtionem formæ lucis debilis cum formis eorum, & propter uictoriam formarum lucis fortis ſuper formas lucis debilis, & debilitatem ſenſus ad comprehendendum illud, quod eſt minimæ proportionis, reſpectu fortis. Iam ergo compleuimus declarationem omnium rerum dependentium ab illo capitulo.

DE OFFICIO ET VTILITATE INSTRVMENtorum uiſus. Caput ſextum.

33. Multiplex & uaria eſt partium uiſus utilitas: diuerſaq; ſunt ipſarum inter ipſas officia. 4 p 3.

TVnicæ, quas diximus in declaratione formæ uiſus, ſunt inſtrumenta, per quæ completur uiſio. Tunica uerò prima, quæ dicitur cornea, eſt tunica diaphana, & nõnihil fortis, & eſt ſuperpoſita foramini, quod eſt in anteriori uueæ. Et prima utilitas eius eſt, quòd cooperit foramen uueæ: quare retinet humorem albugineum, qui eſt in anteriori uueæ: & eſt diaphana, ut tranſeant in ea formæ lucis & coloris ad interius uiſus: quoniam non tranſeunt, niſi per diaphana. Fortitudo autem eius eſt, ut non corrumpatur citò: quoniam eſt expoſita aeri, & poteſt citò corrumpi ex fumo, & puluere, & ſimilibus. Humor autem albugineus eſt diaphanus, & eſt humidus & fluxibilis. Diaphanus autem eſt, ut pertranſeant in eo formæ, & perueniant in eo ad humorem glacialem: humiditas autem eius eſt, ut ſemper humefaciat humorem glacialem, ita ut eius natura ſit cuſtodita: quoniam tela, quæ eſt ſuper glacialem, eſt ualde tenuis, & nimia ſiccitate poteſt corrumpi. Tunica autem nigra continens humorem albugineum, quæ eſt uuea, eſt nigra, & fortis, ſpiſſa, & ſphærica. & in anteriori eius eſt foramen rotundum, ſicut narrauimus. Nigredo uerò eius eſt, ut obſcuretur humor albugineus & glacialis, ita ut appareant in eis formæ lucis debilis: quoniam lux debilis ualde apparet in locis obſcuris, & latet in locis luminoſis. Et eſt aliquantulum fortis, ut retineat humorem albugineum, & ut non reſudet ex eo aliquid foras. Et eſt ſpiſſa, ut ſit obſcura: quoniam ſi eſſet rara, eſſet diaphana: ſed cum fuerit ſpiſſa, obſcurabitur anterior pars eius. Et eſt ſphærica, quia magis temperata figurarum eſt ſphærica, & eſt magis remota ab offenſionibus: habens enim angulos, citius alteratur per angulos. Foramen autem, quod eſt in anteriori

riori istius tunicæ, est, ut pertrãseant ipsum formæ ad interius uisus: & est rotundum, quia rotunditas est simplicissima figurarũ, & amplissima isoperimetrarum. Humor autẽ glacialis habet multas proprietates, per quas completur sensus: quoniam est humidus & subtilis: & est in eo aliquid diaphanitatis & spissitudinis: & super ipsum est tela ualde rara: & figura superficiei eius est cõposita ex duabus superficiebus sphæricis diuersis: & anterior illarũ est maioris sphæricitatis altera. Est autem humidus, ut citius patiatur à luce: & est subtilis, quia talia corpora sunt subtilis sensus: & est aliquantulum diaphanus, ut recipiat formas lucis & coloris, & ut pertrãseant per ipsum lux & color: & est aliquantulũ spissus, ut remaneant in eo diu formæ lucis & coloris, ita ut appareat uirtuti sensibili forma lucis & coloris, quæ figebantur in eo Nam si esset diaphanus in fine diaphanitatis, pertransirent formæ in eo, & non pateretur à formis passione, quæ est ex genere doloris: & sic nõ comprehenderet formas. Tela autẽ quæ est super istum humorẽ, est, ut retineat ipsum, ne fluat: quoniã humores nõ retinerentur, sed aliquò fluerent, & nõ remanerent secundũ unam figuram. Et ista tela est ualde rara, ut nõ occulter formas uenientes: & est sphærica propter causſam, quam diximus. Et superficies anterioris eius est ex sphæra maiori, ut sit æquidistans superficiei anteriori uisus, ita ut centrum illarũ sit unum punctum. Neruus autẽ opticus, super quem componitur oculus totus, est cauus, ut currat per ipsum spiritus uisibilis a cerebro, & perueniat ad glacialem, & det ipsi uirtutem sensibilem successiuè, & ut pertranseant etiã formæ in corpore subtili currẽte in suo concauo, quousq; perueniant ad ultimum sentiens, quod est in anteriori cerebri. Et principia duorũ neruorum, super quos componũtur oculi duo, sunt in duabus partibus anterioris cerebri, ut situs duorũ oculorum à suis principijs sit situs consimilis: & nõ fuit principium eorum à medio anterioris cerebri, quia iste locus est proprius ipsi ordinatus Quare autẽ sint duo oculi, est benignitas operatoris, ut si unus illorum accideret inter uisus, remaneret alter, & ut forma faciei esset pulchrior. Causſa autẽ, propter quam concurrant isti duo nerui, iam fuit dicta in qualitate uisionis.

34. Superficies tunicarum uisus sunt globosæ 3.4 p 3.

SVperficies uerò tunicarum oculi sunt sphæricæ & æquidistantes, & centrum illarũ est unum punctum: ita ut perpendicularis, quæ est super primam illarũ, sit perpendicularis etiam super omnes: & sunt sphæricæ, ut exeant omnes ab uno puncto, quod est centrum illarũ: deinde distent apud extremitates secundũ remotionem à centro: ita ut pyramis extensa à centro, contineat omnes perpendiculares exeuntes ab ista re uisa, & distinguat ex superficie uisus & mẽbri sentientis partem, licet paruam, continentem tamen totam formam uenientem à re uisa ad uisum. Et si superficies tunicarum uisus essent planæ, nõ ueniret forma uisi ad uisum super perpendiculares, nisi esset uisus æqualis uiso. Et nulla figura est, in qua adunantur perpendiculares, & cõcurrunt in unũ punctum, nisi figura sphærica: & cum ista dispositione possunt exire à centro uisus multæ pyramides ad multa uisa in eodem tempore: & quælibet illarũ distinguet partem paruam membri sentientis, continentem formam illius uisi. Et omnes tunicæ habent idẽ centrum propter illud, quod diximus: & est, ut perpendiculares exeuntes à re uisa ad unam istarum, sint perpendiculares super omnes, & ut pertranseant etiã formæ omnes secundũ unam uerticationem. Quare uerò nihil comprehẽdat uisus ex rebus uisibilibus, nisi ex uerticationibus istarũ perpendicularium tantùm: est: quia per istas perpendiculares tantùm ordinãtur partes rei uisæ in superficie mẽbri sentiẽtis. Et hoc fuit iam manifestum antea [18 n] quoniã non potest ordinari forma rei uisæ in superficie membri sentiẽtis, nisi sit receptio eius ad forma ex istis uerticationibus tantùm. Et propter hoc appropriatur natura uisus ista proprietate, & naturatur, ut non recipiat aliquã formam, nisi secundũ situm istarum uerticationum tantùm. Et appropriatio uisus, habita hac proprietate, est una rerũ ex quibus apparet maxima discretio operatoris, & bonitas præparationis naturæ, præparãdo instrumẽta uisus, & formam, per quã cõpletur sensus, & per quã distinguũtur uisibilia. Contolidatiua autẽ cõtinet omnes istas tunicas: & in ea est aliquid humiditatis, & pręterea habet aliquid retẽtionis, & est aliquãtulùm fortis Et cõtinet istas tunicas, ut cõgreget & cõseruet illas: & est aliquãtulũ humida, ut præparẽtur loca tunicarũ ex ea, & ut nõ accidat siccitas uelociter illis tunicis: & est aliquãtulùm retẽtiua & fortis, ut cõseruet situs & figuras tunicarũ, ut nõ alterẽtur citò. & est alba, ut sit per ipsam forma faciei pulchra.

35. Oculus est globosus. 3 p 3.

ET totus oculus est rotũdus, quoniã rotunditas est melior figuris, & maior, & leuioris motus. Oculus autẽ indiget motu, & uelocitate motus, ita, ut sit oppositus per motũ multis uisibilibus in eodẽ tẽpore, & ut sit oppositus propter motũ omnibus partibus rei uisæ, mediũ aspiciens, ita ut cõprehendat ipsum comprehensione uera, & consimili: quoniã sensus per mediũ membri sentientis est manifestior. Et hoc declarabimus pòst in loco cõueniente. Velocitas autẽ motus uisus est, ut aspiciat omnes partes rei uisæ, & uisibilia sibi opposita in modico tẽpore. Palpebræ autem sunt, ut conseruent oculum in somno, & ut faciant oculũ quiescere, quãdo fatigatur à lumine, quoniam luces fortes nocent oculis: & si continuè aperirentur oculi, supra modũ debilitarentur: & hoc apparet, quam to oculi aspiciunt lucẽ fortem longo tempore. Et similiter nocet uisui aer, quando in eo fuerit fumus, aut pulus. Palpebræ ergo cooperiunt oculũ à luce, quãdo indiget, & conseruant ipsos ab aere, & abstergunt ab eis multa nocumẽta: deinde quãdo fatigantur, superponuntur palpebræ eis, ita ut compleatur in eis sua requies: & sunt uelocis motus, ut citius superponantur oculis,

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITT. EMANUELE

oculis, dum appropinquant nocumenta oculis. Cilia autem sunt ad temperandam quandam partem lucis, quando dolebit uisus propter fortitudinem lucis: & propter hoc adunat aspiciens oculum, & constringit, ita ut possit aspicere ab angusto, quando lux fortis nocuerit ei Ista ergo, quæ diximus, sunt utilitates instrumentorum uisus: ex quibus manifestatur magna discretio operatoris. Sit ergo nomen eius benedictum, & bonitas præparationis naturæ.

DE HIS SINE QVIBVS VISIO NON POtest compleri. Caput septimum.

36. *Ad uisionem perficiendam sex inprimis necessaria sunt.*

IAm ergo declaratum est superius, quòd uisus nihil comprehendit ex rebus uisis, quæ sunt cum eo in eodem aere, ita ut comprehensio earum ab eo non sit secundum refractionem, nisi quádo aggregatæ fuerint istæ res: & sunt, ut sit inter ea aliquid spatij: & sit opposita uisui illa res, ita ut sit inter quodlibet punctum eius superficiei, quam comprehendit uisus, & inter aliud punctum superficiei uisus, linea recta imaginabilis: & ut sit in ea lux: & ut sit corpus eius aliquátulum, in respectu uirtutis sensus uisus: & ut sit aer medius diaphanus, cótinuæ diaphanitatis, & nó sit in eo aliud corpus non diaphanum: & ut sit res uisa resistens uisui, scilicet ut non sit in ea diaphanitas, aut si sit, sit spissior diaphanitate aeris medij inter ipsam & uisum. Visus autem non comprehendet rem uisam, nisi quando aggregabuntur istæ sex intentiones: & si res uisa caruerit una istarum intentionũ, non comprehendetur a uisu. Indigentia autem uisus ab unaquaque istarum intentionum, non est nisi propter aliquam causam.

37. *Distantia inter uisum & uisibile. 15 p 3.*

QVare ergo non comprehendat uisus rem uisam, nisi quando inter ea fuerit distantia aliqua, & non comprehendat ipsam, quando applicatur ei, est propter duas causas. Quarum una est, quia uisus non comprehendit rem uisam, nisi quando in ea fuerit lux aliqua, [per 3 n] & quando fuerit applicata uisui, & non fuerit illuminata per se, non erit in sua superficie uicinante uisui lux: quoniá corpus oculi secundũ situm suum tunc prohibetur à uisu. Res autẽ luminosæ per se non possunt applicari superficiei uisus: quoniam res illuminatæ per se sunt stellæ, & ignis, quæ non possunt applicari superficiei uisus. Causa autem secunda est, quia uisio nó fit, nisi ex parte opposita foramini uuee ex medio superficiei uisus [per 4 n] & si res uisa applicetur uisui, nõ superponetur isti parti uisui, nisi pars æqualis illi tantùm ex re uisa: & si uisus comprehenderet rem uisam per applicationem, non comprehenderet, nisi partem applicatam parti oppositæ foramini tantùm, & non comprehenderet residuum rei uisæ. Et si moueatur res uisa super superficiem uisus, quousq; cótingat totam superficiem rei uisæ secundũ partem mediam uisus, comprehendet partem post partem aliam, & dum comprehendet partem secundam, non comprehendet partem primam: & sic non poterit comprehendere totam rem uisam simul. Et cum ita sit, non figurabitur in eo forma rei uisæ: ita ut si aliqua res uisa esset super corpus densum, & esset in illo corpore denso foramen minoris quantitatis re uisa, & res uisa esset applicata foramini, non comprehẽderet ex ea, nisi partem suppositam foramini tantùm: deinde si res uisa moueatur super foramen, quousq; comprehendatur à uisu pars post aliam, non figuratur in uisu tota forma eius. Si ergo uisio esset per tactum. nõ comprehenderet uisus totam rem uisam, neq; figuram & formam eius, nisi esset res uisa æqualis parti mediæ superficiei uisus, per quam erit uisio: neq; etiam sic potest comprehẽdere multas res uisas in eodem tempore. Et cum inter uisum & rem uisam fuerit aliquod spatium, poterit rem uisam comprehẽdere in eodem tempore totam ex parte parua, quamuis sit res uisa magna: & potest comprehẽdere res uisas multas simul in eodem tempore: & cum res uisa fuerit remota à uisu, erit possibile orin lucem super superficiem uisus oppositam uisui Propter istas igitur duas causas non comprehendit uisus quicquam ex rebus uisibilibus, nisi sit inter ea aliquod spatium.

38. *Collocatio uisibilis ante uisum directa. 2 p 3.*

QVare uerò non comprehendat uisus rem uisam, quæ est cum eo in eodem aere, & in parte opposita illi, nisi sit inter quodlibet punctum eius, & aliquod punctũ partis superficiei uisus, per quam erit uisio, linea recta: est: quia declaratum est, quòd uisio non sit, nisi ex formis uenientibus à re uisa ad uisum, & quòd formæ non comprehendantur, nisi secundum lineas rectas: [per 14 n] & propter hanc causam non comprehendit uisus rem, nisi sit inter ea linea recta. Et si secuerint corpora densa media omnes lineas, quæ sunt inter ea, latebunt res uisæ uisum: & si secuerit illud corpus quasdam illarum linearum rectarum, latebit uisum quædam pars, quæ est apud extremitatem linearum resectarum per corpus densum.

39. *Lux. 1 p 3.*

QVare uerò uisus nõ cõprehendat rẽ uisam, nisi sit in ea lux, est ꝓpter duas causas: aut qa forma uisæ nõ extẽdũtur in aere, nisi sit lux cũ colore, [p 3 n] aut qa forma coloris extẽditur in aere, quamuis nõ sit cũ ea lux: sed nõ operatur in uisum operatione sensibili, nisi per lucẽ. Et manifestũ est, quod forma lucis manifestior est, forma coloris, & quòd lux opatur opatione manifestiore: & quòd forma coloris, qa est debilis, nõ potest operari in uisum, sicut operatur lux. Et forma coloris,

coloris, quæ eſt in corpore illuminato, ſemper eſt admixta cum forma lucis, & cum peruenerit ad uiſum, ſemper operatur in ipſum per ſuam fortitudinem & præparationem uiſus, ut patiatur ex ea: & quia admiſcetur cum forma coloris, & non diſtinguitur ab ea, non ſentit uiſus formam lucis, niſi admixtam cum forma coloris. Viſus ergo non ſentit colorem rei uiſæ, niſi ex colore admixto cum forma lucis ueniente ad ipſum ex re uiſa: & propter hoc alterantur colores multarum rerũ uiſarum apud uiſum per alterationem lucis ſuper ipſas. Quia ergo forma coloris non operatur in uiſum, niſi admixta ſit cum lumine, & non eſt ex colore forma niſi ſit in ea lux: nihil comprehendit uiſus ex rebus uiſibilibus, niſi quando in eis fuerit aliqua lux.

40. *Magnitudo rei uiſibilis. 19 p 3.*

QVare uerò non comprehendat uiſus rem uiſam, niſi ſit corpus eius in aliqua quantitate: eſt quia declaratũ eſt, [19 n] quòd forma rei uiſæ non perueniat ad uiſum, niſi ex pyramidibus, quarum caput eſt cẽtrum uiſus, & baſis ſuperficies rei uiſæ, & quòd iſta pyramis diſtinguat ex ſuperficie mẽbri ſentientis paruam partẽ, in qua ordinatur forma rei uiſæ: & ſi res uiſa fuerit ualde parua, erit pyramis, quæ eſt inter ipſam & centrum uiſus, ualde parua Erit ergo pars diſtincta ex mẽbro ſentiente, quaſi punctũ, ualde parua: ſed ſentiens nõ ſentit formã, niſi quãdo pars ſuæ ſuperficiei, ad quã peruenit forma, fuerit quantitatis ſenſibilis, reſpectu totius apud totũ membrũ Et uirtutes ſenſus etiã ſunt finitæ. Et cum pars membri ſentientis, ad quam peruenit forma, non eſt quantitatis ſenſibilis apud totũ membrum ſentiens, non ſentiet paſsionem, quæ illi accidit, propter paritatem ipſius. Quare non comprehendit formam. Res ergo uiſa, quæ poteſt comprehẽdi à uiſu, eſt illa, in qua pyramis, quæ figuratur inter rem uiſam & cẽtrum uiſus, diſtinguet ex ſuperficie glacialis partem quãtitatis ſenſibilis reſpectu totius ſuperficiei glacialis. Et iſte ſenſus erit ſecundũ tantum, ad quantum peruenit uirtus ſenſitiua, & non extenditur ad infinitum, & diuerſatur ſecundũ diuerſitatem uirtutis oculi. Et cũ pyramis, quæ figuratur inter rem uiſam & centrum uiſus, diſtinxerit ex ſuperficie glacialis partem quantitatis inſenſibilis, reſpectu totius ſuperficiei glacialis, non poteſt uiſus comprehendere illam rem. Et propter hoc non comprehendet uiſus rem ualde paruam.

41. *Perſpicuitas corporis inter uiſum & uiſibile interiecti. 13 p 3.*

QVare uerò uiſus non comprehendat rem uiſam, niſi quando corpus medium inter ipſum uiſum & rem uiſam fuerit diaphanum: eſt: quia uiſio non eſt niſi ex forma ueniente ex re uiſa ad uiſum [per 14 n] formæ autem non extenduntur niſi in corporibus diaphanis, & uiſio non completur, quando res uiſa fuerit cum uiſu in eodem aere, & fuerit comprehenſio non ſecundum retractionem, niſi quando aer fuerit continuus inter rem uiſam, & nõ abſciderit rectas lineas, quæ ſunt inter ea, corpus denſum: quoniam forma non extenditur in aere conſimilis diaphanitatis, niſi ſecundum lineas rectas. Et propter hoc uiſus nõ comprehendit rem uiſam, quæ eſt cum eo in eodem aere, & in parte oppoſita uiſui, niſi quando aer medius inter ea fuerit diaphanus, conſimilis diaphanitatis.

42. *Denſitas ac ſoliditas uiſibilis. 14 p 3.*

QVare uerò uiſus non comprehendat uiſam rem, niſi quãdo in ea fuerit denſitas, aut aliquid denſitatis: eſt propter duas cauſſas: quarũ altera eſt, quia quod eſt denſum, eſt coloratum, & ex colore uenit forma ad uiſum, ex qua comprehendit uiſus colorẽ rei uiſæ: quod autem eſt in fine diaphanitatis, caret colore: quare non comprehendetur à uiſu. Et cauſſa ſecũda eſt, quoniam uiſus non comprehendit rem uiſam, niſi ſit illuminata, & ueniat ex luce, quæ eſt in ea, forma ſecunda ad uiſum cum forma coloris, & non erit forma ſecunda ex luce oriente ſuper aliquod corpus, niſi figatur lux in illo corpore, ſuper quod oritur: ergo cũ lux fuerit fixa in corpore illo, erit ex eo forma ſecunda: & quando lux orietur ſuper corpus diaphanũ ualde, non figetur in eo, ſed extendetur in ſua diaphanitate. Cum ergo corpus diaphanum fuerit oppoſitũ uiſui, & ſuper ipſum oritur lux ex parte, in qua eſt uiſus, in eo extendetur, & non figetur in ſua ſuperficie: & ſic nõ erit in ſuperficie oppoſita uiſui iſtius corporis lux, ex qua uenit forma ad uiſum. Et ſi fuerit illud illuminatum, cuius lux oritur ſuper illud corpus diaphanum, oppoſitum uiſui, pertrãſibit lux eius in corpus diaphanum, & perueniet ad uiſum, & nihil deferet ſecũ ad uiſum ex colore corporis diaphani: quoniã corpus diaphanum, quod eſt in fine diaphanitatis, nõ habet colorem. Viſus ergo comprehendet ex illo loco corpus illuminatum, cuius lux oritur ſuper corpus diaphanum, poſt corpus diaphanum: & non comprehendet corpus diaphanũ propter hoc: quia non comprehẽdit uiſus rem uiſam, quæ eſt in fine diaphanitatis. Et cũ diaphanitas corporis fuerit ſimilis diaphanitati aeris, erit eius diſpoſitio, ſicut diſpoſitio aeris, & nõ comprehẽdetur à uiſu, ſicut nec aer. Et corpora diaphana, quorum diaphanitas non eſt ſpiſsior diaphanitate aeris, non comprehendẽtur à uiſu: quoniam nulla forma uenit ex eis ad uiſum, quæ poſsit operari in uiſum. Et ſimiliter accidit ſi inter uiſum & rem uiſam fuerit medium corpus diaphanum præter aerem, & fuerit diaphanitas rei uiſæ nõ ſpiſsior diaphanitate corporis medij Et cum res uiſa fuerit denſa, erit colorata, & cum ſuper ipſam oritur lux, figetur in ſua ſuperficie, & erit ex colore eius, & ex luce, quæ oritur ſuper ipſam, forma, quæ extenditur in aere, & in corporibus diaphanis: & cum iſta forma peruenerit ad ipſum uiſum, operabitur in eo, & ex ea ſentiet uiſus rem uiſam. Et cum res uiſa fuerit diaphana, ſed minus quàm aer: habebit colorem ſecundum ſuam ſpiſsitudinem: & cum aer ſuper ipſam oritur, lux figetur in ea aliqua

fixione,

fixione, secundum illud, quod est in ea de spissitudine, & pertransibit in ea secũdum suam diaphanitatem, & erit ex ea, forma in aere secundum colorem & lucem, quæ sunt in sua superficie: & cum illa forma peruenerit ad uisum, operabitur in uisum, & sentiet uisus illã rem uisam. Et propter istam caussam non comprehendit uisus ex rebus uisibilibus, nisi quãdo ipsum uisibile fuerit densum, aut fuerit in eo aliquid densitatis. Iam ergo declaratę sunt caussæ, propter quas nihil comprehendit uisus, nisi quãdo fuerint aggregatæ intentiones prædictæ. Et hoc, quod declarauimus, est illud, quod intendimus declarare in isto tractatu.

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER SECVNDVS.

DECLARATVM est qualiter fiat uisio: & est qualitas sensus uisus à forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, ordinatorum ita, sicut sunt in superficie rei uisæ. Visus autem comprehendit ex rebus uisibilibus multas intentiones præter lucem & colorem. Et etiam declaratum est in primo tractatu [18 n] *quòd uisio non sit, nisi ex uerticationibus linearum radialium: & lineæ radiales diuersentur in suis dispositionibus: & similiter diuersantur dispositiones formarum uenientium super ipsas ad uisum. Et etiam comprehensio uisus à re uisa nõ est in omnibus corporibus, & in omnibus uisibilibus: sed diuersatur qualitas sensus uisus à rebus uisibilibus: & diuersatur qualitas sensus uisus ab una re uisa secundum situm unum, & secundum eandem distantiam. Et nos diuidemus istum tractatum in tria capita. In primo declarabimus diuersitatem dispositionum linearũ radialium, & distinguemus proprietates earum. In secundo declarabimus omnes intentiones comprehensas à uisu, & qualiter comprehendat uisus quamlibet illarum. In tertio declarabimus diuersitatem comprehensionis uisus ab eis.*

DE DIVERSITATE DISPOSITIONVM LINEARVM radialium, & distinctione proprietatum ipsarum.
Caput primum.

1. Recta connectens centra partium uisus, est axis pyramidis optica. 18 p 3.

IAm declaratum est in primo tractatu [18.20 n] quòd lineæ radiales, ex quarum uerticationibus comprehendit uisus uisibilia, sunt lineæ rectæ, quarum extremitates concurrunt apud centrum uisus. Et iam declaratum est in forma uisus [4 n 1] quòd membrum sentiẽs, quod est membrum glacialis, est compositum super extremitatem concauitatis nerui, super quem compositus est oculus totus: & quòd iste neruus non gyratur nisi à posteriori centri uisus, & à posteriori totius oculi, & apud foramen, quod est in concauo ossis. Et iam declaratum est [7.9 n 1] quòd linea recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, extenditur in medio concaui nerui, & transit per medium foraminis, quod est in anteriori uueæ. Et iam declaratum est [5.13 n 1] quòd centrũ istius lineæ non diuersatur respectu totius uisus, neq; respectu superficierum tunicarum uisus, neque respectu partium uisus. Linea ergo recta transiens per omnia centra tunicarum uisus, semper extenditur rectè ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, in omnibus dispositionibus, siue sit uisus in motu, siue in quiete. Et quia ista linea transit per centrum uisus, & per centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & per centrũ uueæ extenditur in medio pyramidis, cuius centrum est uisus: & continet ipsam circumferentia foraminis, quod est in anteriori uueæ: appellemus ergo istam lineam axem pyramidis. Et declaratum est etiam in ipso tractatu primo [19 n] quòd pyramis figurata inter rem uisam & centrum uisus, distinguit ex superficie glacialis partem continentem totam formam rei uisæ, quæ est apud basim illius pyramidis: & erit forma ordinata in ista parte superficiei glacialis per uerticationem linearum radialium extensarum inter rem uisam & uisum, secundum ordinationem partium superficiei rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquá rem uisam, & peruenerit eius forma in partem superficiei glacialis, quam distinguit pyramis prædicta: quodlibet punctum formæ prædictæ est super lineam radialem extensam inter illud punctum, & punctum oppositum illi in superficie rei uisæ, super quam uenit forma ad illud punctum in superficiem glacialis rectè. Cum ergo forma rei uisæ fuerit in medio superficiei glacialis, erit axis prædictus una linearum, super quas ueniunt formæ punctorum, quæ sunt in superficie rei uisæ: & erit

punctum

punctum ſuperficiei rei uiſæ, quod eſt apud extremitatem iſtius axis, illud, ſuper quod uenit forma eius ſuper iſtum axem. Et declaratũ eſt in primo tractatu [26 n] quòd formæ, quæ comprehendun tur per uiſum, extenduntur in corpore glacialis, & in concauo nerui, ſuper quem componitur oculus, & perueniunt ad neruum communem, qui eſt apud medium interioris cerebri, & illic eſt comprehenſio ſentientis ultimò a formis rerum uiſibilium: & quòd uiſio non completur, niſi per aduentum formæ ad neruum communem: & quòd extenſio formarum à ſuperficie glacialis intra corpus glacialis, eſt ſecundum rectitudinem linearum rectarum radialium tantum: quoniam glacialis non recipit iſtas formas, niſi ſecundum uerticationem linearum radialium tantùm.

2. Cryſtallinus & uitreus humores perſpicuitate differunt. Itaq; forma uiſibilis refringitur in ſuperficie uitrei humoris. 21 p 3.

ET ultimum ſentiens non comprehendit ſitus partium rei uiſæ, niſi ſecundum ſuum ſitum in ſuperficie rei uiſæ. Et cum ſitus partium formæ inter ſe ſcilicet formæ peruenientis ad ſuperficiem glacialis, ſint ſitus partium ſuperficiei rei uiſæ inter ſe [per 18 n 1] & iſtæ formæ extendantur, ſicut prædictum eſt: & cum omnia iſta ita ſint: uiſio ergo non complebitur, niſi poſt aduentum formæ, quæ eſt in ſuperficie glacialis, ad neruum communem, & ſitus partium eius ſecundum ſuum eſſe in ſuperficiem glacialis ſine aliqua admixtione. Forma autem non peruenit à ſuperficie glacialis ad neruum communem, niſi per extenſionem eius in concauo nerui, ſuper quem componitur oculus ſiue humor glacialis. Si ergo forma nõ peruenìat in cõcauum iſtius nerui ſecundũ ſuũ eſſe in glaciali, neq. etiã peruenìet ad neruum communẽ ſecundum ſuũ eſſe. Forma autẽ nõ poteſt extendi à ſuperficie glacialis ad concauum nerui ſecundum rectitudinem linearũ rectarum, & conſeruare ſitus partium ſecundũ eſſe ſuum: quoniam omnes illæ lineæ concurrunt apud centrum uiſus, & quando fuerint extenſæ ſecundum rectitudinem, poſt centrum conuertetur ſitus earum, & quod eſt dextrũ, efficietur ſiniſtrum, & è contrario, & ſuperius inferius, & inferius ſuperius. Si ergo forma fuerit extenſa ſecundum rectitudinem linearum radialium, cõgregabitur apud centrum uiſus, & efficietur quaſi unum punctum. Et quia centrum uiſus eſt in medio totius oculi, & ante locũ gyrationis concaui nerui: ſi forma fuerit extenſa à centro oculi, & ipſius unũ punctum ſuper unam lineam: perueniet ad locum gyrationis, & ipſius unum punctum: & ſic non peruenìet forma tota ad locum gyrationis: quia non niſi unum punctum, ſcilicet, quod eſt in extremitate axis pyramidis. Et ſi fuerit extenſa ſecundum rectitudinem linearum radialium, & pertranſierit per centrum: erit conuerſa ſecundum conuerſionem linearum ſe ſecantium, ſuper quas extendebatur. Non poteſt ergo forma peruenire a ſuperficie glacialis ad cõcauum nerui, ita ut ſitus partium ſit ſecundũ ſuum eſſe: non poteſt ergo forma peruenire à ſuperficie glacialis ad concauum nerui, niſi ſecundum lineas refractas, ſecantes lineas radiales. Et cũ ita ſit, uiſio ergo non complebitur, niſi poſtquam refracta fuerit forma, quæ peruenit a ſuperficie glacialis, & extenditur ſuper lineas ſecantes lineas radiales. Iſta ergo refractio debet eſſe ante peruentum ad centrum: quoniam ſi fuerint refractæ poſt tranſitũ centri, erunt conuerſæ. Et iam declaratum eſt [18 n 1] quod iſta forma pertranſeat in corpore glaciali ſecundum rectitudinem linearum radialium: & cum non poſsit peruenire ad concauum nerui niſi poſtquam refracta fuerit ſuper lineas ſecantes lineas radiales: forma ergo non refringitur, niſi per tranſitum eius in corpore glacialis. Et iam prædictum eſt [4 n 1] in forma uiſus, quòd corpus glacialis eſt diuerſæ diaphanitatis, & quòd pars poſterior eius, quæ dicitur humor uitreus, eſt diuerſæ diaphanitatis à parte anteriore: & nullum corpus eſt in glaciali diuerſæ formæ à forma corporis anterioris, præter corpus uitreum: & ex proprietate formarũ lucis & coloris eſt, ut refringantur, quãdo occurrerint alij corpori diuerſæ diaphanitatis à corpore primo. Formæ ergo non refringuntur, niſi apud peruentum earum ad humorem uitreum. Et iſtud corpus non fuit diuerſæ diaphanitatis à corpore anterioris glacialis, niſi ut refringerentur formæ in ipſo. Et debet ſuperficies iſtius corporis antecedere centrum, ut refringantur formæ apud ipſum, antequam pertranſeant cẽtrum: & debet iſta ſuperficies eſſe conſimilis ordinationis: quoniam ſi non fuerit conſimilis ordinationis, apparebit forma monſtruoſa propter refractionem.

3. Communis ſectio cryſtallinæ & uitreæ ſphararum aut eſt plana: aut eſt pars ſphæræ maioris cryſtallinæ ſphæræ. Et habet centrum diuerſum ab oculi centro. 23 p 3.

SVperficies autẽ cõſimilis ordinationis aut eſt plana, aut ſphærica. Et nõ poteſt iſta ſuperficies eſſe ex ſphæra, cuius centrũ eſt centrum uiſus: quoniã ſi ita eſſet, eſſent lineæ radiales ſemper perpendiculares ſuper ipſam: & ſic extenderetur forma ſecundũ rectitudinem earũ, & non refringeretur. Neq; poteſt eſſe ex ſphæra parua: quoniã, ſi fuerit ex ſphæra parua, quãdo forma refringetur ab ea, & elongabitur ab ea, fiet monſtruoſa. Iſta ergo ſuperficies aut eſt plana, aut ſphærica è ſphæra alicuius bonæ quantitatis: ita quòd ſphæricitas eius nõ operabitur in ordinatione formæ. Superficies ergo humoris glacialis, quæ eſt differentia cõmunis inter iſtud corpus uitrei & corpus anterius glacialis, eſt ſuperficies cõſimilis ordinationis antecedẽs centrum uiſus. Et omnes formæ peruenientes in ſuperficiẽ glacialis, extenduntur in corpore glacialis ſecundũ rectitudinem linearũ radialiũ, quouſq; peruenìat ad iſtã ſuperficiem, & cũ peruenerint ad ſuperficiẽ iſtam: refringuntur apud ipſam ſecundũ lineas cõſimilis ordinationis, ſecantes lineas radiales. Lineæ ergo radiales nõ

iuuant ad ordinationem formarum rerum uisibilium, nisi apud glacialem tantùm: quoniam apud membrum illud principium est sensus. Et declaratum est in primo tractatu etiam [15.16.18 II] quòd impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus cũ imagine rei uisæ & paruitate rei sentientis, nisi per istas lineas. Istæ ergo lineæ non sunt, nisi instrumentũ uisus, per quas completur comprehensio rerum uisarum secundum suum esse. Peruentus autem formarum ad ultimum sentiens, non indiget extensione secundum rectitudinem istarum linearum.

4. Humor crystallinus lucem & colorem aliter recipit, quàm catera perspicua corpora. 22 p 3. Idem 30 n 1.

ET receptio formarum in membro sentiente non est, sicut receptio formarum in corporibus diaphanis: quoniam membrũ sentiens recipit istas formas, & sentit eas, & pertranseunt in eo propter suam diaphanitatem & uirtutem sensibilem, quæ est in eo. Recipit ergo istas formas secundum receptionem sensus. Corpora autem diaphana non recipiunt istas formas, nisi receptione, qua recipiunt ad reddendum, & non sentiunt ipsas. Et cum receptio corporis sentientis ab istis formis non sit sicut receptio corporum diaphanorum, non sentientium: extensio formarum in corpore sentiente non debet esse secundum uerticationes, quas corpora diaphana exigũt. Visus ergo non est appropriatus receptioni formarum ex uerticationibus linearũ radialium tantùm: nisi quia proprietas formarũ est, ut extendátur in corporibus diaphanis super omnes uerticationes rectas. Et cum istæ formæ peruenerint ad membrum sentiens ordinatæ, & comprehendantur à membro sentiente ordinatæ: nihil remanebit post, indigẽs istarum uerticationibus. Pars ergo anterior tantùm glacialis est appropriata receptioni formarum ex uerticationibus linearum radialium: posterior autẽ pars, quæ est humor uitreus: & uirtus recipiens, quæ est in illo corpore, nõ est appropriata cum suo sensu istarum formarum, nisi ad custodiendum eorum ordinationem tantùm.

5. Crystallinus & uitreus humores dissimiliter lucem & colorem recipiunt. 22 p 3.

ET cũ ita sit, qualitas ergo receptionis uitrei à formis non est sicut receptio corporis siue qualitas corporis anterioris glacialis: & uirtus recipiens, quæ est in uitreo, nõ est uirtus recipiẽs, quæ est in parte anteriori. Et cum qualitas receptionis uitrei à formis, non sit qualitas partis anterioris glacialis: refractio ergo formarum apud superficiem uitrei, non est nisi propter diuersitatem qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Formæ ergo refringuntur apud uitreum duabus de causis: quarum altera est diuersitas diaphanitatis duorum corporum: & altera diuersitas qualitatis receptionis sensus inter ista duo corpora. Et si diaphanitas ista duorum corporum esset consimilis: esset forma extensa in corpore uitreo secundum rectitudinem linearum radialium, propter consimilitudinem diaphanitatis: & esset refracta propter diuersitatem qualitatis sensus: & sic esset forma propter refractionem monstruosa, aut duæ formæ essent propter istã dispositionem. Et cum diuersitas diaphanitatis affirmet refractionem, & diuersitas qualitatis sensus affirmet illam refractionem aut obliquationem: erit forma post refractionem una forma. Et propter hoc diuersatur diaphanitas corporis uitrei, & diaphanitas corporis anterioris glacialis. Formę ergo perueniũt ad uitreum ordinatæ, secũdum ordinationem earum in superficie uisi: & recipit ipsas istud corpus, & sentit ipsas: deinde refringitur forma propter diuersitatem diaphanitatis, & diuersitatem sensus istius corporis, & sic peruenit forma secũdum dispositionem suam: deinde extenditur iste sensus, & istæ formæ per hoc corpus, quousq; perueniat iste sensus, & istæ formæ ad ultimum sentiens: & erit extensio sensus & extensio formæ in corpore uitreo, & in corpore sentiente extẽso in concauo nerui, ad ultimum sentiens, sicut extensio sensus tactus & sensus doloris ad ultimum sentiens: sensus autem tactus & sensus doloris non extenduntur à membris, nisi in filis neruorum, & in spiritu extenso secundum ista fila.

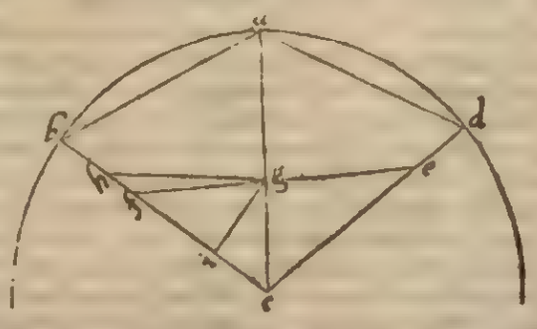
6. Humor uitreus & spiritus uisibilis eadem ferè perspicuitate praditi sunt. 22 p 3.

ET formæ rerum uisibilium quãdo peruenerint in corpus humoris uitrei, extendetur sensus ab illo membro in corpus sentiens, extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri: & secundum extensionem sensus, extenduntur formæ ordinatæ secundum suam dispositionem: quoniam corpus sentiẽs naturaliter seruat ordinationem istarum formarum. Et ista ordinatio conseruatur in corpore sentiente: quoniam ordinatio partium corporis sentientis, recipientium partes formarum, & ordinatio uirtutis recipientis, quæ est in partibus corporis recipientis, est in corpore uitrei, & in omni corpore subtili extenso in cõcauo nerui, ordinatio consimilis. Et cum ita sit, quãdo forma peruenit ad quodlibet punctum superficiei uitrei, curret in uerticatione continua, & non alterabitur eius situs in concauitate nerui, in quo extenditur corpus sentiens: & erunt omnes uerticationes istæ, per quas currunt omnia puncta, quæ sunt in forma, consimilis ordinationis inter se: & erunt omnes istæ uerticationes gyrantes apud gyrationem nerui: & erunt apud gyrationem ordinatæ secundum suam ordinationem ante gyrationem, & post, propter qualitatem sensus istius corporis: & sic perueniet forma ad neruum communem secundum suam dispositionem. Et non est possibile, ut sit extensio formarum uisibilium usq; ad ultimum sentiens, nisi secundum hunc modum: quoniam nõ est possibile, ut formæ perueniant ad neruum communem secundum suum esse, nisi sit extensio earum secundum hunc modum. Et cum formæ extenduntur

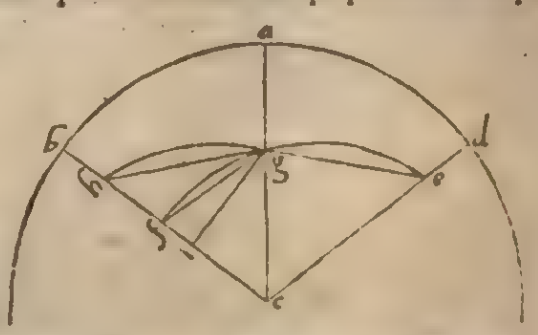
duntur ſecundum iſtam ordinationem, oportet, ut forma perueniens ad quodlibet punctum ſuper ficiei glacialis, ſemper extendatur ſuper eandem uerticationem ad idem punctum loci nerui communis, ad quod peruenit forma: ſed tamẽ forma perueniens ad quodlibet punctum ſuperficiei glacialis, peruenit ſemper ad idem punctum ſuperficiei uitrei. Et ſequitur ex hoc, ut ex omnibus duobus punctis conſimilis ſitus in reſpectu duorum oculorum, extendantur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi: & etiam ſequitur ex hoc, ut corpus ſentiens, quod eſt in cõcauo nerui, ſit aliquantulum diaphanum, ut appareant in eo formæ lucis & coloris. Et etiam ſequitur, ut ſit eius diaphanitas ſimilis diaphanitati humoris uitrei, ut nõ refringantur formæ apud peruentum earum ad ultimam ſuperficiem uitrei, uicinantem concauo nerui: quoniam quando diaphanitas duorum corporum fuerit conſimilis, non refringentur formæ. Et non eſt poſsibile, ut formæ refringantur apud iſtam ſuperficiem: quoniam iſta ſuperficies eſt ſphærica. Si autem formæ refringerẽtur ab iſta ſuperficie, non elongarentur ab ea, niſi modicùm, & fierent ſtatim monſtruoſæ. Refractio ergo formarum non poteſt eſſe apud iſtam ſuperficiem Et cum diaphanitas corporis ſentientis, quod eſt in concauo nerui, non ſit diuerſa à diaphanitate humoris uitrei: non faciet contingere iſta diuerſitas aliquam diuerſitatem in forma. Et quamuis forma extendatur cum extenſione ſenſus: diaphanitas tamen corporis ſentientis, quod eſt in concauo nerui, nõ eſt diuerſa à diaphanitate corporis uitrei. Diaphanitas autem iſta iſtius corporis non eſt, niſi ut extendantur formæ in eo ſecundum uerticationes, quas exigit diaphanitas, & ut recipiat formas lucis & coloris, & ut appareãt in eo: quoniam corpus non recipit lucem & colorem, neque pertranſeunt in eo formæ lucis & coloris, niſi ſit diaphanum, aut fuerit in eo aliquid diaphanitatis. Et nõ apparet lux & color in corpore diaphano, niſi ſit in eius diaphanitate aliquid ſpiſsitudinis: & propter hoc non eſt glacialis in fine diaphanitatis, neque in fine ſpiſsitudinis. Corpus ergo ſentiens, quod eſt in concauo nerui, eſt diaphanum, & in eo eſt inſuper aliquid ſpiſsitudinis. Forma autem pertranſit in iſto corpore cũ eo, quod eſt in eo de diaphanitate: & apparent in eo formæ uirtuti ſenſitiuæ cũ eo, quod eſt in eo de ſpiſsitudine. Et ſentiens ultimum non comprehendit formas lucis & coloris, niſi ex formis perueníentibus ad iſtud corpus, apud peruentum earum ad neruum communem: & comprehẽdit lucem ex illuminatione iſtius corporis, & colorem ex coloratione. Secũdum ergo hunc modum erit peruentus formarum ad ultimum ſentiens, & comprehenſio ultimi ſentientis quò ad illas.

7. Axis pyramidis optica ſolus ad perpendiculum eſt cõmuni ſectioni cryſtallinæ & uitreæ ſpharum. 24 p 3.

ET poſt quam declaratum eſt, quòd formæ refringãtur apud ſuperficiem uitrei: dicamus quòd axis pyramidis radialis nõ poteſt eſſe declinans ſuper iſtam ſuperficiem, neq; poteſt eſſe alia linea perpendicularis ſuper ipſam. Quoniam ſi axis fuerit declinans ſuper iſtam ſuperficiem, quando formæ peruenirent ad iſtam ſuperficiem, diuerſificarentur in ordinatione, & mutarentur ipſarum diſpoſitiones. Formæ autem non poſſunt peruenire in ſuperficiem uitrei ſecundum ſuum eſſe niſi fuerit axis pyramidis ſuper iſtam ſuperficiem perpendicularis. Quoniam quãdo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſæ, & peruenerit axis radialis ſuper iſtam ſuperficiem iſtius rei uiſæ: peruenier forma illius rei uiſæ in ſuperficiem glacialis ordinata ſecundum ordinationem partium ſuperficiei rei uiſæ, & peruenier forma puncti, quod eſt apud extremitatem axis ſuperficiei rei uiſæ, ad punctum, quod eſt ſuper axem in ſuperficie glacialis [per 18 n 1] & peruenient formæ omnium punctorum ſuperficiei rei uiſæ, quorũ remotio à puncto, quod eſt apud extremitatẽ axis, eſt æqualis, ad puncta formarum, quæ ſunt in ſuperficie glacialis, quorum remotio à puncto, quod eſt ſuper axem, æqualis eſt: quoniam omnia puncta peruenientia ad ſuperficiem glacialis, ſunt ſuper lineas radiales extenſas à centro uiſus ad ſuperficiem uiſus, & axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis. Omnes ergo ſuperficies planæ exeuntes ab axe, & ſecantes ſuperficiem glacialis, erunt [per 18 p 11] perpendiculares ſuper iſtam ſuperficiem. Et iam declaratum eſt [3 n] quòd ſuperficies humoris uitrei, aut eſt plana, aut eſt ſphærica, & centrum eius non eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiem, & nõ eſt perpendicularis ſuper ipſam: non exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiẽ, niſi una ſuperficies tantùm, & omnes ſuperficies reſiduæ exeuntes ab axe erunt declinãtes ſuper ipſam: quoniam hæc eſt proprietas linearũ declinantium ſuper ſuperficies planas & ſphæricas. Imaginemur igitur ſuperficiem a b c d, exeuntem ab axe a c, & perpendiculãriter ſuper ſuperficiem uitrei f g e extendi: ſecabit ergo ſuperficiem uitrei & ſuperficiẽ glacialis, & ſignabit in eis duas differentias communes: in glaciali quidem b d, in uitreo uerò e f: & imaginemur ſuper differẽtiam communem, quæ eſt communis huic ſuperficiei & ſuperficiei glacialis, duo puncta b, d: & ſint remota à puncto a, quod eſt ſuper axem, æqualiter: & imaginemur duas lineas exeuntes à centro glacialis, quod eſt c, uſq; ad iſta duo pũcta b, d, & ſint c b, c d. Erũt ergo [per 1 p 11] hę duæ



lineæ cũ axe a c in ſuperficie communi a b c d perpendiculari ſuper ſuperficiem uitrei e g f: quoniã duo puncta b,d,& punctũ centri c ſunt in iſta ſuperficie:& erunt [per 8 p 1 ductis rectis a b,a d] duo anguli,qui fient ex iſtis duabus lineis & axe,ſcilicet anguli a c b,a c d,æquales:& ſint iſtæ duę lineæ c b,c d ſecantes differentiã communẽ,quæ eſt in ſuperficie uitrei,ſuper duobus punctis e,f: & ſimiliter axis ſecet differentiam iſtam communẽ ſuper punctum g, interiectum inter illa duo puncta e,f. Si ergo ſuperficies uitrei eſt plana,erit [per 3 p 11] differentia cõmunis linea recta: Et ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiem uitrei,& fuerit ſuperficies, quæ fecit differentiã communẽ, perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiem:erit etiã axis a c declinans ſuper cõmunem differentiã,ſuper lineam e f:eruntq; duo anguli e g c,f g c inæquales: quoniã ſi axis a c eſſet perpendicularis ſuper communẽ differentiã e f,eſſet perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitrei [per 4 d 11] & duo anguli e g c,f g c æquales. Sed cũ hi duo prædicti anguli ſint inæquales,& duo anguli e c g,f c g, qui ſunt apud centrũ glacialis c,quod eſt extremitas axis a c,ſint æquales:erũt e g & g f duæ partes lineæ e f,quæ eſt differẽtia communis,inæquales [Quia enim trianguli c e f latera c e, c f ſunt inæqualia (ſecus axis a c eſſet perpendicularis ad f e per 4 p.10 d 1,cõtra hypotheſim) eſto maius c e:factoq; ipſi c e æquali c h,ducatur g h recta,quę per conſtructionẽ & 4 p 1 erit æqualis ipſi g e:ductaq; ex g perpendiculari g i ſuper h c:erit per 16 p 1 angulus g f h obtuſus:itaq; p 19 p 1 latus h g,id eſt e g,erit maius latere f g] Ergo erunt duo puncta e, f extremitatũ ipſius, diuerſæ diſtantiæ à puncto g exiſtẽte ſuper axem in illa linea. Et iſta duo puncta ſunt illa, ad quæ perueniunt formæ duorũ punctorum ſuperficiei glacialis, quę ſunt æqualiter diſtãtia ab axe a c:quoniã ſunt apud duas extremitates duarũ linearũ radialium tranſeuntiũ per iſta duo puncta. Et punctũ g,quod eſt ſuper axẽ a c ex ſuperficie uitrei, eſt illud, ad quod peruenit forma puncti a,quod eſt ſuper axem ex ſuperficie glacialis. Et cũ axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiẽ uitrei,& ſuperficies uitrei fuerit plana:tunc quando duo puncta, (quorũ formæ perueniunt in ſuperficiẽ glacialis,& quorũ diſtantia à puncto a,quod eſt ſuper axem, eſt æqualis,& quę ſunt in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiẽ uitrei) peruenerint ad ſuperficiẽ uitrei, erit diſtantia eorũ à puncto g uenientę ſuper axem, diſtantia inæqualis. Et quãdo axis fuerit declinans ſuper ſuperficiẽ uitrei,& fuerit ſuperficies uitrei plana:tũc differentia cõmunis,quæ fit à qualibet ſuperficie exeũte ab axe,& ſecante ſuperficiẽ uitrei, continebit cũ axe duos angulos inæquales,præter unã ſuperficiem tantũm:& eſt illa,quæ ſecat ſuperficiẽ perpendicularem ſuper uitreum: quoniam differentia cõmunis eius continebit cum axe duos angulos rectos, & erit axis declinans ſuper differentias communes omniũ ſuperficierum reſiduarum. Et cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales,& fuerint duo anguli,reſpicientes duas partes differentiæ cõmunis, ſcilicet anguli, qui ſunt apud centrum ſuperficiei glacialis,æquales:erunt duæ partes differentiæ cõmunis, quæ eſt in ſuperficie uitrei,inæquales: & erunt duo puncta quę ſunt extremitates iſtius differentiæ cõmunis, diuerſæ diſtantiæ à puncto quod eſt ſuper axem: duæ autẽ partes differentiæ cõmunis,quæ ſunt in ſuperficie glacialis,erũt æquales:& erunt duo puncta quæ ſunt in extremitate iſtius differẽtiæ communis,æqualis diſtantiæ à puncto,quod eſt ſuper axem in ſuperficie glacialis. Et cum ita ſit,quãdo forma peruenerit à ſuperficie glacialis ad ſuperficiem uitrei, erit ordinatio eius non ſecundũ ſuum eſſe in ſuperficie glacialis, neq; ſecũdum ſuũ eſſe in ſuperficie rei uiſæ. Et ſimiliter declarabitur etiã quando ſuperficies uitrei fuerit ſphærica,& fuerit axis declinans ſuper ipſam: quoniã puncta, quæ ſunt in ſuperficie glacialis,quorũ diſtantia ab axe eſt æqualis, quando peruenerint ad ſuperficiẽ uitrei, diſtabunt inæqualiter à puncto axis. Quoniam quando axis non fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitrei, & ſuperficies uitrea fuerit ſphærica,non pertranſibit axis iſte per centrũ uitrei, & pertranſibit per centrum ſuperficiei glacialis. Lineæ ergo,quæ exeunt à cẽtro glacialis ad puncta, quorũ diſtãtia à puncto axis in ſuperficie glacialis eſt æqualis, continent cum axe apud centrũ glacialis angulos æquales. Et cum ita ſit,& centrum glacialis non ſit centrum uitrei [per 10 11] iſtæ lineæ diſtinguent ex ſuperficie uitrei arcus inæquales:& nullæ lineæ cõtinentes cum axe angulos rectos,& exiſtentes cum axe in eadẽ ſuperficie,



diſtinguent ex ſuperficie uitrei arcus æquales,niſi duæ lineæ tantũ: & ſunt illæ,quæ ſunt in ſuperficie ſecante ſuperficiẽ perpendicularem ſuper ſuperficiem uitrei. Cum ergo axis fuerit declinãs ſuper ſuperficiem uitrei: formæ perueniẽtes in ſuperficiem uitrei,erũt diuerſæ ordinationis,ſiue ſit iſta ſuperficies plana,ſiue ſphærica:& cum axis fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitrei,erit perpendicularis ſuper omnes differentias cõmunes: & quælibet duæ lineæ exeuntes à centro glacialis,quod eſt punctum in axe,continebunt angulos rectos, & diſtinguent ex differentia cõmuni, quæ eſt in ſuperficie uitrei,duas partes æquales: & erit diſtantia duorum punctorum,quę ſunt extremitates duarum partium æqualium à puncto, quod eſt ſuper axem in ſuperficie uitrei, æqualis, ſiue ſit ſuperficies uitrei plana, ſiue ſphærica. Secundum ergo diſpoſitiones omnes non peruenit forma ad ſuperficiem uitrei, & ſitus partium eius ſecundum eſſe ſuum in ſuperficie uiſus, niſi axis perpendicularis ſit ſuper ſuperficiem uitrei, & ſentiens nõ ſentit formam, niſi ſecundum eſſe ſuum

apud

apud eius peruentum ad se, & sentiens comprehendit ordinationem partium rei uisæ secundum suum esse in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut formæ perueniãt in superficiem uitrei, nisi sit ordinatio partium suarum secundum suum esse. Non est ergo possibile, ut axis radialis sit declinans super superficiem uitrei: erit ergo perpendicularis. Omnes ergo lineæ radiales residuæ erunt obliquatæ super superficiem istam, siue sit plana, siue sit sphærica, quoniam secant axem super centrum glacialis. Nulla ergo istarum linearum transit per centrum superficiei uitrei, si fuerit sphærica, nisi axis tantùm, quoniam est perpendicularis super ipsam, & quia cẽtrum superficiei glacialis non est cẽtrum superficiei uitrei.

8. Visio per axem pyramidis optica certissimà est: per aliam lineam tantò certior, quantò ipsa axi propinquior fuerit. 43 p 3.

ET quoniam declaratum est [2 n] quòd formæ perueniẽtes in superficiem glacialis, nõ perueniunt ad concauum nerui, nisi postquam fuerint refractæ, & non est refractio earum, nisi apud superficiem uitrei, & axis est perpendicularis super istam superficiem, & omnes lineæ radiales residuæ sunt obliquatæ super istam superficiem: quãdo formę peruenerint ad superficiem uitrei, refringẽtur omnia puncta, quæ sunt in ea, prẽter punctum axis: quoniam iste punctus extenditur secundum rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locum gyrationis concaui nerui [per 17 n] Nulla ergo forma perueniens ad superficiem glacialis extenditur ad concauum nerui secundũ rectitudinem, nisi punctum axis tantùm, & omnia puncta residua perueniunt ad concauum nerui secundum lineas refractas. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam, & illa res uisa fuerit opposita medio uisus, & fuerit axis intra pyramidem radialem continentem illam rem uisam: forma illius rei uisæ perueniet ad superficiem glacialis secũdum rectitudinem linearum radialium: deinde extenduntur formæ ab ista superficie secundum rectitudinem linearum radialium etiam, quousque perueniant ad superficiem uitrei: deinde punctum axis extendetur ab ista superficie secundũ rectitudinem axis, quousq; perueniat ad locũ gyrationis concaui nerui, & omnia puncta residua refringuntur super lineas secantes lineas radiales, & consimilis ordinationis, quousq; perueniant ad locum gyrationis concaui nerui. Perueniet ergo forma in illum locum ordinata secundum suum ordinem in superficie glacialis, & ordinata secundum suam ordinationem in superficie rei uisæ. Sed dispositio formarum obliquatarum non est sicut dispositio formarum extensarum rectè, quoniam obliquatio alterabit ipsas aliqua alteratione necessariò. Sequitur ergo de ista dispositione, ut punctum perueniens ad locum gyrationis concaui nerui, quod extendebatur secundum rectitudinem axis, sit magis uerificatum omnibus punctis formarum.

9. Radius pyramidis optica obliquus, axi propior ad minores angulos refringitur, remotior ad maiores: & duo æqualiter remoti, ad æquales. 36 p 3.

ET etiam refractio punctorũ peruenientium in superficiem refractionis propinquiorum puncto axis, est minor, & remotiorum, maior: quoniam refractio non est, nisi secundum angulos, qui fiunt ex lineis, super quas formæ ueniunt, & ex perpendicularibus, quæ sunt super superficiem refractionis: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos minores, erit refractio secundum angulos minores: & linearum continentium cum perpendicularibus angulos maiores, erit refractio secundum angulos maiores. Et lineæ propinquiores axi minus declinant super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus, quę sunt super superficiem refractionis, angulos minores: & illæ, quæ sunt remotiores ab axe, magis declinãt super superficiem refractionis, & sic continent cum perpendicularibus angulos maiores. Et formæ, quorum refractio est minor, magis manifestantur, & quarum refractio est maior, minus. Punctum ergo, quod est super axem, perueniens ad locum gyrationis nerui cõcaui, est manifestius omnibus alijs punctis residuis, & quod est propinquum illi, est manifestius remotiore ab illo. Et istæ formę sunt, quę extenduntur ad neruum communem, & ex illis comprehẽdit ultimum sentiens formam rei uisæ. Et cum ista forma perueniens ad locũ gyrationis cõcaui nerui: sit diuersæ dispositionis, scilicet quòd punctum axis est manifestius omnibus punctis residuis, & quod est propinquius illi, est remotiore manifestius: forma ergo perueniens in neruo communi, ex qua comprehẽdit uirtus sensitiua formam rei uisæ, erit diuersæ dispositionis, & punctum eius respondens puncto axis in superficie rei uisæ, erit manifestius omnibus punctis residuis formæ, & huic propinquius, manifestius remotiore. Et si inducantur dispositiones rerum uisarum, & distinguatur qualitas comprehensionis uisus à rebus uisis, quas comprehenderit uisus simul, & qualitas comprehẽsionis uisus à partibus unius rei uisæ: inuenientur conuenientes omnino in hoc, quod declarauimus. Quoniam aspiciens quando in eodem tempore fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, & non mouerit ipsum: inueniet rem uisam oppositam medio sui uisus manifestiorem illis, quę sunt à parte laterum illius medij, & quę est propinquior medio, erit manifestior. Et similiter quando inspiciens inspexerit rem uisam magnam, & uisus eius fuerit oppositus medio illius rei uisæ, & fuerit quietus, comprehendet medium illius rei uisæ manifestius istius rei extremitatibus. Et hoc manifestabitur bene, quando fuerint multa uisibilia sibi propinqua, & aspiciens fuerit oppositus uni illorum, quod erit medium inter illa uisibilia quieto uisu: quoniam tunc comprehendet comprehensione manifesta illud medium, & simul etiam comprehendet illa, quæ sunt in lateribus illius, sed non manifestè. Et

hoc manifestatur magis, quando spatium, super quod sunt illa uisibilia, fuerit longum, quoniá tunc erit inter comprehensionem medij, & comprehensionem extremitatum magna diuersitas. Deinde si hęc species motus mouerit uisum in aspiciente, & fuerit oppositus alij rei uisæ, præter illam rem uisam, quæ antè erat opposita: comprehendet istam secundam rem uisam comprehensione manifesta, primam autem comprehendet comprehensione debili: & si fuerit oppositus extremitati, & intueatur ipsam: comprehendet ipsam comprehensione manifestiore, quam in comprehensione primæ dispositionis secundum eius remotionem ab eo, & simul comprehendet medium comprehensione debili, quamuis sit propinquius: & erit inter comprehensionem medij, dum aspiciens opponitur extremitati, & inter comprehensionem medij, dum opponitur medio, diuersitas sensibilis. Manifestabitur ergo ex hac experimẽtatione, quòd uisio per medium uisus, & per axem, quem definiuimus, est manifestior uisione per extremitates, & per lineas continentes axem. Declaratum est ergo, quòd uisio erit per axem pyramidis radialis manifestior, quàm uisio per omnes lineas radiales, & quòd uisio per propinquiores axi, est manifestior, quàm per remotiores.

10. Visibile percipitur aut solo uisu: aut uisu & syllogismo: aut uisu & anticipata notione. In hypothe. 3 lib. inprasa. 4 lib. 59. 60 p 3.

SEnsus autẽ uisus nihil comprehendit de rebus uisibilibus nisi in corpore: in corpore uerò res multæ congregantur, & accidunt ei multæ res, & uisus comprehendit de corporibus multas res, quæ sunt in eis, & quæ accidunt illis. Et color est unum eorum, quæ accidunt corporibus: & similiter lux, & sensus uisus comprehendit utrunque istorum in corporibus: & comprehendit etiam alias res præter istas duas, sicut figuram, & situm, & magnitudinem, & motum, & alia, quæ nos distinguemus post: & comprehendit etiam similitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & similitudinem lucis, & diuersitatem eius: & similiter etiam comprehendit consimilitudinem figurarum, & situum, & motuum. Et comprehensio omnium istorum nõ est secundum unum modum, neq; comprehensio cuiuslibet istorum est solo sensu. Quoniam uisus quando comprehendit duo individua in eodem tempore, & fuerint consimilia in forma, comprehendet individua, & comprehendet similia. Sed similitudo duarum formarum in duobus individuis non sunt ipsæ formæ ambæ, nec una illarum. Et cum uisus comprehendit individua ex formis peruenientibus ad ipsum ex duobus individuis, ipse comprehendit consimilitudinem duorum individuorum ex similitudine duarum formarum peruenientium à forma ad uisum: & consimilitudo duarum formarum nõ sunt ipsæ formæ, neque tertia forma propria consimilitudini: sed consimilitudo duarum formarum est conuenientia illarum in aliquo. Non ergo comprehenderur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ad alteram, & ex comprehensione istius, in quo sunt consimiles. Et quia uisus comprehendit similitudinem, & non est in eo tertia forma, ex qua comprehendit similitudinem: uisus ergo non comprehendit similitudinem duarum formarum, nisi ex comparatione unius ad alteram. Et cum ita sit, comprehensio ergo sensus uisus à consimilitudine formarum, & diuersitate illarum, non est per solum sensum, sed per comparationem formarum inter se. Et etiam quando uisus comprehendit duos colores unius generis, & fuerit unus illorum fortior altero, sicut uiridem myrti & uiridem leuistici: comprehendet, quòd sunt uirides, & comprehendet etiam quòd alter illorum est fortioris uiriditatis, & distinguet inter duas uiriditates, & comprehendet consimilitudinem illorum in uiriditate, & diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: sed distinctio inter duas uiriditates non est ipse sensus uiriditatis, quoniam sensus uiriditatis est ex uiridificatione uisus ab utraq; uiriditate: & comprehẽdet, quòd sunt unius generis. Comprehensio ergo uisus, quòd altera uiriditas est fortior altera, & quòd duæ sunt unius generis, est distinctio colorationis, quę est in uisu, non ipse sensus coloris. Et similiter, quãdo duo colores similes in fortitudine fuerint unius generis, uisus comprehendit duos colores, & comprehendit quòd unius generis sunt, & quòd sunt consimiles in fortitudine. Et similiter est dispositio lucis apud uisum, quoniam uisus comprehendit lucem, & distinguit inter lucem fortem & debilem. Comprehensio ergo uisus quò ad consimilitudinem colorum, & diuersitatem eorum, & consimilitudinem lucis & diuersitatem eius, & consimilitudinem lineationum formarum rerum uisibilium, & figuræ, & situs earum, & diuersitates earum, non est, nisi ex comparatione illarum inter se, non solo sensu. Et etiam sensus uisus comprehendit diaphanitatem corporum diaphanorum, & diaphanitatem corporum, quæ sunt in fine diaphanitatis: sed non comprehendit diaphanitatem talem alia ratione, nisi per comparationem: quoniam lapides diaphani, quorum diaphanitas est modica, nõ comprehenduntur à uisu esse diaphani, nisi postquam fuerint oppositi luci, & comprehendatur lux à posteriori eorum: & comprehendentur, quòd sunt diaphani. Et similiter diaphanitas cuiuslibet corporis diaphani, non comprehenditur à uisu, nisi postquam comprehensum fuerit corpus aut lux, quæ est à posteriori eius, & comprehendatur insuper per distinctionem, quòd illud, quod appareat a posteriori, est diuersum à corpore diaphano: comprehensio autem eius, quòd illud, quod est à posteriori corporis diaphani, est diuersum ab illo corpore, non est comprehensio solo sensu, sed est comprehensio per rationem. Et cum diaphanitas non comprehendatur nisi per signationem, ergo non comprehendetur, nisi distinctione & ratione. Et etiam scriptura non comprehenditur, nisi ex distinctione formarum literarum, & compositione illarum, & comparatione illarum ex sibi similibus, quæ sunt notæ scriptori antè. Et similiter multæ res uisibiles, quando consideabitur qualitas com-

& cognoscitiuæ comprehensionis illarum, non comprehenduntur solo sensu, sed ratione & distinctione. Et cum ita sit, non ergo omne, quod comprehenditur à uisu, comprehenditur solo sensu: sed multæ intentiones uisibiles comprehenduntur per rationem & distinctionem cum sensu formæ uisæ. Visus autem non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua distinguit istas res: attamen distinctio uirtutis distinctiuæ in istis rebus uisibilibus non est, nisi mediante uisu. Et etiam uisus comprehendit multas res uisas per cognitionem, & cognoscit hominem esse hominem, & equum equum, & Socratem esse Socratem, quando uiderit illum prius: & cognoscit animalia sibi assueta, & arbores, & plantas, & lapides, quando prius uiderit ipsa, & consimilia. Et cognoscit omnes intentiones in rebus uisibilibus sibi assuetas. Et non cóprehendit uisus quidditaté alicuius rei, nisi per cognitionem. Cognitio autē non est comprehensio solo sensu, quoniá uisus nō cognoscit omne, quod uidit prius. Et cum uisus comprehenderit aliquod indiuiduum, & postea separabitur ab illo longo tempore, & post uiderit ipsum: & non fuerit memor ipsius: non cognoscet ipsum: quoniam non cognoscit illud, quod cognouit, nisi quando fuerit memor. Si ergo cognitio esset comprehensio solo sensu: oporteret, quādo uideret uisus aliquod indiuiduū, quod prius uidit, quod statim cognosceret ipsum in secunda uisione secundum omnes dispositiones: sed non est ita. Et cum cognitio nō sit nisi per rememorationem cognitio ergo non est comprehensio solo sensu.

11. Visio per anticipatam notionem fit quodammodo per syllogismum. 63 p 3.

COmprehensio autem per cognitionem est comprehensio per aliquem modorum ratiocinationis, quoniam cognitio est comprehensio consimilitudinis duarum formarum, scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, & formę illius rei uisæ uel sibi similis, quā comprehendebat in prima uice: & propter hoc nō erit cognitio nisi per rememorationē. Quoniam si prima forma non fuerit præsens memorię, non comprehendet uisus similitudinem duarum formarum, & si non cognoscit rem uisam. Cognitio autem est formæ alicuius rei individuæ, & formæ speciei. Cognitio ergo individui est ex assimilatione formæ individui, quam comprehendit uisus apud cognitionem individui, alij formæ, quam prius comprehendebat. Et cognitio speciei est ex assimilatione formæ rei uisæ ad alias formas similes individuis suæ speciei, quæ prius cōprehendebat. Et comprehensio similitudinis est comprehensio per rationem, quoniam non est, nisi ex comparatione unius formę ad alteram. Cognitio ergo non est, nisi modus rationis. Sed ista ratio distinguitur ab omnibus rationibus: quoniam cognitio non erit per inductionem omnium intentionum, quæ sunt in forma, sed per signa. Cum ergo uisus comprehendit aliquam intentionum, quæ sunt in forma, & fuerit memor primæ formæ, statim cognoscet formam, & non est ita omne, quod comprehenditur per rationem: quoniam plura eorum, quę comprehenduntur per rationem, non comprehenduntur, nisi post inductionem omnium intentionum, quæ sunt in eis. Quoniá scriptor quando momento aspexerit formam a b c, statim comprehendet, quod est a b c. ex apprehensione ergo eius, quòd a est præcedens, & c est ultimum, comprehendet, quod est a b c. Et similiter si uiderit (DOMINVS) scriptum, statim comprehendet ipsum per cognitionem & consuetudinem: & similiter omnes dispositiones sibi assuetas, quando scriptor uiderit ipsas, statim comprehendet sine indigentia distinctionis unius ab altera: & non est ita, si scriptor inspexerit dictionem extraneam scriptam, quam ante non uiderit, quoniam scriptor non comprehendet istam dictionem, nisi postquam distinxerit eius literas, & post comprehendet dictionem. Omnis ergo forma, quam prius non uidit uisus, neque similem illi, quando comprehendetur à uisu, non comprehendet uisus, quòd est illa forma, nisi postquam distinxerit omnes illas intentiones illius formæ, aut plures illarum. Forma autem consueta comprehendetur à uisu statim comprehensione quarundam intentionum, quæ sunt in illa forma. Illud ergo quod comprehenditur per cognitionem, comprehendetur per signum: & non omne quod comprehenditur per rationem, comprehenditur per signum. Et plures intentiones uisibilium non comprehenduntur nisi per cognitionem. Et non comprehendetur quidditas alicuius rei uisæ, neque alicuius rei sensibilis alio sensu, nisi per cognitionem. Et uirtus cognitionis est coniuncta uirtuti sensus: & non completur comprehensio uisibilium, nisi per cognitionem. Cognitio autem non est solo sensu. Intentiones ergo quæ comprehenduntur à sensu uisu quædam comprehenduntur solo sensu, quædam per cognitionem, quædam per rationem & distinctionem.

12. Visio per syllogismum, fit plerunq; breui tempore. 69 p 3.

ET plures intentiones uisibilium, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, comprehenduntur in tempore ualde paruo, & non apparet, quòd comprehensio earum sit per rationem & distinctionem, propter uelocitatem rationis, per quam comprehenduntur istæ intentiones. Quoniam figura, & magnitudo, & diaphanitas corporis, & similia, ex intentionibus, quæ sunt in rebus uisibilibus, comprehenduntur in maiori parte comprehensione ualde uelociter, & nō comprehenditur tunc, quòd comprehensio earum sit per rationē. Et cum comprehensio istarum intentionum est per rationem, non est, nisi per manifestationem positionum illarum, & per consuetudinem uirtutis distinctiuæ ad istas intentiones. Apud peruentum ergo illius formæ comprehendit omnes intentiones, quæ sunt in ea, & sic distinguentur ab eo apud comprehensio

nem. Et similiter in argumentatione & omnibus rationibus, quarũ propositiones sunt uniuersales & manifestæ, non indiget uirtus distinctiua aliquanto tempore in comprehendendo illarum conclusiones, sed apud intellectum statim propositionis intelligetur conclusio. Et causa in hoc est, quòd uirtus distinctiua non arguit per compositionem & ordinationem propositionis, sicut componitur argumentatio per uocabula. Quoniam argumentum, quod concludit, erit secundum uerbum, & secundum ordinationem propositionum: argumentum autem uirtutis distinctiuæ non est ita, quoniam uirtus distinctiua comprehendit conclusionem sine indigentia in uerbis, & sine indigentia ordinationis propositionum, & ordinationis uerborum: quoniam ordinatio uerborum argumenti non est, nisi modus qualitatis comprehensionis uirtutis distinctiuæ à conclusione: Sed comprehensio uirtutis distinctiuæ ad conclusionem non indiget modo qualitatis, nec ordine qualitatis comprehensionis. Intentiones ergo uisibiles, quæ comprehenduntur à ratione, comprehenduntur utplurimùm, ualde uelociter, & non apparet in maiori parte, si comprehensio earum sit in ratione. Et etiam intentiones uisibiles, quæ comprehenduntur per rationem & distinctionem, quoniam multoties comprehenduntur per rationem, & intelligit uirtus distinctiua intentiones earum: si post uiderit ipsas, comprehendet eas per cognitionem sine indigentia distinctionis omnium intentionum, quæ sunt in secundis, sed per signa tantùm, & distinguet illam conclusionem per cognitionem sine indigentia argumentationis alicuius iterandæ: & est exemplum in eo scriptore, qui primo uidet uerbum extraneum. Et similiter sunt omnes intentiones, quæ comprehenduntur per rationem, quando propositiones earum fuerint manifestæ, & conclusiones fuerint ueræ. Quoniam quando anima intellexerit conclusionem esse ueram, deinde multoties uenerit in animam: erit conclusio quasi propositio manifesta: & sic, quando anima uiderit propositionem, statim intelliget conclusionem sine indigentia argumentationis iterandæ. Et plures intentiones, quas non comprehendit uirtus distinctiua, quòd sint ueræ, nisi per rationem, putantur quòd sint propositiones primæ, & quòd non comprehendantur, nisi per naturam & intellectum, non per rationem: uerbi gratia, quòd totum sit maius sua parte, putatur quòd natura intellectus iudicet quòd sit uerum, & quòd comprehensio ueritatis ipsius non est per rationem. Sed totum est maius sua parte, non comprehendet prius, nisi per rationem, quoniam distinctio non habet uiam ad comprehendendum, quòd totum sit maius sua parte, nisi postquá intellexerit intentiones totius & partis, & intentionem maioritatis & minoritatis: quoniam si non intellexerit intentionem partium, non intelliget intentionem totius. Intentio autem totius non est nisi communitas, & intentio partis, nisi aliquiditas, & maioritas est relatio ad alterum, & intentio maioris est illud, quod est æquale alij, & plus. Et probatio quòd omne totum est maius sua parte, est quod confertur ei cum quadam æqualentia, & addit super ipsam cum residuo, quod est plus scilicet: & ex conuenientia intentionis maioris cum intentione totius: & argumentatione apparet, quod totum sit maius sua parte. Et cum comprehensio huius propositionis, quòd totum sit maius sua parte, non sit nisi per istam uiam: comprehensio ergo eius non est, nisi per rationem, non per naturam intellectus: & illud, quod est in natura intellectus, non est nisi comprehensio conuenientiæ intentionis totius, & intentionis maioris, & in augmentatione tantùm. Et ordinatio istius syllogismi est ita: omne totum addit super partem: & omne addens super aliud, est maius ipso: ergo omne totum est maius sua parte. Et uelocitas comprehensionis uirtutis distinctiuæ circa conclusionem, non est, nisi quia propositio uniuersalis est manifesta ex comprehensione uirtutis distinctiuæ: sed comprehensio, quòd totum est maius parte, est per rationem. Et quia propositio uniuersalis est ei manifesta, comprehendet conclusionem apud euentum propositionis minoris particularis, & propositio particularis est additio intentionis totius super partem. Et quia ueritas conclusionis istius syllogismi est certissima in anima, & præsens in memoria: quando ueniet propositio ad ipsum, recipit ipsam intellectus sine indigentia argumentationis iterandæ, sed per cognitionem tantùm. Et omne, quod est istius generis, uocatur ab hominibus propositio prima: & putatur, quòd comprehendatur solo intellectu, & quòd non indigeatur in comprehensione ueritatis circa ipsum, nisi solo intellectu. Et causa illius est, quòd comprehenditur statim. Syllogismi ergo, quorum propositiones sunt uniuersales & manifestæ, comprehenduntur in tempore insensibili: deinde quando syllogizatur toties, ut ueritas conclusionis certificetur in anima, tunc efficietur conclusio quasi propositio manifesta. Et secundum hunc modum erit comprehensio uirtutis distinctiuæ ad plures intentiones, quæ comprehenduntur ratione in tempore insensibili, sine indigentia argumentationis iterandæ.

13. Visio per anticipatam notionem fit in tempore: & qualitas eius plerunque ignoratur. 64. 69 p 3.

ET etiam multoties non apparet qualitas comprehensionis intentionum uisibilium, quæ comprehenduntur ratione & cognitione, quoniam comprehensio earum non fit ualde uelociter, & quia comprehensio qualitatis comprehensionis non est, nisi per secundum argumentum post primum argumentum, per quod fuit uisio. Virtus autem distinctiua non utitur isto secundo argumento, in tempore, in quo comprehendit aliquam intentionem uisibilem, neque distinguit qualiter comprehendit illam intentionem, neq; potest, propter uelocitatem comprehensionis eius ad intentiones cõprehensas per cognitionẽ & per argumentũ, cuius propositiones sunt manifestæ

ſeſtæ & certæ in anima. Et propter hoc non ſentitur qualitas comprehenſionis ueritatis plurium propoſitionum uerarum, quæ comprehenduntur per cognitionem: Et radix affirmationis ueritatis earum eſt per rationem apud earum euentum. Quoniam quando iſtæ propoſitiones eueniunt uirtuti diſtinctiuæ, ſtatim iudicat, quòd ſint ueræ per cognitionem: ſed apud cognitionem non inquirit qualiter affirmata fuerit prius ueritas, neque inquirit, qualiter comprehendit, quòd ueræ ſint apud euentum earum. Et etiam pari modo argumentum, per quod comprehendit uirtus diſtinctiua qualitatem comprehenſionis eius ad illud, quod comprehendit, non eſt argumentum in fine uelocitatis, ſed indiget conſideratione, quoniam comprehenſiones diuerſantur, & quædam ſunt per naturam intellectus, & quædam per cognitionem, & quædam per conſiderationem & diſtinctionem. Comprehenſio ergo qualitatis comprehenſionis, & quæ cõprehenſio eiuſmodi cõprehenſionis eſt, non eſt, niſi per argumentum & diſtinctionem non uelocem. Et propter hoc non apparet multoties qualitas comprehenſionis rerum uiſibilium, quæ comprehenduntur ratione apud comprehenſionem. Et etiam eſt homo natus ad diſtinguendum ſine difficultate, & arguendum ſine labore, & non percipit, quod arguit, niſi quando arguit cum difficultate, quando uerò non utitur difficultate, & cognitione, non percipit, quod arguit. Argumenta ergo aſſueta, quorum propoſitiones ſunt manifeſtæ, & non indigent difficultate, ſunt in homine naturaliter: & propter hoc percipit, quando comprehendit concluſiones eorum, quòd comprehendat ipſas per argumentum. Et ſignificatio eſt, quòd homo natus eſt ad arguendum, quòd ipſe arguit, & non percipit quòd arguit, quod apparet in pueris in primo incremento: quoniam ipſi comprehendunt plures res, ſicut homo perfectus, & diſtinguens, & utuntur multis operationibus per diſtinctionem: uerbi gratia: Puer quando ei demonſtrantur duo ex eodem genere, ſicut duo poma, & fuerit unum pulchrius alio, accipiet pulchrius, & dimittet alterum, ſed electio rei pulchrioris non eſt, niſi per comparationem alterius ad alterum: & comprehenſio pulchri, quòd ſit pulchrum & fœdi, quòd ſit fœdum: & ſimiliter quando elegerit pulchrius alio pulchro minoris pulchritudinis, ſignificat quòd non elegit ipſum, niſi poſt comparationem unius ad alterum, & comprehenſionem formæ cuiuslibet eorum, & comprehenſionem argumenti pulchritudinis pulchrioris ſuper minus pulchrum: & electio pulchrioris non eſt, niſi per propoſitionem uniuerſalem dicentem: Quòd pulchrius eſt, melius eſt: & quod eſt melius, dignius eſt ad eligendum: ergo ipſe utitur hac propoſitione, & non percipit, quòd utatur ea. Et cum ita ſit: puer ergo arguit & diſtinguit: & non eſt dubium, quòd puer neſcit, quod eſt argumentum, neque percipit quando arguit, utrum arguat, aut non: & ſi quis etiam intenderet ipſum inſtruere, quid ſit argumentum, uel arguere, non intelligeret. Et quia puer arguit, & neſcit, quid ſit argumentum, anima ergo humana nata eſt ad arguendum ſine difficultate & labore, & non percipit homo apud comprehenſionem rei, quòd ſit huiuſmodi, quòd ſit per argumentum. Sed intentiones, quæ comprehenduntur ratione, non ſunt, niſi intentiones manifeſtæ, quarum propoſitiones ſunt ualde manifeſtæ: intentiones uerò, quarum propoſitiones non ſunt ualde manifeſtæ, & quarum argumenta indigent difficultate, quando comprehenduntur ab homine, fortè percipit, quòd comprehendit ipſas per rationem, quando fuerint illæ ueræ diſtinctionis. Iam ergo declaratum eſt ex omni quod diximus, quòd quædam intentiones, quæ comprehenduntur per uiſum, comprehenduntur ſolo ſenſu, & quædam per diſtinctionem, & quædam per cognitionem, & argumentum, & rationem & poſitionem: & quòd qualitas comprehenſionis intentionum particularium per uiſum, non appareat in maiori parte propter uelocitatem iſtius, quod comprehenditur per cognitionem, & propter uelocitatem argumenti, per quod comprehenduntur intentiones uiſibiles: & quòd uirtus diſtincti ua eſt nata ad arguendum ſine labore & difficultate, ſed natura & conſuetudine, & non indiget argumentatione iteranda illa uirtus in comprehenſione alicuius intentionum particularũ, quę multoties fuerint uiſæ.

14. E uiſibili ſæpius uiſo remanet in animo generalis notio, qua quodlibet uiſibile ſimile percipitur & cognoſcitur. 61 p 3.

ET comprehenduntur etiam intentiones, quæ multoties fuerint uiſæ, ratione & diſtinctione, quæ ſunt in anima, ita quòd homo non percipit quietem illarum, neque quies illarum habet principium ſenſibile, quoniam habet experientia, quòd comprehendit uiſibilia: & experientia eſt in eo quædam diſtinctio, & præcipuè diſtinctio, per quam comprehenduntur intentiones ſenſibiles: Ipſe ergo comprehendit intentiones ſenſibiles ratione & diſtinctione, & acquirit intentiones ſenſibilium. Et multoties redduntur ipſæ intentiones ſenſibiles illi ſucceſsiuè, quouſq; quieſcant in eius anima: ita etiam ut non percipiat quietem earum: & ſic quando uenerit ipſa intentio particularis, quæ quieuerit in anima eius, cõprehendet eam apud eius euentũ per cognitionẽ, neq; tamẽ percipit qualitatẽ comprehenſionis, neq; qualitatẽ cognitionis, neq; qualiter quieuerit in anima eius, cognitio ipſius intentiõis. Oẽs ergo intentiões particulares, quę cõprehenduntur ratione, & diſtinctiõe, & multoties redduntur, iam cõprehenſæ ſunt ab homine in præterito tẽpore, & quieuerũt in anima, & facta eſt forma uniuerſalis quieſcẽs ex qualibet intentione particulariũ. Comprehenduntur ergo intentiones iſtæ ſine argumentatione iteranda, quá primo fecit, & ſine ratione, per quã cõprehenſa eſt ueritas illius intentionis, & ſine cõprehenſione qualitatis cõprehenſionis ipſius apud comprehenſionẽ, & ſine cõprehenſione qualitatis cognitionis apud comprehenſionem, & nihil remanet argumentatione iteranda indigens, niſi conſiderare intentiones particulares, quæ ſunt

in ipſis

in ipſis indiuiduis particularibus, ſicut figura in re indiuidua, ſcilicet in re uiſa ſignata, aut ſitus rei uiſæ indiuiduæ, aut magnitudo rei uiſæ indiuiduæ, aut comparatio coloris alicuius rei uiſæ indiuiduæ cum colore alterius rei uiſæ & illi ſimilis. Et ſecundum iſtos modos erit comprehenſio omniũ intentionum particularium, quæ ſunt in rebus uiſibilibus.

DE OMNIBVS INTENTIONIBVS COMPREHENSIS A VISV: & qualiter comprehendat uiſus quamlibet illarum. Cap. XI.

15. Species uiſibiles principes ſunt uiginti duæ: ad quas reliquæ omnes referuntur. In hypo. 3 lib. in præfa. 4 libr.

ET cum declarata ſint omnia iſta, incipiemus modò ad declarandum qualitates comprehenſionis cuiuslibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per uiſum, & qualitates argumentorum, per quæ acquirit uirtus diſtinctiua intentiones comprehenſas ſenſu uiſus. Intentiones particulares, quæ comprehenduntur ſenſu uiſu, ſunt multæ, ſed generaliter diuiduntur in 22: & ſunt lux, color, remotio, ſitus, corporeitas, figura, magnitudo, continuum, diſcretio & ſeparatio, numerus, motus, quies, aſperitas, leuitas, diaphanitas, ſpiſſitudo, umbra, obſcuritas, pulchritudo, turpitudo, conſimilitudo, & diuerſitas in omnibus intentionibus particularibus, & in omnibus formis compoſitis ex omnibus intentionibus particularibus. Iſta ergo ſunt omnia quæ comprehenduntur per ſenſum uiſus: & ſi aliqua intentio uiſibilis eſt præter iſtas, collocabitur ſub aliqua iſtarum, ſicut ordinatio, quæ collocabitur ſub ſitu, & ſcriptura, & pictura, quæ collocabuntur ſub figura & ordine: & ſicut rectitudo, & curuitas, & concauitas, & conuexitas, quæ collocantur ſub figura: & multitudo & paucitas, quæ collocantur ſub numero: & ſicut æqualitas & augmentum, quæ collocantur ſub ſimilitudine & diuerſitate: & alacritas, & riſus, & triſtitia, quę comprehenduntur ex figura formæ faciei: collocantur ergo ſub figura: & ſicut fletus, qui continetur ſub figura faciei cum motu lachrymarum, collocatur ergo ſub figura & motu: & ſicut humilitas & ſiccitas, quæ collocantur ſub motu & quiete, quoniam humilitas comprehenditur ſenſu uiſu, ſed non ſenſu uiſu comprehenditur, niſi ex liquiditate corporis humidi, & ex motu unius partus illius ante aliá, & ſiccitas comprehenditur ſenſu uiſus, ſed nó comprehenditur, niſi ex retentione partium corporis ſicci, & ex priuatione motus liquiditatis: & ſimiliter quælibet intentio particularis comprehenſa à uiſu, collocatur ſub partibus, quas diximus prius. Et omnes intentiones uiſibiles ſunt, ſicut ſuperius diximus.

16. Viſio perficitur, cum forma uiſibilis cryſtallino humore recepta, in neruum opticum peruenerit. 20 p 3. Idem 25 n. 1.

ET cum ita ſit, diſtinctio & argumentatio uirtutis diſtinctiuæ, & cognitio formarum & ſignorum eorum non erunt, niſi ex cognitione uel diſtinctione uirtutis diſtinctiuæ ex formis peruenientibus intra concauum nerui communis, apud comprehenſionem ultimi ſentientis illas, & ex cognitione ſignorum formarum iſtarum. Et ita corpus ſentiés extenſum à ſuperficie membri ſentientis uſq; ad concauum nerui communis, ſcilicet ſpiritus uiſibilis eſt ſentiens per totum, quoniá uirtus ſenſitiua eſt per totum iſtius corporis. Cum ergo forma extenditur à ſuperficie membri ſentientis uſq. ad concauum nerui communis, quælibet pars corporis ſentientis ſentiet formá: & cum peruenerit forma in concauum nerui communis, comprehendetur ab ultimo ſentiente, & tunc erit diſtinctio & argumentatio. Virtus autem ſenſitiua ſentit formam rei uiſæ ex toto corpore ſentiente extenſam à ſuperficie membri ſentientis uſque ad concauum nerui communis: & uirtus diſtinctiua diſtinguit intentiones, quæ ſunt in forma apud comprehenſionem ultimi ſentientis circa formam. Secundum ergo hunc modum erit comprehenſio formarum rerum uiſibilium à uirtute ſenſitiua, & ab ultimo ſentiente, & à uirtute diſtinctiua. Et declarabitur ex iſta diſpoſitiõe, quòd uirtus ſenſitiua ſentit locũ membri ſentientis, in quem peruenit forma, quoniá non ſentit formam, niſi ex loco, in quem peruenit forma. Et declaratũ eſt etiam [25 n 1] quòd à quolibet puncto ſuperficiei glacialis extenditur forma ſecundum unam uerticationem continuam, cum eo, quod eſt in eadem de obliquatione & incuruatione, quouſque perueniat ad unum punctum loci, in quem peruenit forma in concauo nerui communis: Et cum ita ſit, forma ergo perueniens in partem ſuperficiei glacialis, extenditur ab illa parte ad aliam partem concaui nerui communis. Et forma cuiuslibet uiſarum rerum diuerſarum, quæ comprehenduntur ſimul in eodem tempore: extenditur ad locum certum in concauo nerui communis: & perueniunt formæ omnium illarum rerum uiſarum ad concauum nerui communis: & erit ordinatio formarum illarum inter ſe in concauo nerui cómunis, ſicut ordinatio ipſarum rerum inter ſe uiſarum. Cum ergo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſæ, formæ lucis & coloris iſtius rei uiſæ perueniunt ad ſuperficiem uiſus, & perueniunt in ſuperficiem glacialis, & extenduntur ſecundum uerticationes determinatas, quas diximus ſecundũ ſuam ordinationem, & figurã, & formã, quouſq. peruenſant ad concauũ nerui cómunis, & comprehendentur à uirtute ſenſitiua apud peruentũ earũ in corpore glacialis, & apud peruentũ earũ in toto corpore ſentiente, & uirtus diſtinctiua diſtinguit omnes intentiones, quæ ſunt in eis: & forma lucis & forma coloris nó peruenit ad cócauũ nerui, niſi quia corpus ſentiés extẽſum in cõcauo nerui, coloratur à forma lucis & coloris, & illuminatur à forma lucis, & peruenit forma ad cócauũ nerui cõmunis: &

erit

erit pars corporis sentientis, quod est in concauo nerui cõmunis, ad quam peruenit forma rei uisæ, colorata colore illius rei uisæ, & illuminata luce, quæ est in illa re uisa: & si res uisa habuerit unũ colorem, erit illa pars corporis sentientis unius coloris, & si partes rei uisæ fuerint diuersi coloris, erũt partes illius corporis partis sentientis, quod est in concauo nerui cõmunis, diuersi coloris: & ultimum sentiens sentit colorem rei uisæ ex coloratione, quam inuenit in illa parte, & cõprehendit lucem rei uisæ ex illuminatione, quam inuenit in illa parte. Et uirtus distinctiua comprehendit plures intentiones particulares, quæ sunt in re uisa, ex distinctione intentionum, quæ sunt in illa forma ab ea, scilicet ex ordinatione partium formæ, & ex figuratione illius, quod continet formam, & ex figuratione partium eius, & diuersitate colorum, & situum & ordinationum, quæ sunt in partibus illius formæ, & ex consimilitudine & diuersitate earum. Et etiam lux ueniens à re uisa, colorata ad uisum, non uenit per se sine colore, & forma coloris ueniens à re uisa, colorata ad uisum, non uenit sine luce. & non uenit forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, nisi admixtæ, neq; comprehendit eas ultimum sentiens, nisi admixtas: tamen etiam sentiens comprehendit rem uisam illuminatã, & comprehendit, quòd lux apparens in re uisa, est diuersa à colore: & ista comprehensio est distinctio. Distinctio autem non est, nisi uirtutis distinctiuæ, non sensitiuæ: tamen cum comprehensione istius intentionis à uirtute distinctiua, ista intentio quiescit in anima, & non indiget argumentatione iteranda apud euentũ cuiuslibet formę. Sed quod lux, quæ est in ea, est diuersa à colore, quæ est in ea: & comprehensio uirtutis distinctiuæ, quòd lux accidentalis, quæ est in re uisa colorata, est diuersa à colore, qui est in ea: est, quia super unam rem uisam diuersatur lux, & aliquando augmentatur, & aliquando diminuitur. Et cum hoc est, remanet color eius idem, quamuis diuersetur tentillatio coloris secundum diuersitatem lucis, tamen genus coloris nõ diuersatur. Et etiam lux accidentalis fortè peruenit ad rem uisam ex foramine, & cum fuerit obstructum illud foramen, obscurabitur illa res uisa. Ex comprehensione ergo uirtutis distinctiuæ circa diuersitatem lucis super res uisas, & ex comprehensione eius circa illuminationem rei uisæ, aliquando etiam priuationem lucis ab ea, comprehendit uisus, quòd colores, qui sunt in rebus uisis, sunt diuersi à luce, quæ accidit in eis. Forma ergo, quam comprehendit sentiens ex re uisa colorata, est forma admixta ex forma lucis & forma coloris, quæ sunt in re uisa: Et uirtus distinctiua comprehendit, quòd color, qui est in eo, est diuersus à luce, quę est in ea. Et ista cõprehensio, est comprehensio secundum cognitionẽ apud euentũ formæ, quæ est in sentiente: quoniam iam quiescit in anima, quòd lux cuiuslibet formæ admixtæ ex luce & colore, est diuersa à colore, qui est in ea.

17. E speciebus uisibilibus primùm percipitur essentia lucis & coloris. 67 p 3.

ET primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus, quæ appropriantur formę, est quidditas coloris: quidditas autem coloris non comprehendetur à uirtute distinctiua, nisi per cognitionẽ, quando color rei uisę fuerit ex coloribus assuetis: & comprehensio quidditatis coloris à uirtute distinctiua secundum cognitionem non est, nisi ex comparatione formæ coloris ad formas, quas comprehendebat antè, ex formis scilicet similibus illi coloris. Quoniam quando uisus comprehendit colorem rubeum, & comprehendit, quod sit rubeus, non comprehendit, quòd sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum: & ista cognitio non est, nisi ex assimilatione formæ eius ad res, quas comprehendebat prius. Si autem uisus nunquam comprehendisset rubeum colorẽ, nisi modo, nesciret apud cõprehensionem rubei, quòd esset rubeus. Cum ergo color fuerit ex coloribus assuetis, cognoscetur a uisu secundum cognitione, & si fuerit ex coloribus extraneis, ita quod uisus nunquã comprehendit talem ante, non comprehendetur à uisu, ut cognoscat ipsum, sed assimilabit ipsum coloribus propinquis, scilicet quos cognoscebat. Radix ergo comprehensionis coloris est à sensu solo, deinde quando super uisum multoties redierit, per cognitionẽ comprehendetur, scilicet cuiusmodi fuerit coloris. Et quidditas lucis etiã non comprehendetur à uisu, nisi per cognitionem: quoniam uisus cognoscit lumen ignis & lumen solis, & distinguit inter ipsum lumẽ lunæ & ignis: & sic cognoscit lucem lunæ, & lucem ignis. Comprehensio ergo quidditatis istarũ luciũ à uisu, non est, nisi per cognitionẽ. Deinde omne, quod comprehenditur per sensum uisum, potè lucem & colorem, non comprehenditur solo sensu, sed comprehenditur per distinctionem & argumentationem cum sensu, quoniã omne, quod cõprehenditur per distinctionẽ & argumentationẽ, non cõprehenditur nisi ex distinctione intentionũ, quæ sunt in forma sensibili. Et intentiones, quæ cõprehenduntur per distinctionẽ, & argumentationẽ, & cognitionẽ, non cõprehenduntur, nisi cum sensu formæ.

18. Lux & color ex sese, solo uisu percipiuntur. 59 p 3.

LVx autem, quæ est in corpore illuminato, per se comprehenditur à uisu secundum suum esse, & per se & ex ipso sentu: & lux & color, quæ sunt in corpore colorato, illuminato lumine accidentali, comprehenduntur à uisu simul & admixta, & solo sensu. Lux ergo essentialis comprehenditur à sentiente ex illuminatione corporis sentientis, & color comprehenditur à sentiente ex alteratione formæ corporis sentientis, & ex eius coloratione, & cum huiusmodi comprehensione lucis à corpore sentiente per lumen accidentale admixtum cum illo colore Sentiens ergo comprehendit ex corpore apud peruentum formæ coloris ad se lucem coloratam, & comprehendit ex eo apud peruentum formæ lucis essentialis lucem solam. Ista ergo duo tantùm comprehenduntur à uisu solo sensu.

19. Color

19. Color ex seſe, prius percipitur, quàm ipsius essentia. Itaq; nisibile quodlibet ex seſe prius percipitur, quàm ipsius essentia. 68 p 3.

ET iterum dicemus, quòd comprehensio coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionem quidditatis coloris, scilicet, quòd uisus comprehendit colorem, & sentit, quòd est color, antequam sentiat cuiusmodi sit coloris: quoniam apud peruentũ formæ in uisu, coloratur uisus, & cum uisus coloratur, sentit, quòd sit coloratus, & sic sentit colorem deinde ex distinctione coloris, & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatẽ coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionẽ quidditatis coloris, & erit cõprehensio quidditatis coloris per cognitionẽ. Et significatio, quòd uisus comprehendit colorẽ in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit ratio coloris: est: quia uisibilia, quorum colores sunt fortes, sicut uiriditas profunda, & fuscitas, & similes, quãdo fuerint in obscuro ualde loco, non comprehenduntur a uisu in illo loco, nisi quasi colores tantùm: tamen sentit quòd sint colores, & non distinguit cuiusmodi sint colores in principio comprehensionis. Et quando locus non fuerit ualde obscurus, & uisus multũ intueatur, comprehendit uisus, cuiusmodi sint coloris. aut si lux augmentetur & intendatur in illo loco. Declarabitur ergo ex ista experimentatione, quòd uisus comprehendit colorem in eo, quod est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: & illud, quod comprehendit uisus ex colore in principio sui peruentus ad uisum, est coloratio, & coloratio est quasi obscuritas aut umbra, quando color fuerit subtilis. Et si res uisa fuerit diuersorũ colorum, comprehendet uisus in principio ex forma illius rei uisæ obscuritatem partium diuersæ qualitatis, secundum fortitudinẽ & debilitatem, aut quasi umbras diuersas in fortitudine & debilitate. Primũ ergo, quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis, & coloratio eius, quæ est obscuritas aut similitudo obscuritatis: deinde sentiens distinguet illam colorationem: & si res uisa fuerit illuminata, distinguetur ille color à uisu, & comprehendetur eius quidditas, quando fuerit ex coloribus, quos multoties comprehendebat prius: & si fuerit ex coloribus, quos ferè semper antè comprehendebat, comprehendetur in minore tempore, & in instanti secundo, inter quod & primum, in quo comprehendit colorem, quatenus est color, non est sensibile tempus: si autẽ fuerit ex coloribus non manifestis, quos uisus non comprehendit antè, nisi raro, aut fuerit in loco obscuro & debilis lucis, nõ comprehendetur à uisu quidditas eius, nisi in tempore sensibili: & si res uisa fuerit obscura, & fuerit in ea, nisi modica lux, sicut illud, quod comprehenditur nocte, & in locis ualde obscuris, non distinguetur à sentiente, nisi obscuritas tantùm. Declaratum est ergo ex comprehensione colorũ in locis obscuris, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est ante comprehensionẽ quidditatis eius. Et etiam significatio quòd uisus comprehendit colorem in eo, quòd est color, antequam comprehendat cuiusmodi sit coloris: est, quia uisus cum cõprehendit colorem extraneum, quem nunquam uidit antè, comprehendit quòd est color, & tamen nescit, cuiusmodi sit coloris: & cum fuerit multùm circa ipsum, assimilabit ipsum propinquiori colori simili illi. Ex istis ergo experimẽtationibus declaratur declaratione manifesta, quod cõprehensio coloris in eo, quòd est color, erit ante comprehensionem quidditatis coloris: & declaratũ est etiam ex istis experimentationibus, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ erit nisi per distinctionem. Illud ergo quod comprehendit uisus solo sensu, non est, nisi color in eo, quòd est color, & lux in eo, quod est lux: & præter ista nihil comprehendit solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationẽ & cognitionẽ.

20. Essentia coloris percipitur in tempore. Itaq; essentia cuiuslibet uisibilis percipitur in tempore. 70 p 3.

ET etiã dicamus, quòd cõprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore. Quoniã enim comprehensio quidditatis coloris non est, nisi per distinctionẽ & assimilationẽ, sed distinctio non est, nisi in tempore: ergo comprehensio quidditatis coloris non est, nisi in tempore. Significationem aũt manifestam, quòd comprehensio quidditatis coloris nõ est, nisi in tempore, præbet illud, quod apparet in trocho apud motum eius: quoniã quando in trocho fuerint tincturæ diuersæ, & illæ tincturæ fuerint lineæ extensæ ex medio superficiei eius manifestæ, & ex parte colli eius usque ad finẽ suæ circumferentiæ, & trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit ipsum quis, comprehendet omnes colores eius quasi unũ, diuersum ab omnibus coloribus eius, qui sunt in eo, quasi esset color cõpositus ex omnibus coloribus illarum linearum, & non comprehendet lineationẽ, nec diuersitatem colorum: & simul comprehendet ipsum quasi quietum, quando motus eius fuerit ualde fortis, quoniam quodlibet punctum nõ figitur in eodem loco, tempore sensibili, sed in quantum minimo tempore gyrat circumferentiã totam, super quam reuoluitur. Peruenit ergo forma puncti in uisum super circumferentiam circuli in uisu, & uisus non comprehendit colorem illius puncti in minimo tempore, nisi ex tota circumferentia circuli peruenientis in uisum: cõprehendit ergo colorem illius puncti in minimo tempore circumgyratũ. Et similiter omnia puncta, quæ sunt in superficie trochi, significant quòd uisus comprehendit colorem cuiuslibet illorum super totam circumferentiam circuli, super quam mouetur illud punctum in minimo tempore. Et omnia puncta, quorũ remotio a centro est æqualis, mouentur apud circumgyrationẽ trochi super eandem circuli unius circumferentiã. Accidit ergo ex hoc, ut appareat color cuiuslibet puncti illorum punctorũ, quorũ remotio à centro est æqualis, super circumferentiam eiusdem circuli in minimo tempore, quod erit

tempus

tempus reuolutionis. Quare apparebũt colores omniũ punctorũ in tota circũferẽtia illius circuli admixti: & propter hoc cõprehẽditur color ſuperficiei trochi, quaſi color unus admixtus ex omnibus coloribus, qui ſunt in ſua ſuperficie. Si ergo uiſus cõprehendiſſet quidditatẽ coloris in uno inſtanti, & nõ indiguiſſet ad cõprehẽdendũ quidditatẽ eius, tẽpore: cõprehendiſſet in uno inſtãti, & in quolibet inſtãti tẽporis, in quo mouetur trochus, quidditates omniũ colorũ, qui ſunt in trocho, diſtinctæ eſſent apud motum. Quoniam quando indiguerit tempore ad comprehẽdendũ quidditates eorum: comprehendet illos in parte temporis reuolutionis, & in quolibet inſtanti temporis reuolutionis apud motum eorum, ſicut comprehẽdet quidditatem eorum, apud eorum quietem: Quoniam quidditates omnium colorum uiſibilium aſſuetorũ in quiete & in motu, ſunt uniuſmodi, non mutatæ: In quolibet ergo inſtanti, in quo mouetur res uiſa, non mutatur color eius. Et quia uiſus non comprehendit quidditatem colorum, qui ſunt in ſuperficie trochi, quando trochus mouebitur motu ueloci, & comprehendit ipſam, quando trochus quieuerit uel fuerit in motu tardo: uiſus ergo non comprehendit quidditatem coloris, niſi ſit color fixus in eodem loco, tempore ſenſibili, uel fuerit in motu, tempore ſenſibili in ſpatio, cuius quantitas non operatur in ſitu coloris iſtius à uiſu operatione extranea. Declarabitur ergo ex iſta diſpoſitione, quòd comprehẽſio quidditatis coloris non erit, niſi in tempore: & declarabitur ex iſta diſpoſitione, quòd comprehenſio quidditatis omnium uiſibilium non eſt, niſi in tempore. Quoniam quando uiſus non cõprehendit quidditatem coloris, qui comprehenditur ſolo ſenſu, niſi in tempore: maximè igitur indiget tempore in comprehenſione intentionũ uiſibiliũ, quæ cõprehenduntur per diſtinctionem & argumentationẽ. Cõprehenſio ergo quidditatis uiſibiliũ, & cõprehenſio, per cognitionẽ, & cõprehenſio per diſtinctionem & argumentationem, nõ erit, niſi in tẽpore: ſed multoties erit in minimo tẽpore.

21. *Lux & color ex ſeſe, percipiuntur in tempore.*

ET dicemus, quòd color in eo, quòd eſt color, & lux in eo, quòd eſt lux, non comprehendetur à uiſu, niſi in tempore, ſcilicet, quòd inſtans, apud quod erit comprehẽſio coloris in eo, quòd eſt color, & comprehenſio lucis in eo, quòd eſt lux, eſt diuerſum ab inſtãti, quod eſt primum inſtans, in quo contingit ſuperficiẽ uiſus aer deferens formã. Quoniã color in eo, quòd eſt color, & lux in eo, quòd eſt lux, non comprehenduntur à ſentiente, niſi poſt peruentum formæ in corpore ſenſibili, & non comprehenduntur ab ultimo ſentiente, niſi poſt peruentum formæ ad concauum nerui communis, & peruentus formę ad concauum nerui communis, eſt ſicut peruentus lucis à foraminibus, per quæ intrat lux ad corpora oppoſita illis foraminibus: peruentus igitur lucis à foramine ad corpus oppoſitum foramini, non erit, niſi in tempore, quamuis lateat ſenſum. Quoniam enim peruẽtus lucis à foramine ad corpus oppoſitum foramini non poteſt euadere ab altero duorum modorum, ſcilicet, quòd aut lux ueniet in partem aeris uicinantis foramini, antequam perueniat in partẽ aliam ſequentem, deinde perueniet ad aliam partem, deinde ad aliam, quouſque perueniat ad corpus oppoſitũ foramini: aut quòd lux perueniet in totum aerem medium, qui eſt inter foramen & corpus oppoſitum foramini, & in ipſum corpus oppoſitum foramini ſimul. Si ergo aer reciperet lucem ſucceſsiuè, nõ perueniret lux ad corpus oppoſitum foramini, niſi per motum: ſed non eſt motus, niſi in tempore: ſi autem totus aer recipit lucem ſimul, peruentus lucis etiam in aerem, poſtquam non erat in eo, non erit, niſi in tempore, quamuis lateat ſenſum. Quoniam quando foramen, per quod intrat lux, fuerit obturatum, & deinde fuerit ablatum obturans: inſtans, in quo fuerit ablatum obturans à prima parte foraminis, & in quo fuerit diſcoopertus aer, qui eſt in foramine ad partem lucis, eſt diuerſum ab inſtanti, in quo peruenit lux in aerem contingentem illam partem, quæ eſt intra foramen, & in aerem continuatum cum illo aere ſecundum omnes diſpoſitiones: quoniam lux non peruenit in aliquam partem aeris, qui eſt intra foramen, quod eſt coopertum contra lucem, niſi poſtquam fuerit diſcooperta aliqua pars foraminis contra lucem, & nulla pars foraminis diſcooperitur in minori, uno inſtanti: ſed inſtans non diuiditur: nihil ergo ex luce peruenit in interius foraminis in illo inſtanti, in quo fuerit diſcooperta pars foraminis: quoniã illud, quod eſt diſcoopertum ex foramine in uno inſtanti, non diſcooperitur ſucceſsiuè, neque illud, quod diſcooperitur ex foramine in uno inſtanti, eſt pars alicuius quantitatis, quoniam non diſcooperitur in uno inſtanti, niſi punctum carens quantitate, aut linea carẽs latitudine, quoniam non auferetur cooperiens ab habente longitudinem & latitudinem, niſi ſucceſsiuè. Igitur per motum: ſed motus non erit, niſi in tempore: & illud quod diſcooperitur à foramine in uno inſtanti, caret latitudine: eſt ergo punctum aut linea: ſed punctum carens quantitate, & linea carens latitudine, non eſt pars aeris: Punctum ergo carens quantitate, & linea carens latitudine, quod eſt punctũ, quod diſcooperitur ex foramine in inſtanti, non eſt, niſi finis alicuius partium aeris, qui eſt intra foramen, non pars aeris. Et punctum carens quantitate, non recipit lucem, neq; linea carens latitudine, quoniam non recipit lucem, niſi corpus. Et cum ita ſit, nihil peruenit ex luce in aerem, qui eſt intra foramen, in inſtanti, in quo diſcooperitur primùm, quod diſcooperitur ex foramine. Inſtans ergo, quod eſt punctum uel primum inſtans, in quo peruenit lux in aerem, qui eſt intra foramẽ, aut in partem eius, eſt diuerſum ab inſtanti, in quo diſcooperitur primùm, quod diſcooperitur ex foramine: ſed inter quælibet duo inſtantia eſt tempus. Lux ergo non peruenit ex aere, qui eſt extra foramen, ad aerem, qui eſt intra foramẽ, niſi in tempore: ſed id tempus ualde latet ſenſum, propter uelocitatem receptionis formarũ lucis ab aere. Et ſimiliter accidit in uiſu, quãdo fuerit oppoſitus

rei uisæ,postquam non erat ita,& aer deferens formam rei uisæ,contigerit superficiem uisus, postquam non contingebat ipsam prius: non peruenit forma ex aere deferente formã ad interius concaui nerui communis, nisi in tempore: sed sensus caret uia cõprehẽsionis vltimis temporis propter paruitatẽ eius,& errorẽ eius,& debilitatẽ eius ad cõprehendendum id, quod est in fine paruitatis. Istud ergo tẽpus respectu sensus est sicut instans. Et etiã mẽbrũ sentiens non sentit formas uenientes ad ipsum, nisi postquã patitur ab illis: non sentit ergo colorẽ in eo, quòd est color, neq; lucẽ in eo,quòd est lux, nisi postquã patitur à forma lucis & coloris:sed passio mẽbri sentientis à forma coloris & forma lucis,est aliqua alteratio:sed nulla alteratio est, nisi in tẽpore: uisus ergo non cõprehẽdit colorẽ in eo, quòd est color,neq; lucem in eo,quod est lux,nisi in tẽpore.Et in tẽpore,in quo extenditur forma à superficie mẽbri sentientis ad concauũ nerui cõmunis, erit cõprehẽsio coloris in eo,quòd est color,& lucis in eo, quòd est lux,à uirtute sentiente, quæ est in toto corpore sentiente,& apud peruentum formę in concauum nerui cõmunis,erit cõprehensio coloris,in eo quòd est color,& lucis in eo, quòd est lux, ab vltimo sentiente. Comprehensio ergo coloris in eo, quòd est color,& lucis in eo,quòd est lux,est in tempore sequente tempus, in quo peruenit forma à superficie membri sentientis ad concauũ nerui communis. Et etiam instãs,quod est primum, in quo peruenit forma in superficiem uisus,diuersum est ab instanti,quod est primum instans, in quo aer deferens formam,contingit primum punctum superficiei uisus, quando uisus fuerit oppositus rei uisæ,postquam non fuerat ita,& postquã oculus aperuerit palpebras,postquã fuerunt clausæ. Quoniam quando ita fuerit, primum, quod contingit superficiem uisus ex aere deferente formam illius rei uisæ,est unum punctum,aut linea carens latitudine, deinde pars post aliam, quousq; aer deferens formam,contingat partem superficiei uisus, in quam peruenit forma:& apud contactum illius puncti carentis quantitate, aut lineæ carentis latitudine superficiei uisus, ad punctum carens quantitate, aut ad lineam carentem quantitate superficiei aeris deferentis formam, nihil peruenit ex forma lucis & coloris in superficiem uisus: quoniam minimum ex superficie, in quod peruenit lux,aut forma coloris,non erit,nisi superficies. In instanti ergo, in quo contingit punctum superficiei uisus primum punctum aeris deferentis formam,nihil peruenit in superficiem uisus. Instans ergo, quod est primum instans, in quo peruenit forma in superficiem uisus,est diuersum ab instanti, quod est primum instans,in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus, quando fuerit uisus oppositus rei uisæ,& aperuerit palpebras eius, postquam fuerunt clausæ.Et cum ita sit, non peruenit forma lucis aut coloris in aliquam partem membri sentientis, neq; in superficiem uisus, nisi in tempore. Non comprehendit ergo sentiens colorem in eo,quòd est color, neq; lucem in eo, quòd est lux,nisi in tempore,scilicet quod instans, in quo cadit sensus coloris in eo,quod est color, & lucis in eo,quòd est lux,est diuersum ab instanti, quod est instans primum, in quo contingit aer deferens formam, superficiem uisus. Iam ergo declaratum est ex omnibus, quæ diximus, quomodo comprehendat uisus lucem in eo, quod est lux, & quomodo comprehendat colorem in eo, quòd est color, & quomodo comprehendat quidditatem lucis & coloris, & quomodo comprehendat qualitatem lucis.

22. Perceptio distantiæ uisibilis differt à perceptionibus loci uisibilis, & uisibilis in suo loco.14 p 4.

SEd remotio rei uisæ à uisu nõ comprehenditur à uisu solo sensu,neq; comprehensio remotionis rei uisæ,est comprehensio loci rei uisæ,neq; comprehensio rei uisæ in loco suo est ex comprehensione remotionis eius tantùm. Quoniam locus rei uisæ fit ex tribus intentionibus,scilicet,ex remotione,& ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis. Quantitas ergo remotionis est diuersa ab intentione remotionis in eo, quòd est remotio, quoniam intentio remotionis inter duo corpora est priuatio contactus,& priuatio contactus est, esse aliquod spatiũ inter illa duo corpora,& quantitas remotionis est quantitas illius spatij. Intentio ergo remotionis in eo,quòd est remotio,est ex situ: Non est ergo quantitas remotionis. Comprehẽsio ergo intentionis remotionis, quæ est priuatio contactus, est diuersa à comprehensione quantitatis spatij,quæ est mensura remotionis. Et comprehensio quantitatis remotionis est ex comprehensione magnitudinis:& comprehensio remotionis rei uisæ, & comprehensio partis eius sunt ex comprehẽsione situs loci. Et qualitas comprehensionis utriusq; istorum,est diuersa à qualitate comprehensionis remotionis alterius illorum, quoniam priuatio contactus est diuersa à parte. Comprehensio ergo loci rei uisæ, non est comprehensio remotionis rei uisæ. Et comprehensio rei uisæ in suo loco, cõsistit in comprehensione quinq; rerum,scilicet in comprehensione lucis, quæ est in ea, & comprehensione coloris eius,& comprehensione remotionis eius,& comprehensione partis eius,& comprehensione quantitatis remotionis eius:& nullum istorum comprehenditur per se solum, neq; comprehenditur unum post aliud,sed omnia comprehenduntur simul,quando comprehenduntur per cognitionem, non per argumentationem iterandam.

23. Visio non fit radijs ab oculo emissis. 5 p 3. Vide 23 n 1.

ET ex comprehensione rei uisæ in suo loco,opinati sunt ponentes radios: quòd uisio esset per radios exeuntes à uisu,& peruenientes ad rem uisam,& quòd uisio esset per extremitatem radij,& ratiocinati sunt contra physicos, dicentes. Cum uisio fuerit per formam uenientem à re uisa

re uisa ad uisum, & illa forma peruenit ad interius uisus: quare comprehéditur res uisa in suo loco, qui est extra uisum, & forma eius iam peruenit ad interius uisus? Et non sciuerunt isti, quòd uisio non completur solo sensu tantùm, & quòd uisio non completur, nisi per cognitionem & distinctionem antecedentem, & si cognitio & distinctio antecedens non esset, nõ compleretur in uisu uisio. Et non comprehendit uisus quid est res uisa apud uisionem: quoniam quid est res uisa non comprehenditur solo sensu, nisi per distinctionem, aut cognitionem, aut argumentationem iterandam apud uisionem. Si ergo uisio esset solo sensu tantûm, & omnia, quæ comprehenduntur ex intentionibus, quæ sunt in rebus uisibilibus, comprehenderentur solo sensu, non comprehenderetur res uisa in suo loco, nisi postquam peruenisset aliquid ad ipsam, quod contingeret & sentiret eam. Cum autem uisio non compleatur solo sensu, sed per distinctionem, & argumentationem, & cognitionẽ: non indiget in cõprehensione rei in suo loco, sentiente extenso ad ipsam, & contingente ipsam.

24. Remotio uisibilis percipitur distinctione & anticipata notione. 9 p 4.

REdeamus ergo ad narrandum qualitatem comprehensionis uisionis, & dicamus: Remotio rei uisæ non comprehenditur per se, nisi per distinctionem: & ista intentio est ex intentionibus, quæ quiescunt in anima secundum tempora pertransita, ita quòd percepta non recedit ab anima, propter nimiam frequẽtationem & iterationem eius super uirtutem distinctiuam. Quare non opus est in comprehensione eius argumentatione iteranda apud comprehensionẽ cuiuslibet rei uisæ: neque quærit etiam uirtus distinctiua apud comprehensionem cuiuslibet rei uisæ, quomodo quieuit intentio rei uisæ in ea: quoniam non distinguit qualitatem comprehensionis apud comprehensionem cuiuslibet rei uisæ, & non comprehendit remotionem, nisi cum alijs intentionibus, quæ sunt in re uisa: & comprehendit illam apud comprehensionem rei uisæ per cognitionem antecedentem. Quomodo autem uirtus distinctiua comprehendat remotionem per distinctionem, est, secundum quod narrabo. Quando uisus fuerit oppositus rei uisæ, postquam non fuerat oppositus: comprehendit rem uisam, & quando auertur ab oppositione, destruitur comprehensio. Et similiter, quando uisus aperuerit palpebras, postquam fuerunt clausę, & fuerit oppositus alicui rei uisæ: comprehendet illam rem uisam, & cum clauserit palpebras, destruetur comprehensio. Et in natura intellectus est, quòd illud, quod accidit in uisis apud aliquem situm, & destruitur apud eius ablationem, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et in natura intellectus est etiam, quòd id, quod apparet apud apertionem palpebrarum, & destruitur apud clausionem earum, non est fixum intra uisum, neque faciens ipsum accidere, est intra uisum. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quòd id, quod accidit in uisu, ex quo uisus comprehendit rem uisam, neque est res fixa intra uisum, neque operans ipsum est intra uisum: statim comprehendit, quòd id, quod accidit in uisu, aduenit extrinsecus, & operans ipsum est extra uisum. Et cum uisio destruitur apud clausionem palpebrarum, & apud ablationem ab oppositione, & fit apud apertionem palpebrarum, & apud oppositionem: uirtus distinctiua comprehendit, quòd id, quod uidetur in uisu, non est applicatum cum uisu. Et cum uirtus distinctiua comprehendit, quòd illud, quod uidetur, non est intra uisum, neque est applicatum cum uisu, statim comprehẽdit, quòd inter ipsum & uisum est remotio: quoniam in natura intellectus est, aut in fine manifestationis distinctionis, quòd omne, quod non est in corpore, neque est applicatum cum ipso, sit remotum ab eo. Et hæc est qualitas comprehensionis remotionis rei uisæ in eo, quod est remotio. Sed uirtus distinctiua non indiget in comprehensione remotionis rei uisæ ad diuidendum ea, quæ diuisimus, quoniã non fecimus hoc, nisi gratia declarandi. Et uirtus distinctiua comprehendit conclusionem istius distinctionis apud uisionem sine indigentia illius diuisionis. Ex comprehensione ergo rei apud oppositionem, & apertionem palpebrarum, & ex destructione eius apud ablationem oppositionis, & apud clausionem palpebrarum comprehendit uirtus distinctiua, quòd res uisa est extra uisum, & quòd non est applicata cum uisu. Et secundum istum modum comprehendit uirtus distinctiua, quòd inter uisum & rem uisam sit remotio: deinde propter frequentationem istius intentionis, & iterationem eius, quieuit in anima, ita quòd non percipit quietem eius, neque qualitatem quietis eius, scilicet quòd omnia uisibilia sunt extra uisum, & quòd inter quamlibet rem uisam & uisum est remotio. Remotio ergo rei uisæ à uisu non comprehenditur, nisi per modicam distinctionem, scilicet quòd uirtus distinctiua comprehendit, quod uisio est propter intentionem extrinsecam à uisu: & cum hoc, quando fuerit quiescens in anima, intelliget uirtus distinctiua, quòd quælibet res uisa comprehensa à uisu, est extra uisum, & inter ipsam & uisum est remotio: & etiam sicut diximus superius, non comprehenditur remotio nisi cum alijs: & apud nostrum sermonem de qualitate comprehensionis situs declarabitur, quomodo comprehendatur remotio cum situ, & quomodo comprehendatur res uisa in loco suo.

25. Magnitudo distantiæ percipitur è corporibus communibus inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4.

COmprehensio uerò quantitatis remotionis à uisu, diuersatur. Quoniam quædam comprehenduntur per sensum uisus, & certificatur eorum quantitas: & quædam comprehenduntur, quorum quantitas non certificatur. Remotio rei uisæ à uisu comprehenditur in quali-

bet re uiſa, & certificatur in qualibet re uiſa: quantitas autem remotionis non certificatur uiſui in qualibet re uiſa: quoniam inter quædam uiſibilia & uiſum ſunt corpora ordinata continuata: inter quædam uerò & uiſum non ſunt corpora ordinata continuata, neque remotio eorum reſpicit corpora ordinata continuata. Illa ergo, quorum remotio reſpicit corpora ordinata continuata, quãdo uiſus comprehenderit corpora ordinata, quæ reſpiciunt remotionem eorum uiſibiliũ, quãdo comprehendet ſcilicet quantitates illorum corporum, & cum comprehenderit menſuras illorum corporum, comprehendet quãtitates ſpatiorum, quæ ſunt inter extremitates illorum. Et ſpatiũ, quod eſt inter duas extremitates corporis uiſi, quod reſpicit remotionem, quæ eſt inter uiſum & rem uiſam, quarum altera eſt in parte rei uiſę, & altera in parte aſpicientis: eſt remotio rei uiſæ à uiſu, quoniam reſpicit ſpatium, quod eſt inter uiſum & rem uiſam. Cum ergo uiſus comprehendet menſurã iſtius ſpatij: comprehendet menſurã remotionis rei uiſæ. Viſus ergo comprehendit quantitatẽ remotionis rerũ uiſibiliũ (quarũ remotio reſpicit corpora ordinata cõtinuata) ex cõprehenſione mẽſurarum corporũ ordinatorũ reſpicientium remotiones earũ. Et remotio quarundã rerũ iſtarũ uiſibilium eſt mediocris: & remotio quarundã eſt extra mediocritatem. Remotio ergo uiſibilium, quorũ remotio eſt mediocris: comprehenditur à uiſu comprehenſione uera certificata: quoniam uiſibilia, quorũ remotio eſt mediocris, & inter quæ, & uiſum ſunt corpora ordinata cõtinuata, cõprehenduntur à uiſu uera comprehenſione: Et cum uiſus cõprehendit iſta uiſibilia uera cõprehenſione: cõprehendit corpora ordinata interiacẽtia inter ipſum & ipſa uiſibilia uera cõprehenſione: & cũ cõprehendit iſta corpora uera cõprehenſione: cõprehendit ſpatia interiacentia inter extremitates eorum uera comprehenſione: & cum comprehendit ſpatia uera comprehenſione: cõprehendet menſuras remotionum uiſibilium, reſpicientium iſta ſpatia uera comprehenſione & certificata. Viſibilium ergo, quorum remotio reſpicit corpora ordinata continuata, & quorum remotio à uiſu eſt mediocris, menſuras remotionum comprehendit uiſus uera comprehenſione & certa: & eſt dicere, certa, in ultimitate, in qua poterit ſenſus comprehendere. Menſuræ uerò remotionum uiſibilium, quorum remotio eſt extra mediocritatem, & quorum remotio reſpicit corpora ordinata continuata, ſi comprehenduntur à uiſu: non comprehenduntur uera comprehenſione & certificata: quoniam uiſibilia, quorum remotio eſt extra mediocritatem, non comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione. Et cum inter uiſum & iſta uiſibilia fuerint corpora ordinata continuata: non comprehenduntur à uiſu omnia iſta uiſibilia uera comprehenſione propter extraneitatem remotionum extremitatum ſuarum, & exitus eorum à mediocritate, per quam uiſus certificat uiſibilia. Et cum uiſus non comprehendat iſta corpora uera comprehenſione: non comprehendet ſpatia interiacentia inter extremitates uera comprehenſione. Non comprehendet ergo remotiones, quæ ſunt interiacentes inter ipſum & uiſibilia, quæ ſunt apud extremitates iſtorum corporũ, uera comprehenſione. Quãtitates ergo remotionum uiſibilium, quorum remotio eſt extra mediocritatem, & inter quam & uiſum ſunt corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione. Similiter remotiones uiſibilium, quorum remotio nó reſpicit corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione. Quare uiſus, quando comprehenderit nubes in plano & in locis carentibus montibus: exiſtimabit, quòd ſint magnæ remotionis in reſpectu corporum cœleſtium, & cum nubes fuerint inter montes, & fuerint continuatæ: fortè cooperientur cacumina montium à nubibus: & cum nubes diſtiterint, una ab altera: fortè apparebunt cacumina montium ſuperiora nubibus: & fortè comprehendet uiſus partes nubium applicatas cum uertice montium, & fortè erit hoc in montibus non ualde altis. Ex iſta ergo experimentatione apparet, quod remotio nubium non eſt extranea: & quòd plures illarum ſunt propinquiores terrę cacuminibus montium: & quòd illud, quod exiſtimatur de extraneitate remotionis illarum, error eſt. Et declarabitur inde, quòd uiſus non comprehendit menſuram remotionis nubium in plano: & quòd menſura remotionis nubium comprehenderetur à uiſu, quando fuerint inter montes, & apparuerint cacumina montium ſuperiora. Et hoc inuenitur etiam in pluribus uiſibilibus, quæ ſunt ſuper faciem terræ, ſcilicet, quòd menſuræ remotionum non reſpicientes corpora ordinata continuata, non comprehenduntur à uiſu. Ex illis ergo, ex quibus manifeſtatur hoc, ſcilicet quòd uiſus non comprehendat quantitatem remotionis rei uiſæ, niſi quando remotio eius reſpexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uiſus illa corpora interpoſita, & certificauerit menſuras eorum: eſt experimentatio ſequens. Sit domus, in quam experimentator non intrauerit ante horam experimentationis: & ſit in quodam pariete illius domus ſtrictum foramen: & ſit poſt illud foramen uacuitas, quam ante illam horam non uidit: & ſint in illa uacuitate duo parietes, quorum unus ſit propinquior foramini quàm alius: & ſit inter illos duos parietes diſtantia alicuius quantitatis: & ſit paries propinquior cooperiens quandam partem parietis remotioris: & ſit quædam pars parietis remotioris apparens: & ſit foramen eleuatum à terra, ita ut quando aſpiciens aſpexerit per ipſum, non uideat faciem terræ, quæ eſt poſt parietem, in quo foramen eſt. Experimentator igitur quando acceſſerit ad iſtum locum: & inſpexerit per iſtud foramen: uidebit duos parietes ſimul, & non comprehendet remotionem, quæ eſt inter ipſos. Si uerò remotio primi parietis fuerit magna, remotio extranea à foramine, comprehendet duos parietes quaſi ſe contingentes, & fortè exiſtimabit quòd ſit unus continuus, quando color eorum fuerit unus. Et ſi paries primus fuerit remotus à foramine mediocriter, & percipiatur, quòd ſint duo parietes: exiſtimabitur, quòd ſint propinqui ſibi, aut ſe contingentes, & non certificabitur

tificabitur remotio, quæ eſt inter ipſos. Et cum comprehenderit primum parietem uiſus, quando remotio eius fuerit mediocris, quaſi eſſet propinquus alteri: non certificabit remotionem eius, & non certificabitur remotio, quæ eſt inter iſta duo corpora huiuſmodi per ſenſum uiſus: quoniam ante illam horam non uiderat illum locum, neque illos duos parietes: & fortè comprehendet uiſus illa duo corpora quaſi ſe contingentia, quamuis antè ſciuerit diſtantiam, quæ eſt inter ea. Et cum uiſus non comprehendat remotionem, quæ eſt inter duo corpora huiuſmodi: non comprehendit quantitatem remotionis ultimi corporis: & tamen comprehendit formam eius corporis. Et cum non comprehendat quantitatem remotionis iſtius corporis, quamuis comprehendat illud corpus: non comprehendet corpora continuata reſpicientia remotionem eius: & non comprehendet uiſus quantitatem remotionis rei uiſæ certè ex comprehenſione formæ rei uiſæ: & non comprehendet uiſus quantitatem remotionis rei uiſæ, niſi per argumentationem. Visus autem non arguit ſuper aliquam menſuram, niſi per argumentum comparationis, ſiue per comparationem illius menſuræ ad aliam menſuram iam comprehenſam à uiſu, uel ad menſuram tunc comprehenſam cum ea. Et nihil eſt, per quod uiſus poteſt menſurare remotionem rei uiſæ, & comparare ad ipſam, ita ut comprehendat menſuram eius uerè, niſi per corpora ordinata reſpicientia remotionem rei uiſæ: ſi autem menſurauerit uiſus remotionem per alia quàm per iſta corpora, erit menſuratio qualiſcunque, non certa. Non igitur comprehenditur quantitas remotionis rei uiſæ à ſenſu uiſus, niſi remotio eius reſpexerit corpora ordinata continuata: comprehendit enim uiſus illa corpora, & menſuras illorum. Et iſta experimentatio, quam diximus, habet multa ſimilia in uiſibilibus, ſicut ex duabus arboribus erectis ſecũdum modum, quem diximus in parietibus, aut in ligno tranſuerſim poſito ſuper foramen, ſecundum modum, quem diximus de pariete primo. Remotiones autem uiſibilium diſtantium abinuicem comprehenduntur à uiſu ex comprehenſione diuiſionis, quæ eſt inter uiſibilia. Diſpoſitiones autem quantitatis remotionis uiſibilium inter ſe ſunt apud uiſum, ſicut diſpoſitiones remotionum uiſibilium à uiſu. Quoniam ſi inter duas res uiſas diſtinctas fuerint corpora ordinata continuata, & comprehenderit uiſus illa corpora & menſuras eorum: comprehendet quantitatem remotionis, quæ eſt inter res uiſas: ſi autem non: non comprehendet quantitatem diſtantiæ, quæ eſt inter illas res, uerè. Et ſimiliter, ſi inter iſtas duas res uiſas fuerint corpora ordinata continuata: & fuerint ualde extraneæ remotionis, ita ut uiſus non poſsit certificare menſuras illorum corporum: non certificabitur menſura, quæ eſt inter illas duas res uiſas. Remotiones ergo uiſibilium à uiſu non comprehenduntur, niſi ex comprehenſione uirtutis diſtinctiuæ: quoniam illud, quod accidit in uiſu apud uiſionem, non accidit, niſi per aliquid extrinſecum. Et nulla quantitas remotionis uiſibilium comprehenditur per ſenſum uiſum uera comprehenſione, niſi remotiones uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, quorum remotio ſimul eſt mediocris. Et uiſus unà etiam comprehendit corpora ordinata reſpicientia remotiones eorum, & certificat menſuras illorum corporum, ut ſe conſequuntur. Menſuræ autem remotionum, præter huiuſmodi, non certificantur à uiſu. Viſibilium autem, quorum remotionum menſuræ non certificantur à uiſu, quædam remotiones reſpiciunt corpora ordinata continuata, & uiſus comprehendit illa corpora cum hoc: & ſunt illa corpora, quorum extremitatum remotio eſt extranea: & quædam remotiones eorum reſpiciunt corpora ordinata continuata, ſed uiſus non cõprehendit illa corpora, ſiue ſint remotiones eorum extraneæ, ſiue ſint mediocres: & quædam remotiones eorum non reſpiciunt corpora ordinata continuata, & ſunt illa uiſibilia, quæ ſunt ualde eleuata à terra, quæ ſunt extraneæ remotionis: & quæ non habent propè ipſam remotionem, neq; parietem reſpicientem remotionem eorum. Et omnia uiſibilia diuiduntur in iſtas partes. Et quando uiſus comprehendit uiſibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu: uirtus diſtinctiua ſtatim cognoſcit menſuras remotionum eorum ſecundum æſtimationem, non ſecundum rectitudinem, & comparat remotionem eorum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus comprehenſis à uiſu antè, & ſuſtentat ſe in argumentatione ſuper formam rei uiſæ, & comparat formam rei uiſæ ad formam uiſibilium ſimilium, quæ uiſus comprehendit antè, & in quibus quantitates remotionum iam certificantur à uirtute diſtinctiua: & ſic comparat remotionem rei uiſæ, cuius quantitatem remotionis non certificat, ad remotionem uiſibilium ſibi ſimilium, quæ comprehendit uiſus antè, & quorum remotionum menſuræ iam certificantur à uirtute diſtinctiua. Cum ergo uirtus diſtinctiua non certificauerit lineationes formæ rei uiſæ: comparabit quantitatem totius formæ ad menſuras formarum uiſibilium, æqualium illis formis in menſura, quarum remotionum quãtitates iam certificatę ſunt in uirtute diſtinctiua, & aſsimilabit remotionem rei uiſæ, cuius quantitas remotionis non certificabitur ab eo, ad remotionem uiſibilium in menſura, quorum remotiones iam ſunt certificatæ. Et eſt hoc maximum, ſuper quod poteſt uirtus diſtinctiua in comprehendendo menſuras remotionũ uiſibilium. Forte ergo inueniet per iſtam argumentationem certitudinem in comprehendendo remotionem illius, quod eſt huiuſmodi: & fortè errabit: & in illis, in quibus inueniet certitudinem, non certificatur, utrum inuenit certitudinem, an non. Et iſta argumentatio erit argumentatio in fine uelocitatis propter aſſuetudinem uirtutis diſtinctiuæ, in comprehendendo remotionem uiſibilium per argumentationem & certificationem. Et fortè æſtimabit uirtus diſtinctiua menſuras remotionis rei uiſæ, ſi remotio eius reſpexerit corpora ordinata, & fuerit ex remotionibus mediocribus, propter aſſuetudinem ſuam in æſtimando uel arguendo remotiones uiſibiliũ, & propter ue-

locitatem cum suæ æstimationis argumentatione. Et cum remotio rei uisæ fuerit mediocris, non erit inter æstimationem remotionis, & inter ueram remotionem magna diuersitas. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua comprehendet remotionem eius, & mensuram remotionis eius, secundum quod poterit comprehendere, scilicet aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio eius habebit in anima mensuram conceptam. Mensura ergo remotionis rei uisæ comprehensa à uisu, cuius forma est concepta in anima, quando illa remotio respexerit corpora ordinata continuata, & simul fuerit mediocris, & comprehenderit uisus illa corpora ordinata respicientia eius remotionem, & etiam iam uirtus distinctiua cognouerit ipsam, & certificauerit mensuras corporum ordinatorum, certificata est. Si autem eius remotio non respexerit corpora ordinata continuata: aut respexerit corpora ordinata continuata, & comprehenderit uisus illa corpora: & simul fuerit remotio extranea, ita ut uisus non possit certificare mensuras illorum corporum: aut respexerit corpora ordinata continuata, & non comprehenderit uisus illa corpora, neque certificauerit mensuras eorum: aut possit comprehendere illa corpora, sed non aspexerit illa tunc, nec mensurauerit quantitates eorum, siue sint remotiones illorum uisibilium extraneæ, siue mediocres: erit tunc mensura eius remotionis, quæ est concepta in anima, neque certificata, neque uerificata. Et remotiones, quæ sunt inter uisibilia distincta, non comprehenduntur, nisi ex comprehensione diuisionis, quæ est inter illa uisibilia: & quædam quantitates remotionum, quæ sunt inter uisibilia distincta, comprehenduntur uera comprehensione, & quædam comprehenduntur per æstimationem. Mensura ergo remotionis, quæ est inter duo uisibilia, inter quæ sunt corpora ordinata continuata, quæ uisus comprehendit, & quorum certificat mensuras: est mensura certificata: mensura autem remotionis, quæ est inter duo uisibilia, inter quæ non sunt corpora ordinata continuata: aut inter quæ sunt corpora ordinata continuata, sed uisus non certificat mensuras illorum corporum: aut non comprehendit illa, est mensura non certificata. Secundum ergo istos modos erit comprehensio remotionum uisibilium per sensum uisus. Et etiam corpora respicientia remotiones uisibilium assuetorum, quæ sunt in remotionibus assuetis, quæ assuetæ comprehenduntur à uisu, comprehenduntur à uisu, & certificantur mensuræ eorum propter frequentationem eorum, ita ut uisus propter hoc comprehendat mensuras remotionum eorum per cognitionem. Quoniam uisus quando comprehendit aliquod uisibile assuetum, & fuerit in remotione assueta: cognoscet ipsum, & cognoscet eius remotionem, & æstimabit quantitatem remotionis eius. Quando ergo æstimabit quantitatem remotionis huiusmodi uisibilium: erit æstimatio eorum propè uera, & non erit inter æstimationem eius, & ueritatem magna diuersitas. Quantitas ergo remotionum uisibilium assuetorum, quæ sunt in remotionibus assuetis, comprehenduntur à uisu per cognitionem ex æstimatione quantitatum eorum: & plures remotiones uisibilium comprehenduntur secundum huiusmodi modum.

26. Situs percipitur è uisibilis siti moderata distantia. 29 p 4.

Situs uerò, quem uisus comprehēdit ex uisibilibus, diuiditur in tres modos: quorum unus est situs totius rei uisæ apud uisum, aut situs cuiusdam partis rei uisæ apud uisum: & iste modus est oppositio. Secundus est situs superficiei rei uisæ oppositæ uisui apud uisum: & situs superficierum rei uisæ oppositarum uisui apud uisum, quando res uisa fuerit multarum superficierum, & fuerit illud, quod apparet uisui ex eis, multæ superficies: & situs terminorum superficierum uisibilium apud uisum, & situs linearū, & spatiorum, quæ sunt inter quælibet duo puncta, aut inter quælibet duo uisibilia, quæ simul comprehenduntur à uisu. Modus tertius est situs partium rei uisę inter se, & situs terminorum superficiei rei uisæ inter se, & situs partium terminorum superficiei rei uisæ inter se, & situs partium superficiei terminorum rei uisæ inter se: & iste modus est ordinatio: & contimiliter situs uisibilium diuersorum inter se, collocatur sub hoc modo. Omnes ergo situs, qui comprehenduntur à uisu, diuiduntur in istos tres modos. Et situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componitur ex remotione illius habentis situm ab illo alio, & ex situ illius habentis situm respectu illius alterius. Oppositio ergo rei uisæ ad uisum componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte, in qua est res uisa, respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ iam declarata est, quòd est intentio quiescens in anima.

27. Locus & oppositio uisibilis percipiuntur è situ, quem obtinent in superficie uisus. 30 p 4. Vide 22 n.

Verus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus non comprehendit rem uisam, nisi ex oppositione: & loca, quæ comprehenduntur à sensu, comprehenduntur à distinctione: & sensus & distinctio distinguunt inter loca, quamuis in eis nihil sit ex uisibilibus: & distinguit distinctio inter locum obiectum uisui, & locum propinquū ei: Et uirtus distinctiua comprehendit omnia loca per imaginationem. Cum ergo uisus fuerit oppositus alicui loco, & comprehenderit aliquod uisibile: & uisus postea fuerit ablatus ab illo loco: & fuerit oppositus alij loco: destruetur uisio illius rei uisæ: & cum reuertetur iterum ad oppositionem illius loci, reuertetur iterum uisio illius rei uisæ. Et cum uisus comprehenderit rem uisam apud oppositionem illius in loco, in quo est res uisa: & comprehenderit uirtus distinctiua locum

cum oppositum uisui apud comprehensionem illius rei uisæ: & cum uisus fuerit ablatus ab oppositione illius loci: destruitur uisio illius rei uisæ: tunc ergo uirtus distinctiua comprehendet, quòd res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ. Et etiam declaratum est [18 n 1] quòd uisus recipit formas proprie ex uerticationibus linearum radialium, & quòd ipse non patitur à formis, nisi ex uerticationibus istarum linearum tantùm. Et etiam declaratum est, [19 n 1] quod forma extenditur in corpore uisus secundum rectitudinem linearum radialium. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum: statim sentiens sentiet formam, & sentiet partem uisus, in quam peruenit forma, & sentiet uerticationem, per quam extenditur forma in corpore membri sentientis. Cum ergo comprehenderit uisus locum formæ in uisu, & comprehenderit uerticationem, per quam extendebatur illa forma: statim uirtus distinctiua comprehendet locum, in quem, ex quo, & per quem extendebatur illa uerticatio. Locus autem per quem & ex quo extenditur illa uerticatio, est locus, in quo est illa res uisa. Ex comprehensione ergo partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & ex comprehensione uerticationis, per quam extendebatur forma, & ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua uerticationem, per quam extendebatur forma rei uisæ secundum ueritatem. Et secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium: quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu, nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quę perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Et comprehensio loci rei uisæ secundum hunc modum habet simile in auditu. quoniam sentiens comprehendit uocem per sentum auditus, & comprehendit locum, à quo uenit uox, & distinguit inter uocem uenientem à dextra, & uocem uenientem à sinistra, & antè, & retro: Imò distinguit etiam inter loca uocum distinctione subtiliori ista: & distinguit inter locum uocis uenientis à loco sibi opposito facialiter, & locum uocis uenientis à loco obliquo à uerticatione oppositionis: & non distinguuntur loca, à quibus ueniunt uoces respectu auditus, nisi per uerticationes, super quas ueniunt uoces ad auditum. Sensus ergo auditus comprehendit uoces, & comprehendit uerticationes, ex quibus ueniunt uoces: & ex comprehensione uerticationum, super quas ueniunt uoces ad auditum, & super quarum rectitudinem percutit uox auditum, comprehendit uirtus distinctiua locum, à quo uenit uox. Sicut ergo loca uocum comprehenduntur a sensu auditus: deinde à uirtute distinctiua mediante auditu: ita loca uisibilium comprehenduntur à uirtute distinctiua per sensum uisus. Et ex illis, ex quibus declaratur, quòd sentiens comprehendit uerticationem, secundum quod patitur uisus à forma rei uisæ, est illud, quod comprehenditur in speculis secundum reflexionem. Quoniam res uisa, quam comprehendit uisus secundum reflexionem, non comprehenditur à uisu, nisi in oppositione, & cum est opposita illi: sed forma eius peruenit ad uisum secundum linearum rectarum uerticationes, quæ sunt lineæ radiales extensæ à uisu in partem oppositionis. Cum ergo uisus senserit formam ex uerticationibus linearum radialium: æstimabit rem uisam esse apud extremitates illarum linearum: quoniam nihil comprehendit ex uisibilibus assuetis, quæ semper comprehendit, nisi apud extremitates linearum imaginatarum inter uisum & rem uisam, quæ sunt lineæ radiales. Ex comprehensione ergo rei uisæ à uisu secundum reflexionem uisus ad oppositionem, & secundum rectitudinem uerticationum, super quas formæ reflexæ perueniunt ad uisum, uidebitur quòd sentiens sentit uerticationem, per quam uenit forma, & ex qua patitur uisus à forma. Et cum sentiens sentit uerticationem uisus, ex qua patitur uisus à forma, comprehendit uirtus distinctiua locum, in quo extenditur illa uerticatio, & comprehendet locum rei uisæ. Locus ergo rei uisæ comprehendetur à sentiente, comprehensione larga, & ex comprehensione situs apud uisionem: & comprehendetur à uirtute distinctiua, comprehensione larga, ex comprehensione situs rei uisæ apud uisionem: & comprehendetur uera comprehensione, & certificata, ex comprehensione uerticationis, ex qua patitur uisus à forma rei uisæ. Remotio autem rei uisæ est intentio, quæ iam quieuit in anima. Igitur apud peruentum rei uisæ ad uisum, comprehendit uirtus distinctiua locum rei uisæ cum quiete intentionis remotionis apud ipsam: & adiunctio remotionis & loci est oppositio. Cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit locum rei uisæ, & suam remotionem, simul comprehendet eius oppositionem. Comprehensio ergo oppositionis est ex comprehensione loci rei uisæ, & ex comprehensione remotionis rei uisæ in simul. Et comprehensio loci erit secundum modum, quem diximus. Cum ergo forma rei uisæ peruenerit in uisum, sentiet sentiens locum membri sentientis, in quem peruenit forma, & comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ ex uerticatione, per quam extenditur forma: & intentio remotionis iam quieta est apud ipsam. Ipsa ergo comprehendet locum, & remotionem simul apud comprehensionem formæ à sentiente. Igitur apud comprehensionem formæ à sentiente comprehendet uirtus distinctiua oppositionem. Secundum ergo hunc modum dictum, erit comprehensio oppositionis. Et iam declaratum est, [10 n] quo modo uisus comprehendat formam rei uisæ solo sensu. Apud peruentum ergo formæ rei uisæ in uisum comprehendet sentiens colorem rei uisæ, & lucem eius, & locum uisus, qui colorabatur & illuminabatur ab illa forma: & comprehendet uirtus distinctiua locum eius, & remotionem apud comprehensionem lucis & coloris eius a sentiente. Et sic comprehenduntur lux & color, locus & remotio simul in minimo tempore. Sed locus & remotio sunt oppositi, & lux & color sunt forma rei uisæ, & ex comprehensione formæ & comprehensione oppositionis sustentatur cõprehensio rei uisę in oppositione uisus. Ergo

comprehenſio rei uiſæ in oppoſitione uiſus non eſt, niſi quia forma & oppoſitio comprehenduntur ſimul: deinde propter frequentationem iſtius intentionis, & multitudinem iterationis eius eſt facta forma ſignum ſenſui, & uirtuti diſtinctiuę. Apud peruentum ergo formæ in uiſum comprehenditur à ſentiente, & comprehendit uirtus diſtinctiua oppoſitionem, & efficitur ex hoc ab ipſo ſentiente comprehenſio rei uiſæ in ſuo loco: & ſimiliter de qualibet parte rei uiſæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehenſio rei uiſæ in loco ſuo: & ſimiliter de qualibet parte rei uiſæ. Cum ergo remotio rei uiſæ fuerit ex remotionibus mediocribus certificatæ quantitatis: erit locus rei uiſæ, in quo comprehenditur à uiſu, locus uerus: & ſi remotio rei uiſæ non fuerit ex remotionibus certificatæ menſuræ: erit comprehenſio rei uiſæ in oppoſitione certificata ſecundum oppoſitiones: quoniam oppoſitio componitur ex ubitate & remotione in eo, quod eſt remotio. Sed locus rei uiſæ, in quo comprehenditur à uiſu, eſt æſtimatus, non certificatus: quoniam locus certificatus non comprehenditur, niſi ex certificatione quantitatis remotionis.

28. Situs directus & obliquus lineæ, ſuperficiei, & ſpatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum diſtantia. 31 p 4.

SItus uerò ſuperficierum uiſibilium apud uiſum diuiditur in duo, ſcilicet in directam oppoſitionem, & obliquationem. Superficies autem directa oppoſita uiſui eſt illa, cuius axis radialis, (quando ſuperficies comprehenditur à uiſu apud rectam oppoſitionem) occurrit alicui puncto ex ea, & eſt ſimul eleuatus ſuper ſuperficiem eleuatione æquali. Et ſuperficies obliquata eſt illa, cuius axis radialis, (quando ipſa comprehenditur à uiſu apud obliquationem) occurrit alicui puncto ex ea, & eſt obliquatus ſuper ſuperficiem, non eleuatus ſuper ipſam eleuatione æquali ſecundum omnes diuerſitates modorum obliquationis. Termini uerò ſuperficierum uiſibilium, & lineæ, quæ ſunt in rebus, & ſpatia quæ ſunt inter uiſibilia, & inter partes uiſibilium, diuiduntur in duo: quorum alterum ſunt lineæ, & ſpatia ſecantia lineas radiales: & alterum ſunt lineæ & ſpatia æquidiſtantia lineis radialibus, & reſpicientia ipſas. Et lineæ & ſpatia ſecantia lineas radiales diuiduntur ſecundum ſitum in duo: in obliquationem & directionem, ſecundum diuiſionem ſituum & ſuperficierum in iſta duo. Linea autem directa eſt illa, ad cuius aliquod punctum peruenit axis radialis: & erit perpendicularis ſuper ipſam: & linea obliquata eſt illa, cuius axis radialis, quando peruenerit ad aliquod punctum eius, erit obliquatus ſuper ipſam, non perpendicularis. Viſus autem comprehendit directionem & obliquationem ſuperficierum, & linearum, & diſtinctionem earum ex comprehenſione diuerſitatis remotionum extremitatum ſuperficierum & linearum, & æqualitatis earum. Quoniam quando uiſus comprehenderit ſuperficiem rei uiſæ: & comprehenderit remotiones extremitatum eius: & ſenſerit æqualitatem remotionum terminorum ſuperficiei ab eo, aut æqualitatem duorum locorum oppoſitorum æqualis remotionis à loco ſuperficiei, ad quam intuetur quis: comprehendet ſuperficiem eſſe directe oppoſitam, & iudicabit uirtus diſtinctiua, quòd ſit directa. Et cum uiſus comprehenderit ſuperficiem rei uiſæ, & comprehenderit remotionem extremitatum eius & diuerſitatem, & non inuenerit in ſuperficie duo loca æqualis remotionis à loco ſuperficiei, ad quam intuetur, quorum remotio ab eo fuerit æqualis: comprehendet ſuperficiem obliquatam in reſpectu ſui, & iudicabit uirtus diſtinctiua, quòd ſit obliquata. Et ſimiliter de ſitibus linearum, & ſpatiorum directorum & obliquorum: ſcilicet, quod uiſus comprehendat directionem lineæ & ſpatij, quando ſenſerit, quod duæ remotiones duarum extremitatum lineæ aut ſpatij ſunt æquales ab eo: aut quod duæ remotiones duorum punctorum lineæ aut ſpatij, quorum remotio à puncto, ad quod intuetur quis, puncto ſcilicet lineæ, aut ſpatij eſt æqualis: & comprehendit uiſus obliquationem lineæ aut ſpatij, quando ſenſerit, quòd duæ remotiones duarum extremitatum lineæ aut ſpatij ab eo ſunt inæquales: aut quod duæ remotiones duorum punctorum, & æqualis remotionis à puncto, ad quod intuetur quis, lineæ aut ſpatij, ſunt diuerſæ. Et iſta æqualitas & diuerſitas multoties comprehenduntur à ſentiente per æſtimationem & ſigna. Secundum ergo hunc modum erit obliquationis comprehenſio, & directionis à uiſu. Et cum ſuperficies tota, aut linea tota fuerit directa uiſui, non erit quælibet pars eius per ſe directè oppoſita uiſui: imò nulla pars eius eſt directè oppoſita uiſui per ſe, niſi pars, ſupra quam eſt axis apud directam oppoſitionem. Cum ergo mouetur axis radialis ſuper ſuperficiem directam, aut ſuper lineam directam, erit obliquatus ſuper quamlibet ipſius partem, ſupra quam tranſit, præter primam partem, in qua eſt punctum, ſuper quod fuerit perpendicularis: & ſic erit quælibet pars ſuperficiei directe oppoſitæ, & lineæ directe oppoſitæ, quando fuerit ſumpta per ſe, obliquata, præter partem prædictam: & quando accipietur tota linea, aut ſuperficies, erit directa. Et cum punctum, apud quod erit axis perpendicularis ſuper ſuperficiem aut lineam, fuerit in medio ſuperficiei aut lineæ: erit ſuperficies aut linea in fine directæ oppoſitionis ad uiſum. Si autem punctum non fuerit in medio: erit ſuperficies aut linea directa, ſed non in fine directionis: & quantò fuerit punctum, apud quod axis fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem aut lineam, medio ſuperficiei aut lineæ propinquius, tantò erit ſuperficies aut linea directioris oppoſitionis. Situs autem linearum & ſpatiorum æquidiſtantium lineis radialibus, comprehenduntur à uiſu ex comprehenſione oppoſitionis. Quoniam, quando uiſus comprehenderit extremitates linearum aut ſpatiorum, quæ ſequuntur uiſibilia oppoſita uiſui illi, & extremitates eorum propinquas, quæ ſequuntur eundem uiſum, comprehendet ſitus eorum, & comprehendet

prehendet extenſionem eorum in uerticatione oppoſitionis. Secundum ergo iſtos modos erit comprehenſio ſituum, ſuperficierum, linearum, & ſpatiorum à uiſu, reſpectu illius. Quædam autem ſuperficies, & lineæ, & ſpatia ſecantia lineas radiales ſunt obliquationis ualde magnæ ſuper radiales lineas, & quædam ſunt modicæ, & quædam ſunt perpendiculares ſuper lineas radiales: & ſunt ſuperficies, & lineæ, & ſpatia directè oppoſita uiſui. Extremitas autem remotior cuiuslibet ſuperficiei, & lineæ, & ſpatij ſequitur partem remotam à uiſu, ſcilicet partem ſequentem extremitates linearum radialium, & extremitas propinquior ſequitur partem propinquam uiſui, ſcilicet partem ſequentem uiſum. Et quando uiſus comprehenderit aliquam lineam, uel aliquod ſpatium, ſtatim comprehendet duas ubitates ſequentes extremitates lineæ illius, aut illius ſpatij: & ſimiliter quando uiſus comprehenderit aliquam ſuperficiem: comprehendet ubitates ſequentes extremitates illius ſuperficiei ex comprehenſione extenſionis illius ſuperficiei, in longitudine, & latitudine. Cum ergo uiſus comprehenderit ſuperficiem obliquam ſuper lineas radiales, & fuerit illa ſuperficies maximæ declinationis: comprehendet uiſus ubitatem ſequentem extremitatem remotiorem apud comprehenſionem ſuperficiei, & comprehendet ipſam eſſe ſequentem extremitates linearum radialium, & comprehendet ubitatem ſequentem extremitatem propinquiorem, & comprehendet ipſam eſſe ſequentem illud, quod eſt prope uiſum. Et ſimiliter de linea, & ſpatio maximæ obliquationis. Et cum uiſus perceperit, quod una duarum extremitatum ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij ſequantur ubitatem remotam à uiſu, & quòd altera extremitas ſequatur ubitatem propinquam uiſui: ſtatim percipiet remotionem unius duarum extremitatum, aut lineę, aut ſpatij, aut ſuperficiei, & appropinquationem alterius. Et cum perceperit remotionem unius duarum extremitatum, aut lineæ, aut ſpatij, aut ſuperficiei, & appropinquationem alterius: ſtatim percipiet obliquationem ſitus illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij. Obliquatio ergo ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum obliquatorum ſuper lineas radiales extraneæ obliquationis, comprehenditur à uiſu ex comprehenſione duarum ubitatum extremitatum eorum.

29. Situs uiſibilis obliquus ex immoderata diſtantia uidetur directus. 34 p 4.

DEclinatio autem & directa oppoſitio linearum, & ſuperficierum, & ſpatiorum modicæ obliquationis, & directionis, non comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione certificata, niſi remotio eorum ſit mediocris, & reſpiciat corpora ordinata comprehenſa à uiſu, & comprehenderit ex menſuris eorum corporum menſuras remotionum extremitatum illarum ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, & comprehenderit æqualitatem duarum remotionum duarum extremitatum ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij: aut inæqualitatem earum: quoniam nulla ubitatum ſequentium extremitates ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum directè oppoſitorum, aut declinantium modica declinatione, ſequitur uiſum: Sed extremitates eorum oppoſitæ ſequuntur ubitates dextras, aut ſiniſtras, aut ſuperiores, aut inferiores. Si ergo uiſus non comprehenderit menſuras remotionum eorum, quæ ſunt huiuſmodi à uiſu, non comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum, aut inæqualitatem: & ſi hæc non comprehenderit, non comprehendet obliquationem eorum, neque directionem. Cum ergo ſuperficies, & lineæ, & ſpatia fuerint maximæ remotionis, & fuerit obliquatio eorum modica: non poterit uiſus comprehendere obliquationem eorum, neque poteſt diſtinguere inter obliquum, & rectum: quoniam quantitates remotionum ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, quorum remotio eſt magna, non certificantur à uiſu, ſed æſtimantur. Et cum remotio eorum fuerit magna, & fuerint ipſa modicæ obliquationis: erit differentia, quæ eſt inter remotas extremitates eorum oppoſitorum, ualde modica, ferè carens quantitate reſpectu quantitatum remotionum eorum. Et cum uiſus non certificauerit quantitates remotionum extremitatum eorum, non comprehendet diuerſitatem remotionum, quæ eſt inter extremitates eorum. Et cum non comprehenderit diuerſitatem, quæ eſt inter remotiones extremitatum ſuperficiei, lineæ, & ſpatij, æſtimabit remotiones illas eſſe æquales, & non comprehendet obliquationem illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij: & cum non comprehenderit obliquationem illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij, æſtimabit ipſum eſſe directum. Et obliquatio modica ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, quorum remotio eſt maxima, non comprehenditur à uiſu. Viſus ergo comprehendit omnes ſuperficies, & lineas, & ſpatia, quæ ſunt maximæ remotionis, & minimæ obliquationis, quaſi directè oppoſita, & non certificat ſitus eorum, neque diſtinguit inter obliquum, & directè oppoſitum, ſed comprehendit obliquum, & rectum ſecundum unum modum. Et ſimiliter ſitus ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, quorum remotio eſt mediocris, quando non reſpexerint corpora ordinata, aut uiſus non comprehenderit corpora reſpicientia remotiones eorum, & non certificauerit quantitates remotionum eorum, non certificatur à uiſu, nec diſtinguit uiſus inter obliquum eorum & directum, ſed accipit ſitum eorum æſtimatione: & fortaſſe æſtimabit illud, quod eſt huiuſmodi, eſſe directum, quamuis ſit obliquum. Et cum ſuperficies, & lineæ, & ſpatia fuerint in remotione mediocri, & remotiones eorum reſpexerint corpora ordinata, & comprehenderit uiſus illa corpora ordinata, & quantitates eorum, comprehendet quantitates remotionum extremitatum ſuperficierum illarum, & linearum, & ſpatiorum, & comprehendet æqualitatem remotionum extremitatum eorum oppoſitorum, ſi fuerint extremitates illæ æquales, &

inæqualitatem

inæqualitatem eorum, ſi fuerint inæquales. Et cum comprehenderit æqualitatem remotionum extremitatum ſuperficierum, aut linearum, aut ſpatiorum, aut inæqualitatem eorum: comprehendet directionem illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij, aut eorum obliquationem certificata comprehenſione. Et ſimiliter obliquatio linearum, aut ſuperficierum, aut ſpatiorum, quæ ſunt maximę obliquationis, non comprehenditur à uiſu, niſi ipſa ſint in remotione mediocri, reſpectu magnitudinis eorum. Nam uiſus non comprehendit ubitates ſequentes extremitates ſuperficiei, aut lineę, aut ſpatij: niſi quando comprehenderit quantitatem extenſionis illius ſuperficiei, aut lineę, aut ſpatij: ſed uiſus non comprehendit quantitatem extenſionis ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij, niſi quándo fuerit in remotione mediocri reſpectu quantitatis illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij. Declinatio ergo ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij ſecantium lineas radiales, quando fuerit maxima, comprehendetur à uiſu comprehenſione ubitatum extremitatum eius: & ſi fuerit modicæ obliquationis, aut directæ oppoſitionis: comprehendetur à uiſu eſſe obliquum, aut eſſe directum uiſibile ex comprehenſione quantitatum remotionum extremitatum eorum. Et uiſus non certificat qualitatem ſituum ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, quæ ſunt maximæ obliquationis, niſi quando certificauerit qualitatem extenſionis eorum. Et non certificat ſitum ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum, quæ ſunt modicæ obliquationis, aut directæ oppoſitionis, niſi quando certificauerit quantitates remotionum extremitatum eorum, & comprehenderit inæqualitatem remotionum extremitatum eorum oppoſitorum, aut æqualitatem. Sed uiſus rarò certificat ſitus uiſibilium, & plura, quæ comprehendit uiſus ex ſitibus uiſibilium, non comprehendit, niſi per æſtimationem. Suſtentatio ergo uiſus in comprehenſione ſituum uiſibilium non eſt, niſi per æſtimationem. Cum ergo aſpiciens aſpexerit, & uoluerit certificare ſitum alicuius ſuperficiei, aut ſitum alicuius lineæ, quæ ſunt in uiſibilibus, aut ſitum alicuius ſpatij, in ſuperficiebus uiſibilium: intuebitur formam illius rei uiſæ, & qualitatem extenſionis illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij. Si ergo forma illius rei uiſæ, in qua eſt illa ſuperficies, aut linea, aut ſpatium, fuerit manifeſta, & certificata, & fuerit obliquatio iſtius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij maxima: comprehendet uiſus obliquationem eius uerè ex comprehenſione qualitatis extenſionis eius, & ex comprehenſione duarum ubitatum extremitatum eius. Et ſi forma illius rei uiſæ fuerit manifeſta, & non fuerit maximæ obliquationis, & remotio eius reſpexerit corpora ordinata: uidebit corpora reſpicientia remotiones extremitatum eius, & conſiderabit quantitatem eorum: & comprehendet remotionem illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij, & quantitatem obliquationis eius, aut directionem eius ex comprehenſione quantitatum remotionum extremitatum eius. Et ſi forma rei uiſæ non fuerit manifeſta, aut fuerit manifeſta, ſed obliquatio fuerit maxima, & remotio non reſpexerit corpora ordinata: non comprehendet uiſus certitudinem ſitus huiuſmodi ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij. Et quando uiſus comprehenderit formam non manifeſtam, & inuenerit remotiones eius reſpicere corpora ordinata: ſtatim percipiet, quòd ſitus illius ſuperficiei, aut lineæ, aut ſpatij non certificatur. Secundum ergo iſtos modos comprehendit uiſus ſitus ſuperficierum uiſibilium, & ſitus linearum, & ſpatiorum, quæ ſunt in ſuperficiebus uiſibilium, ſcilicet quæ omnes ſecant lineas radiales. Quod uerò eſt ex ſpatijs, quæ ſunt inter uiſibilia diſtincta in rebus remotioribus maximis, ſcilicet, quando fuerit remotio utriuſque uiſibilium, quæ ſunt apud duas extremitates ſpatij, maxima remotio, comprehenditur à uiſu tunc quaſi directè oppoſitum, quamuis ſit obliquum: quoniam non comprehendit diuerſitatem, quæ eſt inter remotiones extremitatum eius. Et ſi alterum duorum uiſibilium, quæ ſunt apud duas extremitates ſpatij, fuerit propinquius altero, & ſenſerit uiſus appropinquationem eius: comprehendet ſpatium, quod eſt inter ea, eſſe obliquum, ſecundum quod comprehendit ex appropinquatione propinquioris illorum duorum uiſibilium, & ex remotione remotioris illorum. Et ſi alterum duorum uiſibilium fuerit propinquius, ſed uiſus non comprehenderit appropinquationem eius: non ſentiet obliquationem ſpatij, quod eſt inter ea. Situs ergo ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum ſecantium lineas radiales, non certificatur à uiſu, niſi ſit remotio eorum mediocris: & ſimul non certificat uiſus æqualitatem aut inęqualitatẽ remotionum extremitatũ eorum. Si autem uiſus nõ certificauerit æqualitatẽ remotionis extremitatum eorũ, aut inæqualitatẽ, non poterit certificare ſitum illorum. Et plura illorum, quæ comprehenduntur à uiſu ex ſitibus uiſibilium, non comprehenduntur niſi per æſtimationem. Si ergo ipſa fuerint in remotione mediocri, non erit magna diuerſitas inter ſitum comprehenſum à uiſu per æſtimationem, & uerum ſitum: & ſi fuerint in remotione maxima, non diſtinguet inter obliquum & directum. Quoniam uiſus quando non comprehenderit inæqualitatem duarum remotionum duarum extremitatum rei uiſæ: comprehendet ipſas eſſe æquales, & ſic iudicabit ipſam rem uiſam eſſe directam. Secundum ergo iſtos modos erit comprehenſio ſituum ſuperficierum, & linearum, & ſpatiorum per ſenſum uiſus.

30. Situs partium & terminorum rei uiſibilis, & ſitus uiſibilium diſtinctorum percipiuntur ex æquabili & inæquabili diſtantia, ordinéque formarum ad uiſum manantium. 32 *p* 4.

SItus uerò partium rei uiſæ inter ſe, & ſitus terminorum ſuperficiei rei uiſæ, aut ſuperficiei eius inter ſe, & ſitus uiſibilium diſtinctorum inter ſe, quæ collocantur ſub ordinatione, comprehen-

duntur

duntur à uisu ex comprehensione locorum uisus, ad quæ perueniunt formæ partium, & ex comprehensione ordinationis partium formę peruenientis ad uisum, per uirtutem distinctiuam. Quoniam enim forma cuiuslibet partium superficiei rei uisæ peruenit in aliquam partem superficiei membri sentientis, in quam peruenit forma totius: unde cum superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorum, & fuerint inter partes eius differentiæ, per quas distinguantur partes inter se: erit forma perueniens ad uisum diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum partium distinctionem superficiei rei uisæ. Et sentiens sentit formam, & sentit quamlibet partium formæ ex sensu colorum illarum partium, & lucis quæ est in eis: & sentit loca formarum partium in uisu ex sensu colorum partium illarum, & lucis illarum. Et uirtus distinctiua comprehendit ordinem illorum locorum ex comprehensione diuersitatis colorum partium formæ, & ex comprehensione differentiarum partium. Et sic comprehendit dextrum & sinistrum, superius & inferius ex comparatione illorum inter se: & sic comprehendit etiam contiguum & separatum. Situs uerò partium rei uisæ, inter se secundum accessionem & remotionem, scilicet secundum præeminentiam & profundationem, comprehenduntur a uisu, ex comprehensione quantitatis remotionum partium à uisu, & comprehensione diuersitatis remotionum partium secundum magis & minus. Situs uerò partium rei uisæ quando fuerint in remotione mediocri inter se, secundum accessionem & remotionem comprehenduntur à uisu: & hoc, cum uisus comprehenderit quantitatem illius remotionis, & cõprehenderit inæqualitatem, quæ est inter remotiones partium a uisu & æqualitatem. Si autem uisus non certificauerit quantitates remotionis eius, & quantitates remotionum partium eius: non comprehendet uisus ordinationem partium eius secundum accessionem & remotionem apud uisionem. Si autem fuerit aliquid ex uisibilibus assuetis, quæ cognoscuntur à uisu, comprehendet ordinationem partium eius secundum præeminentiam & profunditatem, & figuram superficiei eius per cognitionem, non sola uisione: & si fuerit ex uisibilibus extraneis, quæ uisus non cognoscit: comprehendet superficiem eius quasi planam, quando non certificauerit quantitates remotionum partium eius. Et ista intentio apparet, quando uisus inspexerit aliquod corpus conuexum, aut concauum, & fuerit in remotione maxima: quoniam uisus tunc non comprehendet conuexitatem aut concauitatem, sed comprehendet ipsum quasi planum. Et situs partium superficiei rei uisæ inter se in diuersitate ubitatum, & in separatione, & in contingentione non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione partium formæ peruenientis in uisum, & comprehensione diuersitatis colorum & differentiarum, per quas distinguuntur partes, & ex comprehensione ordinationis partium formæ per uirtutem distinctiuam. Et situs partium superficiei rei uisæ inter se in accessione, & etiam secundum remotionem respectu uisus, non comprehenduntur à uisu, nisi ex comprehensione quantitatis remotionis partium, & ex comprehensione æqualitatis & inæqualitatis quantitatum remotionum earum. Ordinatio ergo partium rei uisæ secundum accessionem & remotionem illius, cuius quantitates remotionum partium certificantur à uisu, comprehenditur à uisu: ordinatio uerò partium illius remotionum partium, cuius quantitates non certificantur à uisu, non comprehenditur à uisu. Ordinatio autem partium rei uisæ distinctarum comprehenditur à uisu ex comprehensione locorum uisus, in quæ perueniunt formæ illarum partium, & ex comprehensione distinctionis in uisu per uirtutem distinctiuam. Et similiter est de uisibilibus distinctis. Termini autem superficiei rei uisæ, aut superficierum eius, & ordinatio eorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione partis superficiei eius, in quam peruenit color illius superficiei, & lux eius à uisu, & ex comprehensione terminorum illius partis, & ordinationis circumferentiæ illius partis per uirtutem distinctiuam. Secundum ergo istos modos comprehendit uisus situs partium uisibilium, & situs partium superficierum uisibilium inter se, & situs terminorum superficierum, & situs partium distinctarum uisibilium inter se, & situs uisibilium distinctorum inter se.

31. Soliditas quorundam corporum solo uisu percipitur: quorundam uisu & syllogismo simul. 63 p 4.

COrporeitas uerò, quæ est extensio secundum trinam dimensionem, comprehenditur à uisu in quibusdam corporibus, & in quibusdam non. Tamen apud hominem distinguentem iam quietum est principium, quod non comprehenditur sensu uisu, nisi corpus: & sic quando ipse comprehendet uisibile: sciet statim quod est corpus, quamuis non comprehendat extensionem secundum trinam dimensionem. Et uisus comprehendit in corporibus extensionem eorum secundum longitudinem & latitudinem ex comprehensione superficierum corporum oppositorum illi. Cum ergo comprehenderit superficiem corporis, sciendo quòd illud uisibile est corpus: comprehendet statim extensionem illius corporis secundum longitudinem & latitudinem, & non remanet nisi dimensio tertia. Et quædam corpora continentur a superficiebus planis secantibus se oblique: & quædam continentur a superficiebus concauis, aut conuexis: & quædam continentur à superficiebus diuersarum figurarum secantibus se oblique: & quædam continentur ab una superficie rotunda. Corpus autem, quod continetur à superficiebus secãtibus se, cuius una superficies est plana, quando comprehenditur à uisu, & fuerit superficies eius plana opposita uisui & directa, & superficies residuę secuerint superficiẽ directe oppositam, aut perpẽdiculares super superficiẽ directè oppositam,

oppoſitam, aut obliquæ ſuper ipſam ad partem ſtrictam ex parte poſteriori ſuperficiei directè oppoſitæ: non apparebit uiſui ex eo, niſi ſuperficies directè oppoſita tantùm. Ergo ex huiuſmodi corporibus non comprehendit uiſus, niſi longitudinem & latitudinem tantùm: ergo non ſentit corporeitatem huiuſmodi. Corpus autem, quod continetur à ſuperficiebus ſecantibus ſe, quando ſuperficies eius fuerit oppoſita uiſui, ſed non ſecundum directam oppoſitionem, & fuerit ſectio iſtius ſuperficiei cum alia ſuperficie illius corporis, comprehenſa à uiſu, ita ut poſsit comprehendere duas ſuperficies ſimul: comprehendetur à uiſu tunc eius corporeitas: quoniam comprehendet obliquationem ſuperficiei corporis ad eius profunditatem: quare comprehendet extenſionem corporis ſecundum profunditatem, cum comprehenderit ex ſuperficie obliqua extenſionem in longum & latum. Et ſic comprehendet corporeitatem huiuſmodi corporum. Et ſimiliter erit, quando una ſuperficierum corporis directe fuerit oppoſita uiſui, & fuerint ſuperficies ſecantes illam ſuperficiem, aut una illarum obliqua ſuper ſuperficiem directè oppoſitam ad partem amplam ex parte poſteriori ſuperficiei directè oppoſitæ: quoniam uiſus comprehendet in tali corpore ſuperficiem directè oppoſitam, & ſuperficiem obliquè ſecantem ſuperficiem directè oppoſitam, & comprehendet etiam ſectionem iſtarum ſuperficierum: & ſic, ſicut diximus, comprehendet corporeitatem illius corporis. Et generaliter dico, quòd omne corpus, in quo poteſt uiſus comprehendere duas ſuperficies ſecantes ſe, comprehendetur in ſua corporeitate à uiſu. Corporum autem, in quibus eſt ſuperficies conuexa comprehenſa à uiſu, & illud, quod continet ipſa, eſt aut una ſuperficies, aut multæ ſuperficies, corporeitatem uiſus comprehendere poterit ex comprehenſione ueritatis eius. Quoniam ſi ſuperficies conuexa fuerit oppoſita uiſui: erunt remotiones partium eius à uiſu inæquales, & erit medium eius propinquius extremitatibus uiſus: & cum uiſus comprehenderit conuexitatem eius, comprehendet quòd medium eius eſt ſibi propinquius extremitatibus: & cum ſenſerit quòd medium eius eſt propinquius illi, & quòd extremitates eius ſunt remotiores: ſentiet ſtatim, quòd ſuperficies exit ad ipſum ab ultimis tendentibus ad poſterius: & ſic ſentiet extenſionem corporis in profunditate, reſpectu ſuperficiei directè oppoſitæ. Et ipſe comprehendet extenſionem corporis illius ſecundum longitudinem & latitudinem, ex comprehenſione extenſionis ſuperficiei conuexę ſecundum longitudinem & latitudinem. Et ſimiliter ſi alia ſuperficies corporis præter ſuperficiem directè oppoſitam, fuerit conuexa: & comprehenderit uiſus conuexitatem eius: comprehendet etiam extenſionem eius ſecundum trinam dimenſionem. Si uerò corporis, in quo eſt ſuperficies concaua comprehenſa à uiſu, aliam ſuperficiem ſenſerit uiſus, & ſenſerit ſectionem eius cum ſuperficie concaua: tunc ſentiet obliquationem ſuperficiei corporis illius, & cum ſenſerit obliquationem illius ſuperficiei, ſtatim ſentiet corporeitatem eius. Si autem ſuperficies fuerit concaua, comprehenſa à uiſu, & non apparuerit uiſui alia ſuperficierum reſiduarum: non comprehendet uiſus corporeitatem illius corporis; neque uiſus comprehendet ex huiuſmodi corporibus, niſi extenſiones eius ſecundum duas dimenſiones tantùm, & non ſentiet corporeitatem huiuſmodi corporum, niſi per ſcientiam præcedentem tantùm, non per ſenſum trium dimenſionum illius corporis. Et ſuperficies concaua etiam extenditur in profunditate propter propinquitatem extremitatum eius ad uiſum & remotionem medij: Sed non comprehenditur ex extenſione profunditatis, niſi extenſio uacuitatis, non extenſio corporis uiſi, cuius ſuperficies eſt illa ſuperficies concaua. Comprehenſio ergo corporeitatis à uiſu, non eſt, niſi ex comprehenſione obliquationis ſuperficierum corporum: & obliquitates ſuperficierum corporũ, per quas ſignificatur uiſui, quòd corpora ſint corpora, non comprehenduntur à uiſu, niſi in corporibus, quorum remotio eſt mediocris. In corporibus autem maximę remotionis, quorum remotio non certificatur à uiſu, non comprehendit uiſus obliquationes ſuperficierum: & ſic non comprehendit corporeitatem eius per ſenſum uiſus. Quoniam in talibus corporibus non comprehendit uiſus ſitus partium ſuperficierum eorum inter ſe, neque comprehendit ipſas niſi planas, & ſic non comprehendit obliquationes ſuperficierum, & ſic denique non comprehendit corporeitatem. Viſus ergo non comprehẽdit corporeitatem corporis maximæ remotionis, cuius remotio non certificatur illi. Et ipſe comprehendit corporeitatem corporum ex comprehenſione obliquationum ſuperficierum corporum: & obliquationes ſuperficierum corporum non comprehenduntur à uiſu, niſi in uiſibilibus mediocris remotionis, quorum ſitus partium ſuperficierum inter ſe comprehenduntur à uiſu. Et præter iſtorum uiſibilium corporeitatem, non comprehendit corporeitatem uiſus, niſi per ſcientiam antecedentem tantùm.

32. Circulus percipitur è ſitu, quem obtinet in ſuperficie uiſus. 45 p 4.

FIgura autem rei uiſæ diuiditur in duo: quorum alterum eſt figura circumferentiæ ſuperficiei rei uiſæ, aut circumferentiæ alicuius partis rei uiſæ: ſecundum autem eſt figura corporeitatis rei uiſæ, aut figura corporeitatis alicuius partis rei uiſæ. Et iſte modus eſt forma ſuperficiei rei uiſæ, cuius corporeitas comprehenditur per ſenſum uiſus, aut forma partis ſuperficiei rei uiſæ, cuius corporeitas comprehenditur. Et omne, quod uiſus comprehendit ex figuris uiſibilium, diuiditur in iſtos modos. Figura uerò circumferentiæ ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à ſentiente, ex comprehenſione circumferentiæ formæ, quæ peruenit in concauum nerui communis, & ex comprehenſione circumferentiæ partis ſuperficiei membri ſentientis, in quam peruenit forma rei uiſæ: quoniam in utroque iſtorum locorum figuratur circumferentia ſuperficiei rei uiſæ. Quemcunque ergo iſtorum locorum animaduerterit ſentiens, poterit comprehendere in eo

figuram

figuram circumferentiæ rei uisæ. Et similiter figura circumferentiæ cuiuslibet partium superficiei rei uisæ comprehenditur à sentiente ex sensu ordinationis partium terminorum partis formæ. Et cum sentiens uoluerit certificare figuram circumferentiæ superficiei rei uisæ, aut figuram circumferentiæ partis rei uisæ, mouebit axem radialem super circumferentiam rei uisæ: & sic per motum certificabit situm partium terminorum formæ superficiei, quæ est in superficie membri sentientis, & in concauo nerui communis. Quare comprehendet ex certificatione situum terminorum formæ, figuram circumferentiæ superficiei rei uisæ. Secundum ergo hunc modum erit comprehensio figuræ circumferentiæ rei uisæ, & figuræ circumferentiæ cuiuslibet partis superficiei rei uisæ per sensum uisus.

33. Superficies globosa percipitur è propinquitate partium mediarum, & æquabili longinquitate extremarum. 48 p 4.

FOrma autem superficiei rei uisæ non comprehenditur à uisu, nisi ex comprehensione situum partium superficiei rei uisæ, & ex consimilitudine & dissimilitudine eorundem situum. Et certificatur forma superficiei ex comprehensione diuersitatis inæqualitatis remotionum partium superficiei rei uisę, & æqualitatis earum, aut inæqualitatis eleuationum partium superficiei & æqualitatis earum. Quoniam conuexitas superficiei non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis partium mediarum in superficie, & remotionis partium in terminis: aut ex inęqualitate eleuationum partium eius, quando superficies superior corporis fuerit cõuexa. Et similiter conuexitas termini superficiei non comprehenditur à uisu, nisi aut ex comprehensione propinquitatis medij, & remotionis extremitatum, quando conuexitas eius opponitur uisui: aut ex inęqualitate eleuationum partium eius, quãdo gibbositas eius fuerit deorsum, aut sursum: aut ex inęqualitate partium eius, quod in eo dextrum est, aut sinistrum, quando gibbositas eius fuerit dextra aut sinistra.

34. Superficies caua percipitur è longinquitate partium mediarum, & æquabili propinquitate extremarum. 49 p 4.

COncauitas autem superficiei, quando opponitur uisui, comprehenditur à uisu ex comprehensione remotionis partium mediarum, & appropinquatione extremitatum terminorum. Similiter est de concauitate terminorum superficiei, quando opponitur uisui: & uisus non comprehendit concauitatem superficiei, quando concauitas fuerit opposita sursum, aut deorsum, aut ad latus, nisi quando superficies concaua fuerit in parte abscissa, & apparuerit arcualitas termini eius, quę est uersus uisum.

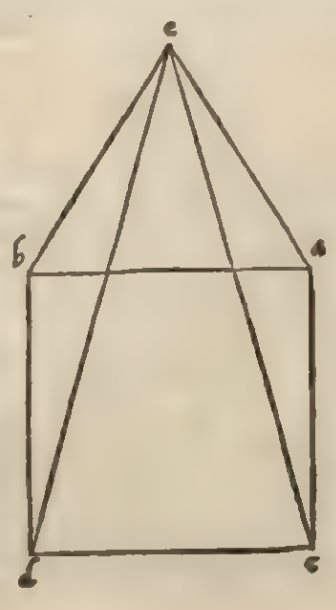
35. Planities in distantia moderata directè opposita uisui: percipitur ex æquabili partium longinquitate, & similitudine collocationis atque ordinis ipsarum inter ipsas. 47 p 4.

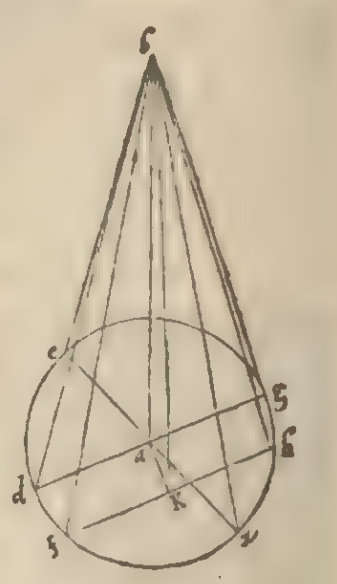
PLanities autem superficierum comprehenditur à uisu ex comprehensione æqualitatis remotionum partium & consimilitudinis ordinationis earum. Et similiter comprehenditur rectitudo termini superficiei, quando terminus opponetur uisui. Rectitudo enim termini superficiei, & arcualitas, aut curuitas eius, quando superficies fuerit opposita uisui, & termini continuerint ipsam, comprehenditur à uisu ex ordinatione partium eius inter se. Conuexitas ergo superficiei rei uisæ, quæ opponitur uisui, & concauitas eius, & planities comprehenduntur à uisu ex comprehensione diuersitatis remotionis partium superficiei, aut eleuationum earum, aut latitudinum earum, & ex quantitatibus excessus remotionis partium, aut eleuationum, aut latitudinum earum inter se. Et similiter conuexitas, & concauitas, & planities cuiuslibet partis rei uisæ comprehenditur à uisu ex comprehensione excessus remotionum partium illius partis, aut excessus eleuationum, aut latitudinum earum, aut æqualitatis earum. Et propter istam causam non comprehendit uisus concauitatem & conuexitatem, nisi in uisibilibus, quorum remotio est mediocris. Visus autem comprehendit propinquitatem quarundam partium superficiei, & remotionem quarundam per quædam corpora interuenientia inter ipsum, & superficiem, & per corpora respicientia remotiones partium, quarum appropinquatio & remotio certificatur à uisu. Et cum quædam partes superficiei fuerint prominentes, & quædam profundæ: comprehendet uisus prominentiam & profunditatem illarum per obliquationem superficierum partium, & sectiones partium, & curuitates earum in locis profunditatis, & per situs superficierum partium inter se. Et hoc erit, quando uisus non comprehenderit illam superficiem ante, neque aliquam huius generis. Si autem illa res uisa fuerit ex uisibilibus assuetis, comprehendet uisus formam eius, & formam superficiei per cognitionem antecedentem. Forma autem rei uisæ, quæ continetur ex superficiebus secantibus se, & diuersorum situum, comprehenditur à uisu ex comprehensione sectionis superficiei eius, & ex comprehensione situs cuiuslibet superficierum eius, & ex comprehensione superficierum earum inter se. Formæ igitur figurarum rerum uisarum, quarum corporeitas comprehenditur à uisu, comprehenduntur ex comprehensione formarum superficierum earum, & ex compre-

henſione ſituum ſuperficierum earum inter ſe. Et formæ ſuperficierum uiſibilium, quarum partes ſunt diuerſi ſitus: comprehendantur a uiſu ex comprehenſione conuexitatis & concauitatis, & planitiei partium ſuperficierum in uiſibilibus, & prominentiæ, & profunditatis partium ſuperficiei. Secundum ergo hunc modum erit comprehenſio ſuperficierum formarum uiſibilium, & figurarum earum. Et cum ſentiens uoluerit certificare formam ſuperficiei rei uiſæ, aut formam alicuius partis rei uiſæ, mouebit uiſum in oppoſitionem eius, & faciet tranſire axem radialem ſuper omnes partes eius, donec ſentiat remotiones partium eius, & ſitus cuiuslibet illarum apud uiſum, & ſitum earum inter ſe. Et cum ſentiens comprehenderit remotionem partium ſuperficierum, & ſitus earum, & comprehenderit prominentiam & profunditatem: comprehendet formam illius ſuperficiei rei uiſæ, & certificabit figuram eius. Et multoties errat uiſus in eo, quod comprehendit ex formis ſuperficierum uiſibilium, & formis figurarum uiſibilium, & non percipit errorem. Quoniam conuexitas parua & concauitas parua, & prominentia, & profunditas parua non comprehenduntur ſecundum acceſſum ad uiſum, quamuis earum remotio ſit mediocris, niſi ſit propinqua ualde uiſui. Viſibilia ergo, quorum formæ comprehenduntur a uiſu, ſunt illa, quorum quantitates partium ſuperficierum comprehenduntur à uiſu, & quorum exceſſus & æqualitates remotionum partium comprehenduntur à uiſu. Et uiſibilia, quorum formæ certificantur à uiſu, ſunt illa, quorum quantitates remotionum partium, & quorum quantitates exceſſus remotionis partium certificantur à uiſu. Et ſimiliter figuræ circumferentiarum ſuperficierum uiſibilium, & figuræ circumferentiarum partium ſuperficierum uiſibilium non certificantur à uiſu, niſi ſint in remotionibus mediocribus, & certificauerit uiſus ordinationem terminorum earum, & ſitum partium terminorum earum inter ſe, & certificauerit angulos earum. Et in quibus ſitus terminorum non certificatur à uiſu, neque anguli, ſi habuerint angulos: in ijs non certificabit uiſus figuras. Omnes ergo figuræ uiſibilium comprehenduntur a uiſu, ſecundum modos, quos declarauimus.

36. Magnitudo nec ex angulo pyramidis optice tantum: nec ex anguli & diſtantiæ comparatione percipitur. 27 p 4.

MAgnitudo uerò & quantitas rei uiſæ comprehenduntur à uiſu: ſed qualitas comprehenſionis eius eſt ex intentionibus dubitabilibus. Et plures opinantur, quòd quantitas magnitudinis rei uiſæ non comprehendatur à uiſu, niſi ex quantitate anguli, qui ſit apud centrum uiſus, quem continet ſuperficies pyramidis radialis, cuius baſis continet rem uiſam: & quòd uiſus comparat quantitates rerum uiſarum ad quantitates angulorum, qui fiunt à radijs, qui continent res uiſas apud centrum uiſus, & non ſuſtentatur in comprehenſione magnitudinis, niſi ſuper angulos tantùm. Et quidam illorum opinantur, quod comprehenſio magnitudinis non completur in comparatione ad angulos tantùm, ſed per conſiderationem remotionis rei uiſæ, & ſitus eius cum comparatione ad angulos. Et ueritas eſt, quod non eſt poſsibile, ut ſit comprehenſio quantitatum rerum uiſarum à uiſu ex comparatione ad angulos, quos res uiſæ reſpiciunt apud centrum uiſus tantùm. Quoniam eadem res uiſa non diuerſatur in quantitate apud uiſum, quamuis remotiones eius diuerſentur diuerſitate non magna. Quoniam quàdo res fuerit prope uiſum, & ipſe cõprehenderit quantitatem eius: & poſtea fuerit elongata à uiſu non multum: non diminuetur eius quantitas apud uiſum, quando eius remotio fuerit mediocris. Et nunquam diuerſatur quantitas alicuius rei uiſæ aſſuetæ apud uiſum, quando remotiones eius diuerſantur, & fuerint ex remotionibus mediocribus. Et ſimiliter corpora æqualia diuerſarum remotionum, quando remotio illorum fuerit mediocris, cõprehenduntur à uiſu æqualia: Sed anguli, quos reſpicit una & eadem res uiſa in remotionibus diuerſis mediocribus, diuerſantur diuerſitate alicuius quantitatis, [ut patet per 21 p 1] Quoniam quando res uiſa fuerit remota à uiſu per unum cubitum, deinde ſi elongetur à uiſu, donec fuerit eius remotio per duos cubitos: erit inter duos angulos, qui fiunt apud uiſum ab illa re uiſa, magnus exceſſus: & tamen non comprehendit uiſus rem uiſam in remotione duorum cubitorum, mi-





norem, quàm in remotione unius cubiti. Et similiter si elongetur à uisu per tres cubitos aut quatuor, non uidebitur minor, quamuis anguli, qui fiunt apud uisum, diuersentur diuersitate extranea. Et etiam si in superficie alicuius corporis signetur figura quadrata æqualium laterum, & rectorum angulorum: & eleuetur illud corpus, donec superficies eius, in qua est quadratio, sit prope æquidistantiam uisus, & ita ut uisus comprehendat figuram quadratam: comprehendet uisus figuram quadrilateram æqualium laterum: & tamen anguli, quos respiciunt latera quadrati apud centrum uisus, quando centrum uisus fuerit prope superficiem, in qua est quadratio, erunt diuersi: cum nihilominus uisus comprehendat latera quadrati æqualia. Et similiter quando in circulo extrahuntur diametri diuersorum situum, deinde eleuatur superficies, in qua est circulus, donec sit prope æquidistantiam uisus: erunt anguli, quos respiciunt diametri circuli apud centrum uisus, diuersi diuersitate magna secundum diuersitatem situs diametrorum: & tamen uisus non comprehendit diametros circuli, nisi æquales, quando remotio circulorum fuerit mediocris. Si ergo comprehensio rerum uisarum esset ex comparatione ad angulos tantùm, qui fiunt ex uisibilibus apud centrum uisus: non comprehenderentur quadrati latera æqualia, neque comprehenderentur diametri circuli æquales, neque comprehenderetur circulus rotundus, neque comprehenderetur una res uisa in rebus diuersis unius quantitatis. Experimentatione igitur istarum intentionum patet, quòd comprehensio quantitatum rerum uisarum non est ex comparatione ad angulos tantùm.

37. Magnitudo rei uisibilis percipitur è magnitudine partis superficiei uisus (in quam peruenit forma) & angulo pyramidis optica. 17 p 4.

ET quia hoc declaratum est, quomodo certificemus qualitatem comprehensionis magnitudinis: & iam declaratum est, quòd sustentatio in comprehensione plurium sensibilium non est, nisi per argumentationem & distinctionem: magnitudo autem est una intentionum, quæ comprehenduntur ratione & argumentatione: & radix, super quam sustentatur uirtus distinctiua in distinctione quantitatis magnitudinis rei uisæ, est quantitas partis uisus, in quam peruenit forma rei uisæ: & pars, in quam peruenit forma rei uisæ, determinatur, & mensuratur per angulum, qui est apud centrum uisus, quem continet pyramis radialis, continens rem uisam, & partem uisus, in quam peruenit forma rei uisæ. Pars ergo uisus, in quam peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem, sunt radix, quam non potest sensus & distinctio uitare in comprehensione magnitudinis rei uisæ. Sed tamen non sufficit uirtuti distinctiuæ in comprehensione magnitudinis consideratio anguli tantùm, aut consideratio partis uisus respicientis angulum tantùm. Quoniam una res uisa quando comprehenditur à uisu, & est prope ipsum: comprehendet sentiẽs locũ uisus, in quem peruenit forma rei uisæ, & comprehendet quantitatem illius loci: deinde quando illa res uisa elongabitur à uisu: comprehendetur etiam à uisu, & comprehendet sentiens locum uisus, in quem peruenit forma eius secundò, & comprehendet quantitatem loci. Et manifestum est, quòd locus uisus, in quem peruenit forma eius primò, & locus uisus, in quem peruenit forma eius secundò, diuersantur secundum quantitatem: quoniam locus formę in uisu erit secundum quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa apud centrum uisus. Et quãtò magis elongabitur res uisa, tantò magis angustabitur pyramis cõtinens ipsam, & eius angulus, & locus uisus, in quem peruenit forma.

38. Magnitudo uera uisibilis percipitur è comparatione basis anguli, & longitudine pyramidis optica. 27 p 4.

ET cum sentiens comprehenderit locum, in quem peruenit forma rei uisæ, & comprehenderit quantitatem loci: comprehendet diminutionem loci apud remotionem rei uisæ à uisu. Et ista intentio sæpe reuertitur ad uisum: scilicet quod uisibilia sæpe elongantur à uisu, & uisus ab eis, & appropinquant uisui, & uisus illis: & uisus comprehendit ipsa, & comprehendit diminutionem locorum formarum illarum in uisu apud remotionem, & comprehendit augmentationem locorum formarum illarum in uisu apud appropinquationem. Quare ad comprehensionem quantitatis rei uisæ adiungit uirtus distinctiua remotionem rei uisæ ad angulum pyramidis radialis, qui est in centro oculi. Ex frequentia ergo illius intentionis quieuit in anima apud uirtutem distinctiuam, quòd quantò magis elongatur res uisa à uisu, tantò magis diminuitur locus formæ eius in uisu, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus. Et cum hoc est: est quietum in anima, quòd locus, in quem peruenit forma rei uisæ, & angulus, quem respicit res uisa apud centrum uisus, non erit nisi secundum remotionem rei uisæ à uisu. Et cum hoc quietum est in anima, quando uirtus distinctiua distinguet quantitatem rei uisæ, non considerabit angulum tantùm, sed considerabit angulum & remotionem simul: quoniam quietum est apud ipsam, quòd angulus non erit, nisi secundum remotionem. Quantitates ergo uisibilium non comprehenduntur, nisi per distinctionem & comparationem. Comparatio autem, per quam comprehenditur quantitas rei uisæ, est comparatio basis pyramidis radialis, quæ est superficies rei uisæ, ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis pyramidis, quæ est remotio rei uisæ à uisu. Et consideratio uirtutis di-

ſtinctiuæ non eſt, niſi in parte ſuperficiei membri ſentientis, in quam peruenit forma rei uiſæ, cum conſideratione remotionis rei uiſæ à ſuperficie uiſus. Quoniam quantitas partis, in quam peruenit forma, nunquam erit niſi ſecundum quantitatem anguli, quem reſpicit illa pars apud centrum uiſus. Et non eſt inter remotionem rei uiſæ a ſuperficie uiſus, & remotionem eius à centro uiſus in maiori parte diuerſitas operans in remotionem. Et etiam iam declaratum eſt, [18 n 1. & 24. 25 n] quòd ſentiens comprehendit uerticationes, quæ ſunt inter centrum uiſus & rem uiſam, quæ ſunt uerticationes linearum radialium, & comprehendit uerticationum ordinationem, & ordinationem uiſibilium, & ordinationem partium rei uiſæ. Et cum ſentiens comprehendit hæc: uirtus diſtinctiua comprehendit, quòd iſtæ uerticationes quanto magis elongantur à uiſu, tantò magis ampliantur ſpatia, quæ ſunt inter earum extremitates. Et iſta intentio iam etiam quieta eſt in anima: & præterea, quietum eſt etiam in anima, quòd lineæ radiales quanto magis elongabuntur à uiſu, tantò erit res uiſa apud earum extremitates minor. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam, & comprehenderit terminos eius: comprehendet uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uiſæ: & uerticationes, ex quibus comprehendet terminos rei uiſæ, ſunt lineæ continentes angulum, qui eſt apud centrum uiſus, quem reſpicit illa res uiſa, & ſunt lineæ continentes locum uiſus, in quem peruenit forma rei uiſæ. Cum ergo uiſus comprehenderit uerticationes: imaginabitur uirtus diſtinctiua extenſionem iſtarum linearum à centro uiſus uſque ad terminos rei uiſæ: & quando ſimul comprehenderit quantitatem remotionis rei uiſæ: imaginabitur quantitatem longitudinum iſtarum linearum, & quantitatem ſpatij, quod eſt inter extremitates earum: & ſpatia, quæ ſunt inter extremitates iſtarum linearum, ſunt diametri rei uiſæ. Et quando uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatem anguli, & quantitatem longitudinum linearum radialium, & quantitatem ſpatiorum, quæ ſunt inter extremitates earum: comprehendet quantitatem rei uiſæ ſecundum ſuum eſſe. Verticationes autem, quæ extenduntur inter centrum uiſus & terminos cuiuslibet rei uiſæ comprehenſæ à uiſu, comprehenduntur à ſentiente, & a uirtute diſtinctiua: & ſentiens & uirtus diſtinctiua comprehendunt quantitatem partis uiſus, in quam peruenit forma illius rei uiſæ. Et cum uirtus diſtinctiua comprehenderit uerticationes linearum radialium: comprehendet ſitus earum inter ſe, & comprehendet appropinquationem earum inter ſe, & comprehendet qualitatem extenſionis earum: & nihil remanet, quo completur comprehenſio magnitudinis rei uiſæ, niſi quantitas remotionis rei uiſæ. Et iam declaratum eſt in qualitate comprehenſionis remotionis rei uiſæ, [24 n] quòd cuiuslibet rei uiſæ remotio comprehenditur à uiſu, aut certè, aut æſtimatione. Et cum uirtus diſtinctiua comprehenderit ſitus linearum radialium continentium terminos rei uiſæ, & quantitatem partis, quæ eſt inter ipſas lineas radiales, & ſuperficiem membri ſentientis, quæ eſt quantitas anguli, & imaginata fuerit ſimul quantitatem remotionis rei uiſæ: ſtatim imaginabitur quantitatem anguli, & remotionis ſimul. Et cum imaginata fuerit quantitatem anguli & remotionis ſimul, comprehendet quantitatem rei uiſæ ſecundum quantitatem anguli, & ſecundum quantitatem remotionis ſimul. Et uirtus diſtinctiua imaginatur quantitatem remotionis cuiuslibet rei uiſæ comprehenſæ a uiſu, & imaginatur uerticationes continentes terminos illius, & per imaginationem uirtus peruenit ad ipſam forma pyramidis continentis rem uiſam, & quantitas baſis eius, quæ eſt res uiſa: & ſic perueniet ad illam quantitas rei uiſæ. Et ſignificatio, quòd comprehenſio magnitudinis rei uiſæ ſit per comparationem magnitudinis ad remotionem rei uiſæ, eſt: Quia uiſus quando comprehenderit duo uiſibilia diuerſæ remotionis, & reſpicientia eundem angulum apud centrum uiſus: ſcilicet, ut radij tranſeuntes per extrema primi illorum, perueniant ad extrema ſecundi, & primum illorum non cooperuerit totum ſecundum, & comprehenderit uiſus remotionem cuiuslibet illorum comprehenſione certificata: ſemper uiſibile remotius comprehendetur à uiſu uiſibili propinquiore maius. Et quantò remotius uiſibile magis elongabitur, & uiſus certificauerit quantitatem remotionis eius, tantò comprehendetur maius. Verbi gratia: quando aliquis aſpexerit parietem remotum à uiſu remotione mediocri: & certificauerit uiſus remotionem illius parietis, & quantitatem eius: & certificauerit quantitatem latitudinis eius: deinde appoſuerit manum uni uiſui inter uiſum & parietem: & clauſerit alterum oculum: inueniet tunc, quòd manus eius cooperiet portionem magnam illius parietis, & comprehendet quantitatem manus eius in iſta diſpoſitione, & comprehendet quòd quantitas cooperta à manu ex pariete, eſt multò maior quantitate manus eius: & uiſus ſimul comprehendet uerticationes linearum radialium, & comprehendet angulum, quem continent lineæ radiales. Tunc ergo uiſus comprehendet, quòd angulus, quem reſpiciunt manus & paries, eſt idem angulus: & tunc etiam comprehendet, quòd pars parietis cooperta manu eius, eſt multò maior manu. Et cum ita ſit: uirtus diſtinctiua in illa comprehenſione comprehendit, quòd remotius duorum uiſibilium diuerſæ remotionis, reſpicientium unum angulum, eſt maioris quantitatis. Deinde quando quis in illa diſpoſitione uiſum ſuum auerterit: & aſpexerit alium parietem remotiorem illo pariete: & appoſuerit manum ſuam inter uiſum & illum parietem: inueniet, quòd illud, quod cooperitur ex ſecundo pariete, eſt maius illo, quod cooperitur ex primo. Et ſi tunc aſpexerit cœlum: inueniet quod manus eius cooperiet medium illius, quod apparet de cœlo, aut magnam portionem eius: tamen aſpiciens non dubitabit, quin manus eius nihil ſit reſpectu illius, quod cooperuerit de cœlo ſecundum ſenſum. Determinabitur ergo ex iſta experimentatione, quòd uiſus non comprehendit quantitatem ma-

tem magnitudinis rei uisæ, nisi ex comparatione magnitudinis rei uisæ ad quantitatem remotionis eius cum comparatione ad angulum, non ex comparatione ad angulum tantùm. Et si comprehensio quantitatis magnitudinis esset secundum angulum tantùm: oporteret ut duo uisibilia diuersæ remotionis, respicientia unum angulum apud centrum uisus, uiderentur æqualia. Et non est ita. Quantitas ergo magnitudinis rei uisæ non comprehenditur per distinctionem, nisi ex imaginatione pyramidis continentis rem uisam à uirtute distinctiua, & ex imaginatione quantitatis anguli pyramidis, & ex comparatione basis pyramidis ad quantitatem anguli eius, & ad quantitatem longitudinis eius simul. Et hæc est qualitas comprehensionis magnitudinis. Et propter multitudinem consuetudinis uisus in distinctione remotionum uisibilium, quando senserit formam & remotionem rei uisæ: statim imaginabitur quantitatem loci formæ, & quantitatem remotionis, & comprehendet ex congregatione istarum duarum intentionum magnitudinem rei uisæ: Sed tamen quantitates remotionum uisibilium sunt collocatæ sub magnitudinibus, quæ comprehenduntur à uisu. Et iam prædictum est, [24. 25 n] quòd quædam quantitates remotionum uisibilium comprehenduntur certè, & quædam æstimatiuè. & quòd illæ, quæ comprehenduntur æstimatiuè, comprehenduntur à similitudine remotionis rei uisæ ad remotiones sibi similium ex uisibilibus certificatæ remotionis: & quòd remotiones certificatæ quantitatis sunt illæ, quæ respiciunt corpora ordinata & continuata. Et ex comprehensione corporum ordinatorum continuatorum respicientium ipsas à uisu, & ex certificatione quantitatum illorum corporum, erit certificatio quantitatum remotionum uisibilium, quæ sunt apud extremitates eorum.

39. Magnitudo distantiæ percipitur è corporibus communibus, inter uisum & uisibile interiectis. 10 p 4. Idem 25 n.

REmanet ergo declarandum, quomodo uisus comprehendat quantitates remotionum uisibilium respicientium corpora ordinata continuata, & quomodo certificet quantitates corporum ordinatorum continuatorum respicientium remotiones uisibilium. Corpora ergo ordinata continuata respicientia remotiones uisibilium, sunt in maiori parte partes terræ, & uisibilia assueta, quæ semper comprehenduntur à uisu, & frequentius sunt superficies terræ, & corpus terræ interiacet inter ipsa, & corpus hominis aspicientis. Et quantitates partium terræ interiacentium inter aspicientem & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ respicientes remotionem istorum uisibilium à uisu, semper comprehenduntur à uisu. Et comprehensio quantitatum partium terræ interiacentium inter aspicientem, & uisibilia, quæ sunt super faciem terræ, non est nisi ex mensuratione illarum inter se à uisu, & ex mensuratione partium terræ remotarum ab eo, ad partes terræ propinquas illi, quarum quantitates sunt certificatæ. Deinde ex frequentatione comprehensionis partium terræ à uisu, & ex frequentatione mensurationis illarum à uisu, comprehendet uisus quantitatem partium terræ, quæ sunt apud pedes per cognitionem & assimilationem illarum per similes iam prius comprehensas. Visus ergo quando aspexerit partem terræ interiacentem inter ipsum & rem uisam: cognoscet quantitatem eius propter frequentationem comprehensionis similium illi parti terræ. Et ista intentio est ex illis intentionibus, quas sentiens acquirit à principio quiescentiæ. Et sic peruenient quantitates remotionum uisibilium assuetorum figuratæ in imaginationem & quietem in anima, ita ut homo non percipiat qualitatem quiescentiæ earum. Vnde uerò sit principium comprehensionis partium terræ interiacentium inter uisum & uisibilia, est, secundum quod narrabo. Principium eius, cuius quantitas certificatur à uisu, est illud, quod est apud pedes: quoniam quantitas illius, quod est apud pedes, comprehenditur à uisu & à uirtute distinctiua, & uisus certificat ipsam per mensuram corporis hominis. Quoniam illud, quod est ex terra apud pedes, semper mensuratur ab homine sine intentione per pedes eius, quando ambulat super ipsum, & per brachium eius, quando extendit manus ad ipsum. Et omne, quod est prope hominem ex terra, semper mensuratur per corpus hominis sine intentione, & uisus comprehendit illam mensuram, & sentit ipsam: & uirtus distinctiua comprehendit istam mensuram, & intelligit ipsam, & certificat ex ea quantitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis. Quantitates ergo partium terræ propinquarum homini iam sunt intellectæ apud sentientem, & apud uirtutem distinctiuam. Et iam formæ earum sunt conceptæ apud uirtutem distinctiuam, & quietæ in anima: & uisus comprehendit istas partes terræ semper, & sentiens sentit uerticationes, quę extenduntur à uisu ad extremitates istarum partium apud comprehensionem illarum à uisu, & apud considerationem corporis terræ à uisu, & comprehendit partes superficiei membri sentientis, in quas perueniunt formæ istarum partium terræ, & comprehendit quantitates partium, & quantitates angulorum, quos respiciunt istæ partes uisus. Anguli uerò, quos respiciunt partes terræ propinquæ homini, intelliguntur apud membrum sentiens secundum transitum temporis, & formæ eorum sunt conceptæ in anima. Et quantitates longitudinum linearum radialium, quæ extenduntur à centro uisus ad extremitates partium terræ propinquarum homini, comprehenduntur à sentiente, & à uirtute distinctiua, & certificantur ab ea. Quoniam uerò longitudines istarum uerticationum semper mensurantur per corpus hominis sine intentione: si ergo homo fuerit erectus, & aspexerit terram apud pedes eius, erunt longitudines linearum radialium secundum quantitatem erectionis hominis: & uirtus distinctiua intelliget certè, quòd remotio interiacens inter uisum &

partem terræ, eſt quantitas erectionis hominis: & longitudines locorum terræ continuatorum cum corpore hominis, ſunt intellectæ & perceptæ quantitates apud uirtutem diſtinctiuam, & formæ eorum ſunt quietæ in anima. Cum ergo uiſus aſpexerit partem, quæ eſt apud pedes: ſtatim ſentiens comprehendet uerticationes peruenientes ad extremitates illius partis: & imaginabitur uirtus diſtinctiua quantitates longitudinum uerticationum peruenientium ad extremitates earum, & quantitates angulorum, quos continent illæ uerticationes. Et cum uirtus diſtinctiua imaginata fuerit quantitates longitudinum uerticationum, & quantitates angulorum, quos continent uerticationes: comprehendet quantitatem ſpatij, quæ eſt inter extremitates illarum uerticationum, certa comprehenſione. Secundum ergo hunc modum certificantur quantitates partium terræ per ſenſum uiſus. Deinde quantitates partium ſequentium iſtas partes in remotione, comprehenduntur à uiſu ex comparatione quantitatum partium linearum radialium, quæ extenduntur ad extremitates earum, ad quantitates radialium, quæ extenduntur ad primas partes, quæ ſequuntur hominem: & ſic comparat uirtus diſtinctiua lineas radiales tertio loco uenientes ad radios ſecundo uenientes, communes primæ parti & ſecundæ, & percipit quantitatem augmentationis tertij radij ſupra ſecundum, & cum ſenſerit, ſentiet quantitatem tertij radij: & ipſe comprehendet quantitatem ſecundi radij certa comprehenſione. Erunt ergo duo radij continentes ſecundam partem terræ notæ quantitatis apud uirtutem diſtinctiuam: & ſimiliter erit ſitus eorum notus apud ipſam. Et cum comprehenderit longitudinem duorum radiorum, & ſitum eorum: comprehendet ſpatium, quod eſt inter extremitates eorum certa comprehenſione. Secundum ergo hunc modum comprehendet uirtus diſtinctiua etiam quantitates partium terræ, ſequentium partes continentes pedes. Et etiam partes ſequentes partes continentes pedes, ſemper menſurantur per corpus hominis: quoniam quando homo ambulauerit ſuper terram: menſurabitur terra, ſuper quam ambulat, per pedes eius & paſſus, & comprehendet uirtus diſtinctiua quantitatem eius. Et cum homo pertranſierit locum, in quo fuerit, & partes continuatas cum pedibus eius: & peruenerit ad illas partes ſequentes: menſurabuntur etiam illæ partes ſequentes, ſicut menſurabantur etiam priores, & comprehendet etiam ſequentes, ſicut comprehendebat priores. Et iſta comprehenſio erit certificata ſine dubio: & ſic certificabitur ab eo per comprehenſionem iſtam ſecundam prima comprehenſio. Si ergo quantitas eius non fuerit certificata primò, certificabitur ſecundò. Et iſta commenſuratio comprehenditur à ſentiente ſemper, & utitur ipſa ſine intentione ſolicita. Sed aſpecta aliqua partiũ terræ à uiſu: comprehendit ſentiens & uirtus diſtinctiua iſtam menſurationem per uiam accidentalẽ ſine intentione: deinde propter frequentationem iſtius intentionis ſunt iam certificatæ quantitates partium terræ ſequentium pedes, & quantitates earum, quæ ſequuntur ipſas. Secundum ergo hunc modum acquirit ſentiens & uirtus diſtinctiua quantitates partium terræ continentium hominem, interiacentium inter uiſum & uiſibilia. Et iſta acquiſitio eſt in principio quieſcentiæ hominis: deinde acquieſcunt quantitates remotionum uiſibilium aſſuetorum; quæ ſunt ſuper faciem terræ apud ſentientem & apud uirtutem diſtinctiuam. Erit ergo comprehenſio remotionum uiſibilium aſſuetorum, quæ ſunt ſuper faciem terræ, per cognitionem & aſſimilationem eorum adinuicem: & eſt dicere, comprehenſionem quantitatum remotionũ uiſibilium eſſe per acquiſitionem à ſentiente, & à uirtute diſtinctiua: non quòd per iſta comprehendat aſpiciens quot cubiti ſint in qualibet remotione, ſed acquirit ex qualibet remotione, & ex qualibet parte terræ quantitatem determinatã, & ad illas quantitates determinatas comparat quantitates remotionum uiſibilium, quas comprehendit poſt. Et ſimiliter acquirit ex cubito & palmo, & à qualibet quantitate menſurata quantitatem determinatam. Quando ergo aſpiciens comprehenderit aliquod ſpatium, & uoluerit ſcire, quot cubiti fuerint in eo: comparabit formam acquiſitam ex imaginatione ex illo ſpatio, ad formã acquiſitam in imaginatione ex cubito, & comprehendet per iſtam comparationem ſpatij quantitatem reſpectu cubiti. Et etiam ex aſſuetudine hominis eſt, quòd quãdo uoluerit certificare aliquam intentionem: iterabit aſpectum ſuum: & diſtinguet intentiones eius: & conſiderabit tempus: & per illud comprehendet illam intentionem ſecundum ueritatem. Aſpiciens ergo quando comprehenderit aliquam rem uiſam ſuper faciem terræ, & uoluerit certificare remotionem eius: intuebitur partem terræ continuatam, interiacentem inter ipſum & rem uiſam, & mouebitur uiſus in longitudine ipſius, & ſic mouebitur axis radialis ſuper illam partem, & menſurabit ipſam, & comprehendet ipſam ſecundum ſingulas partes, & ſentiet partes eius paruas, quando remotio illius ultimi ſpatij fuerit mediocris. Et quando uiſus comprehenderit partes terræ, & comprehenderit partes paruas: comprehendet uirtus diſtinctiua quantitatem totius ſpatij: quoniam per motum axis radialis ſuper ſpatium, certificabit uirtus diſtinctiua quantitatem partis uiſus, in quam peruenit forma illius ſpatij, & quantitatem anguli, quem reſpicit illud ſpatium, & quantitatem longitudinis radij, qui extenditur ad ultimum ſpatij: & cum iſtæ duæ intentiones certificabuntur à uirtute diſtinctiua, certificabitur quantitas partis terræ uiſæ. Et ſimiliter quantitates longitudinum corporum eleuatorum à terra extenſorum in parte remota (ſicut parietum & montium) comprehenduntur à uiſu, ſicut comprehenduntur quantitates partium terræ, & comprehenduntur remotiones uiſibilium reſpicientium ipſas, ex comprehenſione quantitatum longitudinum earum. Secundum ergo hunc modum certificat uiſus quantitates remotionum uiſibilium, quando fuerint ex remotionibus mediocribus, & fuerint reſpicientia corpora ordinata continuata. Quædam autem uiſibilia, quæ ſunt ſuper faciem terræ, habent remotionem mediocrem,

& quantitates partium terræ interiacentium inter uiſum & ipſa, ſunt quantitates mediocres: & quædam ſunt, quorum remotio eſt maxima & extra mediocritatem, & quantitates partium terræ interiacentium inter uiſum & ipſa, ſunt extraneæ magnitudinis. Et quantitates partium terræ comprehenduntur à uiſu ſecundum modos, quos narrauimus. Illud ergo, quod eſt propinquum & mediocris quantitatis, comprehenditur, & certificatur à uiſu, & quantitas eius, quòd eſt extraneæ remotionis, non certificatur à uiſu: quoniam uiſus quando comprehenderit ſpatia: comprehendet quantitates eorundem, dum ſenſerit augmentationem longitudinis radij: & dum ſenſerit angulos, quos reſpiciunt partes paruæ partium ſpatij apud motum axis ſuper ſpatium: & certificabit quantitatem ſpatij, dum ſenſerit paruam augmentationem in longitudine radij, & augmentationem paruam in angulo, quem reſpicit ſpatium. Et cum remotio fuerit maxima, non ſentiet augmentationem paruam in longitudine radij, nec ſentiet motum radij propter paruam partem ſpatij, cuius remotio eſt maxima, nec ſentiet angulum, quem reſpicit parua pars remotionis maximæ, nec certificabit longitudinem radij peruenientis ad extremum ſpatij, nec certificabit quantitatem anguli, quem reſpicit ſpatium illud. Et cum non certificauerit longitudinem radij peruenientis ad extremum ſpatij, & non certificauerit quantitatem anguli, quem reſpicit ſpatium: non certificabit quantitatem ſpatij. Et etiam, quando remotio fuerit maxima, partes paruæ ſpatij, quæ ſunt in ultimo ſpatij, non comprehenduntur à uiſu, nec diſtinguuntur ab eo: quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uiſum. Cum ergo axis radialis mouebitur ſuper ſpatium remotum maximè, & perueniet ad remotionem maximam, tranſibit partem paruam ſpatij, & non ſentiet ſentiens motum eius: quoniam parua pars in remotione maxima non facit angulum ſenſibilem apud centrum uiſus. Cum ergo axis radialis mouebitur ſuper ſpatium remotum, & ſenſerit uiſus, quòd ipſe iam tranſierit aliquam partem ſpatij: quantitas illius partis ſpatij, quam tranſiuit, non erit quantitas, quam comprehendit per ſenſum, ſed erit maior: & quantò magis augmentabitur remotio ſpatij, tantò magis partes latebunt uiſum apud ultimum ſpatij, & ſuper quas latet motus radij uiſus, erunt maiores. Quantitates ergo remotionum maximarum, quæ ſunt ſuper faciem terræ, non certificantur à uiſu: quoniam non certificat quantitatem longitudinis radij peruenientis ad ultimum earum, nec quantitatem anguli, quem reſpicit illud ſpatium.

40. *Viſibile propinquum uiſui accuratius uidetur. 15 p 4.*

ET etiam ſentiens ſentit certificationem quantitatis ſpatij: quoniam uiſibile propinquum uiſui eſt certioris uiſionis: ſcilicet quia formæ uiſibilium propinquorum ſunt manifeſtiores, & comprehenduntur à uiſu manifeſtiore comprehenſione, & color & lux eorum ſunt manifeſtiores, & ſitus ſuperficierum eorum apud uiſum, & ſitus partium eorum, & forma partium eorum, & partium ſuperficierum ſunt manifeſtiores uiſui: & ſi in eis fuerit lineatio, aut pictura, aut partes paruæ, apparebunt uiſui manifeſtius: & non eſt ita de uiſibilibus remotionis maximæ: quoniã formã rei uiſę, quę fuerit in remotione maxima, non certificabit uiſus ſecundum ſuum eſſe, & dubitabit in colore, luce, & forma ſuperficierum eius, & nihil apparebit in ea ex ſubtilibus intentionibus & ex partibus paruis. Et iſta intentio manifeſta eſt ſenſui. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquod ſpatium ſuper faciem terræ, ſtatim ſentiet, priuſquam uiderit ultimum eius, & quædam uiſibilia in ultimo eius, quòd illud ſpatium eſt ex ſpatijs mediocribus, aut ex ſpatijs maximæ remotionis. Si uerò certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uiſæ, quæ eſt apud ultimum eius, manifeſtè, & diſtinxerit etiam quantitatẽ illius ſpatij ſecundum modum prædictum: tunc uirtus diſtinctiua etiam comprehendet, quòd quantitas illius ſpatij eſt certificata ex comprehenſione manifeſtationis formæ ultimi eius, aut formæ rei uiſæ, quæ eſt apud ultimum eius. Si autem non certificauerit formam ultimi eius, aut formam rei uiſæ, quæ eſt apud ultimum eius, non certificabit quantitatem illius ſpatij. Et uirtus diſtinctiua apud conſiderationem iſtius ſpatij ſimul comprehendet, quòd iſtud ſpatium non eſt certificatæ quantitatis, propter latentiam formæ ultimi eius, aut formæ rei uiſæ, quæ eſt apud ultimum eius. Quantitates ergo remotionum uiſibilium diſtinguuntur à uiſu, & qualitas comprehenſionis quantitatum earum certificatur apud intuitionem. Et quando aſpiciens uoluerit certificare quantitatem rei uiſæ, & certificare quantitatem remotionis rei uiſæ: intuebitur remotionem, & diſtinguet ipſam, & ſic diſtinguetur ab eo remotio certificata à remotione non certificata. Nihil ergo eſt ex intentionibus uiſibilium, cuius quantitas ſit certificata, niſi remotiones reſpicientes corpora ordinata continuata, & cuius etiam remotiones ſunt mediocres. Quantitates ergo huiuſmodi remotionum comprehenduntur à uiſu ſecundum modum, quem declarauimus. Et præter iſta non certificantur à uiſu, ſed æſtimantur & aſſimilantur: ſcilicet quòd uiſus aſſimilat remotionem rei uiſæ remotioni ſibi ſimilium ex uiſibilibus aſſuetis, quorum quantitas remotionis eſt certificata iam ab eo. Et cum uiſus ſenſerit iam latentiam formæ rei uiſæ propter remotionem, dubitabit de quantitate remotionis eius. Et remotio mediocris, cuius quantitas certificatur à uiſu, eſt remotio, apud cuius ultimum non latet uiſum pars, habens proportionem ſenſibilem ad totam remotionem: & remotio mediocris reſpectu rei uiſæ, in qua uiſus comprehendit ueram quantitatem rei uiſæ, eſt remotio mediocris, apud cuius ultimum non latet pars illius rei uiſæ, habens proportionem ſenſibilem ad quantitatem rei uiſæ, quando uiſus intuebitur illam partem per ſe. Omne ergo ſpatium, in quo cuiuslibet partis

longitudo habet proportionem ſenſibilem ad quantitatem longitudinis ſpatij, comprehenditur à uiſu, & non latet uiſum ex partibus ſpatij, quæ ſunt apud ultimum eius, niſi illud, quod caret proportione ſenſibili ad longitudinem illius ſpatij: & omne tale ſpatium eſt ex remotionibus mediocribus. Remotio autem, quæ eſt extra mediocritatem in longitudine, eſt illa, apud cuius ultimum latet quantitas habens proportionem ſenſibilem ad totam illam remotionem: & remotio, quæ eſt extra mediocritatem reſpectu uiſus, eſt illa, in qua latet quantitas aliqua ex illa re uiſa, habens proportionem ſenſibilem ad totam illam rem uiſam: aut latet aliqua intentio illius rei uiſæ, cuius latentia operatur in latentiam quidditatis illius rei uiſæ. Et etiam ſentiens comprehendit quantitatem remotionis rei uiſæ ex quantitate anguli, quem reſpicit illa res uiſa. Quoniam quando uiſus comprehendit uiſibilia aſſueta, quæ ſunt in remotionibus aſſuetis, ſtatim apud comprehenſionem cognoſcet ipſa uiſus: & quando uiſus cognouerit ipſa: cognoſcet ipſas quantitates magnitudinum eorum: quoniam quantitates magnitudinum eorum iam fuerunt certificatæ propter frequentationem cuiuslibet comprehenſionis uiſibilium aſſuetorum, & iam ſunt quietæ in imaginatione. Et uiſus, cum comprehenderit rem uiſam aſſuetam, ſtatim comprehendit partem uiſus, in quam peruenit forma illius rei uiſæ, quam reſpicit illa pars. Et cum ſentiens comprehenderit quantitatem magnitudinis rei uiſæ per cognitionem, & comprehenderit angulum, quem tunc reſpicit illa res uiſa: comprehendet quantitatem remotionis illius rei uiſæ in illa diſpoſitione: quoniam angulus, quem reſpicit illa res uiſa, non erit, niſi ſecundum quantitatem remotionis. Et ſicut ſentiens recipit ſignificationem ſuper quantitatem magnitudinis ex remotione cum illo angulo: ita accipit ſignificationem ſuper quantitatem remotionis ex quantitate magnitudinis cognitæ apud ipſam cum illo angulo: quoniam illa magnitudo non reſpicit illum angulum, niſi ex illa eadem remotione, aut ex remotione æquali illi, non ex omnibus remotionibus. Et cum ſentiens comprehenderit quantitatem remotionis illius rei uiſæ aſſuetæ multoties & frequenter in horis, in quibus illa res uiſa reſpicit apud centrum uiſus ſimilem illi angulo, & multoties acceperit ſignificationem ſuper quantitatem magnitudinis illius rei uiſæ ex quantitate remotionis illius rei uiſæ cum quantitate anguli, qui eſt æqualis illi angulo: uirtus diſtinctiua intelliget quantitatem remotionis, in qua comprehendit magnitudinem illius rei uiſæ, reſpectu illius anguli. Et cum uirtus diſtinctiua intellexerit quantitatem illius rei uiſæ, reſpectu illius anguli, & comprehenderit in iſta remotione magnitudinem rei uiſæ, reſpectu illius eiuſdem anguli, & cognouerit illam rem uiſam, & cognouerit quantitatem magnitudinis eius, quam antè comprehendit, & comprehenderit quantitatem illius anguli, quem tunc reſpicit illa res uiſa: cognoſcet quantitatem remotionis, ſecundum quam illa remotio reſpicit illum angulum. Sentiens ergo comprehendit quantitatem remotionum uiſibilium aſſuetorum ex comparatione anguli ad magnitudinem rei uiſæ: deinde propter frequentationem comprehendit ſentiens remotionem rei uiſæ aſſuetæ per cognitionem. Et erit quantitas anguli, quem reſpicit res uiſa aſſueta apud comprehenſionem anguli eius, cum cognitione illius rei uiſæ, ſignum ſuper quantitatem remotionis illius rei uiſæ. Et plures remotiones uiſibilium aſſuetorum comprehenduntur ſecundum hunc modum. Et iſta comprehenſio non eſt in fine certitudinis: Tamen inter remotionem iſtam & remotionem certificatam non eſt maxima diuerſitas. Et ex iſta comprehenſione opinati ſunt mathematici, quòd magnitudo rei comprehendatur per angulum. Quando ergo uiſus comprehenderit uiſibilia aſſueta, quæ ſunt in remotionibus aſſuetis, & cognouerit quantitates remotionum illorum ſecundum iſtam uiam: inueniet ueritatem in maiori parte in quantitatibus remotionum ipſorum, aut non erit inter illud, quod comprehendit ex quantitatibus remotionum eorum, & inter remotiones ueras magna diuerſitas. In illo autem, quod uiſus comprehendit ex quantitatibus remotionum uiſibilium extraneorum, quæ non frequenter comprehendit uiſus, errat in maiori parte: & cum hoc fortè inueniet aliquid in eo, quod comprehendit ex quantitatibus eorum ſecundum hunc modum. Secundum ergo iſtos modos, quos declarauimus, comprehenduntur quantitates remotionum uiſibilium per ſenſum uiſus.

41. Magnitudines uiſibiles ſunt ſuperficies, earum partes, termini, & ſpatia, quæ inter diſtincta uiſibilia interyciuntur. 18 p 4.

ET poſtquam declarata eſt qualitas comprehenſionis quantitatum remotionum uiſibilium, & diſtinctæ ſunt remotiones uiſibilium: diſtinguemus modò magnitudines uiſibilium, quæ comprehenduntur à uiſu, & diſtinguemus comprehenſionem illarum à uiſu. Dicamus ergo, quòd magnitudines, quas comprehendit uiſus apud oppoſitionem, ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium, & quantitates partium ſuperficierum uiſibilium, & quantitates terminorum ſuperficierum uiſibilium, & quantitates ſpatiorum, quæ ſunt inter terminos partium ſuperficierum uiſibilium, & quantitates ſpatiorum, quæ ſunt inter uiſibilia diſtincta. Et iſti ſunt omnes modi quantitatum, quas comprehendit uiſus apud oppoſitionem rei uiſæ. Quantitas autem corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu apud oppoſitionem: quoniam uiſus non comprehendit totã ſuperficiẽ corporis apud oppoſitionẽ, & non cõprehendit niſi illud, quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis, aut ex ſuperficiebus eius, quãuis corpus ſit paruũ. Et ſi uiſus cõprehẽderit corporeitatẽ corporis, nõ cõprehẽdet quantitatẽ corporis eius, ſed figurã corporeitatis tãtùm. Si ergo corpus fuerit motum, aut uiſus moueatur, ita ut comprehendat uiſus totam ſuperficiem corporis per ſenſum, aut

ſum, aut per ſignificationem: tunc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius per ſecundam argumentationem, præter argumentationem, qua uſa eſt apud uiſionem. Et ſimiliter ſi uirtus diſtinctiua comprehendet quantitatem corporeitatis cuiuslibet partium corporis, non comprehendet ipſam, niſi per argumentationem ſecundam, præter argumentationem, quæ eſt apud uiſionem. Quantitates ergo, quas uiſus comprehendit apud oppoſitionem, non ſunt niſi quantitates ſuperficierum, & linearum quas determinauimus tantùm. Et iam declaratum eſt, [38 n] quòd comprehenſio magnitudinis non eſt, niſi ex comparatione baſis pyramidis radialis continentis magnitudinem, ad angulum pyramidis, qui eſt apud centrum uiſus, & longitudinem pyramidis, quæ eſt remotio magnitudinis rei uiſæ: & iam declaratum eſt, [24 25 n] quòd quædam remotiones uiſibilium ſunt certificatæ, & quædam æſtimatæ: magnitudines autem uiſibilium, quorum remotio eſt certificata, comprehenduntur à uiſu ex comparatione magnitudinum earum ad angulos, quos reſpiciunt illæ magnitudines apud centrum uiſus, & ad remotiones eorum certificatas. Comprehenſio ergo quantitatum remotionum huiuſmodi uiſibilium erit comprehenſio certificata. Quantitates autem remotionum uiſibilium, quorum remotio eſt æſtimata, & non certificata: comprehenduntur à uiſu ex comparatione magnitudinis eorum ad angulos, quos reſpiciunt illæ magnitudines apud centrum uiſus: & ad remotiones earum æſtimatas & non certificatas. Comprehenſio ergo quantitatum remotionum uiſibilium huiuſmodi, erit comprehenſio non certificata. Cum ergo ſentiens uoluerit certificare quantitatem magnitudinis alicuius rei uiſæ, mouebit uiſum ſuper illius diametros, & ſic mouebitur axis radialis ſuper omnes partes rei uiſæ. Si ergo remotio rei uiſæ fuerit ex remotionibus maximis: ſtatim apparebit ſenſui latentia formæ eius, & manifeſtabitur ſentienti, quòd quantitas eius non eſt certificata: ſi uerò remotio rei uiſæ fuerit ex remotionibus mediocribus: ſtatim apparebit ſenſui uerificatio uiſionis eius. Si ergo axis radialis moueatur ſuper illud, quod eſt in huiuſmodi uiſibilibus: menſurabit ipſum uera menſuratione, & comprehendet partes eius, & certificabit quantitates partium eius, & per motum certificabit quantitatem partium ſuperficiei membri ſentientis, in quam peruenit forma illius rei uiſæ, & quantitatem anguli pyramidis, quem reſpicit illa pars. Et cum ſentiens uoluerit certificare remotionem ſuper corpus reſpiciens remotionem eius, per motum certificabit quantitatem corporis reſpicientis remotionem eius, quæ eſt æqualis ſecundum ſenſum longitudinibus linearum radialium. Et cum ſentiens certificauerit quantitatem remotionis rei uiſæ, & quantitatem anguli, quem continet pyramis, continens rem uiſam: certificabit quantitatem illius rei uiſæ.

42. Axis opticæ pyramidis, oculo moto immutabilis permanet. 53 p 3.

MOtus autem axis ſuper partes rei uiſæ non erit per gyrationem axis à loco centri, & per motum eius per ſe ſuper partes rei uiſæ: quoniam iam declaratum eſt, [11 n 1 & 7 n] quòd illa linea ſemper eſt extenſa rectè uſque ad locum gyrationis nerui, ſuper quem componitur oculus, & quod ſitus eius à uiſu non mutatur, & totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ, & medium loci, qui eſt locus ſenſus uiſus, opponitur cuilibet parti partium rei uiſæ. Ergo cum totus uiſus mouebitur in oppoſitione rei uiſæ: axis tranſibit per quamlibet partium rei uiſæ: & tunc forma cuiuslibet partium rei uiſæ extendetur ad uiſum apud peruentum axis ad ipſam ſuper rectitudinem axis: & erit axis fixus in ſuo loco, & non mutabitur à ſuo loco reſpectu omnium partium totius oculi: & erit gyratio eius in ſua diſpoſitione apud motum totius uiſus in loco nerui, qui eſt apud concauum oſsis tantùm. Et cum uiſus uoluerit intueri rem uiſam, & incœperit intueri in extremitatem rei uiſæ: erit tunc extremum axis ſuper partem extremam rei uiſæ. Erit ergo in iſta diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſuperficiei uiſus declinante, aut obliqua ab axe ad aliquam partem, præter partem, ſuper quam eſt axis: quoniam forma eius erit in medio eius & in loco axis in uiſu, & erit reſiduum formæ obliquum aut declinans ad aliam partem ab axe. Deinde quando uiſus mouebitur poſt illam diſpoſitionem ſuper aliam diametrum rei uiſæ: tranſferetur axis ad partem ſequentem illam partem, & forma primæ partis declinabit ſuper alteram ubitatem oppoſitam ubitati, ad quam mouetur axis: iam deinde non ceſſabit forma declinare, dum axis mouetur ſuper illam diametrum, quouſque axis perueniat ad ultimum illius diametri rei uiſæ & ad partem extremam rei uiſæ oppoſitam primæ parti. Erit ergo forma totius rei uiſæ in iſta diſpoſitione obliqua ad ubitatem oppoſitam ubitati, ad quam prius fuit obliqua, præterquam ultima pars, quæ erat ſuper axem, & in medio uiſus. Et axis in toto iſto motu erit fixus in ſuo ſitu, & erit iſte motus ualde uelox, & in maiori parte eſt inſenſibilis propter uelocitatem.

43. Axis opticus in ſuo motu nunquã fit baſis anguli à ſuperficie uiſibilis ſubtenſi: nec ſemper ſecat angulum ab aliqua uiſibilis diametro ſubtenſum. 54 p 3.

AXis autem nõ ſupponitur in ſuo motu terminus anguli, quem reſpicit illa res uiſa apud centrum uiſus, neq; ſecat latitudinem anguli, quem reſpicit aliqua diametrorum rei uiſę: quoniam hoc non erit, niſi quando axis fuerit motus per ſe, & totus oculus quieuerit, quod eſt impoſsibile: totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius.

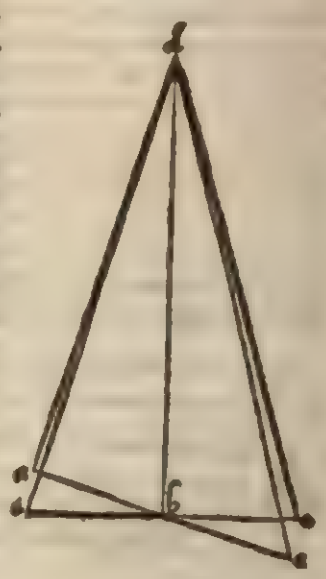
44. Viſus

44. Visus percipit magnitudinem anguli optici è parte superficiei uisus, in qua formatur rei uisibilis forma. 73 p 3.

SEntiens autem non comprehendit quantitatem anguli, quem respicit res uisa apud centrum uisus, nisi ex comprehensione quantitatis partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, & ex imaginatione anguli, quem respicit illa pars apud centrum uisus. Nam sensus uisus comprehendit naturaliter quantitates partium uisus, in quibus figurantur formæ, & naturaliter imaginatur angulos, quos respiciunt istæ partes. Sentiens autem non certificat formam rei uisæ, & quantitatem magnitudinis rei uisæ per motum uisus, nisi quia per istum motum comprehendit quamlibet partium rei uisæ per eius medium & per locum axis in uisu: & per istum motum mouetur forma rei uisæ super superficiem uisus, & sic mutabitur pars superficiei uisus, in qua fuit forma: quoniam forma rei uisæ apud motum, erit in parte post aliam partem in superficie uisus. Et quoties comprehenderit sentiens partem rei uisæ, quæ est apud extremum axis: comprehendet simul totam rem uisam, & comprehendet totam partem superficiei uisus, in quam peruenit forma totius rei uisæ, & comprehendet quantitatem illius partis, & comprehendet quantitatem anguli, quem respicit illa pars, apud centrum uisus. Et sic multoties comprehendet sentiens quantitatem anguli, quem respicit illa res uisa. Quare erit ab eo certificata: quare etiam uirtus distinctiua intelliget quantitatem anguli, & quantitatem remotionis, ex quibus comprehendet quantitatem magnitudinis rei uisæ secundum ueritatem. Secundum ergo hunc modum erit intuitio uisibilium à uisu, & certificatio quantitatis magnitudinum rerum uisarum per intuitionem.

45. Situs directus & obliquus lineæ, superficiei, & spatij percipitur ex æquabili & inæquabili terminorum distantia. 12 p 4. Idem 28 n.

ET etiam quando uisus comprehendet quantitates longitudinum linearum radialium, quæ sunt inter uisum & terminos rei uisæ, aut partes superficiei rei uisæ, sentiet æqualitatem & inæqualitatem earum quantitatum. Si superficies rei uisæ, quam uisus comprehendit, fuerit obliqua: sentiet obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius. Et si superficies fuerit directè opposita, sentiet directionem ex sensu æqualitatis remotionum: & sic non latebit quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam: quoniam uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorum spatij obliqui, obliquatione pyramidis continentis ipsum. Quare sentiet excessum magnitudinis eius basis propter obliquationem. Et non admicetur secundum assimilationem quantitas magnitudinis obliquæ magnitudini directè oppositæ, nisi quando comparatio fuerit ad angulum tantùm: si autem comparatio fuerit ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium inter uisum & extrema rei uisæ: non dubitabit uirtus distinctiua in quantitate magnitudinis. Quantitates ergo magnitudinum, linearum & spatiorum comprehenduntur à uisu ex comprehensione quantitatum remotionum extremorum in illis, & ex comprehensione inęqualitatis & ęqualitatis eorum. Sed remotio remotissima remotionum mediocrium, respectu rei uisæ, quando res uisa fuerit obliqua, est minor remotissima remotionum mediocrium, respectu illius eiusdem rei uisæ, quando res uisa fuerit directè opposita: quoniam remotio mediocris respectu rei uisæ est, in qua non latet uisum pars rei uisæ habens proportionem sensibilem ad totam rem uisam. Et cum res uisa fuerit obliqua, angulus, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad aliquam partem rei uisæ obliquæ, erit minor angulo, quem continent duo radij exeuntes à uisu ad illam eandem partem & ad illam eandem remotionem, quando res uisa fuerit directè opposita uisui. Et pars habens sensibilem proportionem ad totam rem uisam, quando res uisa fuerit obliqua: latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet eadem illa pars, quando illa res uisa fuerit directè opposita. Remotissima ergo remotionum mediocrium respectu rei uisæ obliquæ, est minor remotissima remotionum mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ, quando illa res uisa fuerit directè opposita: & tota res uisa obliqua latet in remotione minori quàm est remotio, in qua latet illa res uisa, quando fuerit directè opposita: & diminuitur quantitas eius in remotione minore remotione, in qua diminuitur quantitas eius, quando fuerit directè opposita. Magnitudines ergo rerum uisarum, quarum quantitates certificantur à uisu, sunt illæ, quarum remotio est mediocris, & quarum remotio respicit corpora ordinata continuata: & comprehenduntur à uisu ex comparatione illarum ad angulos pyramidum radialium continentium ipsas, & ad longitudines linearum radialium. Remotiones autem mediocres respectu rei uisæ sunt secundum situm illius rei uisæ in obliquatione, aut in directa oppositione. Et anguli nō certificātur, nisi per motū uisus respicientis super diametros superficiei rei uisæ, aut



super

ſuper ſpatiũ, cuius magnitudinẽ uoluerit ſcire. Et certificatur remotio per motum uiſus ſuper corpus rei, pictiés remotiones extremorũ illius ſuperficiei, aut illius ſpatij. Et generaliter forma rei uiſę, & forma remotionis rei uiſæ, cuius remotio eſt mediocris, & reſpicit corpora ordinata continuata, perueniunt cõmuniter in imaginationem ſimul apud intuitionem rei uiſæ: quoniam uiſus cõprehendit corpus reſpiciens remotionem rei uiſæ apud comprehenſionem rei uiſæ: & ſic uirtus diſtinctiua comprehendet magnitudinem rei uiſæ ſecundum quantitatem formæ remotionis eius certificatæ & coniunctę cum forma eius. Quantitates ergo huiuſmodi uiſibilium tantùm comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione. Secundum ergo hunc modum, quem declarauimus, comprehenduntur magnitudines rerum uiſarum per ſenſum uiſus. Quare uero res uiſa comprehendatur in maxima remotione minoris quantitatis ſua uera quantitate: & quare comprehendatur quantitas rei uiſæ in propinquiſsima remotione maior quantitate ſua uera, declarabimus in noſtro ſermone de erroribus uiſus.

46. Diſtinctio uiſibilium percipitur è diſtinctione formarum, quæ in diuerſis ſuperficiẽ uiſus partibus ſunt impreſſæ. 99 p 4.

DIſtinctio uerò, quæ eſt inter uiſibilia, comprehẽditur à uiſu ex diſtinctione formarum duorum corporum ſiue duorum uiſibilium diſtinctorum peruenientium in uiſum. Sed in diſtinctione, quæ eſt inter quælibet duo corpora diſtincta, aut eſt lux: aut eſt corpus coloratum illuminatum: aut eſt obſcuritas. Cum ergo uiſus comprehẽderit duo corpora diſtincta: forma lucis, aut forma coloris corporis, aut forma obſcuritatis, quæ eſt in loco diſtinctionis, peruenit in partẽ uiſus interiacentem inter duas formas duorum corporum diſtinctorum peruenientium in uiſum. Lux uerò, aut color, aut obſcuritas aliquando erit in corpore medio interiacente inter duo corpora continuata cũm utroque corporum. Si ergo uiſus non ſenſerit, quod lux, color, aut obſcuritas, quæ eſt in loco diſtinctionis, non eſt in corpore continuato cum utroq; corporum, quę ſunt in eius lateribus, non ſentiet diſtinctionem duorum corporum. Et etiam ſuperficies cuiuslibet illorũ duorum corporum eſt obliqua ad locum remotionis. In loco ergo diſtinctionis fortè erit obliquatio duarum ſuperficierum duorum corporum, aut ſuperficiei alterius duorum corporum manifeſta uiſui, & forte non. Cum ergo obliquatio duarum ſuperficierum duorum corporum, aut ſuperficiei alterius duorum corporum fuerit manifeſta uiſui: tunc ſentiet uiſus diſtinctionem duorum corporum. Viſus ergo comprehendit diſtinctionem corporum ex comprehenſione intentionum, quas diximus, aut ex comprehenſione lucis in loco diſtinctionis, ſentiendo, quòd illa lux eſt ex poſteriori duarum ſuperficierum duorum corporum diſtinctorum: aut ex comprehenſione corporis colorati in loco diſtinctionis, ſentiendo, quod illud corpus eſt diuerſum ab utroque corporum diſtinctorum: aut ex comprehenſione obſcurationis loci diſtinctionis, comprehendendo, quod illud eſt obſcuritas, & non eſt corpus continuatum cum duobus corporibus: aut ex comprehenſione obliquationis utriuſque ſuperficiei duorum corporum in loco diſtinctionis, aut obliquationis ſuperficiei alterius duorum corporum. Omne ergo, quod uiſus comprehendit ex diſtinctione corporum: non comprehendit, niſi ſecundum aliquam iſtarum intentionum. Diſtinctio autem fortè erit inter duo corpora diſtincta: & forte inter duo corpora non diuerſa, ſcilicet quod duo corpora ſunt continuata ſecundum quaſdam partes, & diuerſa ſecũdum quaſdam inter ſe, ut digiti, & membra animalis, & rami arborum: & ſecundum utramlibet diſpoſitionum uiſus non comprehendit diſtinctionem, niſi ſecundum modos, quos declarauimus. Et fortè comprehenditur diſtinctio corporum per cognitionem & per ſcientiam antecedentem: ſed illa comprehenſio non eſt per ſenſum uiſus. Et quædam diſtinctio corporum eſt ampla, & quædam ſtricta. Diſtinctio uerò ampla non latet uiſum in maiori parte, propter apparentiam corporis reſpicientis diſtantiam diſtinctam, & propter hoc, quòd illud corpus apparet diuerſum ab utroque corporum diſtinctorum, & propter comprehenſionem lucis & uacuitatis illuminati reſpicientis diſtantiam. Diſtinctio autem modica & ſtricta non comprehenditur à uiſu, niſi in remotione, in qua non latet uiſum corpus, cuius quantitas eſt æqualis quantitati amplitudinis diſtantię. Si autem diſtantia inter duo corpora fuerit ſtricta & occulta: & fuerit remotio illius à uiſu ſimilis illi, in qua lateant corpora, quorum quantitas eſt, ſicut quantitas amplitudinis diſtantiæ: nõ comprehendet uiſus illam diſtãtiam. Et ſi remotio duorum corporum à uiſu ſit ex remotionibus mediocribus, & uiſus comprehenderit duo corpora uera comprehenſione: (mediocris autem remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis: & uera comprehẽſio eſt illa, inter quam & ueritatem rei uiſæ non eſt diuerſitas ſenſibilis omnino reſpectu totius rei uiſæ) amplitudo autem diſtantiæ fortè ſit quantitatis carentis proportione ſenſibili ad remotionem rei uiſæ, & carentis quantitate ſenſibili reſpectu duorum corporum diſtinctorum (quoniam diſtinctio fortè erit in quantitate unius capilli:) tum illud diminutum non aufert diſtantiam ſenſibilem in uiſu. Diſtãtia igitur inter uiſibilia comprehenditur à uiſu ſecundum modos, quos declarauimus.

47. Continuatio uiſibilis percipitur è diſtantiæ priuatione. 100 p 4.

COntinuatio aũt cõprehẽditur à uiſu ex priuatione diſtantiæ. Cũ ergo uiſus nõ ſenſerit in aliquo corpore diſtãtiã: cõprehẽdet ipſum eſſe continuũ. Et ſi in corpore fuerit diſtãtia occulta, nõ cõprehẽſa à uiſu: cõprehẽdet uiſus illud corpus eſſe cõtinuũ, quãuis in eo ſit diſcretio.

Et uiſus

Et uiſus cõprehendit continuationem, & diſcernit inter cõtinuationẽ & contiguationẽ ex cõprehenſione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Et uiſus non iudicat contiguationem, niſi poſtquam ſciuerit, quòd utrumquę duorum corporum contiguorum eſt diuerſum ab altero: quoniam differentia, quæ eſt inter duo cõtigua, fortè inuenitur in duobus corporibus continuis. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quòd utrumq; duorum corporum contiguorum eſt diuerſum ab altero, & diſtinctum ab eo: non ſentiet contiguationem, & iudicabit continuationem.

48. Numerus percipitur è uiſibilium diſtinctione. 101 p 4.

NVmerus uerò comprehenditur à uiſu, & numeri medietas. Quoniam uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia ſimul: & cum uiſus comprehenderit diſtinctionem illorũ, comprehẽdet quodlibet illorũ eſſe diuerſum ab alio: & ſic comprehendit multitudinem. Et uirtus diſtinctiua comprehendit numerum ex multitudine. Numerus ergo comprehenditur per ſenſum uiſus ex cõprehenſione multorũ uiſibilium diſtinctorũ, quando uiſus cõprehendit ipſa ſimul: & comprehenderit diſtinctionem illorum: & comprehenderit quòd quodlibet illorum eſt diuerſum ab alio. Secundum ergo iſtum modum comprehenditur numerus per ſenſum uiſus.

49. Motus uiſibilis percipitur è mutatione ſitus eius in ſenſili tempore. 110 p 4.

MOtus autem comprehenditur à uiſu ex comparatione rei motæ ad aliud uiſibile. Quoniam quando uiſus comprehenderit uiſibile motum, & cum ipſo comprehenderit aliud uiſibile, comprehendet ſitum eius reſpectu illius uiſibilis moti. Et cum illud uiſibile fuerit motũ, & illud aliud uiſibile fuerit non motum. per motum illius uiſibilis moti, ſitus illius uiſibilis moti diuerſabitur reſpectu illius uiſibilis non moti. Et cum uiſus comprehenderit ipſum, & cum eo comprehenderit aliud uiſibile: comprehendet ſitum eius reſpectu illius uiſibilis, & comprehendet motum eius. Motus ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius. Et motus cõprehenditur à uiſu ſecũdum aliquem trium modorũ: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad multa uiſibilia: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad unum uiſibile: aut ex reſpectu rei uiſæ motæ ad ipſum uiſum. Primum autẽ quando uiſus comprehenderit rẽ uiſam & eius motũ, & comprehenderit ipſam reſpicientẽ aliquod uiſibile: deinde comprehenderit ipſam reſpicientem aliquod aliud uiſibile diuerſum à primo, exiſtente uiſu in ſuo loco: ſentiet motũ illius rei uiſæ. Reſpectus autem rei uiſæ motæ ad unum ſolum uiſibile eſt, quando uiſus comprehẽderit rẽ uiſam motã, & comprehenderit ſitum eius reſpectu alterius uiſibilis: deinde cõprehenderit ſitũ eius, qui mutatus eſt reſpectu illius alterius uiſibilis: aut quòd eſt remotius: aut quòd propinquius: aut quod eſt in parte altera, uiſu exiſtente in ſuo loco: aut per mutationem ſitus alicuius partis rei uiſæ motæ, reſpectu illius uiſibilis immoti: aut per mutationem ſitus partiũ eius reſpectu uiſibilis illius: & ſecundum iſtum ultimũ modum comprehendit uiſus motum uiſibilis moti circulariter, quando homo comparauerit ipſum ad aliud uiſibile. Cum ergo uiſus comprehenderit ſitũ rei uiſæ motæ, aut ſitum partium eius, aut ſitũ alicuius partis eius: cõprehendet motũ rei unę motæ. Reſpectus autem rei uiſæ motæ ad ipſum uiſum eſt, quando uiſus comprehendit rem uiſam motã, cõprehendet ubitatem eius & remotionẽ eius à uiſu: & cum uiſus fuerit quietus, & res uiſa fuerit mota. tunc mutabitur ſitus rei uiſæ motæ reſpectu uiſus. Si ergo motus rei uiſæ fuerit ſecundum ſpatium latũ: mutabitur ubitas eius, & ſentiet uiſus mutationem ubitatis. Et cum uiſus ſenſerit mutationem ubitatis eius, uiſu quieſcente, ſentiet motum eius. Et ſi motus rei uiſæ fuerit in longitudine extenſa inter ipſum & uiſum: tunc res uiſa aut elongabitur à uiſu per motũ, aut appropinquabit. Et cũ uiſus ſenſerit elongationem aut appropinquationem eius, uiſu exiſtẽte in ſuo loco: uiſus ſentiet motum eius. Et ſi motus rei uiſæ fuerit circularis, neceſſariò mutabitur pars rei uiſæ eius, quę opponitur uiſui: & cum illa pars rei uiſæ fuerit mutata, & ſenſerit uiſus mutationem eius, uiſu exiſtente in ſuo loco: ſentiet motum rei uiſæ. Secundum ergo iſtos modos comprehendit uiſus motum, quando uiſus fuerit fixus in ſuo loco. Et uiſus comprehendet etiam motum ſecundum quemlibet iſtorũ modorum, quamuis uiſus etiam moueatur. Et hoc erit quando uiſus ſenſerit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiendo, quòd illa diuerſitas non eſt propter motum eius, & diſtinguendo inter diuerſitatem ſitus, quæ accidit illi rei propter motum illius rei uiſæ, & inter diuerſitatem ſitus, quę accidit ei propter motum uiſus. Cum ergo uiſus ſenſerit diuerſitatem ſitus rei uiſæ, & ſenſerit, quòd diuerſitas eius ſitus non eſt propter motum uiſus: ſentiet motum rei uiſæ. Et forma rei uiſæ motæ mouetur etiam in uiſu propter motum eius: ſed uiſus non cõprehendit motum rei uiſæ ex motu ſuæ formæ in uiſu tantùm: imò uiſus non comprehendit motum rei uiſæ, niſi ex comparatione rei uiſæ ad aliam ſecundum modos, quos declarauimus: quoniã forma rei uiſæ quieſcentis aliquando mouetur in uiſu cum quiete rei uiſæ, & inde uiſus non comprehendit ipſam motam. Quoniã uiſus quando mouebitur ſuper oppoſitionem rerum uiſarum: mouebitur forma cuiuslibet rei uiſæ oppoſitæ uiſui in ſuperficie uiſus apud motũ eius, ſiue quieſcat, ſiue moueatur. Et quia uiſus iam aſſuefactus eſt ad motum formarum rerum uiſarum in ſuperficie eius cum quiete illarum rerum uiſarum: non iudicabit motum rei uiſæ propter motum formæ eius, niſi quando in uiſum peruenerit forma alicuius rei uiſæ, & comprehenderit uiſus diuerſitatẽ ſitus formæ rei uiſæ motæ, reſpectu alterius formæ rei uiſæ: aut ex mutatione formarum in eodem loco uiſus, qui erit in loco circulari. Motus ergo non comprehenditur à uiſu, niſi ſecundum modos, quos diſtinximus.

50. Quali-

50. Qualitas motus percipitur è ſpatio, per quod uiſibile mouetur. 711 p 4.

COmprehenſio aũt qualitatis motus eſt ex cõprehenſione ſpatij, ſuper quod mouetur res uiſa, quando res uiſa mouebitur ſecundum ſe totam. Et uiſus certificat qualitatẽ motus, quando certificauerit figuram ſpatij, ſuper quod mouetur res uiſa mota. Et cum res uiſa mouebitur circulariter: uiſus comprehendet motum eius eſſe circularem ex comprehenſione mutationis partium eius ſequentium uiſum apud aliquam rem uiſam: aut ex reſpicientia alicuius partis illius ad diuerſa uiſibilia, unum poſt alterum: aut ad partes unius rei uiſæ unam partem poſt aliam, cum quiete totalitatis rei uiſæ in ſuo loco. Et ſi motus rei uiſæ fuerit compoſitus ex motu circulari & local, uiſus comprehendet illum eſſe compoſitum ex comprehenſione mutationis partium rei uiſæ motæ reſpectu uiſus, aut reſpectu alterius rei uiſæ cum comprehenſione motus totalitatis rei uiſæ à ſuo loco. Secundum ergo iſtos modos uiſus comprehendit qualitates motus uiſibilium.

51. Motus uiſibilis percipitur in tempore ſenſili.

ET uiſus non comprehendit motum, niſi in tempore: quoniam motus non eſt, niſi in tempore, & omnis pars motus non eſt, niſi in tempore. Et uiſus non comprehendit motum rei uiſæ, niſi ex comprehenſione rei uiſæ in duobus locis diuerſis, aut ſecundum duos ſitus. Locus autem & ſitus rei uiſæ non diuerſantur, niſi in temporibus. Cum ergo uiſus comprehenderit rem uiſam in duobus locis diuerſis, aut in duobus ſitibus diuerſis, nõ eſt, niſi in duabus horis diuerſis. Sed inter quaslibet horas duas diuerſas eſt tempus mediũ. Vitus ergo nõ comprehendit motum, niſi in tempore. Et etiam dicemus quòd tempus, in quo uiſus comprehendit motũ, non erit, niſi ſenſibile: quoniam uiſus nõ comprehendit motũ, niſi ex comprehenſione rei uiſæ in duobus locis diuerſis in uno loco poſt aliũ: aut ſecundũ duos ſitus diuerſos unũ ſitum poſt aliũ. Cum ergo uiſus cõprehenderit rem uiſam motã in ſuo loco ſecundo, & nõ comprehenderit tunc ipſam in primo loco, in quo cõprehendit ante ipſam: ſtatim ſentiet ſentiens, quòd hora, in qua cõprehendit ipſam in ſecundo loco, eſt diuerſa ab hora, in qua comprehendit ipſam in primo loco. Quare ſentiet diuerſitatẽ duarum horarum. Et ſimiliter quando comprehenderit motũ ex diuerſitate ſitus rei uiſæ. Quoniam ſi comprehenderit rem uiſam motam ſecundum ſitum, & non comprehenderit ipſam tunc ſecundum primum ſitum, ſecundum quem comprehendit ipſam antè: ſtatim ſentiet diuerſitatem duarum horarum. Quare ſentiet tempus quod eſt inter ipſas. Tempus ergo, in quo uiſus comprehendit motum, eſt ſenſibile neceſſariò. Et cum omnes iſtæ intentiones ſint declaratę, narremus modò quod coacervatur ex eis. Dicemus ergo, quòd uiſus comprehendit motum ex comprehenſione rei uiſę motę ſecundum duos ſitus diuerſos, in duabus horis diuerſis, inter quas eſt tẽpus ſenſibile: & hæc eſt qualitas comprehenſionis motus à uiſu. Et uiſus comprehendit diuerſitatẽ motuum ſecundum uelocitatem & tarditatem, & æqualitatem motuum ex comprehenſione ſpatiorum, ſuper quæ mouentur uiſibilia mota. Cum ergo uiſus comprehenderit duo uiſibilia mota, & cõprehenderit ſpatia, ſuper quæ mouentur illa duo uiſibilia, & ſenſerit quòd alterum duorum ſpatiorum, quæ à duobus uiſibilibus motis pertranſeuntur in eodem tempore, eſt maius altero, ſentiet uelocitatem rei uiſæ motæ tranſeuntis ſuper maius ſpatium. Et cum duo ſpatia, ſuper quæ mouentur uiſibilia, ſunt pertranſita in duobus temporibus æqualibus, & ſenſerit uiſus æqualitatem illorum ſpatiorum, ſentiet æqualitatem duarum rerum motarũ. Et ſimiliter, ſi uiſus ſenſerit æqualitatem duorum ſpatiorũ cum inæqualitate duorum temporum duorum motuũ: ſentiet uelocitatem motus rei motæ tranſeuntis per ſpatium in minore tempore. Et ſimiliter quando duo mota tranſierint in duobus temporibus æqualibus per duo ſpatia æqualia, & ſenſerit uiſus æqualitatẽ temporis & æqualitatem ſpatiorũ: ſentiet æqualitatem duorum motuũ. Iam diximus, qualiter uiſus comprehendat motum, & diſtinguat motum, & qualitatem eius, & æqualitatem & inæqualitatem eius.

52. Quies percipitur è uiſibili, eundem ſitum locumq́, tempore ſenſili occupante. 112 p 4.

QVies autem comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſę in tempore ſenſibili in eodem loco & in eodem ſitu. Cum ergo uiſus comprehenderit uiſum in eodẽ loco, & ſecundũ eundem ſitũ in duabus horis diuerſis, inter quas eſt tẽpus ſenſibile: cõprehendet rem uiſam in illo tempore quieſcentem. Et uiſus comprehendit ſitum rei uiſæ quieſcentis reſpectu alterius rei uiſę, & reſpectu ipſius uiſus. Secundũ ergo hunc modum erit comprehenſio quietis uiſibiliũ à uiſu.

53. Aſperitas percipitur è luce aſperam ſuperficiem illuminante. 139 p 4.

ASperitas uerò comprehenditur à uiſu in maiori parte ex forma lucis apparẽtis in ſuperficie corporis aſperi: quoniã aſperitas eſt diuerſitas ſitus partium ſuperficiei corporis. Quare lux quando oritur ſuper ſuperficiem illius corporis, partes prominentes facient umbrã in maiori parte. Et cum lux peruenerit in partes profundas, erunt cum eo etiam umbrę, & partes prominentes erunt manifeſtæ luce, & diſcoopertæ luce. Et cum in partes profundas ueniunt umbræ, & ſuper prominentes non fuerit aliqua umbra: diuerſabitur forma lucis in ſuperficie illius corporis. In ſuperficie autem plana non eſt ita: quoniam ſuperficiei planæ partes ſunt conſimilis ſitus: & cum lux orietur ſuper ipſas, erit forma lucis in tota ſuperficie conſimilis. Forma ergo lucis in ſuperficie corporis aſperi eſt diuerſa à forma lucis in ſuperficie plana. Et uiſus cognoſcit formam lucis, quæ eſt in

ſuperficiebus aſperis, & formam lucis, quæ eſt in ſuperficiebus planis propter frequentationem viſionis ſuperficierũ aſperarum & planarum. Cum ergo uiſus ſenſerit lucem, quæ eſt in ſuperficiebus corporis ſecundum modum, quẽ aſſueuit in ſuperficiebus aſperis: iudicabit aſperitatẽ illius corporis: & cum ſenſerit lucem in ſuperficie corporis ſecundum modum, quem aſſueuit in ſuperficiebus planis: iudicabit planitiem in ſuperficiebus illius corporis. Et cum aſperitas fuerit extranea: erunt partes prominentes alicuius quantitatis: & ſic uiſus comprehendet prominentiã illarum partium: & comprehendet ſitum ſuperficiei corporis ex comprehenſione diſtantiæ, quæ eſt inter partes. Et cum uiſus comprehenderit diuerſitatẽ ſituum partium ſuperficiei corporis: comprehendet aſperitatem eius ſine indigentia ad conſiderandum lucem. Et etiam quando aſperitas corporis fuerit extranea, & oritur ſuper ipſam lux: erit forma lucis in ſuperficie eius diuerſa maxima diuerſitate. Videbitur ergo ex diuerſitate lucis diſtantia partium & diuerſitas ſitus earum: & ex hoc apparebit aſperitas corporis. Si ergo lux oriens ſuper corpus aſperum, fuerit ex parte oppoſita ſuperficiei aſperæ, & fuerit lux fortis: non comprehendet uiſus aſperitatem huius corporis, niſi quando comprehenderit prominentiam quarundam partium & profunditatem quarundam. Si ergo aſperitas huius corporis fuerit extranea, id eſt, maxima: comprehendet uiſus diſtantiam partium & diuerſitatem ſitus earum, & comprehendet aſperitatem corporis in maiori parte. Si autem aſperitas fuerit modica, & partes fuerint profundæ, & pori illius corporis in ultimitate paruitatis: latebit uiſum in maiori parte, & nunquam uiſus comprehendet aſperitatem huius corporis, niſi in magna appropinquatione cum intuitu partium ſuperficiei corporis. Cum ergo uiſus diſtinxerit diſtantiam partium huiuſmodi corporis, & prominentiam & profunditatem illarum: comprehendet aſperitatem eius. Si autem uiſus non diſtinxerit diſtantiam partium eius, nec prominentiam & profunditatem partium eius: non comprehendet aſperitatem eius. Aſperitas ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſituũ partium ſuperficiei corporis, aut ex forma lucis, quam uiſus aſſueuit uidere in ſuperficiebus corporum aſperorum. Et uiſus cognoſcit etiam aſperitatem ex prænotione conſimilitudinis. Cum ergo uiſus nihil ſenſerit in corpore, ex conſimilitudine, iudicabit eius aſperitatem. Sed multoties errat uiſus in aſperitate, quando uoluerit cognoſcere ipſam per iſtam intentionem: quoniam erit ſuperficies terſa, & non apparet eius terſitudo: quoniam terſitudo non apparet, niſi in ſitu proprio.

54. Lenitas percipitur è luce lenem ſuperficiem illuminante. 140 p 4.

PLanities autem & æqualitas ſuperficiei corporis comprehenditur à uiſu in maiori parte ex forma lucis apparentis in ſuperficie corporis plani, quam aſſueuit uidere in ſuperficiebus planis. Et cum lux, quæ eſt in ſuperficiebus corporis, fuerit conſimilis formæ: cognoſcet per ipſam planitiem ſuperficiei. Et uiſus comprehendit aliquando planitiem per intuitum etiam. Cum ergo uiſus intuebitur ſuperficiem corporis plani, comprehendet æqualitatem partium eius: & ſic comprehendet planitiem. Terſitudo autem (& eſt fortis planities) comprehenditur à uiſu ex ſcintillatione lucis in ſuperficie corporis ſui. Planities ergo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione æqualitatis ſuperficiei. Aequalitas autem ſuperficiei comprehenditur à uiſu in maiori parte ex ſimilitudine formæ lucis in ſuperficie corporis. Et terſitudo comprehenditur à uiſu ex ſcintillatione lucis in ſuperficie corporis, & ex ſitu, ſecundum quem reflectitur lux. Et fortè ſimul aggregatur aſperitas & planities in eadem ſuperficie, ſcilicet quòd ſint in ſuperficie alicuius corporis partes diuerſi ſitus, profundæ & prominentes, & ſint partes cuiuslibet partium diuerſi ſitus prominentium & profundarum ad quaſdam partes, uel ad partes quarundam conſimilis ſitus, ita ut tota ſuperficies ſit aſpera, & partes eius, aut quædam ſint planæ. Et aſperitas huiuſmodi ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium prominentium & profundarum. Et planities partium comprehenditur à uiſu in ſuperficiebus partium. Et aliquando uiſus comprehendit planitiem huiuſmodi partium per intuitionem, & ex comprehenſione conſimilitudinis ſuperficiei cuiuslibet illarum. Et ſecundum iſtos modos comprehendit uiſus planitiem & terſitudinem & aſperitatem.

55. Perſpicuitas percipitur è perceptione corporis denſi ultra corpus perſpicuum poſiti. 142 p 4.

DIaphanitas autem comprehenditur à uiſu per argumentationem ex comprehenſione illius, quod eſt ultra corpus diaphanum. Et diaphanitas corporis diaphani non comprehenditur à uiſu, niſi quando fuerit in eo ſpiſsitudo quædam, & fuerit diaphanitas eius ſpiſsior, diaphanitate aeris interiacentis inter uiſum & ipſum. Si autem fuerit in fine diaphanitatis, non comprehendet uiſus diaphanitatem eius, & non comprehendet, niſi illud, quod eſt ultra ipſum tantùm. Et cum in eo fuerit quædam diaphanitas: comprehendetur à uiſu propter illud, quod eſt de ſpiſsitudine in eo, & diaphanitas eius comprehendetur ex comprehenſione illius, quod eſt ultra ipſum. Quoniam quando ultra corpus diaphanum fuerit lux aut corpus coloratum illuminatum, uidebitur ultra corpus diaphanum. Et uiſus non ſentit diaphanitatem corporis, quando ſenſerit illud, quod eſt ultra ipſum, niſi cum ſenſerit quòd color & lux, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, eſt lux & color ultra corpus diaphanum, & non eſt color & lux ipſius corporis: ſi autem

non-

non: nõ ſentiet diaphanitatem corporis diaphani. Si ergo ultra corpus diaphanum non fuerit lux, nec corpus illuminatum, nec in circuitu eius, & non apparuerit ultra ipſum, neq; in aliqua alia parte lux aut color: diaphanitas illius corporis non comprehenditur. Et hoc erit quãdo corpus diaphanum fuerit applicatum cum aliquo corpore ſpiſſo, & illud corpus ſpiſſum continuerit ipſum, aut reſpexerit ipſum, & fuerit quoq; corpus diaphanum obſcuri coloris: quoniam tunc uiſus non ſentiet diaphanitatem huius corporis. Et ſimiliter quando ultra corpus diaphanũ fuerit locus obſcurus, & non apparuerit ultra ipſum aliqua lux: non comprehendetur diaphanitas eius. Cum ergo uiſus ſenſerit, quod color, qui comprehẽditur ultra corpus diaphanum, eſt color corporis ultra corpus diaphanum, ſentiet diaphanitatem corporis diaphani. Et ſimiliter quando corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis, & fuerit corpus, quod eſt ultra ipſum, & corpora quæ ſunt in circuitu eius, debilis lucis: tunc diaphanitas eius non comprehenditur à uiſu, niſi apponatur forti luci. Cum autem cognoſcet lucem ultra ipſum: comprehendet diaphanitatem. Secundum ergo iſtos modos comprehendet uiſus diaphanitatem corporum diaphanorum.

56. Denſitas percipitur è perſpicuitatis priuatione. 143 p 4.

SPiſſitudo comprehenditur à uiſu ex priuatione diaphanitatis. Cum ergo uiſus comprehenderit corpus, & non ſenſerit in ipſo aliquam diaphanitatem, arguet eius ſpiſſitudinem.

57. Vmbra percipitur è lucis unius abſentia, alterius præſentia. 145 p 4.

VMbra uerò comprehenditur à uiſu reſpectu lucis illuminantis, aũt partis lucis illuminantis. Quoniã enim umbra eſt priuatio quarundam lucium cum illuminatione loci umbræ ab extranea luce priuata à loco umbræ: itaq; cum ſenſerit uiſus illud, quod eſt uicinum ipſi, & fuerit ſuper illud corpus uicinum lux fortior luce, quæ eſt in loco umbræ, ſentiet umbrationem illius loci, & priuationẽ à luce oriente ſuper corpus uicinũ illi. Quoniã quando uiſus ſenſerit aliquã lucẽ in aliquo loco: & caruerit ille locus luce ſolis, aut aliqua luce forti: ſentiet obumbrationẽ illius loci & priuationẽ à luce ſolis, aut ab alia luce forti. Et fortè uiſus ſentiet corpus faciẽs umbram, & fortè non diſtinguetur ab eo ſtatim corpus obumbrans, ſed tandem, quando uiſus comprehenderit locũ, in quo eſt lux debilis, & cõprehenderit ultima corpora in loco lucis debilis eſſe fortioris lucis illa luce debili: ſentiet ſtatim umbrã illius loci. Secundũ ergo hunc modũ uiſus cõprehendit umbrã.

58. Obſcuritas percipitur è lucis priuatione & abſentia. 146 p 4.

OBſcuritas uerò comprehenditur à uiſu per argumentationem ex priuatione lucis. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquem locum, & non comprehenderit in eo aliquam lucem, ſentiet obſcuritatem eius.

59. Pulchritudo percipitur tum è ſingulis uiſibilibus ſpeciebus, tum è pluribus ſimul coniunctis ſymmetris inter ſe. 148 p 4.

PVlchritudo autem comprehenditur à uiſu ex cõprehenſione intentionum particularium, quarum comprehẽſionis qualitas eſt declarata ãnte. Nam unaquæque intentionum particularium prædictarum faciet per ſe aliquem modum pulchritudinis, & coniugationes illarum faciunt etiam alios modos pulchritudinis. Et uiſus non comprehendit pulchritudinem, niſi in formis uiſibiliũ, quæ comprehenduntur per ſenſum uiſus. Et formæ uiſibiliũ ſunt compoſitæ ex intentionibus particularibus, quarũ diſtinctio iam eſt declarata. Et uiſus comprehendit formas ex comprehenſione iſtarum intentionum. Ipſe ergo comprehendit pulchritudinem ex comprehenſione iſtarum intentionum. Modi autem pulchritudinis, qui comprehenduntur à uiſu in formis uiſibilium, ſunt multi. Quædam ergo uiſibilia habent unam cauſſam ex intentionibus particularibus, quę ſunt in forma: & cauſa quorundam non eſt, niſi intentionum inter ſe coniunctio, non ipſæ intentiones: & cauſſa quorundam eſt compoſita ex intentionibus & ex compoſitione illarum. Et uiſus comprehendit quamlibet intentionum, quæ ſunt in qualibet forma per ſe: & comprehendit ipſas compoſitas: & comprehendit compoſitionem & coniugationem illarum. Viſus ergo comprehendit pulchritudinem ſecundum diuerſos modos. Et omnes modi, ex quibus uiſus comprehendit pulchritudinem, reuertuntur ad comprehenſionem intentionum particularium. Si uerò iſtæ intentiones particulares faciunt pulchritudinem: etiam compoſitæ ſimiliter. Et eſt dicere: facere pulchritudinem, eſt inducere diſpoſitionem in anima, qua uidebitur ei, quod ſit res pulchra, quæ uidetur. Et hoc apparebit per modicam inſpectionem: quoniam lux facit pulchritudinem: & propter hoc apparebunt pulchra ſol, luna & ſtellæ: & non eſt in ſole, luna & ſtellis cauſa, propter quam apparebunt decora, niſi lux earum. Lux ergo per ſe facit pulchritudinem. Et color etiam facit pulchritudinem. Quoniam quilibet color ſcintillans ſicut uiridis & roſeus, & his ſimiles apparebunt pulchri uiſui, & delectatur uiſus eis. Et propter hoc apparebunt pulchri panni tincti, & flores, & uiridia. Color ergo per ſe facit pulchritudinem. Et remotio etiam aliquando facit pulchritudinem accidentaliter. Quoniam in quibuſdam formis pulchris ſunt maculę & rugæ, quæ faciunt turpitudinem in formis: & cum elongabuntur à uiſu, latent illæ intentiones ſubtiles, quæ faciunt

turpitudinem in illis formis, & apud latentiam illarum intentionum apparebit pulchritudo illiꝰ formæ. Et similiter etiam in multis formis pulchris sunt intentiones subtiles, per quas forma est pulchra, sicut lineatio & ordinatio, & multæ istarum intentionum latent visum in multis remotionibus mediocribus: & quando sunt prope visum, apparebunt illæ intentiones subtiles visui, & apparebit pulchritudo formæ. Remotio ergo & appropinquatio faciunt pulchritudinẽ. Et situs aliquando facit pulchritudinem: & plures intentiones pulchræ non apparent pulchræ, nisi propter ordinem & situm tantùm. Quoniam omnes distinctiones ordinatæ quasi punctatæ non apparent pulchræ, nisi propter ordinem. Et scriptura non apparet pulchra, nisi propter ordinationem: quoniam pulchritudo non est, nisi ex directione figurarum literarum, & ex compositione earum inter se. Si autem compositio literarum & ordinatio non fuerit secundum unam proportionem, scilicet, ut una magna, alia parua: tunc non erit pulchra scriptura, quamuis figuræ literarum per se sint benè positæ. Et aliquando apparet scriptura pulchra, quando compositio eius fuerit proportionalis, quamuis literæ non sint in finè bonæ dispositionis. Et similiter plures formæ visibilium non apparent pulchræ, nisi propter dispositionem & ordinationem partium inter se. Et corporeitas etiam facit pulchritudinem: & propter hoc apparent pulchra corpora hominum & multorum animalium. Et figura facit pulchritudinem: & propter hoc luna, & formæ pulchræ hominum & multorum animalium, & arborum, & plantarum non apparent pulchræ, nisi propter formas eorum, aut propter figuras partium eorum, aut propter eorum figuras, aut propter figuras partium formæ. Et magnitudo facit pulchritudinem: & propter hoc apparet luna pulchrior stellis, & stellæ magnæ pulchriores stellis paruis. Et diuisio facit pulchritudinem: & propter hoc stellæ separatæ sunt pulchriores stellis extensis, & pulchriores stellis galaxiæ: & propter hoc candelæ distinctæ sunt pulchriores igne. Et continuatio etiam facit pulchritudinem: & propter hoc uiridale continuum, & plantæ continuæ & spissæ sunt pulchriores distinctis. Et numerus facit pulchritudinem: & propter hoc loca cœli multarum stellarum sunt pulchriora locis paucarum stellarum: & propter hoc candelæ multæ in eodem loco faciunt pulchritudinem. Et etiam motus hominis in sermone facit pulchritudinem. Et quies eius facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchra grauitas & taciturnitas. Et asperitas facit pulchritudinem: & propter hoc apparet uillositas pulchra, ut uillositas in multis pannis. Et planities facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchrum in pannis. Et diaphanitas facit pulchritudinem: & propter hoc apparent de nocte micantes diaphani. Et spissitudo facit pulchritudinem: quoniam color & lux, & figura, & lineatio, & omnes intentiones pulchræ apparentes in formis uisibilium non comprehenduntur similiter à uisu, nisi propter spissitudinem & umbram. Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uisibilium sunt maculæ, & pori subtiles reddentes eas turpes: & cum fuerint in luce solis, apparebunt maculæ in eis: quare latebit pulchritudo earum: & cum fuerint in umbra aut luce debili, latebunt illæ maculæ & rugæ: quare comprehendetur pulchritudo earum. Et etiam tortuositates, quæ apparent in plumis auium, & in panno, qui dicitur amilialmon, in umbra non apparent & in luce debili. Et obscuritas facit pulchritudinem apparere: quoniam stellæ non apparent, nisi in obscuro: & similiter non apparet pulchritudo earum, nisi in nigredine noctis, & in locis obscuris, & latet in luce diei: & stellæ in noctibus obscuris sunt pulchriores, quàm in noctibus lunæ. Et consimilitudo facit pulchritudinem: quoniam membra animalis eiusdem speciei, ut oculus oculo, non apparent pulchra, nisi quando fuerint consimilia: quoniam oculi, quando fuerint diuersæ figuræ, scilicet quòd unus sit rotundus, & alter longus, erunt in fine turpitudinis: & etiã si unus fuerit niger & alter uiridis, erũt etiã turpes: & similiter si unus fuerit maior altero. Et similiter si una gena fuerit profunda, & altera prominens, erunt in fine turpitudinis. Et similiter quando unum supercilиorum fuerit grossum, & alterum subtile, aut unum illorum longum, & alterum breue, erunt turpia. Omnia ergo membra animalium uniusmodi non erunt pulchra, nisi cum fuerint consimilia. Et similiter literæ & picturæ non apparent pulchræ, nisi quando literæ fuerint, quæ sunt uniusmodi: & partes illarum, quæ sunt uniusmodi, consimiles. Et diuersitas facit pulchritudinem: quoniam figuræ membrorum animalis sunt diuersarum partium, & non sunt pulchræ, nisi propter illam diuersitatem. Quoniam si nasus totus esset eiusdem grossitudinis, esset in fine turpitudinis: & pulchritudo eius non est, nisi propter diuersitatem duorum extremorum eius, & eius pyramidalitatem. Et similiter pulchritudo superciliorum non est, nisi quando extrema eorum fuerint subtiliora residuis anterioribus. Et similiter omnia membra animalium quando aspiciuntur: inuenitur quòd pulchritudo eorum non est, nisi ex diuersitate figurarum partium eorum. Et similiter scripturæ: quoniam si partes scripturæ essent æqualis grossitudinis, non apparerent pulchræ: quoniam extrema literarum non apparent pulchra, nisi quando fuerint subtiliora residuo. Quoniam si extrema literarum & media earum, & continuatio earum essent unius spissitudinis: esset scriptura in fine turpitudinis. Diuersitas ergo facit pulchritudinem in multis formis uisibilium. Iam ergo declaratum est ex eo, quod diximus, quòd unaquæque intentionum particularium, quando comprehenditur per sensum usus, aliquando facit pulchritudinem per se. Et cum sermo fuerit factus de multis corporibus inductiuè per se: cum inducentur omnia corpora: inuenietur, quòd quælibet istarum intentionum facit pulchritudinem in multis locis. Et non diximus, ea quæ diximus, nisi gratia exempli, & ut possent acquiri alia exempla per ista. Sed tamen istæ intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus locis, neque una istarum intentionum facit pulchritudinem in qualibet forma, in quam peruenit

illa

illa intentio, ſed in quibuſdam formis, & in quibuſdam non. Verbi gratia: non quælibet magnitudo facit pulchritudinem in quolibet corpore alicuius magnitudinis: & ſimiliter non quilibet color facit pulchritudinem: neque uiridis color facit pulchritudinem in quolibet corpore, in quod peruenit ille color: & ſimiliter non quælibet figura facit pulchritudinem. Et quælibet illarum intentionum, quas diximus, facit pulchritudinem per ſe, ſed in quibuſdam locis, & in quibuſdam non, & ſecundum quoſdam modos, & ſecundum alios non. Et etiam iſtæ intentiones faciunt pulchritudinem per coniunctionem illarum inter ſe: quoniam ſcriptura pulchra eſt illa, cum figuræ literarum ſunt pulchræ, & compoſitio illarum inter ſe eſt compoſitio pulchra: quoniam ſcriptura, in qua adunantur iſtæ duæ intentiones, eſt pulchrior ſcriptura, in qua eſt una iſtarum duarum intentionum tantùm. Finis ergo pulchritudinis ſcripturæ non eſt, niſi ex coniugatione figuræ & ſitus. Et ſimiliter quando colores ſcintillantes & picturæ fuerint ordinatæ ordinatione conſimili, ſunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili. Et ſimiliter pulchritudo apparet in forma hominum & animalium ex coniugatione intentionum particularium, quæ ſunt in eis. Quoniam magnitudo oculorum mediocris cum figura eius amygdalata eſt pulchrior oculo, qui non habet, niſi magnitudinem tantùm aut figuram amygdalatam tantùm. Et ſimiliter rotunditas faciei cum tenuitate & ſubtilitate cutis & coloris, eſt pulchrior quàm unum ſine altero. Et ſimiliter paruitas oris cum ſubtilitate labiorum & mediocritate, eſt pulchrior paruitate oris cum groſſitudine labiorũ: & pulchrior gracilitate labiorũ cũ amplitudine oris. Et iſta intentio eſt multæ diuerſitatis, & multorũ modorũ. Et cum feceris inductionẽ in formis pulchris omniũ modorũ uiſibiliũ: inuenies quòd coniunctio intentionũ particulariũ, quæ ſunt in formis, facit in eis modos pulchritudinis, quosnõ facit una intentionũ per ſe. Et pulchritudo in maiori parte nõ fit, niſi ex coniunctione iſtarum intentionũ inter ſe. Quoniã intentiones particulares, quas diximus, facũt pulchritudinẽ per ſe, & faciunt pulchritudinem per coniunctionẽ earum inter ſe. Et etiã pulchritudo fit ex alia intentione præter iſtas duas intentiones, quas prædiximus: & eſt proportionalitas & conſonantia. Quoniam formæ compoſitæ ex membris diuerſis, & partibus diuerſis, habent figuras diuerſas, & magnitudines diuerſas, & ſitus diuerſos, & continuationem & coniunctionem, & perueniunt in quamlibet illarum multæ intentiones particulares, tamen omnes non ſunt proportionales. Quoniam non quælibet figura eſt pulchra cum qualibet figura: nec quælibet magnitudo eſt pulchra cum qualibet magnitudine: neque quilibet ſitus eſt pulcher cum quolibet ſitu: neque quælibet figura cum qualibet magnitudine: neque quælibet magnitudo cum quolibet ſitu. Sed quælibet intentionum particularium habet proportionem cum quibuſdam intentionibus, & eſt aſymmetra quibuſdam. Verbi gratia: Simitas naſi cum profunditate oculorum non eſt pulchra: & ſimiliter magnitudo naſi cum magnitudine oculorum non eſt pulchra: & ſimiliter prominentia frontis cum profunditate oculorum non eſt pulchra: & ſimiliter frontis planities cum prominentia oculorum non eſt pulchra. Quodlibet ergo membrorum habet figuram, quæ facit formam eius pulchram: & etiam quælibet figura cuiuslibet membri non habet proportionem, niſi cum quibuſdam figuris reſiduorum membrorum, & cum alijs non. Et forma fit pulchra per congregationem figurarum proportionalium: & ſimiliter magnitudines & ſitus, & ordinatio eorum. Quoniam magnitudo oculorum cum pulchritudine figuræ eorum, & cum mediocritate ſimitatis naſi, & cum magnitudine proportionali ad magnitudinem oculorum, eſt pulchra. Et ſimiliter amygdalitas oculorum, & dulcedo, & tenuitas figuræ eius: & ſi fuerint parui cum ſubtilitate naſi & mediocritate figuræ quantitatis eius, erunt pulchri. Et ſimiliter gracilitas labiorum cum ſubtilitate oris eſt pulchra, quando gracilitas oris fuerit proportionalis ad gracilitatem labiorum: ſcilicet quòd labia non ſint in fine gracilitatis, & os non in fine paruitatis, ſed erit paruitas oris mediocris, & labia gracilia, & præterea proportionalia ad quantitatem oris. Et ſimiliter amplitudo faciei, quando fuerit proportionalis ad quantitates membrorum faciei, erit pulchra: ſcilicet, quòd facies non ſit in fine amplitudinis, & membra faciei ſint proportionalia ad quantitatem totius faciei. Quoniam quando facies fuerit ampla maximæ amplitudinis, & membra, quæ ſunt in ea, ſunt parua, non proportionalia ad quantitatem eius: non erit facies pulchra, quamuis quantitates membrorum ſint proportionales, & figuræ eorum ſint pulchræ. Et ſimiliter quando fuerit parua facies, & ſtricta, & membra eius fuerint magna, membra dico faciei: erit facies turpis: & cum membra fuerint proportionalia inter ſe, & proportionalia ad quantitatem amplitudinis faciei: erit facies pulchra, quamuis membra per ſe non ſint pulchra: ſed proportionalitas tantum modò facit pulchritudinẽ. Cum ergo in forma congregabitur pulchritudo figuræ cuiuslibet partis eius, erit pulchritudo quantitatis & compoſitionis, & proportionalitas membrorum ſecundum figuras, & magnitudines, & ſitus: & fuerint præterea proportionalia ad totam figuram faciei & quantitatem eius, erit in fine pulchritudinis. Et ſimiliter ſcriptura non erit pulchra, niſi quandò fuerint literæ eius proportionales in figura, & quantitate, & ſitu, & ordine. Et ſimiliter eſt cum omnibus modis uiſibilium, cum quibus congregantur partes diuerſæ. Et cum conſideraueris formas pulchras de omnibus modis uiſibilium: inuenies quòd proportionalitas facit pulchritudinem magis, quàm aliqua alia intentio, uel etiam aliquæ coniunctæ per ſe. Et cum conſiderabuntur intentiones pulchræ, quas faciunt intentiones particulares per coniunctionem earum inter ſe: inuenietur, quòd pulchritudo, quæ apparet ex coniunctione illarum inter ſe, non apparet, niſi

propter proportionalitatem illarum intentionum coniunctarum inter se. Quoniam non, quandocunque adunabuntur illæ intentiones, fit pulchritudo, sed in quibusdam formis fit, & in alijs non. Et hoc est propter proportionalitatem, quæ contingit inter illas intentiones. Pulchritudo ergo non est, nisi ex intentionibus particularibus, & perfectio eius non est, nisi ex proportionalitate & consonantia, quæ fit inter intentiones particulares. Iam ergo declaratum est ex omni, quod diximus, quòd formæ pulchræ comprehensæ à uisu non sunt pulchræ, nisi ex intentionibus particularibus, quæ comprehenduntur per sensum uisus, & ex coniunctione earum inter se, & ex proportionalitate earum inter se. Et uisus comprehendit intentiones particulares prædictas simplices & compositas. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & fuerit aliqua intentio in illa re uisa particularis, faciens pulchritudinem per se aliquam: & intueatur uisus illam intentionem per se: perueniet forma illius intentionis post intuitum apud membrum sentiens, & comprehendet uirtus distinctiua pulchritudinem rei uisæ, in qua est illa intentio. Quoniam uerò forma cuiuslibet rei uisę est composita ex multis intentionibus earum intentionum, quarum diuisionem prædiximus: cum ergo uisus comprehenderit rem uisam, & non distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: non comprehendet pulchritudinem eius: & cum distinxerit intentiones, quæ sunt in ea, & fuerit aliqua intentio earum, quæ sunt in ea, secundum modum facientem pulchritudinem in anima: statim uisus apud intuitionem illius intentionis comprehendet illam intentionem per se. Et cum comprehenderit illam intentionem per se: perueniet illa comprehensio apud membrum sentiens: & sic uirtus distinctiua comprehendet pulchritudinem, quæ est in ea: & per istam comprehensionem comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & in illa re uisa fuerit pulchritudo composita ex intentionibus coniunctis: & fuerit uisus intuitus illam rem uisam: & distinxerit intentiones, quæ sunt in ea: & comprehenderit intentiones, quæ faciunt pulchritudinem per coniunctionem earum inter se, aut proportionalitatem earum inter se: & peruenerit illa comprehensio apud membrum sentiens: & comparauerit uirtus distinctiua illas intentiones inter se: comprehendet pulchritudinem illius rei uisæ compositam ex coniunctione intentionum, quæ sunt in ea. Visus ergo comprehendet pulchritudinem, quæ est in uisibilibus ex compositione illarum intentionum inter se secundum modum, quem declarauimus.

60. Deformitas percipitur tum è singulis uisibilibus speciebus, tum è pluribus simul coniunctis, asymmetris inter se. 149 p 4.

TVrpitudo uerò est forma carens intentione qualibet pulchra. Quoniam enim iam prædictum est, quòd intentiones particulares faciunt pulchritudinem, sed non in omnibus locis, nec in omnibus formis, sed in alijs, & in alijs non: & similiter proportionalitas non est in omnibus formis, sed in quibusdam formis, & in quibusdam non. Formæ ergo, in quibus non faciunt intentiones particulares pulchritudinem aliquam per se, nec per suam coniunctionem, & in quibus non est aliqua proportionalitas inter partes earum, carent omni pulchritudine: & sic sunt turpes: quoniam turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis. Et fortè aggregantur in eadem forma intentiones pulchræ & turpes: sed uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi, quando distinxerit, & fuerit intuitus intentiones quæ sunt in ea. Turpitudo ergo comprehenditur à uisu in formis carentibus omnibus pulchritudinibus, ex priuatione pulchritudinis apud comprehensionem.

61. Similitudo percipitur è uisibilium inter se conuenientia. 151 p 4.

COnsimilitudo autem est æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt consimiles. Cum ergo uisus comprehenderit duas formas, aut duas intentiones consimiles: simul comprehendet consimilitudinem ex illarum comprehensione cuiuslibet duarum formarum, uel intentionum, & ex comperatione alterius illarum ad alteram. Visus ergo comprehendit consimilitudinem in formis, uel intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum uel intentionum secundum suum esse, & ex comparatione illarum inter se.

62. Dissimilitudo percipitur è priuatione similitudinis & conuenientiæ uisibilium inter se. 152 p 4.

DIuersitas autem comprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alterã, & ex comprehensione priuationis æqualitatis, id est consimilitudinis in eis. Diuersitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione earum inter se, & ex sensu priuationis æqualitatis à sentiente. Iam ergo cõpleuimus, & declarauimus declaratione qualitatis cõprehensionis cuiuslibet intentionũ particularũ, quæ comprehenduntur per sensum uisus. Et declaratũ est ex omnibus his, quòd quædã intentiones particulares cõprehenduntur solo sensu: & quædã cõprehenduntur per cognitionem: & quædam per argumentationẽ & signifi-

ſignificationem ſecundum uias, quarum declarationem prædiximus. Et iſtæ ſunt intentiones, quarum declarationem intendimus in hoc opere.

DE DIVERSITATE COMPREHENSIONIS VISVS AB intentionibus particularibus. Cap. III.

63. Viſus plures uiſibiles ſpecies ſimul percipit. 2 p 4.

IAm declaratum eſt, quomodo uiſus comprehẽdat quamlibet intentionum particularium, quæ comprehenduntur per ſenſum uiſus. Et uiſus non comprehendit niſi formas uiſibilium, quæ ſunt corpora: ſed formæ uiſibilium ſunt compoſitæ ex intentionibus particularibus prædictis, ſicut, figura, & magnitudine, & colore, & ſitu, & ordine, & ſimilibus. Viſus ergo non comprehendit quamlibet intentionum, niſi ex comprehenſione formarum uiſibilium compoſitarum ex intentionibus particularibus: & uiſus comprehendit quamlibet formarum uiſibilium ſecundum intentiones particulares, quæ ſunt in formis uiſibilibus: & nihil comprehendit uiſus ex intentionibus particularibus per ſe: quoniam nulla intentionum prædictarum eſt ſola per ſe. Nam omnes iſtæ particulares intentiones non inueniũtur, niſi in corporibus, & nullum corpus eſt, in quo eſt aliqua iſtarum intentionum ſola ſine alia. Viſus ergo non comprehendit niſi formas uiſibilium: ſed quælibet forma uiſibilium eſt compoſita ex multis intentionibus particularibus. Ergo uiſus comprehendit in qualibet formarum uiſibilium multas intentiones particulares, quæ diſtinguuntur in imaginatione. Viſus ergo comprehendit quamlibet intentionũ particularium apud uiſionem rei uiſæ, conjunctam cum intentione aliqua particulari: deinde ex diſtinctione eius inter intentiones, quæ ſunt in forma, comprehendit quamlibet intentionum per ſe.

64. Viſio fit aſpectu, aut obtutu. 51 p 3.

ET iam declaratum eſt, & determinatum, qualiter uiſus comprehẽdat formas uiſibilium, quæ componuntur ex intentionibus particularibus. Et quędam intentiones particulares, ex quibus componuntur formæ uiſibilium, apparent apud aſpectum rei uiſæ: & quædam non apparent, niſi poſt intuitionem & conſiderationem ſubtilem: ſicut ſcriptura ſubtilis, & lineatio ſubtilis, & diuerſitas colorum conſimilium fere. Et generaliter omnes intentiones ſubtiles non apparent uiſui apud aſpectum rei uiſæ, ſed poſt intuitionem & conſiderationem. Et forma rei uiſæ comprehenſa per ſenſum uiſus, eſt illa quæ componitur ex omnibus intentionibus particularibus, quæ ſunt ex forma rei uiſæ, quas poſsibile eſt uiſum comprehendere. Et uiſus non comprehendit ueram formam rei uiſæ, niſi per comprehenſionem omnium intentionum particularium, quæ ſunt in forma rei uiſæ. Et cum ita ſit, forma ergo uera rei uiſæ, in qua ſunt intentiones ſubtiles, non comprehenditur à uiſu, niſi poſt intuitionem. Et cum uiſus nõ comprehendat ſubtiles intentiones, niſi per intuitionem, & non appareant intentiones ſubtiles uiſui apud aſpectum rei uiſæ: quando igitur uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam, & comprehenderit formam eius, & fuerint in illa re uiſa ſubtiles intentiones, non apparent illæ per aſpectũ, ſed per intuitionem. Cum ergo uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam, & non fuerit in ea aliqua intentio ſubtilis: comprehendet ueram eius formam: quamuis non certificabit, quòd illa forma eſt uera, niſi poſtquam habuerit fortem intuitionem ſuper quamlibet partem illius rei uiſæ, & certificauerit, quòd nulla intentio ſubtilis eſt in ea, & tunc certificabit quod forma, quam comprehendit, eſt uera forma. Secundum ergo omnes diſpoſitiones non certificat uiſus formam rei uiſæ, niſi per conſiderationem omnium partium rei uiſæ, & per intuitionem omnium partium, quæ poſſunt apparere in re uiſa. Et quia hoc eſt declaratum, dicamus quòd comprehenſio uiſibilium erit ſecundum duos modos, qui ſunt comprehenſio ſuperficialis, & comprehenſio per intuitionem, quæ profundum aſpicit. Quoniam quando uiſus aſpicit rem uiſam, comprehendit intentiones manifeſtas, quæ ſunt in ea apud aſpectum: deinde ſi præter illud inſpexerit ipſam, & conſideraverit omnes partes eius, certificabit formam eius: ſi autem non intuetur partes eius, non comprehendet formam certificatam. Et illa forma, quæ eſt in uiſu, aut erit uera eius forma, ſed uiſus non certificat, quòd ſit uera eius forma: aut non erit forma eius uera. Et cum ita ſit, comprehenſio ergo uiſibilium erit ſecundum duos modos: & eſt comprehenſio ſuperficialis, quæ eſt in primo aſpectu, & comprehenſio, quæ eſt per intuitionem. Comprehenſio autem per primum aſpectum, eſt comprehenſio non certificata: & comprehenſio per intuitionem, eſt comprehenſio, per quam certificantur formæ uiſibilium.

65. Viſio per aſpectum, fit per quemlibet pyramidis optice radium: per obtutum uerò fit per ſolum axem. 52 p 3.

ET cum hoc declaratum ſit, dicamus quòd intuitio, per quam comprehenduntur ueræ formæ uiſibilium, erit per ipſum uiſum, & erit per diſtinctionẽ. Quoniam iam declaratũ eſt in diſtinctione linearum radialium [8 n] quòd formæ, quæ à uiſu comprehenduntur ex axe radiali, & ex illo, qui eſt prope axem, ſunt manifeſtiores, & maioris certificationis, formis, quæ compre-

henduntur ex reſiduis uerticationibus. Cum ergo uiſus fuerit oppoſitus alicui rei uiſæ: & illa res uiſa non fuerit in fine paruitatis, ſed alicuius quantitatis: & uiſus fuerit fixus in oppoſitione eius apud aſpectum: illud, quod opponitur medio uiſus ex illa re uiſa, & fuerit ſuper axem aut prope axem: erit manifeſtius partibus reſiduis rei uiſæ: & uiſus percipit iſtam diſpoſitionem. Quoniam quando comprehenderit rem uiſam totam: inueniet locum oppoſitum medio eius, cuius forma peruenit in medium uiſus, eſſe manifeſtiorem partibus reſiduis. Et ſuperius declaratum eſt, quòd iſta intentio apparet ſenſui, quando res uiſa fuerit magnæ quantitatis. Cum ergo uiſus comprehenderit totam rem uiſam: inueniet, quòd forma partis oppoſitæ medio eius, eſt manifeſtior omnibus partibus reſiduis. Et cum uoluerit certificare formam rei uiſæ, mouebitur, ita ut medium eius ſit oppoſitum cuilibet parti partium rei uiſæ: & ſic comprehendet formam cuiuslibet partis partium rei uiſæ, comprehenſione manifeſta & certificata, ſicut comprehendit partem oppoſitam medio eius apud aſpectum rei uiſæ. Cum igitur ſentiens uoluerit certificare rem uiſam: mouebitur uiſus ita, ut ſit medium eius oppoſitum cuilibet parti partium rei uiſæ. Et per iſtum modum comprehendet formam cuiuslibet partium rei uiſæ ualde manifeſte: & uirtus diſtinctiua diſtinguet omnes formas uenientes ad ipſam, & diſtinguet colores partium, & diuerſitatem colorum, & ordinationem partium inter ſe. Et generaliter diſtinguet omnes intentiones rei uiſæ, quæ apparent per intuitum, & formam totius rei uiſæ compoſitam ex illis intentionibus. Secundum ergo hunc modum erit certificatio cuiuslibet partium rei uiſæ ſecundum ſuum eſſe, & certificatio omnium intentionum rei uiſæ. Et non certificatur forma cuiuslibet partium rei uiſæ, niſi poſt motum uiſus ſuper omnes partes. Et præterea natus eſt uiſus ad motum intuitionis, & ad faciendum axem radialem tranſire ſuper omnes partes rei uiſæ. Cum ergo uirtus diſtinctiua quæſierit intueri rem uiſam: mouebitur axis radialis ſuper omnes partes rei uiſæ. Et cum intentiones ſubtiles, quæ ſunt in illa re uiſa, non appareant, niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut linearum radialium, quæ ſunt prope ipſum ſuper quamlibet partium rei uiſæ: non perueniet forma rei uiſæ certificata ad ſentientem, quando corpus eius fuerit alicuius quantitatis, niſi per motum uiſus, & per oppoſitionem cuiuslibet partium rei uiſæ, medio uiſus. Et etiam quando res uiſa fuerit in fine paruitatis, & non fuerit oppoſita medio uiſus: etiam nõ complebitur intuitio eius, niſi poſtquam motus fuerit uiſus, donec axis trãſeat in illam rem uiſam, & perueniat forma illius rei uiſæ in medium uiſus, & appareat forma rei uiſæ. Et cum ita ſit, intuitio, per quam uiſus comprehendit ueras formas uiſibilium, fortè erit per ipſum uiſum & fortè per diſtinctionem ſimul. Comprehẽſio ergo formæ ueræ rei uiſæ non erit, niſi per intuitionem: & intuitio, per quam certificabitur forma rei uiſæ, non complebitur, niſi per motum uiſus. Et cum corpus rei uiſæ fuerit alicuius quantitatis, non complebitur intuitio eius, niſi per motum axis radialis in omnes diametros rei uiſæ. Et iſtam intentionem uoluit dicere ille, qui opinabatur, quòd uiſio non fieret niſi per motum: & quod nulla res uiſa uideretur tota ſimul. Quoniam ipſe intendebat dicere uiſionem certificatam, quæ non poteſt eſſe, niſi per intuitionem, & per motum uiſus, & per motum axis radialis ſuper omnes diametros rei uiſæ. Quomodo uerò ſentiens certificet per intuitionem & per motum, formam rei uiſæ, eſt: quia quando uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, ſentiens comprehendet totam formam apud oppoſitionem comprehenſione qualicunque, & comprehendet partem, quæ eſt apud extremum axis uera comprehenſione in fine ueritatis: & etiam tunc quamlibet partem reſiduarum partium formæ aliqua comprehenſione. Deinde quando uiſus mouebitur, & mutabitur axis à parte, in qua erat, ad aliam partem: comprehendet ſentiens in iſta diſpoſitione formam totius rei uiſæ ſecunda comprehenſione, & comprehendet partem, quæ eſt apud extremum axis ſecunda comprehenſione etiam. Et erit comprehenſiõ iſtius partis, quæ eſt apud extremum axis, in ſecunda diſpoſitione, manifeſtior comprehenſione eius in prima diſpoſitione. Et in iſta diſpoſitione etiam ſentiens comprehendet partes reſiduas aliqua comprehenſione. Et ſimiliter, quando axis mutabitur per motum ad tertiam partem, comprehendet ſentiens in tertia diſpoſitione totam rem uiſam tertia comprehenſione, & comprehendet partem, quæ eſt apud extremitatem axis tertia comprehenſione etiam. Et erit comprehenſio iſtius partis ab eo in iſta diſpoſitione manifeſtior comprehenſione in duabus primis diſpoſitionibus: & tunc ſentiens comprehendet in iſta diſpoſitione etiam quamlibet partium reſiduarum aliqua comprehenſione. Per motum ergo uiſus ſuper partes rei uiſæ acquirit ſentiens duas diſpoſitiones: quarum altera eſt frequentatio comprehenſionis totius rei uiſæ, & ſecunda eſt, quæ comprehendit quamlibet partium rei uiſæ per axem radialem, aut per illud, quod eſt prope axem radialem, manifeſta comprehenſione. Apparet ergo ſenſui omne, quod eſt poſsibile apparere ex illis partibus. Et cum ſentiens ſæpe comprehenderit rem uiſam totam, & quamlibet partium rei uiſæ: comprehendet per iſtam diſpoſitionem omne, quod eſt poſsibile comprehendi ab illa re uiſa. Et cum hac comprehenſione multoties iterata in duplicationibus & iterationibus comprehenſionis totius rei uiſæ, diſtinguit uirtus diſtinctiua illud, quod apparet ex coloribus partium, & luce, & magnitudine, & remotione, & figura, & ſitu earum, & æqualitate illarum, quæ ſunt cõſimiles in iſtis diſtinctionibus, & diuerſitate earum, quæ ſunt diuerſæ in omnibus iſtis intentionibus aut in quibuſdã; & ex ordine partiũ inter ſe: & comprehendit ex diſtinctione omniũ iſtarum intentionũ ad ea, quæ cognoſcuntur ex ſimilibus earũ, formam compoſitam ex omnibus: & ſic ſignatur in imaginatione forma compoſita ex omnibus iſtis intentionibus: & ſic certificatur

forma

forma rei uisæ, per quam appropriatur illa res uisa apud sentientem. Secundum ergo hûc modum certificat sentiens per intuitionem formas uisibilium.

66. Obtutus iteratio altius imprimit formas uisibiles animo, certioresq; efficit. 58 p 3.

ET etiam dicamus, quòd quando uisus comprehenderit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem: forma illius rei uisæ remanet in anima: & figuratur in imaginatione, & iteratur comprehẽsio rei uisæ, & erit forma eius magis fixa in anima, quàm forma rei uisæ, quam uisus non comprehendit, nisi semel aut rarò. Et quòd uisus quando comprehenderit aliquod indiuiduũ: deinde comprehenderit alia indiuidua eiusmodi indiuidui, & iterata fuerit comprehensio indiuiduorum frequenter: quiescet forma illiusmodi in anima. & perueniet forma uniuersaliter figurata in imaginatione. Et significatio super hoc, quòd formæ uisibilium remaneant in anima & in imaginatione, est: Quia homo, quãdo meminerit de aliquo homine, quem cognouit antè, & certificauerit formam eius, & meminerit tempus, in quo uidit illum hominẽ, & locum uera memoratione: statim imaginabitur formã illius hominis, & figuram faciei eius, & situm illius, in quo erat in illo tempore, & imaginabitur locum, in quo uidit ipsum: & fortè imaginabitur alia uisibilia, quæ fuerunt præsentia in illo loco, quando uidit ipsum. Et hæc est significatio manifesta, quòd forma illius hominis & forma illius loci sunt fixæ in anima, & remanent in imaginatione. Et propter hoc, quando homo meminerit de aliqua ciuitate, quam uidit, imaginabitur formam illius ciuitatis, & formam locorum, in quibus fuit in illa ciuitate, & formas indiuiduorum, quæ cognouit in illa ciuitate. Et similiter omnium, quæ uidit ex uisibilibus, quando ei occurrunt ad memoriam: imaginabitur formas secundum modum & esse, ut percepit ea antea. Imaginatio ergo formarum uisibilium, quas homo antè uidit, & modò sciuerit, cum sunt absentes: est significatio, quòd formæ uisibilium, quas comprehendit, perueniunt in animam, & figurãtur in imaginatione. Quòd uero forma rei, cuius comprehensio iterabitur à uisu, sit magis fixa in anima & in imaginatione, quam forma rei uisæ, cuius comprehensio non iterabitur, est: quia, quando ad animam peruenit aliqua intentio, statim perueniet forma illius intentionis in animam. Et cum tempus pertransierit, & intra multum tempus nõ redierit iterum ad animam: fortè tradetur illa intentio obliuioni, aut aliqua intentionum, quæ sunt in illa intentione: & si redierit ad animam ante obliuionem, renouatur forma illius in anima, & rememorabit anima per formam secũdam, formam primam. Et cum multoties iterabitur euentus illius intentionis super animam, anima magis meminerit de illa intentione: & sic erit illa intentio magis fixa in anima. Et etiã prima uice, in qua intentio uenit ad animam, aut in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehẽdet omnes intentiones, quæ sunt in illa forma, neque certificabit ipsas, sed comprehendet tantùm quasdã intentiones, quæ sunt in ea. Et cum forma redierit secundò, comprehendet anima ex ea aliquid, quod in prima uice non comprehendit: & quantò magis iterabitur forma super animam, tanto magis manifestabitur ex ea, quod prius non apparebat. Et cum anima comprehenderit ex forma intentiones subtiles eius, & certificauerit formam eius: erit magis fixa in anima, & in imaginatione, quàm forma, ex qua non uerè comprehendit mens omnes intentiones, quæ sunt in ea. Et cum anima comprehenderit ex forma omnes intentiones, quæ sunt in ea prima uice: deinde iterabitur peruentus formæ super ipsam, & comprehenderit in ea secundò intentiones: plus certificabit: quod illud quod in prima uice comprehendit, est uera forma illius. Forma autem, uera uerificata & certificata est magis fixa in anima & in imaginatione, quàm forma non certificata. Forma ergo rei uisæ, quando multoties iterabitur comprehensio eius, erit magis certificata apud animam, & in imaginatione, & per fixionem formæ in anima, & per fixionem formæ in imaginatione erit memoratio illarum ab anima. Et significatio super hoc manifesta, quòd intentiones & formæ quando iterabuntur in anima, erunt magis fixæ, quàm intentiones & formæ non iteratæ, est: Quia quando homo uoluerit corde tenere aliquem sermonem, uel uersum aliquem, iterabit sermonem illius intentionis multoties: & sic figetur in sua anima. Et quanto magis iterabit lectionem eius tantò magis erit fixa in anima, & remotioris obliuionis: & si semel legerit ipsam uel ipsum uersum, non remanebit uersus ille fixus in anima: & similiter, si bis legerit ipsum, fortè non figetur in anima eius: & si figatur, statim tradetur obliuioni Experimentatione ergo istius intentionis patet, quòd formæ uenientes ad animã, quantò magis iterabuntur, tantò magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

67. E' uisibili sæpius uiso remanet in animo generalis notio: qua quodlibet uisibile simile percipitur & cognoscitur. 61 p 3. Idem 14 n.

PEruentus autem formarum uniuersalium modorum uisibilium in anima, & figuratio eorum in imaginatione, est. Quia quodlibet indiuiduorum uisibilium habet formam & figuram, in quibus æquabuntur omnia indiuidua illiusmodi: & illa indiuidua diuersantur tantùm intentionibus particularibus comprehensis per sensum uisus: & forte erit color in omnibus indiuiduis illiusmodi unus. Et formã, & figura, & color, & omnes intentiones, ex quibus cõponitur forma cuilibet indiuidui speciei est forma uniuersalis illiusmodi: & uisus cõprehendit illam formam & uniuersalẽ illã figurã, & cõprehendit omnẽ intentionẽ, in qua æquabuntur omnia indiuidua speciei in omnib. indiuiduis, quæ cõprehendũtur ex indiuiduis omnib. illius speciei: & cõprehendũtur etiã intentiones particulares, p quas diuersantur illa indiuidua. Per intuitionẽ ergo cõprehẽsionis indiuiduorum

duorum omnium uniuſmodi à uiſu, iteratur forma uniuerſalis, quæ eſt in illa ſpecie, cum diuerſitate formarum particularium illorum indiuiduorum. Et cum forma uniuerſalis iterabitur in anima, figetur in anima, & quieſcet: & ex diuerſitate formarum particularium uenientium ad uiſum cum formis uniuerſalibus apud intuitionem, comprehendet anima, quòd forma, in qua æquabuntur omnia indiuidua illiuſmodi, eſt forma uniuerſalis illiuſmodi. Secundum ergo hûc modum erit peruentus formarum uniuerſalium, quas uiſus comprehendit ex modis uiſibilium in anima & in imaginatione. Formæ ergo indiuiduorum uiſibilium, quas uiſus comprehendit, remanent in anima, & figurantur in imaginatione: & quantò magis iterabitur comprehenſio eorum à uiſu, tantò magis erunt fixæ in anima & in imaginatione.

68. Eſſentia uiſibilis percipitur è ſpeciebus uiſibilibus, beneficio formæ in anime reſidentis. 66 p 3.

ET ſuſtentatio ſentientis in comprehenſione quidditatis uiſibilium non eſt, niſi ſuper formas peruenientes in animam: quoniam comprehenſio quidditatis uiſibilium nó erit, niſi per cognitionem: & cognitio non eſt, niſi ex comprehenſione formæ, quá uiſus comprehendit modò ad formam ſecundam, quæ eſt in imaginatione ex formis uiſibilium, quas uiſus comprehendit antè: & ex comprehenſione conſiderationis formæ comprehenſæ modò ad aliam formarum peruenientium in imaginationem. Comprehenſio ergo quidditatis rei uiſæ nó eſt, niſi ex comprehenſione aſsimilationis formæ rei uiſæ alicuius formarum quieſcẽtium in anima, fixarũ in imaginatione. Suſtentatio ergo ſentientis in comprehenſione quidditatis uiſibilium nõ eſt, niſi ſuper formam uniuerſalem peruenientem in animam: & ſuſtentatio eius in cognitione indiuiduorum uiſibilium non eſt, niſi ſuper formas indiuiduorum peruenientes in animam cuiuslibet indiuiduorum, quæ uiſus comprehendit antè, & quorum formæ ſunt cõceptæ imaginatione antè & intellectæ. Et uirtus diſtinctiua naturaliter aſsimilat formas uiſibilium apud uiſionẽ, formis uiſis fixis in imaginatione, quas anima acquirit ex formis uiſibilium. Cum ergo uiſus comprehẽderit aliquam rem uiſam, ſtatim uirtus diſtinctiua quærit eius ſimile in formis exiſtentibus in imaginatione: & cũ inuenerit in imaginatione aliquam ſimilem formæ illius rei uiſæ: cognoſcet illam rem uiſam, & comprehendet quidditatem eius: & ſi non inuenerit ex formis exiſtentibus in imaginatione formam ſimilem formæ illius rei uiſæ: non cognoſcet illam rem uiſam, neq; comprehẽdet quidditatem eius Et propter uelocitatem aſsimilationis formæ rei uiſæ apud uiſionem à uirtute diſtinctiua, fortè accidet ei error, ita quòd aſsimilabit rem uiſam alij rei uiſæ, quando in re uiſa fuerit aliqua intentio, quæ eſt in illa alia re: deinde ſi conſideraverit cum iteratione illam rem uiſam poſt iſtam diſpoſitionem, & certificauerit formam eius: aſsimilabit ipſam formæ ſimili ei in rei ueritate, & manifeſtabitur illi ſecundò, quòd erraverat in prima aſsimilatione. Secundum ergo hunc modum comprehenduntur quidditates uiſibilium per ſenſum uiſus.

69. Diſtincta uiſio fit aut obtutu ſolo: aut obtutu & anticipata notione ſimul. 62 p 3.

ET cum omnes iſtæ intentiones ſint declaratæ, dicamus modò: quòd comprehenſio uiſibilium per intuitionem erit duobus modis: comprehenſio ſola intuitione: & comprehenſio per intuitionem cum ſcientia præcedente. Comprehenſio ueró, quæ eſt ſola intuitione, eſt comprehenſio uiſibilium extraneorum, quæ uiſus non uidit antè: aut uiſibilium, quæ uiſus comprehendit antè, ſed non meminit uiſionis illorum. Quoniam uiſus quando comprehenderit aliquam rem uiſam, quam antè non percepit uidendo, nec rem uiſam huius ſpeciei, & uoluerit aſpiciens certificare formam huius rei uiſæ: intuebitur ipſam, & conſiderabit per intuitionem omnes intentiones, quæ ſunt in ea, & comprehendet per intuitionem formam eius ueram. Et cum antè non perceperit illam rem uiſam, neq; aliquam rem huius ſpeciei: non cognoſcet formam eius apud eius comprehenſionem: & in talibus indiget uiſus intuitione ad formam propriam. Erit ergo certificatio formæ huiuſmodi uiſibilium non niſi per ſolam intuitionem tantùm. Et ſimiliter quando uiſus comprehenderit aliquam rem uiſam, quam antè percepit, & non meminit ipſius: non cognoſcet formam eius niſi per intuitionem Erit ergo comprehenſio huiuſmodi uiſibilium per ſolam intuitionem. Comprehenſio ueró, quæ eſt per intuitionem cum ſcientia præcedente, eſt comprehenſio omnium uiſibilium, quæ uiſus comprehendit antè, aut de quorum ſpecie aliquid comprehendit uiſus antè, & peruenerunt formæ ſpecierum eorum & indiuiduorum eorum in animam. Cum ergo uiſus comprehendit aliquam rem uiſam, quam antè comprehendit, aut cuius ſpeciei aliquam rem antè comprehendit: ſtatim apud aſpectum illius rei uiſæ comprehendet totam formam eius: deinde modica intuitione comprehendet totam formam eius, quæ eſt uniuerſalis forma ſpeciei. Cum ergo antè comprehendit uiſibilia illiuſmodi rei uiſæ, & peruenerit forma ſpeciei illius rei uiſæ in ſuam animam, & fuerit memor ex forma uniuerſali illiuſmodi rei uiſæ: cognoſcet formam uniuerſalem, quam comprehendit in illa re uiſa apud comprehenſionem eius, & apud cognitionem formæ uniuerſalis, quam comprehendit in illa re uiſa, ſtatim cognoſcet illam rem uiſam ſpecialiter: deinde quando intuitus fuerit intentiones reſiduas, quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit formam eius particularem. Si autem non percepit antè illam rem uiſam, aut fortè percepit illam, ſed non meminit de perceptione illius: non cognoſcet formam particularem: & cum non

cogno-

cognouerit formam particularem, non cognoſcet illam rem uiſam: & ſic erit cognitio illius rei uiſæ ab eo ſecundum ſpeciem tantùm, & acquiret ex intuitione & certificatione formæ eius, formã eius particularem, quæ appropriatur ſuo indiuiduo. Et ſi antè perceperit illam rem uiſam, & non perceperit alia indiuidua huiuſmodi ſpeciei, & fuerit memor illius formæ, quam antè comprehendit ex illa re uiſa: quando comprehenderit formam eius particularem, cognoſcet per cognitionẽ formam particularem, & apud cognitionem formæ particularis comprehendet rem uiſam: & ſic per comprehenſionem formæ eius particularis certificabit formam rei uiſæ, & ſimul cognoſcet ipſam rem uiſam: & erit cognitio rei uiſæ ab eo ſpecialiter & ſecundum indiuiduum ſimul. Et ſi antè perceperit illam rem uiſam, ſed non perceperit ex modo illius rei uiſæ, niſi illud indiuiduum tantùm, & non diſtinguatur ab eo forma uniuerſalis illius modi rei uiſæ: quando comprehenderit illam rem uiſam, & comprehenderit intentiones uniuerſales, quæ ſunt in illa re uiſa, & in omnibus rebus illius ſpeciei, non cognoſcet illam rem uiſam, neq; comprehendet quidditatem eius ex comprehenſione formæ uniuerſalis. Cum ergo comprehenderit intentiones reſiduas, quæ ſunt in illa re uiſa, & comprehenderit formam particularem eius, & fuerit memor formæ particularis, quam comprehendit in illa re uiſa: cognoſcet formam particularem apud comprehenſionem eius: & cum cognouerit formam particularem, cognoſcet eandem rem uiſam: & erit cognitio illius rei uiſæ ab eo indiuidualiter. Et nulla res uiſa comprehendetur per intuitionem, niſi ſecundũ aliquem iſtorum modorum. Comprehenſio ergo omniũ uiſibilium ſecundum intuitionem erit duobus modis: ſola intuitione, & comprehenſione per intuitionem cũ ſcientia præcedẽte. Cognitio autem talis & ſcientia quandoq; erit ſecundum ſpeciem tantùm, quandoq; ſecundum ſpeciem & indiuiduum ſimul.

70. Obtutus fit in tempore. 56 p 3.

ET etiam comprehenſio per intuitionem non erit, niſi in tempore: quoniam intuitio non erit niſi per diſtinctionem & motum uiſus: ſed diſtinctio & motus non erunt niſi in tempore. Intuitio ergò non erit niſi in tempore. Et ſuperius declaratum eſt [12.13 n] quòd comprehenſio per cognitionem & comprehenſio per diſtinctionem non eſt niſi in tempore.

71. Viſibile obtutu & antegreſſa cognitione ſimul, minore tempore percipitur, quàm ſolo obtutu. 64 p 3.

ET quia declaratum eſt [69 n] quòd comprehẽſio uiſibilium per intuitionem, erit quandoq; ſola intuitione & quandoq; per intuitionem cum cognitione præcedẽte: & quòd illud, quod comprehenditur per intuitionem & quod comprehenditur per cognitionem, non comprehenditur, niſi in tempore: dicemus quòd comprehenſio, quæ erit per intuitionem cum cognitione uel ſcientia præcedente, erit in maiori parte in minori tempore, quàm ſit tempus, in quo erit comprehenſio per ſolam intuitionem. Quoniã enim formæ exiſtentes in anima & preſentes memoriæ, non indigent, ut cognoſcantur omnes intentiones, quæ ſunt in eis, ex quibus componuntur in rei ueritate: ſed ſufficit in comprehenſione earum cõprehenſio alicuius intentionis propriæ illis. Cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam, aliquã intentionem propriam illi formę, & fuerit memor primę formæ: cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam: quoniam omnis intentio, quę appropriatur alicui formæ, eſt ſignum ſignans ſuper illas formas. Verbi gratia: Quia quando uiſus comprehenderit indiuiduum hominis, & comprehẽderit lineationem ſuæ manus tantùm: ſtatim comprehendet, quòd ſit homo antequam comprehẽdat lineationem faciei ſuæ; & antequam comprehendat lineationem partium reſiduarum eius. Et ſimiliter ſi comprehenderit lineationem faciei ſuæ, antequã comprehendat partes reſiduas eius. Ex comprehẽſione ergo quarundam intentionũ, quę appropriantur formæ hominis, comprehẽdit, quòd illud uiſibile ſit homo ſine indigentia comprehenſionis partium reſiduarum: quoniam comprehẽdet partes reſiduas per cognitionem præcedentẽ ex formis reſidentibus in anima, formis dico hominũ. Et ſimiliter quando uiſus comprehenderit aliquas intentiones, quæ appropriantur formæ particulari alicuius indiuidui, quod antè uiſus percepit, ſicut ſimitatem in nalo, aut uiriditatem in oculo, aut arcualitatẽ in ſupercilijs: comprehendet comprehenſione totius ſuæ formę illud indiuiduũ, & cognoſcet ipſum. Et ſimiliter cognoſcet equũ per aliquã maculam in fronte eius, aut per diuerſitatẽ coloris. Et ſimiliter ſcriptor quãdo cõprehenderit formã alicuius dictionis, ſuperficialiter cognoſcet eam, antequã cõſideret literas particulares. Et ſimiliter omnes partes, quas ſcriptor frequẽter & continuè uidet; cognoſcentur ab eo ex comprehenſione quarundã literarum. Viſibilia ergo, quæ uiſus antè cõprehenderit, & modò cognoſcit formas illorũ, & eſt memor illorũ: comprehenduntur à uiſu per ſigna. Viſibilia autẽ extranea, quæ uiſus antè nõ percepit, aut uiſibilia, quę antè percepit, ſed non eſt memor illorũ, non ſunt ita. Quoniã quando uiſus comprehẽderit aliquã rem uiſam, quã antè nõ uidit; & comprehenderit lineationem quarundã partium: non comprehẽdet ex eo quidditatem illius rei uiſæ: quoniam apud ipſum non quieſcit forma partium reſiduarum. Viſus ergo non comprehendit certitudinem rei uiſæ, quam antè non uidit, niſi per conſiderationem omnium ſuarum partium, & omniũ intentionum, quę ſunt in ea. Et ſimiliter forma rei uiſæ, quã uiſus antè percepit, ſed non meminit eius: non certificatur ab eo, niſi poſt cõſiderationem omnium intentionũ, quę ſunt in ea. Sed comprehenſio quarundã intentionum, quę ſunt in forma, erit in minori tempore illo, in quo cõprehendit omnes intentiones, quæ ſunt in forma. Viſio ergo, quæ eſt per intuitionem cum cognitione præce-

præcedente, erit in maiori parte in breuiore tempore, illo tempore, in quo erit uisio sola intuitione. Et propter hoc uisus comprehendit uisibilia cõsueta comprehentione ualde uelociin tempore latente sensum: & non erit inter oppositionem uisus & rem uisam, & inter comprehensionem quidditatis rei uisæ assuetæ tempus sensibile in maiori parte. Quoniã homo ex pueritia & ex principio incrementi comprehẽdit uisibilia, & iterantur super eius aspectum indiuidua uisibilium, & formæ uniuersales uisibilium. Et etiam declaratum est [14.67 n] quòd formæ uisibilium, quas uisus comprehendit, perueniunt in animam, & figurantur in imaginatione: & quòd formæ, quæ iterantur uisui, figurantur in anima: & quas uisus comprehẽdit, perueniunt in animam, & quiescit figuratio earum in imaginatione. Omnia ergo uisibilia assueta, & omnes modi assueti existũt in anima, & quiescunt figurati in imaginatione & præsentes memoriæ. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam assuetam, & comprehẽderit totam formam suam, & post illud comprehenderit aliquod signum proprium illius rei uisæ: comprehendet quidditatem rei uisæ apud comprehẽsionem illius signi: & erit comprehensio rei uisæ ab eo per cognitionem præcedentem & modicam intuitionem. Visibilia ergo assueta comprehenduntur à uisu per signa & per cognitionem præcedentem. Quare erit comprehensio quidditatum eorum in maiori parte in tempore sensibili.

72. Generales uisibilis species citius percipiuntur singularibus. 71 p 3.

ET etiam comprehensio speciei rei uisæ est in maiori parte in minore tempore, quàm comprehendatur indiuiduitas rei uisæ. Et est: quoniam quando uisus comprehenderit aliquod indiuiduum hominis, primò comprehendet ipsum esse hominem, antequam comprehendat formam eius particularem: & fortè comprehendet ipsum esse hominem, quamuis nõ comprehendat lineationem faciei, sed ex erectione sui corporis, & ordinatione membrorum corporis eius comprehendet ipsum esse hominem, quamuis non uiderit faciem eius. Et similiter uisus fortè comprehendet quandoq; specialitatem modorum alicuius uisibilium assuetorum per quædam signa, quæ appropriantur illi speciei. Et non est sic comprehensio indiuiduitatis rei uisæ. Indiuidualitas enim rei uisæ non comprehenditur, nisi ex comprehensione intentionũ particularium, quæ appropriantur illi indiuiduo, aut ex comprehensione quarundam: sed comprehẽsio quarundam intentionum particularium, quæ appropriantur indiuiduo, non comprehenduntur, nisi post comprehensionem intentionum uniuersalium, quę sunt in illo indiuiduo, aut post comprehensionem quarundam: aut generaliter, intentiones, quæ sunt in formis uniuersalibus illiusmodi indiuidui, sunt ante intentiones, quæ sunt in forma eius indiuiduali: sed comprehensio partis est in minori tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur totum. Comprehensio ergo specialitatis rei uisæ à uisu est in minori tempore, quàm tempus in quo comprehenditur indiuidualitas illius rei uisæ.

73. E' uisibilibus communibus alia aliis citius percipiuntur. 72 p 3.

ET etiam tempus comprehensionis specialitatis uisibiliũ scilicet assuetorum diuersatur. Quoniam quædam specierum uisibilium assuetorum assimilantur alijs speciebus: & quædã non, ut species hominis & species equi: quoniam forma speciei hominis non assimilatur alij speciei animalium: & nõ est ita in equis. Quoniam equus aliquis assimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, non est sicut tempus, in quo comprehendit speciem equi, & comprehendit ipsum esse equum: & maximè quando comprehendit utrumq; in remotione alicuius quantitatis. Quoniam quando uisus comprehenderit indiuiduum hominis alicuius motum localiter: statim comprehendet ipsum esse animal ex motu, & ex erectione corporis comprehendet ipsum esse hominem: & non est ita, quando comprehenderit equum. Quoniam quando uisus comprehenderit indiuiduum equi mouens se, & comprehenderit simul motum eius, & numerum pedum, non comprehendet ex hoc ipsum esse equum: quoniã illæ intentiones sunt in pluribus quadrupedibus, quę assimilãtur equo in pluribus intentionibus, & maximè in mulo: quoniam mulus assimilatur equo in multis dispositionibus: quoniam mulus non distinguitur ab equo, nisi per intentiones ferè non manifestas, sicut lineationem faciei, & extensionem colli, & uelocitatem motus, & amplitudinem passuum. Si autem uisus non comprehenderit aliquam intentionum istarum, per quas comprehenditur equus cũ comprehensione totius suæ formæ, non comprehendet ipsum esse equum. Et tempus, in quo uisus comprehendit erectionem corporis hominis, non est sicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alio. Comprehensio ergo speciei hominis est in minore tempore, quàm tempus, in quo comprehenditur species equi: quamuis duo tempora sint parua: tamen unum eorum secundum omnes dispositiones est maius altero. Et similiter quando uisus comprehenderit colorem roseum in floribus cuiusdam horti: statim comprehendet quòd substantiæ illorum colorum sunt rosæ propter colorem proprium rosarum: & cum hoc, quòd ille color est in rebus existentibus in horto: comprehenditur ante comprehensionem rotunditatis, & ante rotunditatem foliorum eius, & applicationum foliorum eius, unius super alterum, & ante comprehensionem omnium intentionum eius, ex quibus componitur forma rosæ: & non est ita, quando comprehenderit uiriditatem myrti in horto: quoniam quando uisus comprehenderit tantùm uiriditatem myrti in horto: non comprehendet ipsam esse myrtum ex comprehensione uiriditatis tantùm: quoniam plures plantæ sunt uirides, & plures

plantæ

plantæ aſsimilantur myrto in uiriditate & figura. Si ergo non comprehenderit figuram foliorum eius, & ſpiſsitudinem eorum, & intentionem propriam myrti: non comprehendet ipſam eſſe myrtum. Et tempus, in quo comprehendit figuram foliorum myrti & intentiones, ſecundum quas appropriatur myrtus cum comprehenſione uiriditatis, non eſt ſicut tempus, in quo comprehēdit colorem roſaceum tantùm. Et ſimiliter quidditates omnium ſpecierum, quæ poſſunt aſsimilari alijs, non comprehenduntur à uiſu, niſi per magnam intuitionem: quidditas autem paucæ aſsimilationis ad alia, comprehenditur à uiſu pauca intuitione. Et ſimiliter de indiuiduis: quoniá indiuiduum, quod uiſu non aſsimilatur alij indiuiduo, comprehenditur à uiſu per modicam intuitionem, & per ſigna: & indiuiduum, quòd uiſus cognoſcit, & quod aſsimilatur alij indiuiduo, quamuis cognoſcit, tamen comprehenditur à uiſu per magnam intuitionem. Species ergo & indiuiduum omnium uiſibilium aſſuetorum comprehenditur à uiſu per modicam intuitionem cū cognitione præcedente. Et erit comprehenſio eorum in maiori parte in tempore ſenſibili: tamen diuerſatur tempus comprehenſionis eorum ſecundum diuerſitatem ſpecierum & indiuiduorum eorum: & erit comprehenſio ſpeciei uelocior comprehenſione indiuidui: & erit comprehenſio ſpeciei paucæ aſsimilationis ad alia, uelocior comprehenſione ſpeciei multæ aſsimilationis. Et ſimiliter comprehenſio indiuidui paucæ aſsimilationis, erit uelocior comprehenſione indiuidui multæ aſsimilationis.

74. Tempus obtutus pro ſpecierum uiſibilium uarietate uariat. 56 p 3.

ET tempus intuitionis diuerſatur ſecundum intentiones, quas quiſque intuetur in uiſibilibus. Verbi gratia. Quia quando uiſus comprehenderit animal multipes paruorum pedum, & illud animal fuerit in motu: per modicam intuitionem comprehendet motum eius, & cum comprehenderit motum eius, comprehendet ipſum eſſe animal: deinde per modicam intuitionem in pedibus comprehendet ipſum eſſe multipes ex comprehenſione diſtantiæ inter pedes: & ſic non cognoſcet ſtatim numerum pedum: & ſi uoluerit cognoſcere numerum pedum, indigebit longiore intuitione, & maiore tempore. Comprehenſio ergo animalitatis eius erit in tempore paruo; deinde comprehenſio multitudinis pedum erit in tempore paruo: ſed numerus pedum non comprehēdetur, niſi poſtquam fuerit uiſus intuitus quemlibet pedem, & numerauerit ipſos, quod non poterit eſſe, niſi in tempore alicuius quantitatis: & erit quantitas temporis ſecūdum multitudinem pedum & paucitatem eorum. Et ſimiliter quando uiſus comprehenderit figuram rotundam, intra quam eſt figura multorum laterum, & fuerint latera illius figuræ parua, & cum hoc fuerit diuerſorum laterum non maxima diuerſitas: apud comprehenſionem totalis figuræ comprehendet ipſam eſſe rotundam, & non comprehendet ſtatim, quòd intra ipſam ſit laterata figura: quoniam laterā eius fuerunt in fine paruitatis. Et cum intuitus fuerit figuram rotundam profundiore intuitione, apparebit figura laterata, quæ eſt intra rotundam. Erit ergo comprehenſio rotunditatis figuræ uelocior comprehenſione figuræ lateratæ, quæ eſt intra: deinde apud comprehenſionem iſtius non apparebit diuerſitas laterum iſtius figuræ, nec diſtinguetur à uiſu an ſint æqualia, an non: & non apparebit inæqualitas laterum figuræ lateratæ, niſi poſt magnam intuitionem & in tempore alicuius quantitatis. Et etiam ſentiens quando uoluerit intueri figuram totius rei uiſæ, ſufficit ei, ut tranſeat uiſus ſuper ſuperficiem rei uiſæ tantùm. Et ſimiliter quando uoluerit intueri colorem rei uiſæ, ſufficit ei tranſire uiſum ſuper ipſum tantùm. Et ſimiliter quando uoluerit intueri aſperitatem ſuperficiei rei uiſæ, aut planitiem, aut diaphanitatem, aut ſpiſsitudinem: & non ſunt ita intentiones occultæ ſubtiles, quæ ſunt in uiſibilibus, ſicut figuræ, quæ ſunt in quibuslibet partibus uiſibilium: & conſimilitudo figurarum & quantitatis partium, & diuerſitas quantitatum, & colorum, & conſimilitudo eorum, & ordinatio partium paruarum inter ſe: quoniam iſtæ intentiones non comprehenduntur per intuitionem, niſi poſtquam fuerit uiſus fixus ſuper quamlibet partium, & conſiderauerit figuras illarum partium, & comparauerit unam ad alteram: & hoc non complebitur in tempore paruo, & per motum uelocem, ſed in tempore alicuius quantitatis. Tempus ergo intuitionis intentionum uiſibilium diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum intuitarum.

75. Viſio per anticipatam notionem & breuem obtutum, eſt incerta. 65 p 3.

ET cum hoc ſit declaratum, dicamus: quòd uiſio, quæ eſt per cognitionem præcedentem, & per ſigna & per modicam intuitionem, non eſt comprehenſio certificata. Quoniam comprehenſio rei uiſæ per cognitionem præcedentem & per ſigna non eſt, niſi circa totalitatem & uniuerſalitatem rei uiſæ in groſſo: & uirtus diſtinctiua comprehēdit intentiones particulares, quæ ſunt in illa re uiſa, ſecundum modum, quo cognouit illas res uiſas ex prima forma illius rei uiſę exiſtente in anima: ſed iſtæ intentiones particulares, quæ ſunt in uiſibilibus, mutantur ſecundum tranſitum temporis: & ſic uiſus non comprehendit intentiones, quæ ſunt mutatæ in illa re uiſa per cognitionem præcedentem. Et cum mutatio fuerit occulta & non bene manifeſta, non comprehenditur à uiſu primo aſpectu, & non comprehenditur, quando non fuerit ualde manifeſta, niſi per intuitionem. Verbi gratia: quando uiſus cognoſcit aliquem hominem, & fuerit facies illius hominis munda, & certificauerit uiſus formam eius: deinde receſſerit ille homo à uiſu longo tempore: & contingat in facie eius macula: & fuerit occulta illa macula: & comprehenderit ipſum poſt iſtam diſpoſitionem: cognoſcet ipſum apud comprehenſionem: ſed tamen non propter comprehenſio-

nem & cognitionem illius hominis, comprehẽdet maculam in facie eius, nisi sit manifesta: & si non fuerit intuitus ipsam, non comprehendet ipsam secundum suum esse: & si intuitus fuerit ipsam puriore intuitione: apparebit ei macula, quæ est in facie eius: & tunc comprehendet formam eius secundum suum esse. Et similiter quando uisus comprehenderit aliquam arborem, & intuitus fuerit ipsam, & certificauerit formá eius: deinde recesserit ab eadem diu, dum creuerit illa arbor, & aucta fuerit: & mutata figura eius: & facta sit in ea aliqua mutatio: & illa mutatio, quæ fuerit in arbore, fuerit modica: deinde si reuertatur uisus ad illam arborem, & cognoscat eam: non comprehendet apud comprehensionem per cognitionem illam modicam, mutationem, quæ contigit in ea: si autem intuitus fuerit ipsam secundò, & simul fuerit memor ueræ formæ eius, quam habebat prima uice: comprehendet mutationẽ, quæ contigit in ea, & certificabit formam eius secundò: & si non fuerit intuitus ipsam, non erit illa forma, quam comprehendit ex illa arbore per cognitionem antecedentem, ipsa forma uera, quam habet secunda comprehensione. Et similiter, quando uisus comprehẽderit parietem in quibusdam locis: & ille paries fuerit planus: & fuerint in eo picturæ & sculpturæ: & intuitus fuerit uisus illum parietem: & certificauerit formá eius: deinde recesserit ab illo loco diu: & contingat pòst mutatio in illo pariete ex asperitate superficiei, aut ex intentione quarundam picturarum: & non fuerit illa mutatio ualde manifesta: deinde si reuertatur uisus ad illum locum: & aspexerit illum parietem: & fuerit memor formæ primæ: comprehendet ipsam apud primam uisionem: sed apud comprehensionem per cognitionem nõ comprehendet mutationem occultam, quæ in eo contigit: & ipse cognoscet formam eius sine aliqua mutatione. Si ergo in eo contigit aliqua asperitas, æstimabit ipsam esse læuem, sicut consueuit esse: & si picturæ primò fuerint certificatæ uerè, & fuerint mutatæ, æstimabit eas esse quasi certificatas. Et omnia uisibilia, quæ sunt apud nos, sunt recipientia mutationem secundum colorem, & figuram, & magnitudinem, & situm, & asperitatem, & læuitatem, & ordinationem partium, & secundum multas intentiones particulares: quoniam naturæ earum sunt mutabiles & præparatæ passioni ab eo, quod accidit eis extrinsecus. Et quia mutatio est possibilis in eis, possibile est ipsam comprehendi à uisu in omnibus illis. Et quamuis sit in eis aliqua mutatio, quæ non potest apparere uisui: nihil est tamen ex eis, in quo non accidat extrinsecus mutatio, quæ possit apparere uisui. Et cum omnia uisibilia sint præparata mutationi, quæ possit comprehendi à uisu: nullum ergo uisibile, quod uisus comprehendit modò, & erat prius comprehensum: certificatum est apud comprehensionem secundam à uisu, scilicet, quòd uisus sit securus secundò, quòd non fuerit mutatum, cum mutatio sit possibilis in omnibus uisibilibus. Cum ergo uisus comprehenderit aliquam rem uisam, quam antè comprehendit: & intuitus fuerit ipsam: & certificauerit formam eius: & fuerit memor suæ formæ apud comprehensionem, cognoscet ipsam. Et si in illa re uisa contigit mutatio manifesta, comprehẽdet illam mutationem apud uisionem: si autem nõ fuerit manifesta: cognoscet illam rem, & æstimabit illam esse apud cognitionem secundũ modum primum: & sic, si non iterauerit intuitionem, non erit securus, quòd forma, quam antè cognoscebat, remaneat secundum suum esse, cum sit possibile, quòd in ea contigerit mutatio occulta, quæ non potest apparere, nisi per intuitionem. Si ergo iterauerit intuitionem, certificabit formam eius: & si non iterauerit intuitionem, non erit comprehensio illius rei uisæ certificata. Comprehensio ergo uisibilium per cognitionem præcedentem, & per signa, & per modicam intuitionem, non est uera comprehensio.

76. Vera uisibilis forma percipitur obtutu: accurata consideratione: & diligenti omnium uisibilium specierum distinctione. 57 p 3.

ET uisus non comprehendit rem uisam uera comprehensione, nisi per intuitionem rei uisæ apud comprehensionem eius, & per considerationem omnium intentionum, quę sunt in illa re uisa, & per distinctionem omnium apud comprehensionem illius rei uisæ. Visio ergo erit secundum duos modos: uisio in primo aspectu, & uisio quæ est per intuitionem. Et per uisionem, quæ est in primo aspectu, comprehendet uisus intentiones rei uisæ manifestas tantùm, & non certificatur per huiusmodi aspectum forma rei uisæ. Et uisio, quæ est in primo aspectu: quandoque est solùm phantastica: & quandoq; cum cognitione præcedente: & uisio talis, quæ est secundum phantasiam, est uisio uisibilium, quæ uisus non cognouit apud aspectum: & cum hoc intuetur ipsa. Et uisio, quæ est secundum phantasiam cum cognitione præcedente, est uisio uisibilium, quæ uisus cognouit antè: & cum hoc non intuetur intentiones eorum. Et secundum dispositionem utriusque earum non comprehendit uisus per phantasiam ueritatem rei uisæ, siue præcognouerit illam rem, siue non. Et uisio per intuitionem erit secundum duos modos, scilicet uisio sola intuitione, & uisio per intuitionem cum præcedente cognitione. Visio autem, quæ est sola intuitione, est uisibilium, quæ uisus antè non comprehendit, aut non est memor comprehensionis eorum, quando intuetur modò ipsa. Et uisio per intuitionem cum scientia præcedente, est uisio omnium uisibilium, quæ uisus comprehendit: & est memor comprehensionis eorum, quando intuitus fuerit eorum intentiones, & consyderauerit intentiones omnes, quæ sunt in eis. Et ista uisio diuiditur in duos modos: quorum unus, est uisio assueta uisibilium assuetorum: & ista pars erit per signa, quæ comprehenduntur modica intuitione & per cõsyderationem quarundam intentionum, quæ sunt in illa re uisa cum cognitione præcedente. Et illa uisio est in maiore parte in tempore insensibili: & comprehensio

henſio illius, quod comprehenditur ſecundum hunc modum, non eſt comprehenſio in fine certitudinis. Pars autem ſecunda eſt per finem intuitionis, & per conſyderationem omnium intentionum, quæ ſunt in re uiſa apud comprehenſionem illius rei uiſæ, & cum cognitione præcedente: & erit in maiori parte in tempore ſenſibili: & diuerſatur tempus ſecundum intentiones, quæ ſunt in re uiſa. Et uiſio, quæ eſt ſecũdum hunc modum, per quem uiſibilia aſſueta comprehenduntur comprehenſione in fine certitudinis, non eſt niſi per intuitionem omnium intentionum, quæ ſunt in re uiſa, & per conſyderationem omnium partium rei uiſæ, & per diſtinctionem omniũ intentionum, quæ ſunt in re uiſa apud comprehenſionem rei uiſæ, ſiue præcognouerit illam rem, ſiue non. Et iſta certificatio, quæ eſt reſpectu ſenſus, eſt intentio certificata: & eſt dicere finem certificationis in iſtis locis, finem illius, quod poteſt comprehendi à ſenſu. Et cum omnibus iſtis comprehẽſio uiſibilium à uiſu eſt ſecundum fortitudinem uiſus: quoniam ſenſus uiſus oculorum diuerſatur ſecundum uigorem & debilitatem. Secundum ergo iſtos modos erit comprehenſio uiſibilium à uiſu, & iſti ſunt omnes modi uiſibiliũ. Et hoc eſt illud, quod intendebamus declarare in iſto capitulo. Et iam compleuimus diuiſionem omnium uiſibilium, & diuiſionem omnium intentionum uiſibilium, & declarauimus omnes intentiones, per quas uenit uiſus ad comprehenſionem uiſibilium & intentionum uiſibilium, & diſtinximus omnes partes, in quas diuiduntur omnes modi uiſionum. Et iſtæ ſunt intentiones, quas intendebamus declarare in iſto tractatu.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER TERTIVS.

TERTIVS tractatus eſt ex ſeptem capitulis. Primum capitulum eſt proœmium. Secundum de ijs, quæ debent præponi ſermoni in deceptionibus uiſus. Tertium de cauſsis, quibus deceptio accidit uiſui. Quartum in diſtinguendo deceptiones uiſus. Quintum de qualitatibus deceptionum uiſus, quæ fiunt ſolo ſenſu. Sextum de qualitatibus deceptionum uiſus, quæ fiunt in cognitione. Septimum de qualitatibus deceptionum uiſus, quæ fiunt in ratione.

PROOEMIVM LIBRI CAP. I.

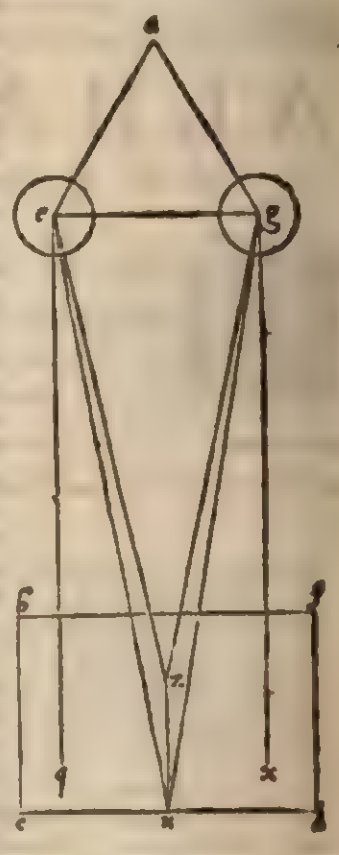
1. Viſus in perceptione uiſibilium aliquando allucinatur. 1 p 4.

DEclaratum eſt in primo tractatu & ſecundo, quomodo uiſus comprehendat uiſibilia ſecundum quod ſunt, ſi comprehenſio eius fuerit rectè: & quomodo certificet formam uiſi: & quo modo comprehendat unamquamque intentionum particularium, ſecundum quod eſt: & quomodo certificet illam. Sed non omne comprehenſibile à uiſu, comprehẽditur ab eo ſecundum quod eſt, neq; omne, quod uidetur ab aſpiciente comprehendi in rei ueritate, eſt rectè comprehenſum. Sed multoties decipitur uiſus in multis eorum, quæ comprehendit ex uiſibilibus, & comprehendit illa alio modo ab eo, quo ſunt: & fortè percipit ſuam deceptionem etiam cum decipitur, & fortè non, ſed reputat ſe benè comprehendere. Cum enim uiſus comprehenderit aliquod uiſum per ſpatium remotum: tunc menſura eius uidebitur minor, quàm uera menſura: & quando illud uiſum fuerit fortè propinquum uiſui: comprehendet menſuram eius maiorem uera. Et amplius, quando uiſus comprehenderit quadratum, aut polygonum à remoto: comprehendet illud rotundum, ſi fuerit æqualium diametrorum: aut longum, ſi fuerit inæqualium diametrorum. Et ſi comprehenderit ſphæram à remotiſsimo, comprehendet eam planam. Et talia ſunt multa & multimoda: & omnia quæ ſunt comprehenſa à uiſu tali modo, ſunt fallibilia. Amplius, quando uiſus inſpexerit aliquam ſtellam, comprehendet eam quieſcentem, licet ſtella tunc moueatur: & cũ inſpiciens reuerterur ad ſcientiam: ſciet illam ſtellam moueri apud aſpectum: & cum inſpiciens diſtinxerit illud: ſtatim comprehendet ſe decipi in hoc, quod comprehenderit de quiete ſtellæ. Et cum aliquis inſpexerit aliquod indiuiduum ſuper faciem terræ à remotiſsimo interuallo, & illud indiuiduum fuerit motum motu tardiſsimo, & non diu durauerit aſpectus: tunc in tali ſtatu aſpiciens comprehendet ipſum quieſcens: & ſi aſpiciens non perceperit antè motum illius indiuidui, & nõ diu durauerit in eius oppoſitione: tunc non percipiet ſe eſſe deceptum in hoc, quod comprehẽdit de quiete illius indiuidui: & in comprehenſione huius erit deceptus, & tamen non percipiet ſe decipi. Accidit igitur uiſui deceptio in multis eorum, quæ comprehẽdit: & fortè percipitur ab eo, & fortè non. Et cum in duobus libris præcedentibus ſit declaratum, quomodo uiſus comprehendat uiſibilia, ſecundum quod ſunt: In hoc autem capitulo declaratum eſt ex eis, quæ diximus, quòd multoties accidit uiſui deceptio in multis eorum, quæ comprehendit: remanet declarãdum, quare deceptio accidat uiſui, & quando, & quomodo. Nos autem in hoc tractatu contenti ſumus de deceptionibus uiſus in eis, quæ comprehẽdit rectè: & declarabimus cauſſam in hoc, & diuerſitates deceptionum, & quomodo accidat unaquæq; deceptiõ.

DE IIS QVAE DEBENT PRAPPONI SERMONI in deceptionibus uisus. Cap. II.

2. Axes pyramidum opticarum utriuſq; uiſus per centrum foraminis uuea tranſeuntes, in uno uiſibilis puncto ſemper concurrunt: & ſunt perpendiculares ſuperficiei uiſus. 32. 35 p 3.

DEclaratum eſt in primo tractatu [18 n] quòd uiſus nihil comprehendat ex uiſibilibus, niſi ſecundum uerticationes retractas linearum radialium: & quòd ordo uiſibilium & partium eorum non comprehenditur, niſi ex ordinatione linearum radialium. Et dictum eſt etiam [27 n 1] quòd unum uiſum, quod comprehenditur duobus oculis ſimul, non comprehenditur unum, niſi quando poſitio eius in reſpectu duorum oculorum fuerit poſitio conſimilis: & quòd ſi poſitio fuerit diuerſa: tunc comprehendetur unum duo. Sed unumquodq; uiſibilium aſſuetorum, quæ ſemper comprehenduntur à duobus uiſibus, ſemper comprehendetur unum. Vnde oportet nos declarare, quomodo unum uiſum comprehendatur à duobus uiſibus unum in maiore parte temporis & in pluribus poſitionibus: & quomodo poſitio unius uiſi ab ambobus oculis in maiore parte temporis, & in pluribus erit conſimilis. Et declarabimus etiá quomodo poſitio unius uiſi ab ambobus uiſibus erit poſitio diuerſa, & quomodo accidat hoc. Et iam diximus hoc in primo tractatu [27 n] & declarauimus ipſum uniuerſaliter, non determinatè. Dicamus ergo quòd cum inſpiciés inſpexerit aliquod uiſum, tunc uterq; uiſus erit in oppoſitione illius uiſi: & cum inſpiciens direxerit pupillam ad illud uiſum: tunc uterq; uiſus diriget pupillam ad illud uiſum directione æquali. Et cum uiſus fuerit motus ſuper rem uiſam: tunc uterq; uiſus mouebitur ſuper illud. Et cum uiſus direxerit pupillam ad rem uiſam: tunc axes duorum uiſuum congregabuntur in illa re uiſa, & coniungentur in aliquo puncto illius ſuperficiei. Et ſi inſpiciens mouerit uiſum per illam rem uiſam: túc illi duo axes mouebuntur ſimul ſuper ſuperficiẽ illius uiſi, & per omnes partes eius. Et uniuerſaliter duo oculi ſunt æquales in omnibus ſuis diſpoſitionibus: & uirtus ſenſibilis, quæ eſt in eis, eſt eadem, & actio & paſsio eorum ſemper eſt æqualis & omnino cõſimilis. Et ſi alter uiſus fuerit motus ad uidendum, ſtatim reliquus mouebitur ad illud uiſum illo eodem motu: & ſi alter uiſus quieuerit, reliquus quieſcit. Et impoſsibile eſt, ut alter uiſus moueatur ad uidẽdum, & reliquus quieſcat, niſi impediatur. Et declaratũ eſt in præteritis [19 n 1] quòd inter quodlibet uiſum & cẽtrum uiſus eſt pyramis imaginabilis apud uiſionem, cuius uertex eſt centrum uiſus, & baſis ſuperficies uiſi, quod uiſus comprehendit: & iſta pyramis continet omnes uerticationes, ex quibus comprehendit illá rem uiſam. Cum ergo duo axes amborum uiſuum fuerint cõiuncti in aliquo puncto ſuperficiei uiſi: tunc ſuperficies uiſi erit baſis communis ambabus pyramidibus radialibus, figuratis inter duo cẽtra amborum uiſuum & illud uiſum: & tunc poſitio puncti, in quo axes ſunt cõiuncti apud ambos uiſus, eſt poſitio cõſimilis: quia eſt oppoſitũ duobus medijs amborum uiſuum, & duo axes, qui ſunt inter illud & duos uiſus, ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem duorum uiſuum.



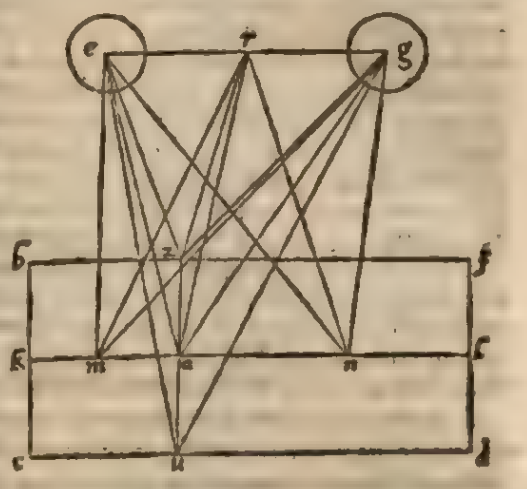
3. Situs uiſibilis ergà utrunq; uiſum eſt plerunq; ſitus ſimilis. Itaq; axes pyramidum opticarum & linea ab utroq; uiſu ducta ad cõcurſum duorum axium, factũ in rectã lineã ad utrunq; axem perpendiculari, ſunt æquales. 40. 42 p 3.

QVod autẽ remanet de ſuperficie uiſi, inter quodlibet punctũ eius, & inter duo cẽtra amborum uiſuũ, ſunt duæ lineæ, quarũ poſitio in reſpectu duorũ axiũ, erit poſitio cõſimilis in parte ſcilicet: quoniá omnes duæ lineæ imaginabiles inter duo cẽtra duorũ uiſuum & punctũ ſuperficiei uiſæ, in quo coniungũtur duo axes duorũ uiſuũ: erunt declinabiles à duobus axibus ad unã partẽ. Nã omne punctũ ſuperficiei uiſi, in quo duo axes coniungũtur, declinabit à puncto conjunctionis ad eandẽ partẽ: punctũ uerò cõiunctionis eſt ſuper utrumq; axem. Remotiones autem iſtarũ linearum à duobus axibus ſunt æquales: quoniá omnes duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uiſuum ad quodlibet punctum punctorũ ualde propinquorũ puncto cõiunctionis, æqualiter diſtant à duobus axibus, quantũ ad ſenſum. Duo enim axes exeuntes ad punctũ cõiunctionis, erũt æquales, aut nõ erit inter eos diuerſitas ſenſibilis, quándo res uiſa nõ fuerit ualde propinqua uiſui, & diſtãtia eius à uiſu fuerit mediocris. Et ſimiliter eſt diſpoſitio cuiuslibet pũcti multũ propinqui pũcto cõiunctionis, ſcilicet, quòd omnes duæ lineæ exeũtes à duobus cẽtris duorũ uiſuum ad quodlibet punctũ eorũ, ferè nõ differũt in longitudine quantùm ad ſenſum, ſed ferè erũt æquales.

4. Duæ

4. Duæ rectæ lineæ ab utroq; uisu ductæ ad concursum duorum axium, factum in rectæ lineæ ad utrunq; axem obliquæ, sunt ferè inæquales. 41 p 3.

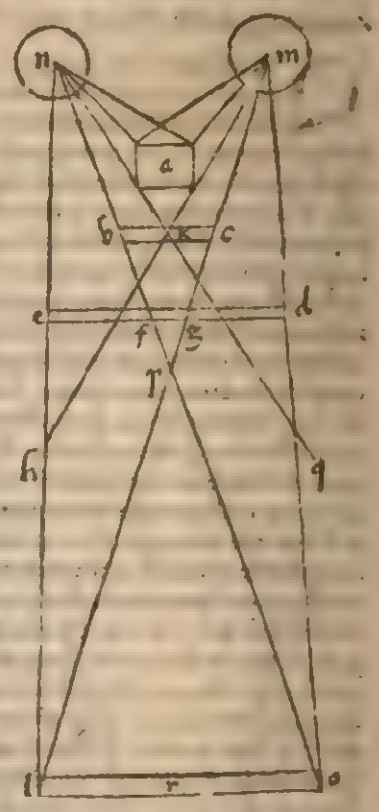
QVando uerò lineæ duæ declinantes, fuerint coniunctæ in superficie, in qua sunt duo axes, erunt inæquales. Nã linea, quæ exit ex puncto, in quo duo axes coniunguntur, ad punctum declinans ab illo, continet cũ duobus axibus angulos inæquales, & duo axes sunt æquales, & linea copulans duo puncta, est cómunis. Quapropter duæ lineæ declinátes erunt inæquales: sed ista inæqualitas nõ operatur in sensum, si punctũ declinans fuerit propinquum puncto cõiunctionis. Si autem duæ lineæ declinátes fuerint sub axibus, aut super illos, possunt esse æquales. Duo enim anguli, quos cõtinent duo axes cũ linea cõtinuante duo pũcta, possunt esse æquales, si punctũ fuerit sub axibus, aut super eos. Et in positionibus, quæ sunt inter has duas positiones, erit diuersitas, quæ est inter duas declinátes, minor quàm diuersitas, quæ est inter duas lineas primas declinátes: & sic nõ erit inter eas differẽtia operãs in sensum. Ergo duæ lineæ exeuntes à duobus cẽtris duorũ uisuum ad pũcta propinqua puncto, in quo coniungũtur duo axes, non differũt ferè in longitudine, quantùm ad sensum: & axes sunt æquales: & linea quæ copulat punctũ coniunctionis cũ puncto declináte, ad quod exeũt duæ lineæ à duobus centris, est cõmunis duobus triangulis factis ex istis lineis. Ergo duo anguli, qui sunt apud duo centra duorũ uisuum, quibus subtẽditur apud superficiem uisi linea cõmunis, erũt æquales: aut ferè inter eos nõ est diuersitas sensibilis: & isti duo anguli semper erũt minimi, quãdo punctum fuerit ualde propinquũ cõiunctioni duorũ axium. Et cũ duæ lineæ, quæ exeunt ad quodlibet punctum propinquũ puncto cõiunctionis, continent cũ duobus axibus angulos æquales: tũc remotio quarumlibet duarũ linearum, exeuntium ad idẽ punctum punctorũ propinquorum puncto cõiunctionis à duobus axibus duorũ uisuum, erit remotio æqualis. Ergo positio cuiuslibet puncti superficiei uisũ, in quo coniunguntur duo axes uisuum, si fuerit propinquum puncto cõiunctionis, in respectu duorũ uisuũ, est positio cõsimilis in parte & in remotione à duobus axibus. Dispositio autẽ in punctis remotis à puncto cõiunctionis, declinátibus ad unã partẽ ab ambobus axibus, est talis. Anguli, qui sunt inter duas lineas exeũtes ad aliquod punctum eorũ & inter duos axes, fortasse differunt diuersitate aliquantula: & positio omniũ huiusmodi punctorũ remotorum à puncto cõiunctionis in respectu duorũ uisuum, est positio cõsimilis in parte tantùm: sed nõ in remotione à duobus axibus. Positio igitur cuiuslibet pũcti uisi cõprehensi ambobus uisibus, cũ fuerit alicuius quantitatis & propinquarum diametrorũ, apud duos uisus est positio consimilis in parte, & in remotione. Quapropter forma eius statuetur in duobus locis cõsimilis positionis à duobus uisibus: & cùm uisum cõprehensum ambobus uisibus, fuerit maximarũ diametrorũ: tũc positio eius puncti, in quo coniungũtur duo axes, erit positio cõsimilis apud duos uisus. Et quantò magis appropinquauerint illi duo pũcta, quæ sunt in superficie illius uisi, tantò magis positio illorũ apud duos uisus erit cõsimilis in parte & in remotione simul. Puncta autẽ, quæ sunt in superficie illius uisi, remota à puncto cõiunctionis, & declinãtia ab ambobus axibus ad unã partẽ, habent positionẽ consimilem in parte apud duos uisus, & in remotione fortè consimilẽ, & fortè nõ. Forma igitur partis, quę est apud punctum cõiunctionis huius uisi, & eius, quod cõtinet punctũ coniunctionis, & eius, quod est illi propinquum, instituitur in duobus locis duorũ uisuũ cõsimilis positionis in omnibus dispositionibus. Et instituentur formæ partiũ residuarũ remotarũ à puncto cõiunctionis circundantiũ partem cõsimilis positionis cõtinuæ cũ forma partis cõsimilis positionis: & sic uniuersum duarũ formarũ instituitur in duob. locis duorũ uisuũ, inter quæ nõ est maxima differẽtia in positione: & si fuerit, erit extrema tantùm, & erit modica propter cõtinuationem duorũ extremorũ cũ duobus medijs, quæ sunt cõsimilis positionis. Et hoc erit, cũ duo uisus fixi fuerint in oppositione uisi, & duo axes fuerint fixi in uno puncto eius. Cũ autem duo uisus fuerint moti super rem uisam: & duo axes fuerint trãslati ab illo pũcto: & fuerint moti simul per superficiẽ uisi: tũc positio cuiuslibet puncti illius uisi, & positio punctorũ propinquorũ illi, in respectu duorũ uisuum apud coniunctionẽ duorum axiũ in ipso, erit positio cõsimilis ualde. Et forma cuiuslibet partis uisi apud motum duorũ axium per superficiẽ, erit in duob. locis positionis consimilis apud duos uisus: & sic forma omnium partium uisi apud motum & intuitionem, erit consimilis dispositionis apud ambos uisus.



5. E plurib. uisibilib. ordinatim intra opticos axes dispositis: remotiora incertè uidẽtur. 50 p 3.

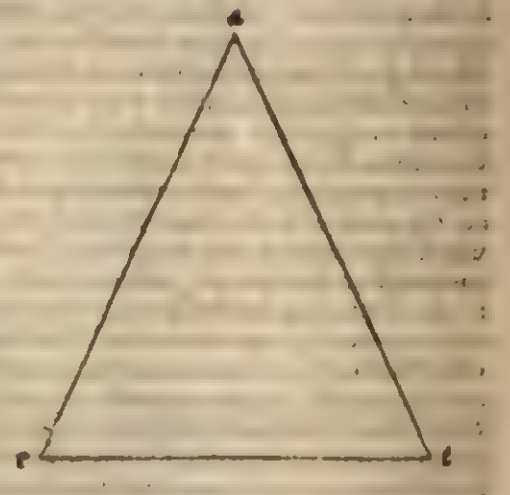
ET similiter etiam quando uisus comprehẽderit uisibilia separata in eadem hora simul: & duo axes fuerint cõiuncti in aliquo eorũ: & illud uisum, in quo sunt cõiuncti duo axes, fuerit propinquarum diametrorũ: tunc forma illius uisi instituetur in duobus locis duorũ uisuum cõsimilis positionis. Et etiã forma eius, quod propinquum est illi uiso, si fuerit paruæ quãtitatis: instituetur

tuetur in duobus locis duorum uisuum, inter quorum positiones non erit differentia sensibilis. Forma autem uisi remoti à uiso, in quo duo axes coniunguntur, quando ambo uisus comprehendunt illud uisum, dum duo axes sunt fixi in illo uiso: instituetur in duobus locis duorũ uisuum consimilis positionis in parte tantùm, & non in remotione: aut non omnes partes eorum erunt consimilis positionis in remotione à duobus axibus: nec forma erit certificata. Deinde si duo uisus fuerint moti, & duo axes: & fuerint coniuncti in unoquoq; uisibilium comprehensorũ simul: tunc forma utriusq; eorum instituetur in duobus locis cõsimilis positionis in respectu duorum uisuum in parte & in remotione: & tunc certificabitur forma uniuscuiusq; illorum uisibilium. Et multoties coniunguntur duo axes amborũ uisuum in aliquo uiso: & cum hoc duo uisus comprehẽdent aliam rem uisam, cuius positio in respectu amborum uisuum erit diuersa in parte. Et hoc erit, quando illud aliud uisum fuerit propinquius ambobus uisibus uiso, in quo distinguuntur duo axes: & fuerit simul inter duos axes: aut fuerit remotius ab ambobus uisibus uiso, in quo coniunguntur duo axes, & fuerit etiã inter duos axes, cũ fuerimus imaginati eos extensos post cõiunctionẽ: & uisum, in quo cõiungũtur duo axes, nõ cooperiet uisum, qd̃ est remotius ipso, aut cooperiet quiddã illius. His ergo modis fit cõprehensio uisibiliũ ambobus uisibus.



6. Si duæ rectæ lineæ à medio nerui cõmunis fint conterminã rectæ cõnectenti centra foraminum gyri neruorum cauorum: constituent triangulum æquicrurum. 30 p 3.

ET etiam declaratum est in secundo tractatu [1.42 n] quòd axis radialis in utroq; uisu est eadẽ linea, quę nõ transmutatur: & quòd pertransit centra omniũ tunicarum uisus, & extenditur rectè per centra omniũ tunicarum ad mediũ loci in curuationis ex cõcauo nerui, super quem cõponitur oculus, qui est apud foramen, quod est in concauo ossis: & quòd est inseparabilis ab omnibus cẽtris: & quod positio eius apud omnes partes uisus, est positio semper eadẽ, nõ transmutabilis apud motũ uisus, nec apud quietem eius: & quòd positio duorũ axium apud duos uisus est positio consimilis in respectu amborũ uisuum, apud cõcauitatem nerui cõmunis, ex quo ultimum sentiens comprehẽdit formas uisibilium. Imaginemur ergo lineam rectam copulãtem duo centra duorũ foraminum, quæ sunt in duabus concauitatibus duorum ossium cõtinentiũ duos oculos: & imaginemur duas lineas exeuntes à duobus centris duorũ foraminum, extensas in duobus medijs duarũ concauitatum neruorum. Hæ ergo lineæ cõiunguntur in medio concauitatis nerui communis: quia positio duorum neruorum in respectu communis nerui, est positio cõsimilis [per 4 n 1] & positio duarum harum linearum apud lineam copulãtem duo centra duorum foraminum, erit positio consimilis: quia duorum neruorum positiones, in respectu duorum foraminum, est positio cõsimilis [per 4 n 1] & sic duo anguli, qui sunt inter has duas lineas & lineam copulãtem duo centra duorum foraminum, erunt æquales [secus dissimilis esset positio neruorum.]



7. Si recta linea sit à medio nerui communis ad medium rectæ lineæ connectentis centra foraminum gyri neruorum cauorum: erit ad ipsam perpendicularis. 33 p 3.

ET imaginemur etiã lineã copulantem duo cẽtra duorũ foraminũ, diuisam in duo æqualia: & imaginemur lineã exeuntẽ à puncto, qd̃ est in medio cõcauitatis nerui cõmunis, in quo duæ lineæ extensæ in cõcauitatibus duorũ neruorũ sunt cõiunctæ, extẽsam ad punctũ diuidẽs lineã copulantẽ duo cẽtra duorũ foraminã in duo æqualia. Hęc igitur linea erit perpẽdicularis super lineã copulantẽ duo cẽtra duorũ foraminũ [Nã recta cõnectens cẽtra duorũ foraminũ, fit basis trianguli æquicruri, cuius latera, sunt rectæ à medio nerui cõmunis: itaq; si recta sit à uertice in mediũ basis, erit ppẽdicularis ad basim, p 8 p. 10 d 1.] Et imaginemur istã ppẽdicularẽ extẽsam rectè in partẽ oppositã uisui: & sic ista linea erit fixa in eodẽ statu, & positio eius nõ trãsmutabitur: qa punctũ, qd̃ est in medio cõcauitatis nerui cõmunis, in quo duę lineæ extẽsæ in duob. medijs concauitatũ duorũ neruorũ sunt cõiunctæ, est unũ nõ transmutabile: & punctũ etiã, qd̃ diuidit lineã copulantẽ duo

centra

centra duorum foraminum, eſt unum nõ tranſmutabile. Quapropter poſitio lineæ tranſeuntis per illa, eſt una poſitio, non tranſmutabilis. Hæc igitur linea uocetur axis communis.

8. Si axes, communis & duo optici, in uno uiſibilis puncto concurrant: erunt in eodem plano cum recto, connectente centra foraminum gyri neruorum cauorum, & duabus à medio nerui communis connectenti conterminis. 34 p 3.

ET imaginemur apud punctũ aliquod illius lineę, in parte oppoſita uiſui aliquod uiſum, & imaginemur duos uiſus inſpicere illud uiſum, & duos axes ſimul cõiungi in puncto ſuperficiei uiſi, in quo axis communis occurrerit ſuperficiei illius uiſi: & hoc quidem poſsibile eſt in omni uiſo, cuius ſitus ex duobus uiſibus eſt ſitus cõſimilis. Cum ergo duo axes fuerint cõiuncti in aliquo puncto axis cõmunis, tunc duo axes & axis cõmunis, & linea, quæ copulat duo centra foraminum duorum oſsium, & duę lineæ extenſę in concauitatibus duorũ neruorũ, omnia erunt in una ſuperficie. Duo enim axes tranſeunt per centra duorum foraminũ: tranſeunt enim per duo media concauitatum duorũ neruorũ, in loco pyramidationis duorum neruorũ. Cum igitur duo axes fuerint cõiuncti in axe cõmuni, erunt omnes in ſuperficie, in qua eſt axis cõmunis, [per 2 p 11] & ſimiliter linea ſecans ipſam, quę copulat centra foraminũ duorũ oſsiũ, & duæ lineę extẽſę in cõcauitatibus duorũ neruorũ: & duo axes de loco centrorum duorũ foraminũ, uſq; ad punctum cõiunctiõis, quod eſt in axe cõmuni, erunt æquales: & poſitio eorũ apud axem communẽ, erit poſitio conſimilis: & duæ partes duorum axiũ, quę ſunt de centris duorũ uiſuum uſq; ad punctũ coniunctionis, erunt æquales: & remotio duorum centrorũ uiſuum à foraminibus duorum oſsium, & à centris duorum foraminũ, eſt remotio æqualis: & etiam duæ partes duorum axium, quæ ſunt de ſuperficiebus duorũ uiſuum uſq; ad punctum coniunctionis, erunt æquales: nam duæ medietates diametrorũ ſphærarum duorum uiſuũm ſunt æquales.

9. Vtraq; uiſa uiſibile unum plerunq; uidetur. 28 p 3. Idem 27 n t.

ET quia ita eſt: poſitio puncti ſuperficiei uiſi, in quo coniuncti ſunt duo axes, apud duo puncta, per quæ tranſeunt duo axes, erit poſitio conſimilis: & remotio eius ab eis erit æqualis. Et hæc duo puncta ſuperficierum uiſuum ſunt illa, in quibus infigitur forma puncti, in quo coniuncti ſunt duo axes. Et etiam poſitio utriuſq; duorum punctorũ, quæ ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorum uiſuum, apud concauitatẽ nerui cõmunis, erit poſitio conſimilis. Et poſitio iſtorũ duorum punctorum apud quodlibet punctum in axe communi, eſt poſitio conſimilis. Ergo poſitio duorum punctorum, quę ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorum uiſuum, apud punctum axis cõmunis, qui eſt in medio concauitatis nerui cõmunis, in quo ſunt coniunctæ duæ lineæ exeuntes à centris duorum foraminũ, eſt poſitio ualde cõſimilis & æqualis. Et ambæ formæ, quæ inſtituuntur in duobus punctis ſuperficierum duorum uiſuum, quæ ſunt in duobus axibus, cum peruenerint ad concauitatem communis nerui, infigentur in puncto, quod eſt in axe communi, quod eſt in medio concauitatis communis nerui, in quo lineæ ſunt coniunctæ, & efficietur una forma. Et cum duæ formæ, quæ ſunt in duobus punctis, quæ ſunt in duobus axibus ſuperficierum duorum uiſuum, figuntur in puncto, quod eſt in axe cõmuni, quod eſt in medio concauitatis nerui cõmunis: formæ, quæ ſunt in punctis circundantibus utrunq; duorũ punctorũ, quæ ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorũ uiſuũ, infiguntur in concauitate cõmunis nerui, in punctis circundantibus punctũ, quod eſt in axe cõmuni. Et poſitio quorumlibet duorũ punctorum ſuperficierũ duorum uiſuũ, quorũ poſitio apud duo puncta, in medio in duobus axibus duorũ uiſuum eſt poſitio cõſimilis in parte & in remotiõe: apud idem punctũ concauitatis nerui cõmunis eſt poſitio conſimilis. Et puncta, quorũ poſitio apud ipſum eſt poſitio conſimilis, declinabunt à puncto, quod eſt in axe cõmuni, quod eſt in loco cõiunctionis linearum ex cõcauitate nerui cõmunis in partem, ad quã ambo puncta, quæ ſunt in ſuperficiebus duorũ uiſuũ, declinant: & remotio eorũ ab ipſo erit ſecundũ remotiones eorũ à duobus axibus: & duæ formæ, quę infiguntur in duobus punctis, quę ſunt cõſimilis poſitionis apud ſuperficies duorum uiſuũ, peruenient ad illud idem punctũ concauitatis cõmunis ipſius nerui, & ſuperponentur illi apud illud punctũ, & efficietur una forma. Et poſitio uniuſcuiuſq; punctorũ ſuperficiei uiſi, quæ ſunt in circuitu puncti, quod eſt in axe cõmuni, apud duos axes duorum uiſuũ eſt poſitio conſimilis. Ergo forma cuiuslibet puncti eorũ infigetur in duobus uiſibus in duobus locis cõſimilis poſitionis, in reſpectu duorũ punctorũ, quæ ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorũ uiſuũ. Duæ ergo formę uiſi, in quo cõiuncti ſunt tres axes, infiguntur in duobus medijs duarũ ſuperficierũ duorũ uiſuũ. Et duę formę puncti, in quo ſunt cõiuncti tres axes, infigentur in duobus punctis, quę ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorum uiſuũ. Et quodlibet punctũ duarum formarũ infigetur in duobus locis cõſimilis poſitionis de duobus uiſibus: deinde duæ formæ uiſæ peruenięt ad concauitatẽ nerui cõmunis: & peruenięt duæ formæ, quę ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus, ad punctũ, quod eſt in cõmuni axe, & efficietur una forma. Et quælibet duę formę, quę ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſibus, peruenient ad idem punctũ punctorũ circundantiũ punctũ, quod eſt in axe cõmuni: & ſic duę formę totius uiſi ſuperponentur ſibi, & efficietur una forma, & ſic unũ cõprehendetur unũ. Secundũ ergo hũc modũ duę formę, quę infigẽtur duobus uiſibus ab uno uiſo, cuius poſitio in reſpectu duorũ uiſuũ eſt conſimilis: efficiuntur una forma: & ſic ſentiẽs cõprehendit unũ uiſum, licet duæ formę infigãtur ab eo in duobus uiſibus. Et cũ duæ formę, quę ſunt in duob. punctis, quę ſunt in duob. medijs ſuperficierũ duorũ uiſuũ, quę ſunt in duob. axibus, peruenerint ad punctũ, quod eſt in axe cõmuni: tũc quælibet duæ formæ infixæ in duab. ſuperficiebus duorũ

uiſuum in duobus punctis, quæ ſunt in duobus axibus, peruenient ſemper ad illud idem punctum concauitatis nerui cõmunis, quod eſt in cõmuni axe. Nam duo puncta, per quæ tranſeunt duo axes duorũ uiſuum nõ mutantur: quoniã poſitio duorũ axium apud duos uiſus ſemper eſt eadẽ poſitio, non tranſmutabilis. Ergo punctũ concauitatis cõmunis nerui, ad quod perueniũt duæ formę, quę infiguntur in duobus punctis, quę ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorum uiſuũ, ſemper eſt idẽ punctũ: & eſt punctũ, quod eſt in cõmuni axe, in quo cõcurrunt duæ lineę exeuntes à duobus centris foraminũ duorum oſsium extenſorũ in duobus medijs concauitatũ duorum neruorũ. Iſtud igitur punctum, quod eſt in concauitate communis nerui, quod eſt in cõmuni axe, uocetur centrum.

19. Concurſus axium opticorum in axe communi facit uiſionem certiſſimam: extrà, tantò certiorem, quantò axi propinquior fuerit. 44 p 3.

HOc igitur declarato, declaratũ eſt, quòd forma cuiuslibet comprehenſi, quod cõprehenditur ambobus uiſibus, in cuius ſuperficiei puncto concurrunt axes duorũ uiſuũ, infigitur in duobus locis ſuperficierũ duorum uiſuum, quæ ſunt duo media ſuperficierũ duorum uiſuũ: deinde iſtæ duæ formæ perueniunt à duobus uiſibus ad concauitatem cõmunis nerui ad eundem locũ, & ſuperponuntur ſibi, & efficitur una forma. Et duæ formæ puncti, in quo concurrunt duo axes exuiſo, infigentur in duobus punctis, quæ ſunt in duobus axibus ſuperficierũ duorum uiſuũ, & ibunt ab iſtis duobus punctis ad punctũ centri concauitatis cõmunis nerui, & indifferenter, ſiue punctũ, in quo concurrunt duo axes, fuerit in axe cõmuni, ſiue extrà. Sed tamẽ cum uiſum fuerit in axe communi, & duo axes cõcurrerint in puncto ipſius, quod eſt in axe cõmuni, tunc duæ formæ iſtius puncti erunt magis cõſimiles. Remotiones enim iſtius puncti à duobus punctis, in quibus figuntur duę formę iſtius puncti ſuperficierũ duorum uiſuũ (& ſunt illa, quæ ſunt ſuper axes) erũt æquales: quoniam duo axes in hac diſpoſitione erunt æquales in longitudine. Et ſimiliter formæ cuiuslibet puncti propinqui iſti puncto, cuius remotiones à duobus punctis, in quibus infiguntur formæ ſuæ, ſunt æquales, quantùm ad ſenſum, erunt magis conſimiles, quàm duæ formæ uiſi, quod eſt extra cõmunem axem. Quapropter forma uiſi, quod eſt in cõmuni axe, cum fuerit infixa in concauitate cõmunis nerui, erit magis certificata. Sed cum uiſum fuerit extra cõmunem axem, & remotio non fuerit maxima: tunc ſuæ duę formæ, quę infiguntur in duobus uiſibus, nõ maximè different. Quapropter formæ eius, quæ infiguntur in concauitate nerui cõmunis, non erunt duæ. Cum uerò uiſum fuerit extra cõmunem axem, & maximè fuerit remotũ ab ipſo: & axes duorũ uiſuũ cõcurrerint in aliquo puncto ipſius: tũc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma: & forma pũcti eius, in quo duo axes concurrunt, infigetur in puncto cõmunis centri: ſed tamen forma eius non erit uerificata, ſed dubitabilis. Forma igitur puncti uiſi, in quo duo axes concurrunt, infigetur in omnibus diſpoſitionibus, in puncto centri concauitatis cõmunis nerui, ſiue punctũ concurſus fuerit in communi axe, ſiue extra illum: quod aũt remanet de forma uiſi, infigetur in circuitu puncti centri. Si aũt uiſum fuerit minimi corporis, & propinquarũ diametrorum, & fuerit in cõmuni axe, uel prope: tũc forma eius infigetur in cõcauitate cõmunis nerui una forma, & uerificata: & poſitio cuiuslibet puncti eius apud duos uiſus, eſt poſitio cõſimilis, ut prius declarauimus. Si uerò uiſum fuerit magni corporis & remotarũ diametrorum, & etiam fuerit in cõmuni axe: tunc forma illius partis, quæ eſt apud locum coniunctionis duorum axium, quæ circundat punctum coniunctionis, infigetur in communi neruo una forma & uerificata, & forma reſiduarum partium infigetur continua cum forma iſtius partis. Quapropter forma totius uiſi infigetur una in omnibus diſpoſitionibus: ſed tamen forma extremorum, & illorum, quæ remota ſunt à puncto concurſus, erit non certificata. Quoniam omnis puncti remoti à puncto concurſus, figentur duæ formæ in duobus punctis conſimilis poſitionis, in reſpectu amborum uiſuum in fine conſimilitudinis: ſed forma cuiuslibet puncti remoti à puncto concurſus, figetur in duobus punctis amborum uiſuum, quorum poſitio apud duos uiſus eſt poſitio conſimilis in parte, & fortè cõſimilis in remotione à duobus axibus, & fortè non conſimilis in remotione à duobus axibus. Formę aũt eorum, quorũ remotio non eſt conſimilis, figentur in concauitate communis nerui, in duobus punctis obliquis à centro in una parte: & erunt duæ. Et ſi uiſum fuerit unius coloris, tunc iſtud ferè nihil operabitur in ipſum, propter conſimilitudinem coloris & identitatẽ formæ: Si autẽ uiſum habuerit diuerſos colores, aut fuerit in eo lineatio, aut pictura, aut ſubtiles intentiones: tũc iſtud operatur in ipſum. Quapropter extremorũ forma erit dubitabilis, nõ certificata. Et cum uiſum fuerit magni corporis & remotarum diametrorum, & axes amborum uiſuum fuerint fixi in aliquo puncto eius, & immobiles: tunc forma eius apparet una, & locus concurſus eius, & illud, quod ei propinquum eſt, erunt certificata & indubitabilia: extrema autem, & illa, quæ uicina ſunt eis, erunt non certificata propter duas cauſſas: quarum una eſt, quòd extrema comprehendantur per radios remotos ab axe: quapropter non bene erunt manifeſta. Secunda eſt, quia non forma cuiuslibet puncti eius inſtituitur in concauitate communis nerui in uno puncto, ſed quædam ſunt, quorum forma inſtituitur in duobus punctis, non in uno. Cum ergo duo axes fuerint moti ſuper omnes partes huius uiſi: tunc certificabitur forma eius. Si autem uiſum fuerit extra axem communem, & remotum ab ipſo: tunc forma eius non erit certificata. Poſitio enim cuiuslibet puncti illius apud ambos uiſus, non eſt poſitio conſimilis propter inæqualitatem remotionum puncti huius uiſi à duobus punctis ſuperficierum duorum uiſuum, in quibus inſtituuntur duæ formæ eius, & à duobus axibus. Cum igitur ambo uiſus obliquabun-

tur

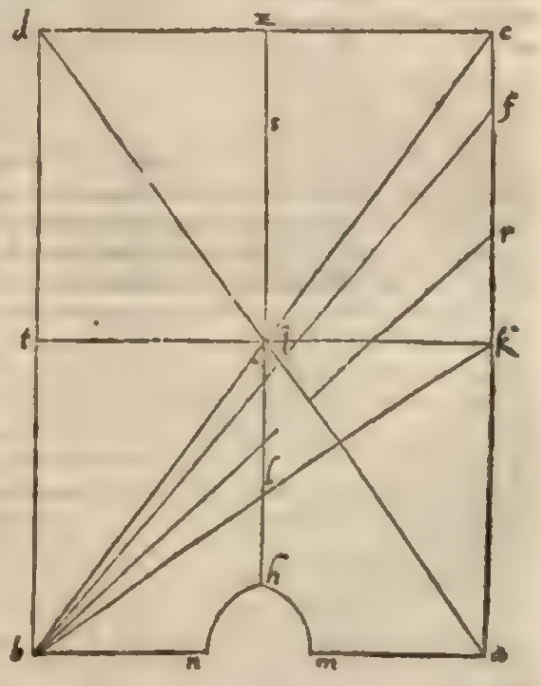
tur ad huiuſmodi uiſum, adeò ut axis communis ueniat ad iſtud uiſum, aut prope, tunc certificabitur forma eius.

11. Viſibile intra axes opticos ſitum: uel uni uiſui rectè, reliquo obliquè oppoſitum: uidetur geminum. 104.103 p 4.

ET ſimiliter cum ambo uiſus comprehenderint multa uiſa ſimul: & axes amborum uiſuum ſimul concurrerint in aliquod unum uiſorum illorum: & fuerint fixi in illo: reſidua autem uiſa fuerint extra duos axes: & uiſum, in quo concurrunt duo axes, fuerit minimi corporis: tunc forma uiſi, in quo concurrunt duo axes, in concauitate nerui communis, erit una forma & certificata. Et ſi uiſum fuerit ſuper axem communem: tunc forma eius erit magis certificata, quàm forma uiſi, quæ eſt extra axem communem, & ſi in ipſo concurrunt duo axes. Viſorum autem, quæ comprehenduntur à uiſu in illo ſtatu, quæ ſunt propinqua uiſo, in quo duo axes concurrunt, ſi etiam fuerint ipſa minimi corporis: forma inſtituitur in concauitate communis nerui una, in qua non erit dubitatio maxima: nam forma eius erit propinqua centro. Ex illis autem uiſibilibus, quæ comprehenduntur à uiſu in illo ſtatu, quod fuerit remotum à uiſo, in quo concurrunt duo axes: eius forma inſtituetur in concauitate iſtius nerui, dubitabilis: & tunc aut erunt duæ formæ ſe mutuò penetrantes, quia ſunt in una parte: quapropter inæqualitas, quæ eſt inter ſuas poſitiones in remotione, non erit maxima: unde duæ formæ ſe mutuò penetrabunt: aut forma quarundam partium erit duplex, & forma quarundam erit una: & ſic forma huiuſmodi uiſibilium erit dubitabilis in omnibus diſpoſitionibus, propter diuerſitatem poſitionis radiorum exeuntium ad illa, & quia radij exeuntes ad illa, erunt remoti à duobus axibus. Forma autem obliqui uiſi à duobus axibus, remoti à loco concurſus duorum axium, erit non certificata, dum fuerit remota à concurſu duorum axium. Cum autem duo axes fuerint remoti, & concurrerint in ipſo: tunc uerificabitur forma eius. Cum autem duo axes duorum uiſuum concurrerint in aliquo uiſo, & hi duo uiſus comprehenderint aliud uiſum propinquius duobus uiſibus, uiſo, in quo concurrunt duo axes: aut remotius: & fuerit etiam inter duos axes: tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte. Nam cum fuerit inter duos axes, erit dextrum unius axis, ſiniſtrum alterius, & radij exeuntes ad ipſum ab altero uiſo, erunt dextri ab axe, & qui exeũt ad ipſum à reliquo uiſo, erunt ſiniſtri: & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte. Et forma huiuſmodi uiſorũ inſtituitur in duobus uiſibus, in duobus locis diuerſæ poſitionis: & duæ formæ, quæ inſtituuntur in duobus uiſibus, perueniẽt ad duo loca diuerſa concauitatum communis nerui, & erunt à duobus lateribus centri. Quapropter erunt duæ formę, & non ſuperponentur ſibi. Et ſimiliter cum fuerit uiſum in altero axe, & extra reliquum, forma eius inſtituetur in concauitate communis nerui in duobus locis, una ſcilicet in centro, & alia obliqua à centro, & non ſuperponentur ſibi. Secundum ergo hos modos inſtituetur forma uiſibilium in duobus uiſibus, & in concauitate communis nerui.

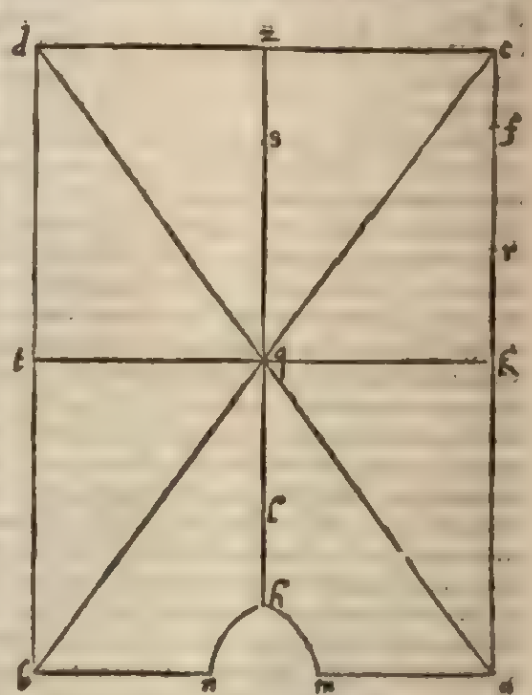
12. Viſibile aliàs unum: aliàs geminum uideri organo oſtenditur. 108 p 4.

OMnia autẽ, quę diximus, ſic poſſunt experimentari experimẽto: cum quo ueniet certificatio. Accipiatur tabula leuis ligni: cuius longitudo ſit unius cubiti: & cuius latitudo ſit quatuor digitorũ: & ſit bene plana & æqualis & læuis: & ſint lineæ longitudinis æquidiſtantes, & lineæ latitudines æquidiſtantes: & ſint in ipſa duæ diametri ſe ſecantes: à quarũ loco ſectionis extrahatur linea recta æquidiſtans duobus finibus longitudinis [per 31 p 1] Et extrahatur etiam à loco ſectionis linea recta perpendicularis ſuper lineam primam poſitam in medio: [per 11 p 1] & intingantur iſtæ lineæ tincturis lucidis diuerſorum colorum, ut bene appareant: ſed tamen duæ diametri ſint unius coloris. Et fiat cauatura in medio latitudinis tabulæ, apud extremum lineæ rectæ poſitę in medio, & inter duas diametros concauitate rotũda, & quaſi pyramidaliter, ſic ut poſſit intrare cornu nati, quando tabula ſuperponetur ei, quouiq; tangat duo anguli tabulę terè duo media ſuperficierum duorum uiſuum, quamuis non tangent. Sit igitur tabula in figura a b c d: & diametri a d, b c: & punctus ſectionis ſit q: & linea extenſa in medio longitudinis ſit h q z: & linea ſecans hanc lineam ſecundum angulos rectos ſit k q t: & concauitas, quæ eſt in medio latitudinis tabulæ, ſit illa, quæ continetur à linea m h n. Hac igitur tabula facta hoc modo: accipiatur cera alba, ex qua fiant tria individua parua columna-



ta: &c

ta: & intingantur diuersis coloribus, & erigatur unum indiuiduorum in medio tabulæ in puncto q, & applicetur tabulæ adeò, ut non possit auferri à suo loco: & sit stans super tabulam statu æquali: duo aût indiuidua reliqua erigantur super extrema lineæ latę in duobus punctis k, t: & sic tria indiuidua erunt in una uerticatione. Et hoc quidem facto: eleuet experimentator hanc tabulam, & superponat concauitatę, quæ est in medio longitudinis, cornu nasi, & inter oculos adeò, ut cornu nasi intret concauitatę, & applicetur cum tabula, & fient duo anguli tabulę apud duo media superficierũ duorum uisuum, & propinqui, ut tangãt ipsa ferè. Deinde experimentator debet inspicere indiuiduum positum in medio tabulę, & pupillam super ipsum tenere fortiter. Cum igitur experimẽtator inspexerit indiuiduum positum in medio hoc modo: axes duorum uisuum concurrent in hoc indiuiduo, & superponentur duabus diametris, aut erũt æquidistantes illis: & erit axis cõmunis, quem prius determinauimus, superpositus lineæ extẽsę in medio lõgitudinis tabulę, quę est linea h z. Deinde experimẽtator in hac dispositione debet intueri omnia, quę sunt in superficie tabulę: tunc aût inueniet unumquodq; triũ indiuiduorũ, quę sunt in punctis k, q, t unum: & inueniet lineã k q t etiã unam: linea aût h z extensa in longitudine tabulę, inuenientur duę, se secantes apud indiuiduũ positum in medio. Et similiter duæ diametri etiã, cum experimentator intuetur eas in hoc statu, apparebunt quatuor: utraq; earũ scilicet duplex. Deinde experimentator debet ponere pupillã circa alterum indiuiduorũ, quæ sunt in duobus punctis k, t, ut duo axes concurrãt in indiuiduo posito in extremo: deinde intueatur etiã in hac dispositione: & inueniet triũ indiuiduorũ unumquodq; unum: & lineam positã in latitudine etiã unam: & inueniet lineã mediam extensam in longitudine tabulæ duas: & utrãq; diametrorũ duas. Cum igitur experimentator cõprehenderit has lineas & indiuidua posita super tabulã: auferat duo indiuidua, quę sunt in duob. punctis k, t: & ponat ea super lineã h z, extẽsam in lõgitudine, unũ scilicet in puncto l, quod sequitur uisum, & reliquũ in puncto s, quod est ultra indiuiduũ positum in medio: deinde uertat tabulam ad suam primã positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduũ positũ in medio: tunc aût inueniet duo indiuidua, quatuor, & obliqua à medio, duo scilicet in dextro, & duo in sinistro: & inueniet ea super duas lineas, quæ in rei ueritate sunt una linea in medio, sed apparent duę: & inueniet quælibet duo horũ quatuor super alterã duarũ linearũ. Et similiter si abstulerit duo indiuidua ab hac linea, & posuerit ea super alterã diametrorũ duarũ, unum in parte uisus, & reliquũ ultra indiuiduũ positũ in medio: inueniet illa quatuor: nam utraq; diametrorũ apparebit duplex. Quaproter apparebunt super utrãq; linearũ, quæ sunt unius diametri, in rei ueritate duo indiuidua, unum in parte uisus, & aliud ultra indiuiduũ positum in medio. Et similiter si posuerit duo indiuidua super ambas diametros, utrumq; super alterã diametrum, & posuerit in ea parte uisus: inueniet illa quatuor: duo propinqua, & duo remota. Deinde experimentator debet auferre duo indiuidua à tabula, & ponere alterum eorum super marginẽ tabulæ, ultra punctum k, & prope ipsum ualde, ut super punctum r, & reuertatur tabula ad suam primam positionem, & dirigat pupillam ad indiuiduũ positũ in medio: tunc inueniet indiuiduũ positum in puncto r, unum. Deinde auferat indiuiduũ à puncto r, & ponat ipsum in margine tabulæ etiam ultra punctum k, super punctum remotum à puncto k, ut super punctũ f, & dirigat pupillam ad indiuiduum positum in medio: quoniã tunc inueniet indiuiduum positum in puncto f, duo. Experimentator aût inueniet omnia, quæ diximus, cum direxerit pupillam ad indiuiduũ positũ in medio, aut ad indiuiduũ positũ in linea recta in latitudine, aut ad punctũ unius lineę, quodcunq; sit, & dum duo axes cõcurrunt in indiuiduo posito in medio, aut in aliquo puncto lineæ positæ in latitudine. Si ergo experimentator direxerit pupillã in illo situ ad indiuiduũ, positũ extra lineam positam in latitudine, aut ad punctum positum extra lineam illam, & concurrerint duo axes in aliquo puncto extra lineam positam in latitudine: tunc indiuiduum positum in medio uidebitur duo: & si reliqua indiuidua fuerint in duobus punctis k, t: tũc utrumq; eorum etiã uidebitur duo. Deinde cũ experimẽtator direxerit pupillam ad mediũ indiuiduum, aut ad aliquẽ locũ lineæ positæ in latitudine: statim dispositio reuertetur ut in prima figura. Igitur à puncto b extrahantur lineæ b k, b r, b f, linea igitur k b est maior linea b t, [per thesin & 19 p 1] & linea k q est æqualis q t [ex thesi.] Sic igitur angulus t b q, est maior angulo q b k [per 4 p geometriæ Iordani. In triangulo enim b t k ab angulo t b k, inæqualibus lateribus b t, b k comprehenso, recta b q est in mediũ basis t k: itaq; angulus q b k ab ipsa b q & maiore latere b k cõprehẽsus, minor est angulo t b q, ab eadẽ b q & minore latere b t comprehenso] & angulus t b q est æqualis angulo k a q [per 8 p 1]



ergo

ergo angulus k a q est maior angulo k b q. Ergo remotio lineę a k ab axe a q, est maior quã remotio lineæ b k ab axe b q: sed differẽtia inter has duas remotiones est modica: differẽtia enim inter duos angulos k a q, k b q est parua, & indiuiduum, quod est apud punctum k, uidetur ambobus uisibus unum, quando axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud punctum q. Et duæ lineæ a k, b k, sunt æquidistantes duobus radijs exeuntibus ad indiuiduũ, quod est apud punctũ k, cum duo axes concurrerint in indiuiduo, quod est apud q. Similiter dispositio indiuidui, quod est apud punctum r, scitur: quoniam radij exeuntes ad ipsum, erũt in uerticatione duarum linearum a r, b r, & uidebitur unum: & duo anguli r a q, r b q non maximè differunt: & angulus k b r non habet sensibilem quantitatem, quando punctum r fuerit ualde propinquũ puncto k. Declarabitur igitur ex hac dispositione: quòd uisum, cuius dispositio apud duos axes est una positio in parte, & remotio radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, non est maximè differens: illud uisum uidebitur duobus uisibus unum. Anguli autem f a q, f b q sunt diuersi diuersitate maxima: & indiuiduum, quod est apud punctum f, uidebitur duo: quoniã duo axes concurrent in indiuiduo, quod est apud punctum q. Declarabitur igitur ex hac dispositione, quòd uisum, ad quod positio radiorum exeuntium à duobus uisibus est diuersa in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: licet positio eius in respectu duorum axium eadem est positio in parte. Positio autem lineæ h q z in respectu axium duorum uisuum, est positio diuersa in parte: radij etenim exeuntes ad partem h q à dextro uisu, sunt sinistri ab axe a q: radij autem exeuntes ad hanc partem à sinistro uisu, sunt dextri ab axe b q: radij uerò exeuntes ad partem q z à dextro uisu, sunt dextri ab axe a q: & radij exeuntes ad ipsam à sinistro uisu, sunt sinistri ab axe b q: & radij qui exeunt ad ipsum, sunt diuersæ positionis in parte: & remotio duorum radiorum exeuntium ad quodlibet punctum illius lineæ à duobus uisibus, à duobus axibus est æqualis: & ista linea, & omnia posita super ipsam, præter indiuiduum positum in medio, semper uidentur duo, cum duo axes concurrerint in indiuiduo posito in medio. Declaratum igitur est ex hac dispositione, quòd uisum, cuius positio in respectu duorum axium est diuersa in parte, semper uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus uisibus, à duobus axibus sint æquales. Remotiones enim quorumlibet duorum radiorum exeuntium à duobus uisibus ad aliquod punctum eius, erunt in duabus partibus diuersis. Quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius instituentur in duobus punctis concauitatis communis nerui à duobus lateribus centri. Et similiter etiam est dispositio utriusque diametrorum. Quoniam radij exeuntes ad utramlibet earum à uisu sequente ipsam, erunt à medio uisus, & propinqui axi, & sub axe, & supra axem: & radij exeuntes ad ipsam à reliquo uisu, erunt declinantes à reliquo axe: qui uerò à dextro uisu ad sinistram diametrum, erunt sinistri ab axe: qui autem exeunt à sinistro uisu ad dextram, erunt dextri ab axe. Et formæ diametrorum istarum, & omnia puncta, & omnia posita super ipsas, uidentur duo, præter indiuiduum positum in medio, quando duo axes concurrerint in medio indiuiduo.

13. Visibile medio unius uisus rectè, reliquo obliquè oppositum, uidetur geminum. 103 p 4. Idem 11 m.

DEclarabitur igitur ex hoc, quòd uisum, quod in respectu alterius uisus est oppositum medio eius, in respectu autem reliqui est obliquum à medio, uidetur duo. Nam forma puncti, quæ instituitur in medio alterius uisi, ueniet ad centrum: forma uero puncti obliqui à medio reliqui uisus, ueniet ad punctum aliud à centro, & obliquum à centro, secundum obliquationem puncti superficiei uisus.

14. Visibile, in quo concurrunt axes optici, aut radij his propinqui: uidetur unum. 46 p 3.

EX hac igitur experimentatione & expositione declaratur bene, quòd uisum, in quo concurrunt duo axes, semper uidetur unum: & quòd unumquodque uisorum, etiam in quibus concurrunt radij, qui sunt consimilis positionis in parte, inter quos non est maxima diuersitas in remotione à duobus axibus, uidetur etiam unum: & quòd uisum, in quo concurrunt radij consimilis positionis in parte, & diuersæ positionis in remotione à duobus axibus maxima diuersitate, uidetur duo: & quod uisum, quod comprehenditur per radios diuersæ positionis in parte, uidetur duo: quamuis remotiones radiorum exeuntium ad ipsum à duobus axibus, sunt æquales: & quòd omnia ista erunt sic: dum duo axes concurrent in uno uiso. Et omnia uisa assueta sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus inspiciunt ad quodlibet eorum. Ergo duo axes duorum uisuum semper concurrunt in eis, & positio radiorum residuorum, qui concurrũt in communi puncto eorum, est positio consimilis in parte, & non differt in remotione à duobus axibus maxima differentia. Et ideo quodlibet uisibilium assuetorum uidetur ambobus uisibus unum: & nullum uisibilium uidetur duo, nisi raro. Nullum enim uisibiliũ uidetur duo, nisi cũ cõpositio eius in respectu amborũ uisuũ fuerit diuersa maxima diuersitate, aut in parte, aut in remotione, aut in utroq;. Et positio unius uisi apud duos uisus non diuersatur quidẽ maxima diuersitate, nisi raro. Causa igitur propter quã unúquodq; uisorũ assuetorũ uidetur unũ ambobus uisibus, declarata est ratiõe & experientia. Et etiã cũ experimẽtator abstulerit indiuiduũ, quod est in medio tabulę, & inspexerit mediũ sectionis, quę est in medio tabulę: & intuitus fuerit tũc lineas scriptas in tabula: inueniet duas diametros quatuor: & inueniet simul duas illatũ quatuor ppinquas sibi, & duas à se remotas: & etiã oẽs se secãtes superpunctũ mediũ, qđ est punctũ sectiõis duarũ diametrorũ, qđ est super axẽ cõmunẽ: & inueniet

utramq;

utranque illarum remotarum, magis remotam à medio, quàm sit in rei ueritate. Deinde cum experimentator cooperuerit alterum uisum: uidebit duas diametros, & uidebit spatium inter eas maius, quàm in rei ueritate secundum suam pyramidationem: quod autem est magis amplum de ipso, est latitudo tabulæ: & apparebit, quòd diameter remota à medio, est diameter, quæ sequitur uisum coopertum. Ex quo declaratur, quòd duæ diametri, quæ uidentur propinquæ, cum uisio fuerit in utroque uisu: sunt illæ, quarum utraque uidetur uisu sequente: & quòd duæ diametri remotæ sunt illæ, quarum utraque uidetur uisu obliquo. Propinquitas autem duarum è quatuor est: quia cum duo axes concurrerint in indiuiduo posito in medio: tunc utraque diametrorum comprehenditur à uisu sequente per radios ualde propinquos axi. Quapropter formæ eorum propter hoc erunt in concauitate communis nerui ualde propinquæ centro, & erit punctus sectionis eorum in ipso centro: unde uidentur propinquæ sibi, & medio. Remotio autem duarum è quatuor est: quia utraque diametrorum comprehenditur etiam alio uisu obliquo ab ipso. Quapropter comprehenditur per radios remotos ab axe: & altera comprehenditur per radios dextros ab axe, & reliqua per radios sinistros ab axe alio. Quapropter formæ earum instituentur in concauitate communis nerui remotæ. Infigentur enim in duabus partibus contrarijs in respectu centri, & etiam remotis à centro: unde duę diametri habent duas formas propinquas sibi, & duas formas remotas à se. Quare uerò comprehendatur remotio utriusq; remotarũ à medio, maior quàm sit sua remotio uera: est: quia remotio, quę est inter duas diametros, cõprehenditur ab utroq; uisu maior, quàm sit in rei ueritate: & hoc apparet, quando experimentator cooperuerit alterũ uisum, & inspexerit per reliquũ. Quare uerò, quando experimentator cooperuerit alterum uisum, & inspexerit per reliquum tantùm: inueniat spatium inter duas diametros magis amplum, quàm in rei ueritate: est: quia spatium, quod est inter duas diametros, comprehenditur ab utroq; uisu ualde propinquũ uisui: & omne, quod est ualde propinquum uisui, uidetur maius, quàm sit in rei ueritate. Et causa huius declarabitur pòst, cum loquemur de deceptionibus uisus. Ex consideratione igitur dispositionum diametrorum, quæ sunt in tabula, & indiuiduorum positorum super eas, non in medio: apparet, quòd omne uisum positum super axem communem, & comprehensum à uisu per axem radialem, comprehenditur in suo loco, siue comprehendatur uno uisu, & per unũ axem axiũ duorũ uisuum, siue cõprehendatur per duos uisus & ambos axes. Et declaratur, quòd omne uisum comprehensum per unum uisum & per axem radialem, quod uisum non est super axem cõmunem, comprehenditur in loco propinquiore cõmuni axi quàm suo loco uero: & hoc etiã sequitur in eis, quæ cõprehenduntur per residuos radios, præter axem. Quoniã cũ uisus comprehenderit rem uisam secundũ quod est: & instituta fuerit forma in cõcauitate cõmunis nerui in uno loco & continua sibi inuicem secundum continuationẽ rei uisæ: & punctũ uisi, quod est super axem radialem, cum nõ fuerit super axem cõmunem, uideatur in loco propinquiore cõmuni axi, quàm suo loco uero: tunc puncta sua residua etiam uidentur in loco propinquiore cõmuni axi, suo loco uero, quia sunt continuata cum parte, quæ est apud extremum axis. Et si axes duorũ uisuum concurrerẽt in aliquo uiso extra axem cõmunem, sequeretur etiã ista dispositio: scilicet quòd uideretur in loco propinquiore cõmuni axi, quàm suo loco uero. Sed ista positio rarò accidit. Cum enim illi axes duorũ uisuum cõcurrerint in aliquo uiso: tunc in pluribus dispositionibus axis cõmunis transibit per illud uisum, & nunquã axes duorum uisuũ concurrent in aliquo uiso extra axem cõmunem, nisi per laborem aut per impedimentũ cogens uisum ad hoc. Et hæc dispositio nõ apparet in uisis assuetis. Nam cum acciderit hoc in aliquo uiso assueto: continget in omnibus uisis continuis cum illo uiso: unde positio uisorum inter se inuicem nõ transmutabitur propter hoc. Et cum positio illius uisi in respectu uisorũ uicinantium non fuerit transmutata: tunc non apparebit transmutatio sui loci, cum accident in uisis assuetis. Quando igitur consideratur hæc uia prædicta: declarabitur ex illa experientia, quòd hoc sequitur in omnibus uisis, in quibus cõcurrunt axes duorũ uisuum, quæ sunt extra axem cõmunem. Et etiam oportet experimentatorẽ accipere tres schedulas pergameni, paruas, æquales: & scribat in una uerbum aliquod scriptura manifesta: & in residuis scribat illam eandem partem: & in illa quantitate & in illa figura: & ponat indiuiduum unum in medio tabulæ, ut prius: & ponat etiam alterum indiuiduum super punctum k. Deinde applicet unam schedulam cum indiuiduo, quod est in medio tabulæ, & aliã in puncto k: & obseruet, ut positio eius sit, sicut positio primæ schedulæ: & ponat tabulam, ut prius fecit: & dirigat pupillam ad schedulam, quę est in medio in diuiduo: & intueatur illam: tunc cõprehendet partẽ scriptam super illam certa comprehensione: & comprehendet simul in illa dispositione aliam schedulã, & partem scriptã in ea, sed non bene declaratã, sicut est pars similis illi, quæ est scripta in media schedula, licet sint cõsimiles in figura, forma & quãtitate. Deinde in hac dispositiõe oportet experimentatorẽ accipere tertiam schedulam manu sequente punctum k: & ponat illam in uerticatione duarum schedularum, quę sunt in tabula, & in rectitudine extensionis lineæ, quę est in latitudine tabulæ, quæ est in superficie tabulæ, quantũ ad sensum: sed tamen sit remota à tabula: Et huius uerticatio uocetur uerticatio facialis. Et obseruet experimentator, ut positio tertiæ schedulæ, & positio partis, quæ est in illa, quando ponit schedulã, sit similis positioni duarũ schedularũ, quæ sunt in tabula: & tunc figat ambos uisus in schedulam positã in medio, & dirigat pupillam ad ipsam: & tunc quidẽ cõprehendet tertiã schedulam, si non fuerit multũ remota à tabula: sed comprehendet formã partis, quæ est in ea, dubitabilẽ, non intelligibilẽ, & nõ inueniet eam, sicut inuenit formã partis similis illi, quæ est in medio tabulę: nec sicut inuenit formã partis, quę est apud punctũ k, dum ambo uisus direxerint pupillã

ad sche-

ad ſchedulam, quæ eſt in medio. Deinde auferat experimẽtator indiuiduum, quod eſt apud punctũ k, & ſchedulam, quæ eſt in illo: & appropinquet ſchedulam, quam tenet in manu, quouſq; applicet eam ad latus ſchedulæ, applicatæ cũ indiuiduo poſito in medio: & præſeruet ſe, ut ſchedula ſit perpendicularis ſuper lineam poſitam in latitudine: & dirigat pupillam, ſicut prius, ad ſchedulam poſitam in medio: tunc quidem in medio comprehendet ambas partes, quæ ſunt in duabus ſchedulis comprehenſione manifeſta & certificata, & non erit inter duas formas duarum partium in declaratione & certificatione differentia ſenſibilis. Deinde experimẽtator moueat ſchedulam, quam tenet in manu motu ſubtili ſuper lineam poſitam in latitudine: & præſeruet ſe, ut ſitus eius ſit, ſicut erat prius: & intendat certificare ſchedulam, quæ eſt in medio, & intueatur bene duas ſchedulas in hoc ſtatu: tunc quidem uidebit, quòd quantò magis ſchedula mota remouetur à medio, tantò magis diminuitur declaratio partis, quæ eſt in ea. Cum igitur uenerit apud punctum k: tunc inueniet formam partis intelligibilem, ſed non tantùm, quantum, cum eſſet apud ſuam applicationem cum ſchedula, quæ eſt in medio. Deinde experimẽtator moueat ſchedulam etiam: & extrahat illam à tabula: & remoueat illã paulatim & paulatim in uerticatione lineæ poſitæ in latitudine: & intueatur cõſiderans optimè: & dirigat pupillam ad ſchedulã poſitam in medio: quoniã tunc inueniet, quod ſchedula mota, quantò magis remouetur à medio, tantò minus apparebit pars ſcripta in ea, adeò quòd erit nõ intelligibilis omnino. Deinde cum mouerit illam poſt hoc: uidebit, quod quantò magis illa remouetur à medio, tantò magis latebit forma illius partis ſcriptæ in ea. Et etiam cooperiat experimentator uiſum, qui ſequitur punctum t. & ligat tabulam in eadẽ diſpoſitione: & dirigat pupillam unius uiſus, qui ſequitur punctum k, ad ſchedulam poſitam in medio: & applicet aliam ſchedulam ad latus ſchedulæ poſitæ in medio, ſicut fecit prius: tũc quidem inueniet partem, quæ eſt in alia ſchedula, manifeſtam, inter quam & ſchedulam poſitam in medio, non eſt differentia ſenſibilis. Deinde moueat ſecundam ſchedulam, ut primò fecit: & intendat ſchedulam poſitam in medio: & dirigat pupillam ad ipſam: tunc quidem inueniet partem, quæ eſt in ſecunda ſchedula apud motũ latére. Et cum peruenerit ad punctum k: tunc erit inter ſuam certificationem in hoc ſtatu, & ſuam certificationem apud applicationem ſuam cum ea, quæ eſt in medio: differentia ſenſibilis. Deinde moueat hãc ſchedulam, & extrahat illam à tabula, ut primo fecit: & intueatur ſchedulam in medio poſitam: tunc quidem inuenier, quòd ſchedula mota, quantò minus remouetur a medio, tanto minus diminuitur declaratio, quæ eſt in ea: adeò quod forma eius omnino erit intelligibilis: & quantò magis remouetur à medio, tantò magis latebit.

15. Viſibile in axium opticorum concurſu certiſſimè uidetur: extra tantò certius, quantò concurſui fuerit propinquius. 45 p 3.

APparet ergo ex hac conſideratione, quòd manifeſtiſſimum uiſibilium facialium uiſui, quæ comprehenduntur ambobus uiſibus: eſt illud, quod eſt apud concurſum duorum axium: & quod eſt propinquius concurſui duorum axium, eſt manifeſtius remotiore: & quòd forma remoti uiſi ad concurſum duorum axium eſt non certificata, licet comprehendatur utroque uiſu. Amplius apparet ex hac conſideratione, quòd manifeſtiſſimum uiſibilium facialium, quę comprehenduntur uno uiſu: eſt illud, quod uidetur per axem radialem: & illud, quod eſt propinquius illi, eſt manifeſtius, quàm illud, quod eſt remotius: & quod remotum uiſum a radiali axe habet formã dubitabilem, non certificatam.

16. Viſibile magnum ſimul totum æquabiliter non uidetur. 48 p 3.

AMplius apparet, quòd uiſus non comprehendit rem uiſam, quæ eſt remotarum diametrorũ, uera comprehenſione, niſi moueat radialem axem ſuper omnes eius diametros, & ſuper omnes eius partes, ſiue comprehenſio ſit ambobus uiſibus, ſiue uno. Viſus enim cum fuerit fixus in oppoſitione uiſi, quod eſt maximarum diametrorum, non comprehendet totum uera comprehenſione: ſed ſolùm illud, quod eſt ſuper axem & prope, certificata ſcilicet cõprehenſione: reſiduæ uerò partes eius, & illud, quod remotum eſt ab axe ſcilicet, comprehendetur, ſed non certè, licet uiſum ſit faciale, & indifferenter, ſiue comprehenſio ſit utroq; uiſu, ſiue uno tantùm. Poſtea oportet experimentatorem accipere pergamenum quatuor digitorũ in omni diuiſione, in quo ſcribat lineas ſcriptura ſubtili, tamen manifeſta & intelligibili. Deinde auferat indiuiduum poſitum ſuper tabulam: & ſuperponat tabulam prope uiſum, ut prius fecit: & erigat pergamenum ſuper lineam poſitam in latitudine, quæ eſt in medio tabulæ: & dirigat pupillam utroque uiſu ad medium pergameni, & intueatur ipſum: quoniam tunc inueniet ſcripturam, quæ eſt in pergameno, apertã & intelligibilem: Sed tamen ſcriptura, quæ eſt in medio pergameni, eſt manifeſtior, quàm quæ eſt in extremis: quando uiſus direxerit pupillam ad medium pergameni, & non fuerit motus ſuper omnes eius diametros. Deinde obliquet pergamenum adeò, ut ſecet lineam poſitam in latitudine, in puncto poſito in medio tabulæ, quod eſt punctum ſectionis (obliquatio autem pergameni ſuper lineam poſitam in latitudine ſit parua) & inſpiciat ambobus uiſibus medium pergameni: quoniam tunc inueniet ſcripturam legibilem, ſed non tantùm, quantùm cum pergamenum erat faciale. Deinde experimentator debet obliquare pergamenum obliquatione maiore prima, ita ut medium eius ſit ſuper punctum ſectionis: & dirigat pupillam utroq; uiſu ad medium eius: tunc quidẽ

uidebit ſcripturam latentiorem prima. Deinde etiam obliquet pergamenum paulatim, ita ut medium eius ſemper ſit in puncto ſectionis,& intueatur ſucceſsiue: & tunc inueniet ſcripturam latére apud obliquationes pergameni: & quantò magis pergamenum fuerit obliquum, tanto magis latebit ſcriptura,adeo ut pergamenum appropinquet lineæ extentæ in medio longitudinis tabulę: & tunc ſcriptura, quæ eſt in pergameno: uidebitur multum dubitabilis, & fere non intelligibilis, & non certificata. Deinde oportet experimentatorem uertere pergamenum ad primam poſitionem: & erigere ipſum ſuper lineam poſitam in latitudine:& cooperire alterum uiſum: & inſpicere pergamenum reliquo uiſu;& tunc inueniet ſcripturam manifeſtam,& legibilem. Deinde obliquet pergamenum, ut prius fecit:& inſpiciat ipſum uno uiſu: & tunc inueniet ſcripturam latentiorem, quàm cum erat apud oppoſitionem faciatem.Deinde obliquet pergamenum plus paulatim & paulatim: & intueatur ipſum multoties: & tunc inueniet, quod quanto magis obliquatur, tanto magis latet pars ſcripta, adeò ut pergamenum appropinquet diametro,quæ ſequitur uiſum apertum. Declarabitur ergo ex hac conſideratione, quod manifeſtiſsimum uiſibilium, quæ ſunt ſuper axem radialem:eſt illud, quod eſt faciale uiſui: & quòd illud, cuius poſitio eſt magis facialis, eſt manifeſtius illo,cuius poſitio eſt minus facialis:& quod illud, quod eſt obliquum ab axe radiali obliquatione maxima,eſt dubitabile,non intelligibile,ſiue uiſio ſit utroque uiſu,ſiue uno. Deinde oportet experimentatorem uertere indiuiduum,quod erat ſuper tabulam:& ponere ipſum in medio tabulæ: & applicare ipſum ad punctum ſectionis, ut in prima conſideratione. Deinde erigat pergamenum ſuper alteram partem lineæ poſitæ in latitudine ſuper uerticationem facialem: & dirigat pupillam utroqi uiſu ad indiuiduum poſitum in medio: In hac quidem diſpoſitione comprehendet pergamenum, & ſcripturam,quæ eſt in ipſo: ſed illud, quod propinquum eſt indiuiduo poſito in medio: erit manifeſtum, & quod remotum eſt ab illo, eſt dubitabile & latens: & quanto magis remouetur ab indiuiduo, tanto magis latet. Et iterum oportet experimentatorem obliquare pergamenum in hoc ſtatu, ita ut ſecet lineam poſitam in latitudine ſuper aliquod punctum alterius eius partis: & ſit parua obliquatio: & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio.tunc quidem uidebit ſcripturam, quæ eſt in pergameno latentiorem, quàm cum erat facialis. Deinde obliquet plus pergamenum: & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio: tunc quidem uidebit ſcripturam dubitabilem,non manifeſtam,nec legibilem.Deinde oportet experimentatorem cooperire alterum uiſum,& inſpicere uno uiſu.& uertat pergamenum in ſua prima poſitione: & erigat ipſum ſuper partem lineæ poſitæ in latitudine, quæ ſequitur uiſum inſpicientem: & dirigat pupillam unius uiſus ad indiuiduum poſitum in medio: tunc quidem comprehendet etiam ſcripturam, quæ eſt in pergameno,& uidebit illam,quæ eſt prope indiuiduum,manifeſtiorem remota, & uidebit illam,quæ eſt remotiſsima ab indiuiduo,dubitabilem, & non legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut ſecet lineam poſitam in latitudine ſuper punctum partis, ſuper quam erat erectũ, & inſpiciat indiuiduum poſitum in medio,illo eodem uiſu: tunc quidem uidebit ſcripturam, quæ eſt in pergameno, dubitabilem, & illegibilem magis,quàm cum pergamenum erat faciale. Deinde obliquet pergamenum magis paulatim ac paulatim,& uidebit, quod quantò magis obliquatur pergamenum, tanto magis latebit ſcriptura. Apparet ergo ex hac conſideratione, quòd uiſum, quod eſt faciale, eſt manifeſtius uiſo obliquo: quamuis uiſum non fuerit ſuper axem radialem,ſed extra ipſum. Viſum enim quando multùm eſt obliquum,latet multùm, licet non ſit ſuper axem radialem,ſiue uiſio ſit utroque uiſu, ſiue uno tantùm. Et iterum oportet experimentatorem auferre indiuiduum à tabula: & erigere pergamenum ſuper extremum tabulæ: & ſuperponere finem eius fini latitudinis tabulæ,qui eſt c d:& dirigat pupillam utroqi uiſu ad medium pergameni:quoniam tunc inueniet ſcripturam manifeſtam & legibilem. Deinde obliquet pergamenum ita, ut ſecet latitudinem tabulę ſuper punctum z, quod eſt in medio latitudinis tabulę, & dirigat pupillam utroque uiſu ad medium pergameni:tunc quidem uidebit ſcripturam latentiorem, quam prius.Deinde addat in obliquatione pergameni paulatim & paulatim: & uidebit ſcripturam latere paulatim & paulatim, adeò, ut ſi obliquatio pergameni fuerit maxima: uideat ſcripturam ualde latentem in eadem diſpoſitione, in qua erat,quando conſiderabatur in medio tabulæ.Et ſimiliter u conſiderauerit ipſum in hoc loco uno uiſu. Deinde oportet experimentatorem ponere indiuiduum ſuper punctum z, & erigore pergamenum ſuper alteram partem latitudinis, apud extremum tabulæ,ſicut fecit in medio tabulæ: & dirigat pupillam ad indiuiduum poſitum in medio, & intueatur pergamenum, & conſideret ſcripturam: tunc enim uidebit diſpoſitionem, ſicut uidebat eam, quando erat in medio tabulæ, ſiue conſideretur utroque uiſu, ſiue uno. Deinde oportet experimentatorem etiam experiri ſchedulas paruas, quas prædiximus, apud extremum tabulæ, & uidebit diſpoſitionem in eis, ſicut cum erant in medio, ſcilicet, quòd pars, quæ eſt in media ſchedula, eſt manifeſtior parte,quæ eſt in ſchedula remota a medio: & quanto ſchedula magis eſt remota à medio,tanto magis latebit pars. Sed tamen uidebit, quòd remotio à medio,apud quam latet pars poſita in extremo, quando conſideratio fuerit apud extremum tabulæ, eſt proportionalis ad remotionem à medio,apud quam latet pars poſita in extremo, quando conſideratio fuerit in medio tabulæ:eſt enim ſecundum remotionem radiorum exeuntium ad extremum ab axe. Proportio igitur remotionis,apud quam latet forma poſita in extremo,à forma poſita in medio,ad remotionem formæ poſitæ in medio,eſt eadé proportio in conſideratione apud mediũ tabulæ, & in conſideratiõe apud extremũ eius.Et ſimiliter etiá ſi experimẽtator abſtulerit tabulá: & poluerit pergamenũ,

in quo

in quo eſt ſcriptura in maiore diſtantia, quàm longitudo tabulæ ſit, & ubi poſsit legere ſcripturam: & fuerit facialе uiſui: & intueatur ipſum: deinde obliquauerit ipſum in ſuo loco: inueniet ſcripturam latere: & ſi magis obliquauerit, magis latebit, ita quod ſi multum obliquauerit ipſum, adeo ut poſitio eius ſit propinqua poſitioni radiorum exeuntium ad medium eius: tunc uidebit ſcripturá in pergameno latentem ualde, adeó, ut non poſsit legi: & hoc uidebit, ſiue conſideretur utroque uiſu, ſiue uno tantùm. Et ſimiliter cum fixerit aliquam ſchedularum paruarum in loco oppoſito ui ſui remotiore, quam ſit longitudo tabulæ: & poſuerit ipſam facialem uiſui: & direxerit pupillam ad ipſam utroque uiſu: & poſuerit aliam ſchedulam obliquam ſuper illam, aut dextrorſum aut ſiniſtrorſum: & erexerit eam ita, ut ſit facialis: inueniet eam latentiorem. Deinde ſi aliquis mouerit ſecundam ſchedulam, & remouerit eam paulatim & paulatim à ſchedula, ad quam dirigit pupillam: inueniet, quòd forma partis, quæ eſt in ſchedula, quæ eſt in extremo, quantó magis illa remotior eſt à ſecunda ſchedula, tanto magis latet, adeò ut hat illegibilis omnino. Et ſimiliter ſi conſiderauerit has duas ſchedulas, uno uiſu: inueniet talem diſpoſitionem.

17. Viſibile uiſui directũ, certiſsimè uidetur: obliquũ tantò minus, quantò obliquius. 33 p 4.

DEclaratur ergo ex iſtis conſiderationibus omnibus, quòd manifeſtiſsimum uiſibilium in omnibus remotionibus eſt illud, quod eſt ſuper axem radialem: & quod illud, quod eſt propinquius axi, eſt manifeſtius remotiore ab ipſo: & quòd uiſum remotum ab axe maxima remotione, eſt dubitabilis formę, nõ certificabilis, & indifferenter, ſiue uiſio ſit uno uiſu, ſiue utroq;. Amplius etiam quod uiſum facialе eſt in omnibus remotionibus manifeſtius uiſo obliquo: & quod quanto magis poſitio uiſi appropinquat poſitioni faciali, tantò erit manifeſtius: & quod uiſum obliquum ſuper lineas radiales obliquatione maxima, habet formam multùm dubitabilem, & nõ certificatam à uiſu, ſiue uiſio ſit uno uiſu, ſiue utroq;, & ſiue uiſum ſit ſuper axem, ſiue extra axẽ. Quare uero uiſum multùm obliquum ſit dubitabilis formę, licet remotio eius ſit mediocris, & licet magnitudo ſit comprehenſa, ſecundum quod eſt: & quare uiſum facialе ſit manifeſtius obliquo, hæc eſt: quia forma uiſi multùm obliqui inſtituitur in ſuperficie uiſus cõgregata propter ſuam obliquationem. Quoniam cum uiſus fuerit multùm obliquus, tunc angulus, quem ſubtendit uiſum ſuper centrum uiſus, erit paruus, & pars uiſus, in qua inſtituitur forma illius uiſi, erit minor multò parte, in qua inſtituitur forma illius, ſi fuerit facialе uiſui, & partes eius paruæ ſuſtentantur apud uiſum angulis inſenſibilibus, propter maximã obliquationem. Pars enim parua cum multùm fuerit obliqua: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uiſus ad extrema illius partis, fient quaſi una linea. Quapropter ſentiens non comprehendit angulum contentum inter eas, neque partem, quam diſtinguit ex ſuperficie uiſus. Et uiſum multùm obliquum erit dubitabile, quia forma eius, quæ infigitur in uiſu, erit congregata maxima congregatione, & partes eius paruæ erunt inſenſibiles, & ideo forma eius erit dubitabilis. Et ideo ſi in huiuſmodi uiſo fuerint ſubtiles intentiones, non comprehendentur à uiſu propter latentiam ſuarum partium paruarum, & propter congregationem formæ. Viſum autem facialе eſt è contrario. Nam forma eius, quæ inſtituitur in uiſu, erit ordinata ſecundum quod eſt in ſuperficie uiſi, & partes eius paruæ, quæ poſſunt comprehendi à uiſu, erunt manifeſtæ & ordinatæ in ſuperficie uiſus ſecundum ſuam ordinationem in ſuperficie uiſi: & tunc forma erit manifeſta, & non dubitabilis. Et uniuerſaliter intentiones ſubtiles, & partes ſubtiles, & ordinatio partium uiſi non comprehenduntur à uiſu uera comprehenſione, niſi cum forma imprimitur in ſuperficie membri ſentientis, & inſtituitur quælibet pars eius in parte ſenſibili ſuperficiei membri ſentientis. Et cum uiſum fuerit multùm obliquum: tunc forma eius non imprimetur in uiſu, neque formæ aliquarum partium paruarum infigentur in parte ſenſibili uiſus. Hoc enim non fit, niſi quando uiſum fuerit facialе, aut quando obliquatio eius fuerit parua, & fuerit remotio eius ſimul ex remotionibus mediocribus, in reſpectu remotionum, quæ ſunt in illo uiſo. Comprehenſio uero magnitudinis uiſi obliqui multùm, ſecundum quod eſt, cum fuerit in remotione mediocri, licet obliquatio eius ſit maxima: non eſt ex ipſa forma uiſi, quæ inſtituitur in uiſu, tantum, ſed ex ratione extra formam, ſcilicet ex hoc, quòd comprehendens comprehendit diuerſitatem duarum remotionum extremorum eius, cum hoc, quod comprehendit menſuram formæ. Et cum uiſus comprehenderit diuerſitatem remotionis duorum extremorum uiſi multum obliqui, & comprehenderit differentiam maximam inter eas: ſtatim uirtus diſtinctiua imaginabitur poſitionem illius uiſi, & comprehendet menſuram eius ſecundum diuerſitatem remotionum duorum extremorum eius: & ſecundum menſuram partis, in qua inſtituitur forma: & ſecundum menſuram anguli, quem ſubtendit illa pars apud centrũ uiſus, non ſolummodo ex ipſa forma. Et cũ uirtus diſtinctiua cõprehenderit diuerſitatẽ duorũ extremorũ uiſi multũ obliqui, & cõprehẽderit obliquationẽ eius: ſtatim percipiet congregationẽ formę. Cõprehendit ergo menſura eius, cũ ſenſerit quantitatẽ obliquationis eius non ſecundum menſurá formæ, ſed ſecundũ poſitionẽ eius. Et partes paruæ & ſubtiles intentiones, quæ ſunt in uiſo, non poſſunt comprehendi ratione, ſi uiſus non ſenſerit illas partes, aut illas intentiones. Latentia igitur formæ uiſi accidit ex congregatione formæ eius in uiſu, & ex latẽtia partiũ eius paruarũ. Et apparẽtia formæ uiſi cũ fuerit in remotione mediocri, eſt propter impreſsionẽ formę in uiſu, ſecũdũ qd̃ eſt, & propter hoc, quòd ſentit uiſus partes eius paruas. Quare igitur forma uiſi maxime obliqui ſit dubitabilis, forma aũt uiſi facialis ſit manifeſta, declaratum eſt. His aũt declaratis, incipiẽdũ eſt à ſermõe de deceptiõe uiſus, & declarãdę cauſę & ſpecies earũ.

DE CAVSSIS, QVIBVS VISVI ACCIDIT DECEPTIO. Cap. III.

18. Ad uisionem perficiendam octo necessaria sunt: quorum quodlibet ad uitandum allucinationes, uisibili symmetrum esse oportet. 1.2.13.14.15.16.19.56 p 3. 1 p 4. Vide 36 n 1.

DEclaratum est in libro primo [36 n] quòd ad hoc, ut formas corporis uisi directè uisus comprehendat, necessaria est quorundam aggregatio, quæ sunt Longitudo: Oppositio: Lux non multùm debilis: Soliditas corporis: Magnitudo eiusdem: Raritas intermedij aeris: si enim adfuerit alicuius horum defectus, non erit uisus. Planum est etiam ex libro secundo [12. 13. 20 n] quòd nihil potest uisus comprehendere ex corporibus, nisi in tempore. Tẽpus igitur est unum eorum, quæ necessaria sunt ad hoc, ut fiat uisus. Similiter infirmitas oculi impedit uisum: quare sanitas erit unum necessariorum. Amplius iam explanatum est in parte præcedente [15. 17 n] quòd corpus multùm elongatum ab axe, occultatur uisui: & si multùm tunc fuerit declinatum, non plenè comprehendetur. Necessarius ergo est situs ad complementum uisus, cum non plena fiat comprehensio, nisi in situ determinato. Sunt ergo octo necessaria ad operationem uisus, Longitudo: Situs: Lux: Magnitudo corporis: Soliditas: Raritas aeris: Tẽpus: Sanitas uisus. Et quodlibet istorum latitudinem habet proportionatam ad rem uisam. Verbi gratia, corpus aliquod ab aliqua distantia plenè comprehenditur, ab alia non plenè: & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio illius corporis, quæ est latitudo longitudinis, respectu tanti corporis, & secundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ eius. Pari modo cum magna fuerit corporis alicuius declinatio: non comprehendentur notæ, uel particulæ, quæ sunt in eo: si autẽ in eadem declinatione uideatur corpus, in quo maioris quantitatis notæ, uel partes minus minutę fuerint: comprehendentur in minore autem declinatione corporis primi, uidebuntur eius minutiæ: & est inter has declinationes latitudo. Similiter corpus paruum circa axem situm uidetur: multùm elongatum, occultatur: & in eadem elongatione corpus maius uidebitur. Palam ergo, quòd situs habet latitudinem proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias eius. Lucem planum est habere latitudinem: fortitudo enim lucis cum magna fuerit, obtusicat apparentiam corporis: & similiter etiam eiusdem debilitas: sed erit corporum apparentia in lucibus intermedijs. Præterea in luce aliqua quædá partes corporis cõprehenduntur, & in eadẽ luce aliæ minutissimæ abscondantur, quæ in luce maiore uiderẽtur. Est ergo latitudo lucis proportionata ad magnitudinẽ corporis. Magnitudo corporis habet latitudinẽ: Si enim partes rei uisæ nõ fuerint proportionales totali: occultabũtur uisui: si uero fuerint ꝓportionales, & corpus totale fuerit modicũ, adhuc abscondentur. Vnde in ouibus & animalibus minutis particulas aliquas nõ percipimus licet sint proportionales eis: Si aũt magnũ fuerit corpus uisum, & partes eius ꝓportionales: nõ latebũt utique adeò. Est igitur latitudo magnitudinis rei uisæ proportionata ad totale corpus, cuius pars fuerit. Soliditas aũt habet latitudinẽ ꝓportionatã ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color acutus fuerit: licet paucæ soliditatis: uideri poterit, quod eadẽ soliditate manẽte nõ accideret, si color esset obtusus. Raritas aeris habet latitudinẽ. Si enim uisui & scripturæ interponatur aer parũ solidus, ut flãma uel fumus, scriptura nõ discernetur, pergamenũ tamẽ uidebitur: & sic in huiusmodi aliis. Est ergo proportionata hæc latitudo secũdũ uisa. Tempus habet latitudinẽ. Si quis enim per foramen inspiciat corpus, quod statim transeat, non percipietur. Similiter motus trochi (quia uelocissimus) in tempore multùm paruo non attenditur. Similiter accidit in motu multum paruo. Sanitas habet latitudinem. In quadam enim infirmitate minutiæ corporis uisi abscondunturin minore percipiuntur. Et generaliter quilibet situs, in quo non ueriticatur forma rei uisæ, sicut est in ueritate, est situs egressus à temperantia ad rem uisam illam proportionata. Egreditur autem situs rei uisæ à temperamento in longitudine: uel propter maximum longitudinis excrementum: uel maximam eius diminutionem. In situ fit egressio à temperantia per maximam ab axe elongationem: per situs corporis respectu duorum utiuum diuersitatem: per maximam eius declinationem. In luce egressum à temperantia efficit fortitudo maxima eius, uel debilitas nimia. In magnitudine diminutio quantitatis rei uisæ. In soliditate raritatis intensio. In aere nimia eius spissitudo. In tempore minima eius duratio. In sanitate debilitas uisus maxima, uel eius immutatio secundum aegritudinem. Habet autem temperamentum latitudinem, quæ sic patebit. Visto aliquo corpore, & paululum à uisu elongato uel adducto: dum uidetur distans à ueritate insensibili proportione, adhuc est de temperamento: & ita donec proportionalis sit, & sensibilis apparentiæ mutatio. Mensuratur etiam temperamenti latitudo in quolibet istorum secundum proportionem eius ad alia septẽ: & secundum colorem & partium corporis paruitatem. Igitur latitudo temperamenti longitudinis attenditur, & secundum colorem & secundum minutias, quæ in corpore fuerint, & secundum lucem, & sex alia, quæ dicta sunt. Secundum coloris uarietatem: quoniam corpus fortis & acuti coloris, à maiore longitudine percipitur, quàm obscuri & debilis. Vnde latitudo temperamenti longitudinis maior, est proportionata magis ad colorem fortem, quàm ad debilem. Similiter si fuerint in corpore uiso notæ notabiles, à maiore longitudine comprehendentur, quam si multùm paruæ. Vnde maior longitudinis temperantia, respectu partium corporis notabilium, quàm respectu minutarum. Pari modo maius est temperamẽtum longitudinis ad rectam corporis oppositionem pro-

nem proportionatum, quàm ad eius declinationem. Similiter erit maius secundum propinquitatem corporis ab axe, quàm elongationem. Eodem modo maior est temperamenti longitudinis latitudo in forti luce, quàm in debili. Et maior, si corpus uisum fuerit magnum, quàm si paruum. Similiter corpus multùm solidum à maiore longitudine percipitur, quàm minus solidum. Vnde soliditati corporis proportionatur longitudinis temperamentum. Ad qualitatem aeris proportionatur temperamentum longitudinis: quoniam spissitudo aeris ab aliqua longitudine corpora uisui absondit, quæ ab eadem, uel à maiore longitudine, claritas exponit. Temporis quantitati proportionatur temperamentum longitudinis. Quoniam in tempore aliquo motus corporis percipitur ab aliqua longitudine, & à maiore percipietur in maiore tempore. Pari modo in aliquo statu sanitatis uisus, in maiore longitudine uidebitur corpus, quàm in minore. Similiter mensuratur temperamentum situs, secundum proportionem factam ad longitudinem, ad colorem, ad minutias corporis, ad lucem, & ad alia, quæ enumerauimus. Et tu considera, & singulis adapta, & uidere poteris facile: & eodem modo proportionabis temperamentum cuiuslibet illorum ad omnia alia, & uidebis, quod dictum est per singula. Quando ergo singula eorum, quæ enumerata sunt, fuerint in latitudine temperamenti sui: apparebit ueritas formæ rei uisæ, sicut est in re: quando autem non apparet forma, sicut est in ueritate, egressum est uel aliquod prædictorum à temperamento, aut plura eorum. Igitur causa, quare erret uisus in comprehensione formarum, nõ est, nisi egressus alicuius prædictorum à temperamento, aut plurium. Et hæc dicenda in hac erant parte.

DE DISTINGVENDIS ERRORIBVS VISVS. Cap. IIII.

19. In uisione erratur aut solo uisu: aut anticipata notione: aut syllogismo.

PLanum est ex libro secundo [10 n] quòd comprehensio rerum fit per sensum, scientiam, syllogismum. Cum autem accidit error in his, quorum fit comprehensio per solum sensum: scimus quòd est error sensus tantùm. Cum uerò in ijs, quæ per scientiam comprehendit, quis errauerit: in scientia tantùm erit error. Si uerò in his, quæ per syllogismum comprehenduntur, erret quis: erit error in syllogismo tantùm. Sensus acquirit lucem & colorem tantùm, sicut dictum est [17 n 2.] Scientia uero prætendit ea, quæ prius sunt uisa & in uisu habita, ut lux solis cognoscitur, quod plurimùm uisa sit, & inter lucem solis & lunæ discernitur: & licet, fiat comprehensio lucis per sensum tantùm: tamen per scientiam accidit distinctio lucis. Similiter accidit per scientiam notitia figurarum, ut trianguli, quadrati, circuli, & aliarum similium. Similiter notitia asperitatis, læuitatis, umbræ, decoris, & similium. Per syllogismum fit comprehensio eorum, quæ suprà explanauimus, licet ea non plurimùm nouerit sensus. Omnis autem comprehensio rerum continetur sub aliquo horum trium modorum: & cum error accidit in comprehensione formarum, non accidit, nisi in aliquo illorum. Accidit error sensui, si corpus, in quo sit multa colorum particularium diuersitas, occurrat uisui sub luce multùm debili, ut uestis aliqua diuersis coloribus & minutis picturata, apparebit unius coloris. Et erit error in sensu propter lucem à temperamento suo egressam, cæteris à temperantia non egressis. In scientia error accidit, cum in magna longitudine uidetur aliquando homo notus, æstimatur esse alius, similiter cognitus: unde ab aliqua longitudine uidens fratrem, putat se uidere patrem, uel aliquem in hunc modum. Et est error in scientia, propter egressum solius longitudinis à temperamento. In syllogismo accidit error, ut quando motis nubibus, æstimatur esse lunæ motus. Et accidit error iste ex intemperata longitudine. Quoniam quando uisi longitudinis est temperantia, non euenit ita: ut baculum fundo aquæ infixum, & aquam supereminentem, in motu etiam imminotum uidemus, & motum transeuntis aquæ percipimus. Accidit autem error prædictus in motu lunæ, cum nubes fuerint multæ & continuæ. Et causa eius est: quoniam sicut patuit superius, [49 n 2] non comprehenditur motus, nisi per accessum alicuius ad aliquid, uel recessum consideratum. Cum ergo paucitas fuerit nubium: possumus discernere motus earum propter uniuscuiusq; ad stellam aliquam accessum apparentem, aut recessum: cum uerò cœlum nubibus fuerit coopertum, propter continuitatem earum non discernimus motum, ueruntamen lunam modò in una parte uidemus, modò in alia: unde ipsam motu celerrimo moueri concludimus. Eodem modo erit error per situm à temperamento egressum, & per unumquodque octo suprà dictorum in comprehensione per sensum, per scientiam, & per syllogismum.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE fiunt solo sensu. Cap. V.

20. Erratur solo uisu in luce & colore, propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam. 156 p 4.

EX prædictis palàm, quòd non fit comprehensio per sensum, nisi lucis & coloris tantùm. Non ergo error accidit sensui, nisi in luce & colore tãtùm. Nec accidit per lucem aut colorem, nisi propter intemperatam debilitatẽ eius aut fortitudinem: uel propter colorum minutorũ &

debilium diuersitatem. Et hæc colorum diuersitas in luce debili uenit ad oculum, tanquam aliquid obscurum aut tenebrosum: & etiam in luce forti, quando substantia colorum fuerit ualde parua. Longitudo inducit errorem sensus, cum temperata fuerit elongatio corporis à uisu, & fuerint in corpore partes minutę in coloribus diuersę, ad quas proportionata partiũ elongatio fit intemperata: apparebit enim corpus illud unius coloris tantùm: quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu particularium, licet omnia alia conueniant in temperantia. Et est error iste sensualis, cum sensus sit comprehensiuus coloris. Situs sensum errare facit, cum maxima fuerit corporis uisi declinatio: occultabuntur uisui minutæ eius particulæ. Et si in partibus minutis fuerit colorum diuersitas: apparebit in totali corpore colorum unitas. Et accidit error propter situ tantùm. Quia oppositio corpore uisui, in situ recto, alijs (sicut sunt) immotis, percipientur etiam partes corporis & coloris, cum solus situs egressus sit à temperamento. Idem error accidit ex situs intemperantia, cum elongatio partium minutarum ab axe fuerit magna. Lux multùm debilis errorem facit, abscondit enim uisui particulas corporis, & prætendit unitatẽ tenebrosi coloris: & si lux ad temperãtiam reduceretur: diuersitas colorum aut diminutio partium non occultaretur: quoniam lux sola extra temperantiam est sita. Magnitudo errorem inuehit. Cum enim partes corporis minutissimæ dissimiles fuerint in totali colore: latebunt uisum partes illæ propter suam paruitatem, & similiter eorum colores: & apparebit color unicus in corpore, magnitudine sola extra temperantiam sita: quod nõ appareret, si paruitas partiũ extra tẽperamentũ non exiret. Soliditas causa est erroris sensualis, si remissa fuerit soliditas, ut in crystallo: unde cum ei supponitur corpus coloratum, uidetur crystallus colore illo affecta, propter soliditatis paruitatem à temperamento egressam: quod non accideret, si crystallus magis solida esset. Ex raritate aeris procedit error sensualis: cum intercidit inter uisum & corpus oppositum, flamma, licet fortis coloris sit corpus uisum: uidebitur tenebrosum. Et sola raritas aeris egressa est temperamentum. Tempus est causa erroris: quoniam si subitò super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio: apparebit color singularis, donec prolongetur inspectionis duratio: luce dico, sub qua comprehenditur corpus, non forti. In luce enim debili non statim immutatur uisus secundum quemlibet colorum particularium: quod accideret in luce forti. Visus aliquando errorem prætendit: Luce enim forti in uisum cadente: læditur uisus, & statim ad colorem alicuius corporis conuersus, ipsum tenebrosum recipit, donec paululum steterit, & læsio recesserit. Pari modo cum aderit oculi infirmitas: occultabitur uisui colorum ueritas. Vnde error est ex sola uisus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo, quòd accidant errores uisui secundum quodlibet prædictorum considerati. Et accidunt in sensu tantùm: cum ex solo sensu fiat comprehensiõ colorum.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE fiunt in scientia & cognitione. Cap. VI.

21. Erratur anticipata notione: cum forma anticipata, obiecto uisibili perperam assimilatur, propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam. 155 p 4.

Dictum est in secundo libro, [14.67 n] quòd non nisi per scientiam fit definitionis rei acquisitio. Peruenit enim definitio ex similitudine uel dissimilitudine alicuius rei cũ alia, in communi forma. Et proprium est scientiæ communicare rem uisui præsentem cum re prius uisa in forma recepta: & ex hac communicatione acquiritur definitio rei cuiuscunque. Diuersificatur autem scientia in scientiam ideæ uniuersalis, aut singularis, aut utriusque. Et omnis error scientiæ erit error in aliquo istorum, aut in utroque. Cum ergo res aliqua, aut alia, aut alterius speciei apparet, quàm sit in rei ueritate: erit error in definitionis assignatione. Nec accidit error iste, nisi aliquod prædictorum fuerit extra temperamentum. Error scientiæ in longitudine erit: si à longitudine magna uideatur homo notus: apparebit forsitan esse alius uidenti notus. Vnde aliquando uidens Petrum, uisum dicit esse Martinum, cum constet utrumq; ei esse notum. In forma communi erit error: si quis ab aliqua longitudine uideat equum, & putet se uidere asinum. In utraque formarum, scilicet singularis & cõmunis, est error: ut si quis à longitudine maxima uideat equum sibi notum, & æstimet se uidere asinum sibi cognitum. Pari modo accidit error in arboribus triplex: in individuis: in communibus formis: in utrisque. Vnde aliquando una amygdalus æstimatur alia: aliquando à longitudine magna pyrus æstimatur amygdalus: aliquando pyrus Petri, creditur amygdalus Martini. Eadem triplicitas erroris ex longitudine accidit plurimum in uestibus, lapidibus, & alijs. Aliquando uidetur res ignota, & contingit error in scientia: sicut si aliquis uiderit ignem longè remotum in aere, æstimat forsitan se stellam uidere. Planum autem, quemlibet errorem prædictum cadere in scientiam, cum in eo fiat assignatio definitionis rei uisæ, quæ non est in ea, in ueritate. Palàm etiam, quòd accidit error præfatus ex longitudine extra temperamentum exeunte. Ea enim ad temperamentum reducta, alijs erroris causis (sicut sunt,) manentibus, non accidit error in scientia prædictus. Situs errorem infert scientiæ, cum corpus aliquod multùm fuerit elongatũ ab axe: non erit certa formæ cõprehensio. Vnde aliquando in hoc situ Petrus æstimabitur Martinus, aliquãdo equus æstimabitur esse asinus. Et in hac incertitudine forsan eligetur ueritas, forsan falsitas. Cum enim in hoc statu incertum sit iudiciũ: casualis electio erit. Accidit au-

cidit autem error ex intemperamento situs: quoniam ipso ad tẽperantiam reducto, non errabit iudicium ex scientia sumptum. Pari modo in magna corporis declinatione non uerificantur particulæ minutæ. Vnde accidit in hoc situ error figuræ, coloris, magnitudinis. Forsan enim quadratum uidetur circulare: & ita error in quantitate & colore. Egressio lucis à temperamẽto erroré inducit scientiæ. Debilitas enim lucis nimia errorem infert formç. Vnde accidit error in crepusculis, in animalibus, uestib. arboribus, scilicet triplex, uel in indiuiduo, uel in specie, uel in utroq.: quod non accideret in temperata luce. Amplius si fuerit egressio lucis à temperamento proportionato uiso, oppositio uisui: accidet error prædictus, licet non sit intemperata in se lux: sicut euenit in quadam auecula bicè aluerach dicta: non enim uideri potest, nisi de nocte: egreditur enim lux à temperaméto, respectu illius: percipitur aût de nocte, sicut ignis: de die uerò cũ nõ plenè discernatur, forsan papilio (cui est similis) putabitur. Et accidit error in definitione rei ex intemperata luce. Quantitas extra temperantiam sita errare facit scientiam. Vnde aliquando formica præ sui paruitate æstimatur musca tritico innata: & aliquando eadé de caussa sinapis granũ reputatur nasturtium. Soliditas à tẽperamento egressa erroré efficit, ut cũ crystallo cõtinuatur corpus rubeum, alia crystalli facie uisui oppositio uisui: æstimabit uidens colorẽ crystalli, esse rubedinẽ: unde error est scientiæ, quia in coloris definitione. Raritas aeris nimis diminuta, erroris est caussa: unde in eius spissitudine fit error in rei definitione. Similiter si oculo & corpori uiso interponatur corpus, cuius raritas extra temperantiam est, respectu aeris tẽperatæ raritatis, sicut est uitrum: æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri. Et ita est error in coloris definitiõe. Pari modo si anteponatur oculo pánus multũ rarus, & post illũ uideatur corpus: apparebit color corporis mixtus. Sed oritur quæstio, quomodo post páni oppositionẽ appareat coloris corporis mixtura, cũ partiales corporis colores accedãt ad oculũ non nisi per páni foramina: & ex páno nõ accedat ad oculũ color, nisi ex filis eius, per quę non transeunt colores corporis. Et huius rei ueritas est Quòd licet partiales corporis colores sigillatim ueniant, & in sua loca cadãt, nec commiscẽantur filorum coloribus, sed filorum colores sint ab eis separati intra uisum & extra, nec sit ibi aliqua confusio: tñ quia ualde propinqua sunt puncta, in quæ incidunt color corporis superficialis & color fili (cum non sit distantia sensibilis inter ea) uidentur quasi punctum: unde colores ibi apparent unus ex eis mixtus. Si uerò magna fuerint panni foramina, discernetur & panni & coloris corporis ueritas sine mixtura. Et quantò compressior fuerit foraminum strictura, tantò uerior apparebit mixtura. Vnde uiso corpore post pannum lanæ, uidebitur mixtura colorum plurimùm consonans colori filorum. Foramina enim panni lanei in se sunt stricta, & quoniam pilis teguntur, efficiuntur strictiora. Similiter cum aliquis ioculator facit imagines ligneas moueri, umbræ earum inspicienti per pannum, (sicut solet fieri) lineum subtilem, apparebunt aues, aut animalia formis imaginum consona. Nec accidit error iste in definitionis assignatione, nisi ex raritatis aeris diminutione. Temporis distantia extra temperamentum erroris scientiæ est caussa. Si quis enim per foramen inspiciat corpus transiens ueloci motu, non plenè acquirit formam corporis. Vnde accidit error in indiuiduo, in specie, in utroque, ut in equis, hominibus & arboribus. Similiter etiá accidit sine foramine, ut si quis subitò aliquid uideat, quod statim à uisu recedat, errabit in comprehensione illius formæ: unde forsan erit error in specie, in indiuiduo, uel in utroque. Et erit error iste ex solo tempore. Visus solus errorem facit: si lux solis fortiter descendat super colorem uiridem fortem, uel intensam rubedinem, adhibito uisu lædetur: & cum aliquid deinde inspexerit: aliud ei, quàm sit in ueritate, apparebit, aut alterius coloris, propter præsentiam læsionis. Et modo simili accidunt errores plurimi. Pari modo in oculorum ægritudine aliquando equus apparet asinus. Et accidit error triplex prædictus & in pluribus. Et planũ est, erroré esse in scientia, ex sola immoderatione uisus. Plani ergo sunt errores, qui in usu scientię accidunt secundum singulas erroris uisus caussas.

DE QVALITATIBVS DECEPTIONVM VISVS, QVAE ACcidunt in syllogismo & ratione. Cap. VII.

22. Erratur syllogismo propter singulorum uisionem perficientium asymmetriam.

PLurima eorum, quorum in uisu fit comprehensio, acquiruntur ex syllogismo, sicut patuit ex præcedente libro: & præcessit explanatio eorum, quorum per syllogismum fit comprehensio: & quod ex eis occurrat sensui compositio in singulis formis. Cum ergo acciderit error in aliquo illorum: erit error in comprehensione facta per syllogismum. Bipertita est autem partitio erroris in syllogismo: aut enim erit in propositionibus: aut in earum congregatione. In propositionibus triplex: aut enim falsa loco ueræ sumitur: aut particularis loco uniuersalis: aut in comparatione propositionum erratur. Verbi gratia. Si fuerint in re uisa partes, quæ appareant, & partes, quæ lateant, quæ tamen comprehensibiles sint uisui: Si in illam figatur uisus intentio, cum uidentem partes illæ præcedant: ex eis tantùm, quæ in re uisa acquirit, concludit. Cum etiam conclusiones aliquas, quas rei illi accidentes considerat: æstimat eas accidere ei ex partibus eius apparentibus: quoniam non nisi eas computat. Cum uero intuitus diligentiam in re uisa figit, partes prius latentes percipit, & errorem cognoscit. Enumerabo igitur errores eorum, quæ comprehendit uisus per syllogismum, quæ numero sunt uiginti duo, ut sic pateant errores in syllogismo.

Et hæc erit enumeratio ſecundum unamquamque octo cauſſarum prius dictarum, & primò ſecundum longitudinem.

23. Diſtantia immoderata creat errores in ſingulis uiſibilibus ſpeciebus. In remotione. 16 p 4.

DIco ergo, quòd longitudo egreſſa à temperamento errare facit uidentem in longitudine: ſicut accidit, cum quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet plurimùm diſtent inter ſe, uidebuntur tamen quaſi coniunctæ, aut ſaltem æſtimabuntur ſibi propinquæ. Ob eandem cauſſam euenit, ut ſtellæ aliquando reputentur quaſi coniunctæ, licet plurimum diſtent in ueritate. Ob hoc ſtellæ erraticæ æſtimantur ab hominib. in eadem ſuperficie cum fixis, licet plurimùm elongatę ſint ab eis. Eſt ergo error in longitudine propter egreſſum longitudinis à temperantia. Et eſt error iſte in ſyllogiſmo, cum longitudinis tantùm per ſyllogiſmum fiat comprehenſio.

24. In ſitu. 44. 59. 61. 62. 97 p 4.

LOngitudo extra temperantiam, ſitus errorem inducit: quoniam à tali longitudine corpus declinatum apparebit rectum: & ob hoc corpus quadratũ in hac lõgitudine declinatũ, uidebitur oblongum. Eodẽ modo oblõga apparebit circularis forma in hac longitudine declinata. Nec accidit error iſte, niſi ex declinationis occultatione, quę latet in tanta lõgitudine. Si enim appareret declinatio, nõ eſſet aſsignare, quare occultaretur ueritas corporalis formę. Eſt igitur error in ſolo ſitu ex lõgitudinis immoderatione. Et quare ignoretur ſitus, eſt hęc ratio. Exceſſus unius radiorũ in latus quadrati cadentium ſuper longitudinem alterius, nõ eſt proportionalis, reſpectu totalis remotionis corporis à uiſu: proportione dico ſenſibili: unde propter inſenſibilitatẽ exceſſus nõ ęſtimatur maior aliquo aliquis radius. Reputatur uerò oblõga quadrati forma, qñ unũ eius latus nõ declinatũ, reſpectu uiſus, cadit in partem oculi, & in minorem incidit forma lateris declinati, quoniã ſub minore angulo. Et erit huiuſmodi minoritatis perceptio, ſecundum quod fuerit quadrati declinatio. Et quoniã non attenditur declinatio, æſtimabitur unũ latus maius alio: quoniã ſub maiore angulo. Proinde forma apparebit oblonga. Pari ratione in circulari forma, una diameter maior apparet alia: unde reputatur oblõga. Et eſt error iſte ex intẽperantia longitudinis: quod nõ accideret, ſi tẽperata eſſet. Si uerò lõgitudo, licet intẽperata, non fuerit multũ magna, ſed ualida ſit illius corporis declinatio: perpendet fortaſſe uidens declinationem, ſed non declinationis ueritatẽ: imò minorem æſtimabit quàm ſit, & conferet declinationẽ lateris cum angulo, ſub quo cõprehenditur: unde minor apparebit quantitas talis quã ſit: unde & ſic reputabitur quadrati forma oblõga, ſed minus quàm priùs.

25. In ſoliditate & figura. 98. 97. 95. 50. 65 p 4.

SVperfluitas longitudinis errorem generat corporeitatis. Corporeitas aũt eſt ex diſpoſitione ſpeciei, & cõprehenditur notitia corporeitatis ex notitia huiuſmodi diſpoſitionis. Cum ergo error accidit in corporeitate, erit in ſpeciei uel ſpecierum diſpoſitione: uelut ſi ſpecies corporis incuruata ex aliqua lõgitudine uideatur plana, aut plana æſtimetur curua. Et hęc apparentia erit in figura. Eſt igitur figura ſpecierũ corporis diſpoſitio. Recipit etiã ſitũ ſpecierũ diſpoſitio: unde corporeitas includitur ſub figura & ſitu: unde errorem corporeitatis gerit in ſe error ſitus & figuræ. Accidit aũt error figuræ abſque ſitus errore ex longitudinis immoderatione. Verbi gratia, figura multorum laterum ęqualium, directè oppoſita uiſui in longitudine intemperata, circularis apparet: nõ ob aliud quidẽ, niſi quia anguli figuræ ſunt imperceptibiles uiſui. Longitudo enim illa abſcondit uiſui etiam proportionalia toti, quamuis nõ totum. Eodem erroris tenore ab hac longitudine linea curua æſtimatur recta. Non enim perceptibilis eſt maioritas acceſſus unius lineæ partis incuruatæ ad uiſum, ſuper partis eiuſdem remotioris acceſſum: quia occultatur incuruatio partiũ, licet error non accidit in ſitu lineę illius. Similiter uiſa ſphæra ab hac longitudine æſtimabitur ſpecies plana. Quoniam propinquitas tumoris eius imperceptibiliter propinquitatẽ extremitatũ ab hac longitudine excedit: unde ęſtimatur æqualis partium propinquitas: unde ſpeciei planitudo. Inde eſt, quòd ſol & luna ſuperficiales uidentibus reputantur: quę erronea excluderetur figuræ reputatio, ſi temperata eſſet longitudo.

26. In magnitudine. 28 p 4.

IN magnitudine corporis erit error ex intemperata lõgitudine: quoniã uidebitur multò minus, quàm ſit in ueritate. Et huius rei ratio eſt. Quoniã, ut diximus, longitudo intẽperata eſt, quæ partes proportionales toti proportione etiam ſenſibili abſcondit uiſui. Et cum fuerit occultatio partium ſenſui perceptibilium: anguli, in quos cadunt, non ſentientur, licet totali angulo proportionales ſint. Vnde cum diſcurrit axis rem uiſam, abſconduntur ei lineæ multę ex ea, & partes multæ. Vnde minor efficitur totalis apparentia. Amplius magnitudo partis alicuius corporis non conſideratur, niſi ſecundum magnitudinem anguli, in quẽ cadit: & magnitudo anguli attenditur ſecundũ partem in uiſu ſectam: & partis ſectę quantitas æſtimatur ſecundũ duo puncta illius partis terminalia: & puncta illa ſenſibilia ſunt, & parti ſectæ proportionalia. Quoniã à lõgitudine tanta æſtimatur res uiſa ſecundũ fines toti uiſo proportionales: aliter enim non eſſent fines illi ſenſibiles: & fines partis ſectę directè opponuntur finib. partis uiſę proportionalib. Puncta ergo illa partis ſectæ terminalia abſcondunt ex re uiſa partes ſenſibiles. Cum ergo incedit axis ſuper ſingulas rei partes: ex ſingulis partib. abſconduntur partes ſenſibiles: & ita minor apparet tota rei quantitas. Cum aũt uidetur corpus à tẽperata longitudine, puncta terminalia partis ſectę ualde ſunt parua, & quaſi inſenſibilia ad

ipſam

ipſam collata. Fines enim rebus uiſis inſenſibiles eligit in longitudine tẽperata exiſtimatio uidentis: unde non abſconduntur partes toti proportionales. Quare corpus nõ apparet minus, quam habeat ueritas eius. Amplius, ſicut dictũ eſt in ſuperioribus, [28 n 2] magnitudo nõ acquiritur in corpore, niſi ex lõgitudinis & anguli collatione: & iã dictũ eſt, quod ex immoderata longitudine apparet minor angulus: quia minor eſt in ueritate. Sed remotionis nõ fit diſcretio. Iã enim ſuprà patuit [29 n 2] quòd remotio moderata cõprehenditur per corpora interpoſita: immoderata uerò minime. Cũ ergo remotio rei uiſæ ſit ignota: fiet fortaſsis collatio ipſius ad longitudinẽ notã, & æſtimabit eã minorem. Quare putabitur minor & in angulo minoritas, & in longitudine, quã ſit in ueritate: unde error in corporis quãtitate. Et quãtò augmẽtabitur longitudo, tanto inualeſcet error. Et adeò poterit augmentari lõgitudo, ut æſtimetur quãtitas corporis quaſi punctualis. Et ſi ultrà creuerit lõgitudo; occultabitur uiſui corpus illud. Simili modo accidit corporis occultatio in lõgitudine tẽperata, nõ ex ipſa remotione, ſed ex coloris corporis debilitate. Et patet occultationem fieri ex debili colore. Quoniã ſi loco huius corporis in eadem longitudine ſtatuatur corpus eiuſdẽ quantitatis, in quo ſit fortitudo coloris, nõ latebit uiſum, ſicut corpus, in quo fuerat coloris debilitas. Quare aliquãdo occultat corpus uiſui, non elongatio, nõ diminuta quãtitas, ſed ſola coloris debilitas. Amplius, aliquãdo euenit corporis occultatio ex coloris eius ſimilitudine, cũ interpoſitorum ipſi & uiſui corporũ colore: & hoc in tẽperata longitudine. Vnde corpus albũ à longe poſitũ, effuſa niue ſuper ſupficiem interiacẽtis terræ, non diſcernitur: niue uerò remota percipitur. Let palã, quòd erat occultatio ex hac colorũ identitate. Quoniã ſi loco illius corporis opponatur uiſui ab eadem remotione corpus æquale alterius coloris, non occultabitur. Cũ igitur aliqua res oppoſita uiſui nõ percipitur, poterit eſſe cauſa abſconſionis ſuperfluitas elõgationis, ad partem uiſus inſenſibilẽ formã dirigentis, uel quaſi punctualẽ. Quòd ſi in partẽ uiſus ſenſibilẽ forma inciderit: potent iterũ prætĕrire uiſum, uel propter coloris remiſsionẽ, uel colorũ rei uiſę & corporũ interiacentiũ conformitatẽ. Amplius accidit error in rei uiſę quantitate, etiã in longitudine tẽperata. Quoniã corpore aliquo ſecundũ moderationẽ elongato & uiſo: occultabuntur uiſui partes eius minutę: quę quidẽ in minore elongatione apparent, licet fortaſsis non plene: & paululũ amplius elongatæ iterum, minus plenè. Et minuetur cõprehẽſionis plenitudo, inualeſcente remotionis augmento: donec occurrat partiũ occultatio: licet nõ egrediatur tẽperantiam illa elongatio. Iterũ immoderata remotione pars aliqua plenè cõprehenditur, aliqua minimarum eius partium occultatur. Quoniã elongatio rei egreſſa eſt a temperamento proportionato ad partes illas, licet non reſpectu totius corporis, aut cõprehenſę partis. Et licet nota ſit homini hęc longitudo: tũ accidit error in cõprehenſione quãtitatis partium: & hoc propter angulũ, ſub quo pars cõprehenditur, cuius capacitas minor æſtimatur, q̃ habeat ueritas. Et cauſſa apparentiæ minoritatis eius, eſt ex punctis terminalib. ſectę partis, in uiſu partẽ occultantib. & anguli capacitatem conſtringentib. Igitur cũ immoderata fuerit rei uiſæ ab aliquo diſtantia: proueniet error in eius quantitate dupliciter: & ex anguli minoritate: & ex lõgitudinis incertitudine. In moderata uerò longitudine erit error in quantitate minutarũ partium ex errore anguli tantùm. Et hæ ſunt cauſſæ, quare corpus æſtimetur minus, quàm ſit in longitudine temperata. Immoderatio longitudinis aliquando errorem inducit maioritatis. Vnde in longitudine immoderata, minima ſcilicet, qñ corpus uiſum fuerit multùm uicinum uiſui, uidebitur corpus maioris quantitatis, quàm in longitudine temperata, uel quam ſit reuera: & hoc duplici de cauſſa. Quoniã, ut dictũ eſt [28 n 2] intellectus longitudinem & angulum conſiderat, & inde quantitatem corporis ſyllogizat. Et in hac elongatione angulus pyramidis eſt ualde magnus: & elongatio corporis nõ æſtimatur, niſi à uiſus ſuperficie ad ſuperficiem corporis. Non enim poteſt cadere in uiſus æſtimationẽ lõgitudo, ad interiora uiſus penetrans a corpore uiſo: cũ pars eius interior radijs non ſubiaceat, nec menſurari a uiſu queat. Syllogizat igitur uiſus ex anguli capacitate & tota longitudine. Vera aũt remotio corporis attenditur ſecundum lineam à centro oculi ad corpus procedentem: cum reſpectu centri fiat conſideratio anguli. Et in temperata corporis diſtantia ſemidiameter oculi, qua uera corporis elongatio excedit apparentem, inſenſibilis eſt, reſpectu totalis diſtantiæ corporis. Vnde non facit errorem in longitudinis æſtimatione: ſed corpore circa oculum exiſtente, erit magnitudo ſemidiametri proportionalis diſtantiæ corporis proportione ſenſibili. Erit enim aliquando maior, aliquando æqualis, aliquando minor, ſed proportione modica, uelut ſubdupla, uel huiuſmodi. Vnde in propinquitate rei uiſæ excrementum anguli pyramidalis, & ſenſibilis minoritas longitudinis æſtimatæ, reſpectu ueræ, inducunt apparentiam maioritatis in corpore.

27. In diuiſione, & continuatione & numero. 109 p 4.

IMmoderata extenſio remotionis errorẽ inuehit diſtinctionis. Pariete enim aliquo à lõgè uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus: fiet uidenti fides, colorẽ illũ eſſe diſtinctionem partiũ: unde continuum ex hoc errore reputabitur diſcretum. Similiter ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, uidebitur forſan diſtinctio partium, inter quas fuerit pars occulta ab omni oppoſitione herbarum: Vnde non reputabitur paries aliquid continuum. Pari modo luce ſolis in parietem deſcendente non multùm forti: ſi corpus aliquod umbram iaciat, quæ umbra in parietem cadat: accidet error idem in partium, ſine internedio, ſeparatione. Palàm ergo, quòd error diſtinctionis in ſyllogiſmo eſt ex immoderatione remotionis. Longitudo à moderatione egreſſa erroris continuitatis eſt cauſſa. Corpora enim à longè uiſa in colore ſimilia ſibi, propinqua credũtur cõtinua.

Hinc

Hinc accidit quòd tabulę parietis uel ſcamni apparent aliquãdo cõtinuæ: licet abinuicẽ ſint diuiſæ, modica, dico, diſtinctione. Et accidet hoc etiã in intẽperata remotione rei uiſæ, ſcilicet iminoderata, quantũ ad comprehenſionẽ remotionis diſtinctionis tam paruæ. Et ita ex hoc remotionis errore diſcretum creditur continuum. Et quoniam ſecundum conſiderationem continuitatis & diſcretionis attenditur numeri comprehenſio: accidit error in numero, cum in rebus diſcretis apparebit unitas, aut in re una prætendetur pluralitas.

28. In motu & quiete. 138 p 4.

EGreſſus remotionis à moderamine errorem efficit motus. Si quis ad partem, in qua lunã, aut ſolem, aut ſtellam aliquam uiderit, moueatur, cum plurimùm motus, lunam ante ſe uiderit elongatã, non minus, quàm in principio motus: concludit ipſam in eandem partem moueri, & ab eo recedere: & ob hoc elõgationes durare. Et accidit hoc, luna etiã ad partem contrariam properante. Et huius erroris ratio eſt: Quia notum eſt uidenti, quòd in his inferioribus naturis, ſtatutis duobus corporibus quorum unũ moueatur in partem aliquã, ſi permanſerit idẽtitas ſitus unius reſpectu alterius: neceſſe eſt aliud moueri in eandem partẽ, & motu æquali Verũ hoc nõ oportet exiſtimare in luna & ſtellis. Cum enim in his non percipiatur ſitus motus mouentis ad ſtellã motam: occultè ex propoſitionibus iamdudum animo notis infertur ſyllogiſticè motio, & occultatur immutatio ſitus mouentis ad ſtellã. Quoniam uia, quã quis peragit motu ſuo, nõ eſt proportionalis ipſius ſtellę magnitudini: multò magis igitur exceſſus poſtremę propinquitatis eius ad ſtellã ſuper primam propinquitatẽ, nõ eſt ſenſibilis reſpectu totalis remotionis. Idem error accidit in motu nubium: creditur enim uelociſſimus eſſe lanę motus, licet non ſit, ut nos ſuprà [19 n] explanauimus. Euagatio remotionis a tẽperamento, erroré infert quietis. Si quis à longè uiſus motu non uelociter moueatur: putabitur quieſcere: unde ſtellas errantes credimus immotas: licet inſit eis motus uelocitas. Et eſt hęc quietis ſtellarum æſtimatio. Quoniã uiæ, quas incedunt etiã in tẽpore magno, nõ ſunt perceptibiles uiſui a tanta remotione. Vnde durante ſitu earũ, reſpectu uidentis, ident.tate æſtimãtur quieſcere. Pari modo ſi corpus aliquod à lõgitudine moueatur ſuper radios uiſus: & accedat ad ipſum uiſum, uel recedat ab eo: putabitur immotũ, niſi motus eius fuerit ualde fortis. Et accidit iſte error, quoniã, ut ſupra [49 n 2] patuit, motus non cõprehenditur in corpore, niſi quia modò uidetur cũ aliquo corpore, modo cum alio. Hic autem excluditur hæc perceptio: quoniam uia, quam incedit mouens ſuper radios, imperceptibilis eſt à tanta longitudine.

29. In aſperitate & lenitate. 141 p 4.

SVperflua longitudo errorẽ ingerit aſperitatis. Vnde in capillis alicuius pictę imaginis à lõgitudine intẽperata æſtimatur aſperitas, cũ expreſſa fuerit pictura. Quia enim notum eſt aſperitatem eſſe in ueris capillis: concludit eã animus illis ſimiliter ineſſe propter expreſsionẽ formæ. Idem error accidit in uestibus depictis, & animalium pilis expreſsè depictorum. In his aũt omnibus nõ eſt aſperitas, ſed immensa lęuitas. Et licet à corporibus lęuibus fiat reflexio lucis, nõ ab aſperis: tñ in pictura aliquando uidetur reflexio lucis, nec ob hoc excluditur opinio aſperitatis. Quoniam opinãri eſt certũ aliquando in eodẽ corpore aſperitatis & reflexionis fieri concurſum, ſicut accidit in capillis hominis nigerrimis & bene lotis: reflectitur enim lux in eis, licet aſperis Vnde ex hac ſimilitudine accidit error in æſtimatione aſperitatis picturæ per iminoderatã remotionẽ, ad corpus pictum proportionatum Non enim poterit cõprehendi ęquitas in pictura, niſi cum multùm fuerit certa. Vnde diſtantia reſpectu alterius rei extra temperantia, eſt ad acquiſitionẽ lęuitatis comparata. Ex euagata remotione accidit error in lęuitate. Si enim a magna longitudine opponatur uiſui corpus, in quo modica eſt aſperitas, putabitur lęue. Aſperitas enim nõ acquiritur in corpore, niſi ex diuerſitate ſitus partiũ inter ſe, uel luce eminẽtiũ, uel umbra depreſſarũ, ſicut explanatũ eſt ſuperius [53 n 2:] & à tali longitudine non percipitur diuerſitas ſitus partium eminentium ſuper depreſſas, aut proiectio umbræ. Vnde iudicatur in eo lęuitas.

30. In raritate & denſitate. 144 p 4.

EX iminoderatione elongationis oritur error raritatis. Cum enim circa oculũ erigitur acus, aut aliquid ſubtile multum: licet appareat uiſui maius, quam ſit: tñ nihil occultat ei de oppoſito pariete, aut alio oppoſito corpore. Vnde cum fiat raritatis comprehenſio in corpore, ex eo, quòd poſt ipſum poſſumus aliquid uidere: in acu erecta, aut in aliquo ſimili, raritas æſtimabitur, cum poſt ipſam totus paries uideatur. Quare aũt acus prope uiſum ſita maior appareat, patet ex ſuperioribus. Quare autem in tanta propinquitate nihil abſcondat uiſui ex pariete oppoſito: eſt: quia remotio tam modica, reſpectu occultationis acus, iminoderata eſt. Si enim paululũ elongetur ab oculo acus illa: occultabitur pars parietis maior acu ipſa. Et huius rei cauſa plenius explanabitur. Ex ſuperabundantia longitudinis accidit error ſoliditatis. Si quis enim à lõge intueatur corpus rarum, & ſtatuatur poſt ipſum corpus coloratum, aut quid tenebroſum: non reputabitur corpus illud rarum, ſed ſolidum. Et eſt error: quoniã poſt corpus illud non percipit aliud, cũ natura rari ſit, ut poſt ipſum poſsit uideri ſolidum: concludetur corpus illud non eſſe rarum, ſed ſolidum.

31. In umbra & tenebris. 147 p 4.

EX ſuperfluitate remotionis oritur error in umbra. Si enim à tali lõgitudine opponatur uiſui corpus albũ, in quo ſit pars tenebroſa, luce ſolis ſuper corpus illud deſcẽdente: apparebit umbra in parte

parte corporis tenebrosa: & si circa corpus illud uideatur aliud: fiet conclusio, quòd umbra apparēs projiciatur ab illo alio. Et palam, quòd accidit error iste ex nimia remotione. Propter distantiæ excessum se ingerit error tenebrarum. Si enim procul uideatur corpus album, in quo pars nigra multùm sit: æstimabuntur fortassis in parte illa tenebræ: unde fiet conclusio, quòd in directo illius partis sit foramen corporis, per quod appareat tenebrarum egressio post corpus illud existentium.

32. In pulchritudine & deformitate. 150 p 4.

REmotio excedens modum caussa est erroris pulchritudinis & deformitatis. Cū enim procul inspicitur res aliqua, si fuerint in ea maculæ paruę, eā deformantes, quia occultantur ex lōgitudine, iudicatur formosa: quoniam ex solis apparentib. fit conclusio, & latent maculæ, apparent uerò partes formosę. Similiter si à tanta lōgitudine uideatur res, in qua sunt picturę, sed minutæ, rei totali decorem conferentes: cum lateant usum caussæ decoris: iudicabitur res illa deformis, cum ex apparentibus tantùm sumat iudex iudicium.

33. In similitudine & dissimilitudine. 153 p 4.

EX superflua elōgatione accidit error in similitudine corporum & dissimilitudine. Si enim dirigantur uisus in corpora lōge remota in colore similia, & si fuerint in eis notæ uel protractiones minutæ sibi dissimiles & diuersę, quę cū uisus prætereant: iudicabuntur corpora ex toto similia. E`contrario si diuersitas fuerit in totalibus corporum coloribus, sed in eis sint notæ minutę, inter quas sit similitudo: iudicabuntur dissimilia ex toto. Et accidet error: quoniam ex solum apparentibus fiet conclusio.

34. Situs immoderatus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia. 16 p 4.

SItus egreditur à temperamento, & errorem inducit in quolibet eorum, quorum sit cōprehensio per syllogismum. In longitudine, ut si uideātur duo corpora, quorū unum sit post aliud directē, ita ut unū cooperiat partē alterius, & pars posterioris emineat: & hoc in lōgitudine tēperata, non tñ multùm certa, nec inter ea fuerint alia corpora: nō plenè æstimabitur longitudinis unius ad aliud mensura. Et forsitā iudicabit uidens ea uaide sibi esse propinqua. Et est error in syllogismo, cum per syllogismū tantùm comprehendatur longitudo: per situm uero, quoniam, si unū nō occultaret alterius partem, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ut uia inter ipsa in diuersos, nō in eundem incideret radios: discerneretur distantia unius ab alio. Et est error ex sola situs intēperātia: quoniam situ ad temperantiam reducto (cæteris partibus non mutatis) non accidit error talis.

35. In situ. 44 p 4.

SItus extra temperantiam, in situ errorem inuehit: cadente enim axe uisuali in corpus à temperata longitudine oppositum uisui, sumpto alio corpore multū elōgato ab axe, & declinato modicū super lineam intellectualē, super quā cadit axis perpendiculariter: nō cōprehendet uidēs corporis illius declinationē propter situm à temperamento egressum: quoniā non plena fit cōprehensio corporum ab axe longè positorū [per 15 n.] Et in hoc errore declinatū iudicabit uisus rectū.

36. In figura. 97. 96. 61. 62 p 4.

IN figura autem error est per situm. Si enim corpus circulare, ut schyphus uel scutella ab axe elōgetur, & modicum super lineā intellectualē, quā diximus, declinetur: occultabitur eius declinatio, & una eius diameter sub maiore angulo comprehendetur, quàm alia. Quæ enim apparet recta, maiorē respicit angulū, quā declinata. Et quia notabilis est unius anguli ad aliū excessus: iudicatur diameter recta maior declinata: unde circularis figura corporis, iudicabitur oblonga. Pari errore figura quadrāgula æstimabitur oblonga, cū latus eius directē oppositū oculo, maius appareat latere declinato. Et est error in syllogismo. Prœmittit enim propositiones, in quibus est falsitas, scilicet: neutrum laterum esse declinatum: & uisa ab eadem longitudine sub eodem & inæqualib. angulis, esse inæqualia: & oblongam esse formam, cuius unum latus est inæquale alij. Inde concluditur error, non ueritas figuræ.

37. In magnitudine. 28 p 4.

EX eadem caussa palàm, errorem esse in quantitate, cū diameter circularis corporis maior uideatur alia eiusdem diametro, cui est æqualis. Amplius alio modo accidit error in magnitudine, ex situ intēperato & solo: cū aliquis in alto positus intuetur sub altitudine illa incedētes & interse æquales, eis in ordine uno post aliū dispositis, radius cadens super primū absq; dubio demissior erit radio cadente super secundū: & secundum, quod augmentabitur elōgatio alicuius eorum à primo, secundum illud maior erit radij super ipsum cadentis altitudo. Vnde altior erit radius cadēs in postremū, quàm in aliquē aliū. Iudicabitur ergo à uidente postremus maior omnib. Ita dico, si terræ spatium inter quoslibet duos situm lateat uisum, ne in collatione ad terram apparētem facta, cōprehendi possit altitudinis hominū mensura: erit error in syllogismo: quoniā errat in antecedentib. quorum unum est: Quæcunq; apparent altiora, sunt maiora: & hoc non inuenitur in omnibus, sed in pluribus. Et est error ex situs immoderatione, respectu cōprehēsionis magnitudinis rei sic dispositæ. Si enim radius cadens in primum sit æquidistans terræ, & idē radius cadat in quemlibet alium processu suo: non habebit locum error iste.

38. In

38. In diuisione, continuatione, & numero. 109 p 4.

IN distinctione prouenit error ex excessu situs: si enim magna fuerit corporis alicuius super radi os declinatio, & fuerint in eo puncta sensibilia nigra, uel ualde tenebrosa: putabũtur forsitã esse foramina: & ita inter partes huic tenebricositati affines iudicabitur diuisio, licet ibi sit cõtinuitatis unio. Si uerò in hoc corpore fuerint lineæ sensibiles tenebrosæ: iudicabuntur contermin ales diuisę, cũ sint continuę. Et ita error accidit ex corporis declinatione. In cõtinuitate erit error ex situ: si opponatur uisui plurium parietum dispositio, quorum unus sit ordinatim post aliũ, modicũ distans ab eo, & omnes cadant super eundem radium: occultabitur forsitã uidenti spatium, quod inter eos fuerit: unde putabuntur cõtinui, cum sint diuisi: quod non accidet, situ parietũ immutato, ut non cõprehendantur sub eodem radio. Error inducitur in numero ex situ immoderato, quando corpus aliquod uidetur duo: & hoc accidit, cum respectu duorum uisuum, corporis diuersus fuerit situs. Pari modo & in corpore uno iudicatur pluralitas, cũ inter duos axes corpus uisum ceciderit, sicut suprà patuit [11 n.] Et est error in syllogismo: præmittit enim uidens esse diuersa corpora exterius uisa, cũ forma interius in diuersa uisus ceciderit loca: Inde diuersitatem, ubi identitas est, concludit.

39. In motu & quiete. 138 p 4

IN motu oritur error ex situ, ut nauim currentẽ in flumine, aliquo inspiciente, si fuerint in littore fluminis arbores ab axe multùm elongatę, putabuntur moueri: & si fiat directio axium super eas, uidebuntur immotæ. In quiete error ex situ se ingerit: uisa re aliqua, ut rota, quæ motu citissimo uoluatur ab axe elongata: apparebit immota. Et planum est per situm esse errorem: quoniã situ mutato percipietur eius motio: unde error est ex situ solo intemperato.

40. In asperitate & lenitate. 141 p 4.

IN asperitate situs errorem facit. Si enim à capillis expressè depictis, fiat reflexio lucis, nec fuerit uisus in loco reflexionis: fiet in eis comprehensio asperitatis, cum sola sit in eis læuitas. Et ex situ solo est error: quoniam uisu sub luce reflexa fixo, non cõprehenditur asperitas in corpore uiso. In læuitate erit error ex situ: cũ aliquid fuerit elongatum ab axe, & modica fuerit in eo asperitas: apparebit lęue: cuius quidẽ asperitatẽ (situ ad temperantiam reducto) posset uidens comprehendere.

41. In raritate & densitate. 144 p 4.

IN raritate & soliditate fiet error ex situs immoderamine. Si enim descenderit lux declinata in uitrũ uino plenum, & lateat uisum transitus lucis per uitrũ, & magna sit declinatio illius lucis à radijs incidentibus, & uidentem lateat uinum esse in uase uitreo: æstimabitur à uidente uinum solidum corpus unum cum uase. Et non accidit error iste transitu luci per uas uitreum patente. Vnde error in situ ex raritate & soliditate.

42. In umbra & tenebris. 147 p 4.

IN umbra & tenebris. Corpore enim aliquo ab axe elongato, si fuerit in eo pars tenebrosa: putabitur fortasis umbra: & corpore aliquo circumposito: ęstimabitur procedere ab illo. Si aũt in corpore illo fuerit pars multum nigra: æstimabitur forsitan in loco nigredinis perforatio, per quam egrediantur tenebrę. Quod non accideret in corpore statuto in situs temperantia.

43. In pulchritudine & deformitate. 150 p 4.

IN specie & deformitate aũt error accidit ex situ: cum corpus aliquod remotum fuerit ab axe, & fuerint in eo multæ minutæ maculæ, ipsum deturpantes: occultabuntur, & iudicabitur in corpore species. Vnde facies lentiginosa in hoc situ uidetur speciosa. Similiter in hoc situ obliquo latẽt uidentẽ lunę adhęrentes maculæ: unde adscribitur decor lunæ sic inspectæ. Si autẽ in corpore uiso fuerint picturę, ei speciem reddentes, nec sit corpus decorum, nisi ex prætentu earum, cum ipsæ in hoc statu lateant uisum: iudicabitur corpus deforme. Et est error in syllogismo: quia per apparentiam tantùm fiet deformitatis uel decoris conclusio.

44. In similitudine & dissimilitudine. 153 p 4.

IN similitudine & dissimilitudine ex situ error oritur. Si enim longè ab axe statuãtur duo cõcordantia in figura, specie & colore, sed in eis sint modicæ & dissimiles notę: iudicabitur in eis similitudo omnimoda: cum notæ illæ uidenti sint ignotę. Si aũt fuerit diuersitas inter ea, in specie, figura & colore, sed in eis sint notę similes: putabuntur ex toto dissimilia, cũ aliqua dissimilitudo sit inter ea. Et ita est error in similitudine & dissimilitudine, propter conclusionẽ ex apparentib. tantũ factam. Et in omnib. prædictis procreatur error ex solo situ intẽperato: quoniam eo intra temperamentum sito, alijs (sicut sunt) manentibus, non accidit erronea æstimatio.

45. Lux immoderata creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia. 16 p 4.

LVx à temperantiæ finibus egreditur, & ob hoc solùm in omnib. quorum fit acquisitio per syllogismum, error procreatur in longitudine ex lucis paruitate. Si enim in longitudine tẽperata non multũ certa, fiat hominũ dispositio, ut sit unus post aliũ, & uisu huic dispositioni de nocte adhibito: uidebuntur sibi cohęrere, & incõprehensa inter eos distantia, propter debilitatẽ lucis,

quæ

quæ pateret, si lux esset fortis: qui homines, si in eandem partem moueantur, æquali motu simul semper moueri putabuntur.

46. In situ. 44 p 4.

IN situ. Vt si in nocte non obscura aliquid modicè à uisu declinatum, opponatur uisui: æstimabitur in eo situs rectitudo, propter debilitatem lucis egressæ à temperamento.

47. In figura & magnitudine. 97. 28 p 4.

SImiliter figura multorum laterum æqualium, circularis apparebit de nocte aspecta: quoniã occultat angulos lux nimium debilis. Pari modo sphæra sic uisa reputatur superficies plana: quia occultatur uisui partium eminentia. In magnitudine. Vt nocte inspecto homine & uiso nemore, aut remoto ab eo, pariete, uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel parietem, cum lateat uisum distantia eorum, licet sit plurima. Et forsan exibit idem radius super caput hominis & altitudinem nemoris, secundum quantitatem distantiæ à nemore: & in hoc situ uidebuntur esse eiusdem altitudinis: aut forsitan homo uidebitur esse maioris: quod non accideret, si lux in temperamento esset: quoniam distantia hominis ad nemus discerneretur, & altitudo uniuscuiusque secundum terram apparentem mensuraretur.

48. In diuisione, continuatione & numero. 109 p 4.

IN distinctione, numero, continuitate erit error ex lucis debilitate. Vt si de nocte uideatur tabula, in qua sit linearum obscurarum protractio: putabit forsan uidẽs diuisiones esse uel fissuras. Et ita error est in distinctione, quia continuũ apparet diuisum. Et in numero, quia pluralitas in uno. Similiter existente uisu in lucis fortis reflexione: si adhibeantur corpora modicũ distantia: apparebunt continua. Et ita error est in cõtinuitate, propter luccm nimiùm aut fortem aut debilem.

49. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu & quiete accidit error ex luce. Si enim nocte cõprehenderit uisus hominem, & remotũ ab eo nemus: occultabitur distantia hominis ad nemus: & si moueatur uidens ad hominem illũ, quantò magis ad illum accesserit, tantò distantiam illam certius uidebit. Vnde cum prius simul cum nemore appareret ei homo uisus, quando ad eum accedit, plus uidetur à nemore remotus: & cum certum sit ei, nemus immotum manere: syllogizabit hominem uisum à parte nemoris incedere, licet ueritas habeat ipsum immotum esse: qui error nõ accideret in temperata luce. In quiete. Vt homo de nocte uisus non plenè comprehenditur: unde si modicum uideatur, nõ discernitur, & motus putabitur quiescere.

50. In asperitate & lenitate: raritate & densitate: umbra & tenebris. 141. 144 p 4.

IN asperitate & læuitate erit error. De nocte enim uisa asperitas iudicatur forsan læuitas: aut è cõtrario, secundum quod fuerit rei uisæ qualitas. In raritate & densitate. De nocte enim remissa iudicabitur in corpore multũ raro raritas: quia cũ post ipsum non plena fiat comprehensio solidi: æstimabitur remissio raritatis eius uiam negare uisui: Corpus uerò modicè rarũ uidebitur solidũ. In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo fuerint partes obscurę, & cadat super parietẽ illum lux candelæ: iudicabit forsitan uidens obscuritatẽ illam esse umbrã: & uidebitur ei forsitan, quòd procedat apparens umbra à uicino pariete: & ita error est in umbrę æstimatione. Similiter si fuerit in parte parietis nigredo multùm: æstimabitur forsitan uacuitas foraminis iter prębens egredientib. tenebris. Et si tota parietis superficies afficiatur intensa nigredine: totus forsitan putabitur tenebrę, ut accidit in pariete cooperto ignis fuligine, & uiso in debili luce.

51. In pulchritudine & deformitate: similitudine & dissimilitudine. 150. 153 p 4.

IN specie & deformitate. Palàm enim, quòd de nocte uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut in lentiginosa. Et si fuerint in re uisa picturę subtiles, totalis speciei caussæ, cum in nocte uisum lateant: uidebitur res deformis. In similitudine & dissimilitudine. In corporib. enim eiusdem speciei, coloris, & figurę, in quibus est partialis diuersitas per latẽtes notas: in debili luce omni modo similitudo iudicabitur. Et si diuersa fuerint corpora, in specie, colore, & figura, sed ex aliquib. notis conformitas est partialis: propter occultationem notarum ex remissione lucis, iudicabitur omnimoda diuersitas corporum. Et palàm, in omnibus prædictis errorem accidere ex sola debilitate lucis, cum ipsa intra terminos temperantiæ sita, error non accidat, alijs immotis.

52. Magnitudo immoderata creat errores in singulis uisibilib. speciebus. In distantia. 16 p 4.

QVantitas egreditur à temperantia, & ille egressus caussa est erroris in omnibus, quibus fidẽ facit syllogismus. Error erit in longitudine ex caussa prædicta: ut si uideantur duo homines à longitudine temperata, & in suo genere maxima, & unus paululum fuerit ante alium: non discernetur uia inter eos sita: unde unus eorum apparebit circa alium Et accidit error quoniam distantia eorum cum multùm sit parua, non est proportionalis totali eorũ à uisu elongationi, licet elõgatio sit temperata Est aût error in longitudine, quoniam homines illi iudicabuntur ab oculo ęquè remoti: & ita quantitas unius longitudinis maior, quàm sit in ueritate. Vnde error in longitudine.

53. In ſitu.44 p 4.

IN ſitu propter quantitatis paruitatem eſt error. Quoniam granum ſinapis ſi fuerit ab oculo declinatum,tamen uidetur rectum: quoniam pro paruitate nimia non poteſt deprehendi declinatio huius grani ſuper lineam intellectualem,in quam axis communis cadit orthogonaliter: quoniam non plenè diſcernitur longitudo inter hanc lineam & extremitates grani, cum ſit minima. Et ſecundum hanc lineam conſideratur declinatio eius ſuper lineam illam. Et ſecundum hanc longitudinem conſideratur ſemper declinatio rei uiſæ,reſpectu uiſus utriuſque. Et ita error eſt in ſitu, ex quantitate immoderata.

54. In figura & magnitudine.97.28 p 4.

IN figura. Cum enim res uiſa fuerit multùm parua, & fuerint in ea anguli : anguli occultabuntur uiſui: unde fortaſſe eius forma,cum non ſit,æſtimabitur rotunda aut longa: & ſi fuerit in ea incuuatio modica,latebit uiſum,& æſtimabitur ſuperficies eius plana : unde palàm,quòd error eſt in figura.In quantitate. Quantitas intemperata errorem inuehit: Propoſitis enim uiſui duobus corporibus,quorum unum modicè excedat aliud in longitudine ſola,aut in latitudine:forſitá iudicabuntur æqualia omni dimenſione.Et eſt error iſte : quoniam excrementum unius dimenſionis ſuperaliam,euaſit fines temperantiæ,reſpectu uiſus, cum ſit ei inſenſibile præ nimia ſua diminutione : Ob hoc neceſſariæ ſunt menſuræ, ut uerificentur quantitates corporum : cum non acquiratur certitudo per uiſum.

55. In diuiſione,continuatione,& numero:motu & quiete.109.138 p 4.

IN diuiſione error accidit. Capillo enim adhęrente uitro: apparebit diuiſio eſſe in uitro & fiſſura, cum ibi ſit continuitas uera:& prouenit hoc ex capilli tenuitate,quoniam ſi adhęſerit uitro quantitas corpulenta:non æſtimabitur in eo fiſſura.In continuitate. Si enim prætendantur uiſui folia pergameni tenuia,æqualis latitudinis bene compreſſa,& ignoret uidẽs eſſe folia: iudicabit ipſa eſſe cõtinua,& unũ corpus efficere. Et eſt erroris cauſſa quãtitas uię interiacẽtis inter folia, quę præ ſua paruitate non percipitur à uidente.Et eadẽ erit cauſſa erroris numeri,quæ cõtinuitatis . In motu.Si enim moueantur duo,quorum unum moueatur paulò uelocius alio : putabit uidẽs æqualẽ eſſe motum eorum:quia inſenſibile eſt unius ſuper aliud excrementum uidenti. Similiter quantitas exceſſus uiæ,quã incedit unus ſuper eã,quã incedit alius,imperceptibilis eſt uiſui. Vnde iudicatur æqualitas uiarum & motuũ.In quiete.Cũ enim offertur uiſui aliquid multũ paruum, forſitan mouebitus pars eius aliqua,& ipſum iudicabitur immotum,cum motus partis lateat uiſum.

56.In aſperitate & lenitate:raritate & denſitate:umbra & tenebris. 141.144.147 p 4.

IN aſperitate & læuitate.Cũ enim occurrerit uiſui res multũ parua:iudicabitur forſan æquitas,ubi fuerit aſperitas,& è cõtrario. Quoniá,ut dictũ eſt, [53 n 2] aſperitas nõ cõprehẽditur in corpore, niſi ex umbra quarundam partiũ ſuper alias,uel eminentia earum, & depreſsione aliarũ:quod totum occultabitur iudicio uidentis,præ nimia paruitate corporis. In raritate & ſoliditate. Si quis erum intueatur corpus ualde paruum politũ, ut ab eo lux poſsit reflecti,ſicut eſt margaritæ ſimile:rum eſſe iudicabitur,cum non ſit Similiter uiſo corpore raro multũ paruo, quod poſt ipſum non ſit corporis ſolidi comprehenſio:exiſtimatur eſſe ſolidum In umbra & tenebris. Si enim in pariete albo uiſui oppoſito fuerit punctorum ualde nigrorum diſtinctio,adhibita ſolis luce,ſed directe in parietem cadente uel prope:æſtimabuntur à uidente ſingula puncta ſingula eſſe foramina,poſt quę erumpant tenebræ. unde error cum tenebrarum æſtimatione ex ſola punctorum paruitate: qui non accideret, ſi nigredo quantumcunq; intenſa magnam partem parietis inficeret. Si aũt fuerit in punctis illis nigredo non adeò intenſa:reputabũtur quidem puncta illa, foramina,in quibus ſit umbra: cum lux nõ penetret ea, ſicut ſolet accidere luce ſuper multorum foraminum ſpeciem cadente. Vnde error umbræ ex ſola punctorum diminutione.

57. In pulchritudine & deformitate:ſimilitudine & diſſimilitudine.150.153 p 4.

IN ſpecie & deformitate:Cum præ ſua paruitate occultantur uiſui deturpantes corpus uiſum maculę,accidit erroneum de ſpecie iudicium:quia ſumitur ex apparentibus tantùm: Sicut eſt error in deformitate,cum propter paruitatem lateant picturæ decorem ingerentes rei uiſæ.In ſimilitudine & diſſimilitudine.Cum enim notæ minutiſsimæ inter aliqua corpora , ſimilitudinis aut diſſimilitudinis fuerint cauſſæ:quia prætereunt uiſum præ paruitate ſua,iudicabitur ſimilitudo aut diſſimilitudo omnimoda:& ſumetur iudicium ex apparentibus tãtùm . In omnibus prędictis eſt error in ſyllogiſmo ex paruitate corporis:cum ea exiſtente tẽperata non accidat error, alijs immotis.

58. Soliditas immoderata creat errores in ſingulis uiſibilibus ſpeciebus.In diſtantia & ſitu. 16.44 p 4.

SOliditas aliquando egreditur temperamentum,& errorem inducit in quolibet eorum, quæ cõprehenduntur per ſyllogiſmum.In lõgitudine.Si enim minima fuerit corporis ſoliditas: & eſt: ut ſit ualde rarum,ſicut eſt cryſtallus pura,& ſit poſt ipſam corpus lucidũ luce forti:non cõprehendetur cryſtallus,ſed quaſi nullum eſſet intermedium,cõprehẽdetur corpus per ipſam : unde, cũ quaſi non ſit,fiat rari acquiſitio: non plena erit longitudinis eius ab eo comprehẽſio. Vnde error in longitudine.Quare ſi corporis rari ſitus fuerit declinatus,occultabitur uidẽti declinatio, & iudicabitur for-

bitur forsitan rectitudo. Vnde error in situ,& etiam error in longitudine: quoniam una eius extremitas eiusdem longitudinis reputabitur cum alia,cum sint diuersæ.

59. In magnitudine & figura:diuisione,continuatione & numero.28.97.109 p 4.

DEinde quoniam quantitas corporis comprehenditur ex longitudine, & anguli, sub quo uidetur,capacitate:ignorata longitudine:accidit error in quãtitate. Modo consimili erit error in figura. Si enim in corpore fuerint anguli:occultabũtur uidenti:unde sexangula forma putabitur sphærica. Si uerò modica fuerit incuruatio in corpore, latebit, & iudicabitur corpus planũ esse. In distinctione erit error. Si enim fuerit per corpus magnæ raritatis linea nigra, apparebit corpus diuisum in loco, in quẽ cadit linea. Si uerò fuerint duo corpora talia modicũ à se distãtia:reputabuntur continua. Vnde error in continuitate. Et palàm,quòd ex his erit error in numeri comprehensione:cum uel unum plura,uel plura unum apparebunt.

60. In motu & quiete.138 p 4.

IN motu erit error ex immoderatione raritatis:si opponatur foramini corpus ualde rarum,ut crystallus:& huius corporis extremitates lateant uisum: & post corpus hoc moueatur aliud: putabit uidens corpus rarum moueri,cum sit immotum: quod non accideret ipso temperatè solido. In quiete accidit error ex eadem intemperantia. Si enim corpus ualde rarum includatur in manu, coniunctum manui,& ab ea recedat,& moueatur intra manum reuolutionis motu,immota manu: ita tamen,ut appareat diuisio aliqua inter ipsum & manum:iudicabitur corpus illud immotũ:quoniá non potest in eo cõprehendi motus,nisi mutatione situs partiũ partis alicuius,respectu manus, uel partis eius. Et quia omnimoda est similitudo in partibus,uel prætenditur:propter raritatẽ non potest discerni alicuius partium situs:quare nec motus.

61. In asperitate & lenitate: raritate & densitate.141.144 p 4.

IN asperitate & lęuitate. Si enim in corpore multùm raro fuerit asperitas non magna, putabitur forsitan læue. Si uerò fuerit læue,& statuatur post ipsum corpus asperum, aut corpus diuersorũ colorum, æstimabitur hoc corpus rarum & lęue,asperũ. Vnde error in læuitate. In raritate. Si enim post corpus ualde rarũ sit aliud corpus rarũ non multũ,& colore forti coloratũ: apparebit primum non multũ rarum, sed æstimabitur eius raritas secundum raritatem postpositi. Vnde uitrum alij uitro superpositum non apparet ita rarum,sicut appareret eo solo uisui adhibito. Vnde error in raritate. Si aũt post post primũ rarum statuatur corpus solidum: iudicabitur primũ solidũ: unde error in soliditate. Pari modo si uas ualde rarum contineat uinũ,cum post illud nõ percipiatur lux aut corpus aliud:iudicabitur forsan totum cum uino uitrum esse unum corpus solidum.

62. In umbra & tenebris. 147 p 4.67 p 10.

IN umbra erit error ex raritate. Luce enim solis in domũ aliquam per foramen aliquod descendẽte,& super fenestram uitream cadente,cum domus illa sit umbrosa:apparebit super fenestram illam umbra,licet in ueritate lux in ipsam incidat:quæ quidem lux comprehenderetur,si solidum esset fenestræ corpus:quoniam non transiret, & ita super solidum appareret. Vnde error in umbra. In tenebris. Luce enim solis in aquam fluminis nõ descendente, aut in mare, sicut accidit hora matutina & uespertina: & si fuerit claritas in aqua:apparebit tenebrosa: & quantò fuerit clarior,tantò putabitur tenebrosior. Et accidit hoc:quoniam pars aquæ superior umbrã iacit super proximã partem inferiorem,& illa proxima super aliam inferiorem propinquam: & ita per singulas usq; ad fundum. Et licet singularum partium umbra in se sit modica: tamen coniunctæ unam efficiunt maximam, sicut palàm est in colore uini accidere:In modica enim quantitate uini color est debilis:& in multa,licet eiusdem modi,fortis. Causa autem quare in mari umbram iaciente uideantur esse tenebræ in maris claritate,est:quoniam intensa claritas intensam reddit raritatem: unde uisui maiorem reddit penetrationem: Vnde fit acquisitio plurium maris partium umbram facientium: quoniá umbrarum aggregatarum perceptio inducit fidem tenebrarum. Si uerò mare fuerit turbulentum,propter diminutam raritatem penetrabit uisus paululum,& comprehendet modicam aquæ partem: & licet faciat umbram,cum ipsa sit remissa, color illius partis uincit umbram. In turbida enim aqua color apparet, in clara nullus:unde & propter turbidæ aquæ colorem & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenduntur in aqua tenebrę: unde ipsa turbida, apparebit colorata,& clara tenebrosa. Solis autem radio cadente super faciem maris, cum ei per raritatem ipsius pateat transitus:abijcietur omnis tenebrarum & umbræ apparentia.

63. In pulchritudine & deformitate:similitudine & dissimilitudine. 150.153 p 4.

IN decore & deformitate. Si enim in uasę multùm raro sint particulæ uel incisuræ ipsi decorem afferentes:& imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe occultabuntur decoris caussæ:& iudicabitur uas deforme, ut aliquando accidit in uitreo uasę. E contrario si uas tale deforment eius aliquæ particulæ,& imponatur ei uinum clarum lucidum,& in colore formosum: occultabũtur deformitatis cáussæ,& reputabitur uas speciosum,cum sit deforme. In similitudine & dissimilitudine. Si duo uasa multũ rara conueniant in forma, specie,raritate: sed discrepent in aliquarum partiũ

dispositione;

diſpoſitione, & uino eiuſdem coloris, eiuſdē claritatis impleantur: latebunt cauſſę diuerſitatis, & reputabuntur omnino ſimilia. Si uerò inter ea fuerit diuerſitas in ſpecie & forma: ſed in aliquibus partialibus conuenientia, & uino ſimili impleantur: putabuntur omnino diſsimilia. Vnde error in ſimilitudine & diſsimilitudine: quia ſumitur iudicium ex apparētib. tantùm. Et in omnib. prædictis accidit error ex ſola ſoliditatis intemperantia: quoniā alijs in ſuo eſſe manentibus, non accidit error, ea ad temperantiam reuocata.

64. Perſpicuitas medij immoderata creat errores in ſingulis uiſibilibus ſpeciebus. In diſtātia: ſitu: figura: magnitudine: diuiſione: continuatione & numero. 16. 44. 97. 28. 109 p 4.

RAritas aeris inter uiſum & rem uiſam intercidentis egreditur temperamenti proprij metas, & errorem generat in omnibus, quorum fidem uiſus efficit per ſyllogiſmum. In longitudine. Si enim fuerit aer pruinoſus & obſcurus, ſicut in horis matutinis ſolet accidere: turri aliqua uiſui oppoſita in longitudine temperata: æſtimabitur plus à uiſu elongata, quàm habeat ueritas. Vnde error in longitudine eſt. Et cauſſa eſt quoniā non comprehenditur longitudo inferioris terræ, ſuper quā elongationis turris ſumitur menſura: & occultatur terra ex raritate aeris diminuta. Vnde raritas eſt cauſſa erroris. Si aūt in hoc aere declinetur modicè corpus uiſum: occultabitur declinatio, quæ pateret in aere claro. Vnde error in ſitu. Et ſi fuerit in corpore gibboſitas modica: apparebit planum in tali aere: & ſi fuerint in corpore anguli, latebunt. Vnde erroneum erit figuræ iudiciū. In quantitate erit error ex tali aere: quoniā uiſum maius apparebit, quā in temperato aere: Sicut accidit in corporib poſt aquę raritatem cōprehenſis. Et ſi fuerit in corpore quaſi linea nigra: putabitur eſſe partium diuiſio. Vnde error in diuiſione. Et ſi fuerint duo corpora modicū à ſe diſiuncta: apparebunt in hoc aere cōtinua. Vnde error in cōtinuitate. Et ex his palā, quod error eſt in numero.

65. In motu: quiete: aſperitate: lenitate: raritate: denſitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: ſimilitudine & diſſimilitudine. 138. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

IN motu. Si enim in aere duo uideantur, quorum unum alio paulò uelocius moueatur: indicabūtur fortaſſe æquales eſſe eorum motus: cū in temperato aere diſcerni poſſet unius ad alium exceſſus. Et eſt error propter latēs excrementū uię unius ſuper uiā alterius. In quiete. Si quis enim per talem aerem à longitudine tēperata non tū parua uideat aquā fluentem: aut iudicabit eam immotam: aut ſi fuerit fortis eius fluxus: minus, q̄ moueatur, motam. In aſperitate & læuitate. Quia in hoc aere uidebitur aſperum læue, propter latentes aſperitatis cauſſas. Et uiſa repolita, cū nō diſcernatur in ea reflexio: æſtimabitur aſpera. In umbra. Si enim poſt hunc aerem uideatur corpus albū, in quo ſint particulæ rotundæ nigræ, luce ignis in corpus illud cadente, ita tū, ut ſit interpoſitio huius aeris: apparebit in locis illis umbra, aut forſitan reputabuntur foramina uiā tenebris erūpentib. præſtantia. Vnde error in umbra & tenebris. Quare poſt hunc aerem corpus rarū apparebit minus rarū: & forſan putabitur ſolidum. Et ita error in ſoliditate & raritate. In ſpecie & deformitate, ppter cauſſas particulares corpus decorantes, uel deformantes, in hoc aere latentes. In ſimilitudine & diſſimilitudine propter particulares diuerſitatis, aut conuenientiæ cauſſas, inter duo corpora non apparentes. Et in his omnibus prouenit error ex raritate aeris ſola immoderata, cum alijs immotis, in aere temperato non accideret.

66. Tempus immoderatum creat errores in ſingulis uiſibilibus ſpeciebus. In diſtantia: ſitu: figura: magnitudine. 16. 44. 97. 28 p 4.

TEmpus extra temperamenti ſui fines locatū cauſſa eſt erroris per ſingula, quorū fides in uiſu ſumitur ex ſyllogiſmo. In lōgitudine. Si enim ſubitò intueatur quis aliquod remotum à turri, quod ſtatim uiſui furripiatur: nō poterit plene diſcernere lōgitudinē inter illud & turrim: & iudicabitur forſan aut minus remotū à turri, q̄ ſit in ueritate, aut magis. Et eſt cauſſa: quoniā in illa tēporis inſtantia nō percipitur à uidente terra intermedia inter turrim & rem uiſam, ſecundū quā ſumitur diſtantiæ menſura: aut quoniā in breui tēpore, nō poterit axis uiā intermediā diſcernere. Vnde nec plenè cōprehendere. Et ita error in lōgitudine. In ſitu. Cū aliquid ſubitò occurrit uiſui, & ſtatim recedit: reputabitur forſitan rectum, declinatum, aut econtrariò. In figura. Si fuerit modica gibboſitas in re ſubitò uiſa: latebit, & putabitur res plana, aut latebunt anguli, ſi fuerint in ea. In quātitate. Si quis enim titionem ardentem moueat motu citiſſimo, & intra uiam modicam, ut ſæpe uadat & reuertatur per eam: apparebit uia motus ignea: quoniam motus titionis ab uno uiæ termino ad alium fit quaſi in inſtanti. Vnde propter breuitatem temporis non poteſt diſcerni uel quantitas uel motus titionis. Vnde & hic error in motu.

67. In diuiſione: continuatione: numero: quiete & motu. 109. 138 p 4.

IN diuiſione. Si quid enim ſubitò uiſum à uiſu diuertatur, & fuerit in eo linea nigra: putabitur eſſe diuiſio partiū, illa nigredo. Et ſi corpora contigua uel ualde propinqua ſubitò uideantur: æſtimabuntur continua: ſicut accidit in ſcamnorum tabulis ſubito inſpectis. Vnde error in cōtinuitate. In motu. Cum duorū unum paulò uelocius alio mouetur: motus in tēpore modico cōprehenſi æquales iudicabuntur, cum non tam ſubitò cōprehenſibilis ſit exceſſus. In quiete. Si enim aliquid modicè moueatur ſubitò uiſum moueri nō uidebitur: quoniā uia, quā percurrit in tēpore ſuę perceptionis, imperceptibilis eſt uiſui p̄ ſui paruitate. Superius aūt explanatū eſt, [51 n 2] quòd non com-

prehenditur

prehenditur motus in corpore, nisi in tempore sensibili. Similis error accidit in rota modica: cum citissimè uoluitur, apparet immota: cum non possit fieri comprehensio reuolutionis eius in tempore tam paruo, quàm paruum est, in quo fit una eius reuolutio. Idem error accidit in trocho. Vnde error in quiete: quoniam non potest discerni mutatio situs partium trochi: quare nec motus eius. Et si unius coloris fuerit trochus: palàm, quòd non comprehenditur motus. Si uerò plurium & diuersorum colorum: nec sic etiam apparebit motus: cum lateat colorum diuersitas, & prætendatur ex nimia festinatione, confusa quædam colorum unitas.

68. In asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine: dissimilitudine. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

IN asperitate. Cum enim subitò uidetur asperum: putabitur forsitan læue: & si hoc modo uideatur, non poterit in eo discerni læuitas aut asperitas. Vnde dubitatio & error. In raritate. Luce enim declinata super corpus remissè rarũ descendente, subitò uisum, cũ non percipiatur declinatio lucis: putabitur forsitan, quod in fine raritatis sit apparẽs raritas corporis. Quòd si in tẽpore paulo maiore adhibeatur uisus: percipietur declinatio causla apparentiæ raritatis remissę. In soliditate. Si quis enim instanter uideat corpus rarũ, & post ipsum nõ discernat lucis transitũ, putabit illud esse solidũ. In umbra. Si in albo pariete sint partes subnigrę, descendẽte super ipsum ignis luce, subitò uisæ putabuntur esse umbræ. Si uerò nigredo earum uisa fuerit intensa: æstimabuntur foramina tenebris plena. In specie & deformitate. Quia in tã paruo tẽpore non sunt cõprehensibiles minutę decoris & deformitatis causlæ: sicut accidit cũ aliquis inspiciens per foramen intuetur faciem, iudicat aliquando fœdam: formosam: uel econtrariò. Et idẽ error accidit mota re uisa, oculo immoto. In similitudine & dissimilitudine: Quoniam latent particulares similitudinis & dissimilitudinis causlę. Et in his omnibus ex solo tempore non moderato accidit error: cum in prædictis nullus accideret, eo ad temperantiam reducto.

69. Imbecillitas uisus creat errores in singulis uisibilibus speciebus. In distantia: situ: magnitudine: figura: diuisione: continuatione: numero. 16. 44. 28. 97. 109 p 4.

VIsus debilitas & immoderatio errorẽ inuehit singulis per syllogismũ in uisu comprehẽsis. In lõgitudine. Si enim opponãtur uisui duo corpora, quorum unũ sit coloris fortis, & remotius: aliud coloris debilis, & oculo propinquius: cũ nõ fiat cõprehensio longitudinis, nisi facta collatione ad aliqua corpora interiecta: [per 25. 39 n 2] faciet incertã collationẽ debilitas uisus. Et quia certum est homini, quòd ex locis propinquioribus certior fit fides uisui, q̃ ex remotioribus. concludit illud, quod apparet ei certius ex his corporibus esse propinquius. Et planum, quod uisui debili certior fit fides coloris fortis, quàm debilis: licet paulò plus elongati. Idem error accidit etiã in tẽperantia uisus: quoniã à longitudine magna propinquius iudicatur corpus, cuius color fortis, quã cuius color debilis: licet nõ sit multò remotius. In situ errat uisus debilitas. Si enim ab aliquãta longitudine, licet temperata declinetur corpus, & sit modica declinatio: ignorabitur, cũ plenè comprehenditur lõgitudo. Et incertitudo longitudinis quãtitatis, errorẽ etiã situs ingerit. In figura. Quia gibbus modicus, & multiplex angulus latent debilitatẽ uitus. Et si in corpore linea nigra fuerit: æstimabitur diuisio uel fissura: & æstimabuntur corpora contigua, unũ continuum. Vnde error in diuisione: continuitate: numero. Eadem erroris causla strabo unum iudicat duo: si fuerit deformitas in uno tantùm oculo. Quoniam habet res uisa diuersitatem situs, respectu duorum oculorum eius. Si aũt in duobus oculis eius sit deformatio: cum accidit eos moueri: forsitan accidet eis diuersitas situs, respectu rei uisæ: & ita in uno pluralitas.

70. In motu & quiete. 138 p 4.

IN motu. Si quis enim sæpius in circuitũ uoluitur, cũ quieuerit: putat, quòd parietes moueãtur. Et est, quoniam moto uidente, mouetur intrinsecus uis uisibilis: & licet uidẽs steterit, nõ statim uis uisibilis stabit: sed motus eius in uidentis quiete durabit: & ob hoc motus uisarum rerũ æstimatio insurgit. Et huius motus exemplum in trocho uidemus: quoniã diu post manus mouentis quietem uoluitur trochus. Est etiam infirmitas, in qua uidentur patienti omnia uolui. In quiete. Quando corpus similium partium, ut sunt quædã rotæ horologiorum, reuoluitur reuolutione pauca: uisus debilis non percipit eius motum, quẽ quidem perciperet uisus temperatus. Si aũt multa fit reuolutio, non percipitur etiam à temperato. Si uerò sit dissimiliũ partium corpus motũ, ut in rota molctrinæ: tunc uisus debilis comprehendet motum: Si autem festina fuerit rotæ reuolutio: occultabitur uisui debili motus. Quoniã partes rotæ multũ dissimiles sunt: non plenè comprehendetur dissimilitudo in festinatione: & per dissimilitudinem partium fit comprehensio motus earum.

71. In asperitate: lenitate: raritate: densitate: umbra: tenebris: pulchritudine: deformitate: similitudine: dissimilitudine. 141. 144. 147. 150. 153 p 4.

IN asperitate & læuitate. Quia forsan reputabit modicè lęue, asperũ: uel ecõtrariò, si inter formas asperi & lęuis fuerit dissimilitudo. In raritate. Cũ fuerit in corpore raro soliditas pauca: æstimabitur à uisu debili maior uera. In soliditate. Si fuerit in corpore raro color fortis, aut post ipsum, & raritas nõ maxima: putabit illud esse solidũ. In umbra. Notæ parietis subnigræ, descẽdẽte sup ipsum luce, apparẽt huic uisui umbrę: & si fuerint multũ nigrę: apparebũt foramina, in quibus tenebrę. In

deformitate & decore: similitudine & dissimilitudine, ppter particulares decoris uel foeditatis, similitudinis & dissimilitudinis causas uisu latetes. Et est error in pceptis omnib. ex sola debita ope uisu.

72. In uisione errores creantur aliàs quidem à singulis uisionẽ perficientibus: aliàs uerò à pluribus simul, quorum nullum per se errorem crearet. 154 p 4.

IAm diximus, quomodo accidat error in syllogismo, secundum unamquãq; causarum erroris uisus in qualibet partium, quæ acquiruntur per syllogismum, & incessimus super quemlibet erroris modum, & cuiuslibet suppossuimus exemplum. Et licet in errorib. uisus sit copiosa multitudo: tñ omniũ ad modos dictos fiet reductio, & ad exẽpla ordinatim proposita: assignauimus quoq; errores, secundum quod singuli eorum accidunt ab unica tantũ causa. Et aliquando error infertur non ab una tantùm, sed à duabus causis uel plurib. Verbi gratia. Si moueatur aliquid à longitudine magna motu lento: subitò uisum uidebitur immotũ: & percipi posset motus ille in distantia temperata etiam celeri uisu, uel etiã in illa longitudine intemperata non occultaretur motus: si tẽperatum esset inspectionis tẽpus. Prouenit igitur error ex duabus intemperantijs, quarum neutra per se sufficit: triũ aggregatio errorem efficit. Si à magna lõgitudine, sub debili luce, in modico tẽpore, opponatur uisui corporis diuersorum colorũ reuolutio non cita: æstimabitur corpus stare: Et si ab eadem longitudine, sub eadem luce, tempore temperato, adhibeatur intuitus: comprehendetur motus: qui similiter non latebit in tẽperata longitudine, sub eadem luce & modico tẽpore: & etiã percipi poterit in eadẽ longitudine sub forti luce. Et generaliter ex omnib. errorib. uisui accidentib. nec unus nec plures congregati euadũt causas, quas diximus. Quælibet aũt forma rei uisæ, ex ijs, quæ enumerauimus, est cõposita. Et cum uisus non acquirat ex rebus uisis, nisi aliquas istarũ: non accidit error in uisu, nisi in aliqua istarũ. Et omnis error, qui accidit in scientia, est, quoniam intellectus similia efficit, quæ percipit, cũ ijs, quę percepit in modo aliquo, aut dissimilia. Et omnis error in partialibus erit, aut in sensu, aut in scientia, aut in syllogismo: & non potest esse, quin sit in aliquo istorũ, aut duobus, aut ipsis tribus. Et quicunque error accidit in huiusmodi tribus, non erit, nisi per errorem uisus in partibus. Et iam patuit, quod error uisus in partialib. non erit, nisi propter causas, quas assignauimus, aut ex una earum tantùm, aut ex pluribus.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER QVARTVS.

LIBER *iste diuiditur in quinque partes. Pars prima est proœmium libri. Secunda est in declaratione, quòd luci accidat reflexio à politis corporib. Tertia est in modo reflexionis formæ. Quarta in ostensione, quòd comprehensio formæ ex corporibus politis non est, nisi ex reflexione. Quinta est in modo comprehensionis formarum per reflexionem.*

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Visio fit trifariam: rectè: reflexè: & refractè. In præf. 13. 10 Libr.

IAm explanauimus in libris tribus modũ comprehensionis formarũ in uisu, cum fuerit directus: & enumerauimus singula, quæ in rebus uisis cõprehendit uisus. Sed diuersificatur acquisitio uisus tripliciter. Aut enim directè, sicut diximus: aut per reflexionem in politis corporibus: aut per penetrationem, ut in raris, quorum non est raritas, sicut raritas aeris. Et non potest diuersificari uisus, nisi in his modis tribus. Et his duobus modis posterioribus comprehendit uisus in rebus uisis, quæ suprà exposuimus, & quorum acquisitionẽ in uisu directo patefecimus. Et forsitan uisus in his incurrit in errorem, aut consequitur ueritatem. Et nos assignabimus in hoc libro, quando per reflexionem fiat formarum acquisitio: & quomodo erit reflexio: & quis linearũ reflexarum situs: Et præponemus quædam accidentia præponenda.

QVOD LVCI ACCIDAT REFLEXIO A' POLITIS corporibus. Cap. II.

2. Lux & color reflectuntur à quolibet polita superficiei puncto, lineis rectis. 1 p 5.

PLanum est ex libro primo [1.2.3.14.18.19 n] quòd lux à corpore lucido luce propria uel accidẽtali dirigatur in omne corpus ei oppositum: & eodem modo color, cũ in eo lux fuerit, mittitur. Itaq; corpore polito oppositõ corpori lucido, mittitur ad ipsum lux mixtim cũ colore, & reflectitur lux cũ colore, siue fuerit fortis, siue debilis, siue prima, siue secundaria. Et quòd fiat in luce forti reflexio, poterit patere: opposito luci forti speculo ferreo, si oppositus fuerit paries speculo, & descenderit sup ipsum lux declinata, nõ recta: uidebitur in pariete lux fortis reflexa: quę q dẽ nõ uidebitur super eundem locum, si speculũ auferatur uel moueatur: imò secũdum motum speculi mutabitur lo-

tur locus lucis reflexæ in pariete. Quare palàm, reflexionem fieri in luce forti. In luce debili patére poterit facile. Si intra domũ aliquà, per foramen unicũ à terra elongatũ, ſed non multùm, deſcendat lux diei, non ſolis, ſuper aliquod corpus: & circa corpus ſtatuatur ſpeculũ terreum: & circa ſpeculũ corpus aliquod albũ apparebit in ſecundo corpore albo lux maior quàm ſine ſpeculo: & augmentũ illius nõ eſt, niſi ex ſpeculi reflexione, quoniã ablato ſpeculo ſola lux ſecundaria debilis apparebit in corpore albo. Amplius: ſi diligens figatur intuitus in lineis, per quas à corpore primo lux in ſpeculũ mittitur: perpendetur quidẽ linearũ illarũ declinatio ſuper ſpeculũ, & ſuper idẽ linearum punctũ, reflexionis declinatio eadẽ. Et eſt propriũ reflexionis, ut ſit eadẽ declinatio, & idẽ angulus linearũ uenientiũ & reflexarũ. Quòd ſi moueatur corpus albũ à loco reflexionis in aliũ locũ: tamẽ circa ſpeculũ nõ uidebitur in eo lucis augmentũ. nec uideri poterit, niſi in illo ſitu tantùm. Quare planũ eſt propriũ eſſe reflexionis hunc ſitũ. Hoc idẽ poterit uideri in ſecundaria luce: ſi prædictum ſpeculũ ſit argenteum, & corpus tertiũ albũ ſit ex alia parte ſpeculi: apparebit quidẽ ſuper corpus tertium lux ſecundaria, & ſuper corpus ſecundũ lux maior illa: Et palàm, huius maioritatis cauſſam ſolã eſſe reflexionẽ. Patebit aũt in omni loco lucis reflexio: ubi ſuper corpus deſcendit per foramẽ aliquod lux fortis, adhibito luci ſpeculo, & ei corpore albo oppoſito, modo ſuprà dicto. Verùm locũ reflexionis & linearũ ſitũ explanabimus. Iã patuit in libro primo, [1.2.3.14.18.19 n] quòd lux reflexa ſequitur rectitudinem linearum: quare ex corporibus politis fit reflexio ſecũdum proceſſum rectitudinis in ſitu proprio.

3. Lux & color à quolibet ſuperficiei coloratæ puncto ad quodlibet ſuperficiei politæ oppoſitæ punctum permixti confluunt. 2 p 5.

AMplius: Planum eſt ex ſuperioribus, quòd lux ſecunda à corpore illuminato, accidentali luce procedẽs, ſecũ fert coloré corporis. Ab omni igitur corpore illuminato ſeu lucido color mixtim cũ luce ad corpora oppoſita polita mittitur, & mixtim in partẽ debitã reflectitur. Et huic rei fides poterit fieri, ſi intra domũ unius foraminis tãtùm, deſcendat lux ſuper corpus forti & ſpecioſo colore: & ſtatuatur circa ipſum ſpeculũ ferreũ, & circa ſpeculũ corpus concauũ ad ſcyphi modũ, intra quod ſit corpus albũ, & apterur hoc uas in loco reflexionis, ut lux reflexa incidat in corpus albũ: apparebit quidẽ ſuper faciẽ albi corporis color illius, in qd̃ ſit primò deſcenſus lucis: qd̃ quidẽ nõ accidet, ſi extra propriũ ſitũ reflexiõis ſtatuatur corpus albũ. Et ſecundũ diuerſas colorũ ſpecies hoc ꝓbatũ inuenies, uelut in colore cœleſti, rubore, uiriditate, & huiuſmodi. Quare planũ, coloré mixtũ cũ luce remitti, & certioré eſſe coloris reflexi apparẽtiã, ſi ſpeculũ fuerit argenteum.

4. Reflexio debilitat lucem & colorem: & omnino totam uiſibilis ſpeciem. 3 p 5.

QVare autẽ nõ appareat hæc probatio, ſcilicet, quòd cõprehẽdatur color reflexus, cuicunq; corpori opponatur ſpeculũ, ſed ei adhibeatur albũ, hæc eſt ratio ſicut ſuprà dictũ eſt: colores debiles (licet ſimul cũ luce mittãtur) nõ ſentiuntur. Formæ enim, quæ reflectũtur, debiliores ſunt formis, à quibus reflexio oritur. Et hoc in hac luce poteſt patére. Quoniã luce forti in ſpeculum cadẽte, & reflexa in pariete: debilior uidebitur lux parietis, quàm ſpeculi, & notabilis eſt inter eas proportio. Idẽ patebit in luce debili pari modo, ut in domo in prima diſpoſitiõe: ſi corpus terſum tertiũ albũ ponamus loco ſpeculi ferrei, uel circa ipſum: maior apparebit lux ſuper hoc corpus, quàm ſuper ſecũdũ: quod nõ accideret, niſi reflexio lucẽ debilitaret. Sed dicet aliquis, cauſſam huius rei eſſe nigredinẽ ſpeculi ferrei, quæ admixta luci, in ſpeculũ cadenti, ipſam obumbrat, & reflexa in corpus ſecũdũ debilis & fuſca apparet: ſed in corpus tertiũ loco ſpeculi poſitũ nõ deſcendit lux, niſi à corpore primo nulli admixta nigredini. Verùm quòd hoc nõ ſit in cauſſa, palàm ex eo eſt: quòd loco ſpeculi ferrei, argenteo poſito, eadẽ accidit probatio. Pari modo reflexus color debilior erit colore, à quo fit reflexio: quod in domo & uaſe, ut antea, patére poteſt: ſi corpus albũ loco ſpeculi ponatur, uel circa: fortior apparebit in ipſo color, quàm in corpore albo intra uas poſito. Et idem patebit, ſi loco ferrei ſpeculi argenteũ ponatur ſpeculũ. Igitur reflexio debilitat & luces & colores: ſed colores amplius, quàm luces, ſecundum utrumq; ſpeculum. Et eſt: quoniam colores accedunt debiliores, quàm luces: unde facile efficiũtur in reflexione debiliores. Amplius: color debilis cum peruenerit ad ſpeculũ, miſcetur colori eius quare reflexus apparebit debilis & tenebroſus. Et formæ debiliores ſunt reflexæ, quàm in loco reflexionis: & reflexio cauſa eſt debilitatis.

5. Lux & color reflexi ſunt debiliores luce & colore primis: fortiores autem ſecundis, cum quibus ab eodem ortu æqualiter diſtant. 4 p 5.

POterit aliquis dicere, nõ eſſe debilitatẽ formarũ in reflexione, niſi ex elongatione earũ à ſua origine. Sed explanabitur, quod licet ab ortu æqualiter elongentur lux directa & lux reflexa: tamen debilior erit reflexa. Intret radius ſolis in domum aliquã per foramen: & opponatur foramini in aere ſpeculũ ferreũ minus foramine: & lux foraminis reſidua cadat in terrã ſuper corpus albũ: & lux à ſpeculo reflexa cadat in corpus albũ eleuatum: hoc obtenuato: ut eadẽ ſit eleuati & iacentis à foramine longitudo: uidebitur quidẽ ſuper eleuatum lux minor, quàm ſuper iacens. Et huius minoritatis nõ poteſt aſſignari cauſſa, niſi reflexio ſola. Idẽ accidit, ſi ſpeculum ſit argenteũ. Idẽ in colore poteſt patere. Lux enim ſolis in domũ aliquã per foramẽ deſcẽdat ſuper corpus coloris fortis, cui adhibeatur ſpeculũ, & aliud corpus concauũ: intra quod ſit corpus albũ, in quod cadit reflexio: & ſtatuatur in domo aliud corpus albũ eiuſdẽ modi, cũ eo, quod eſt in cõcauo: & ſit elongatio

huius albi à corpore colorato, in quod cadit lux foraminis, eadem cum elongatione albi, quod eſt in concauo ab eodem, & cum elongatione ſpeculi ab eodem: tunc comprehendetur color debilior in albo, quod eſt intra concauum, quàm in eo, quod eſt extra: licet æquidiſtent ab ortu ſuo, id eſt à corpore colorato. Et in cauſſa eſt reflexio colorem debilitans. Amplius: lux reflexa fortior eſt luce ſecundaria: licet eiuſdem ſint elongationis ab origine ſua. Luce enim reflexa cadente in corpus aliquod: ſi aliud eiuſmodi corpus ponatur extra locum reflexionis: & ſit cum eo eiuſdem elongationis à ſpeculo: uidebitur ſuper ipſum lux minor, quàm in illo. Idem etiam planum erit in domo: ſi deponatur in terram, in directo foraminis ſpeculum, quod accipiat totam foraminis lucem: erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum, quàm ſuper aliud eiuſdem modi extra hunc locum, tantundem elongatum à ſpeculo. Eodem modo ſi excedat lux foraminis quantitatem ſpeculi: & cadat circa ſpeculum lux in terram, aut corpus album, à quo aliud corpus tantùm elongatur, quantùm corpus reflexionis à ſpeculo: debilior apparebit in eo lux, quàm ſuper reflexionis corpus. Similiter accidit in colore, ſi corpus aliquod tantùm diſtet à ſpeculo extra ſitum reflexionis, quantùm aliud ei ſimile, quod eſt in ſitu reflexionis: apparebit quidem ſuper corpus, quod eſt in ſitu reflexionis, color reflexus: ſuper aliud forſitan nullus. Si enim ferreum fuerit ſpeculum: aut modicus uidebitur, aut omnino nullus. Si uerò argenteum fuerit ſpeculum: apparebit ſuper ipſum color aliquis, ſed ualde debilis, & longè debilior, quàm in corpore, quod eſt in ſitu reflexionis. Et iã igitur planũ, quòd formæ luciũ & colorũ ex corporibus politis reflectuntur, & in reflexione debilitantur: & erit forma directa fortior reflexa, cũ eadẽ fuerit earũ origo, & æqualis ab ea origine elongatio: & reflexa fortior ſecũdaria, cũ eſt idẽ uel æqualis ortus, & par elõgatio.

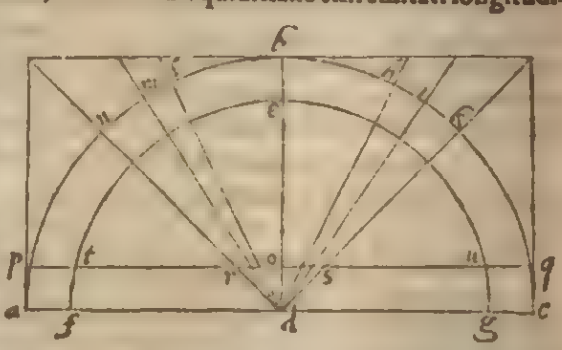
DE MODO REFLEXIONIS FORMARVM A' POLItis corporibus. Cap. III.

6. Lenitatis: politæ ſuperficiei: & perpendicularis incidentia definitiones. In def. 5 libr.

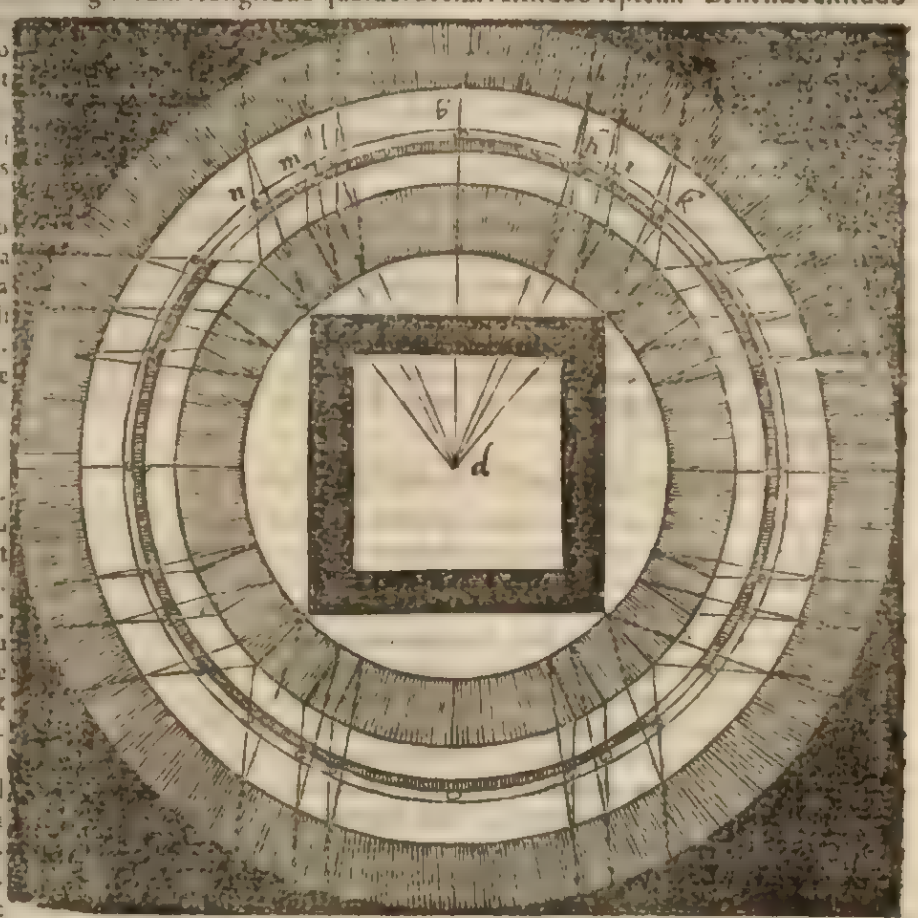
POlitum eſt læue multùm in ſuperficie: Et læuitas eſt, ut ſint partes ſuperficiei continuæ, ſine pororum multitudine. Læuitas intenſa eſt, ubi eſt multa partium ſuperficiei continuitas, & pororum paruitas & paucitas: & finis læuitatis eſt priuatio pororũ, & priuatio diuiſionis partium. Itaq; politio eſt politiua cõtinuitas partium ſuperficiei, cum poris raris & exiguis: & finis politionis eſt uera continuitas partium, & priuatio pororum. In omnibus politis ſuperficiebus, licet diuerſis ſubiaceant figuris, accidet reflexio: & idem reflexionis modus & eadem proprietas eſt. Et eſt, quòd ab omni politi ſuperficie & quolibet eius puncto fit reflexio. Et ſumpto quocunq; pũcto in ſuperficie, à qua fit reflexio: linea acceſſus formæ ad illud punctum, & linea reflexionis in eadẽ ſuperficie erunt cum linea perpendiculari ſuper illud punctum erecta: & tenebunt hę lineæ eundẽ ſitum reſpectu perpendicularis, & æqualitatem angulorum. Et uolo dicere perpendicularem: quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, tangentem corpus politum in illo puncto. Et duę lineę cũ perpendiculari ſunt in eadem ſuperficie orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem, corpus politum in puncto, à quo fit reflexio, tangentem. Si autem linea, per quam accedit ad ſpeculũ forma, cadat perpendiculariter ſuper illud: fiet reflexio formæ per ipſam, non per aliam. Et hoc eſt propriũ in omni reflexione, in omni polito corpore. Si igitur corpus politum fuerit planum: ſuperficies tangẽs punctũ reflexionis, erit una & eadem cũ ſuperficie corporis. Si uerò fuerit columnare ſpeculũ interius aut exterius politũ: erunt contactus ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei contingentis linea tantùm, ſecundum longitudinem ſpeculi intellecta. Idẽ in ſpeculo pyramidali intus uel extrà polito. In ſphærico ſiue interius ſiue exterius polito, contingens ſuperficies tangit in ſolo puncto.

7. Fabricatio & uſus organi reflexionis. 9 p 5.

QVomodo autem etiam ad oculum patea: hic modus reflexionis in ſpeculis omnibus, explanabimus. Accipe tabulam æneam ipſſam, ut firmior ſit: eius longitudo ſit non minor duodecim digitis: ſitq; latitudo ſex digitorum, & fiat linea æquidiſtans extremitati longitudinis: & circa illam extremitatẽ, & ſuper pũctũ huius lineæ mediũ ponatur pes circini, & fiat ſemicirculus, cuius ſemidiameter ſit latitudo tabulæ: & [per 11 p 1] extrahatur à puncto, quod eſt centrũ, linea orthogonaliter ſuper diametrũ iã factã: & erit linea illa ſemidiameter diuidens ſemicirculum per æqualia [per 33 p 6.] Et in hac ſemidiametro ſumatur menſura unius digiti, & poſito pede circini ſuper centrũ, fiat ſemicirculus ſecundũ quantitatẽ partis reſiduæ ſemidiametri, ſecundum ſemidiametrũ quinq; digitorũ. Et diuidiantur ſemicirculi primi medietates, in quot libuerit, partes, ita ut ſibi reſpondeant in æqualitate, prima ſcilicet primæ, ſecũda ſecundæ, & ſic de alijs: & protrahantur lineę à centro ad pũcta diuiſionum. Deinceps in ſemidiametro menſura digiti ſignetur: & ex parte centri & ſuper punctum ſignatum protrahatur linea, æquidiſtans diametro ſemicirculi, ſiue tabulæ extremitati [per 31 p 1:] & ſecetur è tabula, quod interiacet hanc lineam & ſemidiametrũ, uſq; ad centrum & lineas primas, ad diuiſiones ſemi-



nes semicirculi protractas, id est ad lineas tales semidiametro propinquiores. Post secetur tabula circa semicirculum maiorem, ut solum remaneat semicirculus: & secetur tabula sub centro, ut centri locus actuatur quasi punctum: hoc tamen modo, ut in eadem superficie remaneat cum semicirculo & alijs lineis. Post sumatur tabula lignea plana excedens æneam in longitudine duobus digitis: & sit quadrata: & eius altitudo siue spissitudo septem digitorum. Signetur ergo in hac tabula punctum medium: & super ipsum fiat circulus excedens maiorem circulum tabulę æneæ, quantitate digiti magni: & fiat super idem centrum circulus, æqualis circulo minori tabulę æneę: & diuidatur circulus maior in partes, in æqualitate respondentes partibus semicirculi tabulæ æneę: ut scilicet prima respondeat primæ, secunda secundæ, & sic de alijs: & circumquaque secetur tabula lignea, ut solum remaneat maior circulus: & fiet hæc sectio usitato secandi modo. Secetur etiam pars tabulæ minore circulo contenta: & modus sectionis erit: ut huic tabulæ associetur alia tabula, ita ut linea à centro huius ad centrum illius transiens, sit perpendicularis super illam: & adhibito tornatili instrumento centris earum, fiat sectio partis circularis iam dictæ: (est autem alterius tabulæ associatio, ut fixa stet in sectione) igitur rettabit tabula quasi annulus circularis, cuius latitudo erit duorum digitorum: longitudo quatuordecim: altitudo septem. Et sit hæc altitudo optimè circulata ad modum columnę: remanèt autè in latitudine huius annuli lineę diuidentes circulũ eius secundum diuisionẽ semicirculi tabulæ æneę. A capitibus autem harũ linearum harũ producantur lineæ in superficie altitudinis exterioris, perpẽdiculares super superficiem latitudinis: & poterit hoc modo fieri. Quæratur regula bene acuta, cuius capiti lineæ adhibeantur, & regula moueatur, donec transeat superficiẽ altitudinis, in qualibet parte acuminis: Signa eius capita, & fac lineam, quoniam illa erit perpendicularis, quam quæris. Aliter poterit hoc idem fieri. Ponatur pes circini super terminũ lineæ diuidentis circulũ, & fiat semicirculus secũdũ altitudinẽ annuli, qui diuidatur per æqualia, & protrahatur à puncto in punctũ linea, & ita de singulis. Pari modo à terminis illarum diuidentium protrahantur perpẽdiculares ex parte interioris altitudinis. Amplius: sumatur in altitudine interiori ex parte faciei non diuisę, altitudo duorum digitorum: & in perpendicularibus fiat signum, & in signis illis fiat circulus, æquidistans faciei annuli hoc modo. Tabulæ aliqua plana fiat circularis, æqualis circulo minori tabulę æneę: & secetur ex ea pars aliqua usque ad centrum, quasi triangulum ex duabus semidiametris & arcu circuli, secundum quod libuerit, ut possis tabulam cum manu imponere, & locis assignatis aptare. Apta ergo locis illis, ut sit æquidistans faciei annuli, & fac circulum secundum ipsam. Sumatur etiam infra hunc circulum altitudo mediętatis grani hordei, & fiant signa, & in punctis assignatis fiat circulus per aptationem tabulę. Et in hoc postremo circulo fiat circularis concauitas, & sit unius digiti eius profunditas, & altitudo tanquam altitudo tabulę æneę: & sit hęc altitudo intra altitudinem duorum digitorum, ut eadem sit postremi circuli & cõcauitatis species. Aptetur autem huic concauitati tabula ænea, quę quidem intret concauitatem usq; ad circulum minorem. Et cum distantia minoris à maiori sit unius digiti, & concauitas similiter: igitur circulo postremo & tabulę æneę communis erit superficies: & lineæ perpendiculares in altitudine annuli, tangent lineas diuisionis tabulæ æneæ, & cadent perpendiculariter super tabulam æneam. Sit autem superficies tabulę æneę diuisa ex parte faciẽ

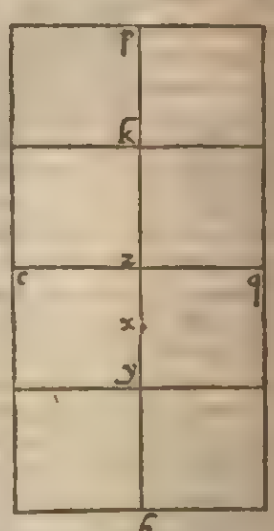


annuli

annuli diuiſæ. Amplius:in exteriore planitudine annuli ſignetur punctus, à longitudine duorum digitorum:& poſito pede circini ſuper punctum ſignatum,fiat circulus,ſecundum quantitatem unius grani hordei, & inſtrumento terreo, cuius ſimiliter latitudo ſit quantitas unius grani hordei, perforetur foramine columnari:& baculus ligneus foramini aptetur:qui quidem cum tranſierit ad interiorem concauitatem,tanget tabulæ æneę ſuperficiem.Pari modo ſuper ſingulas exterioris altitudinis perpendiculares ſimilia & æqualia efficiantur foramina, in quantitate & altitudine. Deinde ſumatur tabula lignea quadrata,cuius latus ſit æquale diametro annuli,& protrahatur in eius ſuperficie linea diuidens per medium quadratum, æquidiſtans lateribus. Et ab una parte ſumatur longitudo duorum digitorum,& fiat ſignum:& poſt ſumatur longitudo ſemidiametri minoris circuli tabulæ æneæ,& poſito pede circini,fiat circulus tranſiens per ſignum: qui quidem circulus erit æqualis minori circulo tabulæ æneæ & concauitati annuli. Deinde ſupra centrum huius circuli ſumatur longitudo duorum digitorum, & infra centrum ſimiliter: & ſignentur puncta ab utroque in utranque partem: & protrahatur linea æquidiſtans lateribus quadrati: & in utraq; harum linearum ſignetur longitudo duorum digitorum, ex utraq; parte puncti ſignati: & à punctis unius lineæ ſignatis protrahantur lineę æquidiſtantes ad puncta alterius lineę ſignata: & fiat quadratum quatuor digitorum.Cauetur poſtea hoc quadratum,ſecundum altitudinem unius digiti,& concauationis latera efficiantur plana, & orthogonalia, & fundus ſimiliter planus. Deinde aptetur hæc tabula faciei annuli,ita ut circulus minor applicetur foramini eius, & extremitas eius extremitati: & firmetur hæc applicatio cum clauis, ut immota maneat tabula. Notandum uerò, quòd in omnibus prædictis,dictorum digitorum menſura certa debet eſſe & determinata: & ob hoc in linea aliqua fiat immutabili,ne ex mutatione menſurę error accidat. Amplius: fiat columna ferrea concaua,plana,aliquantulum ſpiſſa,ut ſtatim intret,nec immutari queat: & ſit quantitas diametri circuli eius unius grani hordei:& ponatur columna in foraminibus: quę quidem cum ad interiora annuli peruenerit: contingent lineas in tabula ænea factas. Et erit operis eius complementum, ſi linea tabulę æneę contingat circulum columnę in puncto lineæ altitudinis annuli, perpendicularis ſuper tabulam æneam,& tranſeuntis per centrum circuli columnę. Fiat autem in capite columnæ annulus aut repagulum,quod non permittat columnam intrare,niſi ad locum determinatum. Sit autem huius longitudinis columna, ut procedens ſuper tabulam æneam, attingat lineam æquidiſtantem diametro tabulæ, intra quam facta eſt ſectio. Et hæc eſt linea illa æquidiſtans baſi trianguli tabulæ æneæ.

8. *Fabricatio ſeptem ſpeculorum regularium. 8 p 5.*

AMplius:fabricentur ſeptem ſpecula ferrea,quorum unum planum:duo ſphærica,unum concauum intrà politum,aliud extrà:duo pyramidalia, unum politum in facie, aliud in concauitate:duo columnaria, unum concauum,aliud in ſuperficie politum. Speculum autem planum ſit circulare:& ſit eius diameter trium digitorum.Speculum columnare politum in ſuperficie ſit lucidum & perfectè politum:& ſit diameter circuli longitudinis ſex digitorum, qui circulus eſt baſis eius.Longitudo autem columnę ſit trium digitorum.In baſi columnę ſumatur chorda longitudinis trium digitorum: ſimiliter in baſi eiuſdem columnę oppoſita ſumatur huic æqualis chorda, & ei oppoſita, ut lineę à capitibus unius chordę ad capita alterius productę, ſint rectę.Et ſecetur hæc columna ſecundum harum linearum proceſſum, ut reſtet nobis pars columnę, cuius capita ſint portiones chordarum: altitudo autem axis remanentis portionis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Axem autem dico lineá à medio puncto arcus, ad mediũ chordę punctũ productá. Columnę aũt cõcauę longitudo ſit triũ digitorũ, & diameter baſis eius ſex digitorum: & in ea ſumatur chorda trium digitorum, & fiat ſectio, ſicut in prima: & erit altitudo axis partis remanentis minor, quàm altitudo dimidij digiti. Sit autem in his omnibus politura exquiſita,& æqualitas omnimoda.In ſpeculo pyramidali quęratur diameter baſis: cuius quantitas ſit ſex digitorũ,& chorda trium: & longitudo quatuor digitorum & dimidij:& fiat ſectio ſecũdum lineas rectas:& axis portionis altitudo ſit minor quàm altitudo dimidij digiti. Et hæc in utraque pyramidali intellige. Speculum ſphęricum ſit portio ſphęrę, cuius diameter ſit ſex digitorum, & diameter baſis huius ſpeculi trium digitorum: & erit axis altitudo minor quàm altitudo dimidij digiti. Idem operare in ſpeculo ſphęrico concauo. Deinde facias ſeptem regulas ligneas planas, quarum latera ſint æquidiſtantia & orthogonalia, ſuper capita æquidiſtantia in fine poſsibilitatis: & ſit longitudo regularum ſex digitorum, latitudo quatuor. Poſtea quadrato adaptetur aliqua regularum, ita ut orthogonaliter cadat ſuper inferiorem concaui quadrati ſuperficiem, & uide, ut facile intret quadratum: ne compreſſa immutetur. Cadat igitur ſuper faciem lateris regulę acumen tabulę æneę, & ubi continuabitur ei, fiat ſignum: & à puncto aſsignato producatur in extremitates regulę, linea æquidiſtans lateribus regulæ, ut ſit linea illa, linea longitudinis



regulæ.

regulæ. Deinceps in longiore parte illius lineæ circa punctum ſumptum, ſumatur altitudo medij grani hordei, & fiat punctum. Dico quòd illud eſt punctum medium regulæ, quod etiam centris foraminum opponitur rectè. Quoniam enim centra foraminum elongantur ſuper ſuperficiem tabulæ æneæ, in medij grani quantitate, & diſtant à ſuperficie annuli per duos digitos: Igitur punctum illud diſtat ab eadem per duos digitos, & in quadrato concauo per digitum unum. Quare ab extremitatibus regulæ ad punctũ ſunt tres digiti. Quare punctũ illud erit mediũ. Super hoc mediũ punctum producatur in utrãq; partẽ linea, ſecundũ latitudinẽ æquidiſtans extremitatibus: & medietates lineæ longitudinis (ſuper quam eſt hæc perpendicularis) diuidãtur per æqualia, per lineas latitudinis perpendiculares extremitatibus æquidiſtantes. Et ita diuiſa erit regula in quatuor æquales partes. Similis fiat in alijs regulis operatio.

9. Situs & collocatio ſpeculorum regulariũ in reflexionis organo. 10. 12. 13. 14. 15. 16. 17 p 5.

His completis, adaptetur ſpeculum planũ uni regularum: & eſt: ut ſit regula cauata ſecundũ altitudinem ſpeculi, ita ut ſuperficies ſpeculi ſit in eadem ſuperficie cũ ſuperficie regulæ: & ita, ut medium ſuperficiei ſpeculi punctũ, directè ſupponatur medio ſuperficiei regulæ puncto: & ita, ut linea diuidens ſuperficiẽ regulę in duo æqualia: diuidat etiã ſuperficiem ſpeculi per æqualia, & ut cõtinuentur partes ſpeculi cũ linea diuidente: & hoc obſeruetur in poſsibilibratis finis. Deinde ſpeculum columnare politũ in facie applicetur alicui regulæ ita, ut mediũ punctũ eius cadat ſuper mediũ regulæ punctũ, & ita, ut linea in longitudine ſpeculi ſumpta, diuidens ipſum per æqualia, cõtinuetur cũ partibus lineæ lõgitudinis ſuperficiei regulæ æquè diuidenti, & ut media longitudinis ſpeculi linea ſit in ſuperficie regulę. Et hoc ſic fieri poterit. Vtriuſq; baſis ſpeculi arcus per æqualia diuidantur, & à puncto diuiſionis ſignato ad oppoſitũ ſignatum punctũ linea producatur, & lineę mediæ longitudinis aptetur & cõtinuetur. Speculũ columnare concauũ aptetur regulæ, ut media lõgitudinis eius linea ſecundũ æqualẽ baſium arcuum diuiſionẽ ſumpta, æquidiſtans ſit lineæ mediæ longitudinis regulæ: & etiã ut utriuſq; arcus chordę cũ lineæ lõgitudinis extremis ſint in ſuperficie regulæ. Pyramidale ſpeculũ extrà politũ applicetur regulæ, ut acumen eius ſit in termino lineæ mediæ lõgitudinis regulæ, & linea diuidens portionẽ pyramidalis per æqua, quę ſcilicet à uertice ad medium arcus baſis punctũ producitur, ſit in ſuperficie continuata cum parte reſtante lineę mediæ, longitudinis regulæ. Speculum pyramidale concauum applicetur regulę ita, ut acumen eius ſit in directo mediæ lineæ longitudinis regulæ, chorda uerò arcus baſis ſit in ſuperficie regulæ, & linea à uertice ad medium arcus baſis punctum ducta, ſit æquidiſtans mediæ lineæ longitudinis regulæ. Cum autem longitudo pyramidis ſit quatuor digitorum & dimidij: reſtabũt ex longitudine regulæ digitus & dimidius. Ad aptandum regulæ ſpeculum ſphæricum extrà politum: fiat in regula circulus ſecundum quantitatem trium digitorum: eius centrum ſit medium regulæ punctum: & aptetur ſpeculum, ut medium ſuperficiei eius punctum ſit in ſuperficie regulæ, & in medio puncto mediæ lineæ longitudinis regulæ: quod quidẽ ſciri poterit per applicationem alterius regulæ acutæ, æqualis huic in longitudine, & diuiſæ per æqualitatem, & applicatę mediæ lineæ longitudinis regulæ, ita ut medium huius regulæ acutæ punctum, tangat medium ſpeculi ſphærici punctum. Sphęricum concauum aptatur: facto in regula circulo ſecundum quantitatem trium digitorum, cuius centrum medium regulæ punctum: Cauato circulo imponatur ita, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & punctum medium concauitatis ſpeculi, ſit directè oppoſitũ medio regulæ puncto, & diameter baſis ſpeculi continuetur mediæ lineæ regulę: Quæ ita perpendetur. In regula acuta punctũ ſignetur: & ab illo puncto lõgitudo ſemidiametri baſis ſpeculi notetur ex utraque parte, & ita hæc acuta regula mediæ lineæ regulæ applicetur, ut punctum ſignatũ in ea, directè opponatur medio cõcauitatis ſpeculi puncto, & diameter in ea facta ſimul ſit cum baſis diametro. His peractis in ſemidiametro tabulæ æneæ triangulum per æqualia diuidente: ſignetur ab acumine eius longitudo, æqualis axi huius ſpeculi concaui, & fiat punctum. Axis autem ſic dignoſcitur. Regula acuta ſuperficiei ſpeculi applicetur, ut acuitas directè ſit ſuper mediam longitudinis lineam, puncto eius ſuper medium concaui ſpeculi punctum directè ſtatuto: deinde acus recta & ſubtilis ſuper illud regulæ acutæ punctum perpendiculariter cadat in ſpeculum: deſcendet quidem ſuper medium concaui punctum: ſignetur autem in acu punctum, quod poſt ſuum deſcẽſum tangat concauitas regulæ: & ſit modicum declinata regula, ut certius poſsit fieri in acu ſignum. Poſtea ſecundum longitudinem acus à puncto ſignato in ea, metire ab acumine tabulæ æneæ in linea triangulum diuidente, & fac punctum. Deinceps hanc regulam facias intrare quadratum concauum, ita ut acumen tabulæ æneæ deſcendat ſupra ſpeculum, & adhibeatur regula acuta, ut ſignetur punctum in linea diuidente triangulum, quod tetigerit ex ea regula acuta, cum acumen trianguli deſcenderit uſque ad ſuperficiem concaui: Signa igitur punctum: hoc uerò ſecundum punctum minus diſtabit ab acumine quàm primum. Superficies enim tabulæ æneæ diſtat à ſuperficie annuli ſiue tabulæ, in qua eſt quadratum concauum, per duos digitos minus medietate grani hordei: punctum autem medium regulæ directè eſt oppoſitum medio ſpeculi concaui puncto: quod quidem diſtat ab eadem ſuperficie tabulæ per duos digitos. Cum ergo acumen tabulę orthogonaliter deſcendat: nõ cadet ſuper mediũ cõcaui punctũ, quod eſt terminus axis, ſed in punctũ altius. Quare patet propoſitũ. Signetur uerò in ſpeculo cõcauo pũctũ, in qd incidit acumẽ tabulæ æneæ, & extracto in pũcto illo foramine, orthogonaliter deſcẽdẽte & modico, ad hãc quidẽ

menſuram,

menſuram,ut in eo deſcendat acumen:donec acuitas lineæ adhibitæ, cõtingat punctũ lineæ diuidentis triangulum primò ſignatũ: quod cum fuerit:erit quidem acumen tabulæ æneæ in eadem ſuperficie cũ termino axis ſpeculi:quæ ſuperficies eſt æquidiſtãs ſuperficiei regulę: & erit linea à termino axis ad acumen ducta,perpendicularis ſuper ſuperficiẽ tabulæ æneæ. Axis aũt ſpeculi in eadem erit ſuperficie cũ centris foraminũ:quoniam diſtantia eorũ à ſuperficie annuli duorum eſt digitorum,& terminus axis ſimiliter.His cum diligentia præparatis,poterit uideri, quod præmiſimus.

10. Radius ſpeculo plano obliquus,in oppoſitam partem reflectitur: & æquat angulos incidentiæ & reflexionis. 10 p 5.

IMmittatur annulo regula,ſuper quã eſt ſpeculum planũ, donec acumen tabulæ æneæ cadat ſuper ſpeculũ,& ſit infixa regula quadrato concauo: & in eo ſubtus regulã aliquid apponatur,qđ ei cõferat firmitatẽ,ne uacillet:deinde opponatur pergamenũ foraminibus, & cũ digito fiat impreſsio,ut obturentur, & impreſsionẽ percipere poſsis, & ſignum foraminis fiat in pergameno cũ incauſto uel aliquo alio: Vnum autem foraminum relinquatur apertum, declinatũ non ſuper mediam regulam,& adhibeatur radio ſolis foramen apertum:certior autem erit huius rei comprehenſio,ſi adhibeatur radio ſolis per foramen domus intranti. Cum igitur radius foramẽ intrans ad ſpeculum peruenerit,uidebis ipſum reflecti ad foramen illud, reſpiciens ſuper lineam tabulæ æneę æqualem angulum continentem cum linea triangulum per æqua diuidente,ei angulo,quem tenet linea à foramine diſcooperto cum eadem tabulæ ſemidiametro. Si uerò foramẽ,in quod fit reflexio, diſcoopertum opponas radio,priore cooperto:uidebis radium reflecti in coopertum. Si uerò foramini imponatur columna ferrea concaua,quam ad quantitatem foraminum fieri præcepimus: quę ut firmius ſtet,modicum ceræ circa eam apponatur: deſcendet lux per columnæ concauitatem,ſicut deſcendit per foramen, & reflectetur in foramen ſibi reſpondens, & ſuper lineas tabulæ æneæ erit deſcenſus & reflexio pari modo,ut prius. Et ſi ad ſecundum foramen columnã tranſtulerimus: in primum lucem reflexam uidebimus. Erit autem debilior lux per columnam deſcendens, quàm ſine columna per foramen.Erit autem uidere eundem reflectendi modum in debiliore luce. Obturetur foramen cum cera,ut modicum circa centrum ei reſtet uacuum:& uidebitur lucis reflexio in foramine ſimili circa centrum. Pari modo, ſi concauitatem columnæ cum cera obturaueris, ut remaneat quaſi terminus ſolius axis: deſcendet lux ſuper axem columnæ, & reflectetur ad centrum foraminis ſimilis. Eodem modo altera columna impoſita, cũ deſcenderit lux ſuper axem unius foraminis:reflectetur ſuper axem ſimilis.Centrum enim foraminis directè axi opponitur:& cũ lucis reflexio cadat in centrũ,nec moueatur,niſi per lineam rectã,oportet,ut procedat ſecundum axem.

11. Radius ſpeculo perpendicularis,reflectitur in ſeipſum. 11.12 p 5.

OBturatis autem foraminibus ſingulis, præter medium,quod directè ſuper tabulam æneam incidit:fiat baculus columnaris ad quantitatẽ foraminis, & extremitas eius acuatur, ut remaneat ſolus terminus axis eius,& deſcẽdat per foramen ad ſpeculũ,& ſignetur punctum, in quod ceciderit:deinde deſcendat radius ſolis per foramen illud:cadet quidẽ ſuper punctũ ſignatum,& circa ipſum efficiet circulum.Signetur igitur in fine huius lucis circularis punctũ, & ſecundum quantitatẽ lineæ interiacentis puncta ſignata,fiat circulus:erit quidẽ circulus iſte maior circulo foraminis:quoniam proceſſus lucis per foramen ingredientis, eſt per modum pyramidis. Vnde palàm,quòd lux deſcendens per axem,reflectitur ſuper eundem. Veruntamen apparebit lux circularis circa baſim interiorem foraminis,maioris quidem capacitatis luce incidente uel radio,& maioris etiã lucis, interioris lucis circulo:& palã eſt, hãc lucẽ eſſe per reflexionẽ:uerùm nõ per reflexionem lucis ſuper axem deſcendentis:quod ex hoc poterit patère. Obturata utraq; foraminis baſi, ut quaſi ſola remaneat axis uia,& radio ſolis per uiam axis deſcendente:nõ apparebit lux illa circularis,circa interiorẽ baſim foraminis. Quare nõ procedebat ex reflexa lucis axe.Amplius : ut ſuprà quidẽ ſuppoſuimus,ut regula orthogonaliter caderet in quadratũ concauũ: ſi aliquantulũ inde auferatur, ut regula declinetur, ita, ut extremitas à quadrato remotior, ſit demiſsior radio deſcendente ſuper foramen mediũ: non cadet perpendiculariter ſuper ſpeculũ:& apparebit lux reflexa à foramine medio remota:& quantò maior erit declinatio, tantò maior erit lucis reflexæ à foramine remotio.Si uerò ad rectitudinẽ regula reducatur,lux reflexa circa interiorẽ foraminis baſim,ut prius,uidebitur.Palã igitur, quòd luce ſuper ſpeculũ perpendiculariter cadẽte,regreditur ad foramẽ, per quod ingreſſa eſt. Cũ uerò lux axis declinata ceciderit, nõ reflectetur ad foramen, per quod ingreſſa eſt, ſed tamẽ apparebit centrum lucis ſemper ſuper lineam ſuperficiei concauæ annuli, perpendicularem ſuper tabulam æneam, & deſcendentem per centrum foraminis medij. Quæcunque autem dicta ſunt in duobus foraminibus primis declinatis: intellige in ſingulis: & quod dictũ eſt in ſpeculo plano,de luce per foramen ſeu declinatum ſeu medium deſcendente:regula ſeu recta ſeu declanata: in alijs ſpeculis intellige.

12. In ſpeculis, conuexis, cauis: ſpherico, conico cylindraceo, anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 12.13.14.15.16.17.20 p 5.

SI autẽ regula,in qua fuerit ſpeculũ columnare extrà politũ, declinetur in quadrato, ita ut non orthogonaliter cadat ſuper quadratum, ſed declinetur ſuper partem dextram uel ſiniſtram:

apparebit

apparebit tamen lux reflecti ſuper foramen, ſimilè eius deſcenſui, & medium lucis ſuper medium foraminis, ſicut uiſum eſt in regula non declinata. Regulam, in qua ſitum eſt columnare concauum, impones, ut deſcendat acumen tabulæ æneæ, donec tangat ſuperficiem ſpeculi: & declinabis hoc ſpeculum ſecundum latus ſuum, ſicut declinaſti extrà politum. Idem in ſpeculis pyramidalibus concauis operaberis. Sphæricum concauũ aptetur, donec deſcendat acumen tabulæ æneæ in foramen ſpeculi, factum ſecundum acuminis deſcenſum. Sphæricum extrà politum ſic imponatur, ut acumen tabulæ æneæ ſit in ſuperficie regulæ, & in eadem ſuperficie cum medio ſpeculi puncto: quod ſic fieri poterit. Adhibeatur regula acuta regulę, & puncto ſpeculi medio, & deſcendat acumen tabulæ æneæ, quouſq; ſit in directo acuitatis regulæ: & tunc cogatur ſiſtere. In ſpeculis columnaribus uidebis reflexionem hoc modo. Aptetur ſpeculum, ſicut dictum eſt: & per foramen medium deſcendat baculus columnaris, ſicut factũ eſt in ſpeculis planis: Cadet quidem baculus ſuper mediam longitudinis ſpeculi lineam, & erit eius terminus in ſuperficie regulę. Super mediam igitur lineã ſignetur punctum, in quod cadit: & ab hoc puncto in ſuperficie regulæ ſumatur longitudo ſemidiametri circuli facti in regula, ad diſcernendum circularem lucis caſum: & ex alia parte puncti ſumatur longitudo eadem, & habebitur linea æqualis diametro prædicti circuli. Videbitur autem lux cadens, extendi ſuper prædictam lineam tantùm, & reflectetur ad foramen medium: & circa eius baſim interiorem uidebitur lux circularis maior circulo interiori, ſicut in ſpeculis planis uiſum eſt. Idem in ſpeculis pyramidalibus uidere poteris. Pari modo in ſpeculis ſphæricis, luce per foramen mediũ deſcendente: fiat circulus in ſuperficie regulæ ad quantitatem circuli iam dicti: & uidebitur lux extendi ſuper hunc circulum, & reflecti ad foramen medium modo iam dicto. Et apparebit in his omnibus rectis reflexionibus, linea perpendicularis in interiore ſuperficie annuli tecare lucẽ circularem reflexam, & diuidere circulum eius per medium. Quod autem dictum eſt de luce naturali: uideri poterit in luce accidentali. Domus unici foraminis opponatur parieti, in quem deſcendit radius ſolis, & applicetur inſtrumentum foramini. Cum ergo intrauerit lux accidentalis per foramen non medium, uidebitur reflecti per eius oppoſitum: & ſi aptetur inſtrumentum, ut intret per duo foramina, reflectetur per duo ſimilia. Verùm ut poſsis perpendere lucem, cum intrauerit directè: appone ſuperius pergamenum album, & inclina inſtrumentum, donec uideas lucem cadentem ſuper pergamenum: in ſpeculis enim non plenè comprehenditur lucis accidentalis caſus, propter debilitatẽ eius. Idem autem in hac luce patebit, quod in naturali patuit: non enim eſt diuerſitas in earum natura, niſi quòd una fortis eſt, & alia debilis. Palàm ergo, quòd luces per diuerſas lineas ad ſpecula accedentes, per diuerſas reflectuntur lineas: & quòd ſecundum rectam perpendicularem incidentes, ſecundum eandem regrediuntur: & quòd declinatio linearũ reflexionis, eſt æqualis declinationi linearum acceſſus.

13. Superficies reflexionis eſt perpendicularis plano ſpeculum in reflexionis puncto tangenti. 25 p 5.

ET planũ, quòd lineæ lucis reflexæ & aduenientis, ſunt in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem politi, aut ſuperficiem contingentem punctum politi, à quo fit reflexio: & ſi lux ſuper perpendicularem uenerit, reflectitur ſuper perpendicularem: & in quodcunq; punctum ceciderit, reflectitur in ſuperficie perpendiculari, ſuper ſuperficiem tangentem illud punctum: & ſemper linea reflexa cum perpendiculari ſuper illud punctum, æqualem tenet angulum, angulo, quem includit linea ueniens cum eadem perpendiculari. Et huius rei probatio eſt. Quia palàm, per 10.11.12.n] quòd ſi deſcendat lux quæcunq; per foramen aliquod: reflectitur per aliud ipſum reſpiciens: & ſi conſtringatur foramen, ut reſtet quaſi ſolus axis: reflectitur per axem reſpicientis: & ſi fiat alteratio deſcenſus lucis: reflectitur per lineas, per quas prius deſcenderat. Et palàm [ex inſtrumenti reflexionis cõſtructione] quòd foramina ſe reſpicientia eundem habent ſitum, reſpectu medij. Et cum non procedat lux, niſi per rectas lineas: palam, quòd reflectitur per lineas eiuſdem ſitus, reſpectu medij foraminis, cum lineis deſcenſus: Vnde cũ accedit per orthogonalẽ, per eam reflectitur ſolam. Quare ſemper lineæ reflexionis eundem ſeruant ſitum cum lineis deſcenſus, reſpectu ſuperficiei contingentis punctum reflexionis. Et hoc uerum eſt ſiue in ſubſtantiali ſiue in accidentali luce, ſiue forti ſiue debili: & generaliter in omni. Et nos oſtendemus identitatẽ ſitus. Iam ſcimus, quòd ſuperficies regulæ cadit ſuper tabulam, in qua quadratum fecimus, orthogonaliter. Igitur linea media tabulæ quadrati orthogonalis eſt ſuper lineam communem ſectioni ipſius & regulæ, & ſuper lineam latitudinis regulæ: Et tabula quadrati æquidiſtat æneæ tabulæ, & linea eius, id eſt, tabulæ quadratæ concauæ media æquidiſtat lineæ mediæ tabulæ æneæ, quę eſt linea à centro tabulæ æneæ producta, & diuidens ſemicirculum per æqualia. Linea autem cõmunis ſuperficiei tabulę æneæ & ſuperficiei regulæ, in qua eſt linea latitudinis, eſt æquidiſtãs lineæ communi concauę tabulæ & regulæ [per 28 p 1: linea enim longitudinis regulæ rectè ſecat latitudinis lineas.] Quare linea media tabulæ æneæ cadet perpendiculariter ſuper lineam cõmunem regulæ & tabulę æneæ. Et regula perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem quadrati, & ſuperficies quadrati æquidiſtans ſuperficiei tabulæ æneę Quare ſuperficies tabulę æneę orthogonalis eſt ſuper ſuperficiem regulę: & linea media latitudinis regulę, eſt perpendicularis ſuper mediam longitudinis regulæ lineam: & ſimiliter linea media tabulę æneę, eſt perpendicularis ſuper eandẽ. Et ita media linea tabulę æneæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem regulæ, & ſuper mediam longitudinis eius lineam: Eſt ergo perpendicu

laris ſuper ſuperficiē ſpeculi plani, & ſuper mediā longitudinis eius lineā. Amplius: ſuperficies tabu læ æneę eſt æquidiſtans ſuperficiei deſcendenti per centra foraminū. Nam longitudo centrorū à ſu perficie tabulę æneę eſt eadem, id eſt medietatis unius grani hordei, & diameter foraminis eſt unius grani hordei: ſimiliter latitudo ſuperficiei columnæ eſt unius grani: & ſuperficies deſcendens per centra foraminum, ſecat columnā per medium: & ita axis columnæ eſt in ſuperficie illa. Et columna deſcenſu ſuo tangit lineā in tabula ænea, cui quidē æquidiſtat axis: quoniā axis eſt æquidiſtans cuili bet lineę ſuperficiei columnæ. Et axis colūnæ cadit in punctū ſuperficiei regulæ, à quo puncto linea ducta ad centrum tabulę æneę, eſt perpendicularis ſuper tabulam æneam: quoniam per quodcunq; foramen deſcendat columna: axis eius cadit ſuper mediā longitudinis regulæ lineam: & linea pro tracta à puncto regulæ, in quod cadit axis per centra foraminum, eſt æquidiſtans lineę protractæ à centro tabulę æneę ad terminum diametri foraminis: [per 33 p 1] quoniam linea inter punctum il lud & centrum eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem tabulę æneę, cum ſit pars lineę medię longitudi nis regulę: & huic lineę interiacenti centrum tabulę æneę & punctum, eſt æquidiſtans linea annuli, tranſiēs per centra foraminū, & perpendiculariter cadēs ſuper ſuperficiem tabulę æneę [per 6 p 11: Vtraq; enim linea ad perpendiculum eſt tabulę æneę.] Quare æquidiſtantes erunt lineę cadentes à puncto regulę ad centra foraminū, lineis à tabulæ æneę centro, ad terminos diametrorū eorundem foraminū in ſuperficie tabulę ductis. Pari modo in ſingulis foraminibus. Quare lineę à puncto regu læ, in quod cadit axis, productę ad centrū duorum foraminū ſe reſpicientiū, æquidiſtantes duabus lineis, à centro tabulę æneę ad extremitates diametrorū eorundem foraminū protractis, æqualem cum his lineis tenent angulū [per 10 p 11.] Et ſi à termino axis erigatur linea ad centrū foraminis: erit in ſuperficie per centrum deſcendente, & erit æquidiſtans medię lineę tabulę æneę: [per 6 p 11] quoniā linea inferior interiacens capita earū, eſt perpendicularis ſuper tabulam æneam, & æqualis ſuperiori eadē capita interiacenti, & ſuper tabulā æneā perpendiculari: & eſt æquidiſtans ei. Et ſimi liter linea à centro foraminis mediį ad terminū axis colūnę, eſt æquidiſtās medię lineę tabulę æneę: & eſt illa perpendicularis ſuper regulā: quare & ista [per 8 p 11.] Igitur hęc linea & altera angulū cōti nentes, æquidiſtant medię lineę tabulę æneę, & alteri lineæ in tabula ænea reliquū angulū cōtinen ti. Quare anguli partiales ſibi oppoſiti ſunt æquales [per 10 p 11.] Igitur linea tabulæ æneę media di uidit angulum ſuum per æqualia. Quare linea à centro foraminis mediį, diuidit angulum ſuum per æqualia Et cum certum ſit, quòd lux foramen declinatum intrans per illas lineas angulū continen tes moueatur: planū, quòd lux omnis reflectitur per lineas, quę cum lineis deſcenſus ſunt in ſuper ficie orthogonali ſuper ſuperficiem reflexionis, & angulum æqualem facientes cum linea perpen diculari, angulo, quē continet perpendicularis cum lineis deſcēſus: & quòd lux perpendiculariter deſcendens reflectitur per perpendicularem. Et hoc generale eſt in omni luce. Si aūt declinetur re gula, non in latus ſuū, ſed in caput, ut axis foraminis mediį non ſit perpendicularis ſuper regulā: re flectetur lux, & uidebitur ſuper lineam altitudinis annuli perpendicularē, & per centrum foraminis tranſeuntē: & quantò maior fuerit declinatio, tanto maior erit lucis reflexæ à foramine uel axe elon gatio: & ſi diminuatur declinatio, diminuetur elongatio: & ita, donec ſitus regulæ ad rectitudinē re gredi atur, & ſuper perpendicularē illā reflectatur lux. Quod aūt in hac declinatione axis foraminis mediį & linea reflexionis, ſint in eadem ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem reflexionis, planū per hoc. Quoniā enim axis foraminis mediį eſt perpendicularis ſuper latitudinē regulæ, id eſt ſuper lineā communē ſuperficiei regulę, & ſuperficiei per centra foraminū deſcendentis, & media linea ta bulę, ſcilicet annuli, eſt æquidiſtās huic axi, & æquidiſtans medię lineæ tabulæ æneę, & media linea tabulę æneę eſt perpendicularis ſuper latitudinē regulę, & ſuper lineā cōmunem ſuperficiei regulę, & ſuperficiei tabulę æneę. Quare ſuperficies, in qua ſunt, media linea tabulę æneę, & axis foraminis mediį, etiā orthogonalis eſt ſuper ſuperficiem regulę: & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis in alt tudine annuli: [per 7 p 11] quoniā tranſit per terminos æquidiſtantium, ſcilicet medię tabulę æneę & axis foraminis mediį. Palām igitur, quod lux reflexa, quę apparet in perpendiculari altitudi nis annuli, reflectitur per lineam, quę cum axe, per quem fit deſcenſus, eſt in ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem regulę. Luce ergo deſcendente in ſpeculum planum, ſit reflexio ſecundū lineas, quarū eadem declinatio ſuper ſuperficiem ſpeculi: & ipſę ſunt cum perpendiculari in ſuperficie or thogonali ſuper ſpeculi ſuperficiem. In ſpeculo columnari exteriori eadē penitus probatio, quę eſt in plano: ſcilicet quòd acumē tabulę æneę cadat ſuper lineam longitudinis ſpeculi orthogonaliter: & ſimiliter colūna deſcendēs ſuper eandē: & pars illius lineę inter hos caſus eſt orthogonalis ſuper tabulā æneam. Et ſemper, ſiue per foramē mediū, ſiue per declinatū deſcenderit lux: reflexio eius cū deſcenſu erit in eadem ſuperficie, orthogonali ſuper ſuperficiem contingentē lineam longitudinis ſpeculi. In pyramidali uero exteriori, cum ſuperficies regulæ ſit in eadem ſuperficie cum linea longi tudinis pyramidis, ſicut in columnari: erit idem ſitus linearū ſuperficiei, & idem reflexionis modus, ſicut in plano ſpeculo, & eadem penitus probatio. In ſpeculo columnari concauo deſcēdit acumen tabulæ æneę uſq. ad lineam longitudinis eius mediam, & ſuper eandē cadit axis cuiuſq; foraminis: & pars illius lineę inter hos caſus eſt orthogonalis ſuper ſuperficiē tabulę æneę: & axis foraminis, & media linea tabulę æneæ, ſunt orthogonales ſuper ſuperficiem, tangentē ſpeculum illud in linea longitudinis (quę eſt locus reflexionis) & æquidiſtantē ſuperficiei regulę. Et ita idē modus proban di, qui prius: quòd ſcilicet reflexio & deſcenſus ſint in eadē ſuperficie, orthogonali ſuper ſuperficiē loci reflexionis: & quòd eiuſdē ſint declinationis: & quòd deſcenſus per mediū, efficit reflexionem

per

per ipſum: & declinato capite regulæ: erit reflexio ſuper perpendicularẽ annuli, ſicut dictũ eſt in plano. In ſpeculo pyramidali concauo eadẽ in omnibus probatio. In ſpeculo ſphęrico exteriori palàm, quòd mediũ eius punctũ eſt in ſuperficie regulæ, & axis cadit in punctũ illud: & erit in eo idẽ ſitus linearum & aliorũ penitus, qui in plano: & eadem demonſtratio. In ſpeculo ſphærico cõcauo iam declaratum eſt, [9 n] quòd axis foraminis deſcendat ad punctum eius mediũ, & acumen tabulæ æneę tranſeat per foramẽ in ſpeculo iam factũ, uſq; dum ſit in eadem ſuperficie cum puncto illo medio: & linea à puncto illo ad acumen protracta, eſt æquidiſtans mediæ lineę longitudinis regulæ. Et ita deſcenſus & reflexio ſunt in eadẽ ſuperficie, orthogonali ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in illo puncto medio, & æquidiſtantẽ ſuperficiei regulę. Et eadem probatio penitus, quę in alijs. Planũ ergo, quòd omnis lux, in quodcunq; horum ſpeculorũ ceciderit, reflexio & deſcenſus ſunt in eadẽ ſuperficie orthogonali. Hic aũt modus reflexionis non accidit ex proprietate axis uel puncti, in quod cadit: uel foraminis, per quod intrat: uel ꝓprietate ſpeculi. Accidit enim in quolibet foramine, quæcunq; ſit lux, & per quamcunq; lineá deſcendat, & in quodcunq; ſpeculi punctũ cadat. Quoniã quocunq; puncto ſpeculi ſumpto, ſi lux in ipſum deſcendat, cũ idem ſit ei ſitus, reſpectu longitudinis ſpeculi, & cuicunq; alij: erunt ſimiliter ijdem reſpectu linearũ ab eo protractarũ, quæ eiuſdẽ ſunt declinationis cũ lineis à puncto priore intellectis, ſicut puncto priori uel cuicunq; alij. Et generaliter idẽ eſt ſitus cuilibet puncto, in quod cadit lux, qui & in priore ſumpto, & reſpectu axis & reſpectu acuminis tabulæ æneę: & eadem in omnibus probatio, & ſimilis demonſtratio. Vnde eſt certũ, non eſſe hoc ex proprietate lucis uel figura alicuius ſpeculi, ſed ex proprietate quadam communi rei politæ & cuilibet luci. Si autem per diuerſa in quodcunq; punctum deſcenderit lux foramina, uidebitur reflexio diuerſa, & angulorum diuerſitas ſuo deſcenſui conſona: & ſic in omnibus.

14. Inter uiſibile & ſpeculũ innumerabiles pyramides ſiũt alternis baſib. & uerticibus. 22 p 5.

MAnifeſtũ aũt ex ſuperioribus [23 n] quòd ſi corpus politum opponatur corpori luminoſo: cadet in quodlibet punctũ eius lux à quolibet puncto luminoſi: unde ſuper quodlibet politi punctũ cadit pyramis, cuius acumẽ in eo, & ſuperficies luminoſi eſt baſis: & à quolibet puncto luminoſi procedit pyramis, cuius acumẽ in eo, & baſis ſuperficies politi. Si aũt inter luminoſum & politũ intelligatur punctũ aliquod: ueniet quidẽ ad illud punctũ lux luminoſi, in modum pyramidis, cuius acumen in puncto, & latera huius pyramidis procedentia, uſq; dum cadant in ſuperficiem politi, pyramidẽ efficiunt. Vnde in puncto intellecto erunt acumina duarũ pyramidũ, quarũ baſes ſunt ſuperficies luminoſi & politi. Et ſi ad punctũ quodcũq; intermediũ intelligatur pyramis, cuius baſis ſuperficies politi, & procedant huius pyramidis lineę: illud, quod occupabunt ex ſuperficie luminoſi, hoc eſt, à quo procedebat lux ad politũ: erit ſecundũ duas pyramides, quarũ acumina ſunt in puncto intellecto: & quicquid procedit lucis in his duabus pyramidibus, procedit & includitur in duabus primis pyramidibus. Et à luminoſo ſecundũ lineas æquidiſtantes procedit lux ad ſpeculũ: ſed hæ lineę includuntur in duabus primis pyramidibus: & per quaſcũq; lineas mouetur lux ad ſpeculũ: obſeruant lineę reflexionis eundẽ penitus ſitum, quẽ habebant lineæ motus lucis. Vnde ſi moueatur lux per æquidiſtantes, reflectitur per æquidiſtantes: & lux cadẽs in politũ, ad modũ pyramidis reflectitur, obſeruàs modũ eiuſdem pyramidis. Et cũ deſcendit lux à corpore luminoſo per foramen aliquod ad corpus politũ: ſi in ſuperficie foraminis ex parte luminoſi intelligatur punctũ, à quo puncto intelligãtur duę pyramides, baſis unius in luminoſo, alterius in polito: à ſola baſi pyramidis, cuius luminoſum baſis: uenit lux ad politũ ſuper illud punctũ. Similiter ſi in ſuperficie foraminis ex parte politi intelligatur punctũ, in quo acumina duarũ pyramidum, unius ad ſpeculũ, alterius ad luminoſum: à ſola baſi pyramidis, quę baſis eſt in luminoſo, accedit lux ad ſpeculum ſuper hoc punctum: & à parte luminoſi his duabus pyramidibus cõmunis, accedit lux ad partẽ ſpeculi communẽ duabus pyramidibus. Venit etiá lux à luminoſo ad ſpeculũ per lineas æquidiſtãtes: ſed per quaſcũq; accedat: fit reflexio modo prædicto: & quælibet lineę reflexionis obſeruant ſitum linearum deſcenſus lucis eas reſpicientium: & in omni reflexione obſeruatur identitas formę lucis, quę fuerit in polito corpore: & hæc deinceps explanabimus explanatione euidenti.

15. Lux à ſuperficie polita longinquiore reflexa, trifariam debilitatur.

AMplius: Patuit [45 n] quòd lux quanto plus ab ortu ſuo elongatur, tantò plus debilitatur: patuit etiá, quòd lux cõtinua fortior eſt diſgregata. Cũ igitur ab aliquo puncto luminoſi procedit lux ad ſuperficiẽ ſpeculi in modũ pyramidis, quãto magis elongatur ab illo puncto: tantò maior erit eius debilitas duplici de cauſſa: & propter elongationẽ ab ortu ſuo, & propter diſgregationẽ. Cum aũt ab aliquo ſpeculi puncto reflectitur lux iſta, fit debilior tripliciter: & propter reflexionẽ, quæ debilitat, & propter elongationẽ a loco reflexionis, & propter diſgregationẽ. Si uerò lux reflexa à ſpeculo aggregetur in punctũ aliquod: fiet quidẽ fortior propter aggregationẽ, ſed debilitabitur propter reflexionẽ & elongationẽ. Si igitur aggregatio lucis tantũ reddit ei fortitudinis, quantum ſubtrahunt reflexio & elongatio: erit lux reflexa aggregata eiuſdẽ fortitudinis, cuius eſt in ſuperficie ſpeculi: ſi uerò aggregatio minus addat fortitudinis, quàm diminuũt illa duo: erit debilior: & ſi plus addat, erit fortior. Similiter ſi à ſuperficie luminoſi procedat pyramis ad aliquod punctum ſpeculi: erit lux procedẽs ſecundum hanc pyramidalitatẽ debilior propter elongationẽ, ſed fortior propter aggregationẽ. Si aũt aggregatio poteſt ſuper elongationẽ: erit lux in punctо ſpeculi aggregata fortior luce unica à luminoſo ueniente per lineã unã: unica dico: quia ad quodlibet punctũ lineæ

ex illis ſumptæ uenit etiá pyramis à luminoſo, quæ quidé pyramis cum ſimilibus excluditur in hac conſideratione. Si uerò elongatio ponderet ſuper aggregationem: erit lux puncti politi minor luce ſola unius lineæ ſumptæ: & ſi aggregatio plus ponderet elongatione: erit fortior. Luces aũt, quę à luminoſo ad ſpeculũ accedunt ſuper lineas æquidiſtantes: erunt debiliores, quàm modo alio acceden tes: quoniá debilitatę propter elongationẽ non aggregantur in ſpeculũ, ſed in reflexione per lineas æquidiſtantes mouentur: unde per reflexionẽ & elongationẽ debilitantur. Et ſi aggregentur in reflexione: conferetur eis fortitudo comparata ad fortitudinem, quam habuerunt in ſpeculo, ſecundum poſſe aggregans ſuper reflexionem & elongationem.

16. Lux & color reflectuntur per lineas phyſicas, latitudine quadam praditas. 3 p 2. 6 p 5.

AMplius. Omnis linea, per quá mouetur lux à corpore luminoſo ad corpus oppoſitũ, eſt linea ſenſualis, non ſine latitudine. Lux enim nõ procedit, niſi à corpore, quoniá non eſt, niſi in corpore: ſed in minore luce, quæ ſumi poteſt, eſt latitudo, & in linea proceſſus eius eſt latitudo: & in medio illius lineæ ſenſualis, eſt linea intellectualis, & aliæ eius lineæ ſunt æquidiſtantes illi. Et ſi diuidatur minor ex lucibus: neutra eius pars erit lux, ſed utraq; extinguetur, nec apparebit. Si aũt lux minima duplicetur, aut amplius multiplicetur, & cõpacta per æqualia diuidatur: erit lux utraq; pars eius: Si uero per inæqualia fiat diuiſio: erit altera pars eius lux, altera minime. Lux aũt minima procedit in minimá corporis partem, quá lux occupare poſſit, & proceſſus eius eſt ſecundum lineã intellectualem, lineæ ſenſualis mediam, & extremitates ei æquidiſtantes. Et cadit lux minima non in punctũ corporis intelligibile, ſed ſenſibile, & reflectitur per lineam ſenſibilem, cuius latitudo eſt æqualis latitudini lineę ſenſibilis uenietis. Et ſi intelligatur in linea ſinſibili, linea reflexa intellectualis media: eundé habebit ſitũ ſuper reflexiõis locũ, quẽ habet linea intelligibilis media, lineę ſenſibilis uenietis. Et quęlibet linea intellectualis in linea reflexa ſenſibili eundẽ penitus obtineat ſitũ cũ linea intelligibili alterius lineę ſenſibilis, ipſã reſpicietẽ. Obſeruatur ergo in omni luce ratio linearũ & punctorũ intellectorũ, licet ab eis aut per ipſas nõ procedat lux: & in hũc modũ erit reflexio lucis.

17. Reflexio lucis & coloris à ſuperficie aſpera facta, plerunq; fugit uiſum. 1 p 5.

AMplius: quare ex politis corporibus, non ex aſperis fiat reflexio: eſt: Quoniá lux, ut diximus, non accedit ad corpus, niſi per motum citiſsimũ, & cum peruenerit ad politũ: ejcit eam politum à ſe: corpus uerò aſperum non poteſt eam ejcere: quoniá in corpore aſpero ſunt pori, quos lux ſubintrat: in politis aũt non inuenit poros, nec accidit electio hæc, propter corporis fortitudinẽ uel duriciem, quia uidemus in aqua reflexionẽ: ſed eſt hæc repulſio propria politurę: ſicut de natura accidit, quod aliquid poroſum cadens ab alto ſuper lapidẽ durum, reuertitur in altũ: & quanto minor fuerit duricies lapidis, in quẽ ceciderit, tanto regreſsio cadentis debilior erit: & ſemper regreditur cadens uerſus partẽ, à qua proceſsit: Verũ in arena propter eius mollitiẽ non fit regreſsio, quæ accidit in corpore duro. Si aũt in poris aſperi corporis ſit politio: tamen lux intrans poros nõ reflectitur: & ſi eam reflecti acciderit, diſpergitur, & propter diſperſionem à uiſu nõ percipitur. Pari modo ſi in aſpero corpore partes elatiores fuerint politæ: fiet reflexa diſperſio: & ob hoc occultabitur uiſui. Si uerò eminentia partiũ adeò ſit modica, ut eius quaſi ſit idem ſitus cũ depreſsis: comprehendetur eius reflexio tanquam in polito, non aſpero, licet minus perfectè.

18. Radij incidentia & reflexionis, ſitus ſimilitudine conueniunt. Itaq; anguli incidentiæ & reflexionis æquantur. 20 p 5.

QVare aũt fiat reflexio lucis ſecundum lineam eiuſdem ſitus cum linea, per quá accedit ad ſpeculũ ipſa lux: eſt: Quoniá lux motu citiſsimo mouetur: & quando cadit in ſpeculũ, nõ recipitur: ſed ei fixio in corpore illo negatur: & cũ in ea perſeueret adhuc prioris motus uis & natura, reflectitur ad partẽ, à qua proceſsit, & ſecundũ lineas eundẽ ſitũ cũ prioribus habentes. Huius aũt rei ſimile in naturalibus motibus uidere poſſumus, & etiá in accidentalibus. Si corpus ſphæricũ ponderoſum ab aliqua altitudine deſcendere permittamus perpendiculariter ſuper politũ corpus: uidebimus ipſum ſuper perpendicularẽ reflecti, per quá deſcenderat. In accidentali motu. Si eleuetur aliquod ſpeculum ſecundum aliquá altitudinẽ hominis, & firmiter in pariete figatur: & in acumine ſagittæ cõſolidetur corpus ſphæricũ: & projciatur ſagitta per arcum in ſpeculũ hoc modo, ut eleuatio ſagittę ſit æqualis eleuationi ſpeculi, & ſit ſagitta æquidiſtans horizonti: planũ, quód ſuper perpendicularẽ accedit ſagitta ad ſpeculũ, & uidebitur ſuper eandẽ perpendicularẽ eius regreſſus. Si uerò motus ſagittæ fuerit ſuper lineam declinatã in ipſum, uidebitur reflecti non per lineam, per quam uenerat, ſed per lineam æquidiſtantẽ horizonti, ſicut & alia erat, & eiuſdẽ ſitus, reſpectu ſpeculi cum ea, & reſpectu perpendicularis in ſpeculo. Quód aũt ex prohibitione corporis politi accidat luci motus reflexionis, palàm: quia cum fortior fuerit repulſio uel prohibitio, fortior erit lucis reflexio. Quare aũt accidat idem motus reflexionis & eius acceſſus, hæc eſt ratio. Cum deſcendit corpus ponderoſum ſuper perpendicularẽ: repulſio corporis politi, & motus deſcendentis ponderoſi directè ſibi ſunt oppoſiti, nec eſt ibi motus, niſi perpendicularis: & prohibitio fit per perpendicularem: quare repellitur corpus ſecundum perpendicularẽ. Vnde perpendiculariter regreditur. Cum uerò deſcenderit corpus ſuper lineam declinatã: cadit quidem linea deſcenſus inter perpendicularem ſuperficiei politi, per ipſum politum tranſeuntẽ, & lineam ſuperficiei eius orthogonalem ſuper

hanc

hanc perpendicularē: & ſi penetraret motus ultra punctum, in quod cadit, ut liberū inueniret tranſitum: caderet quidem hæc linea inter perpendicularem, tranſeuntem per politum, & lineam ſuperficiei orthogonalem ſuper perpendicularem, & obſeruaret menſuram ſitus, reſpectu perpendicularis tranſeuntis, & reſpectu lineæ alterius, quæ orthogonalis eſt ſuper perpendicularem illam. Compacta eſt enim menſura ſitus huius motus ex ſitu ad perpendicularem & ſitu ad orthogonalem. Repulſio uerò per perpendicularem incedens, cum nō poſsit repellere motum ſecundum menſuram, quam habet ad perpendicularem tranſeuntem per politum: quia nec modicum intrat: repellit ergo ſecundum menſuram ſitus ad perpendicularem, quam habet ad orthogonalem. Et quando motus regreſsio eadem fuerit menſura ſitus ad orthogonalem, quæ fuit prius ad eandem ex alia parte: erit ſimiliter ei eadem menſura ſitus ad perpendicularem tranſeuntem, quę fuit prius. Sed ponderoſum corpus in regreſſu, cum finitur repulſionis motus, ex natura ſua deſcendit, & ad centrū tendit. Lux autem eandem habens reflectendi naturam, cum ei naturale non ſit aſcendere aut deſcendere, mouetur in reflexione ſecundum lineam incœptam uſq; ad obſtaculum, quod ſiſtere faciat motum. Et hæc eſt cauſſa reflexionis.

19. Colorem luci permiſtum reflecti, reflexionis organo oſtenditur. 3 p 5.

PAtet etiam ex ſuperioribus, quòd colores ſimul mouentur cum lucibus: unde erit reflexio coloris, ſicut & lucis. Et ſi probationē eius uidere uolueris ſecundum modum in parte ſecunda aſsignatū, poteris: Verùm per inſtrumentū ad hanc denotandam reflexionē factum, nō plenè uidebis propter debilitatē coloris. Debilitatur enim color per elongationē: per reflexionē: per foramen, per quod intrat. Quòd aūt foramen debiliter, planū per hoc: Quia lux apparet maior poſt foramen magnū, quàm poſt paruū. Pari modo cū foramina ſtricta ſunt: color poſt reflexionē aut nullus apparebit, aut ualde modicus. Tamen ſi in prædicto inſtrumento uidere uolueris: facias ſpeculū argenteum: in ferreo enim ſpeculo color apparet debilior: quoniā in reflexione miſcetur cum luce reflexa, mixta ex luce deſcendente & luce ſpeculi ferrei modica, & color ferreus colori reflexo mixtus debilitat ipſum. Verùm in domo unici foraminis tantùm, habeatur inſtrumentū prædictum, cui domui paries opponatur albus, & inſtrumentū foramini domus aptetur: cuius foraminis latitudo ſit, ut duo inſtrumenti foramina occupare poſsit, per quorū alterū inſpiciatur paries albus, domui oppoſitus, & parti comprehenſæ parietis apponatur corpus coloris fortis, & per aliud inſtrumenti foramen uideatur pars parietis. Cum ergo lux intrauerit per foramina inſtrumēti: uidebitur color reflecti per foramen illud reſpiciēs, quod oppoſitum eſt colorato corpori, per aliud minimè: & ita accidet quocunq; oppoſito corpori foramine. Et quæ dicta ſunt in reflexione lucis, conſiderari poterunt in reflexione coloris. Occupauit autem latitudo foraminis parietis duo inſtrumenti foramina ei adhibita, ut maior deſcendat in ſpeculum lux, & melius appareat color reflexus. Et quoniā color debilitatur per foramen directus, & ſimiliter reflexus, cum in corpus ceciderit uiſui oppoſitū, percipietur ſecundus: unde ſi poſt reflexionem cadat in corpus album foramini colorationis adhibitum: forſan propter debilitatem non comprehendet eum uiſus: adhibito autem ſecundo uiſu foramini colorationis, forſan comprehendetur: quoniam primus, non ſecundus uidebitur.

QVOD COMPREHENSIO FORMARVM E CORPORIBVS politis fiat reflexione. Cap. IIII.

20. Falſa eſt utraq; opinio: & radios à uiſu ad ſpeculum miſſos, indeq; ad uiſibile reflexos, imaginem percipere: & imaginē in ſpeculo iam antè impreſſam inde ad uiſum manare. 23. 24 p 5.

SVper modum cōprehenſionis formæ in politis corporibus diſſentiunt plurimi. Vnde quidam eorum radios à uiſu exire ad ſpeculū, & à ſpeculo redire, & formā rei in reditu comprehendere exiſtimant: alij affirmant formā corporis ſpeculo ei oppoſito imprimi: & proinde in eo uideri, ſicut in corporibus fit cōprehenſio formarū naturalium eius. Verùm quòd aliter ſit, palàm per hoc. Quoniā ſi quis ſe uiderit in aliqua ſpeculi parte, motus in partē aliam, non uidebit ſe in parte prima, ſed in ſecunda: quod non accideret, ſi in parte prima infixa eſſet eius forma: pari modo ſi ad tertiam mutetur partem, mutabitur locus apparentiæ formæ, nec apparebit in prima uel in ſecunda parte. Amplius: uiſo corpore aliquo, & uidente ab eo ſitu remoto: poterit accidere, ut non uideat corpus illud in ſpeculo illo, licet uideat totam ſpeculi ſuperficiem: quod quidem non eſſet, ſi imprimeretur forma in ſpeculo, cum uideatur ſpeculum, & non mutet locum, & corpus ſimiliter ſit immotum, & forma eius inficiat ſpeculum, ſicut & prius. Et ut planè appareat, non accidere hoc ex comprehenſione formæ: obturetur medietas foraminum inſtrumenti, & in aliquo obturatorum ſit ſcriptura aliqua, ſi inſpiciatur ſpeculum regulæ per foramen ſcripturā reſpiciens: comprehendetur in ſpeculo ſcriptura: per quodcūq; aliud minimè: quòd ſi ſcripturæ forma ſpeculo eſſet impreſſa, per quodcunq; foramē inſtrumēti poſſet percipi. Simili modo in ſpeculis columnaribus per foramen, reſpiciens tantùm foramē obturatū, in quo eſt ſcriptura, cōprehendetur ſcripturę ſitus. Verùm in ſpeculis pyramidalibus & ſphæricis ſitus & magnitudo ſcripturæ mutabitur. Amplius: ſpeculo columnari extracto, regula ſuper baſes ſuas directè ſita apparebit facies hominis in eo directa. Si uerò erigatur regula, aut multum inclinetur, uidebitur diſtorta. Palàm ergo, quòd non accidit comprehenſio ex forma fixa in ſpeculo, cum non comprehendatur res uiſa in ſpeculis, niſi fuerit uiſus in ſitu re-

flexionis. Palàm etiã, quòd distortio faciei apparentis non est ex forma rei, sed dispositione speculi. Amplius: uiso corpore in speculo, & post elongato: comprehendetur corpus magis intra speculum, quàm prius: quod non esset, si forma corporis in superficie speculi esset, & ibi comprehenderetur. Comprehensionem igitur formæ in speculo efficit reflexio.

DE MODO COMPREHENSIONIS FORMARVM E' CORporibus politis. Cap. V.

21. Imago uisibilis percipitur è reflexione formæ uisibilis à speculo ad uisum facta. 24 p 5.

IAm patuit in parte superiori, [3 n] quòd si opponatur speculo corpus coloratũ lucidum: à quolibet eius puncto procedit lux cum colore ad totam speculi superficiem, & reflectitur per lineas reflexionis proprias. Igitur à puncto sumpto in corpore, oppositò speculo procedit lux cum colore ad speculum, in modum pyramidis continuæ, cuius basis est superficies speculi. Et forma illa reflectitur per lineas eiusdem situs cum lineis accessus, & erit post reflexionem continuitas, sicut in accessu. Et si lineis reflexis occurrat superficies corporis, propter continuitatem earum tota occupabitur, ut nihil intersit uacuum. Si ergo forma illius corporis moueatur ad speculum per lineas illas reflexas, & ad basim pyramidis peruenerit: quoniã lineę pyramidis eiusdẽ sunt situs cũ lineis reflexis: reflectetur forma per lineas pyramidis, & aggregabitur tota in puncto sumpto. Quoties ergo forma alicuius corporis ad speculũ uenerit per aliquas lineas: si lineæ illæ eiusdẽ sint situs cũ lineis pyramidis à puncto sumpto ad speculum (intellige tamẽ) eas respicientibus: mouebitur forma per pyramidem illam ad punctum sumptum: & si in puncto sumpto fuerit uisus: uidebit corpus, cuius est forma illa. Et superius declaratum est [2.17.18 n] quòd in situ determinato fiat acquisitio formæ in speculo. Situs igitur proprius & naturalis acquisitionis uisus per reflexionem hic est: ut lineę accessus formæ ad speculum, eundem habeant situm cum lineis pyramidis à centro uisus ad capita illarum linearum, scilicet unaquæq; cum sua respiciente: nec accidit formę reflexę comprehentio, nisi in isto situ. Palàm ergo, quod secundum hanc dispositionem linearum tantùm fiat comprehensio formarum. Et palàm, quòd ex corpore colorato luminoso procedat lux cum colore ad speculum, & reflectatur, nec procedat aliquid ex corpore, præter lucem & colorẽ. Patet ergo, quòd ex luce & colore tantùm huiusmodi forma comprehenditur. Et cum moueatur forma ex colore & luce compacta secundum prædictam situs obseruationem: superfluum est dicere, quòd ab oculo exeant radij ad speculum, & reflectantur secundum situm prædictum, sicut à pluribus dictum est. Hic est igitur reflexionis modus geometrarum doctrinæ non aduersus, sed consonus: cum in eo geometricè radiorum exeuntiũ opinione obseruetur situs. Et hic modus mihi soli usq; nunc patuit. Verùm cum à corpore luminoso procedat forma ad speculum secundum uarietatẽ situum, propter lineas à quolibet puncto corporis ad totam speculi superficiem intellectas: erit formæ eiusdem reflexio per diuersas pyramides, quarum capita sunt diuersa puncta, & bases speculi superficies, situm linearũ motus formæ obseruantes. Ob hoc accidit, ut eadem hora fixo speculo, eadem percipiatur corporis forma à diuersis, super quorũ intuitus cadunt capita pyramidum reflexarũ. Similiter si idem uisus moueatur super illa pyramidum capita: apparebit ei, speculo immoto, à locis diuersis eadẽ forma. Sed diuersis in speculo eandem formã comprehendentibus, in diuersa speculi loca cadunt eorũ intuitus. Quoniã ab eodem speculi puncto diuersorũ punctorum formas comprehendere easdẽ nõ possunt. Et iam dictũ est [3 n] quòd à quolibet puncto corporis procedit lux ad quodlibet punctum speculi. Vnde super quodlibet corporis punctũ est acumen pyramidis, cuius superficies speculi est basis: & quodlibet superficiei speculi punctũ, est acumẽ pyramidis, cuius basis superficies corporis tota. Ergo forma corporis erit in quolibet puncto speculi, per lineas procedẽtes in partes diuersas, nec concurrere possibiles. Et forma à corpore ad quodcunq; speculi punctum accedens per pyramidem: reflectetur per pyramidem.

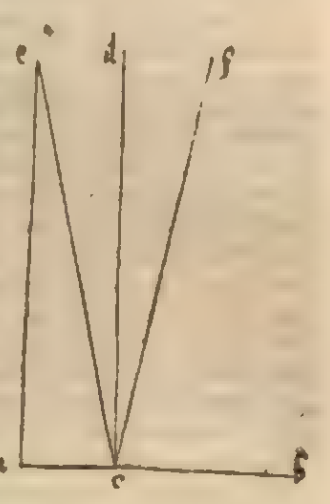
22. Si uisibile & speculum figura situq́, similitudine conueniant: uera & distincta imago uidetur. 35 p 5.

ETsi licet in speculi superficie super numerũ multiplicetur eadẽ iteratio formæ, cũ concurrat forma totalis cũ qualibet parte & in quolibet puncto, & non sit in formis illis discretio, sed continuitas inseparabilis in reflexione: tamẽ, quia forma totalis nõ cadit in diuersas speculi partes, secundũ identitatẽ situs dirigitur ad loca diuersa, in quibus eam cõprehẽdit uisus. Cũ igitur similis fuerit forma speculi formę corporis: erit in speculo complementũ formę corporis & figurę: quoniã in speculo eiusdẽ figurę cũ corpore, forma primi puncti dirigitur ad primũ punctũ speculi, secundi ad secundum, & sic in omnibus se respicientibus: & ita erit in speculi superficie figura totalis figurę: quod nõ accidit in speculo alterius figurę. Similiter sumpta quacunq; speculi parte, cui eadẽ cũ corpore figura, erit complementũ figurę corporis in ea. Et cũ infinitę sint tales speculi partes, infinitæ erũt formę corporis reflexionis, sed ad puncta diuersa procedentes, à quibus formã cõprehendit uisus. Cũ igitur secundũ hanc linearũ dispositionẽ fiat formæ cõprehensio, non erit formę procedentis à corpore in speculi superficie fixio. Et in hũc modũ accidit in omnibus speculis, sed in planis certius: in alijs aũt accidit quædã diuersitas ex errore uisus, secundũ modum prædictũ. Et quilibet uisus secundum modum prędictum ab uno speculi puncto non percipit, nisi unũ corporis punctum: nec à uisibus duobus percipitur in eodem speculi puncto idem corporis punctum.

23. Super-

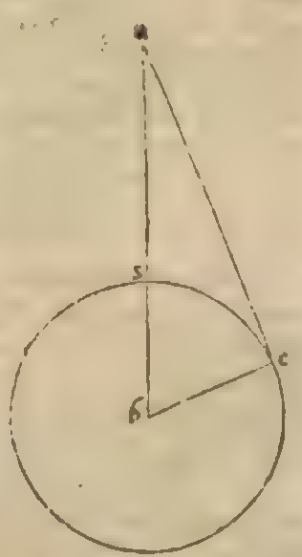
23. Superficies reflexionis quatuor habet puncta: uisibilis: reflexionis: uisus: & terminũ perpendicularis ducta à puncto reflexionis super planum in eodem puncto speculum tangens. Itaq; perpendicularis hæc cõmunis est omnibus reflexionis superficiebus. 27 p 5. 6 p 6. 24 p 7. 3 p 8. 3 p 9.

AMplius: si opponatur speculum uisui: & intelligatur à cẽtro uisus ad superficiem speculi pyramis & basis illius pyramidis: & sumatur punctum: & intelligatur linea pyramidis à centro uisus ad illud punctum: cum à puncto illo infinitæ possint produci lineæ: si aliqua earũ cum latere pyramidis eundem habeat situm, & æqualem cum perpendiculari teneat angulum, & ita accidat quolibet puncto speculi sumpto: planũ, quòd à quolibet puncto speculi potest fieri reflexio. Dico igitur, quòd inter lineas à puncto sumpto productas, est linea, quæ eundẽ habet situm cum latere pyramidis, & æqualem tenet angulum cum perpẽdiculari super illud punctum: & illa linea est latus pyramidis intellectæ à puncto illo superficiei rei occurrẽtis: & quod super terminum illius lineæ ceciderit, cum per eam ad punctũ sumptum uenerit: reflectetur ad uisum, per latus pyramidis iam dictũ. Et huius pyramidis latus cum linea à puncto illo producta erit in eadẽ superficie, orthogonali super superficiẽ tãgentẽ speculũ in illo pũcto. Et hoc dico, cũ lateris pyramidis super punctũ sumptũ fuerit declinatio. Si enim orthogonaliter cadat super superficiẽ tangentẽ speculũ in pũcto sumpto, latus pyramidis productum à cẽtro uisus reflectetur in se, & redibit in uisum ad originem sui motus [per 11 n.] In speculo plano planũ est: quod diximus. Quoniã in quodcunq; punctũ superficiei planæ ceciderit radius: à pũcto illo potest erigi linea orthogonalis super superficiẽ illã: & à cẽtro uisus potest intelligi linea perpendiculariter cadẽs in superficiẽ planã prædictæ continuam, aut in eandẽ: & [per 35 d 1] hæ duæ perpendiculares erũt in eadẽ superficie: quoniã sunt æquidistãtes [per 6 p 11] & linea à termino unius usq; ad terminũ alterius protracta in superficie plana tenebit angulũ cum utraq; [per 2 p 11] & radius, qui à linea illa eleuatur: tenebit acutum angulum cũ perpendiculari speculi, & similiter cum perpendiculari uisus [angulus enim d c e acutus est: quia pars recti d c a: & huic æquatur a e c per 29 p 1: quia a e, d c sunt parallelæ.] Et si intelligatur in partem alteram produci linea superficiei planæ, transiens orthogonaliter super terminos perpendicularium: tenebit ex parte altera cum perpendiculari speculi angulum rectum [per 29 p 1:] unde ex illo recto poterit abscindi angulus acutus, æqualis angulo acuto, quem cum eadem perpendiculari tenet radius. Et hi duo anguli sunt in eadem superficie. Quare radius exiens & reflexus in eadem sunt superficie, & in superficie perpendicularium dictarum. Inspecto autem alio puncto, idem situs accidet radiorum cum perpendicularibus: quarum una à centro uisus: alia à puncto uiso. In omni ergo superficie reflexionis accidit quatuor punctorũ concursus, quæ sunt: centrũ uisus: & punctũ apprehensum: & terminus perpendicularis à cẽtro uisus ductæ: & punctũ reflexionis. Et oẽs reflexionis supficies secãt se in ppẽdiculari, à pũcto reflexionis intellecta: & est ipsa cõmunis omnib. superficieb. reflexionis. Et cũ idẽ accidat, quolibet pũcto supficiei planæ inspecto: erit ex omnib. pũctis similis reflexio & eodẽ modo.



24. Si uisus sit extra superficiem speculi sphærici conuexi, uel ipsi continuam: communis sectio basis pyramidis optica & superficiei speculi, erit peripheria minimi in sphæra circuli. 3 p 6.

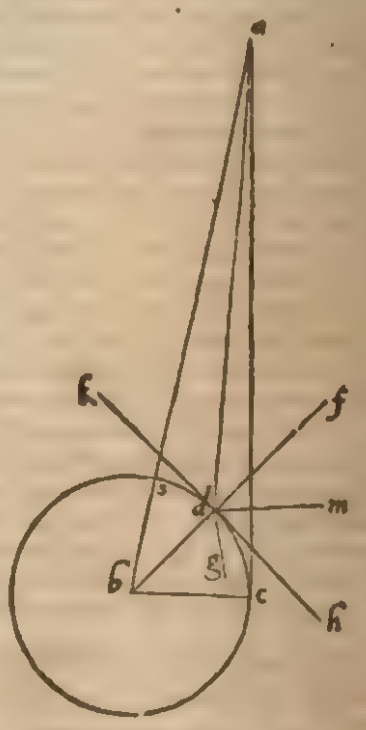
IN speculis autem sphæricis palàm erit, quod diximus: oppositio uisui speculo sphærico: (& est oppositio, ut uisus nõ sit in superficie illius speculi: aut in superficie ei continua) & inspecto hoc speculo: pars eius à uisu comprehensa, erit pars sphæræ circulo minore inclusa, quem efficit motu suo radius, tangẽs superficiẽ sphæræ, si per gyrum moueatur contingendo sphæram, donec redeat ad punctum primum, à quo sumpsit motus principium: quia si intelligantur superficies se secantes super diametrum sphæræ, à polo circuli prædicti intellectam: quilibet arcuum superficiei sphęræ, & his superficiebus communium, à polo circuli ad ipsum circulum intellectorum, erit minor quarta circuli magni. Quoniam linea à centro sphæræ ad terminum radij, sphæram contingentis protracta (quæ est ad circulum prædictum) tenet cum radio angulum rectum ratione contingentiæ [per 18 p 3.] Tenet ergo angulum acutum cum semidiametro à polo circuli producta [per 17 p 1] & hunc angulum respicit arcus interiacens polum circuli & circulum [Quare per 33 p 6 peripheria c s minor est quadrãte peripheriæ maximi in sphæra circuli. Itaq; cum per 16 th. 1 sphęr. Theodosij peripheria maximi



circuli distet à suo polo quadrante peripheriæ maximi circuli: erit peripheria, conuersione radij ab uno uisu sphæram tangentis, in sphærica superficie descripta, minor maximi circuli peripheria.]

25. Si duarum rectarum linearum à uisu, altera speculum sphæricum conuexum tangat, reliqua per centrum secet: tangens circa secantem fixam cõuersa, definiet segmentum superficiei speculi: à cuius puncto quolibet potest ad uisum fieri reflexio. Et centra uisus & speculi, puncta reflexionis & uisibilis sunt in reflexionis superficie. 2. 5. 6 p 6.

DIco igitur, quòd à quolibet puncto huius portionis poterit fieri reflexio. Quoniã sumpto aliquo eius puncto: diameter sphæræ ab illo puncto intellecta, erit perpẽdicularis super superficiem planam tangentem sphæram in puncto illo [per 4 th. 1 sphæ.] Et huius rei probatio est. Intellectis duabus superficiebus sphæram super diametrum à puncto sumptam, intellectam secantibus: lineæ communes superficiei sphæræ & his superficiebus sunt circuli sphæræ transeuntes per punctum sumptum [per 1 th. 1 sphæ:] & intellectis duabus lineis, tangentibus hos circulos in puncto sumpto: erit diameter perpendicularis super utramq; lineam [per 18 p 3.] Quare super superficiem, in qua sunt illæ lineæ [per 4 p 11.] Et cum descenderit radius super punctum sumptum: erit in eadem superficie cũ diametro sphæræ, cuius terminus punctum est sumptum [per 2 p 11] & linea à centro uisus ad centrũ sphæræ intellecta: quæ quidẽ transit per polum circuli (& est radius orthogonaliter cadens super superficiem sphęræ) [quia per 4 th. 1 sphær. est perpendicularis plano sphæram in puncto d tangenti] est similiter in eadem superficie [per 2 p 11:] & ex his tribus lineis erit triangulum: & radius super punctũ sumptũ incidẽs, tenet acutũ angulũ cũ diametro sphæræ ab exteriori parte: quoniã cũ elatior sit iste radius radio sphæram cõtingente: secabit sphęram cũ producta intelligitur: & superficies tangẽs sphærã in pũcto sumpto demissior erit hoc radio: & secabit inter sphærã & uisum, uisam diametrũ, id est lineã à cẽtro uisus ad centrũ sphæræ intellectã, per polum circuli transeuntem: unde cũ diameter sphęræ sit orthogonalis in superficie punctũ tangente: tenebit angulũ recto maiorẽ ex parte interiori cũ radio in punctũ descendente: unde [per 13 p 1] in exteriori parte tenebit cum eo angulũ minorẽ recto: & producta, orthogonalis erit super superficiẽ cõtingentẽ exterius [p 4 th. 1 sphæ.] Quare ex angulo recto, quẽ tenebit cũ superficie ex alia radij parte, poterit abscindi acutus æqualis ei, quẽ includit radius cũ illa diametro: & erũt lineę tres hos angulos duos includẽtes in eadẽ superficie [per 6 13 n.] Quare à puncto portionis sumpto potest produci linea in eadem superficie cum radio, in punctũ illud cadẽte, & linea orthogonali in superficie punctũ contingẽte, & ad paritatem angulorum cũ perpẽdiculari illa: & illi lineæ occurret forma puncti mota ad superficiẽ speculi per radium illum. Igitur eiusdem est situs cum linea, quæ poterit reflecti [per 12 uel 18 n.] Et erit superficies, in qua sunt hæ lineæ, orthogonalis super superficiem, sphærã in puncto contingentẽ [per 13 n.] Et ita in quolibet portionis puncto intelligendum. Ergo in omni superficie reflexionis erũt centrũ uisus: centrũ sphæræ: punctũ reflexionis: & punctũ reflexũ. Et oẽs hæ supficies secabũt se sup lineã à cẽtro uisus ad cẽtrũ sphęræ ,ptractã: & cuilibet reflexiõis supficiei & supficiei sphæræ, cõmunis linea erit circulus sphęræ [p 1 th. 1 sphæ:] & oẽs circuli secabũt se sup pũctũ sphęræ, in qd' cadit diameter uisus: & est sup circuli portiõis polũ. Cũ aũt radius ceciderit in speculũ orthogonaliter sup supficiẽ, in pũcto, in qd' radius cadit, sphærã tãgentẽ (& est radius ille, diameter uisus p polũ circuli portiõis ad cẽtrũ sphęræ) fiet reflexio ad uisum p eũdẽ radiũ ad motus radij ortũ [p 11 n.]

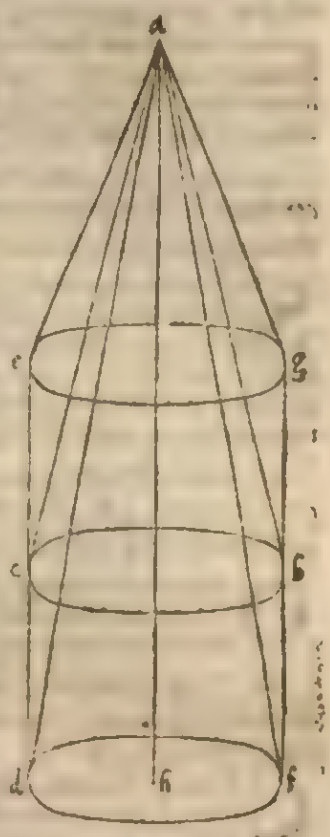


26. Si duo plana à cẽtro uisus, ducãtur p latera cõspicuam speculi cylindracei cõuexi superficiẽ terminãtia: tangẽt speculũ: & facient in uisu cõmunem sectionẽ parallelã axi speculi. 2. 3 p 7.

IN speculis autẽ columnaribus patebit, quod diximus. Opponatur speculũ columnare exterius politum oculo: (& est oppositio, ut non sit uisus in superficie columnæ, aut superficie ei continua) & intelligamus superficiem à centro uisus ad columnæ superficiem, secantem columnam super circulum æquidistantẽ basibus columnæ: & in hac superficie sumantuꝫ duæ lineæ, tangentes circulũ sectionis in duobus punctis oppositis: ab utroq; illorũ punctorum producatur linea secundum longitudinem cõlumnæ: & intelligãtur duæ superficies, in quibus sint hæ duæ lineæ longitudinis, & duæ lineæ à centro uisus ductæ, contingentes circulũ sectionis. Dico, quòd hæ superficies tangent columnã. Si enim dicatur, quòd altera secat illã: planũ est, quòd sectio est super lineã longitudinis colũnæ, in quã superficies cadit: [per 21 def. 11] & similiter erit sectio super lineã lõgitudinis

columnæ

columnæ huic oppoſitam: & circulus ſectionis tráſit per has duas lineas longitudinis: & linea contingens circulum ſectionis: cum ſit in ſuperficie aliqua: ſecat columnam ſuper aliquas longitudinis lineas, ſibi inuicem æquidiſtantes: & ſi tranſit per unam earum, tranſibit per alteram, & ad paritatem angulorum. Cum ergo tranſeat per punctum, in quo circulus ſectionis ſecat primá longitudinis lineam: tranſibit etiam per punctũ, in quo alia longitudinis linea tangit hunc circulum: & ita ſecat circulum. Quare non contingit, quod eſt contra hypotheſin. Palàm ergo, quòd duæ illæ ſuperficies cõtingunt ſpeculum, & quod inter illas cadit ex ſuperficie ſpeculi, eſt, quod apparet uiſui. Cum autem duarum illarum ſuperficierum ſit concurſus in centro uiſus, ſecabunt ſe, & linea ſectionis communis tranſibit per centrum uiſus: & erit æquidiſtans axi columnæ. Quoniam enim axis columnæ orthogonalis eſt ſuper circulum ſectionis [per conuerſam 14 p 11] & lineæ longitudinis columnæ orthogonales ſuper eundẽ circulum [per 8 p 11: latera enim cylindri parallela ſunt axi, perpendiculari ad circulum ſectionis per 21 d 11] etiam ſuperficies tangẽtes columnam ſecũdum lineas has: orthogonales erunt ſuper circulũ eundem [per 18 p 11:] ergo & ſuper ſuperficiem ſecantẽ columnam in illo circulo. Quare linea communis harum ſuperficierum eſt orthogonalis ſuper eandem ſuperficiem [per 19 p 11] quare æquidiſtans axi columnæ [per 6 p 11.]



27. Si linea recta à cẽtro uiſus, ducta ad punctũ cõſpicuæ ſuperficiei ſpeculi cylindracei cõuexi, cõtinuetur: ſecabit ſpeculũ. 4. 5 p 7.

Dico ergo, quòd quocunq; puncto in ſectione ſpeculi apparente ſumpto: linea à centro uiſus ad punctum producta, ſecabit ſpeculum. Quoniam intellecta linea longitudinis columnæ à puncto ſumpto, tranſibit per circulum ſectionis, & tanget ipſum in puncto: ad quod punctum ſi ducatur linea à centro uiſus: ſecabit ſpeculum: quia cadit inter lineas contingẽtes hunc circulum: ergo & ſuperficies à centro uiſus procedens, in qua fuerit hæc linea, ſecabit ſpeculum. Cum ergo in eadem ſuperficie ſit linea à centro uiſus, ad punctum ſumptum ducta: ſecabit linea illa ſpeculum: & ita quælibet linea à centro uiſus, ad portionem ſpeculi intellecta, ſecat ſpeculum. Eodẽ modo quælibet linea à linea cõmuni, per centrum uiſus intellecta, ad hãc portionẽ ducta, ſecat ſpeculũ. Vnde quælibet ſuperficies tangens ſpeculũ in aliqua portionis apparentis linea, ſecat ſuperficies, quę contingũt portionis extremitates: & nulla omnũ ſuperficierum portionẽ tangentiũ, peruenit ad uiſus centrũ, ſed inter uiſum extẽditur & ſpeculum.

28. In ſpeculo cylindraceo conuexo, à quolibet conſpicuæ ſuperficiei puncto poteſt ad uiſum reflexio fieri. 25 p 7.

Dico ergo, quòd à quolibet puncto portionis huius poteſt fieri reflexio lucis. Dato enim puncto, fiat ſuper ipſum circulus æquidiſtans columnæ baſibus: ſi ergo ſuperficies à cẽtro uiſus procedens, & columnę ſuperficiem æquidiſtanter baſi ſecans, ſecet eam ſuper hunc circulũ: & linea à centro uiſus ad circuli centrũ ducta, tranſeat per punctum datũ: fiet reflexio formæ illius puncti per eandem lineam ad lineæ ortum [per 11 n] quia linea illa eſt axis uiſus ſuper axem columnæ perpendicularis [per 21 d 11, 29 p 1.] Sumpto autem puncto quocunq; per quod tranſeat axis, perpendicularis ſuper axem columnæ: fiet reflexio illius puncti per eundẽ axem [per 11 n.] Si uerò prætereat axem punctum ſumptum, quæcunq; ſit linea à centro circuli, æquidiſtantis baſibus per ipſum punctum ducti, ad ſuperficiem in linea longitudinis columnæ per punctũ illud tranſeuntis, contingentem: erit ſuper axem orthogonalis [per 21 d 11, & conuerſam 14 p 11.] Quare ſuper lineam longitudinis per punctum illud tráſeuntem [per 29 p 1.] Et quoniã uiſus eſt altior ſuperficie punctum contingẽte: linea à cẽtro uiſus ad punctum ſumptũ ducta, tenebit acutum angulũ cũ perpendiculari illa, à pũcto ad centrũ circuli ducta: & hic eſt ex parte exteriore, quia obtuſum habet ex interiore: & ex angulo recto, quem illa perpendicularis tenet cum linea ſuperficiei contingentis circulum [per 18 p 3] poterit abſcindi acutus huic æqualis: & perpendicularis illa cum cẽtro uiſus eſt in eadem ſuperficie: quare etiam cum linea à cẽtro ad punctum ducta: & erit linea reflexa in eadem ſuperficie: quare cum linea à centro ad punctum ducta. Et erit hæc ſuperficies orthogonalis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum in puncto illo: quoniam perpendicularis orthogonaliter cadit ſuper hanc ſuperficiem: & huiuſmodi erit reflexionis ſuperficies.

29. Si uiſus ſit extra ſuperficiem ſpeculi cylindracei conuexi, in plano uiſibilis per axem ducto: cõmunis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erit latus cylindri: & unicum tantùm eſt in eadem conſpicua ſuperficie planum, à quo ad eundem uiſum reflexio fieri poteſt. 7. 26 p 7.

Eſt autẽ diuerſitas inter lineas ſuperficiebus reflexionis & ſuperficiei columnæ cõmunes. Cũ enim reflexio erit per eundẽ radium: cadet idẽ radius ille orthogonaliter ſuper axem, & linea commu-

cõmunis ſuperficiei columnæ & ſuperficiei reflexionis, erit linea recta, ſcilicet latus columnæ: cum in ſuperficie reflexionis ſit diameter columnæ. Et planum hoc eſt, quoniam columnæ compoſitio eſt ex motu ſuperficiei æquidiſtantium laterum ſuper unum latus immotum [per 21 d 11.] Vnde ſuperficiei columnam ſecanti, in qua ſit axis, id eſt latus immotum, & ſuperficiei columnę communis linea, erit latus motum. Et dico, quòd ex omnibus reflexionis ſuperficiebus una ſola eſt, cui & columnæ ſuperficiei ſit linea communis recta. Quoniã unica poteſt intelligi ſuperficies, in qua ſit axis columnæ & centrum uiſus: & non plures.

30. Si uiſus ſit extra ſuperficiem ſpeculi cylindracei cõuexi, in plano uiſibilis ad axem recto: communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erit circulus: & unicus tantùm eſt in eadem conſpicua ſuperficie, à quo ad uiſum reflexio fieri poteſt. 9. 17 p 7.

SI uerò ſuperficies reflexionis ſit æquidiſtans baſibus columnæ: erit linea communis circulus [per 5 th Sereni de ſectione cylindri] & hæc ſola eſt ſuperficies, quæ cum columnæ ſuperficie lineam communem habeat circularem. Quoniam in omni reflexione, perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingẽrem punctum reflexionis, eſt diameter circuli, baſibus columnæ æquidiſtantis: & non poteſt eſſe in columnæ ſuperficie, niſi unus circulus æquidiſtans baſibus, qui cum centro uiſus ſit in eadem ſuperficie.

31. Si uiſus ſit extra ſuperficiem ſpeculi cylindracei conuexi, in plano uiſibilis ad axem obliquo: communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi erit ellipſis: & plures in eadem conſpicua ſuperficie eſſe poſſunt, à quibus ad eundem uiſum reflexio fiat. 10. 18 p 7.

OMnes autẽ aliæ ſuperficies reflexionis, ſecant columnã & axẽ columnæ: quoniã perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſecat axẽ columnæ: & lineæ cõmunes his ſuperficiebus & ſuperficiebus columnę, ſunt ſectiones, quas in colũnis & pyramidibus aſsignãt geometræ.

32. Si communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus: reflexio à quocunq; communis ſectionis puncto facta, in eadem ſuperficie ſemper fiet. 19. 20 p 7.

CVm ſuperficiebus columnæ & reflexionis linea recta fuerit cõmunis, quodcunq; punctum illius lineæ intueatur uiſus: fiet reflexio in ſuperficie eadem, in qua eſt axis. Quoniam eſt ſuperficies unica, contingens columnam in linea illa longitudinis: & quocunq; puncto huius lineæ ſumpto: perpendicularis ab eo ad axem ducta, erit in eadem ſuperficie cum axe: & hæc linea erit orthogonalis ſuper ſuperficiem, contingentem ſuperficiem columnæ [Nam quia per 21 d 11 latus cylindri eſt parallelum axi: erit recta linea perpendicularis axi: perpendicularis tum lateri per 29 p 1, tum rectæ circulum per idem lateris punctum deſcriptum, tangenti, per 18 p 3. Quare per 4 p 11 erit perpendicularis plano ſpeculum tangenti.] Sed centrum uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandem ſuperficiem: quia in una ſuperficie eſt centrum uiſus & linea communis & axis columnæ [per 6. 13 n] & una ſola eſt ſuperficies orthogonalis ſuper illam ſuperficiem [per 13 p 11.] Quare omnes reflexiones à punctis huius lineæ factæ, ſunt in eadem reflexionis ſuperficie. Verùm cum linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & columnæ fuerit circulus, quocunq; puncto illius circuli uiſo: fiet in una & eadem ſuperficie reflexio. Quoniam quæcunq; perpendicularis à puncto reflexionis ducta: erit diameter huius circuli: quare in ſuperficie huius circuli eſt: & punctum uiſus ſimiliter: & ſuperficies hæc orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ, quodcunq; punctũ huius circuli ſumptum contingentem. Quare in hac ſola ſuperficie erit cuiuslibet puncti, prædicti circuli reflexio.

33. Ab uno cõmunis ſectionis ſuperficierum reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi puncto, unum uiſibilis punctum ad unum uiſum in eadem ſuperficie reflectitur. 22 p 7.

QVacunq; uerò alia linea communi ſumpta: nõ fiet in eadem reflexionis ſuperficie reflexio, niſi ex uno tantùm huius lineæ puncto. Quoniam perpẽdicularis ducta à puncto reflexionis, orthogonalis eſt ſuper lineam longitudinis columnæ per punctũ illud tranſeuntis [per 3 d 11] quare & ſuper axem [per 29 p 1] & perpendicularis illa, eſt diameter circuli, æquidiſtantis baſibus columnæ: & ſuperficies reflexionis & circulus ille ſecant ſe: & linea ijs communis, eſt diameter illius circuli: & eſt illa diameter perpendicularis ſuper ſuperficiem, columnam in illo puncto contingentem, & ſuperficies reflexionis ſecat illam lineam longitudinis columnæ, ſuper quam fit contingentia, & eſt declinata ſuper ipſam: ergo & ſuper axem erit illa ſuperficies reflexionis declinata: & in ſuperficie plana ſuper lineam aliquam declinata nõ poteſt intelligi, niſi una linea orthogonaliter cadens in illam. Sed ſi à duobus ſuperficiei reflexionis punctis fieret reflexio in eadem ſuperficie: eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuper axem: quod eſſe non poteſt, cum ſuperficies illa ſit declinata ſuper eum. Nam perpendicularis à puncto reflexionis cadit in circulum, æquidiſtantem baſibus columnæ, & in punctum axis, & eſt ſectio cõmunis ſuperficiei circuli & ſuperficiei reflexionis. Si ergo ab alio lineæ communis puncto, in eadem ſuperficie fieret reflexio: alia perpendicularis ab alio puncto ducta: eſſet diameter alterius circuli columnæ, huic æquidiſtãtis, & caderet in punctũ axis, in quod nõ cadit ſuperficies reflexionis. Et ita in omnibus ſuperficiebus reflexionis eſt intelligendũ: quòd ab uno puncto tantùm lineæ communis fiat reflexio in

eadem

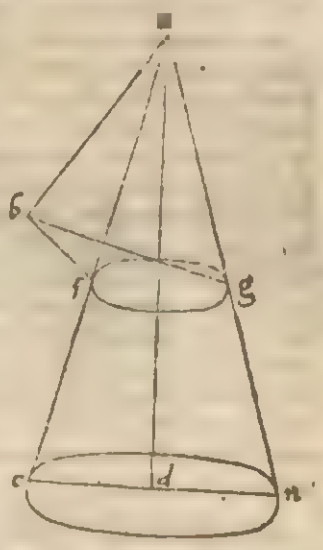
eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus: quoniam reſpectu duorum uiſuum poteſt reflexio fieri à duobus pũctis ſuperficiei ſpeculi, ut circuli diametri terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem: reſpectu uerò unius uiſus non accidit: quoniam illa duo puncta nõ ſimul ab eodem uiſu poſſunt comprehendi: ſemper enim neceſſe eſt partem columnæ medietate minorem uideri.

34. Si rectà linea à reflexionis puncto, ſit perpendicularis ſpeculo cylindraceo connexo: intus continuata, tranſibit per centrum circuli baſibus parallelí: & contrà. 21 p 7.

PAlàm ex prædictis, perpendicularẽ ſuper punctum reflexionis intellectam extrà & intrà produci, diametrum circuli efficere. Quia ſi non: cum conſtet diametrum circuli ſuper punctum illud tranſeuntem, perpendicularem eſſe ſuper ſuperficiem contingentem columnam in illo puncto [ut oſtenſum eſt 32 n] & perpendicularem extrà ſimiliter: erit [per 14 p 1] cõtinuitas inter has perpendiculares, & unam efficient lineam. Quia ſi non eſt, quòd diameter extrà producta, perpendicularis ſit ſuper illã ſuperficiem: accidet ex eodẽ ſuperficiei puncto duas erigi perpendiculares [cõtra 13 p 11] In omni ergo ſuperficie reflexionis patet quatuor punctorũ cõcurſus: cẽtri uiſus: pũcti axis, in qđ cadit ppẽdicularis: pũcti reflexiõis in ſpeculo: pũcti, à quo forma corporis ꝓcedit.

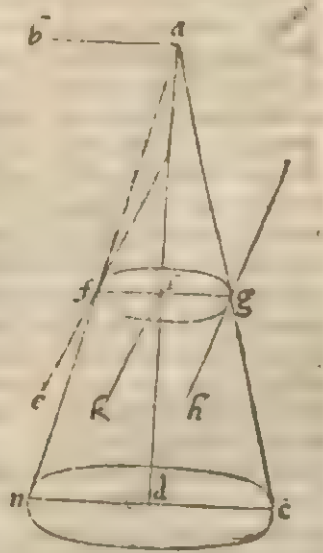
35. Si à uiſu extra ſpeculi conici connexi rectí ſuperficiem, uel ipſi continuam ſito, recta linea cum uertice axis acutum angulũ faciat: duo plana educta per rectas à uiſu, ſpeculum tangentes & conica latera, per tactus puncta tranſeuntia, tangent ſpeculum, & cõſpicuam ſuperficiem dimidiata minorem, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 1. 2 p 7.

IN ſpeculis pyramidalibus ſuper baſes ſuas orthogonalibus politis exterius eſt oppoſitio uiſus: ut non ſit uiſus in ſuperficie ſpeculi, aut in continua ei: & ſecũdum uiſus ſitum, reſpectu ſpeculi pyramidalis erit quantitas comprehẽſæ in eo partis. Igitur ſi radius ab oculi centro ad terminũ axis pyramidis, id eſt ad acumen intellectus, faciat cum axe angulũ acutum ex parte pyramidis: intelligemus à centro uiſus ſuperficiem ſecantem pyramidem ſuper circulũ æquidiſtantem baſi pyramidis: & intelligemus duas lineas à centro quidẽ uiſus, tangẽtes illum circulum in punctis oppoſitis, à quibus protrahemus lineas ſecundum longitudinẽ pyramidis. Superficies ergo ex una harum linearũ longitudinis & altera contingentium circulum, continget pyramidem. Si enim ſecuerit: continget aliud punctum, quàm punctum contingentiæ circuli: ſuper illud punctum producatur linea longitudinis, & illud punctum & acumen pyramidis ſimul ſunt in hac ſuperficie. Quare illa linea erit in hac ſuperficie, & tranſibit per aliquod punctũ circuli: illud igitur punctum in hac ſuperficie eſt, & in circulo: quare eſt in linea cõmuni circulo & ſuperficiei: ſed illa contingit circulum: quare cõtingens tranſit per duo puncta circuli, quẽ contingit, quod eſt impoſsibile [& contra 2 d 3.] Reſtat igitur, ut illa ſuperficies tangat pyramidem. Et generaliter omnis ſuperficies, in qua cõcurrunt linea, tangẽs aliquod punctum pyramidis, & longitudinis linea, per punctum illud tranſiens tangit pyramidem ſuper lineam longitudinis. Habemus ergo duas ſuperficies ab oculi centro procedẽtes, pyramidem contingentes, inter quas eſt portio pyramidis apparentis uiſui in hoc ſitu: & eſt minor medietate pyramidis: quoniam lineæ tangentes circulum, includunt eius partem medietate minorem.



36. Si à uiſu recta linea, ſit perpendicularis uertici axis ſpeculi conici cõnexi rectí: duo plana educta per rectas ſpeculum in terminis diametri circuli, ad baſim parallelí tangentes, & latera conica per tactus puncta tranſeuntia: tangent ſpeculum: & dimidiatam ſuperficiem conſpicuam, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 8 9 p 4.

SI uerò linea à centro uiſus ad acumen pyramidis ducta, teneat angulum rectum cum axe, & intelligatur circulus ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi: linea communis huic circulo, & ſuperficiei, in qua ſunt axis pyramidis, & centrũ uiſus: erit orthogonalis ſuper axem pyramidis: quoniã axis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli [per cõuerſam 14 p 11: itaq; per 3 d 11 axis coni eſt ad perpendiculum omnibus lineis, à quibus in plano circuli tangitur.] Et ſuper lineam communem protrahatur per cẽtrum circuli diameter orthogonalis ſuper hãc lineam: & à terminis huius diametri orthogonalis protrahãtur duæ cõtingentes circulum: & etiam duæ lineæ uſq; ad acumen pyramidis. Duæ ſuperficies, in quibus erũt hæ duæ lineæ cũ contingẽtibus, cõtingẽt pyramidẽ ſecũdũ modũ prædictũ.

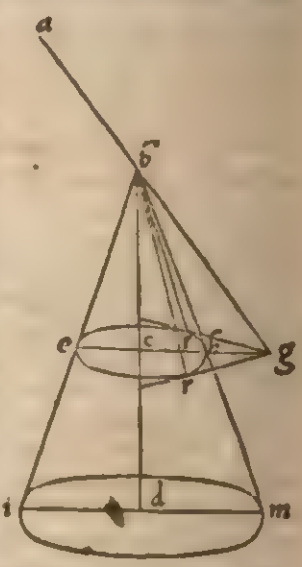


Et quo-

Et quoniam linea communis circulo & ſuperficiei, in qua ſunt centrum uiſus, & axis pyramidis: eſt æquidiſtans lineæ, à centro illius uiſus ad terminum axis productæ [per 28 p 1: quia axis ad perpendiculum eſt utriq;] & huic lineæ communi ſunt æquidiſtantes lineæ, circulum in prædictis punctis contingentes [per 28 p 1: quia per 18 p 3 diameter ipſis ad perpendiculum eſt] erunt illæ lineæ æquidiſtantes lineæ à centro uiſus ad terminum axis ductæ [per 9 p 11.] Quare erunt in eadem ſuperficie cum illa [per 35 d 1.] Igitur utraq; ſuperficierum circulum contingentium, tranſit per centra uiſus: & communis illarum ſuperficierum ſectio, eſt linea à cẽtro uiſus ad terminum axis ducta: & quod inter illas ſuperficies cadit ex pyramide, apparet uiſui: & eſt medietas pyramidis: quoniam lineas has contingentes circulum interiacet medietas circuli. Et ita palàm, quòd in hoc ſitu appareret medietas pyramidalis ſpeculi.

37. Si recta linea à centro uiſus, cum uertice ſpeculi conici conuexi recti angulum obtuſum faciens, continuata concurrat extra ſpeculum, cum diametro circuli ad baſim parallelí continuata: duo plana educta per rectam à concurſu ſpeculum in dicto circulo tangentes, & latera conica per tactus puncta tranſeuntia, tangent ſpeculum: & ſuperficiem conſpicuam dimidiata maiorem, à qua ad uiſum reflexio fiat: terminabunt. 90 p 4.

VErùm ſi linea à centro uiſus ducta ad terminum axis pyramidis, teneat cũ axe angulum obtuſum ex parte ſuperiori apparente: & fiat circulus ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi: linea communis huic circulo & ſuperficiei, in qua eſt centrum uiſus & axis, eſt perpendicularis ſuper axem pyramidis [per demonſtrata numero præcedente] Et hæc linea communis extra producta, concurret cum linea à centro uiſus ad terminum axis ducta [per 11 ax] propter angulum acutum, quem facit hæc linea cum axe ex inferiori parte [per theſin & 13 p 1: & propter angulum b c g rectum.] A punctо igitur concurſus linearum protrahantur duæ lineæ, contingẽtes circulum in duobus punctis oppoſitis: & producantur lineæ ab his punctis ad acumen pyramidis: ſuperficies, in quibus ſunt lineæ contingentes cum his longitudinis lineis, contingunt pyramidem: & in utraq; harum ſuperficierum ſunt duo puncta lineæ à centro uiſus ad terminum axis ductæ, ſcilicet terminus axis & terminus perpendicularis, in quo ſcilicet concurrunt linea illa & perpendicularis. Quare linea illa, quæ ducitur à cẽtro uiſus per terminum axis, eſt in utraq; ſuperficie [per 1 p 11.] Igitur utraq; ſuperficies tranſit per cẽtrum uiſus. Et includunt hæ ſuperficies ex inferiori parte minorẽ partem pyramidis medietate: quia lineæ contingentes circulum, includunt partem eius minorem medietate. Vnde ex parte ſuperiori interiacet ſuperficies pyramidem contingentes pars medietate maior: & illa eſt, quæ appareret uiſui. Quare in hoc ſitu comprehendit uiſus partem pyramidis medietate maiorem.



38. Si recta linea à uiſu per uerticem ſpeculi conici conuexi recti, continuetur cum conico latere: tota ſuperficies, præter dictum latus, uidebitur. 91 p 4.

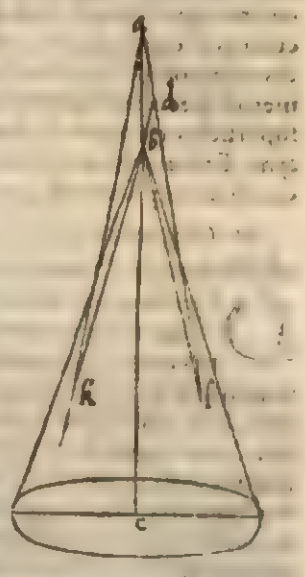
SI autem linea à centro uiſus ad terminum axis producta, cadit ſuper latus pyramidis, ut ex ea & latere unum efficiatur continuum latus: Dico quòd non latebit uiſum ex hac pyramide, præter lineam quandam intellectualem. Quoniam omnis ſuperficies, in qua eſt linea à centro uiſus ad terminum axis ducta, & ſecundum lateris longitudinem prolongata, ſecat pyramidem, una tantum excepta, quæ contingit pyramidem in latere, quod eſt pars lineæ: & hoc ſolum latus intellectuale, in tota pyramidis ſuperficie ſub hoc ſitu uiſum præterit. Et huius rei ueritas patet ex hoc. Quòd quocunq; pyramidis puncto ſumpto extra latus intellectuale, ſi ad ipſum ducatur linea à centro uiſus, & ab eo linea longitudinis pyramidis ad terminum axis, efficient hæ duæ lineę triangulum cum linea lateri applicata: & erit triangulum in ſuperficie à centro uiſus intellecta, pyramidem ſecante. [Nam ſi conus ſecetur plano per axem: cõmunis ſectio eſt triangulum per 3 th 1 conico. Apollonij] Et ex his lineis huius ſuperficiei nó niſi duæ cadunt in ſuperficiem pyramidis, ſcilicet linea longitudinis, à punctо ſumpto ad acumen pyramidis, & linea oppoſita huic ex altera parte. Et linea à centro uiſus ad punctum ſumptum ducta, ſecat lineam longitudinis in punctо ſumpto, & lineam lateris continuati cum uiſu in centro uiſus. Quare huic lineæ á centro uiſus non accidet concurſus cum aliqua linearum, niſi in ipſo centro uiſus. Cum igitur non poſsit

ſumi

sumi punctum aliud, ad quod linea à centro uisus accedat, & in hoc punctum transeat: nõ occultatur punctum illud ab alio puncto, quòd non perueniat ad centrum uisus: quare apparet uisui, cum inter ipsum & uisum non intercidat corporis solidi obiectio. Et eadem probatio est de quolibet superficiei pyramidis puncto.

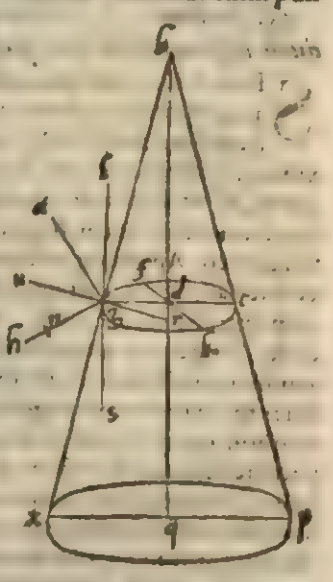
39. Si recta linea à uisu in uerticem speculi conici conuexi recti, continuetur cum axe: tota superficies conica uidebitur. 92 p 4.

ET si linea à centro uisus in terminum axis cadens, intret pyramidem: dico quòd nullũ occultatur uisui punctũ in tota pyramidis superficie. Sumpto enim quocunq; puncto in pyramidis superficie: intelligatur ad ipsum linea à centro uisus, & alia ab eo usq; ad acumen pyramidis: hæ duæ lineæ includunt superficiem triangularem cũ linea à centro uisus ad terminũ axis ducta, pyramidem intrãte: & est illud triangulũ in superficie pyramidem secante: cum omnis superficies, in qua fuerit linea intrans pyramidem, secet eam. Linea uerò à centro uisus ad punctũ sumptũ ducta, secat in illo puncto lineã longitudinis ab eo ad acumẽ pyramidis ductã. Et ex lineis superficiei, in qua sunt hæ duæ lineæ, non sunt, nisi duæ lineæ in superficie pyramidis, scilicet hæc linea longitudinis, à pũcto ad acumen ducta, & alia opposita, secans angulũ, quem includit hæc cũ linea pyramidẽ intrante. Igitur linea illa opposita, extra pyramidẽ producta, secat lineam à centro ad punctũ sumptum ductã. Quare linea hæc secat duas lineas, quę solæ ex lineis huius superficiei sunt in pyramidis superficie: unam extra pyramidem, aliã in puncto sumpto. Quare producta in infinitum nõ concurret cũ aliqua illarum linearum: unde nõ occultatur uisui sumptum punctum, secundũ modum suprà dictum. In hoc situ ergo nulla superficierũ pyramidem tangentium transibit per centrũ uisus, sed quælibet secabit lineam à uisu super terminum axis pyramidem intrãtis, inter uisum & pyramidem: & est in termino axis. Cum uerò linea uisus lineæ longitudinis pyramidis applicatur: nulla superficierum pyramidem tangentium pertinet ad centrum uisus præter illam, quæ in prædicta linea contingit pyramidem: & omnes superficies contingẽtes, secabunt lineã illam inter uisum & uerticem pyramidis. Similiter in situ, in quo duæ superficies contingentes pyramidẽ per centrũ uisus transeunt: quælibet superficies tangens pyramidẽ in portione pyramidis apparẽte, quę duas contingẽtes interiacet, à centro uisus diuertit: & super quodcunq; punctũ illius portionis cadat linea uisualis: secabit pyramidẽ, cũ intercidat inter duas cõtingẽtes uisuales: & superficies, in qua fuerit linea hæc uisualis, & linea longitudinis pyramidis, secabit pyramidẽ: & erit hæc uisualis superficies cuicunq; superficiei pyramidis in hac portione, continua: quare & uisus.



40. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici conuexi fuerit latus conicum: à quolibet conspicua superficiei puncto ad uisum reflexio fieri potest. 31 p 7.

DIco ergo, quod in quolibet situ, à quolibet puncto potest fieri reflexio. Sumatur enim punctum, & intelligatur circulus per punctum transiens, basi pyramidi æquidistãs: diameter igitur huius circuli ab hoc puncto incipiens, erit perpendicularis super axem [per 3 d 11] cũ axis sit perpendicularis super circuli superficiẽ [per 18 d 11, & conuersam 14 p 11.] Quare linea longitudinis à puncto ad acumẽ pyramidis ducta, tenet angulum acutum cum diametro, & acutum cum axis termino in eadem superficie [per 32 p 1, quia angulus ab axe & semidiametro g d, comprehensus, est rectus.] Sit linea uisualis super punctũ cadens in superficie, in qua est linea lõgitudinis & axis, in qua superficie deducatur perpendicularis super lineã longitudinis in puncto illo: concurret hæc quidem perpendicularis cum axe: [per 11 ax] & ex ea, & axe, & linea longitudinis efficietur triangulum. Super punctũ illud intelligatur linea contingens, & super diametrum circuli, quem fecimus, intelligatur diameter alia orthogonalis super ipsam: quæ erit orthogonalis super ipsum axem: & super superficiem, in qua est axis, & diameter prima [per 4 p 11] & hæc diameter secunda est æquidistans contingenti [per 28 p 1] quoniam contingens perpendicularis est super diametrum primam [per 18 p 3] & ita linea contingens orthogonalis est super superficiem, in qua sunt axis & diameter prima [per 8 p 11.] Quare erit perpendicularis super perpendicularẽ, quam primò fecimus [per 3 d 11] & ita illa prima perpendicularis orthogonaliter cadit super superficiem, contingẽtem pyramidem, in qua punctum est sumptum. Igitur si linea uisualis, cadens in punctum sumptum, trãseat secundũ processum perpendicularis: erit quidẽ orthogonalis super superficiem,



pyramidem illã in puncto contingentẽ, & fiet reflexio formæ per eandẽ lineam [per 11 n.] Si autem deuiet à processu perpẽdicularis: faciet quidẽ angulum cum perpendiculari acutũ in puncto sumpto: & poterit produci in superficie eius lineæ uisualis, alia linea à puncto illo, quæ æqualẽ angulũ huic teneat cum perpendiculari: cum perpendicularis orthogonalis sit super superficiẽ contingentem. Linea autẽ quæcunq; super superficiem, contingentem in puncto sumpto orthogonaliter cadens, transit ad axem [per 11 a x: est enim perpẽdicularis conico lateri: quia, cum ex thesi sit perpendicularis plano conum tangenti in latere per 6 uel 35 n: erit per 3 d 11 ipsi lateri perpendicularis; & si ab axe ducatur orthogonalis ad hanc superficiem, efficient perpendiculares, interior & exterior, lineã unam [per 14 p 1:] quòd si non: cũ perpendicularis interior, extrà producta, sit etiã perpendicularis super superficiem: accidet ab eodẽ puncto super aliquam superficiem, erigi duas perpendiculares in eandẽ partem [contra 13 p 11.] Palàm igitur, quòd à quocunq; puncto superficiei pyramidis uisus, potest fieri reflexio ad paritatem angulorum. Et cum linea declinata occurrerit: forma ueniet ad speculum super lineam hanc, & reflectetur ad uisum super aliam: & sunt hæ lineæ in eadem superficie orthogonali, super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis [per 6. 13 n.] Et hæc est superficies reflexionis, in qua semper fit comprehensio quatuor punctorũ, scilicet, centri uisus, puncti uisi, puncti reflexionis, termini perpendicularis.

41. Communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici cõnexi est latus conicum uel ellipsis: nunquam uerò circulus. 12 p 7.

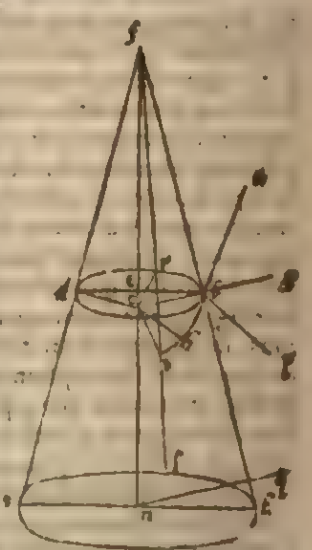
Diuersificantur autẽ lineæ cõmunes superficiei reflexionis, & superficiei pyramidis. Cũ enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, scilicet, cũ in superficie reflexionis fuerit totus axis, & perpendicularis ad axem transiens: erit superficiei reflexionis & superficiei pyramidis cõmunis linea, linea longitudinis in hoc situ. Quoniã quælibet superficies, in qua est totus axis, hanc habet lineam communem cum superficie pyramidis [ut patet è 18 d 11.] Et in omni alio situ unica longitudinis pyramidis linea erit communis, illa scilicet, quę fuerit in superficie uisus cẽtrum & axẽ continẽte. Et quãdo centrũ uisus nõ erit in directo axis, una tantùm erit superficies talium & axẽ continẽte. Et quãdo centrũ uisus nõ erit in directo axis, una tantùm erit superficies talium: & omnis alia cõmunis linea, erit sectio pyramidalis, nõ circulus. Si enim fuerit circul⁹: erit superficies illi⁹ circuli in supficie reflexiõis. Et qa axis orthogonalis est sup illũ circulũ [p 18 d 11, & cõuersam 14 p 11] cũ quilibet circulus pyramidis sit æquidistãs basi [p 4 th. 1 conicorũ Apollonij] erũt latera pyramidis declinata sup circulũ: & ita sup supficiẽ reflexiõis. Quare in superficie illa nõ potest duci ppẽdicularis sup lineã lõgitudinis pyramidis: sed [p 6. 13 n] ppendicularis ducta sup supficiẽ, cõtingẽte locũ reflexiõis, est in supficie reflexiõis, & ppẽdicularis sup lineã lõgitudinis [ut oltẽsum est pximo numero] cũ quilibet supficies tãgés tãgat in linea lõgitudinis [p 6 35 n.] Accidit igitur impossibile [cõtra 13 n.] Quare restat oẽs alias cõmunes reflexiõis lineas, sectiões pyramidales esse.

42. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici connexi, fuerit latus conicum: reflexio à quocunq; ipsius puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19 p 7.

Et cũ fuerit linea cõmunis, linea lõgitudinis, ex quocũ q; pũcto illius lineæ fiat reflexio: erit in eadẽ superficie cũ cuiuscunq; alterius pũcti reflexione. Quoniã à quolibet huius lineæ pũcto ducta perpẽdicularis cõtinget axẽ [ut oltẽsum est 40 n:] & erũt in supficie reflexiõis cẽtrum uisus: & punctũ reflexionis: & punctũ axis. Quare in hac superficie fit reflexio à quocunq; puncto.

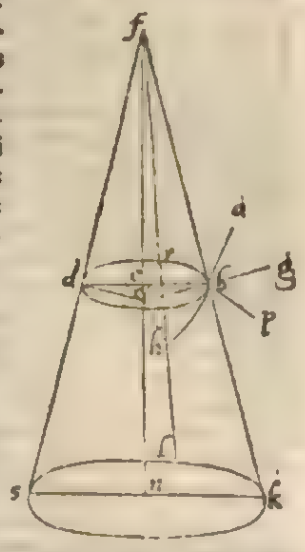
43. Si cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi conici cõnexi fuerit ellipsis: ab uno uel duob. cõspicua superficiei pũctis quibuslibet, in eadẽ supficie ad uisum reflexio fieri potest. 34 p 7.

SI uerò cõmunis linea nõ fuerit linea lõgitudinis: dico quòd uel ab uno cõmunis lineæ pũcto, in eadẽ superficie fiat reflexio, uel à duobus tantùm. Quoniã ducta perpendicularis à puncto reflexionis: peruenier ad axẽ, & cadetin aliquod punctũ eius [ut patuit 40 n:] & intellecto circulo super punctũ reflexionis, orthogonaliter secabit circulus axem [Quia enim circulus parallelus est basi per 4 th. 1 conico. Apollonij: erit axis ad ipsum perpendicularis per 18 d, & conuersam 14 p 11.] Et quiã perpendicularis tenet angulum acutum cum axe: erit perpẽdicularis declinata super circulũ, & circumquaq; ducta, semper erit æqualis. Vnde fiet pyramis, cuius basis circulus, acumen punctum axis, in quod cadit perpendicularis. Igitur superficies reflexionis aut tanget hanc pyramidẽ, aut secabit. Si tangat: dico quòd à puncto reflexionis sumpto possit tantùm fieri in eadẽ superficie reflexio. Planũ enim, quòd superficies reflexionis continget hanc pyramidẽ super perpendicularẽ, quæ est linea orthogonalis in superficie reflexionis [per 6. 35 n.] Et si ab acumine totalis pyramidis ducantur lineæ ad sectionem communẽ superficiei reflexionis & pyramidis totalis, prius cadent in circulũ, qui est basis pyramidis intellectæ, quàm in sectionẽ: præter unã, quæ in punctũ reflexionis cadit. Si ergo ab alio puncto cõmunis sectionis fieret reflexio: linea ab illo puncto ad acumen intellectæ pyramidis ducta, erit perpendicularis super lineam longitudinis



pyrami-

pyramidis, per punctum illud transeuntem [ut antè patuit:] sed linea ab acumine pyramidis intellectæ ad punctũ circuli, per quod transit illa linea longitudinis, absq; dubio est perpendicularis super eam. Quare alia angulum tenet acutum cum hac linea, non rectum. [secus tres anguli trianguli rectilinei maiores essent duobus rectis cõtra 32 p 1: quod tamen absurdum ex angulis c r i, c i r rectis conclusis sequitur.] Si uerò superficies reflexionis secet intellectualem pyramidem: secabit circulum, qui est basis, in duobus punctis. [Quia enim cõmunis sectio ellipsis (quæ ex thesi est reflexionis superficies) & circuli (qui est fictæ pyramidis basis) est linea recta per 3 p 11, duobus punctis terminata: ellipsis igitur secat circulũ in duobus punctis, nempe lineæ rectæ terminis.] Dico, quòd hæc sola sunt puncta in tota sectione communi, à quibus fieri possit reflexio in eadẽ superficie. Quoniã ab utroq; istorum punctorũ linea ducta ad acumen intellectæ pyramidis, est perpendicularis super lineam longitudinis super punctum suũ transeuntem. A quocunq; enim sectionis puncto alio ducatur linea ad acumen illius pyramidis: tenebit angulum acutum cum linea longitudinis per ipsum transeunte, cũ perpendicularis cum eadẽ longitudinis linea angulum rectum teneat in circulo. Et lineæ ductæ ab acumine pyramidis intellectæ ad puncta sectionis, quæ intercidunt inter speculi acumen & circulum: facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus partem acuminis pyramidis totalis: & quæ ducuntur ad puncta inter circulum & basim speculi interiacentia, faciẽt cum linea longitudinis angulos acutos ex parte acuminis speculi, obtusos ex parte basis. Ergo à nullo istorũ punctorum potest fieri reflexio.

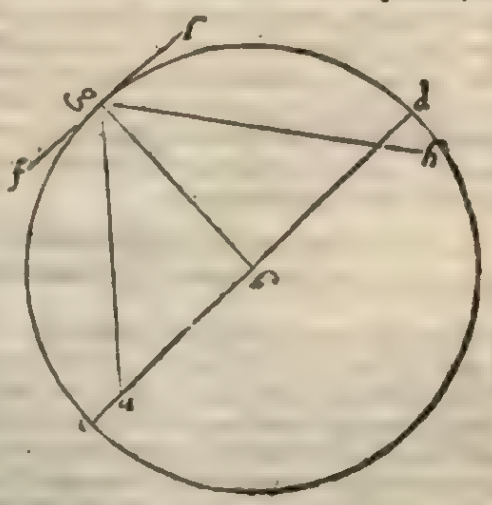


44. Si uisus fuerit in cauа speculi sphærici superficie: uidebit totam: si intra uel extra: aliàs hemisphærium, aliàs plus, aliàs minus: si in centro: se ipsum tantùm uidebit. 71. 72 p 4. 4 p 8.

IN speculis sphæricis concauis si uisus fuerit intra concauitatem speculi: tota speculi superficies apparebit ei: quod si extra fuerit: poterit comprehendere portionem eius maiorem medietate, quam scilicet fecit circulus sphæræ, quem contingunt duo radij à centro uisus ducti: uisu autem in centro huius speculi existente, non fiet ab aliquo puncto speculi reflexio, nisi in se. Quoniã enim quælibet linea à centro sphæræ ad sphæram ducta perpendicularis est super superficiem, sphæram in puncto illo tangentem [per 25 n uel 4 th. 1 sphæricorum:] ergo in hoc situ non comprehendet uisus per reflexionem, niũ se tantùm [per 11 n.]

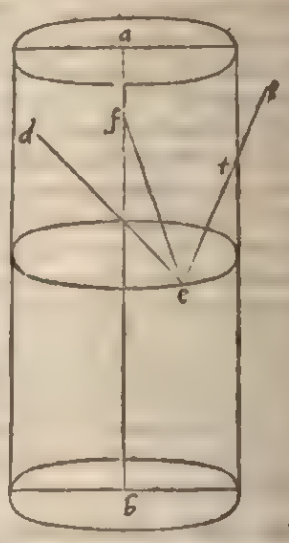
45. Si uisus sit extra centrum speculi sphærici cauи: uisibile à quolibet eius puncto ad uisum reflecti potest: excepto eo, in quod recta à uisu per centrum speculi ducta, cadit. 6. 3 p 8.

SI uerò statuatur uisus extra centrum sphæræ: poterit fieri reflexio alterius rei uisibilis à quocunq; speculi puncto: præterquam ab eo, in quod cadit diameter, à centro uisus ad sphæram per centrum sphæræ ducta: quoniam diameter cadit super superficiem contingentem sphæram, orthogonaliter [per 25 n, ideoq; reflectitur in seipsam per 11 n.] Sumpto autẽ alio puncto, ducatur ad ipsum diameter à centro sphæræ, & linea à centro uisus. Ex his ergo lineis acutus includetur angulus: quoniam linea uisualis cadit inter diametrum & superficiem contingentem punctum, quæ scilicet est extra sphæram: & siue sit oculus intra speculum, siue extra, cadit uisualis linea intra speculum: quia cadit inter lineas uisuales contingentes circulum portionis sphæræ. [Itaq; si diameter g b & linea reflexionis g a in peripheriam cõtinuatæ, connectantur: erit angulus a g b acutus per 31 p 3. 32 p 1.] Cum igitur diameter angulum rectum teneat cum contingẽte [per 18 p 3:] secetur ex eo acutus, æquális prædicto in eadem superficiei dico ergo, quòd linea reflexionis cadit intra speculum: quoniam communis linea speculi & superficiei reflexionis, est circulus, tenens cum diametro angulum acutum maiorem omni rectilineo acuto [per 31 p 3.] Et in singulis punctis erit hic modus reflexionis. Palàm ex his, quòd in omni superficie reflexionis erunt centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminus diametri à centro uisus per centrum sphæræ ductæ: & quòd communis omnium superficierum reflexionis linea cum superficie speculi, est circulus: & quod à quolibet lineæ communis puncto potest fieri in eadem superficie reflexio.



46. In ſpeculo cylindraceo cauo ſuperficies reflexionis quatuor habet puncta: uiſus, uiſibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit. 3 p 9. 83 p 4.

IN ſpeculis columnaribus concauis poteſt comprehendi totum ſpeculum: ſi fuerit uiſus intra ipſum: ſed eo extrà ſito, uidebitur maior medietate ſpeculi portio, quæ ſcilicet interiacet duas ſuperficies à centro uiſus procedentes, columnam contingentes. Intelligemus autem ſuperficiem à centro uiſus procedẽtem, baſibus columnæ æquidiſtantem: hæc ſuperficies aut cadet in columnã, aut nõ: ſi ceciderit, linea communis huic ſuperficiei & columnæ erit circulus [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri:] & linea uiſualis, tranſiens per centrum huius circuli, cadet orthogonaliter ſuper ſuperficiem, contingentem columnam in puncto, in quod cadit linea [ut demõſtratũ eſt 32 n] & fiet reflexio per eandem lineam ad eius originem [per 11 n. Itaq; cum linea recta (quæ per 1 p 11 in uno eſt plano) tranſeat per puncta uiſus, uiſibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit: erũt ipſa in uno reflexionis plano.] Quodcunq; aliud ſumatur punctum, linea perpendiculariter ab hoc puncto ducta, cadet in axem [ut patuit 40 n:] & linea uiſualis in punctũ illud cadens, faciet angulum acutum cum linea perpendiculari [ut oſtenſum eſt ſuperiore numero] cũ ſit inter perpendicularẽ & contingentem. Et quòd hęc linea cadat intra ſpeculũ, planum eſt ex hoc: quòd cadit inter ſuperficies portionem contingentes. Poterimus igitur in eadem reflexionis ſuperficie ex angulo, quem facit perpendicularis cum contingente, excipere angulum acutum, æqualem angulo acuto prædicto: & cadet linea reflexionis, hunc angulum continens, intra columnam: quoniam cadet inter perpendicularem & lineam lõgitudinis, per terminum perpendicularis tranſeuntem. Erunt igitur in ſuperficie reflexionis centrum uiſus, punctum reflexionis, punctum uiſum, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.



47. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui, fuerit latus cylindraceum, aut circulus: reflexio à quocunq; ſectionis puncto facta, in eadem ſuperficie fiet.

ET ſi hoc modo ſtatuatur uiſus, ut communis linea ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei columnæ ſit linea longitudinis: à quocunq; puncto cõmunis lineæ fiat reflexio: in una determinata erit ſuperficie, omnibus his reflexionibus communi, ea ſcilicet, in qua centrum uiſus, & axis columnæ totus, ſicut dictum eſt ſuperius in columnari ſpeculo non concauo [32 n.] Similiter ſi linea communis fuerit circulus, omnes reflexiones à punctis illius circuli factæ, procedent in eadem ſuperficie, ſicut in alijs circulis patuit.

48. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui fuerit ellipſis: à pluribus eius punctis idem uiſibile ad eundem uiſum, in eadem ſuperficie reflecti poteſt. 9 p 9.

ET ſi ſectio columnaris, fuerit linea communis: à duobus quidem eius punctis tantùm fiet reflexio in eadẽ ſuperficie, licet in ſuperioribus columnis [33 n] tantùm ab uno puncto in unica ſuperficie fieret reflexio, unico uiſu adhibito: quoniam illic latebant uiſum puncta ſectionis ſe reſpicientia, per quæ ſcilicet tranſit circulus columnæ baſibus æquidiſtans: uiſo enim uno illorum punctorum, latebat aliud, propter minoris columnæ portionis apparentiam: ſed in his appareret maior columnæ portio: unde ab uno uiſu percipiuntur puncta terminantia diametrum circuli, æquidiſtantis baſibus columnæ.

49. Si uiſus fuerit intra ſpeculum conicum cauum: tota eius ſuperficies uidebitur: ſi extra & recta à uiſu continuetur cum axe, uel conico latere: tota occultabitur. 5. 2. 9. 3 p 9.

IN ſpeculis pyramidalibus concauis, ſi fuerit uiſus intra ſpeculum: uidebit ipſum totum: ſi uerò extra, & linea à cẽtro uiſus ad acumen pyramidis ducta, intret pyramidem, aut applicetur lineæ longitudinis pyramidis, nihil uidebitur ex ſpeculo. Quoniam quæcunq; alia linea ab oculo ad pyramidem ducta, cadet in pyramidis ſuperficiem exteriorem: unde occultabitur interior ſuperficies. Si autẽm auferatur portio à pyramide, poterit uideri pars pyramidis, cadens inter contingentes ſuperficies à centro ductas, ſcilicet maior. Et ſi linea à centro uiſus, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem, & continuetur axi: erunt lineæ communes (ſicut dictum eſt in alijs pyramidalibus) aut lineæ longitudinis pyramidum, aut ſectiones. Et in his à duobus punctis ſectionis poterit fieri reflexio, in eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus. Et in ſuperficie reflexionis erunt, centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.

30. Si uiſus opponatur baſi ſpeculi conici cauiuiſibile intra ſpeculum poſitum, tantùm uidebitur. 6 p 9.

SEd ſpeculum pyramidale integrum ſi opponatur uiſui, & ſit uiſus ex parte baſis, non percipiet niſi hoc, quod fuerit intra ſpeculum: quoniam perpendicularis tenet angulum acutum cum linea ab oculo ad ipſam ducta, ex parte baſis: unde fit reflexio ex parte acuminis [reflexus enim reflexus declinat ad partem oppoſitam radio, obliquè ſpeculo incideti per 10 n:] & cadent omnes lineæ reflexæ intra pyramidem, & uideri poterit, quod intra pyramidem poſitum eſt. Si autem auferatur ex eo portio ſecundum longitudinem: poterunt quidem comprehendi exteriora, cum pateat exitus lineis reflexionis. Similiter ſi ſecetur pyramis ad modum annuli, ut auferatur uertex: liberum habebunt linæ ingreſſum, & exteriora apparebũt: & ſi fuerit uiſus ex parte ſuperficiei concauitatis ſpeculi: plura poterit comprehendere exteriora, quam ex parte baſis: quia latior incidentibus datur lineis uia.

31. Ab uno cuiuslibet ſpeculi puncto, unum uiſibilis punctum ad unum uiſum reflectitur. 29.30.31 p 5. Item 37 p 5: item in præfat. 1.5. & 10 librorum.

AMplius: ſumpto uniuſcuiuſq; ſpeculi puncto, nõ eſt poſsibile in eo percipi formam, niſi formam unius puncti ab eodem uiſu. Quoniam enim per perpendicularem & centrum uiſus unica tranſit ſuperficies: & una ſola eſt linea à centro uiſus ad punctum: & unicus angulus ex linea perpendiculari acutus, & unicus angulus in eadem ſuperficie acutus æqualis huic [ſecus pars æquaretur toti contra 9 ax.] ergo eſt unica linea, quæ angulum æqualem huic cum perpendiculari facit: & cum linea peruenerit ad partem corporis, nõ poteſt forma alterius puncti per ipſam uehi, cum punctum præcedens occultet poſtpoſitum. Sed duobus uiſibus poſſunt in eodem ſpeculi puncto comprehendi duæ punctuales formæ: quoniam infinitæ poſſunt ſumi ſuperficies, ſuper perpendicularem ſe ſecantes, in quarum qualibet circa perpendicularem ſumi poterunt duo anguli æquales acuti. Iam ergo proprietatem reflexionis declarauimus, & ſimiliter cuiuslibet ſpeculi proprium. Viſus autem cum per reflexionem formas comprehendit; non animaduertit quod hæc acquiſitio per reflexionem ſit. Non enim accidit ex proprietate uiſus reflexio: quoniam uiſu remoto, procedit non minus forma à corpore ad ſpeculum, & reflectitur ſecundum modum prædictum: & ſi accidat uiſum eſſe in loco, in quem linearum reflexarum ſit aggregatio: comprehendet uiſus formam illam in capitibus harum linearum: & eſt in ſpeculo tanquam non aduenies, ſed naturalis eſſet forma ſpeculo. Amplius: aliquando acquirit uiſus formas in ſpeculis in ſola ſuperficie, aliquando intra ſpeculum, aliquando ultra. Et erit apparens locus formæ ſecundum figuram ſpeculi & ſitum rei uiſæ. & ſemper comprehendetur forma in loco proprio, mutato ſitu uiſus & ſpeculi: & erit diuerſitas elongationis loci formæ ad ſpeculi ſuperficiem, ſecundum diuerſitatem figuræ ſpeculi. Et locus formæ dicitur locus imaginis. Et forma dicitur imago. Viſus autem comprehendit rem uiſam in loco imaginis. Et nos dicemus illum locum, & eius proprium in quolibet ſpeculorum, quæ enumerauimus: & aſsignabimus cauſas, propter quas comprehendantur res uiſæ in loco illo: & hoc in ſequente libro, ſi deus uoluerit.

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER QVINTVS.

LIBER *iſte in duas partes diuiſus eſt. Prima pars eſt proœmium libri. Secunda de imaginibus.*

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Imago eſt forma uiſibilis, à polita ſuperficie reflexa. In def. 5 libri.

LIquet ex quarto libro [2 n] quòd formæ rerum uiſarum reflectuntur ex corporibus politis, & uiſus comprehendit eas in corporibus politis propter reflexionem: & patuit [20. 21 n 4] quomodo fieret acquiſitio rerum ex reflexione formarum. Et uiſus comprehendit rem uiſam in loco determinato: & primò, cum non fuerit ſitus rei uiſæ ad uiſum mutatio. Et forma comprehenſa in corpore polito nominatur imago. Et nos explanabimus in hoc libro loca imaginũ ex corporibus politis: & dicemus quomodo acquiratur horũ locorũ ſcientia, & quomodo inueniatur ſyllogiſticè:

DE LOCIS IMAGINVM. CAP. II.

2. In ſpeculo plano imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IMaginis cuiuſcunq; puncti locus, eſt punctum in quo linea reflexionis ſecat perpendicularem à puncto rei uiſæ intellectam ſuper lineam contingentem lineam cõmunem ſuperficiei ſpeculi,

uel superficiei speculo continuæ, & superficiei reflexionis. Et nos hæc declarabimus. Sumatur speculum planum, & statuatur æquidistans horizonti: & lignum directũ & politum erigatur super speculum: & sit speculi quantitas, ut totũ possit uideri lignum: nisi enim totum appareat, error merit: & signetur in ligno punctum aliquod nigrum: apparebit quidem uisui lignũ æquale huic ultra speculum, huic ligno continuum, & orthogonale supra speculum, & in ligno apparẽte apparebit punctum signatum, tantùm distans à superficie speculi, quantum ab eadem distat in ligno superiore. Et si declinetur lignum supra speculum: apparebit apparens eadem declinatione declinatum: & punctum signatum in apparente apparebit æquè remotum à superficie speculi. Et si a puncto signato lignum aliquod erigatur orthogonaliter supra speculum: uidebitur etiam hoc lignum à puncto apparente orthogonaliter supra speculum, & huic orthogonali continuum. Idem accidet pluribus punctis in ligno signatis. Idemque penitus accidet eleuato aut depresso speculo. Planum ergo per hoc, quod imago puncti uisi apparet in perpendiculari, ducta à puncto uiso ad superficiem speculi. Et in hoc speculo, quæ perpendicularis est super superficiem speculi, est perpendicularis super lineam communem superficiei speculi & superficiei reflexionis. Idem patére potest in pyramide super basim orthogonali, cuius basis plana speculo plano sit orthogonaliter adhibita: apparebit enim huic pyramis alia continua, & harum pyramidum basis eadem, & acumina ipsarum æqualiter à speculo distantia. Et planum, quòd ũ ab acumine ad acumen ducatur linea recta, erit perpendicularis super basim: & ita super speculum, cum eadem sit superficies speculi & basis. Quare uertex pyramidis in perpendiculari uidebitur ab eo ad speculum ducta. Similiter à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidistans axi, cadet ad punctum respiciens ipsum in apparente pyramide. & erit linea illa perpendicularis super basim & super speculi superficiem [per 8 p 11.] Quare imago cuiusq; puncti pyramidis cadit in perpẽdicularem, intellectam à puncto illo in speculi superficiem. Sed quodcunq; punctum opponatur speculo plano, est intelligere pyramidem, cuius punctum illud uertex: [per 14 n 4] quæ quidem pyramis super basim orthogonalis est, & etiam super speculi superficiem, aut ei continuam: & est intelligere aliam huic pyramidi oppositam, quarum basis eadem, & perpendicularis à uertice ad uerticẽ orthogonalis erit super speculum. Quare imago cuiuscunq; puncti speculo oppositi, cadit in perpendicularem ductam à puncto ad speculi superficiem, aut ei continuam. Sed [per 21 n 4] planum est, quòd in speculis non accidit comprehensio formarum, nisi per lineas reflexionum. Quare imago puncti uisi cadit in lineam reflexionis: & quælibet talis linea est recta. Quare imago cuiuscunq; puncti cadit in punctum sectionis perpẽdicularis, ductæ ab illo puncto ad superficiem speculi, & lineæ reflexionis. Et in speculis planis linea communis superficiei speculi & superficiei reflexionis est una linea cum linea contingente locum reflexionis. Quare planum, quod in speculis planis imaginis locus, est punctũ sectionis perpendicularis à puncto uiso super lineam, contingentem communem lineam superficiei speculi & superficiei reflexionis, & lineæ reflexionis.

3. In speculo sphærico conuexo, imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 11 p 6.

IN speculis sphæricis extrà politis patebit quod diximus. Quęratur superficies speculi talis magna, in qua appareat forma baculi gracilis, perpendiculariter erecti super ipsum: apparebit quidem forma baculi baculo continua: & apparebit in forma baculi punctum signatum, distans à superficie speculi secundum distantiam eius ab eodem, in baculo: & si fuerit baculus gracilior ex parte unius capitis, quàm ex parte alterius: apparebit quidem in hoc speculo forma eius pyramidalis: & est error uisus, quem postea assignabimus. Amplius: fiat pyramis orthogonalis super basim circularem circulatione perfecta: & applicetur etiam huic speculo: uidebitur quidem pyramis huic cõtinua super eandem basim erecta, sed minor illa. Quod autem appareat pyramis, planum est per hoc, quòd omnes lineæ ab apparente imagine uerticis ad circulum basis, uideantur æquales. Et si declinetur pyramis modicum supra speculum a situ, in quo tota uidetur, ut scilicet aliquid ex ea abscondatur, dum tamen locus reflexionis in speculo uisui exponatur: apparebit etiam inde imago pyramidis. Et si elongetur uisus a speculo, aut accedat, dum tamẽ super lineam à loco ad ipsum protractam cadat: comprehendetur imago pyramidis. Sed accessus uel recessus secundum hanc lineam erit, ut notetur locus reflexionis, & à nota ad locum uisus ducatur linea, secundum quam fiat processus. Verùm quoniam imago pyramidis orthogonalis est super basim pyramidis, & basis est circulus ex circulis in sphæra: erit linea à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, orthogonalis super circulum illum, & transibit per centrum eius [per 6.8 d 1 conicorum] & erit orthogonalis super sphæram, & transibit per centrum sphæræ, & erit perpendicularis super superficiem, sphæram contingentem in puncto, per quod transit hæc linea [per 4. th. 1 sphær. uel 25 n 4] & erit similiter orthogonalis super lineam, contingentem circulum sphæræ per punctum illud transeuntem [per 2 d 11.] Et hæc contingens est linea, communis superficiei reflexionis & superficiei contingenti sphæram in puncto illo: & hæc linea contingit circulum sphæræ, communem superficiei sphæræ & superficiei reflexionis. Linea ergo à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, est perpendicularis super lineam contingentem, lineam communem superficiei reflexionis & superficiei speculi: quæ quidem est circulus. In hac igitur perpendiculari uidetur imago uerticis. Et planum [per 21 n 4] quòd imago uerticis est in linea reflexionis. Quare

compre-

cõprehendetur imago uerticis in cõcurſu lineæ reflexionis,& perpendicularis à uertice ad ſphæram ductæ,ſiue ad contingentem, circulum communem ſuperficiei ſphæræ & ſuperficiei reflexionis. Sumpto autem quocunque puncto huic ſpeculo oppoſito, eſt intelligere pyramidem ſuper ſuperficiem ſpeculi orthogonalem,aut ſuper continuam ei,cuius uertex ſit punctũ ſumptum: [per 14 n 4.] & linea ab illo puncto ad imaginẽ puncti illius, erit in ſuperficie reflexionis. & perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,uel ei continuam modo prædicto: quoniam punctum uiſum & imago ſemper ſunt ſimul in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4.] Quare & linea à puncto uiſo ad eius imaginem ducta.

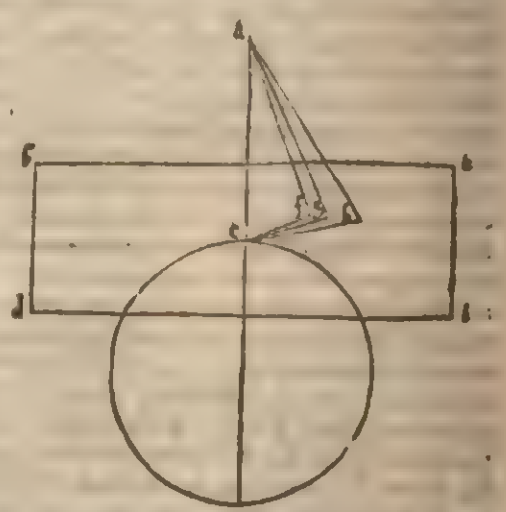
4. *In ſpeculis conuexis cylindraceo,conico,imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.*

IN ſpeculis columnaribus exterius politis non apparent, quæ in ligno & pyramide diximus: quoniam recta in his ſpeculis uidetur non recta: & eſt error uiſus communis,cuius poſtea cauſſam aſsignabimus. Accidit tamen in ſolo corporis puncto uidere locum imaginis prædictum, hoc modo. Adhibito præcedentis libri inſtrumento, immittatur regula, cui ſit infixum columnare ſpeculum,ut media portionis ſpeculi linea ſit in ſuperficie regulæ,& non tranſeat hæc regula tabulam æneam,ſed ſuper ipſam cadat orthogonaliter, ita ut altitudo regulæ ſit ſuper lineam, dividentẽ triangulum tabulæ æneæ Erectione facta in hac tabula, impleatur cera,& inducatur eius planities,ut ſit in eadem ſuperficie cum tabula:& eſt,ut certior fiat orthogonalis regulę directio ſuper tabulam. Deinde quæratur regula acuta,& acuatur extremitas, & applicetur huius regulæ acuitas mediæ ſuperficiei annuli lineæ, & deſcendat ſecundum lineam hanc, & ubi ceciderit ſuper regulam, fiat ſignum. Poſtea acus deſcendat, in qua infixum ſit modicũ corpus album: & hoc in termino, ne deſcendat acus uſq; ad regulam. Adhibeatur autem uiſus,ut ſit in ſuperficie regulæ,& claudatur unus uiſuum: uidebitur quidem imago corporis ſuper lineam, à puncto ſignato ad acumen acus protractam: quæ quidem linea perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem regulæ, quæ ſuperficies tangit columnam in linea longitudinis: & eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ, quæ eſt in ſuperficie regulæ: & eſt linea cõmunis ſuperficiei regulæ & ſuperficiei reflexionis: & in ſuperficie reflexionis ſunt linea longitudinis & linea perpendicularis. Et ſi ſitus uiſus mutetur,& circa annuli ſuperficiem uiſus uoluatur: apparebunt ſicut prius,& in eadem linea corpus,& imago corporis,& acus. Et eſt linea illa perpendicularis ſuper mediam longitudinis columnæ lineam: & hæc eſt perpendicularis in ſuperficie reflexionis: quoniam ſuperficies annuli ſecat columnam ſuper circulum, æquidiſtantem baſi columnæ: & in hac ſuperficie eſt uiſus. Et nos probabimus poſtea, quòd quando uiſus,& uiſum corpus fuerint in ſuperficie, æquidiſtante baſi columnæ,illa eſt ſuperficies reflexionis. In hoc autem ſitu,linea communis ſuperficiei columnæ, & ſuperficiei reflexionis, eſt circulus: & perpendicularis,in qua uidetur imago & corpus, orthogonaliter cadunt ſuper lineam, hunc circulum contingentem. His peractis auferatur acus à loco ſuo, & ponatur regula acuta ſuper lineam annuli mediam,ita ut cadat ſuper mediam longitudinis regulæ lineam, & adhibeatur regula acuta ſuperficiei annuli cera firmiter. Poſtea auferatur regula, in qua eſt ſpeculum, & accipiatur regula acuta,& applicetur eius acuitas mediæ longitudinis regulæ lineæ, & ſecundum proceſſum acuitatis fiat cum incauſto ſuper ſpeculum protractio. Poſt ſumatur triangulum cereum modicum,cuius unum latus ſit æquale altitudini regulæ, in qua eſt ſpeculum, & ſit ſpiſſitudo huius trianguli mediocrata, & ſuperficies huius trianguli ſint planæ quantum poſſe: & adhibeatur columnæ regulæ triangulum firmiter ſub baſi regulæ, & latus eius æquale altitudini regulæ ponatur ſuper latus baſis regulæ. Cum ita fuerit,erit huius trianguli altitudo ſuper baſim columnæ æqualem regulæ. Et ut efficiatur ſuperficies plana ad modum ſuperficiei regulæ, includatur triangulum inter regulam & ſuperficiem planam, & comprimatur, donec ſit bene complanatum, & ſuper ſuperficiem huius trianguli ponatur regula acuta, & ſecetur finis huius trianguli cum acuitate regulæ, & erit finis eius linea recta, & erit linea hæc baſis regulæ, in qua eſt ſpeculum. Poſtea ponatur regula ſuper ſuperficiem tabulæ, quæ eſt in inſtrumento, & ponatur finis eius baſis, quæ eſt in longitudine,quæ eſt latus trianguli cerei,ſuper lineam,quę eſt in longitudine tabulę,ſicut factum eſt prius: & erit ſuperficies regulæ, in qua eſt ſpeculum, orthogonalis ſuper tabulam æneam: & hæc ſuperficies ſecat tabulam æneam ſuper lineam, quæ eſt in longitudine eius: & hæc ſuperficies tangit ſuperficiem ſpeculi ſuper lineam,quæ eſt in ſuperficie ſpeculi: & hæc eſt ſuperficies regulæ, in qua eſt ſpeculum: & erit angulus regulæ acutæ,adhærentis in media linea ſuperficiei annuli,in qua ſuperficie erit ſpeculum, declinatus in partem, in qua eſt caput trianguli: quia regula exaltauit unam partem eius cum corpore trianguli, & alia pars,quæ eſt poſt caput trianguli, eſt ſuperficies tabulæ æneæ: & erit linea,quæ eſt in medietate ſpeculi, declinata. Et quando fuerit latus trianguli cerei ſuper lineam, quæ eſt in longitudine æneæ tabulæ: mouebitur regula, in qua eſt ſpeculum: & latus trianguli in hoc motu, ſi ſit ſuper lineam longitudinis tabulę æneæ, & procedat uel retrocedat, donec concurrat angulus regulæ acutę cum puncto aliquo lineę ſuperficiei ſpeculi, donec firmetur regula acuta, & auferatur linea in ſpeculo cum incauſto facta: & fiat punctum in ſuperficie ſpeculi in directo capitis regulæ acutę, & auferatur regula acuta, & apponatur acus, & ſit acus ſuper lineam mediam ſuperficiei annuli, & adhærere cogatur cum cera: erit linea intellectualis ab acu ad punctum ſignatum in ſuperficie ſpeculi, perpendicularis ſuper ſuperficiem regulæ, quæ tangit ſu-

perficiem ſpeculi ſuper punctum ſignatum,& perpendicularis ſuper quamlibet lineam ab illo puncto protractam,in ſuperficiem contingentem ſpeculum.Erit ergo perpendicularis ſuper lineam rectam, contingentem lineam communem ſuperficiei altæ annuli & ſuperficiei ſpeculi. Ponatur autem uiſus in ſuperficie annuli, in capite eius, & uidebit in ſpeculo, donec comprehendat formam corporis parui, quod eſt in acu: & tunc percipiet corpus illud, & punctum in ſpeculo ſignatum,& imaginem illius corporis.Et linea tranſiens per corpus paruum,& per punctum in ſuperficie ſignatum,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculi ſuperficiem ſuper punctũ ſignatum:& hæc ſuperficies annuli, eſt ex ſuperficiebus reflexionis:& corpus paruum,& centrum uiſus ſunt in hac ſuperficie, & punctus reflexionis eſt in hac ſuperficie: & hæc deinceps probabimus. Et imago corporis parui in hoc ſitu,erit ſuper lineam rectam, à corpore paruo protractam ſuper ſuperficiem,contingentem ſuperficiem ſpeculi:& eſt hæc linea perpendicularis ſuper lineam rectam, contingentem lineam communem ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei reflexionis, quæ eſt ſuperficies annuli.Et ſuperficies reflexionis eſt ex ſuperficiebus declinantibus, ſecantibus columnam inter lineas longitudinis columnæ, & circulos eius æquidiſtantes baſibus: quia regula & ſpeculum,quod eſt in ea, ſunt declinata. Linea ergo communis huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, eſt ex ſectionibus columnaribus. Et ita explanabimus locum imaginis, ut mutetur ſitus regulæ, in qua eſt ſpeculum & declinetur ſuper ſuperficiem eius aliqua declinatione maiore uel minore. Palam ergo ex his,quòd imago perc pitur,ubi perpendicularis à uiſo puncto ad ſpeculi ſuperficiem ducta, concurrit cum linea reflexionis.Et hic eſt ſitus prædictus. Eadem poterit adhiberi operatio in ſpeculo pyramidali exteriore:& idem patebit ſiue ſint imagines rerum uiſarum in ſectionibus pyramidalibus, ſiue in ijs,quæ fiunt ſecundum lineas longitudinis.

5. Rectarum linearum ab eodem uiſibilis puncto in ſpecula planum uel conuexum cadentium:minima eſt perpendicularis.21 p 1.

SI à puncto uiſo ad ſpeculi ſuperficiem ducantur lineę:quæ perpendicularis eſt, minor eſt quali bet alia.Quoniá quælibet alia prius ſecat communẽ lineá ſuperficiei cõtingentis ſpeculum, in quam orthogonaliter cadit perpendicularis, & ſuperficiei reflexionis, antequá ueniat ad ſpeculum:&quælibet linea à puncto uiſo in hac ſuperficie, ad hanc lineá cõmunẽ ducta, eſt maior perpendi cularí [per 19 p 1] quia maioré reſpicit angulũ [rectũ nẽpe a e f in triangulo a e f.] Quare patet propoſitũ.



6. In ſpeculo ſphærico cauo, imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis.37 p 5.

IN ſpeculis ſphæricis concauis comprehenduntur imagines quædam ultra ſpeculum: quædam in ſuperficie: quædam citra ſuperficiem. Et harũ quædam comprehenduntur in ueritate, quædam præter ueritatem. Omnes,quarum comprehenditur ueritas, apparent in loco ſectionis perpendicularis & lineæ reflexionis: quod ſic patebit. Fiat pyramis, & eius axis ſit orthogonalis ſuper baſim: & diameter baſis ſit minor medietate diametri ſphæræ: & linea longitudinis pyramidis, ſit maior eadẽ ſemidiametro:& ſecetur ex parte baſis,ad quantitatẽ eius,ſcilicet ſemidiametri: & fiat ſuper ſectionẽ circulus:& ſecetur pyramis ſuper hũc circulũ.Poſtea in medio ſpeculi fiat circulus ad quantitatẽ baſis pyramidis remanentis: & aptetur huic circulo pyramis, & firmetur cum cera. Deinde ſtatuatur uiſus in ſitu, in quo imaginem pyramidis poſsit comprehendere: & adhibeatur lux, ut certior fiat comprehenſio:non uidebis quidem pyramidem huic coniunctam,ſed comprehendes hanc ultra ſpeculum extenſam: unde apparebit pyramis quædam continua, cuius baſis ultra ſpeculum eſt, & pars eius pyramis cerea. Et ſi in hac pyramide ſignetur linea longitudinis cum incauſto: uidebitur hæc linea protendi ſuper ſuperficiẽ pyramidis apparentis. Et quoniá uertex pyramidis eſt centrũ ſphæræ:linea à uertice ſecundum longitudinẽm pyramidis ducta,erit perpendicularis ſuper lineam,contingentem quemlibet circulum ſphæræ,per caput lineæ tranſeuntem [quodlibet enim coni latus æquatur ſemidiametro ſphæræ per fabricam:uertex igitur coni eſt centrum maximi in ſphæra circuli: cuius ſemidiameter eſt latus: itaque per 18 p 3 ad lineam tangentem eſt perpendiculare.] Quare quælibet linea longitudinis pyramidis apparentis, eſt perpendicularis ſuper lineam, contingentem lineam cõmunem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſphæræ: quę quidem linea cõmunis eſt circulus [per 11 th 1 ſphæ.] & quodlibet punctum pyramidis in hac uidetur perpendiculari: & quælibet perpendicularis eſt in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4:] quoniam punctum uiſum & imágo eius ſunt in perpendiculari, & in hac ſuperficie: & omnis imago comprehenditur in linea reflexionis, per 21 n 4.] Quare imago cuiuſcũq; puncti pyramidis, erit in puncto ſectionis perpendicularis

cularis & lineæ reflexionis. Puncta autem, quorum imagines citra ſpeculum comprehenduntur, hoc eſt inter uiſum & ſpeculum, ſunt, cum à quolibet eorum linea ducta ad centrum ſpeculi, ſecat latitudinem uiæ inter uiſum & ſpeculum interiacentis. Et ut uideatur hoc: auferatur pyramis à medio ſpeculi: & collocetur in parte, erit uertex centrum ſpeculi: & remotio uiſus ſit maior ſemidiametro ſphæræ. Deinde ſumatur lignum gracile album, & ſtatuatur in ſpeculo, ut ſit centrum ſpeculi directè medium inter caput ligni & centrum uiſus, & dirigatur intuitus in punctum ſpeculi, à quo linea ad uerticem pyramidis ducta, ſit inter caput ligni & uiſum: & apparebit forma capitis ligni citra ſpeculum, & propinquior uiſui uertice pyramidis: & erunt in eadem linea recta, uertex pyramidis, & caput ligni, & imago capitis. Et hæc linea eſt perpendicularis ſuper lineam, contingentem lineam communem ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis [per 25 n 4:] quoniam ſuperficies reflexionis tranſit per centrum & punctum uiſus. Et linea tranſiens per hæc duo puncta, eſt in ſuperficie reflexionis. Et linea cõmunis eſt circulus: & hæc linea huic circulo erit diameter: quoniã centrum illius circuli, eſt centrum ſphæræ. Quare erit hæc linea perpendicularis ſuper lineam, contingentem circulum in capite huius lineæ [per 18 p 3:] & hæc linea tranſit per punctum uiſum, & eius imaginem. Et ita quodlibet punctum citra ſpeculum uiſum, comprehenditur in eadem linea cum centro & cum imagine eius: & quodlibet punctum uidetur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare in loco ſectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Et ea, quorum ueritas in his ſpeculis comprehenditur, ſunt, quorum imagines apparent ultra ſpeculum uel citra ſuperficiem eius: & præter hæc, nulla ſunt, quæ in hoc ſpeculo in ueritate comprehendat uiſus, ipſa enim prohibent imagines ſuas ueras apparere. Imagines, quæ apparent in ſuperficie huius ſpeculi, ſunt ex ultima partitione: & hæc explanabimus, cum erit ſermo de erroribus uiſus. Quodlibet ergo punctum in ueritate in hoc ſpeculo comprehenſum, apparet in concurſu perpendicularis & lineæ reflexionis: quæ quidem perpendicularis tranſit à puncto uiſo ad centrum ſphæræ, & cadit orthogonaliter in contingentem, lineam communem.

7. In ſpeculis canis cylindraceo, conico, imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis 37 p 5.

IN ſpeculis columnaribus concauis diuerſificatur imago: aliquando enim erit locus eius in ſuperficie ſpeculi: aliquando ultra: & in his omnibus aliquando in ueritate comprehendetur: aliquando non. Cum uolueris in his locum imaginis percipere: facias, ſicut feciſti in columnaribus exterioribus. Adhibeatur enim régula, in qua ſit columna concaua, ſicut adhibita eſt ſuperius, & acus ſimiliter, & corpus modicum, in ſummitate acus: & ponatur uiſus oppoſitus in medio circuli, & in medio ſuperficiei annuli: & ſubleuetur uiſus modicum à ſuperficie annuli: & inſpiciat, donec imaginem corporis uideat, & comprehendat formam corporis, & corpus, & punctum in ſpeculo, ſignatum in eadem linea perpendiculari, ſuper ſuperficiem ſpeculi: & hoc per ſyllogiſmum ſenſualem. Et erit imago ultra ſpeculum, & erit reflexio ex puncto lineæ rectæ, quæ eſt in medio ſpeculi. Deinde ſtatuatur uiſus in ſuperficie annuli, ſed extra medium, donec uideat imaginem corporis parui: uidebit quidem eam citra ſpeculum: & uidebit corpus, & eius imaginem, & punctum in ſpeculo ſignatum, in una linea recta perpendiculari, ſuper lineam rectam contingentem circulum æquidiſtantem baſi ſpeculi, ſuper punctum ſignatum in ſpeculi ſuperficie: & ſuperficies huius, eſt ſuperficies reflexionis in hoc ſitu: & eſt ſuperficies faciei annuli: & punctum reflexionis eſt punctum illius circuli. Poſtea adhibeatur cum manu alia acus, in cuius ſummitate ſit corpus modicum: & ſtatuatur in ſuperficiem & axem, hoc modo, ut corpus, & punctum ſignatum ſint in eadem linea, ſecundum ſenſualem ſyllogiſmum: & ſit uiſus in ſuperficie annuli, inter caput eius & medium: uidebit quidem imaginem corporis, & uidebit hanc imaginem & corpus eius, & punctum ſignatum in ſuperficie ſpeculi, in eadem linea recta. Si autem declinetur linea recta cum triangulo paruo, quod fecimus, & ſit uiſus in medio annuli: uidebit imaginem citra ſpeculum, ſed in eadem linea recta cum corpore, & puncto ſignato. Et hæc reflexio erit ex columnaribus ſectionibus: quoniam ſpeculum eſt declinatum: & ſcimus [è 21 n 4] quòd non percipitur imago, niſi in linea reflexionis. Palàm ergo, quòd locus imaginis eſt, ubi ſecat perpendicularis prædictam lineam reflexionis, cum comprehenditur ueritas. Et licet non comprehendatur certitudo imaginis, tamen erit modus harum imaginum cum ueritatis imaginibus. Pari modo uidere poteris imaginem in pyramidalibus concauis in concurſu perpendicularis cum linea reflexionis. Palàm ergo, quòd in omnibus ſpeculis comprehenduntur imagines in loco prædicto: qui quidem locus ſimiliter dicitur imaginis locus.

8. Imago in quocunq; ſpeculo, uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis 37 p 5.

QVare autem comprehendantur res uiſæ per reflexionem in locis imaginum: & quare imago ſit ſuper perpendicularem à re uiſa in ſpeculi ſuperficiem, declarabimus cauſſam. Viſus cum acquirit formam per reflexionẽ, acquirit eam ſtatim ſine certitudine, & acquirit longitudinẽ per æſtimationẽ, & hanc longitudinẽ cõprehendet forſitan in ueritate, per diligentiã intuitus adhibitã, forſitan nõ. Et iſtud explanauimus in libro ſecũdo [24.25.38.39 n:] & ibi dictũ eſt, quòd

uiſus

cõmunis ſuperficiei columnæ & ſuperficiei reflexionis, erit linea recta, ſcilicet latus columnæ: cum in ſuperficie reflexionis ſit diameter columnæ. Et planum hoc eſt, quoniam columnæ compoſitio eſt ex motu ſuperficiei æquidiſtantium laterum ſuper unum latus immotum [per 21 d 11.] Vnde ſuperficiei columnam ſecanti, in qua ſit axis, id eſt latus immotum, & ſuperficiei columnę communis linea, erit latus motum. Et dico, quòd ex omnibus reflexionis ſuperficiebus una ſola eſt, cui & columnæ ſuperficiei ſit linea communis recta. Quoniã unica poteſt intelligi ſuperficies, in qua ſit axis columnæ & centrum uiſus: & non plures.

30. Si uiſus ſit extra ſuperficiem ſpeculi cylindracei cõuexi, in plano uiſibilis ad axem recto: communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erit circulus: & unicus tantùm eſt in eadem conſpicua ſuperficie, à quo ad uiſum reflexio fieri poteſt. 9. 17 p 7.

SI uerò ſuperficies reflexionis ſit æquidiſtans baſibus columnæ: erit linea communis circulus [per 5 th Sereni de ſectione cylindri] & hæc ſola eſt ſuperficies, quæ cum columnæ ſuperficie lineam communem habeat circularem. Quoniam in omni reflexione, perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingẽtem punctum reflexionis, eſt diameter circuli, baſibus columnæ æquidiſtantis: & non poteſt eſſe in columnæ ſuperficie, niſi unus circulus æquidiſtans baſibus, qui cum centro uiſus ſit in eadem ſuperficie.

31. Si uiſus ſit extra ſuperficiem ſpeculi cylindracei conuexi, in plano uiſibilis ad axem obliquo: communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi erit ellipſis: & plures in eadem conſpicua ſuperficie eſſe poſſunt, à quibus ad eundem uiſum reflexio fiat. 10. 18 p 7.

OMnes autẽ aliæ ſuperficies reflexionis, ſecant columnã & axẽ columnæ: quoniã perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſecat axẽ columnæ: & lineæ cõmunes his ſuperficiebus & ſuperficiebus columnę, ſunt ſectiones, quas in colũnis & pyramidibus aſsignãt geometræ.

32. Si communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus: reflexio à quocunq; communis ſectionis puncto facta, in eadem ſuperficie ſemper fiet. 19. 20 p 7.

CVm ſuperficiebus columnæ & reflexionis linea recta fuerit cõmunis, quodcunq; punctum illius lineæ intueatur uiſus: fiet reflexio in ſuperficie eadem, in qua eſt axis. Quoniam eſt ſuperficies unica, contingens columnam in linea illa longitudinis: & quocunq; puncto huius lineæ ſumpto: perpendicularis ab eo ad axem ducta, erit in eadem ſuperficie cum axe: & hæc linea erit orthogonalis ſuper ſuperficiem, contingentem ſuperficiem columnæ [Nam quia per 21 d 11 latus cylindri eſt parallelum axi: erit recta linea perpendicularis axi: perpendicularis tum lateri per 29 p 1, tum rectæ circulum per idem lateris punctum deſcriptum, tangenti, per 18 p 3. Quare per 4 p 11 erit perpendicularis plano ſpeculum tangenti.] Sed centrum uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandem ſuperficiem: quia in una ſuperficie eſt centrum uiſus & linea communis & axis columnæ [per 6. 13 n] & una ſola eſt ſuperficies orthogonalis ſuper illam ſuperficiem [per 13 p 11.] Quare omnes reflexiones à punctis huius lineæ factæ, ſunt in eadem reflexionis ſuperficie. Verùm cum linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & columnæ fuerit circulus, quocunq; puncto illius circuli uiſo: fiet in una & eadem ſuperficie reflexio. Quoniam quæcunq; perpendicularis à puncto reflexionis ducta: erit diameter huius circuli: quare in ſuperficie huius circuli eſt: & punctum uiſus ſimiliter: & ſuperficies hæc orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ, quodcunq; punctũ huius circuli ſumptum contingentem. Quare in hac ſola ſuperficie erit cuiuslibet puncti, prædicti circuli reflexio.

33. Ab uno cõmunis ſectionis ſuperficierum reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi puncto, unum uiſibilis punctum ad unum uiſum in eadem ſuperficie reflectitur. 22 p 7.

QVacunq; uerò alia linea communi ſumpta: nõ fiet in eadem reflexionis ſuperficie reflexio, niſi ex uno tantùm huius lineæ puncto. Quoniam perpẽdicularis ducta à puncto reflexionis, orthogonalis eſt ſuper lineam longitudinis columnæ per punctũ illud tranſeuntis [per 3 d 11] quare & ſuper axem [per 29 p 1] & perpendicularis illa, eſt diameter circuli, æquidiſtantis baſibus columnæ: & ſuperficies reflexionis & circulus ille ſecant ſe: & linea ijs communis, eſt diameter illius circuli: & eſt illa diameter perpendicularis ſuper ſuperficiem, columnam in illo puncto contingentem, & ſuperficies reflexionis ſecat illam lineam longitudinis columnæ, ſuper quam fit contingentia, & eſt declinata ſuper ipſam: ergo & ſuper axem erit illa ſuperficies reflexionis declinata: & in ſuperficie plana ſuper lineam aliquam declinata nõ poteſt intelligi, niſi una linea orthogonaliter cadens in illam. Sed ſi à duobus ſuperficiei reflexionis punctis fieret reflexio in eadem ſuperficie: eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuper axem: quod eſſe non poteſt, cum ſuperficies illa ſit declinata ſuper eum. Nam perpendicularis à puncto reflexionis cadit in circulum, æquidiſtantem baſibus columnæ, & in punctum axis, & eſt ſectio cõmunis ſuperficiei circuli & ſuperficiei reflexionis. Si ergo ab alio lineæ communis puncto, in eadem ſuperficie fieret reflexio: alia perpendicularis ab alio puncto ducta: eſſet diameter alterius circuli columnæ, huic æquidiſtãtis, & caderet in punctũ axis, in quod nõ cadit ſuperficies reflexionis. Et ita in omnibus ſuperficiebus reflexionis eſt intelligendũ: quòd ab uno puncto tantùm lineæ communis fiat reflexio in

eadem

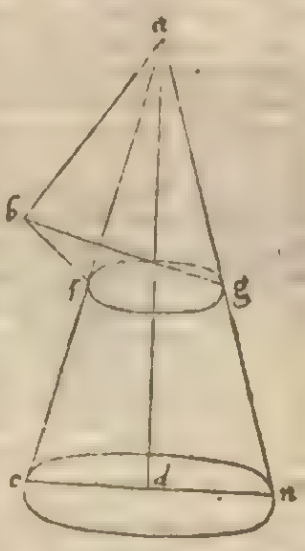
eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus: quoniam reſpectu duorum uiſuum poteſt reflexio fieri à duobus pũctis ſuperficiei ſpeculi, ut circuli diametri terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem: reſpectu uerò unius uiſus non accidit: quoniam illa duo puncta nõ ſimul ab eodem uiſu poſſunt comprehendi: ſemper enim neceſſe eſt partem columnæ medietate minorem uideri.

34. Si recta linea à reflexionis puncto, ſit perpendicularis ſpeculo cylindraceo conuexo: intus continuata, tranſibit per centrum circuli baſibus parallelí: & contrà. 21 p 7.

PAlàm ex prædictis, perpendicularẽ ſuper punctum reflexionis intellectam extrà & intrà produci, diametrum circuli efficere. Quia ſi non: cum conſtet diametrum circuli ſuper punctum illud tranſeuntem, perpendicularem eſſe ſuper ſuperficiem contingentem columnam in illo puncto [ut oſtenſum eſt 32 n] & perpendicularem extrà ſimiliter: erit [per 14 p 1] cõtinuitas inter has perpendiculares, & unam efficient lineam. Quia ſi non eſt, quòd diameter extrà producta, perpendicularis ſit ſuper illã ſuperficiem: accidet ex eodẽ ſuperficiei puncto duas erigi perpendiculares [cõtra 13 p 11] In omni ergo ſuperficie reflexionis patet quatuor punctorũ cõcurſus: cẽtri uiſus: pũcti axis, in qđ cadit ppẽdicularis: pũcti reflexiõis in ſpeculo: pũcti, à quo forma corporis ꝓcedit.

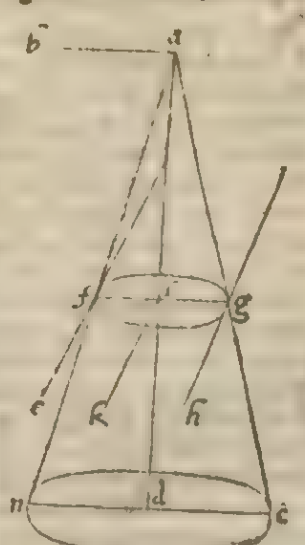
35. Si à uiſu extra ſpeculi conici conuexi rectis ſuperficiem, uel ipſi continuam ſito, recta linea cum uertice axis acutum angulũ faciat: duo plana ducta per rectas à uiſu, ſpeculum tangentes & conica latera, per tactus puncta tranſeuntia, tangent ſpeculum, & cõſpicuam ſuperficiem dimidiata minorem, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 1. 2 p 7.

IN ſpeculis pyramidalibus ſuper baſes ſuas orthogonalibus politis exterius eſt oppoſitio uiſus: ut non ſit uiſus in ſuperficie ſpeculi, aut in continua ei: & ſecũdum uiſus ſitum, reſpectu ſpeculi pyramidalis erit quantitas comprehẽſæ in eo partis. Igitur ſi radius ab oculi centro ad terminũ axis pyramidis, id eſt ad acumen intellectus, faciat cum axe angulũ acutum ex parte pyramidis: intelligemus à centro uiſus ſuperficiem ſecantem pyramidem ſuper circulũ æquidiſtantem baſi pyramidis: & intelligemus duas lineas à centro quidẽ uiſus, tangẽtes illum circulum in punctis oppoſitis, à quibus protrahemus lineas ſecundum longitudinẽ pyramidis. Superficies ergo ex una harum linearũ longitudinis & altera contingentium circulum, continget pyramidem. Si enim ſecuerit: continget aliud punctum, quàm punctum contingentiæ circuli: ſuper illud punctum producatur linea longitudinis, & illud punctum & acumen pyramidis ſimul ſunt in hac ſuperficie. Quare illa linea erit in hac ſuperficie, & tranſibit per aliquod punctũ circuli: illud igitur punctum in hac ſuperficie eſt, & in circulo: quare eſt in linea cõmuni circulo & ſuperficiei: ſed illa contingit circulum: quare cõtingens tranſit per duo puncta circuli, quẽ contingit, quod eſt impoſsibile [& contra 2 d 3.] Reſtat igitur, ut illa ſuperficies tangat pyramidem. Et generaliter omnis ſuperficies, in qua cõcurrunt linea, tangẽs aliquod punctum pyramidis, & longitudinis linea, per punctum illud tranſiens, tangit pyramidem ſuper lineam longitudinis. Habemus ergo duas ſuperficies ab oculi centro procedẽtes, pyramidem contingentes, inter quas eſt portio pyramidis apparentis uiſui in hoc ſitu: & eſt minor medietate pyramidis: quoniam lineæ tangentes circulum, includunt eius partem medietate minorem.



36. Si à uiſu recta linea, ſit perpendicularis uertici axis ſpeculi conici cõuexi rectí: duo plana ducta per rectas ſpeculum in terminis diametri circuli, ad baſim paralleli tangentes, & latera conica per tactus puncta tranſeuntia: tangent ſpeculum: & dimidiatam ſuperficiem conſpicuam, à qua ad uiſum reflexio fiat, terminabunt. 89 p 4.

SI uerò linea à centro uiſus ad acumen pyramidis ducta, teneat angulum rectum cum axe, & intelligatur circulus ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi: linea cõmunis huic circulo, & ſuperficiei, in qua ſunt axis pyramidis, & centrũ uiſus: erit orthogonalis ſuper axem pyramidis: quoniã axis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli [per cõuerſam 14 p 11: itaq; per 3 d 11 axis cum eſt ad perpendiculum omnibus lineis, à quibus in plano circuli tangitur.] Et ſuper lineam communem protrahatur per cẽtrum circuli diameter orthogonalis ſuper hãc lineam: & à terminis huius diametri orthogonalis protrahãtur duæ cõtingentes circulum: & etiam duæ lineæ uſq; ad acumen pyramidis. Duæ ſuperficies, in quibus erũt hæ duæ lineæ cũ contingẽtibus, cõtingẽt pyramidẽ ſecũdũ modũ prædictũ.

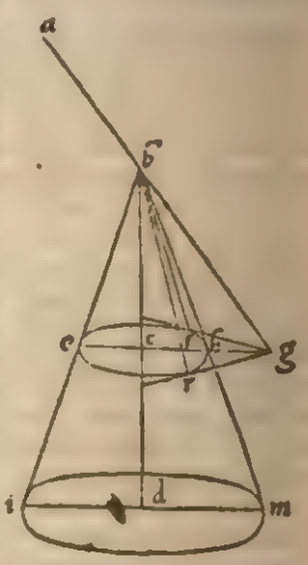


Et quo-

Et quoniam linea communis circulo & ſuperficiei, in qua ſunt centrum uiſus, & axis pyramidis: eſt æquidiſtans lineæ, à centro illius uiſus ad terminum axis productæ [per 28 p 1: quia axis ad perpendiculum eſt utriq;] & huic lineæ communi ſunt æquidiſtantes lineæ, circulum in prædictis punctis contingentes [per 28 p 1: quia per 18 p 3 diameter ipſis ad perpendiculum eſt] erunt illæ lineæ æquidiſtantes lineæ à centro uiſus ad terminum axis ductæ [per 9 p 11.] Quare erunt in eadem ſuperficie cum illa [per 35 d 1.] Igitur utraq; ſuperficierum circulum contingentium, tranſit per centra uiſus: & communis illarum ſuperficierum ſectio, eſt linea à cẽtro uiſus ad terminum axis ducta: & quod inter illas ſuperficies cadit ex pyramide, apparet uiſui: & eſt medietas pyramidis: quoniam lineas has contingentes circulum interiacet medietas circuli. Et ita palàm, quòd in hoc ſitu appareret medietas pyramidalis ſpeculi.

37. Si recta linea à centro uiſus, cum uertice ſpeculi conici conuexi recti angulum obtuſum faciens, continuata concurrat extra ſpeculum, cum diametro circuli ad baſim parallelis continuata: duo plana ducta per rectas à concurſu ſpeculum in dicto circulo tangentes, & latera conica per tactus puncta tranſeuntia, tangent ſpeculum: & ſuperficiem conſpicuam dimidiata maiorem, à qua ad uiſum reflexio fiat: terminabunt. 90 p 4.

VErùm ſi linea à centro uiſus ducta ad terminum axis pyramidis, teneat cũ axe angulum obtuſum ex parte ſuperiori apparente: & fiat circulus ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi: linea communis huic circulo & ſuperficiei, in qua eſt centrum uiſus & axis, eſt perpendicularis ſuper axem pyramidis [per demonſtrata numero præcedente] Et hæc linea communis extra producta, concurret cum linea à centro uiſus ad terminum axis ducta [per 11 ax] propter angulum acutum, quem facit hæc linea cum axe ex inferiori parte [per theſin & 13 p 1: & propter angulum b c g rectum.] A` puncto igitur concurſus linearum protrahantur duæ lineæ, contingẽtes circulum in duobus punctis oppoſitis: & producantur lineæ ab his punctis ad acumen pyramidis: ſuperficies, in quibus ſunt lineæ contingentes cum his longitudinis lineis, contingunt pyramidem: & in utraq; harum ſuperficierum ſunt duo puncta lineæ à centro uiſus ad terminum axis ductæ, ſcilicet terminus axis & terminus perpendicularis, in quo ſcilicet concurrunt linea illa & perpendicularis. Quare linea illa, quæ ducitur à cẽtro uiſus per terminum axis, eſt in utraq; ſuperficie [per 1 p 11.] Igitur utraq; ſuperficies tranſit per cẽtrum uiſus. Et includunt hæ ſuperficies ex inferiori parte minorẽ partem pyramidis medietate: quia lineæ contingentes circulum, includunt partem eius minorem medietate. Vnde ex parte ſuperiori interiacet ſuperficies pyramidem contingentes pars medietate maior: & illa eſt, quæ apparet uiſui. Quare in hoc ſitu comprehendit uiſus partem pyramidis medietate maiorem.



38. Si recta linea à uiſu per uerticem ſpeculi conici conuexi recti, continuetur cum conico latere: tota ſuperficies, præter ductum latus, uidebitur. 91 p 4.

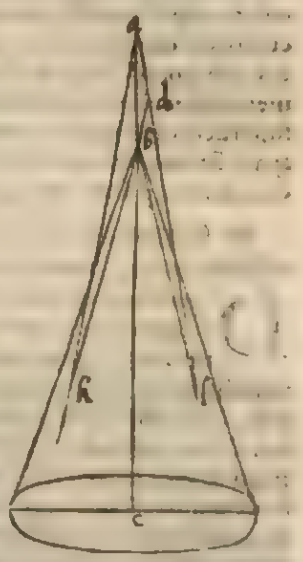
SI autem linea à centro uiſus ad terminum axis producta, cadit ſuper latus pyramidis, ut ex ea & latere unum efficiatur continuum latus: Dico quòd non latebit uiſum ex hac pyramide, præter lineam quandam intellectualem. Quoniam omnis ſuperficies, in qua eſt linea à centro uiſus ad terminum axis ducta, & ſecundum lateris longitudinem prolongata, ſecat pyramidem, una tantum excepta, quæ contingit pyramidem in latere, quod eſt pars lineæ: & hoc ſolùm latus intellectuale, in tota pyramidis ſuperficie ſub hoc ſitu uiſum præterit. Et huius rei ueritas patet ex hoc. Quòd quocunq; pyramidis puncto ſumpto extra latus intellectuale, ſi ad ipſum ducatur linea à centro uiſus, & ab eo linea longitudinis pyramidis ad terminum axis, efficient hæ duæ lineę triangulum cum linea lateri applicata: & erit triangulum in ſuperficie à centro uiſus intellecta, pyramidem ſecante. [Nam ſi conus ſecetur plano per axem: cõmunis ſectio eſt triangulum per 3 th 1 conico. Apollonij] Et ex his lineis huius ſuperficiei nõ niſi duæ cadunt in ſuperficiem pyramidis, ſcilicet linea longitudinis, à puncto ſumpto ad acumen pyramidis, & linea oppoſita huic ex altera parte. Et linea à centro uiſus ad punctum ſumptum ducta, ſecat lineam longitudinis in puncto ſumpto, & lineam lateris continuati cum uiſu in centro uiſus. Quare huic lineæ à centro uiſus non accidet concurſus cum aliqua linearum, niſi in ipſo centro uiſus. Cum igitur non poſsit

ſumi

ſumi punctum aliud, ad quod linea à centro uiſus accedat, & in hoc punctum tranſeat; nõ occultatur punctum illud ab alio puncto, quòd non perueniat ad centrum uiſus: quare apparet uiſui, cum inter ipſum & uiſum non intercidat corporis ſolidi obiectio. Et eadem probatio eſt de quolibet ſuperficiei pyramidis puncto.

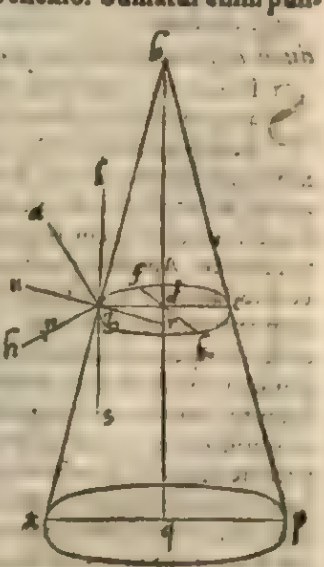
39. Si recta linea à uiſu in uerticem ſpeculi conici conuexi recti, continuetur cum axe: tota ſuperficies conica uidebitur. 92 p 4.

ET ſi linea à centro uiſus in terminum axis cadens, intret pyramidem: dico quòd nullũ occultatur uiſui punctũ in tota pyramidis ſuperficie. Sumpto enim quocunq; puncto in pyramidis ſuperficie: intelligatur ad ipſum linea à centro uiſus, & alia ab eo uſq; ad acumen pyramidis: hæ duæ lineæ includunt ſuperficiem triangularem cũ linea à centro uiſus ad terminũ axis ducta, pyramidem intrãte: & eſt illud triangulũ in ſuperficie pyramidem ſecante: cum omnis ſuperficies, in qua fuerit linea intrans pyramidem, ſecet eam. Linea uerò à centro uiſus ad punctũ ſumptũ ducta, ſecat in illo puncto lineã longitudinis ab eo ad acumẽ pyramidis ductã. Et ex lineis ſuperficiei, in qua ſunt hæ duæ lineæ, non ſunt, niſi duæ lineæ in ſuperficie pyramidis, ſcilicet hæc linea longitudinis, à pũcto ad acumen ducta, & alia oppoſita, ſecans angulũ, quem includit hæc cũ linea pyramidẽ intrante. Igitur linea illa oppoſita, extra pyramidẽ pro ducta, ſecat lineam à centro ad punctũ ſumptum ductã. Quare linea hæc ſecat duas lineas, quę ſolæ ex lineis huius ſuperficiei ſunt in pyramidis ſuperficie: unam extra pyramidem, aliã in puncto ſumpto. Quare producta in infinitum nõ concurret cũ aliqua illarum linearum: unde nõ occultatur uiſui ſumptum punctum, ſecundũ modum ſuprà dictum. In hoc ſitu ergo nulla ſuperficierũ pyramidem tangentium tranſibit per centrũ uiſus, ſed quælibet ſecabit lineam à uiſu ſuper terminum axis pyramidem intrãtis, inter uiſum & pyramidem: & eſt in termino axis. Cum uerò linea uiſus lineæ longitudinis pyramidis applicatur: nulla ſuperficierum pyramidem tangentium pertinet ad centrum uiſus præter illam, quæ in prædicta linea contingit pyramidem: & omnes ſuperficies contingẽtes, ſecabunt lineã illam inter uiſum & uerticem pyramidis. Similiter in ſitu, in quo duæ ſuperficies contingentes pyramidẽ per centrũ uiſus tranſeunt: quælibet ſuperficies tangens pyramidẽ in portione pyramidis apparẽte, quę duas contingẽtes interiacet, à centro uiſus diuertit: & ſuper quodcunq; punctũ illius portionis cadat linea uiſualis: ſecabit pyramidẽ, cũ intercidat inter duas cõtingẽtes uiſuales: & ſuperficies, in qua fuerit linea hæc uiſualis, & linea longitudinis pyramidis, ſecabit pyramidẽ: & erit hæc uiſualis ſuperficies cuicunq; ſuperficiei pyramidis in hac portione, continua: quare & uiſus.



40. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi conici conuexi fueris latus conicum: à quolibet conſpicua ſuperficiei puncto ad uiſum reflexio fieri poteſt. 31 p 7.

DIco ergo, quod in quolibet ſitu, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio. Sumatur enim punctum, & intelligatur circulus per punctum tranſiens, baſi pyramidi æquidiſtãs: diameter igitur huius circuli ab hoc puncto incipiens, erit perpendicularis ſuper axem [per 3 d 11] cũ axis ſit perpendicularis ſuper circuli ſuperficiẽ [per 18 d 11, & conuerſam 14 p 11.] Quare linea longitudinis à puncto ad acumẽ pyramidis ducta, tenet angulum acutum cum diametro, & acutum cum axis termino in eadem ſuperficie [per 32 p 1, quia angulus ab axe & ſemidiametro 8 d, comprehenſus, eſt rectus.] Sit linea uiſualis ſuper punctũ cadens in ſuperficie, in qua eſt linea lõgitudinis & axis, in qua ſuperficie deducatur perpendicularis ſuper lineã longitudinis in puncto illo: concurret hæc quidem perpendicularis cum axe: [per 11 ax] & ex ea, & axe, & linea longitudinis efficietur triangulum. Super punctũ illud intelligatur linea contingens, & ſuper diametrum circuli, quem fecimus, intelligatur diameter alia orthogonalis ſuper ipſam: quæ erit orthogonalis ſuper ipſum axem: & ſuper ſuperficiem, in qua eſt axis, & diameter prima [per 4 p 11] & hæc diameter ſecunda eſt æquidiſtans contingenti [per 28 p 1] quoniam contingens perpendicularis eſt ſuper diametrum primam [per 18 p 3] & ita linea contingens orthogonalis eſt ſuper ſuperficiem, in qua ſunt axis & diameter prima [per 8 p 11.] Quare erit perpendicularis ſuper perpendiculare, quam primò fecimus [per 3 d 11] & ita illa prima perpendicularis orthogonaliter cadit ſuper ſuperficiem, contingẽtem pyramidem, in qua punctum eſt ſumptum. Igitur ſi linea uiſualis, cadens in punctum ſumptum, tranſeat ſecundũ proceſſum perpendicularis: erit quidẽ orthogonalis ſuper ſuperficiem,



pyramidem illã in puncto contingentẽ, & fiet reflexio formæ per eandẽ lineam [per 11 n.] Si autem deuiet à processu perpẽdicularis: faciet quidẽ angulum cum perpendiculari acutũ in puncto sumpto: & poterit produci in superficie eius lineæ uisualis, alia linea à puncto illo, quæ æqualẽ angulũ huic teneat cum perpendiculari: cum perpendicularis orthogonalis sit super superficiẽ contingentem. Linea autẽ quæcunq; super superficiem, contingentem in puncto sumpto orthogonaliter cadens, transit ad axem [per 11 a x: est enim perpẽdicularis coni ci lateri: quia, cum ex thesi sit perpendicularis plano conum tangenti in latere per 6 uel 35 n: erit per 3 d 11 ipsũ lateri perpendicularis; & si ab axe ducatur orthogonalis ad hanc superficiem, efficient perpendiculares, interior & exterior, lineã unam [per 14 p 1:] quòd si non: cũ perpendicularis interior, extrà producta, sit etiã perpendicularis super superficiem: accidet ab eodẽ puncto super aliquam superficiem, erigi duas perpendiculares in eandẽ partem [contra 13 p 11.] Palàm igitur, quòd à quocunq; puncto superficiei pyramidis uiso, potest fieri reflexio ad paritatem angulorum. Et cum linea declinata occurrerit: forma ueniet ad speculum super lineam hanc, & reflectetur ad uisum super aliam: & sunt hæ lineæ in eadem superficie orthogonali, super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis [per 6. 13 n.] Et hæc est superficies reflexionis, in qua semper fit comprehensio quatuor punctorũ, scilicet, centri uisus, puncti uisi, puncti reflexionis, termini perpendicularis.

41. Communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici cõnexi est latus conicum uel ellipsis: nunquam uerò circulus. 12 p 7.

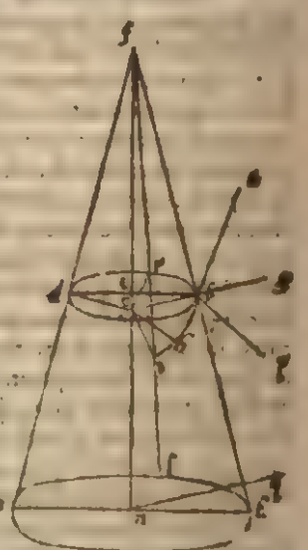
Diuersificantur autẽ lineæ cõmunes superficiei reflexionis, & superficiei pyramidis. Cũ enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, scilicet, cũ in superficie reflexionis fuerit totus axis, & perpendicularis ad axem transiens: erit superficiei reflexionis & superficiei pyramidis cõmunis linea, linea longitudinis in hoc situ. Quoniã quælibet superficies, in qua est totus axis, hanc habet lineam communem cum superficie pyramidis [ut patet è 18 d 11.] Et in omni alio situ unica longitudinis pyramidis linea erit communis, illa scilicet, quę fuerit in superficie uisus cẽtrum & axẽ continẽte. Et quãdo centrũ uisus nõ erit in directo axis, una tantùm erit superficies talis: & omnis alia cõmunis linea, erit sectio pyramidalis, nõ circulus. Si enim fuerit circul⁹: erit superficies illi⁹ circuli in supficie reflexiõis. Et qa axis orthogonalis est sup illũ circulũ [p 18 d 11, & cõuersam 14 p 11] cũ quilibet circulus pyramidis sit æquidistãs basi [p 4 th. 1 conicorũ Apollonij] erũt latera pyramidis declinata sup circulũ: & ita sup supficiẽ reflexiõis. Quare in superficie illa nõ potest duci ppẽdicularis sup lineã lõgitudinis pyramidis: sed [p 6. 13 n] ppendicularis ducta sup supficiẽ, cõtingẽtẽ locũ reflexiõis, est in supficie reflexiõis, & ppẽdicularis sup lineã lõgitudinis [ut ostẽsum est pximo numero] cũ qlibet supficies tãgẽs tãgat in linea lõgitudinis [p 6 35 n.] Accidit igitur impossibile [cõtra 13 n.] Quare restat oẽs alias cõmunes reflexiõis lineas, sectiões pyramidales esse.

42. Si communis sectio superficierum reflexionis & speculi conici conuexi, fuerit latus conicum: reflexio à quocunq; ipsius puncto facta, in eadem superficie semper fiet. 19 p 7.

Et cũ fuerit linea cõmunis, linea lõgitudinis, ex quocũq; pũcto illius lineæ fiat reflexio: erit in eadẽ superficie cũ cuiuscunq; alterius pũcti reflexione. Quoniã à quolibet huius lineæ pũcto ducta perpẽdicularis cõtinget axẽ [ut ostẽsum est 40 n:] & erũt in supficie reflexiõis cẽtrum uisus: & punctũ reflexionis: & punctũ axis. Quare in hac superficie fit reflexio à quocunq; puncto.

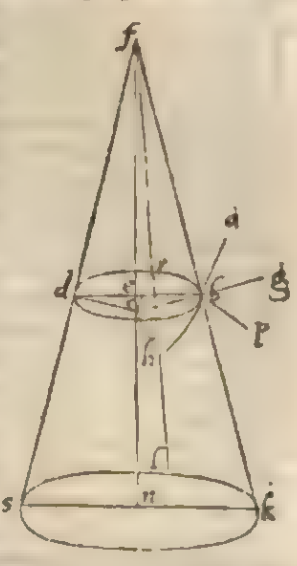
43. Si cõmunis sectio superficierũ, reflexionis & speculi conici cõuexi fuerit ellipsis: ab uno uel duob. cõspicua superficiei pũctus quibuslibet, in eadẽ supficie ad uisum reflexio fieri potest. 34 p 7.

Si uerò cõmunis linea nõ fuerit linea lõgitudinis: dico quòd uel ab uno cõmunis lineæ pũcto, in eadẽ superficie fiat reflexio, uel à duobus tantùm. Quoniã ducta perpendicularis à puncto reflexionis: perueniet ad axẽ, & cadetur aliquod punctũ eius [ut patuit 40 n:] & intellecto circulo super punctũ reflexionis, orthogonaliter secabit circulus axem [Quia enim circulus parallelus est basi per 4 th. 1 conico. Apollonij: erit axis ad ipsum perpendicularis per 18 d, & conuersam 14 p 11.] Et quiã perpendicularis tenet angulum acutum cum axe: erit perpẽdicularis declinata super circulũ, & circumquaq; ducta, semper erit æqualis. Vnde fiet pyramis, cuius basis circulus, acumen punctum axis, in quod cadit perpendicularis. Igitur superficies reflexionis aut tanget hanc pyramidẽ, aut secabit. Si tangat: dico quòd à puncto reflexionis sumpto possit tantùm fieri in eadẽ superficie reflexio. Planũ enim, quòd superficies reflexionis continget hanc pyramidẽ super perpendicularẽ, quæ est linea orthogonalis in superficie reflexionis [per 6. 35 n.] Et si ab acumine totalis pyramidis ducantur lineæ ad sectionem communẽ superficiei reflexionis & pyramidis totalis, prius cadent in circulũ, qui est basis pyramidis intellectæ, quàm in sectionẽ: præter unã, quæ in punctũ reflexionis cadit. Si ergo ab alio puncto cõmunis sectionis fieret reflexio: linea ab illo puncto ad acumen intellectæ pyramidis ducta, erit perpendicularis super lineam longitudinis



pyrami-

pyramidis, per punctum illud transeuntem [ut antè patuit:] sed linea ab acumine pyramidis intellectæ ad punctũ circuli, per quod transit illa linea longitudinis, absq; dubio est perpendicularis super eam. Quare alia angulum tenet acutum cum hac linea, non rectum. [secus tres anguli trianguli rectilinei maiores essent duobus rectis cõtra 32 p 1: quod tamen absurdum ex angulis c r i, c i r rectis conclusis sequitur.] Si uerò superficies reflexionis secet intellectualem pyramidem: secabit circulum, qui est basis, in duobus punctis. [Quia enim cõmunis sectio ellipsis (quæ ex thesi est reflexionis superficies) & circuli (qui est fictæ pyramidis basis) est linea recta per 3 p 11, duobus punctis terminata: ellipsis igitur secat circulũ in duobus punctis, nempe lineæ rectæ terminis.] Dico, quòd hæc sola sunt puncta in tota sectione communi, à quibus fieri possit reflexio in eadẽ superficie. Quoniã ab utroq; istorum punctorũ linea ducta ad acumen intellectæ pyramidis, est perpendicularis super lineam longitudinis super punctum suũ transeuntem. A quocunq; enim sectionis puncto alio ducatur linea ad acumen illius pyramidis: tenebit angulum acutum cum linea longitudinis per ipsum transeunte, cũ perpendicularis cum eadẽ longitudinis linea angulum rectum teneat in circulo. Et lineæ ductæ ab acumine pyramidis intellectæ ad puncta sectionis, quæ intercidunt inter speculi acumen & circulum: facient angulos obtusos cum lineis longitudinis uersus partem acuminis pyramidis totalis: & quæ ducuntur ad puncta inter circulum & basim speculi interiacentia, faciẽt cum linea longitudinis angulos acutos ex parte acuminis speculi, obtusos ex parte basis. Ergo à nullo istorũ punctorum potest fieri reflexio.

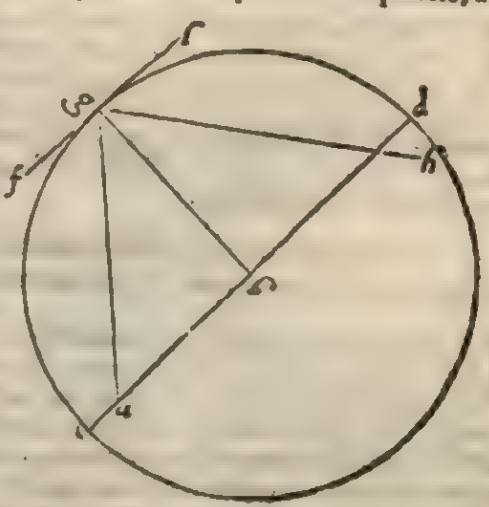


44. Si uisus fuerit in cana speculi sphærici superficie: uidebit totam: si intra uel extra: aliàs hemisphærium, aliàs plus, alias minus: si in centro: se ipsum tantùm uidebit. 71. 72 p 4. 4 p 8.

IN speculis sphæricis concauis si uisus fuerit intra concauitatem specu'i: tota speculi superficies apparebit ei: quod si extra fuerit: poterit comprehendere portionem eius maiorem medietate, quam scilicet fecit circulus sphæræ, quem contingunt duo radij à centro uisus ducti: uisu autem in centro huius speculi existente, non fiet ab aliquo puncto speculi reflexio, nisi in se. Quoniã enim quælibet linea à centro sphæræ ad ipsphæram ducta perpendicularis est super superficiem, sphæram in puncto illo tangentem [per 25 n uel 4 th. 1 sphæricorum:] ergo in hoc situ non comprehendet uisus per reflexionem, niũ se tantùm [per 11 n.]

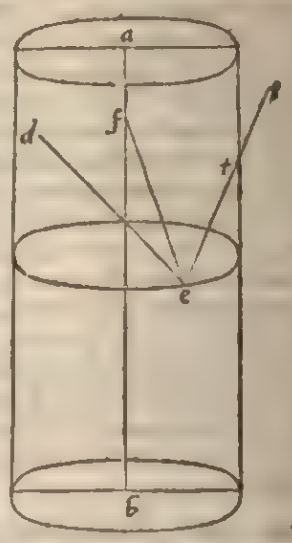
45. Si uisus sit extra centrum speculi sphærici cauι: uisibile à quolibet eius puncto ad uisum reflecti potest: excepto eo, in quod recta à uisu per centrum speculi ducta, cadit. 6. 3 p 8.

SI uerò statuatur uisus extra centrum sphæræ: poterit fieri reflexio alterius rei uisibilis à quocunq; speculi puncto: præterquam ab eo, in quod cadit diameter, à centro uisus ad sphæram per centrum sphæræ ducta: quoniam diameter cadit super superficiem contingentem sphæram, orthogonaliter [per 25 n, ideoq; reflectitur in seipsam per 11 n.] Sumpto autẽ alio puncto, ducatur ad ipsum diameter à centro sphæræ, & linea à centro uisus. Ex his ergo lineis acutus includetur angulus: quoniam linea uisualis cadit inter diametrum & superficiem contingentem punctum, quæ scilicet est extra sphæram: & siue sit oculus intra speculum, siue extra, cadit uisualis linea intra speculum: quia cadit inter lineas uisuales contingentes circulum portionis sphæræ. [eaq; si diameter g b & linea reflexionis g a in peripheriam cõtinuatæ, connectantur: erit angulus a g b acutus per 31 p 3. 32 p 1.] Cum igitur diameter angulum rectum teneat cum contingẽte [per 18 p 3:] secetur ex eo acutus, æquális prædicto in eadem superficie: dico ergo, quòd linea reflexionis cadit intra speculum: quoniam communis linea speculi & superficiei reflexionis, est circulus, tenens cum diametro angulum acutum maiorem omni rectilineo acuto [per 31 p 3.] Et in singulis punctis erit hic modus reflexionis. Palàm ex his, quòd in omni superficie reflexionis erunt centrum uisus: centrum speculi: punctum reflexionis: punctum uisum: terminus diametri à centro uisus per centrum sphæræ ductæ: & quòd communis omnium superficierum reflexionis linea cum superficie speculi, est circulus: & quòd a quolibet lineæ communis puncto potest fieri in eadem superficie reflexio.



46. In ſpeculo cylindraceo cauo ſuperficies reflexionis quatuor habet puncta: uiſus, uiſibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit. 3 p 9. 83 p 4.

IN ſpeculis columnaribus concauis poteſt comprehendi totum ſpeculum: ſi fuerit uiſus intra ipſum: ſed eo extra ſito, uidebitur maior medietate ſpeculi portio, quæ ſcilicet interiacet duas ſuperficies à centro uiſus procedentes, columnam contingentes. Intelligemus autem ſuperficiem à centro uiſus procedẽtem, baſibus columnæ æquidiſtantem: hæc ſuperficies aut cadet in columnã, aut nõ: ſi ceciderit, linea communis huic ſuperficiei & columnæ erit circulus [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri:] & linea uiſualis, tranſiens per centrum huius circuli, cadet orthogonaliter ſuper ſuperficiem, contingentem columnam in puncto, in quod cadit linea [ut demõſtratũ eſt 32 n] & fiet reflexio per eandem lineam ad eius originem [per 11 n. Itaq; cum linea recta (quæ per 1 p 11 in uno eſt plano) tranſeat per puncta uiſus, uiſibilis, reflexionis, & axis, in quod perpendicularis à reflexionis puncto ducta, cadit: erũt ipſa in uno reflexionis plano.] Quodcunq; aliud ſumatur punctum, linea perpendiculariter ab hoc puncto ducta, cadet in axem [ut patuit 40 n:] & linea uiſualis in punctũ illud cadens, faciet angulum acutum cum linea perpendiculari [ut oſtenſum eſt ſuperiore numero] cũ ſit inter perpendiculare & contingentem. Et quod hęc linea cadat intra ſpeculũ, planum eſt ex hoc: quòd cadit inter ſuperficies portionem contingentes. Poterimus igitur in eadem reflexionis ſuperficie ex angulo, quem facit perpendicularis cum contingente, excipere angulum acutum, æqualem angulo acuto prædicto: & cadet linea reflexionis, hunc angulum continens, intra columnam: quoniam cadet inter perpendicularem & lineam lõgitudinis, per terminum perpendicularis tranſeuntem. Erunt igitur in ſuperficie reflexionis centrum uiſus, punctum reflexionis, punctum uiſum, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.



47. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei cani, fuerit latus cylindraceum, aut circulus: reflexio à quocunq; ſectionis puncto facta, in eadem ſuperficie fiet.

ET ſi hoc modo ſtatuatur uiſus, ut communis linea ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei columnæ ſit linea longitudinis: à quocunq; puncto cõmunis lineæ fiat reflexio: in una determinata erit ſuperficie, omnibus his reflexionibus communi, ea ſcilicet, in qua centrum uiſus, & axis columnæ totus, ſicut dictum eſt ſuperius in columnari ſpeculo non concauo [32 n.] Similiter ſi linea communis fuerit circulus, omnes reflexiones à punctis illius circuli factæ, procedent in eadem ſuperficie, ſicut in alijs circulis patuit.

48. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei cani fuerit ellipſis: à pluribus eius punctis idem uiſibile ad eundem uiſum, in eadem ſuperficie reflecti poteſt. 9 p 9.

ET ſi ſectio columnaris, fuerit linea communis: à duobus quidem eius punctis tantùm fiet reflexio in eadẽ ſuperficie, licet in ſuperioribus columnis [33 n] tantùm ab uno puncto in unica ſuperficie fieret reflexio, unico uiſu adhibito: quoniam illic latebant uiſum puncta ſectionis ſe reſpicientia, per quæ ſcilicet tranſit circulus columnæ baſibus æquidiſtans: uiſo enim uno illorum punctorum, latebat aliud, propter minoris columnæ portionis apparentiam: ſed in his appareret maior columnæ portio: unde ab uno uiſu percipiuntur puncta terminantia diametrum circuli, æquidiſtantis baſibus columnæ.

49. Si uiſus fuerit intra ſpeculum conicum cauum: tota eius ſuperficies uidebitur: ſi extra & recta à uiſu continuetur cum axe, uel conico latere: tota occultabitur. 5. e. 9. 3 p 9.

IN ſpeculis pyramidalibus concauis, ſi fuerit uiſus intra ſpeculum: uidebit ipſum totum: ſi uerò extra, & linea à cẽtro uiſus ad acumen pyramidis ducta, intret pyramidem, aut applicetur lineæ longitudinis pyramidis, nihil uidebitur ex ſpeculo. Quoniam quæcunq; alia linea ab oculo ad pyramidem ducta, cadet in pyramidis ſuperficiem exteriorem: unde occultabitur interior ſuperficies. Si autem auferatur portio à pyramide, poterit uideri pars pyramidis, cadens inter contingentes ſuperficies à centro ductas, ſcilicet maior. Et ſi linea à centro uiſus, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem, & continuetur axi: erunt lineæ communes (ſicut dictum eſt in alijs pyramidalibus) aut lineæ longitudinis pyramidum, aut ſectiones. Et in his à duobus punctis ſectionis poterit fieri reflexio, in eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus. Et in ſuperficie reflexionis erunt, centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctum axis, in quod cadit perpendicularis.

50. Si uisus opponatur basi speculi conici cani: uisibile intra speculum positum, tantùm uidebitur. 6p 9.

SEd speculum pyramidale integrum si opponatur uisui, & sit uisus ex parte basis, non percipiet nisi hoc, quod fuerit intra speculum: quoniam perpendicularis tenet angulum acutum cum linea ab oculo ad ipsam ducta, ex parte basis: unde fit reflexio ex parte acuminis [reflexus enim reflexus declinat ad partem oppositam radio, obliquè speculo incideti per 10 n:] & cadent omnes lineæ reflexæ intra pyramidem, & uideri poterit, quod intra pyramidem positum est. Si autem auferatur ex eo portio secundum longitudinem: poterunt quidem comprehendi exteriora, cum pateat exitus lineis reflexionis. Similiter si secetur pyramis ad modum annuli, ut auferatur uertex: liberum habebunt lineæ ingressum, & exteriora apparebũt: & si fuerit uisus ex parte superficiei concauitatis speculi: plura poterit comprehendere exteriora, quam ex parte basis: quia latior incidentibus datur lineis uia.

51. Ab uno cuiuslibet speculi puncto, unum uisibilis punctum ad unum uisum reflectitur. 29.30.31 p 5. Item 37 p 5: item in præfat. 1.5. & 10 librorum.

AMplius: sumpto uniuscuiusq; speculi puncto, nõ est possibile in eo percipi formam, nisi formam unius puncti ab eodem uisu. Quoniam enim per perpendicularem & centrum uisus unica transit superficies: & una sola est linea à centro uisus ad punctum: & unicus angulus ex linea perpendiculari acutus, & unicus angulus in eadem superficie acutus æqualis huic [secus pars æquaretur toti contra 9 ax.] ergo est unica linea, quæ angulum æqualem huic cum perpendiculari facit: & cum linea peruenerit ad partem corporis, nõ potest forma alterius puncti per ipsam uehi, cum punctum præcedens occultet postpositum. Sed duobus uisibus possunt in eodem speculi puncto comprehendi duæ punctuales formæ: quoniam infinitæ possunt sumi superficies, super perpendicularem se secantes, in quarum qualibet circa perpendicularem sumi poterunt duo anguli æquales acuti. Iam ergo proprietatem reflexionis declarauimus, & similiter cuiuslibet speculi proprium. Visus autem cum per reflexionem formas comprehendit; non animaduertit quod hæc acquisitio per reflexionem sit. Non enim accidit ex proprietate uisus reflexio: quoniam uisu remoto, procedit non minus forma à corpore ad speculum, & reflectitur secundum modum prędictum: & si accidat uisum esse in loco, in quem linearum reflexarum fit aggregatio: comprehendet uisus formam illam in capitibus harum linearum: & est in speculo tanquam non aduenies, sed naturalis esset forma speculo. Amplius: aliquando acquirit uisus formas in speculis in sola superficie, aliquando intra speculum, aliquando ultra. Et erit apparens locus formæ secundum figuram speculi & situm rei uisæ: & semper comprehendetur forma in loco proprio, mutato situ uisus & speculi: & erit diuersitas elongationis loci formæ ad speculi superficiem, secundum diuersitatem figuræ speculi. Et locus formæ dicitur locus imaginis. Et forma dicitur imago. Visus autem comprehendit rem uisam in loco imaginis. Et nos dicemus illum locum, & eius proprium in quolibet speculorum, quæ enumerauimus: & assignabimus causas, propter quas comprehendantur res uisæ in loco illo: & hoc in sequente libro, si deus uoluerit.

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER QVINTVS.

LIBER *iste in duas partes diuisus est. Prima pars est proœmium libri. Secunda de imaginibus.*

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Imago est forma uisibilis, à polita superficie reflexa. In def. 5 libri.

LIquet ex quarto libro [2 n] quòd formæ rerum uisarum reflectuntur ex corporibus politis, & uisus comprehendit eas in corporibus politis propter reflexionem: & patuit [20. 21 n 4] quomodo fieret acquisitio rerum ex reflexione formarum. Et uisus comprehendit rem uisam in loco determinato: & primò, cum non fuerit situs rei uisæ ad uisum mutatio. Et forma comprehensa in corpore polito nominatur imago. Et nos explanabimus in hoc libro loca imaginũ ex corporibus politis: & dicemus quomodo acquiratur horũ locorũ scientia, & quomodo inueniatur syllogisticè:

DE LOCIS IMAGINVM. CAP. II.

2. In speculo plano imago uidetur in concursu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IMaginis cuiuscunq; puncti locus, est punctum in quo linea reflexionis secat perpendicularem à puncto rei uisæ intellectam super lineam contingentem lineam cõmunem superficiei speculi,

uel ſuperficiei ſpeculo continuæ,& ſuperficiei reflexionis. Et nos hæc declarabimus. Sumatur ſpeculum planum,& ſtatuatur æquidiſtans horizonti: & lignum directũ & politum erigatur ſuper ipſum: & ſit ſpeculi quantitas,ut totũ poſsit uideri lignum: niſi enim totum appareat,error inerit: & ſignetur in ligno punctum aliquod nigrum: apparebit quidem uiſui ligni æquale huic ultra ſpeculum,huic ligno continuum,& orthogonale ſupra ſpeculum, & in ligno apparẽte apparebit punctum ſignatum,tantùm diſtans à ſuperficie ſpeculi,quantum ab eadem diſtat in ligno ſuperiore. Et ſi declinetur lignum ſupra ſpeculum: apparebit apparens eadem declinatione declinatum: & punctum ſignatum in apparente apparebit æquè remotum à ſuperficie ſpeculi. Et ſi à puncto ſignato lignum aliquod erigatur orthogonaliter ſupra ſpeculum: uidebitur etiam hoc lignum à puncto apparente orthogonaliter ſupra ſpeculum, & huic orthogonali continuum. Idem accidet pluribus punctis in ligno ſignatis. Idemque penitus accidet eleuato aut depreſſo ſpeculo. Planum ergo per hoc,quod imago puncti uiſi apparet in perpendiculari, ducta à puncto uiſo ad ſuperficiem ſpeculi. Et in hoc ſpeculo, quæ perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, eſt perpendicularis ſuper lineam communem ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis. Idem patẽre poteſt in pyramide ſuper baſim orthogonali,cuius baſis plana ſpeculo plano ſit orthogonaliter adhibita: apparebit enim huic pyramis alia continua,& harum pyramidum baſis eadem, & acumina ipſarum æqualiter à ſpeculo diſtantia. Et planum,quòd ſi ab acumine ad acumen ducatur linea recta, erit perpendicularis ſuper baſim: & ita ſuper ſpeculum, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis. Quare uertex pyramidis in perpendiculari uidebitur ab eo ad ſpeculum ducta. Similiter à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidiſtans axi, cadet ad punctum reſpiciens ipſum in apparente pyramide: & erit linea illa perpendicularis ſuper baſim & ſuper ſpeculi ſuperficiem [per 8 p 11.] Quare imago cuiuſq; puncti pyramidis cadit in perpẽdicularem, intellectam à puncto illo in ſpeculi ſuperficiem. Sed quodcunq; punctum opponatur ſpeculo plano, eſt intelligere pyramidem, cuius punctum illud uertex; [per 14 n 4] quæ quidem pyramis ſuper baſim orthogonalis eſt, & etiam ſuper ſpeculi ſuperficiem, aut ei continuam: & eſt intelligere aliam huic pyramidi oppoſitam, quarum baſis eadem,& perpendicularis à uertice ad uerticẽ orthogonalis erit ſuper ſpeculum. Quare imago cuiuſcunq; puncti ſpeculo oppoſiti, cadit in perpendicularem ductam à puncto ad ſpeculi ſuperficiem, aut ei continuam. Sed [per 21 n 4] planum eſt, quòd in ſpeculis non accidit comprehenſio formarum, niſi per lineas reflexionum. Quare imago puncti uiſi cadit in lineam reflexionis: & quælibet talis linea eſt recta. Quare imago cuiuſcunq; puncti cadit in punctum ſectionis perpẽdicularis, ductæ ab illo puncto à ſuperficiem ſpeculi,& lineæ reflexionis. Et in ſpeculis planis linea communis ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis eſt una linea cum linea contingente locum reflexionis. Quare planum,quod in ſpeculis planis imaginis locus,eſt punctũ ſectionis perpendicularis à puncto uiſo ſuper lineam, contingentem communem lineam ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis,& lineæ reflexionis.

3. In ſpeculo ſphærico connexo, imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 21 p 6.

IN ſpeculis ſphæricis extrà politis patebit quod diximus. Quęratur ſuperficies ſpeculi talis magna,in qua appareat forma baculi gracilis,perpendiculariter erecti ſuper ipſum: apparebit quidem forma baculi baculo continua: & apparebit in forma baculi punctum ſignatum, diſtans à ſuperficie ſpeculi ſecundum diſtantiam eius ab eodem, in baculo: & ſi fuerit baculus gracilior ex parte unius capitis, quàm ex parte alterius: apparebit quidem in hoc ſpeculo forma eius pyramidalis: & eſt error uiſus, quem poſtea aſsignabimus. Amplius: ſtat pyramis orthogonalis ſuper baſim circularem circulatione perfecta: & applicetur etiam huic ſpeculo: uidebitur quidem pyramis huic cõtinua ſuper eandem baſim erecta,ſed minor iſta. Quod autem appareat pyramis, planum eſt per hoc, quòd omnes lineæ ab apparente imagine uerticis ad circulum baſis, uideantur æquales. Et ſi declinetur pyramis modicùm ſupra ſpeculum a ſitu,in quo tota uidetur,ut ſcilicet aliquid ex ea abſcondatur, dum tamen locus reflexionis in ſpeculo uiſui exponatur: apparebit etiam inde imago pyramidis. Et ſi elongetur uiſus à ſpeculo,aut accedat,dum tamẽ ſuper lineam à loco ad ipſum protractam cadat: comprehendetur imago pyramidis. Sed acceſſus uel receſſus ſecundum hanc lineam erit, ut notetur locus reflexionis, & à nota ad locum uiſus ducatur linea, ſecundum quam fiat proceſſus. Verùm quoniam imago pyramidis orthogonalis eſt ſuper baſim pyramidis, & baſis eſt circulus ex circulis in ſphæra: erit linea à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, orthogonalis ſuper circulum illum,& tranſibit per centrum eius [per 6.8 d 1 conicorum] & erit orthogonalis ſuper ſphæram, & tranſibit per centrum ſphæræ, & erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, ſphæram contingentem in puncto, per quod tranſit hæc linea [per 4 th. 1 ſphær. uel 25 n 4] & erit ſimiliter orthogonalis ſuper lineam, contingentem circulum ſphæræ per punctum illud tranſeuntem [per 2 d 11.] Et hæc contingens eſt linea, communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingenti ſphæram in puncto illo: & hæc linea contingit circulum ſphæræ, communem ſuperficiei ſphæræ & ſuperficiei reflexionis. Linea ergo à uertice pyramidis ad uerticem imaginis ducta, eſt perpendicularis ſuper lineam contingentem, lineam communem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi: quæ quidem eſt circulus. In hac igitur perpendiculari uidetur imago uerticis. Et planum [per 21 n 4] quòd imago uerticis eſt in linea reflexionis. Quare

compre-

cõprehendetur imago uerticis in cõcurſu lineæ reflexionis,& perpendicularis à uertice ad ſphæram ductæ,ſiue ad contingentem, circulum communem ſuperficiei ſphæræ & ſuperficiei reflexionis. Sumpto autem quocunque puncto huic ſpeculo oppoſito, eſt intelligere pyramidem ſuper ſuperficiem ſpeculi orthogonalem,aut ſuper continuam ei,cuius uertex ſit punctũ ſumptum: [per 14 n 4.] & linea ab illo puncto ad imaginẽ puncti illius, erit in ſuperficie reflexionis, & perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi,uel ei continuam modo prædicto: quoniam punctum uiſum & imago ſemper ſunt ſimul in ſuperficie reflexionis [per 23 n 4.] Quare & linea à puncto uiſo ad eius imaginem ducta.

4. *In ſpeculis conuexis cylindraceo,conico,imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.*

IN ſpeculis columnaribus exterius politis non apparent, quæ in ligno & pyramide diximus: quoniam recta in his ſpeculis uidetur non recta: & eſt error uiſus communis,cuius poſtea cauſſam aſsignabimus. Accidit tamen in ſolo corporis puncto uidere locum imaginis prædictum, hoc modo. Adhibito præcedentis libri inſtrumento, immittatur regula, cui ſit infixum columnare ſpeculum,ut media portionis ſpeculi linea ſit in ſuperficie regulæ,& non tranſeat haec regula tabulam æneam,ſed ſuper ipſam cadat orthogonaliter, ita ut altitudo regulæ ſit ſuper lineam diuidentẽ triangulum tabulæ æneæ Erectione facta in hac tabula, impleatur cera,& inducatur ei planities,ut ſit in eadem ſuperficie cum tabula:& eſt,ut certior fiat orthogonalis regulę directio ſuper tabulam. Deinde quæratur regula acuta,& acuatur extremitas, & applicetur huius regulæ acuitas mediæ ſuperficiei annuli lineæ, & deſcendat ſecundum lineam hanc, & ubi ceciderit ſuper regulam, fiat ſignum. Poſtea acus deſcendat, in qua infixum ſit modicũ corpus album: & hoc in termino, ne deſcendat acus uſq; ad regulam. Adhibeatur autem uiſus,ut ſit in ſuperficie regulæ,& claudatur unus uiſuum: uidebitur quidem imago corporis ſuper lineam, à puncto ſignato ad acumen acus protractam: quæ quidem linea perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem regulæ, quæ ſuperficies tangit columnam in linea longitudinis: & eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ, quæ eſt in ſuperficie regulæ: & eſt linea cõmunis ſuperficiei regulæ & ſuperficiei reflexionis:& in ſuperficie reflexionis ſunt linea longitudinis & linea perpendicularis. Et ſi ſitus uiſus mutetur,& circa annuli ſuperficiem uiſus uoluatur: apparebunt ſicut prius,& in eadem linea corpus,& imago corporis,& acus. Et eſt linea illa perpendicularis ſuper mediam longitudinis columnæ lineam: & hæc eſt perpendicularis in ſuperficie reflexionis:quoniam ſuperficies annuli ſecat columnam ſuper circulum, æquidiſtantem baſi columnæ: & in hac ſuperficie eſt uiſus. Et nos probabimus poſtea, quòd quando uiſus,& uiſum corpus fuerint in ſuperficie, æquidiſtante baſi columnæ,illa eſt ſuperficies reflexionis. In hoc autem ſitu,linea communis ſuperficiei columnæ, & ſuperficiei reflexionis, eſt circulus:& perpendicularis,in qua uidetur imago & corpus, orthogonaliter cadunt ſuper lineam, hunc circulum contingentem. His peractis auferatur acus à loco ſuo, & ponatur regula acuta ſuper lineam annuli mediam,ita ut cadat ſuper mediam longitudinis regulæ lineam, & adhibeatur regula acuta ſuperficiei annuli cera firmiter. Poſtea auferatur regula, in qua eſt ſpeculum, & accipiatur regula acuta,& applicetur eius acuitas mediæ longitudinis regulæ lineæ, & ſecundum proceſſum acuitatis fiat cum incauſto ſuper ſpeculum protractio. Poſt ſumatur triangulum cereum modicum,cuius unum latus ſit æquale altitudini regulæ, in qua eſt ſpeculum, & ſit ſpiſſitudo huius trianguli mo lerata, & ſuperficies huius trianguli ſint planæ poſſe: & adhibeatur columnæ regulæ triangulum firmiter ſub baſi regulæ, & latus eius æquale altitudini regulæ ponatur ſuper latus baſis regulæ. Cum ita fuerit,erit huius trianguli altitudo ſuper baſim columnæ æqualem regulæ. Et ut efficiatur ſuperficies plana ad modum ſuperficiei regulæ, includatur triangulum inter regulam & ſuperficiem planam, & comprimatur, donec ſit bene complanatum, & ſuper ſuperficiem huius trianguli ponatur regula acuta, & ſecetur finis huius trianguli cum acuitate regulæ, & erit finis eius linea recta, & erit linea hæc baſis regulæ, in qua eſt ſpeculum. Poſtea ponatur regula ſuper ſuperficiem tabulæ, quæ eſt in inſtrumento, & ponatur finis eius baſis, quæ eſt in longitudine,quæ eſt latus trianguli cerei,ſuper lineam,quę eſt in longitudine tabulę,ſicut factum eſt prius: & erit ſuperficies regulæ, in qua eſt ſpeculum, orthogonalis ſuper tabulam æneam: & hæc ſuperficies ſecat tabulam æneam ſuper lineam, quæ eſt in longitudine eius: & hæc ſuperficies tangit ſuperficiem ſpeculi ſuper lineam,quæ eſt in ſuperficie ſpeculi:& hæc eſt ſuperficies regulæ, in qua eſt ſpeculum: & erit angulus regulæ acutæ,adhærentis in media linea ſuperficiei annuli,in qua ſuperficie erit ſpeculum, declinatus in partem, in qua eſt caput trianguli: quia regula exaltauit unam partem eius cum corpore trianguli, & alia pars,quæ eſt poſt caput trianguli, eſt ſuperficies tabulæ æneæ:& erit linea,quæ eſt in medietate ſpeculi,declinata. Et quando fuerit latus trianguli cerei ſuper lineam, quæ eſt in longitudine æneæ tabulæ: mouebitur regula, in qua eſt ſpeculum: & latus trianguli in hoc motu, ſi ſit ſuper lineam longitudinis tabulę æneæ, & procedat uel retrocedat, donec concurrat angulus regulæ acutę cum puncto aliquo lineę ſuperficiei ſpeculi, donec firmetur regula acuta, & auferatur linea in ſpeculo cum incauſto facta: & fiat punctum in ſuperficie ſpeculi in directo capitis regulæ acutę, & auferatur regula acuta, & apponatur acus, & ſit acus ſuper lineam mediam ſuperficiei annuli, & adhærere cogatur cum cera: erit linea intellectualis ab acu ad punctum ſignatum in ſuperficie ſpeculi, perpendicularis ſuper ſuperficiem regulæ, quæ tangit ſu-

cularis & lineæ reflexionis. Puncta autem, quorum imagines citra ſpeculum comprehenduntur, hoc eſt inter uiſum & ſpeculum, ſunt, cum à quolibet eorum linea ducta ad centrum ſpeculi, ſecat latitudinem uiæ inter uiſum & ſpeculum interiacentis. Et ut uideatur hoc: auferatur pyramis à medio ſpeculi: & collocetur in parte, erit uertex centrum ſpeculi: & remotio uiſus ſit maior ſemidiametro ſphæræ. Deinde ſumatur lignum gracile album, & ſtatuatur in ſpeculo, ut ſit centrum ſpeculi directè medium inter caput ligni & centrum uiſus, & dirigatur intuitus in punctum ſpeculi, à quo linea ad uerticem pyramidis ducta, ſit inter caput ligni & uiſum: & apparebit forma capitis ligni citra ſpeculum, & propinquior uiſui uertice pyramidis: & erunt in eadem linea recta, uertex pyramidis, & caput ligni, & imago capitis. Et hæc linea eſt perpendicularis ſuper lineam, contingentem lineam communem ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis [per 25 n 4:] quoniam ſuperficies reflexionis tranſit per centrum & punctum uiſus. Et linea tranſiens per hæc duo puncta, eſt in ſuperficie reflexionis. Et linea cõmunis eſt circulus: & hæc linea huic circulo erit diameter: quoniã centrum illius circuli, eſt centrum ſphæræ. Quare erit hæc linea perpendicularis ſuper lineam, contingentem circulum in capite huius lineæ [per 18 p 3:] & hæc linea tranſit per punctum uiſum, & eius imaginem. Et ita quodlibet punctum citra ſpeculum uiſum, comprehenditur in eadem linea cum centro & cum imagine eius: & quodlibet punctum uidetur in linea reflexionis [per 21 n 4.] Quare in loco ſectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Et ea, quorum ueritas in his ſpeculis comprehenditur, ſunt, quorum imagines apparent ultra ſpeculum uel citra ſuperficiem eius: & præter hæc, nulla ſunt, quæ in hoc ſpeculo in ueritate comprehendat uiſus, ipſa enim prohibent imagines ſuas ueras apparere. Imagines, quæ apparent in ſuperficie huius ſpeculi, ſunt ex ultima partitione: & hæc explanabimus, cum erit ſermo de erroribus uiſus. Quodlibet ergo punctum in ueritate in hoc ſpeculo comprehenſum, apparet in concurſu perpendicularis & lineæ reflexionis: quæ quidem perpendicularis tranſit à puncto uiſo ad centrum ſphæræ, & cadit orthogonaliter in contingentem, lineam communem.

7. In ſpeculis cauis cylindraceo, conico, imago uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

IN ſpeculis columnaribus concauis diuerſificatur imago: aliquando enim erit locus eius in ſuperficie ſpeculi: aliquando ultra: & in his omnibus aliquando in ueritate comprehendetur: aliquando non. Cum uolueris in his locum imaginis percipere: facias, ſicut feciſti in columnaribus exterioribus. Adhibeatur enim régula, in qua ſit columna concaua, ſicut adhibita eſt ſuperius, & acus ſimiliter, & corpus modicum, in ſummitate acus: & ponatur uiſus oppoſitus in medio circuli, & in medio ſuperficiei annuli: & ſubleuetur uiſus modicum à ſuperficie annuli: & inſpiciat, donec imaginem corporis uideat, & comprehendat formam corporis, & corpus, & punctum in ſpeculo, ſignatum in eadem linea perpendiculari, ſuper ſuperficiem ſpeculi: & hoc per ſyllogiſmum ſenſualem. Et erit imago ultra ſpeculum, & erit reflexio ex puncto lineæ rectæ, quæ eſt in medio ſpeculi. Deinde ſtatuatur uiſus in ſuperficie annuli, ſed extra medium, donec uideat imaginem corporis parui: uidebit quidem eam citra ſpeculum: & uidebit corpus, & eius imaginem, & punctum in ſpeculo ſignatum, in una linea recta perpendiculari, ſuper lineam rectam contingentem circulum æquidiſtantem baſi ſpeculi, ſuper punctum ſignatum in ſpeculi ſuperficie: & ſuperficies huius, eſt ſuperficies reflexionis in hoc ſitu: & eſt ſuperficies faciei annuli: & punctum reflexionis eſt punctum illius circuli. Poſtea adhibeatur cum manu alia acus, in cuius ſummitate ſit corpus modicum: & ſtatuatur in ſuperficiem & axem, hoc modo, ut corpus, & punctum ſignatum ſint in eadem linea, ſecundum ſenſualem ſyllogiſmum: & ſit uiſus in ſuperficie annuli, inter caput eius & medium: uidebit quidem imaginem corporis, & uidebit hanc imaginem & corpus eius, & punctum ſignatum in ſuperficie ſpeculi, in eadem linea recta. Si autem declinetur linea recta cum triangulo paruo, quod fecimus, & ſit uiſus in medio annuli: uidebit imaginem citra ſpeculum, ſed in eadem linea recta cum corpore, & puncto ſignato. Et hæc reflexio erit ex columnaribus ſectionibus: quoniam ſpeculum eſt declinatum: & ſcimus [è 21 n 4] quòd non percipitur imago, niſi in linea reflexionis. Palàm ergo, quòd locus imaginis eſt, ubi ſecat perpendicularis prædictam lineam reflexionis, cum comprehenditur ueritas. Et licet non comprehendatur certitudo imaginis, tamen erit modus harum imaginum cum ueritatis imaginibus. Pari modo uidere poteris imaginem in pyramidalibus concauis in concurſu perpendicularis cum linea reflexionis. Palàm ergo, quòd in omnibus ſpeculis comprehenduntur imagines in loco prædicto: qui quidem locus ſimiliter dicitur imaginis locus.

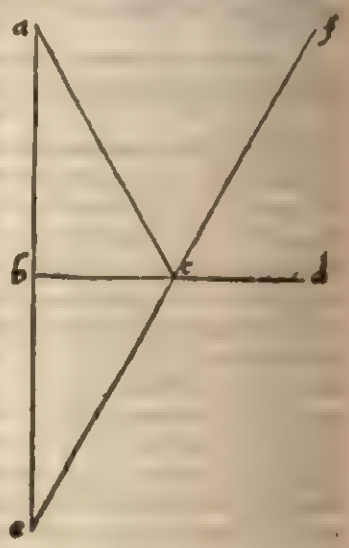
8. Imago in quocunq; ſpeculo, uidetur in concurſu perpendicularis incidentiæ & lineæ reflexionis. 37 p 5.

QVare autem comprehendantur res uiſæ per reflexionem in locis imaginum: & quare imago ſit ſuper perpendicularem à re uiſa in ſpeculi ſuperficiem, declarabimus cauſſam. Viſus cum acquirit formam per reflexionẽ, acquirit eam ſtatim ſine certitudine, & acquirit longitudinẽ per æſtimationẽ, & hanc longitudinẽ cõprehendet forſitan in ueritate, per diligentiã intuitus adhibitã, forſitan nõ. Et iſtud explanauimus in libro ſecũdo [24.25.38.39 n:] & ibi dictũ eſt, quòd uiſus

uiſus acquirit longitudinem per ſyllogiſmum ex magnitudine corporis, & angulo aliquo, ſub quo comprehenditur magnitudo. Et acquiſitio rei uiſæ notæ manifeſta eſt in hunc modum. Res etiam ignoræ comprehenduntur in hunc modum: conferuntur enim rebus cognitis & magnitudinibus uel longitudinibus notis. Cum uiſus comprehendit rem aliquam per reflexionem: non comprehendit longitudinem imaginis, niſi per æſtimationem: deinde adhibita diligentia, acquirit longitudinem, & uerificat per ſyllogiſmum ex magnitudine rei uiſæ & angulo pyramidis, ſuper quam forma reflectitur ad uiſum. Cum ergo res uiſa ex rebus notis fuerit, uiſus acquirit eius longitudinem per iam notam longitudinem angulum æqualem huic tenentem, & huic longitudini ſimilem. Similiter res uiſa cum fuerit ignota, confertur magnitudo eius alij magnitudini rerum uiſarum notarum, & acquiritur longitudo eius imaginis per ſyllogiſmum menſuræ anguli, quem tenet imago in centro uiſus, in hora reflexionis. Et à loco, in quo eſt forma rei uiſæ comprehenſa per reflexionem, forma directè ueniens ad angulum circa oculum, accedit ſuper pyramidem ipſam, per quam forma reflectitur ad uiſum: & eadem pyramis occupabit totam formam, quæ fuerit in loco imaginis. Viſus ergo cum acquirit rem uiſam per reflexionem: acquirit eam in loco imaginis: quoniam forma comprehenſa eſt in loco imaginis per reflexionem. Quare ſimilis eſt formæ directè comprehenſæ, occupatæ ab illa pyramide. Et hæc eſt cauſa, quare comprehendatur in loco imaginis.

9. Imago in ſpeculo plano uidetur in perpendiculari incidentiæ. 36 p 5.

QVare autem comprehendatur imago in perpendiculari, dicemus. Scimus [per 16 n 4] quòd punctum uiſui perceptibile, non eſt intellectuale, ſed ſenſuale, & forma eius ſenſualis. Dico igitur in ſpeculis planis, quòd cum imago non appareat in ſuperficie ſpeculi, ſed ultra: competentius eſt, & rationabilius, ut appareat ſupra perpendicularem, quàm extra eam. Cum enim in loco perpendicularis aſsignata fuerit diſtantia eius à puncto reflexionis ſpeculi, quæ ſcilicet eſt pars lineæ reflexionis, à loco imaginis ad punctum reflexionis ductæ: erit æqualis diſtantiæ puncti uiſi à puncto reflexionis. Quia enim ſuperficies ſpeculi eſt orthogonalis ſuper perpendicularem, [per theſin] & linea à puncto reflexionis ad perpendicularem ducta eſt latus duobus triangulis commune, & angulus lineæ acceſſus eſt æqualis angulo reflexionis [per 10 n 4, & angulus f c d æquatur angulo e c b per 15 p 1: ideoq; angulo a c b] quare duo anguli unius trianguli ſunt æquales duobus angulis alterius trianguli [anguli enim ad b recti ſunt per theſin & 3 d 11] & unum latus commune eſt: quare [per 26 p 1] reliqua latera æqualia ſunt reliquis lateribus. Si ergo imago in perpendiculari apparuerit: æqualiter à ſpeculo diſtabit cum corpore, à quo procedit: & erit imagini idem ſitus, reſpectu puncti reflexionis, qui eſt in puncto uiſo, reſpectu puncti eiuſdē: & idem eſt ſitus, reſpectu uiſus. Vnde in hoc ſitu apparebit ueritas & puncti uiſi, & imaginis. Si uerò imago fuerit extra perpendicularem, cum fuerit neceſſe eam in linea reflexionis eſſe, [per 2 n 4] aut erit ultra perpendicularem, aut citra, reſpectu uiſus. Si fuerit ultra: erit quidem remotior à puncto reflexionis, & à uiſu, quàm punctum uiſum, unde tenebit minorem angulum in oculo, quàm punctum uiſum, & minorem occupabit uiſus partem: unde cum ſit æqualis, uidebitur minor eo. Si autem fuerit citra perpendicularem, uidebitur maior, cum ſit propinquior.



10. Imago in ſpeculis conuexis, cauis: ſpherico, cylindraceo, conico uidetur in perpendiculari incidentiæ. 36 p 5.

IN ſpeculo ſphærico extrà polito uidetur imago ſuper perpendicularem. Aut enim uidetur imago centri uiſus: aut alterius puncti. Si imago centri uiſus: dico, quòd dignior eſt perpendicularis ab oculo ad centrum ſphæræ ducta, ut ſuper eam appareat imago centri uiſus, quàm alia. Si enim forma directè procedat ſecundum hanc perpendicularem uſque ad centrum ſphæræ, eundem ſemper ſeruabit ſitum, reſpectu uiſus: & ita cuicunque puncto ſphæræ opponatur forma: perpendicularis ad centrum mota, identitatem ſitus tenebit, reſpectu uiſus: & idem erit ſitus formæ in una perpendiculari, quæ & in alia: quoniam centrum ſphæræ eundem habet ſitum, reſpectu cuiuslibet puncti ſphæræ, & omnes huiuſmodi perpendiculares eiuſdem ſunt ſitus. Si autem extra perpendicularem imago moueatur, ad quodcunque punctum ſphæræ mutabitur ſitus eius, reſpectu uiſus: quoniam alium habebit ſitum extra perpendicularem, quàm in perpendiculari, & extra ſpeculum mouebitur perpendicularis, & non intra: & ſi extra ſpeculum appareat, non ſeruabit ſitum. Et conuenientius fuit, ut ſeruaret ſitum imago, quàm ut mutaret, ut uiſus rem uiſam certius comprehenderet. Ob hoc imago centri uiſus ſuper perpendicularem apparet. Et huic imagini non poſſumus certum aſsignare in perpendiculari punctum: quoniam non inuenitur dignitas in uno perpendicularis puncto maior, quàm in alio, ut hæc imago determinatè appareat in eo: ſed ſcimus, quòd in quocunque puncto huius perpendicularis appareat, ſemper apparet con-

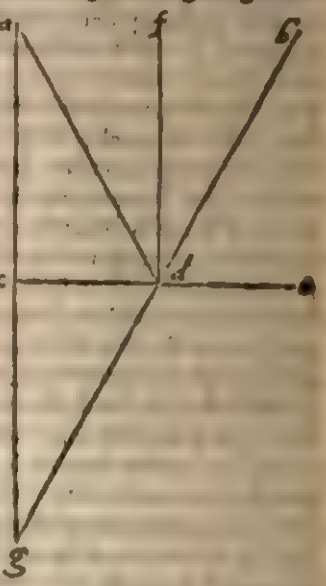
rei continua cum apparente oculo: & semper in totali forma apparente eundem tenet locum & situm. Cuiuscunq; uerò puncti imago, præter centrũ uisus, ad speculum accedit, mouetur declinatẽ: quare nõ durat ei similitudo situs, respectu uisus: & perpendicularis à puncto uiso ad speculũ ducta, cadit super centrũ sphęrę: in qua quidẽ perpẽdiculari obseruat imago similitudinẽ situs. Nõ est ergo punctum, in quo cõprehensa imago seruet similitudinẽ situs, nisi in perpendiculari illa. Et cũ oporteat ipsam comprehendi in linea reflexionis, [per 21 h 4] comprehendetur in concursu huius lineæ cum hac perpendiculari. Iam ergo assignauimus causſam huius rei. Verùm rerum naturaliũ status respicit situs suorum principiorũ, & principia rerum naturaliũ sunt occulta. Idem erit modus probationis in speculo sphærico concauo. Similiter in pyramidali concauo, uel extra polito. Et uniuersaliter erit locus imaginis in perpendiculari in quocunq; speculo: quoniam non est locus extra perpendicularem, in quo forma obseruet similitudinem situs & identitatem. His explanatis restat demonstratiuè declarare locum imaginis, in qualibet speculorum specie. Dicimus ergo, quod linea, per quam reflectitur forma puncti cuiuslibet comprehensi à uisu in speculo plano, quando ipsum egressum est à perpendiculari, quæ à centro uisus cadit in superficiem speculi plani: concurret cum perpendiculari, producta ab illo puncto ad superficiem speculi: & erit punctum concursus (qui est locus imaginis) ultra speculum: & erit longitudo illius à superficie speculi, æqualis longitudini puncti uisi à superficie speculi: & uisus non acquirit imaginem puncti uisi, nisi in loco illo. Et quodcunq; punctum acquirit uisus in hoc speculo: non apparebit ex eo, nisi unica imago. Quodcunq; autẽ punctum comprehendit uisus in speculo sphærico extrà polito, quando egreditur forma à perpendiculari, ducta à centro uisus ad centrum speculi: linea, per quá reflectitur imago ad oculum, concurret cum linea producta à puncto illo ad centrum speculi: quæ linea est perpendicularis, ducta à puncto illo orthogonaliter super lineã, contingentẽ lineam cõmunem superficiei reflexionis, & superficiei speculi. Et situs puncti concursus, qui est locus imaginis, à superficie speculi erit secundũ situm uisus à superficie speculi. Et forsitan erit punctum concursus ultra speculum, forsitan in superficie speculi, forsitan intra speculum. Et uisus comprehendit imagines omnes ultra speculum, licet diuersa sint earum loca: & non comprehendit locum cuiuslibet imaginis, nisi syllogisticè in superficie speculi. Et quodlibet punctum comprehensum in hoc speculo, non prætendit, nisi unam imaginem. In speculo columnari extrà polito, & pyramidali extrà polito, quodcunq; punctum comprehendit uisus, cum fuerit extra perpendicularem, ductam à centro uisus, orthogonalem super superficiem cõtingentem superficiem speculi: linea, per quam reflectitur forma ad uisum, concurret cum perpendiculari, ducta ab illo puncto super rectam lineam, contingentem lineam communem superficiei reflexionis, & speculi. Et loca imaginum horum speculorum quædam sunt ultra superficiem speculi: quædam in superficie: quædam citra. Et uisus acquirit omnes imagines horum speculorum ultra superficiem speculi. Et quodcunq; punctum comprehendit uisus in his speculis, non efficit, nisi unam imaginem tantùm. In speculo sphærico concauo lineæ, per quas reflectuntur formæ punctorũ uisorum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis illis super lineas, contingentes lineas communes superficiei speculi & superficiei reflexionis: quædam sunt æquidistantes his perpendicularibus. Et earum, quæ concurrunt cum perpendicularibus, quædam habent locum concursus (qui est locus imaginis) ultra speculum: quædam citra speculum. Et quæ citra speculum habent: quædam inter uisum & speculum: quædam super ipsum centrũ uisus: quædam ultra centrum uisus. Et uisus quasdam formarum rerum uisarum, quas acquirit in his speculis, comprehendit in loco imaginis, qui est punctum concursus: & hæ sunt, quas uisus certò comprehendit: quasdam comprehendit extra locum concursus: & est comprehensio sine certitudine. Et res uisæ, quas acquirit uisus in hoc speculo, quædam unam præ se ferunt imaginem tantùm: quædam duas: quædam tres: quædá quatuor. Nec potest esse, quod una res prætendat plures. In speculo pyramidali cõcauo & columnari concauo lineæ, per quas reflectuntur formæ ad uisum: quædam concurrunt cum perpendicularibus, ductis à punctis uisis super lineas, contingentes lineas communes: & quædam sunt æquidistantes perpendicularibus. Quæ concurrunt cum perpendicularibus: quædam habent concursum ultra speculum: quædam citra. Quæ autem citra: quædam inter speculum & uisum: quædam sũper centrum uisus: quædam ultra centrum uisus. Et comprehensio rerum uisarum in hoc speculo per uisum, quædam fit in loco imaginis (qui est locus concursus) quædam extra locum concursus. Et eorum, quæ comprehenduntur, aliud prætendit unam imaginem tantùm: aliud duas: aliud tres: aliud quatuor. Nec aliquod est, quod possit prætendere plures, quàm quatuor. Et nos declarabimus hæc omnia demonstratiuè:

11. Visibile & imago à speculi plani superficie in oppositas partes æquabiliter distant. 49 p 5:

Sit a punctum uisum: b centrum uisus: c d e speculum planum: & sit d punctum reflexionis: c d ẽ linea communis superficiei reflexionis & superficiei speculi. A puncto d ducatur d f perpendicularis super lineã cõmunẽ: [per 11 p 1] & à puncto a ducatur perpendicularis super speculi superficiẽ, [per 11 p 11] quæ sit a c, & producatur ultra speculũ: & a d sit linea, per quá forma accedit ad speculũ: b d, per quá reflectitur ad uisum. Igitur b d, f d, a d, sunt in superficie reflexionis [per 23 n 4.] Et cũ f d sit æquidistãs a c [per 28 p 1: quia cũ a c sit ꝓpẽdicularis superficiei speculi per fabricatiõem: erit perpẽdicularis lineę c d e per 3 d 11] & [per 13 p 11] d b declinata sit super f d, cõcurret [per lemma Procli ad 29 p 1] b d cũ a c. Cõcurrat ergo in puncto g. Dico, quòd g c est æqualis c a. Quoniã enim

angulus

angulus b d e æqualis est angulo a d c [per 10 n 4, & per 15 p 1 rursus angulus b d e æqualis angulo g d c: ergo per 1 ax: angulus a d c æquatur angulo g d c] & angulus a c d æqualis angulo g c d [per 10 ax:] & latus c d commune. Quare [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo. Quare g c æqualis a c.

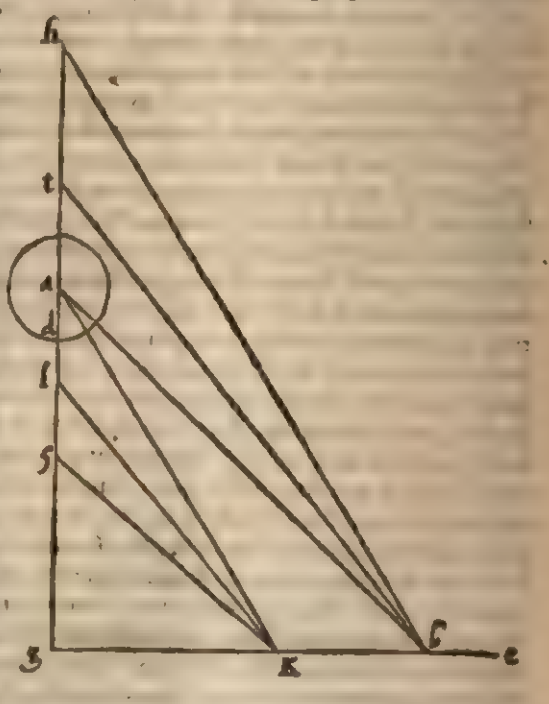


12. Visu & uisibili datis, in speculo plano punctum reflexionis inuenire. 46 p 5.

ET si uoluerimus per perpendicularem inuenire locum reflexionis: secetur ex perpendiculari ultra speculum pars, æqualis parti eius usq; ad speculum: & est, ut sit g c æqualis a c: & ducatur linea à centro uisus ad punctum g, quæ sit b d g. Dico, quòd d, est punctum reflexionis. Quoniam enim [per fabricationem & 2 ax:] a c & c d sunt æqualia c g & c d, & angulus angulo [a c d ipsi g c d per thesin & 10 ax.] Ergo [per 4 p 1] triangulum triangulo. Igitur angulus g d c est æqualis angulo a d c: Sed g d c est æqualis angulo b d e [per 15 p 1] restat ergo [per 1 ax] ut angulus b d e sit æqualis angulo a d c. Et ita [per 10 n 4] d est punctum reflexionis: & ita patet propositum.

13. Si recta linea ab uno uisu sit perpendicularis speculo plano, unum ipsius punctū, in quo uisus superficiem secat, ab uno speculi puncto, in quod cadit, ad eundem uisum reflectetur. 32 p 5.

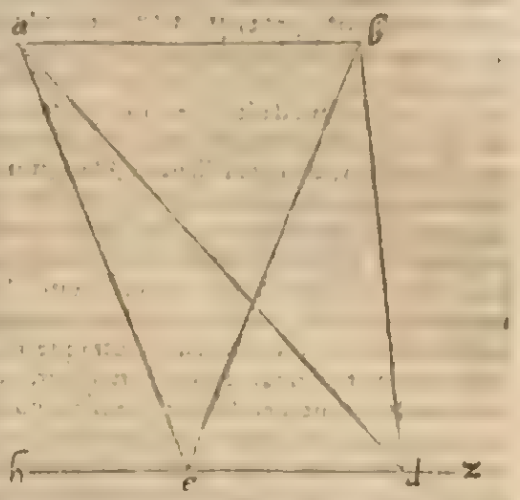
SIt a centrum uisus: & a g perpendicularis super speculū planū: & d secet hanc perpendicularē in superficie oculi. Dico, quòd in hac perpendiculari non est punctū, quod reflectatur ab hoc speculo ad uisum, præter d. Sin autem: sumatur ultra uisum punctum in hac perpendiculari: & sit h: Non iam perueniet forma eius ad speculū super perpendicularē a h, propter solidi corporis interpositionem: & ita nō reflectetur forma eius super perpendicularē. Et si dicatur, quòd ab alio puncto speculi possit reflecti: sit illud b. Mouebitur quidē forma eius ad punctū b per lineā h b: & reflectetur per lineam b a. Diuidatur angulus h b a [per 9 p 1] per æqualia, per lineā t b. Igitur t b perpēdicularis super superficiē speculi. [Quia enim angulus h b c æquatur angulo a b g p thesim & 10 n 4, & h b t ipsi a b t per fabricationē: totus t b c æquabitur toti t b g. quare per 10 d 1 t b est perpendicularis ipsi g c cō muni sectioni superficierū reflexionis & speculi. Itaq; cū reflexiōis superficies, in qua est t b, sit perpendicularis superficiei speculi per 13 n 4: erit t b perpēdicularis superficiei speculi per cōuersam 4 d 11, sed per hypothesin] t g est perpēdicularis super eandē. Quare ab eodē puncto est ducere duas perpendiculares ad superficiem speculi, quod est impossibile: [sic enim tres interiores anguli trianguli essent maiores duobus rectis, cōtra 32 p 1.] Eadē erit probatio, quòd forma puncti d nō potest reflecti ab alio speculi puncto, quàm à puncto g. Quare non reflectitur, nisi super perpendicularē d g. Punctum aūt in hac perpendiculari sumptum inter g & d: si dicatur formā per reflexionē ad uisum mittere: improbo. Quoniā aut erit corpus solidum, aut rarū. Si solidum, procedet secundum perpendicularem forma eius ad speculum, & regredietur secundū eandem usq; ad ipsum, [per 11 n 4] & propter soliditatē non poterit transire, & ad uisum peruenire. Si aūt punctum illud fuerit rarum: forma eius regrediēs à speculo super perpendicularē miscebitur ei, & adhærebit, nec reflectetur ad uisum. Quòd autem forma cuiuscunq; puncti in hac perpendiculari inter g & d sumpti non possit ab alio puncto speculi ad uisum reflecti, modo suprà dicto potest probari. Similiter forma puncti inter a & d sumpti non reflectitur ad uisum per perpendicularem, nec per aliam. Quoniā puncta inter centrū uisus & superficiem eius interposita sunt ualde rara. Vnde nec mittitur eorum forma, nec reflectitur, ut sentiatur. Et quoniam quodlibet punctum, præter d in superficie uisus sumptum: opponitur speculo, non ad rectum angulum, uidebitur quodlibet super perpendicularem ab eo ad speculum ductam, & imago eius ultra speculum æquè distans à superficie, sicut ipsum punctum [per 11 n.] Et quoniam d uidetur continuum cum alijs superficiei uisus punctis, & imago eius cōtinua cum alijs imaginibus: uidebitur imago d tantùm distans à superficiei speculi, quantùm distat d ab eadem. Palam ergo, quòd cuiuscunq; puncti in speculo uisi imago uidebitur super perpendicularem: & elongatio imaginis, & uisi corporis à superficie speculi est eadem.



14. Ab

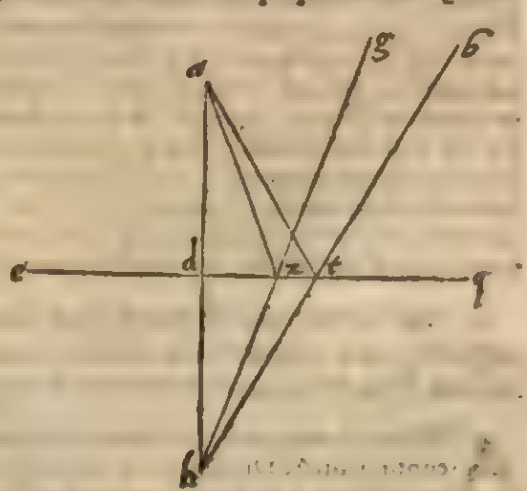
14. Ab uno ſpeculi plani puncto, unum uiſibilis puncti ũ ad unũ uiſum reflectitur. 45 p 5.

AMplius: forma puncti uiſi in ſpeculo plano non reflectitur ad eundẽ uiſum, niſi ab uno puncto tantùm. Sit enim a centrum uiſus: b punctum uiſum: z b ſpeculum. Si ergo dicatur, quod à duobus punctis ſpeculi reflectatur forma b ad uiſum a: ſit unum punctũ d, aliud e: & ducatur linea à puncto uiſo ad uiſum, ſcilicet b a: quæ quidẽ linea aut erit perpendicularis ſupra ſpeculũ: aut nõ. [Siquidẽ cum ſpeculi ſuperficie concurrit. Ná cum ſit in plano lineæ h z per 23 n 4: h neceſſariò uel ad ipſam parallela eſt, uel concurrit.] Si non fuerit perpendicularis, ſcimus, quòd illa linea eſt in ſuperficie reflexionis orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi [quia cõnectit duo púcta a & b, quæ per 23 n 4 ſunt in reflexionis ſuperficie, perpẽdiculari ad ſpeculi ſuperficiẽ, per 13 n 4:] & in una ſola tali. Quoniam ſi in duabus: erit communis duabus ſuperficiebus orthogonalibus: & ſumpto in ea puncto, & ducta ab illo linea in alteram ſuperficierum, ſuper lineam, communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, erit [per 19 p 11] hæc linea orthogonalis ſuper ſpeculum. Similiter ab eodem puncto ducatur linea in alia ſuperficie ſuper lineam, communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi: erit hęc linea orthogonalis ſuper ſpeculum. Quare ab eodem puncto erit ducere duas perpendiculares ad ſuperficiem ſpeculi [& ſic connexis per rectam lineam perpendicularium duarũ terminis: erunt ipſæ ad connectentem perpendiculares, per 3 d 11: itaque in triangulo rectilineo erunt duo anguli recti, contra 32 p 1.] Cum ergo b a ſit in una ſola ſuperficie orthogonali: & tria puncta a, b, e ſint in eadem ſuperficie orthogonali [per 23 n 4] erunt a e, e b in illa ſuperficie orthogonali: ſimiliter [per 2 p 11] e d, d b, d a. Quare e a, e b ſunt in eadem ſuperficie cum d a, d b: ſed angulus a e h eſt æqualis angulo b e d, [per 10 n 4] & angulus a e h maior angulo a d e, [per 16 p 1] quia exterior. Quare b e d maior a d e. Sed b d z æqualis a d e [per 10 n 4, & per 16 p 1 b d z maior b e d.] Quare a d e maior b e d: & dictum eſt, quod minor. Reſtat ergo, ut à ſolo puncto fiat reflexio. Si uerò a b ſit perpendicularis ſuper ſpeculum: iam dictum eſt, [13 n] quòd unicum eſt punctum in linea, à centro uiſus ad ſpeculum orthogonaliter ducta, cuius forma reflectitur à ſpeculo ad uiſum. Et iam probatum eſt, quòd imago illius puncti ab uno ſolo reflectitur puncto. Quare patet propoſitum.



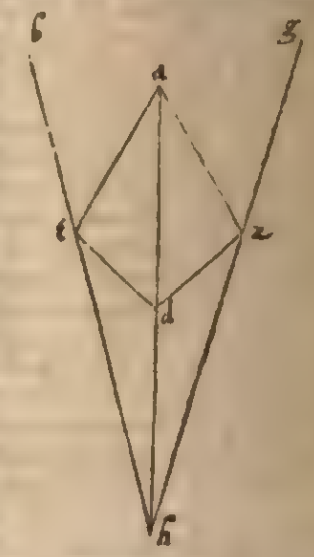
15. In ſpeculo plano, imago unius puncti, una, & uno eodemq; in loco ab utroque uiſu uidetur. 51 p 5.

AMplius: inſpecto aliquo puncto ab utroque uiſu: una tantùm & eadem imago apparet utrique uiſui & in loco prædicto. Vnde planum eſt, quòd forma puncti non reflectitur ad utrumque uiſum ab eodem puncto ſpeculi. Quia enim linea reflexionis ad unum uiſum procedens, angulum tenet cum perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, æqualem angulo, quẽ tenet linea accęſſus formæ ad ſpeculum cum eadem perpendiculari [per 10 n 4:] non poterit in eadem ſuperficie ſumi alia linea, quæ æqualem angulum huic efficiat cum perpendiculari [ſecus



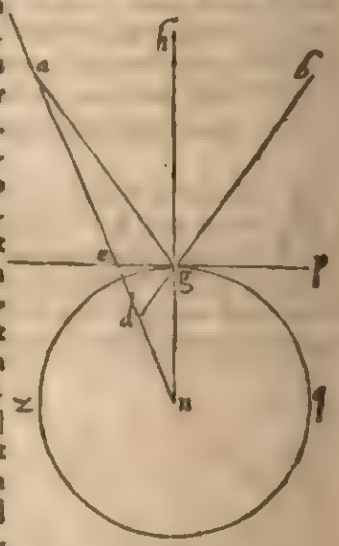
pars æquaretur toti, contra 9 ax:] Vnde ab hoc puncto non reflectetur linea aliqua ad alterũ uiſum. Oportet ergo ut à diuerſis punctis ſpeculi fiat reflexio. Sint illa puncta t, z: & ſit ſpeculũ planum q e: punctum uiſum a: duo uiſus b, g: perpendicularis a d. Palàm ergo [per 23 n 4] quòd b t, a t, a d

a t, a d sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem speculi. Similiter g z, a z, a d sunt in eadem superficie orthogonali: & linea d t communis superficiei a d t b & superficiei speculi: & d z linea communis superficiei a d z g & superficiei speculi. Si iam b t, g z fuerint in eadem superficie orthogonali, erit [per 3 p 11] t d z linea una recta: & perpendicularis a d aut erit inter duas perpendiculares productas ad superficiem speculi à duobus uisibus: aut extra. Vtrumlibet sit: linea b t secabit ex perpendiculari a d ultra speculum partem, æqualem parti, quæ est a d [per 11 n.] Similiter g z secabit ex eadem perpendiculari partem ultra speculum, æqualem illi parti. Illæ igitur duæ lineæ reflexionis secabunt perpendicularem ultra speculum in eodem puncto. Ergo imago puncti a in eodem perpendicularis puncto percipietur ab utroque uisu. Quare unica tantùm erit imago & eadem: & in eodem loco: quæ esset uno tantùm uisu adhibito. Si uerò puncta t, z non fuerint in eadem superficie reflexionis orthogonali super speculum: eadem tamen erit probatio: quòd utraque linea reflexionis secet ex perpendiculari partem, æqualẽ parti superiori: & erit sectio linearũ reflexionis cum perpendiculari in eodem puncto. Quare patet propositum. Si uerò fuerit punctum a in perpendiculari ducta ab uno uisu ad superficiem speculi tantùm, secundum eundem uisum comprehendetur [per 11 n 4] ultra speculum in puncto perpẽdicularis, tãtùm elõgato à superficie speculi, quantũ distat a ab eadẽ [per 11 n.] Quia forma a uidetur continua cum formis aliorum punctorũ, quæ quidem uidentur in locis similibus: & ab alio uisu comprehendetur imago a in eodem perpendicularis puncto. Quare & sic utriq; uisui unica tantùm apparet imago puncti a, & in eodem eiusdem perpendicularis puncto. Quod est propositum.



16. In speculo spharico conuexo linea reflexionis & perpendicularis incidentiæ concurrunt: & imago uidetur in ipsarum concursu. 9. 11 p 6. Idem 3 n.

IN speculis sphæricis extrà politis patebit, quod diximus. Sit a punctum uisum: b cẽtrum uisus: g punctũ reflexionis. Palàm [per 23. 13 n 4] quòd b g, a g sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem sphæram contingentẽ in puncto g: linea communis superficiei reflexionis & superficiei sphæræ est circumferentia [per 1 th 1 sphær: uel 25. uel 45 n 4] & sit z g q. Linea contingẽs hunc circulum in puncto reflexionis sit p g e: perpendicularis super hanc lineam sit h g: planum, quòd h g perueniet ad centrum sphæræ. Quod si non: cum linea à centro sphæræ ducta ad punctum g, sit etiam perpendicularis super lineam p g e [per 25 n 4 & 3 d 11:] erit ab eodem puncto in eandem partem ducere duas lineas perpendiculares super unam lineam [& sic pars æquaretur toti, contra 9 ax.] Sit autem centrum sphæræ n: & ducatur linea à puncto uiso ad centrum sphæræ, scilicet a n: quæ quidem erit perpendicularis super superficiem, contingentem sphæram in puncto sphæræ, per quod transit [per 25 n 4.] Et quoniam planum est, quòd b g secat sphęram: cum sit inter h g, g p, quæ continent rectum angulum: concurret cum linea a n: Et cũ perpẽdicularis h g sit in supficie reflexiõis [per 23 n 4] erit centrum sphæræ in eadem [per 1 p 11: quia h g continuata cadit in n centrum sphæræ, ut patuit] & ita a n in eadem superficie cum h g. Sit ergo concursus b g cum a n, punctum d. Planum [per 3 n] quòd d erit locus imaginis. Et hæc quidem intelligenda sunt, quando linea ducta à puncto uiso ad centrum uisus, non fuerit perpendicularis super speculum [uisu enim & uisibili in recta linea perpendiculari super speculum collocatis, reflexio fit per eandem perpendicularem, per 11 n 4.]

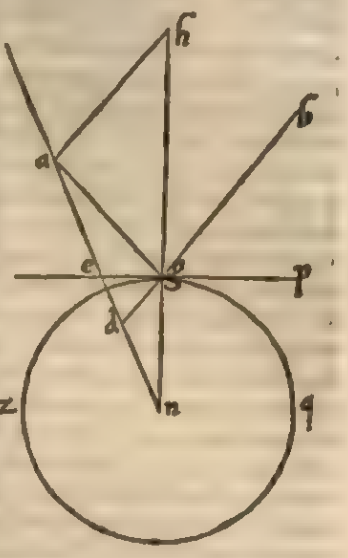


17. Finis contingentiæ in speculo spharico, est concursus recta speculum in reflexionis puncto tangentis, cum perpendiculari incidentiæ uel reflexionis. Et recta à centro speculi spharici conuexi ad imaginem, maior est recta ab imagine ad reflexionis punctum ducta. In def. 13 p 6.

AMplius: linea p g e secat lineam a n: sit punctum sectionis e: & dicitur punctum istud finis contingentiæ. Dico, quòd in hoc situ linea à centro sphæræ ad locum imaginis ducta, maior est linea, à loco imaginis ducta ad locum reflexionis, id est d n maior d g. Quoniam enim angulus b g h est æqualis angulo h g a [ut demonstratum est 13 n] sed [per 15 p 1] angulus b g h æqualis est angulo n g d: ergo [per 1 ax] angulus h g a æqualis est eidem: & e g perpendicularis super h g n [per fabricationem.] Quare [per 3 ax] angulus a g æqualis est angulo e g d. Igitur [per 3 p 6] proportio a g ad g d, sicut a e ad e d. Protrahatur à puncto a æquidistans ipsi d g

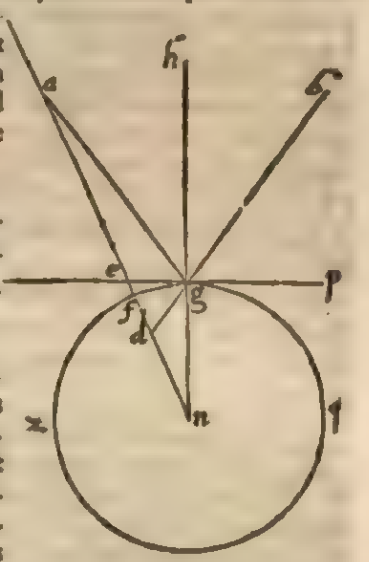
[per

[per 31 p 1] & concurrat cum linea h n in puncto h [cõcurret autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit igitur [per 29 p 1] angulus n g d æqualis angulo g h a: ſed angulus n g d æqualis eſt angulo a g h [ergo per 1 ax angulus g h a æqualis eſt angulo a g h.] Quare [per 6 p 1] duo latera a g, h a ſunt æqualia. Igitur [per 7 p 5] proportio a h ad g d, ſicut a g ad eandem. Sed proportio a h ad g d, ſicut a n ad d n [per 4 p 6: ſunt enim triangula a h n, d g n æquiangula per 29 p 1, & quia angulus ad n communis eſt utrique triangulo.] Quare [per 11 p 5] a n ad d n, ſicut a g ad g d: Igitur [per 16 p 5] proportio a n ad a g: ſicut d n ad d g: Sed a n eſt maior a g: [per 19 p 1] quia reſpicit angulum maiorem recto in triangulo a g n [rectus enim eſt, ut patuit, e g n.] Igitur d n maior d g: quod eſt propoſitum.



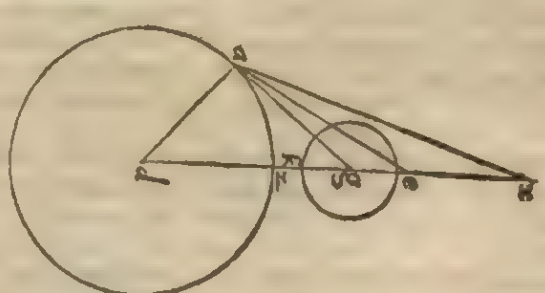
18. Si in ſpeculo ſpharico conuexo perpendicularis incidentiæ ſecetur à lineis reflexionis: & ſpeculum in reflexionis puncto tangente: erit, ut tota perpendicularis ad inferum ſegmentum: ſic ſuperum ad intermedium. Et pars perpendicularis inter punctum contingentiæ, & peripheriam, communem ſectionem ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi, erit minor eiuſdem peripheriæ ſemidiametro. 12. 14 p 6.

AMplius: dico quòd linea ducta à fine contingentiæ, qui eſt e, uſque ad ſphæram perpendiculariter, id eſt e f, pars lineæ e n minor eſt ſemidiametro. Sit f punctum, in quo a n ſecat ſuperficiem ſphæræ. Dico ergo, quòd e f minor eſt n f. Quoniam ut dictum eſt [proximo numero] proportio a g ad g d, ſicut a e ad e d: ſed a n ad d n, ſicut a g ad g d: Igitur [per 11 p 5] a n ad d n, ſicut a e ad e d: Igitur [per 16 p 5] a n ad a e, ſicut d n ad d e: ſed [per 9 ax] a n maior a e. Quare d n maior d e: quare d n maior d f: quare n f maior e f: quod eſt propoſitum.



19. Si recta linea ab uno uiſu ſit perpendicularis ſpeculo ſpharico conuexo: unum ipſius punctum, in quo uiſus ſuperficiem ſecat; ab uno ſpeculi puncto, in quod cadit, ad eundem uiſum reflectetur. 10 p 6.

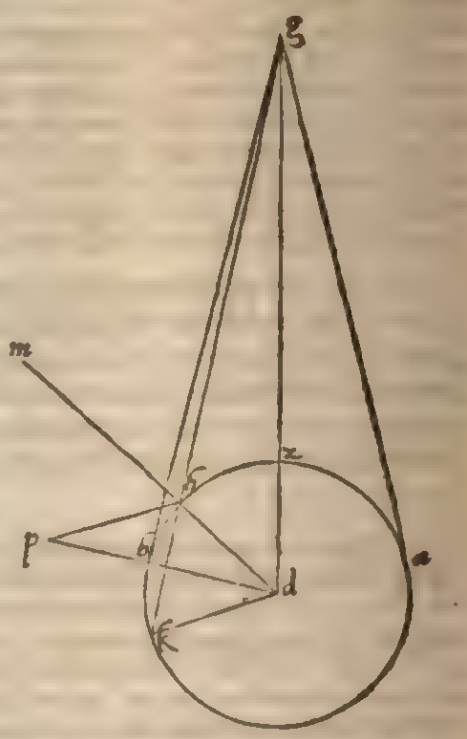
AMplius: ſit g centrum uiſus: d centrum ſphæræ: d z g perpendicularis à centro uiſus ad ſphæram. Dico, quòd nullius puncti forma reflectitur per hãc perpendicularem, niſi puncti eius, quod eſt in ſuperficie uiſus. Punctorum enim formæ poſt centrum uiſus ſumptorum non reflectuntur per eam, propter cauſſam ſupradictam [13 n.] Similiter nec puncta inter ſuperficiem uiſus & ſpeculum ſumpta. Dico etiam, quòd nullum punctum huius perpendicularis reflectitur ab alio puncto ſpeculi. Si enim dicatur, quòd ab alio puncto: ſit illud punctum a: erit linea g a linea reflexionis: & à puncto illo intelligamus lineam ad a, quæ eſt linea, per quã mouetur forma: & includunt hæ duæ lineæ angulum ſuper a: quem quidem angulum neceſſariò diuidet per æqualia diameter d a, cum ſit perpẽdicularis ſuper punctum a. Quia perpendicularis diuidit angulum ex linea motus formę & linea reflexiõis, per ęqua [per 13 n 4.] Et ita diameter d a concurret cum perpendiculari g d, inter punctum ſumptum & g. Et ita duæ lineæ rectæ in duobus punctis concurrent, & ſuperficiem includent [contra 12 ax:] Reſtat ergo, ut ſolius puncti, quod eſt in ſuperficie uiſus, forma reflectatur à ſpeculo per perpendicularem, & uideatur in proprio imaginis loco, propter eius cum alijs punctis continuitatem.



20. Si pars lineæ reflexionis, intra peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpherici conuexi) continuatæ, æquetur ſemidiametro eiuſdem peripheriæ: imago intra ſpeculum uidebitur. 24 p 6.

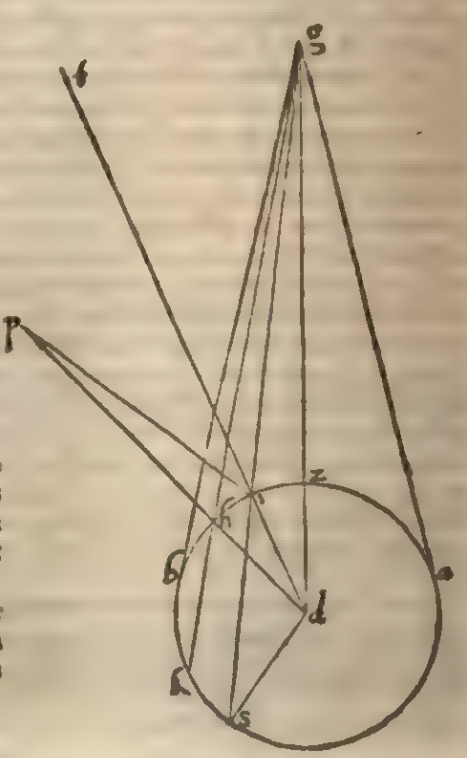
AMplius: g a, g b ſint lineæ à centro uiſus ductæ, contingentes ſphæram: & ſignetur circulus, ſu

per quem ſuperficies his lineis incluſa ſecat ſphæram: erit [per 25 n 4] a b portio apparens ex hoc circulo. Dico ergo, quòd loca imaginum, quæ per reflexiones ab hac portione factas comprehenduntur: quædam ſunt intra ſpeculum: quędam in ſuperficie ſpeculi: quędam extra ſpeculũ. Et unumquodque horum eſt determinandum. Ducatur à puncto g linea ſecans circulum, & pars eius, quæ eſt chorda arcus circuli, ſit æqualis ſemidiametro circuli [id quod per 1 p 4 fieri poteſt:] ſit linea illa g h k: & chorda æqualis ſemidiametro ſit h k: & producatur à puncto h perpendicularis, quæ ſit d h m. Dico, quòd formæ reflexę à puncto h locus eſt intra ſphęram. Ducatur [per 23 p 1] à puncto h linea æqualem tenens angulum cum m h, angulo m h g: & ſit p h: reflectentur quidem puncta huius lineæ à puncto h ad uiſum g, & nõ alterius [per 12 n 4.] Sumatur ergo aliquod eius punctum: & ſit p: & ducatur ab eo linea ad centrum ſphærę, quę ſit p d: erit [ut demonſtratum eſt 25 n 4] p d perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſphæram ſuper punctum eius, per quod tranſit p d: & coniungatur d k. Verùm angulus p h m eſt æqualis angulo m h g [ex fabricatione.] Quare [per 15 p 1] ſimiliter æqualis eſt angulo contrapoſito k h d: ſed [per hypotheſim & 5 p 1] k h d eſt æqualis k d h: quoniam reſpiciunt æqualia latera: Igitur [per 1 ax.] angulus p h m æqualis eſt angulo k d m. Quare [per 28 p 1] lineę k d, p h ſunt ęquidiſtantes: ergo [per 35 def 1] in infinitum productę nunquam concurrent: & linea p d ſecabit lineam, interiacentem inter k d, & p h [quia ſecat angulum h d k ipſi h k ſubtenſum.] Et ita quodcunq; punctum ſumatur in linea p h: linea ducta ab illo puncto, ad punctum d, ſecabit lineam reflexionis intra ſphęram: quę quidem linea perpendicularis erit ſuper ſphęram [per 25 n 4] ſicut eſt p d. Quare imago cuiuſcunque punctι lineę p h apparebit intra ſphęram [per 3 n.]



21. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi) inter rectam à uiſu ad ſpeculi centrum ductam, & lineam reflexionis, æquantem partem ſuam intra peripheriam, eiuſdem ſemidiametro: imago intra ſpeculum uidebitur. 25 p 6.

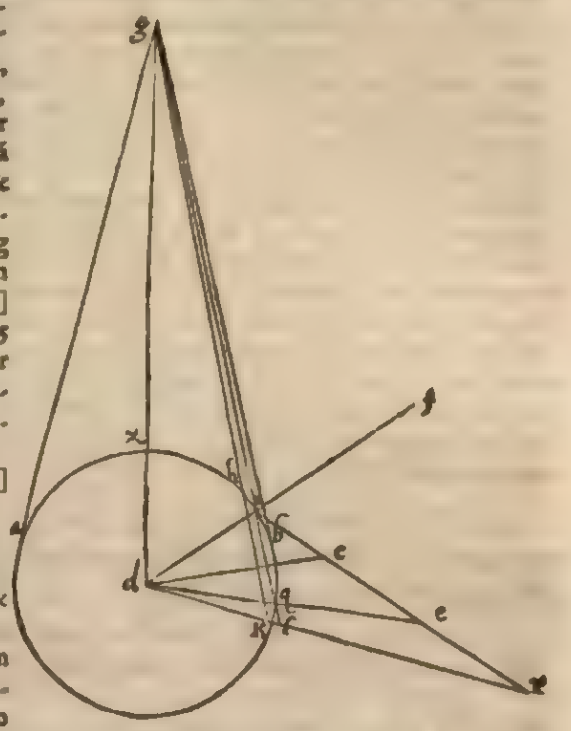
AMplius: arcus circuli interiacens inter punctum h, & punctum, per quod tranſit perpendicularis à centro uiſus ducta: eſto h z. Dico, quòd à quocunq; puncto huius arcus fiat reflexio: locus imaginis erit intra ſphæram. Sit i punctum ſumptũ: & ducatur linea à cẽtro uiſus ſecans circulũ ſuper punctum illud, quę ſit g i s: & ducatur perpendicularis per punctum hoc, quę ſit d i t: & [per 23 p 1] fiat linea p i, æqualem tenens angulum cum i t angulo t i g. Palàm [per 12 n 4] quòd ſola puncta lineę p i reflectuntur à puncto i ad uiſum. Palàm etiam [per 15 p 3] quòd linea i s maior eſt linea k h. Quare maior s d [eſt enim h k ex prima hypotheſi ęqualis ſemidiametro s d.] Igitur [per 18 p 1] angulus s d i maior eſt angulo s i d: quare [per 15 p 1] eſt maior angulo g i t: quare eſt maior angulo t i p. Igitur lineę p i & s d nunquam concurrent [ad partes p & s: ſecus ſpatium comprehenderent contra 12 ax. quia concurrunt ad partes i & d per 11 ax.] Et linea ducta à puncto quocunque p i lineę, ad punctum d, ſecat lineam s i intra ſphęram: quę s i eſt linea reflexionis: & omnis linea ducta à quocunq; puncto p i lineę, ad punctum d: erit perpendicularis ſuper ſphęram [ut oſtenſum eſt 25 n 4.] ſicut eſt p d. Et cum locus imaginis ſit in concurſu perpendicularis à puncto uiſo & lineę reflexionis: [per 3 h.] erit imago cuiuslibet puncti lineę p i intra ſphęram. Palàm ergo, quòd omnium imaginum arcus h z, locus proprius erit intra ſpeculum: Quod eſt propoſitum.



22. Si re-

22. Si reflexio fiat à peripheria circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) inter rectam à uiſu ſpeculum tangentem, reflexionis puncto proximam, & lineam reflexionis æquãtem partem ſuam intra peripheriam eiuſdem ſemidiametro: imago aliàs intra ſpeculum: aliàs in ſuperficie: aliàs extra uidebitur. 26 p 6. Item 27. 7 p 6.

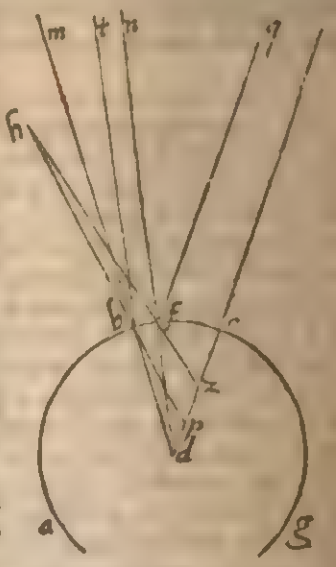
AMplius: ſumpto quocunque puncto arcus h b: dico, quòd quędam eius imago erit intra ſpeculum: quædam in ſuperficie ſpeculi: quædam extra ſpeculum. Sumatur aliquod eius punctum: & ſit n: & ducatur linea à pũcto g ſecans circulum, quæ ſit g n q: & ducatur perpendicularis d n f: & [per 23 p 1] protrahatur linea, æqualem angulum tenens cum perpendiculari, angulo f n g: & ſit e n. Quoniam linea n q minor eſt k h [per 15 p 3] eſt etiam minor linea q d [nã h k poſita eſt æqualis ſemidiametro ſphæræ] & ita [per 18 p 1] q d n angulus minor eſt angulo d n q: quare [per 15 p 1] minor angulo g n f: quare etiam minor angulo e n f: Igitur e n & d q concurrent [ad partes e & q per 11 ax.] Sit ergo concurſus in puncto e. Palàm [per 25 n 4] quòd linea e q d eſt perpendicularis ſuper ſphæram: & ſecat lineam g n q, quæ eſt linea reflexionis, in puncto q, quod eſt punctum ſphæræ. Quare imago puncti e, cum fuerit reflexio ſuper punctum n, apparebit in puncto q: [per 3 n] & eſt in ſuperficie ſphæræ. Si uerò in linea n e ſumatur punctum ultra e, utpote r: perpẽdicularis ducta ab eo ad centrum ſphæræ, quæ ſit r d, ſecabit lineam g n q reflexionis, ultra punctum q: & eſt extra ſphæram. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n ultra e ſumpti, erit extra ſuperficiem ſpeculi. Si uerò in linea e n, citra punctum e ſumatur aliquod punctum: perpendicularis ab eo ducta ad ſpeculum, ſecabit lineam g n q intra ſphæram: quoniam in puncto, quod eſt inter n & q. Quare imago cuiuslibet puncti lineæ e n inter e & n ſumpti, apparebit intra ſphæram. Eadem penitus erit probatio, ſumpto quocunque alio arcus b h puncto: & ita imago cuiuslibet puncti arcus b h una ſola eſt imago in ſuperficie ſpeculi: aliarum quædam in ſpeculo: quædam extra. Et quod demonſtratum eſt in arcu z b, eodem modo poteſt patére in arcu z a: & eadem penitus erit demonſtratio, cuiuſcunque circuli ſphæræ ſumatur portio, uiſui oppoſita, à perpendiculari g d æqualiter diuiſa. Vnde uiſu immoto, & perpendiculari g z d manente, ſi moueatur æquidiſtanter perpendiculari uiſus linea g h, ſecabit ex ſphæra motu ſuo portionem circularem: & cuiuslibet puncti huius portionis imago apparebit intra ſphæram. Si uerò linea g b contingens, moueatur æquidiſtanter perpendiculari uiſus, ſecabit ex ſphæra portionem prædicta maiorem: & à quolibet puncto excrementi unius portionis ſuper aliam reflectitur imago, cuius locus erit in ſuperficie ſphæræ: & aliarum quædam intra ſphæram: quædam extra. Scimus ex his, quòd in hoc ſpeculo quælibet imago apparet in diametro ſphæræ: aut intra ſphærã: aut extra: aut in ſuperficie. Et omnis diameter, in qua apparet imago aliqua in ſuperficie ſphæræ, aut extra, demiſſior eſt puncto ſphæræ, quod tangit linea contingens à centro uiſus, ducta in ultimum punctum portionis apparentis. Scimus etiam, quòd quælibet linea reflexionis ſecat ſphæram in duobus punctis, in puncto reflexionis, & in alio. Reſtat iam, ut loca imaginum certius determinemus.



23. Si linea reflexionis ſecans diametrum ſpeculi ſpharici conuexi: æquet ſegmentum ſuum inter ſpeculi ſuperficiem & dictam diametrum, ſegmento eiuſdem diametri contermino centro ſpeculi: erit hoc ſegmentum imaginum expers. 28 p 6.

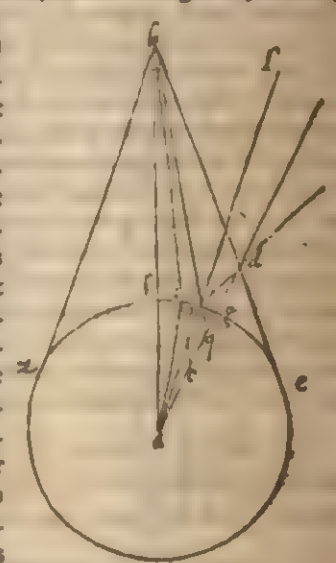
DIco, quòd ſumpta diametro, ſi ad ipſam ducatur linea ſecans ſphæram à centro uiſus, cuius pars interiacens punctum ſectionis ſphæræ & punctum diametri, quam attingit, eſt æqualis parti diametri, interiacenti inter punctum illud & centrum: punctum illud non eſt locus alicuius imaginis. Verbi gratia: ſit a g circulus ſphæræ: h uiſus: e d ſemidiameter ſphæræ, ſiue perpendicularis: & h z ſit linea ſecans ſphæram ſuper punctum f, & concurrens cum e d in puncto z: & ſit z f æqualis z d. Dico, quod z non eſt locus alicuius imaginis. Palàm enim, quòd nõ eſt locus imaginis alterius, quam alicuius puncti lineæ e d: quoniam imago cuiuslibet puncti eſt ſuper diametrum, ab eo ad centrum ſphæræ ductam [per 10 n.] Et quod locus imaginis alicuius puncti e d non ſit in z: ſic conſtabit. Ducatur perpendicularis à puncto d ſuper punctum f: & ſit d f n: & [per 23 p 1] ſuper punctum f fiat angulus æqualis angulo n f h: & ſit q f n. Palàm ergo [per 15 p 1. 1 ax]

quòd angulus q f n æqualis est angulo z f d: sed [per hypothesim, & 5 p 1] z f d est æqualis angulo z d f: Igitur [per 1 ax] q f n est æqualis angulo z d n. Quare [per 28 p 1] linea f q est æquidistans lineę e d. Igitur [per 35 d 1] in infinitum productæ nunquam concurrent. Igitur nullius puncti e d forma mouebitur ad punctum f per q f: non potest autem esse locus imaginis alicuius puncti in puncto z, nisi forma eius moueatur ad t per lineam q f [quia ex thesi est uisus, & h f linea reflexionis.] Eadem erit probatio sumpta quacunque diametro. Quare patet propositum. Amplius: dico quòd nullum punctum lineæ z d potest esse locus alicuius imaginis. Sumatur enim punctum p: & ducatur linea h p, secans sphæram in puncto b: & ducatur perpendicularis d b m: & [per 23 p 1] angulo m b h fiat angulus æqualis, qui sit t b m. Palàm [per 15 p 1. 1 ax] quòd t b m est æqualis p b d: & palàm [per 16 p 1] quòd angulus d p h est maior angulo p z f: quia exterior. Igitur duo alij anguli trianguli d p b sunt minores duobus alijs angulis trianguli z d f [per 32 p 1.] Sed [per 9 ax] p d b est maior angulo z d f: restat ergo ut angulus d p b sit minor angulo d f z: sed angulus d f z est æqualis angulo z d f: [ut iam patuit per thesin & 5 p 1:] quare angulus d b p minor est angulo z d f: Igitur multo minor angulo p d b: ergo t b m minor est p d b. Ergo t b, e d nunquam concurrent [ad partes t, e: & ita nulla forma à puncto b reflectetur ad punctum h, ut p sit locus imaginis. similiter nec imago alterius puncti. Et similiter de quolibet puncto lineæ z d. Restat ergo, ut tota linea z d sit uacua à locis imaginum.



24. Si in diametro speculi sphærici conuexi extra uisus centrum ducta, inq. apparentem superficiem continuata, imaginum meta notetur: Imagines diuisæ diametri uidebuntur inter metam & speculi superficiem. 29 p 6.

AMplius: sumpta quacunque diametro inter lineas contingentiæ à uisu ad sphæram ductas, præter diametrum à centro uisus ad centrum sphæræ intellectam, & determinato in ea puncto, quod diximus, quod est meta locorum imaginum. Dico, quòd in punctis tantùm illius diametri, quæ sunt inter superficiem sphæræ, & metam prædictam, sunt loca imaginum, punctorum illius diametri. Verbi gratia, sint b z, b e lineæ contingentes: b centrum uisus: a centrum sphæræ: b h a diameter uisualis: d a diameter sumpta, cuius meta sit t: g punctum sphæræ, in quo diameter secat sphæram. Dico, quòd in sola puncta inter g, t interiacentia, cadunt imagines punctorum rectæ d a. Quòd enim non cadant in punctum g, uel extra superficiem sphæræ: palàm per hoc, quod suprà dictum est [22 n,] diametrum, in qua est locus imaginis in superficie sphæræ aut extra, demissiorem esse puncto contingentiæ: & cum diameter d a sit inter lineas contingentes: non erit in ea locus imaginis, aut in superficie sphæræ, aut extra. Quòd autem in quodlibet punctum inter g & t sumptum, cadat imago: sic constabit. Sumatur punctum: & sit q: & ducatur linea b q, secans sphæram in puncto p: & ducatur perpendicularis a p l: & [per 23 p 1.] angulo l p b fiat æqualis angulus d p l: & educatur linea b r, secans sphæram in puncto f: & ducatur perpendicularis a f. Igitur triangulum a p b continet triangulum a f b: quare [per 21 p 1] angulus a f b maior est angulo a p b: restat ergo [per 13 p 1] ut angulus a f t sit minor a p q: sed angulus a f t est æqualis angulo f a r, quia æqualia latera respiciunt: [per hypothesin & præcedentem numerum.] Igitur a p q erit maior angulo f a t: ergo & angulo p a q, [per 9 ax.] Quare [per 15 p 1. 1 ax.] l p b maior est p a q. Vnde d p l maior p a q: Igitur p d, a q concurrent [per 11 ax.] sit d concursus. Forma igitur puncti d reflectetur à puncto p per lineam p b: & locus imaginis eius est q [per 3 n.] Et eadem est probatio, sumpto quocunque puncto inter g & t. Restat, ut assignemus loca imaginum in sectione sphæræ occulta uisui.

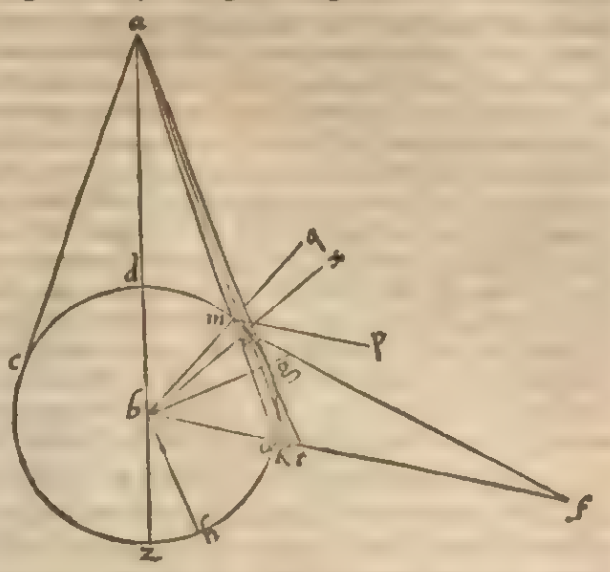


25. Si linea reflexionis secans speculum sphæricum conuexum, æquet segmentum intra ipsius superficiem, eiusdem semidiametro: & semidiameter per terminum lineæ reflexionis concurrat cum recta à uisu speculum tangente: Imagines concurrentis semidiametri, inter concursum & speculi superficiem uidebuntur. 30 p 6.

SIt ergo a c, a g lineæ contingentes portionem apparentem: a centrum uisus: b centrum sphæ-

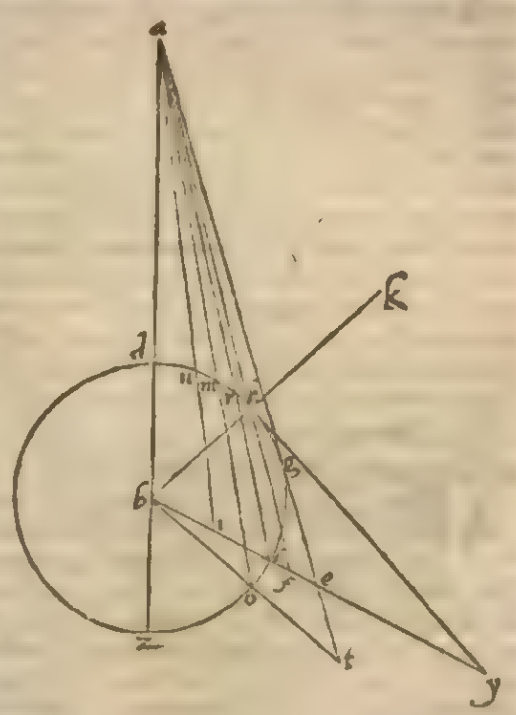
ræ: a d b

ræ: a d b z diameter uisualis: z c g circulus ſphæræ in ſuperficie linearũ contingẽtiæ: & protrahatur à centro ad punctũ contingentiæ diameter b g. Palàm, quod angulus z b g eſt maior recto. Cũ enim in triãgulo b a g angulus b g a [per 18 p 2] ſit rectus, erit [per 17 p 1] angulus g b a minor recto: quare [per 13 p 1] z b g maior. Sit ergo [per 23 p 1] h b g rectus: erit ergo [per 28 p 1] h b æquidiſtans lineę cõtingẽtię a g: Igitur [per 35 d 1] productæ nunq̃ concurrent: & quælibet diameter inter h & g concurret cũ linea a g [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Ducatur à pũcto a linea ſecans ſphærã: quæ ſit a m o: ita quod chorda, quę eſt m o, ſit æqualis ſemidiametro o b: & cõcurrat ſemidiameter b o cum linea a g, in punctο t. Dico, quòd in quolibet pũcto t o eſt locus imaginis: & in nullo alio puncto diametri t b eſt locus imaginis: & ſunt o, t termini locorũ imaginũ [per 23 n.] Sumatur enim punctũ: & ſit k: & a n k ducatur ſecans ſphærã in puncto n: & ducatur perpendicularis b π x: & [p 23 p 1] angulo x n a fiat angulus æqualis per lineam f n Palam, quòd n fnõ cadet inter b, g Quoniã ſic aut ſecaret ſphæram, aut ſecaret contingentẽ a g in duobus punctis: & ſic duę lineę rectę ſpatiũ cõprehenderent contra 12 ax. Igitur forma puncti f mouebitur per f n ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: & apparebit imago eius in puncto k [per 3 n.] Et eadem probatio eſt, ſumpto quocunque alio puncto.



26. Si linea reflexionis æquans ſua parte inſcripta ſemidiametrum circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) terminetur in peripheria non apparente: perpẽdicularis incidẽtiæ, ſecãs peripheriã inter lineã reflexionis, & rectã à uiſu ſpeculũ tangentẽ: habebit quaſdam imagines intra, quaſdam extra ſpeculũ: unam in ſuperficie. 31 p 6.

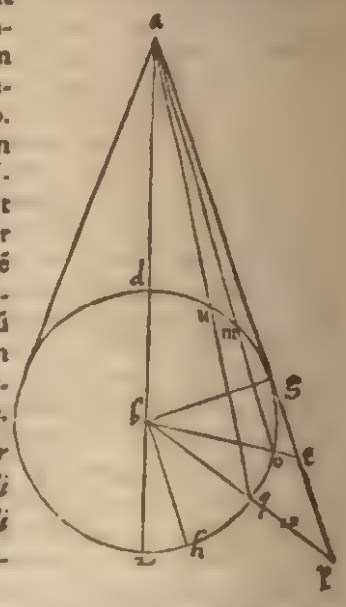
AMplius: dico, quòd in arcu o g, quęcunque ſumatur diameter, continebit loca imaginum: & intra ſpeculum quaſdã: & unã in ſuperficie: & alias extra ſpeculũ. Sumatur ergo punctum l: & protrahatur diameter b l, quouſq; ſecet a t in puncto c: & producatur linea a l, ſecans ſphæram in puncto r. Palàm, quòd r l minor eſt t b: quia [per 15 p 3] eſt minor m o: quæ eſt æqualis ſemidiametro [ex theſi.] Si ergo ab a ducatur linea ad diametrum b l: cuius pars interiacens inter circulũ & diametrum, ſit æqualis parti diametri a puncto, in quod cadit, uſq; ad centrũ: cadet inter l & b. Si enim inter l & e ceciderit: erit r l maior l b: ois enim linea interiacens inter centrũ, & illam partẽ lineæ reflexionis, illi parti diametri æqualem: erit maior parte diametri, qua terminatur, ſecundum probationem aſsignatam in explanatione metæ imaginum [23 & proximo numeris.] Sit ergo punctum, in quod linea æqualis cadit: i. Dico, quòd in quolibet puncto lineę e i eſt locus imaginis: & erit eadem demonſtratio, quę fuit in t o præcedente numero.] Igitur quędã imagines in diametro e b ſortiuntur loca intra ſpeculũ: quędam extra ſpeculũ: una ſola in ſuperficie: ſcilicet in puncto l. Et ita poteris demonſtrare in qualibet diametro per puncta arcus o g tranſeunte.



27. Si linea reflexionis, æquans ſua parte inſcripta ſemidiametrum circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) terminetur in peripheria nõ apparente: perpendicularis incidentiæ ſecans peripheriam inter terminos lineæ reflexionis & quadrantis peripheriæ, à puncto tactus, rectæ à uiſu ſpeculum tangentis, inchoati, habebit imagines extra ſpeculum. 32 p 6.

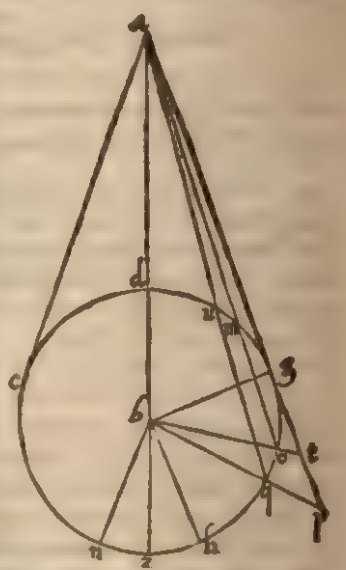
AMplius: ſumpta quacunq; diametro in arcu o h: locus imaginis in eo erit extra ſpeculũ. Suma-

tur diameter b q: & concurrat cum cõtingente in puncto p [concurrit enim per lemma Procli ad 29 p 1:] & ducatur linea a u q secás sphęram in puncto u. Iam dictum est, quod m o est æqualis o b [per thesin communẽ 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27 n.] Sed [per 15 p 3] u q est maior m o: quare u q est maior o b, id est b q. Et linea ducta à circumferentia ad diametrum p b, ęqualis parti p b, interiacenti inter ipsam & centrum: non cadet inter q & b. Si enim ceciderit: secundũ supradictam probationem [23 & præcedente numeris] erit u q minor q b. Restat ergo, ut linea ęqualis cadat inter p & q. Et quòd non cadat in punctũ p: palàm per hoc: quia angulus p g b est rectus [per 18 p 3.] Igitur [per 19 p 1] p b maius est p g. Cadet ergo citra punctum p: Sit punctum, in quod cadit: s. Erit ergo s meta locorum imaginum [per 23 n:] & quodlibet punctũ inter p & s erit locus imaginum. Et eadẽ est probatio, quæ suprà [25. 26 n.] Palàm ex his, quòd imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi: imaginũ diametri f y, una in superficie speculi: quę est in l: aliæ intra, scilicet in i l: aliæ omnes extra, scilicet in l e. Omniũ aũt imaginum diametri arcus o g, quædam intra speculum: quędá extra: quędam in superficie.



28. Perpendicularis incidentia secans occultã peripheriam circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi sphærici conuexi) inter terminos rectæ per centra uisus ac speculi ductæ, & quadrantis peripheriæ, à puncto tactus rectæ à uisu speculum tangentis, inchoati: imaginem nullam habet. 33 p 6.

AMplius: in arcu h z non potest sumi diameter, in qua est locus imaginis. Quoniam nulla diameter ibi sumpta concurrit cũ contingente a p. [Quia enim g h est quadrans totius peripheriæ ex thesi: rectus est angulus h b g per 33 p 6: & similiter b g p per 18 p 3. Quare perpẽdicularis incidentię, cadens in peripheriã h z, facit cum b g angulũ obtusum: ideoq; cũ tangente a g p non cõcurret ad partes h & p: secus duæ rectæ spatium cõprehenderẽt cõtra 12 ax.] Et á quocunq; puncto illius talis diametri ducatur linea ad sphærã: cadet quidem in portionẽ g z c, & nulla in portionẽ g d c, nisi secando sphęram. Quare nulla forma alicuius puncti talis diametri ueniet ad portionem uisui apparentem. Quod aũt dictum est in arcu g h z: potest eodem modo demonstrari in parte arcus c z eá respiciente. Et sumpto arcu citra z, æquali h z: in nulla diametro illius arcus erit imaginis locus. Idẽ est demonstrandi modus in quocunq; circulo. Quare si linea h b moueatur, eodem manente angulo h b z: signabit motu suo portionem sphæræ, in cuius diametris nullus sit imaginis locus. Si uerò h b immota, moueatur o h: describetur portio, cuius oés imagines extra speculum sunt. Moto aũt arcu o g: fiet portio, cuius quędam imagines sunt in superficie: quędá extra speculum: quędam intra. Verũ uisus nõ comprehendit, quæ imagines sint in superficie sphęræ, aut quę extra: nec certificatur in comprehensione earum: nisi quod sint ultra portionem apparentẽ. Iam ergo determinata sunt in his speculis imaginum loca.

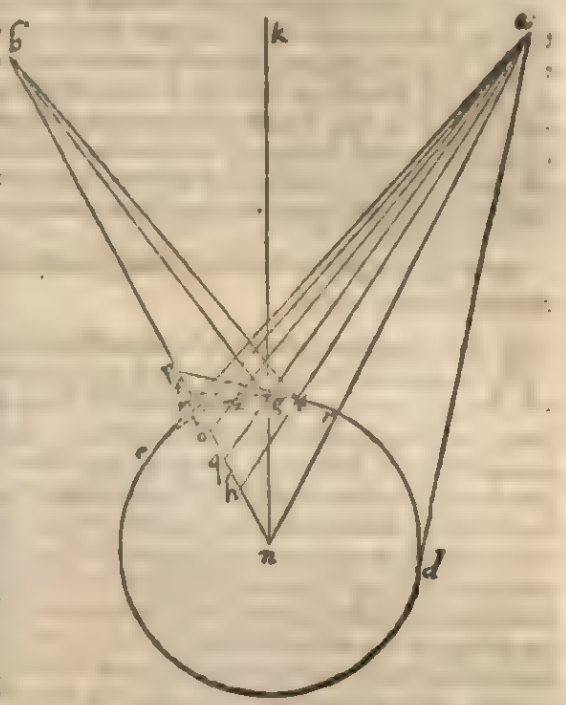


29. Ab uno speculi sphærici conuexi puncto, unum uisibilis punctum ad unũ uisum reflectitur. Itaq; unius puncti una uidetur imago. 16 p 6.

AMplius: Puncti uisi forma nõ potest in hoc speculo ad unũ uisum reflecti, nisi ab uno solo pũcto speculi. Sit enim punctũ uisum b: a centrũ uisus: & nõ sit a in perpẽdiculari ducta ad cẽtrũ sphęrę. Dico, quòd b reflectitur ad a ab uno solo speculi puncto: & unã solã ostendit uisui imaginẽ in hoc speculo. Palàm [per 25 n 4] quòd ab aliquo puncto potest reflecti forma eius: sit illud g: & ducantur b g, a g: & sit n centrum sphęrę: & ducatur diameter b n, secans superficiem sphæræ in puncto l: & termini portionis uisui oppositæ sint d, e: & secet linea a g perpẽdicularem in puncto q: quod est locus imaginum [per 3 uel 16 n.] Palàm, quòd a, n, b sint in eadẽ superficie orthogonali sup sphæram [per 13. 23 n 4.] Et cum omnes superficies orthogonales super sphærã, in quibus fuerint b, n, secent se super b n: & nõ possit superficies, in qua b n linea, extendi ad punctũ a, nisi una tantũ: [qa punctum a indiuiduũ est.] Palàm, quòd a, & b, & n sunt in una superficie tantùm, orthogonali super sphęrã, non in plurib. & cũ necesse sit, [per 13. 23 n 4] ut omne punctũ uisum, & a sint in eadẽ superficie orthogonali super punctũ reflexionis: palàm, quòd non fiet reflexio puncti b ad uisum, nisi in circulo sphęrę, qui est in superficie a n b. Sit ergo circulus d g e. Dico igitur, quod à nullo puncto huius circuli prętertq; à g, fiet reflexio. Si enim dicatur, quòd à pũcto l: cum b n sit sup superficiẽ speculi perpendicularis: [ut ostẽsum est 25 n 4] & a l nõ sit perpẽdicularis: [qa nõ transit per centrũ] & forma per perpẽdicularẽ ueniens, necessariò p perpendicularẽ reflectatur: [p 11 n 4:] palã, quod non reflectetur b ad a a puncto l. Planum etiam est, quòd non reflectetur ab alio puncto arcus l e: quia ad

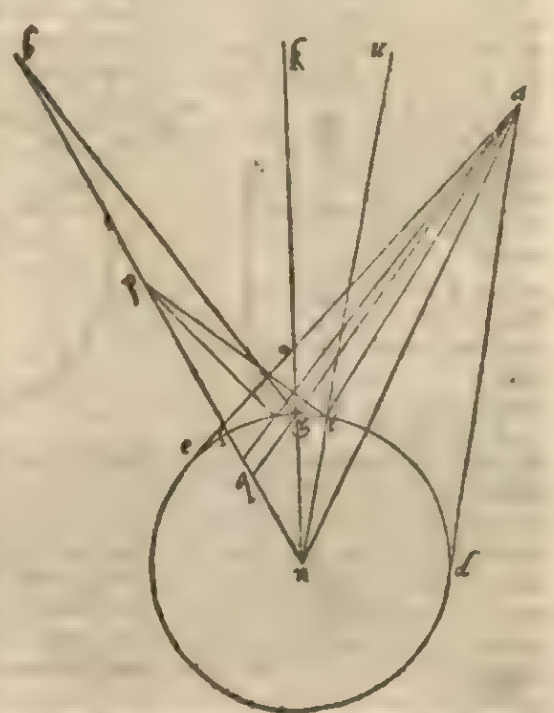
quodcunq;

quodcunq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b: tenebit cũ contingente illius puncti angulum obtusum ex parte e: [Nam semidiameter circuli ad rectam lineam per punctum illud, speculum tangẽtem educta, declinat à puncto b uersus e, & facit cum tangente angulum rectum per 18 p 3. Itaq; angulus tangentis & lineæ rectę à puncto b ad pũctum tactus ductę, maior est recto: ideoq; per 11 d 1 obtusus:] & linea ducta à puncto a ad illud punctum, tenebit cũ contingente illa angulũ acutum ex parte l: [quia angulus semidiametri & tangentis rectus est per 18 p 3: & recta à puncto a ad illud punctũ ducta secat circulũ d e g.] Quare si ab illo puncto fieret reflexio: esset angulus acutus æqualis obtuso [per 11 n 4.] Iterũ à nullo puncto arcus g l potest fieri reflexio. Sumatur enim punctum quodcunq;: & sit z: & ducatur linea a z o, secans perpendiculare in puncto o: & ducatur linea contingens circulum in puncto z: [per 17 p 3] quæ cadit necessariò inter b g, & b l: [quia punctũ z est inter puncta g & l] & sit m z: & f g circulũ cõtingat in puncto g. Palã ex superioribus. [18 n] quòd proportio b n ad n q, sicut b f ad f q. Eodem modo proportio b n ad n o, sicut proportio b m ad m o: Sed [per 9 ax. 8 p 5] maior est proportio b n ad n q, quã b n ad n o. Igitur [per 11 p 5] maior est proportio b f ad f q, quàm b m ad m o. Quod planè impossibile: cum [per 9 ax] b f sit minor b m, & f q maior m o. [ideoq; ratio b f ad f q minor est ratione b m ad m o, ut patet ex 8 p 5.] Restat ergo, ut à puncto z non fiat reflexio. Verùm quòd ab aliquo puncto arcus g d non fiat reflexio: sic constabit. Sumatur quodcunq; punctum: & sit t: & ducatur linea a t h, secans b n in pũcto h &, per 17 p 3 ducatur cõtingens circulũ in pũcto t: quę sit p t. Erit ergo ex superioribus. [18 n] proportio b n ad n h, sicut b p ad p h: & b n ad n q, sicut b f ad f q: Sed [per 9 ax. 8 p 5] b n ad n h maior est, quã b n ad n q: ergo [per 11 p 5] maior est proportio b p ad p h, quã b f ad f q: quod planè falsum: cum [per 9 ax] b t sit maior b p, & p h maior f q. [ideoq; ratio b p ad p h minor est ratione b f ad f q, ut constat ex 8 p 5.] Restat ergo, ut a nullo puncto arcus g d fiat reflexio puncti b. Quare quodlibet punctum ab uno solo puncto speculi reflectitur ad uisum. Ergo una sola erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uisi. Quare unica unius puncti imago. Si aũt punctum b fuerit in perpendiculari uisuali: palam [per 11 n 4] quòd reflectetur ab uno solo puncto, per quod perpendicularis, tantũ: & unica erit eius imago. & erit propter continuitatem aliorum punctorum, in loco imaginis proprio.



30. Si duo perpendicularis incidentia puncta, à speculo sphærico conuexo ad unum uisum reflectantur: locus tum imaginis tum reflexionis, puncti centro speculi propinquioris erit remotior: imaginis ab eodem centro: reflexionis à uisu. 17 p 6.

AMplius: si in aliqua diametro sumãtur duo puncta ex parte centri eadem: locus imaginis centro propinquioris, erit remotior à centro sphęrę, loco imaginis puncti remotioris à cẽtro sphęrę. Verbi gratia dico, quòd locus imaginis puncti p, remotior est à centro, loco imaginis puncti b: & punctum reflexionis puncti p remotius ab a puncto uisus, puncto reflexionis puncti b, quod est punctum g. Dico, quòd punctum p non reflectitur, nisi ab aliquo puncto arcus g l. Palàm enim, quòd non reflectitur ab aliquo puncto arcus l e, nisi à puncto l: [sicq; per 11 n 4 reflectetur per perpendicularem b l n, nõ ad uisum, in a positum] nec à puncto g: cũ b reflectatur ab eo, [ad uisum scilicet a ex thesi: ideoque nullum aliud punctum, ut p, ab eodem puncto g reflectetur ad eundẽ uisum a p præcedẽtẽ numerũ.] Et si dicatur, qd' ab aliquo pũcto arcus g d fiat illud pũctũ t:

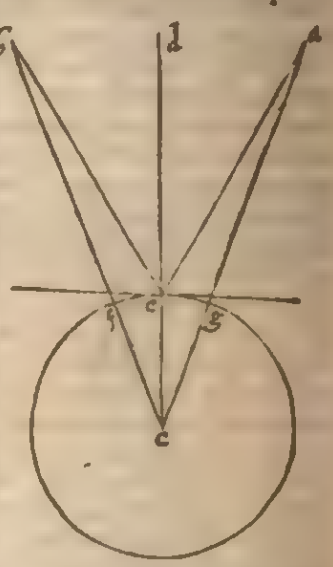


& sit p

& ſit t p linea, per quam forma mouetur ad ſpeculũ: & ducatur perpendicularis n t u: quę neceſſariò diuidet angulum p t a per æqualia: [ut oſtenſum eſt 13 n 4] & ducatur perpendicularis n g k: erit [p 21 p 1] angulus n t a maior n g a: reſtat ergo [per 13 p 1] angulus u t a minor angulo k g a. Quare angulus p t u, minor angulo b g k: [angulus enim k g a æquatur angulo b g k, per 12 n 4.] Sed [per 32 p 1] angulus p t u ualet angulum t n p, & t p n: quia exterior: & angulus b g k ualet angulũ g n b, & angulum g b n Erunt ergo duo anguli t n p, t p n minores duobus angulis g b n, g n b: quod [per 9 ax] eſt impoſsibile: cum angulus p n t contineat angulum g n b tanquam partem: & [per 16 p 1] angulus t p n ſit maior g b n. Reſtat ergo, ut punctum p non reflectatur, niſi à punctis inter g & l intermedijs. Et omnes lineæ à puncto a per hæc puncta ductæ ad diametrum b n, cadunt in puncta ſphęræ à centro uiſus magis elongata, puncto g. Et ita patet propoſitum.

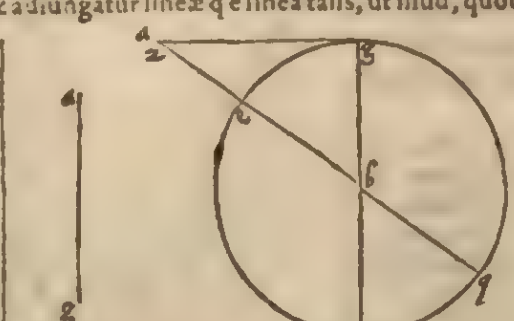
31. Viſa & uiſibilia à centro ſpeculi ſpharici conuexi æquabiliter diſtantibus: punctum reflexionis inuenire. 20 p 6.

AMplius: dato ſpeculo, & dato puncto uiſo: eſt inuenire punctum reflexionis. Sit enim b punctum uiſum: a centrum uiſus: & ducantur ab eis duæ lineæ ad centrum ſpeculi. Si fuerint duæ illæ lineæ æquales: erit facile inuenire: quoniam ſumetur circulus ſphæræ in ſuperficie duarum illarum linearum. Et ſcimus [per 29 n] quòd ab unico ſolo puncto illius circuli ſit unius puncti reflexio. Diuidatur ergo [per 9 p 1] angulus, quem continent in centro duæ illæ lineę, per æqualia: & ducatur linea diuidens angulum, extra ſphæram: erit quidem [per 18 p 3] perpendicularis ſuper lineam contingentem hunc circulum in puncto, per quod tranſit. Et ſi ducantur ad illud punctum duę lineę: una à centro uiſus: alia à puncto uiſo: efficient cum perpendiculari illa & duabus primis lineis, duo triangula: quorum duo latera duobus lateribus æqualia, & angulus angulo [ideoq; per 4. 13 p 1. 3 ax angulus a e d æquatur angulo b e d.] Et ita punctum circuli, per quod perpendicularis illa tranſit: eſt punctum reflexionis: [quia c e d bifariam ſecat angulum ab incidentię & reflexionis lineis comprehenſum, ut patuit 13 n 4.] Si uero linea a puncto uiſo ad centrum ſphærę ducta, fuerit inæqualis lineę à centro uiſus ad idem centrum ductę: oportet nos quędam antecedentia præponere: quorum unum eſt.



32. A puncto diuidiatæ peripheriæ medio, ducere lineam rectam, ut ſegmentum eius conterminum continuatæ diametro, æquetur datæ lineæ rectæ. 128 p 1.

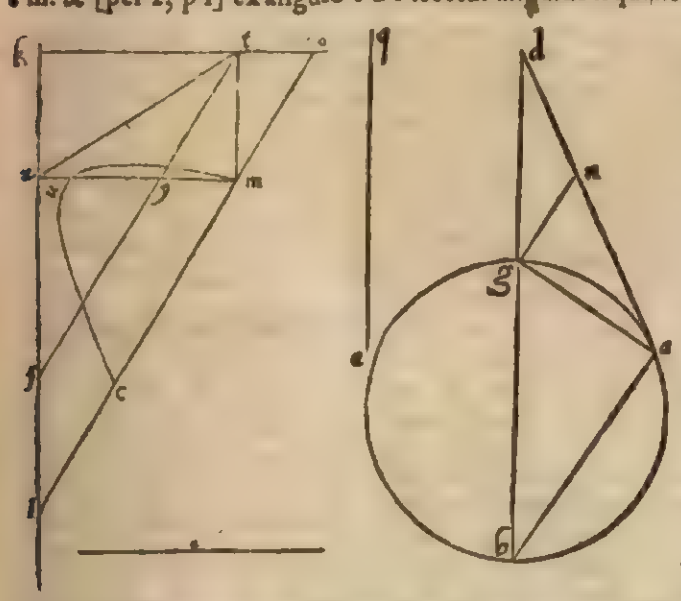
SVmpta circuli diametro, & ſumpto in circumferentia puncto: eſt ducere ab eo ad diametrũ extra productam, lineam, quę à puncto, in quo ſecat circulum, uſq; ad cõcurſum cum diametro, ſit æqualis lineæ datæ Verbi gratia, ſit q e data linea: g b diameter circuli a b g: a punctũ datum. Dico, quòd à puncto a ducam lineam, quæ à punctũ, in quo ſecuerit circulum, uſq; ad diametrum g b, ſit æqualis lineæ q e: quod ſic conſtabit. Ducantur duę lineæ a b, a g: quę aut erunt æquales: aut inæquales. Sint æquales: & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud, quod fit ex ductu totius cum adiuncta in adiũctam, ſit æquale quadrato a g. [id uerò expeditè fiet: ſi linea q e ſit diameter circuli, cuius peripheriam tanget recta linea æqualis a g, cõcurrat cum continuata diametro q e: ſic enim oblongum cõprehenſum ſub continuata diametro & exteriore eius ſegmento æquabitur quadrato lineę a g per 36 p 3.] Et ſit linea adiũcta e z. Cũ igitur illud, qđ fit ex ductu q z in e z ſit æquale ei, quod fit ex ductu a g in ſe: erit q z maior a g, & e z minor eadem. Si enim e z fuerit æqualis, aut maior a g: eſt impoſsibile, ut ductus q z in e z ſit æqualis quadrato a g [ſic enim oblongum comprehẽſum ſub q z & e z ſemper maius eſſet quadrato a g: quia linea q z eſſet maior e z, ut totum ſua parte.] Si autem minor: palàm, quòd q z eſt maior a g. Producatur ergo ad æqualitatem: & ſit a g t: & poſito pede circini ſuper a, fiat circulus ſecundum quantitatem a g t: qui quidem circulus ſecabit diametrum b g: [infinite uerſus t continuatam] & ſecet



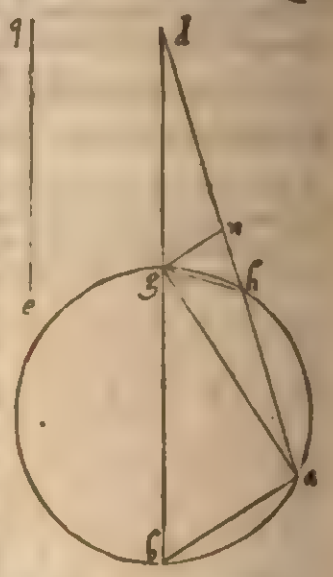
secet in puncto d: & ducatur linea a d: quæ secabit necessariò circulum. Si enim contingeret in puncto a: esset æquidistans b g, & nunquam concurreret cum ea. [Nam ex thesi g a, b a æquantur. Itaque semidiameter à centro ad a ducta, efficiet per 8 p. 10 d 1 angulos cum b g rectos. Similiter angulus lineæ d a tãgentis & semidiametri rectus est per 18 p 3: ergo per 28 p 1 b d, a d essent parallelæ: quæ tamen concurrunt in puncto d, è fabricatione.] Secet ergo in puncto h: & ducatur linea g h. Palàm [per 22 p 3] cum a b g h sit quadrangulum intra circulum: a b g, a h g angulos oppositos ualere duos rectos: sed [per 5 p 1] a g b est æqualis angulo a b g, cum respiciant æqualia latera ex hypothesi. Erit igitur angulus a h g æqualis angulo d g a: [per 13 p 1] & angulus h a g communis triangulo totali a d g, & partiali a h g: restat ergo [per 32 p 1] ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a: & triangulum simile triangulo [per 4 p. 1 d 6.] Quare proportio d a ad a g, sicut a g ad a h: ergo [per 17 p 6] quod fit ex ductu d a in a h, est æquale quadrato a g: Sed [per 15 d 1] d a est æqualis t a: igitur [per 1 ax] est æqualis q z: & erit a h æqualis e z: [quia è prima fabricatione oblongum comprehensum sub q z & e z æquatur quadrato a g: cui æquale ostensum est oblongum comprehensum sub d a & a h: & d a æquatur ipsi q z] & [per 3 ax] d h æqualis q e: quæ est data linea. Et ita est propositum.

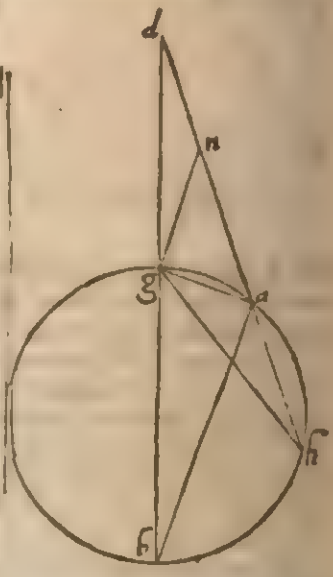
33. A punctο dimidiatæ peripheriæ non medio, ducere lineam rectam: ut segmentum eius conterminum continuatæ diametro, æquetur datæ lineæ rectæ. 130 p 1.

SI uerò a b & a g non sint æquales: protrahatur [per 31 p 1] à puncto g linea æquidistans a b: quæ sit g n: & sumatur linea, quæcunque sit: z t: & [per 23 p 1] super punctum z fiat angulus æqualis angulo a g d per lineam z f: & [per 31 p 1] ducatur à puncto t linea æquidistans z f: & sit t m: & [per 23 p 1] ex angulo t z f secetur angulus æqualis angulo d g n per lineam z m. Hæc igitur linea necessariò cõcurrit cum t m: [per lemma Procli ad 29 p 1] cum sit inter æquidistantes. Sit punctum concursus m: restat ergo [per 3 ax] angulus m z f æqualis angulo a g n. Et à puncto t ducatur linea æquidistans lineæ z m: [per 31 p 1] quæ sit t o: quæ quidem necessariò concurret cum f z: [per lemma Procli ad 29 p 1] & sit concursus in puncto k: & sumatur [per 12 p 6] linea, cuius proportio ad lineam z t, sicut b g ad q e lineam datam: & sit i. Deinde fiat super punctum m sectio pyramidalis, quemadmodũ docet Apollonius in libro secundo de pyramidalibus, propositiõe quarta: & sit u c m: quæ quidem sectio non secat lineas k o, k f: & in hac sectione ducatur linea æqualis lineę i: scilicet m c: & producatur usque ad lineas k t, k f: & sint puncta sectionum o, l. Igitur, sicut ibidem [8 th 2 coni conicorum] probatur: erit o m æqualis c l: & à puncto t ducatur linea æquidistans c m: [per 31 p 1,] quæ sit t f: & [per 23 p 1] super punctum a fiat angulus æqualis angulo z f t per lineam a n d. Palàm, quòd hæc linea concurret cum g d: cum angulus a g n sit æqualis f z m angulo: [per conclusionem] & angulus g a n angulo z f t [per fabricationem: & totus angulus f z t æquatus sit toti angulo d g a: & per 32 p 1 anguli ad z & f sint minores duobus rectis. Ergo anguli ad g & a ipsis æquales, minores erunt duobus rectis. Itaque per 11 ax. g d, a d concurrent.] Igitur a d linea aut tanget circulum: aut secabit ipsum. Quoniam si non tetigerit, & arcus a b fuerit maior arcu a g: secabit arcum a b: & si a b fuerit minor: secabit arcum a g. Tangat igitur in puncto a. Cum igitur [per fabricationem] angulus g a n sit æqualis angulo z f t, & angulus a g n angulo f z y: erit [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & erit triangulum a g n simile triangulo z f y. Similiter cum [per fabricationem] a g d sit æqualis angulo f z t: erit [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum a g d simile triangulo f z t. Igitur quæ est proportio a n ad a g, ea est proportio f y ad f z: & quæ est proportio a g ad g d, ea est f z ad z t. Quare [per 22 p 5] quæ est proportio a n ad g d, ea est f y ad z t. Verùm cum [per fabricationem] t m sit æquidistans f l, & f t sit æquidistans l m: est [per 34 p 1] f t æqualis l m. Quare [per 2 ax] erit æqualis c o: cum [per 8 th 2 conicorum Apollonij] m o sit æqualis l c: sed [per 34 p 1] m o est æqualis y t: cum [per fabricationem] sit ipsi æquidistans, & y m æquidistans t o. Restat ergo [per 3 ax] f y æqualis c m: sed [per fabricationem] c m est æqualis i. Quare [per 1 ax] f y est æqualis i: sed [per fabricationem] proportio i [id est, per 7 p 5 f y] ad z t, sicut b g ad e q. Igitur [per 11 p 5] proportio a n ad g d, sicut b g ad e q. Verùm angulus g a n est æqualis angulo g b a: sicut probat Euclides in tertio [3a



tio [32 propositione] sed [per 29 p 1] angulus n g d est æqualis angulo a b g: cum [per fabricationem] n g sit æquidistans a b. Igitur [per 1 ax] angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio est æqualis. Quare [per 4 p. 1 d 6] triangulum n d g simile triangulo a d g. Igitur proportio a d ad d g, sicut g d ad d n. Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu a d in d n est æquale quadrato d g. Verùm quadratum a d est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g: sicut probat Euclides 36 propositione [libri tertij,] & quadratum a d est æquale ei, quod fit ex ductu a d in d n, & ei quod fit ex ductu a d in n a [per 2 p 2:] & illud, quod fit ex ductu b d in d g, est æquale quadrato d g, & ei quod fit ex ductu b g in g d: sicut probat Euclides [3 p 2.] Ablatis ergo æqualibus [quadrato nempe d g & rectangulo a d n] restat [per 3 ax,] ut, quod fit ex ductu a d in a n, sit æquale ei, quod fit ex b g in g d. Igitur [per 16 p 6] proportio primæ lineæ ad secundam, est sicut tertiæ ad quartam [nempe ut a d ad g d, sic b g ad a n: & alternè [per 16 p 5] ut a d ad b g, sic g d ad a n.] Quare [per consectarium 4 p 5] proportio a n ad g d, sicut b g ad a d. Sed iam dictum est, quòd proportio a n ad g d est, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est æqualis a d. Quod est propositum. Quòd si a d non tetigerit circulum, sed secuerit, & fuerit a g maior a b: secabit quidem arcũ a g. Secet ergo in puncto h: & ducatur linea h g. Palàm [per 22 p 3] quod duo anguli a h g, a b g ualent duos rectos: sed angulus n g d æqualis est a b g [per 29 p 1: quia n g parallela ducta est ipsi a b.] Igitur angulus a h g & angulus n g d sunt æquales duobus rectis. Quare [per 13 p 1. 3 ax] angulus n g d est æqualis angulo n h g: & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius angulus tertio angulo est æqualis: & triangulum h g d simile triangulo n d g [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio h d ad d g est, sicut proportio d g ad d n. Quare [per 17 p 6] illud, quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato d g: sed quod fit ex ductu a d in h d, est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g, sicut probat Euclides [cõsectario 36 p 3] & [per 1 p 2] illud, quod fit ex ductu a d in d h, est æquale ei, quod fit ex ductu d h in d n, & d h in a n: & [per 3 p 2] qd fit ex ductu b d in d g, est æquale ei, quod fit ex ductu b g in g d & quadrato d g. Ablatis igitur æqualibus, scilicet quadrato d g, & eo, quod fit ex ductu d h in d n: restat [per 3 ax] ut illud, quod fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei, quod fit ex ductu b g in d g. Quare proportio secundæ lineæ ad quartam, id est a n ad g d, sicut tertiæ ad primã, id est b g ad d h [est enim per 16 p 6 ut d h ad d g, sic b g ad a n: & per 16 p 5, ut d h ad b g, sic d g ad a n, & per consectarium 4 p 5, ut a n ad d g, sic b g ad d h.] Sed iam probatum est, quòd proportio a n ad d g, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est æqualis d h. Et ita est propositum. Si uerò a g sit minor a b: & secet a d arcum a b: sit sectionis punctum h: & ducatur linea h g. Palàm [per fabricationem primam & 29 p 1] quòd angulus n g d est æqualis angulo a b g: sed [per 27 p 3] anguli a b g, a h g sunt æquales: quia cadunt in eundẽ arcum. Igitur [per 1 ax] angulus n g d est æqualis angulo a h g, & angulus n d g communis. Quare [per 32 p 1] tertius tertio æqualis: & triangula similia [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio h d ad d g, sicut d g ad d n. Quare [per 17 p 6] quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato d g: sed quod fit ex ductu h d in d a, est æquale ei, quod fit ex ductu b d in d g [per consectarium Campani ad 36 p 3] & [per 1 p 2] qd fit ex ductu h d in d a, est æquale ei, quod fit ex ductu d n in h d & a n in h d: & [per 3 p 2] ductus b d in d g ualet quadratum d g, & ductum b g in d g. Igitur remotis æqualibus: [rectangulo nimirum h d n, & quadrato d g] erit [per 3 ax] ductus h d in a n, sicut b g in d g. Igitur [per 16 p 6: 16 p. 13 d 5] proportio a n ad d g, sicut b g ad h d. Sed iam dictum est, quòd proportio a n ad d g est, sicut b g ad e q. Igitur [per 9 p 5] e q est æqualis h d. Quod est propositum. Quare à puncto a dato, duximus lineam, secantem circulum, & à puncto sectionis ad diametrum est æqualis lineæ datæ.



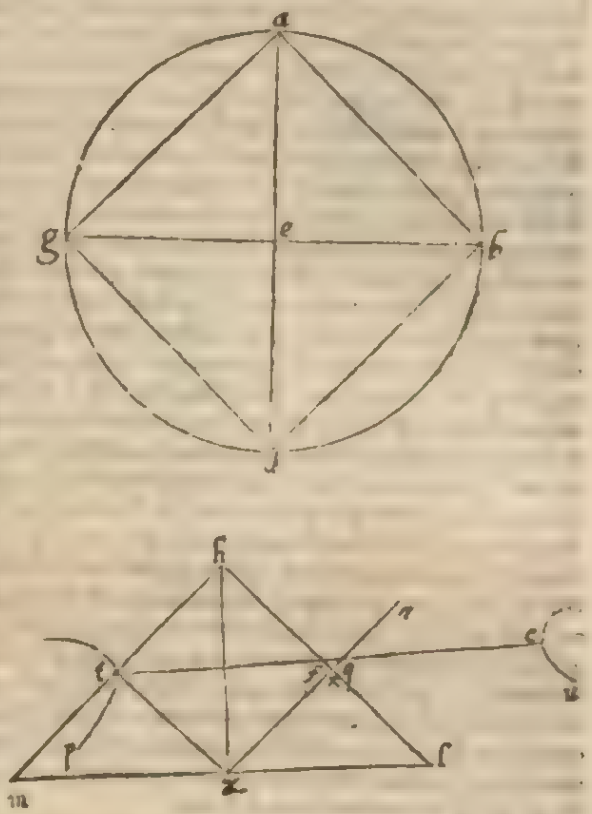


34. A puncto peripheriæ circuli extra datam diametrum dato, ducere lineam rectam, ita sectam data diametro, ut segmentum inter diametrum & punctum peripheriæ dato puncto oppositum, æquetur datæ rectæ, minori circuli diametro. 133 p 1.

AMplius à puncto dato in circulo, extra diametrum eius, est ducere lineam per diametrum ad circulum, ut pars eius à diametro ad circulum, sit æqualis lineæ datæ. Verbi gratia: a b g sit datus circulus: b g diameter: a punctum datum: h z linea data. Dico, quòd à puncto a est ducere lineam, transeuntem per diametrum b g, cuius pars à diametro ad circulum sit æqualis lineæ h z. Ducantur lineæ a b, a g: & [per 23 p 1] super punctum h fiat angulus æqualis angulo a g b per lineam m h: & super idem punctum fiat angulus æqualis angulo a b g per lineam h l: & [per 31 p 1] à puncto z

ducatur

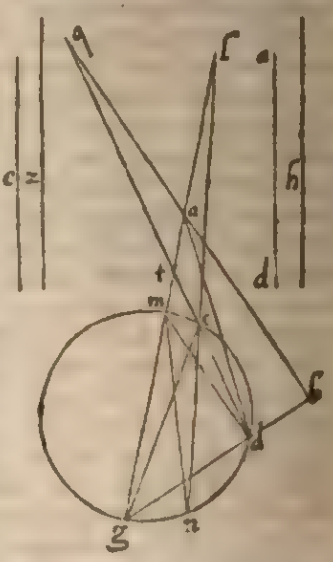
ducatur æquidistans lineæ h m: quæ sit z n: quæ quidem secabit h l [per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto z ducatur æquidistans h l: quæ sit z t: & secet h m in puncto t: & à puncto t ducatur sectio pyramidis t p, quam alsignauit Apollonius in libro pyramidum [4 th 2:] quæ quidem sectio non continget aliquam linearum z n, h l, inter quas iacet. Similiter fiat sectio pyramidis ei opposita inter easdem lineas: quæ sit c u. Cum igitur linea minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit æqualis diametro b g: circulus factus secundum hanc minimam lineam, posito pede circini super punctum t: continget sectionem c u. Si uerò minima ex lineis à puncto t ad sectionem c u ductis, fuerit minor diametro b g: circulus factus modo prædicto secundum quãtitatem b g, secabit sectionem in duobus punctis. Sit ergo t c minima, & æqualis diametro b g: quæ quidem secabit z n & h l: cum ducatur ad sectionem, quæ inter eas interiacet: & [per 31 p 1] ducatur à puncto z æquidistans huic: quæ quidem secabit h m, h l [per lemma Procli ad 29 p 1] sicut sua æquidistans t c. Secet ergo in punctis m l: & sit m z l: & punctum sectionis, in quo t c secat z n, sit q: & [per 23 p 1] super diametrum g b fiat angulus æqualis angulo h l m: qui sit d g b, & ducantur lineæ duæ a d, d b. Palàm ergo, cũ [per 31 p 3] angulus g a b sit rectus: alij duo anguli trianguli a g b ualent rectũ [per 32 p 1.] Quare angulus l h m est rectus: [constat enim è duobus angulis per fabricationẽ æqualib. angulis a g b, a b g rectũ æquantibus] & est æqualis angulo g d b: & [per fabricationem] angulus h l m est æqualis angulo d g b: Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo [per 4 p. 1 d 6.] Quare proportio b g ad b d est, sicut l m ad m h. Sed quoniam [per 27 p 3] angulus a d b æqualis est angulo b g a: quia cadunt in eundem arcum: & angulus b g a æqualis angulo m h z: [per fabricationem] est ergo [per 1 ax:] angulus a d b æqualis angulo m h z. Et iam habemus, quòd angulus d b g est æqualis angulo h m z. Igitur [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum d e b simile triangulo m h z. [per 4 p. 1 d 6] Sit autem e punctum, in quo linea a d secat diametrum b g. Igitur proportio b d ad d e, sicut m h ad h z. Verùm Apollonius [16 th 2] probat: quòd cum fuerint duæ sectiones oppositæ, & producatur linea à sectione ad aliam: pars eius, quæ interiacet inter unam sectionẽ, & unam ex lineis, est æqualis alij parti, quæ interiacet inter aliam sectionem, & aliam lineam. Quare q t æqualis est c f. Sed [per 34 p 1] t q est æqualis m z: cum sit illi æquidistans, inter duas æquidistantes. Igitur [per 1 ax.] m z æqualis f c: & [per 34 p 1] z l æqualis t f. Igitur [per 2 ax.] m l æqualis t c. Quare proportio t c ad h z, sicut m l ad h z. [per 7 p 5] Quare proportio g b ad e d, sicut t c ad h z. Demõstratũ enim est, ut g b ad b d, sic l m ad m h: item ut b d ad d e, sic m h ad h z: ergo per 22 p 5, ut g b ad d e, sic l m ad h z: sed ut l m ad h z, sic t c ad h z: quare per 11 p 5 ut g b ad d e, sic t c ad h z. Et cum t c sit æqualis b g [ex thesi] erit [per 14 p 5] e d æqualis h z. Quod est propositum. Si autem linea t c ad sectionem c u ducta, & minima: fuerit minor diametro b g: producatur ultra sectionem, donec sit æqualis, & secundum quantitatẽ eius fiat circulus: qui quidem circulus secabit sectionem in duobus punctis: à quibus lineæ ductæ ad t, erunt æquales b g: [per 15 d 1] & à puncto z ducatur æquidistãs utriq;. Et tunc erit ducere à puncto a modo prædicto duas lineas, æquales lineæ datæ: eritq; idem penitus probandi modus.

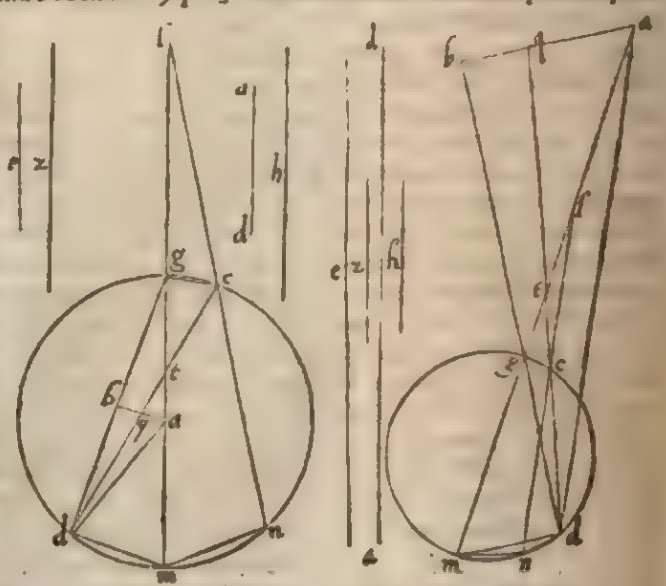


35. A' puncto dato in altero laterum trianguli rectanguli angulum rectum continẽtium, ducere per latus angulo recto oppositum, rectam, cuius segmentum conterminum reliquo lateri infinito, habeat ad segmentum lateris angulo recto oppositi, conterminum primo lateri, rationem in duabus rectis datam. 134 p 1.

AMplius: dato triangulo orthogonio, & dato puncto in uno laterum angulum rectum continentium, est ducere a puncto illo lineam, ad aliud laterum continentium rectum, secantem tertium oppositum recto, ita ut pars huius lineæ interiacens inter punctum sectionis & latus, in quo non est punctum datum, se habeat ad partem lateris oppositi recto, quæ est de sectione ad latus, in quo est punctum datum, sicut data linea ad datam lineam. Verbi gratia: est triangulum datũ a b g, cuius angulus a b g rectus. & in latere g b est punctum datum d, extra triangulum, aut intra. Dico, quod a puncto d est ducere lineam, secantem latus a g, & concurrentem cum latere a b: ita ut

pars eius interiacens inter latera a b, a g, sit eius proportionis ad partem lateris a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, sicut se habet e ad z, quæ sunt datę lineæ. Sit punctum d in ipso triangulo a b g: & [per 31 p 1] ducatur ab eo linea æquidistans a b: quæ sit d m: & [per 5 p 4] super tria puncta g, m, d fiat circulus: & protrahatur linea a d. Quoniam [per 29 p 1] planum est, quòd angulus g m d est æqualis angulo g a b: erit [per 9 ax.] maior g a d. Secetur ex eo æqualis per lineam m n: & sit d n m: & sit [per 12 p 6] h linea, ad quam se habeat a d, sicut se habet e ad z: & à puncto n, quod est punctum circuli, ducatur linea ad diametrum g m æqualis lineæ h, secundum suprà dicta [32 uel 33 n] & sit n l: [ita ut segmentum l c inter continuatam diametrum & peripheriam æquetur lineæ h] & punctum, in quo secat circulum, sit c: & ducatur linea g c: & à puncto d ducatur linea ad punctum c: quę, cum cadat inter duas æquidistantes, tenens angulum acutum cum altera, si producatur, necessariò concurret cum alia [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Cõcurrat igitur: & sit punctum concursus q. Planum [per 27 p 3] quòd angulus g m d est æqualis angulo g c d: quia cadunt in eundem arcum: & [per 29 p 1] angulus g m d est æqualis angulo g a b: restat igitur [per 1 ax. 13 p 1. 3 ax.] ut angulus g c q sit æqualis angulo g a q. Sit t punctum, in quo d q secat a g: & [per 15 p 1] angulus g t c est æqualis angulo a t q: igitur [per 32 p 1] tertius tertio. Quare triangulum a t q simile triangulo t c g [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio q t ad t g, sicut a t ad t c. Verùm [per fabricationẽ] angulus n m d est æqualis angulo t a d: & [per 27 p 3] angulo n c d [id est per 15 p 1 angulo l c t.] Quare [per 1 ax.] l c t æqualis t a d: & angulus c t l communis duobus triangulis: quare [per 32 p 1] tertius tertio: & triangulum simile triangulo, scilicet t l c triangulo t a d [per 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio t a ad t c, sicut proportio a d ad l c. Quare [per 11 p 5] proportio a d ad l c, sicut q t ad t g [patuit enim, ut q t ad t g, sic a t ad t c.] Sed [per fabricationem] l c est æqualis lineæ h: & [per fabricationem] proportio a d ad h, sicut e ad z. Ergo [per 7. 11 p 5] proportio q t ad t g, sicut e ad z. Quod est propositum. Si uerò d sumatur in illo latere extra triangulum: producatur [per 31 p 1] à puncto d, æquidistans a b: & sit d m: & ducatur a g, donec concurrat cum d m in puncto m, [concurrat autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Et fiat circulus transiens per tria puncta g, d, m: & ducatur linea a d: erit quidem [per 16 p 1] angulus g a d maior angulo g m d: fiat [per 23 p 1] ei æqualis: & sit n m d: & à puncto n, quod est punctum circuli, ducatur linea æqualis h lineæ [id uerò fiet per 33 uel 34 n: ita ut non tota linea à puncto n ducta, sed pars eius contermina diametro extrà continuatæ, æquetur ipsi h] ad quam lineã h se habeat a d, sicut e ad z, & sit n c l [tota nimirum linea, cuius pars c l æquetur lineæ h] super diametrum m g: & concursus sit l. Cũ igitur [per 22 p 3] angulus n m d & angulus n c d ualeant duos rectos: & [per fabricationem] angulus n m d sit æqualis angulo t a d: erũt duo triangula t c l, t a d similia. [Quia enim anguli n c d & l c d æquantur duobus rectis per 13 p 1, quibus item ex conclusо æquantur n c d & t a d: communi igitur n c d subducto, æquabitur reliquus l c d reliquo t a d: & anguli ad uerticem t æquantur per 15 p 1, & per 32 p 1, tertius tertio. Quare triangula t c l, t a d sunt similia per 4 p. 1 d 6.] Et cum [per 27 p 3] duo anguli g c d, g m d sint æquales: erunt duo triangula g t c, t a q similia: [Nam cum angulus g m d æquetur angulo t a q per 29 p 1 (parallelæ enim sunt d m b a per fabricationem) æquabitur per 1 ax. angulus t a q angulo t c g, & ad uerticem t æquantur per 15 p 1: ideoq; per 32 p 1 triangula g t c, t a q sunt æquiangula, & per 4 p. 1 d 6 similia] & erit proportio a d ad c l (quæ est æqualis h) sicut q t ad t g: & ita est e ad z, sicut q t ad t g. [Quia enim triangula t a d, t c l sunt æquiangula: erit per 4 p 6, ut a d ad c l, sic a t ad t c. Rursus quia triangula a t q, t c g sunt æquiangula: erit per 4 p 6, a t ad t c, sicut q t ad t g. Quare per 11 p 5 ut a d ad c l (id est e ad z) sic q t ad t g.] Quod est propositum.

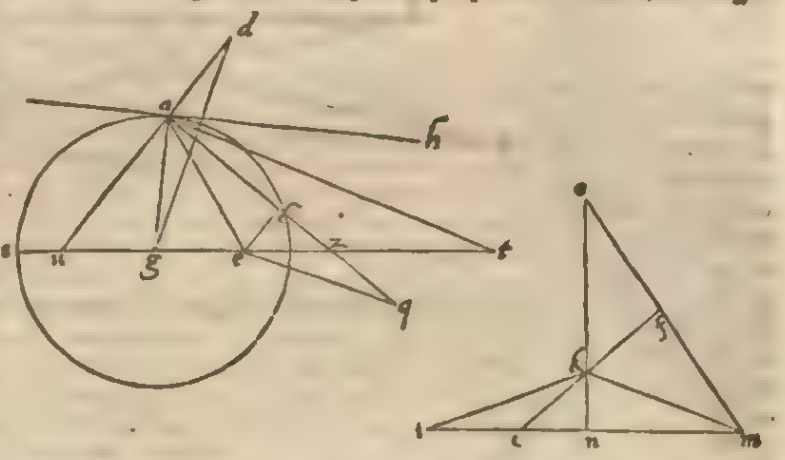




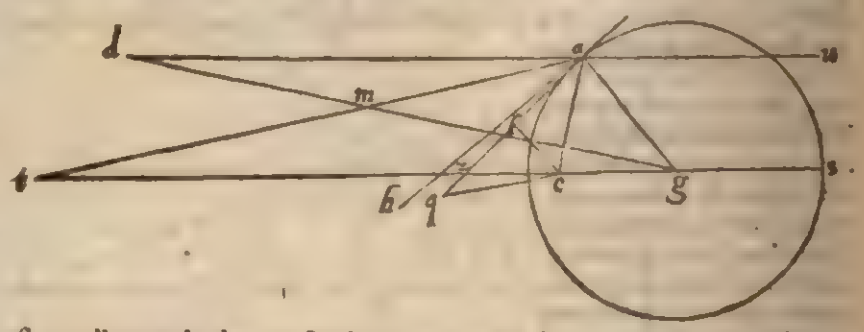
36. Duobus punctis extra circuli peripheriam, uel uno extra, reliquo intra datis: inuenire in peripheria punctum, in quo recta linea ipsam tangẽs, bifariam secet angulum comprehensum duabus

duabus rectis, à dictis punctis ad punctum tactus ductis. 135 p 1.

AMplius: duobus punctis datis, ſcilicet e, d, & dato circulo: eſt inuenire punctum in eo, ut angulum contentum à lineis, à punctis prædictis ad illud punctum ductis, diuidat per æqualia, linea circulum contingens in illo puncto. Verbi gratia: ducatur à puncto e ad centrum circuli dati, linea e g: & producatur uſq; ad circumferentiam: & ſit e s: deinde ducatur linea g d. Et ſit [per 10 p 6] m i linea diuiſa in puncto c, ut ſit proportio i c ad e m, ſicut e g ad g d: & [per 10 p 1] diuidatur m i per æqualia in puncto n: & [per 11 p 1] ducatur perpendicularis n o: & ſuper punctum m fiat angulus æqualis medietati anguli d g s [per 9 & 23 p 1] per lineá m o. Palàm, quòd erit minor recto. [Ná anguli ad g deinceps æquantur duobus rectis per 13 p 1: itaq; d g s ijſdem eſt minor: quare d g s dimidiatus minor eſt recto] & o n m rectus: igitur [per 11 ax.] cõcurret cum n o: concurrat aũt in puncto o: & ducatur à puncto c [per præcedentem numerum] linea ad triangulũ: quę ſit c k f: ita ut proportio k f ad m f ſit, ſicut proportio e g ad g s: & [per 29 p 1] ſuper punctum g [terminum lineæ e g] fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineam uſq; ad circulum ductam: quæ ſit a g: & ſit angulus a g e: & ducantur lineæ a g, a d. Dico, quòd a eſt punctum, quod quęrimus. Ducatur linea e a. Cum igitur angulus m f k [per fabricationem] ſit æqualis angulo a g e: & [per fabricationem] proportio k f ad m f, ſicut g e ad g a: cum [per 15 d 1] g a ſit æqualis g s: erit triangulum a g e ſimile triangulo m f k [per 6. 4 p. 1 d 6.] Igitur angulus f m k eſt æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f. Iam [per 23 p 1] à puncto a ducatur linea, tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k: & ſit linea a z: quę neceſſariò concurret cum linea e g. Quoniam, quæ eſt proportio k f ad m f, ea eſt e g ad g a, & angulus g a z æqualis eſt angulo f m c. [æqualis enim concluſus eſt angulus f m k angulo e a g] Igitur ſicut linea m o concurrit cũ f k in puncto f: ſic concurret a z cum e g. Sit concurſus in puncto z: & producatur a z uſq; ad punctũ q: ita ut linea a z ſe habeat ad z q, ſicut m c ad c i: [per 12 p 6]. & ducatur linea e q. Deinde [per 31 p 1] à puncto a ducatur æquidiſtans e q: quę ſit a t: erit quidem [per 29 p 1] angulus a q e æqualis angulo q a t. Et quoniam duo anguli z e a, e a t ſunt minores duobus rectis [quia per 29 p 1 anguli q e a, e a t æquantur duobus rectis] concurret a t neceſſariò cum e z [per 11 ax.] Sit concurſus punctum t. Palàm [ex prius demonſtratis] quòd angulus a e g eſt æqualis angulo m k f. Ducta autem à puncto e linea perpẽdiculari ſuper a z: quæ ſit e l: erit [per 32 p 1] angulus a e l æqualis angulo m k n: cum [per fabricationem] angulus e a l ſit æqualis angulo k m n, & angulus a l e ęqualis m n k: quia uterq; rectus: reſtat ergo [per 13 p 1. 3 ax.] l e z æqualis angulo n k c: & angulus e l z rectus, ęqualis angulo k n c: reſtat [per 32 p 1] ut angulus e z l ſit ęqualis k c n: igitur [per 12 p 1. 3 ax.] e z q æqualis angulo k c i. Palàm ergo [per 4 p. 1 d 6] quòd triangulum e a g ſimile eſt triangulo f m k: & triangulũ e a l ſimile triangulo k m n: & triangulũ e l z ſimile k n c: & triangulũ e a z triangulo k m c [Nam p fabricationem angulus e a l æquatur angulo k m n, & angulus e z l ęqualis oſtenſus eſt angulo k c n: ergo per 32 p 1 reliquus reliquo: ideoq; per 4 p. 1 d 6 triangula e a z, k m c ſunt ſimilia] Ergo proportio a z ad z e, ſicut m c ad c k, & [per fabricationem] proportio a z ad z q, ſicut m c ad c i: Igitur [per 22 p 5] proportio q z ad e z, ſicut i c ad c k. Quare [per 6. 4 p. 1 d 6] triangulum q z e ſimile triangulo i c k: & triangulũ q l e ſimile triangulo i n k [quia iam patuit triangulum e l z ſimile eſſe triangulo k n c: itaq; cum partes partibus ſimiles ſint: totum triãgulum q l e toti i k n ſimile erit. Quare per 1 d 6, ut q l ad l e, ſic i n ad n k: & ſimiliter ob triangulorum a e l, k m n ſimilitudinem eſt, ut e l ad a l, ſic k n ad m n] erit ergo [per 22 p & conſectarium 4 p 5] proportio m n ad n i, ſicut a l ad l q: & ita a l æqualis l q [quia m n æquata eſt ipſi n i] & [per 4 p 1] e q erit ęqualis e a: & angulus e q z æqualis angulo l a e: & [per fabricationem & 29 p 1] angulus e q z ęqualis angulo z a t: igitur [per 15. 32 p 1] tertius tertio ęqualis. Quare [per 4 p 6] proportio q z ad z a, ſicut e z ad z t, & ſicut e q ad a t: & [per 7 p 5] ſicut a e ad a t. Sed q z ad z a, ſicut e g ad d g [fuit enim per fabricationem e g ad g d, ſicut i c ad c m: item ut c m ad i c, ſic a z a d z q, & per cõſectarium 4 p 5 ut i c ad c m, ſic z q ad a z: ergo per 11 p 5, ut e g ad g d, ſic z q ad a z.] Igitur [per 11 p 5] a e ad a t, ſicut e g ad g d. Fiat autem [per 23 p 1] ſuper punctum a angulus æqualis angulo g a e: qui ſit u a g. Palam, quòd angulus g a l eſt medietas anguli u a t: [Quia enim ex concluſo anguli z a t, z a e æquantur eidem z q e: ipſi inter ſe æquantur. Itaq; ſi æqũalib. æqualia addantur, æquabitur angulus g a l duobus angulis u a g, z a t. Quare totus u a t duplus erit anguli g a l] Sed eſt medietas d g u: [quia angulus g a l ęqualis concluſus eſt angulo f m c: qui per fabricationem eſt dimidius anguli d g u.] Quare angulus u a t eſt ęqualis angulo d g u: [per 6 ax.] ſed anguli u a t,

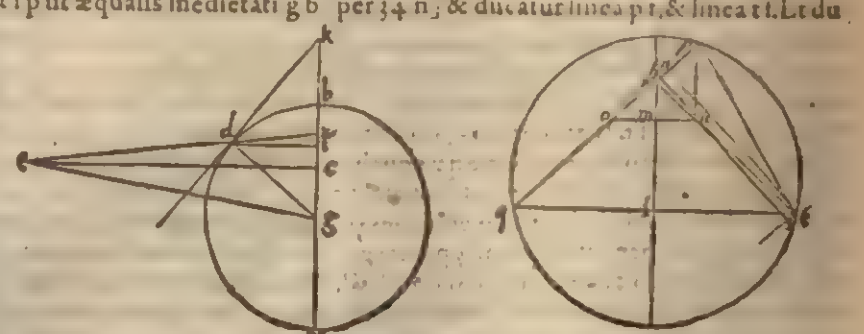


& t u a ſunt minores duobus rectis [per 17 p 1] cum a t & t u concurrant. Quare duo anguli t u a & d g u ſunt minores duobus rectis: igitur [per 11 ax.] a u concurret cum d g. Dico, quòd concurret in puncto d: quoniam efficiet cum lineis u g, g d triangulum ſimile triãgulo a u t: habebunt enim angulum a u g communem: & angulus t a u eſt æqualis angulo d g u [per concluſionẽ. Igitur [per 4 p 6] proportio a u ad a t, ſicut u g ad lineam, quã ſecat a u ex d g: & [per 3 p 6] proportio e a ad a u, ſicut e g ad g u: cũ ſit angulus u a g æqualis angulo g a e [per fabricationem.] Cum ergo eadem ſit proportio e a ad a t, ſicut e g ad g d [ex concluſo] & proportio e a ad a t, ſit compoſita ex proportione e a ad a u & a u ad a t [ratio enim extremorum cõponitur ex omnib rationibus intermedijs, ut demonſtrauit Theon ad 5 d 6] erit proportio e g ad g d cõpoſita ex ijſdem. Quare erit cõpacta ex proportione e g ad g u & g u ad lineã, quã ſecat a u ex d g. Sed [ratio e g ad g d] eſt cõpacta ex proportionib. e g ad g u & g u ad g d. Igitur linea, quã ſecat a u ex g d, eſt linea g d: igitur a u ſecat d g in puncto d. Producatur ergo [per 17 p 3] à puncto a cõtingens: quę ſit h a: erit ergo [per 18 p 3] g a h rectus: ſed g a l eſt medietas anguli d g u: igitur angulus l a h eſt medietas anguli d g e: cũ illi duo [d g u, d g e] ualeãt duos rectos [per 13 p 1.] Sed cũ angulus t a u ſit æqualis angulo d g u: erit angulus t a d æqualis d g e [per 13 p 1 3 ax.] Igitur angulus l a h eſt medietas anguli t a d & angulus e a l medietas anguli e a t [quia, ut patuit, e a l æquatur ipſi l a t:] igitur angulus e a h medietas anguli e a d. Quare a h diuidit angulum e a d per æqualia. Quod eſt propoſitũ. Si uerò a u (cum ſit angulus ſuper punctum a æqualis angulo g a e) non cadit ſuper lineam e s extra circulum, uel intra: ſit ergo æquidiſtans. Igitur [p 29 p 1] angulus u a g æqualis eſt angulo a g e. ſed idem eſt æqualis angulo g a e [ex theſi. Quare [per 1 ax.] angulus g a e eſt æqualis angulo a g e: igitur [per 6 p 1] e g eſt æqualis a e. Similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g [per 29 p 1. Sed iam dictum eſt, in primo caſu huius numeri] quòd angulus t a d eſt æqualis angulo d g t. Igitur angulus a t g eſt æqualis angulo d g t: & ſimiliter [per 29 p 1] duo anguli a d g, d g t ſunt æquales: igitur duo anguli a d g, a t g ſunt æquales. Sequetur ergo ex his, quod linea, quam ſecat a u ex d g, ſit æqualis lineæ a t [nam cũ anguli a t g, d g t: itẽ a d g, t a d æquentur: æquabitur per 6 p 1 t m ipſi m g: item m d ipſi m a. Itaq; ſi æqualibus æqualia addantur: æquabitur d g ipſi a t.] Et iam dictum eſt, quod e g æqualis ſit a e. Igitur [per 7 p 5] proportio e g ad lineam, quã ſecat a u ex d g, eſt ſicut a e ad a t. Sed iam dictum eſt ut a e ad a t, ſic e g ad g d: igitur linea, quã ſecat a u ex d g, eſt d g. Et cum t a d ſit æqualis d g t: erit [ex h] medietas anguli t a d, ſicut dictum eſt ſuprà, & e a l medietas e a t. Erit ergo e a h medietas anguli e a d. Quod eſt propoſitum.



37. A dato extra circulum puncto, ducere ad datam diametrũ, lineã rectã: cuius pars inter peripheriam & datam diametrum æquetur parti diametri centro circuli contermine 36 p 1.

AMplius: dato circulo, cuius centrum g: & data in eo diametro b g: & dato e puncto extra circulum: eſt ducere à puncto e ad diametrum b g, lineã ſecãtem circulum, ita ut pars eius a circulo uſq; ad diametrũ ſit æqualis parti diametri, interiacenti inter ipſam & centrum. Verbi gratia: ducatur à puncto e perpendicularis ſuper diametrum: & ſit e c: & ducatur linea e g: & ſumatur linea q t æqualis e c: & [per 33 p 3] fiat ſuper q t portio circuli, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, ſit æqualis angulo e g b: & compleatur circulus [per 25 p 3] & a medio puncto q t ducatur ex utraq; parte perpẽdicularis uſq; ad circulũ: erit quidẽ [per cõſectarium 1 p 3] diameter huius circuli: & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ, ſecans eam in puncto f. & producatur uſq; ad punctum p circuli, ita ut f p ſit æqualis medietati g b [per 34 n] & ducatur linea p t, & linea t t. Et ducatur à puncto p linea æquidiſtans diametro: quæ ſit p u: cõcurratq; cũ t ſin puncto u: [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] & à puncto u ducatur æquidiſtãs t q: quæ ſit u o: & à pũcto t ducatur perpendicularis ſuper p q: quæ ſit t n: & à puncto t ducatur æquidiſtans p q: quæ ſit t s: & à puncto u perpendicularis ſuper p q: quæ ſit u h. Deinde [per 23 p 1] ex angulo b g e fecetur angulus æqualis angulo q p u: [id aũt fieri poteſt, cum totus angulus q p t æquetur p theſin angulo b g e: ideoq; pars illius ab hoc toto detrahi poteſt] q ſit b g d:

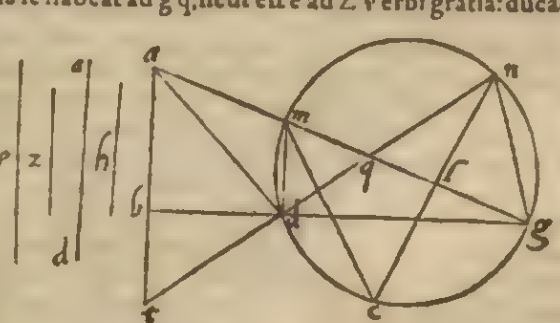


& duca-

& ducatur linea e d z. Dico, quòd d z est æqualis z g: & ducatur à puncto d perpendicularis super b g: quæ sit d i. & ducatur [per 17 p 3] à puncto d contingens: quę sit d k Palàm, cũ diameter f l sit perpendicularis super q t [per fabricationem] & super o u [per 29 p 1] & p u sit æquidistans ei: erit [per 29 p 1] angulus o u p rectus: & cum o u diuidatur à diametro per æqualia & orthogonaliter: [Nam per fabricationẽ, 29. 32 p 1 triangula f q l, f o m: itẽ t l t, f m u sunt æquiangula. Itaq; per 4 p 6 ut q l ad l f, sic o m ad m f: & ut t l ad l t, sic f m ad m u: ergo per 22 p 5 ut q l ad l t, sic o m ad m u: atqui per fabricationem q l æquatur ipsi l t: ergo o m æquatur ipsi m u erit [per 4 p 1] f o æqualis f u, & angulus f o u æqualis angulo f u o. Sed cũ duo anguli p o u, o p u ualeant rectum [per 32 p 1: quia angulus ad u rectus ostensus est] erit angulus f u p æqualis angulo f p u. [angulus enim f o u æquatur angulo f u o ex concluso, & anguli p o u & o p u æquantur uni recto. Quare anguli f u o f p u æquantur uni recto: & angulus o u p rectus est: subducto igitur cõmuni angulo f u o: reliquus f u p æquabitur reliquo f p u per 3 ax.] Quare [per 6 p 1] f p æqualis est f u & ita [per 1 ax.] æqualis f o: & ita p o æqualis b g: [quia f p æquatur per fabricationem dimidię g b, & ex concluso ipsi f o: tota igitur p o æquatur toti b g] & æqualis g d: [per 15 d 1] & ita [per 7 p 5] e c ad g d, sicut t q ad p o. Sed cũ angulus k d g sit rectus [per 18 p 3] æqualis angulo g i d: & angulus i g d cõmunis: erit triangulum i g d simile triangulo k d g: [p 32 p 1. 4 p 1 d 6] & proportio g d ad d i, sicut g k ad k d. Sed [per fabricationẽ] angulus k g d est æqualis angulo o p u, & angulus k d g rectus. æqualis o u p: & ita triangulum k g d simile triangulo o u p: & [per 1 d 6] proportio g k ad k d, sicut o p ad o u. Igitur [per 11 p 5. d g ad d i, sicut o p ad o u. Igitur proportio e c ad d i, sicut t q ad o u [demõstratum enim est, ut e c ad g d, sic t q ad p o: & ut g d ad d i, sic p o ad o u: ergo per 22 p 5, ut e c ad d i, sic t q ad o u.] Sed proportio q t ad o u, sicut t f, ad f u: cũ triãgulum t f q sit simile triangulo o f u, [per 29 p 1. 4 p. 1 d 6.] Verũ [per fabricationem & 29 p 1] angulus u t s æqualis angulo h f u: quia coalternus est: & angulus u s t rectus, æqualis angulo f h u: erit triangulum u s t simile triangulo h u f: & ita proportio t u ad u f, sicut s u ad u h: [quare per 18 p 5 t f ad u f, sicut s h ad u h. Sed [per 34 p 1] t n æqualis s h: cum sit ei æquidistans [per 28 p 1: quia anguli ad h & n interiores sunt recti per fabricationẽ] & sint inter duas æquidistãtes. Igitur [per 7 p 5] proportio t f ad u f, sicut t n ad u h. Quare proportio q t ad o u, sicut t n ad u h: & e c ad d i, sicut t n ad u h [Nã ostensum est, ut e c ad d i, sic t q ad o u: itẽ ut t q ad o u, sic t f ad u f: & ut t f ad u f, sic s h, id est, t n ad u h: ergo per 11 p 5 ut e c ad d i, sic t n ad u h.] Sed cum [per fabricationem] angulus g i d sit rectus, æqualis angulo p h u, & angulus i g d æqualis angulo h p u: est triangulũ i g d simile h p u triangulo: & [per 1 d 6] proportio i d ad g d, sicut h u ad u p: quare proportio e c ad g d, sicut t n ad u p [ostensum enim est proxime ut e c ad d i, sic t n ad u h: & ut d i ad g d, sic u h ad u p: ergo ex æquo ut e c ad d g, sic t n ad u p.] Sed cum [per fabricationem] c g sit æqualis angulo n p t, & angulus g c e rectus, æqualis p n t: erit [p 22 p 1. 4 p 6] g e ad e c, sicut p t ad t n. Igitur g e ad g d, sicut p t ad u p: patuit enim, ut g e ad e c, sic p t ad t n: & ut e c ad d g, sic t n ad u p: ergo p 22 p 5, ut g e ad d g, sic p t ad u p.] Sed [per fabricationẽ, 3 ax.] angulus d g e est æqualis angulo u p t. Igitur triangulũ d g e simile triangulo u p t: [p 6. 4 p. 1 d 6] ergo angulus g d e æqualis angulo p u t: restat ergo [per 11 p 1. 3 ax.] angulus g d z æqualis angulo f u p: [& per fabricationẽ angulus f p u æquatur angulo z g d] quare tertius tertio [per 32 p 1: ideoq; triangula z g d, f p u erunt æquiangula] & [per 4 p 6] proportio d z ad z g, sicut u f ad f p: sed u f æqualis est f p. Ergo d z æqualis z g. Quod est propositum.

38. A puncto dato in altero laterũ trianguli rectanguli, angulũ rectũ continentiũ, ducere ad latus angulo recto oppositũ, rectã cõcurrẽtẽ cũ reliquo latere infinito: ita, ut tota ad segmẽtũ lateris angulo recto oppositi, cõterminũ primo lateri, habeat rationẽ in duab. rectis datã. 137 p 1.

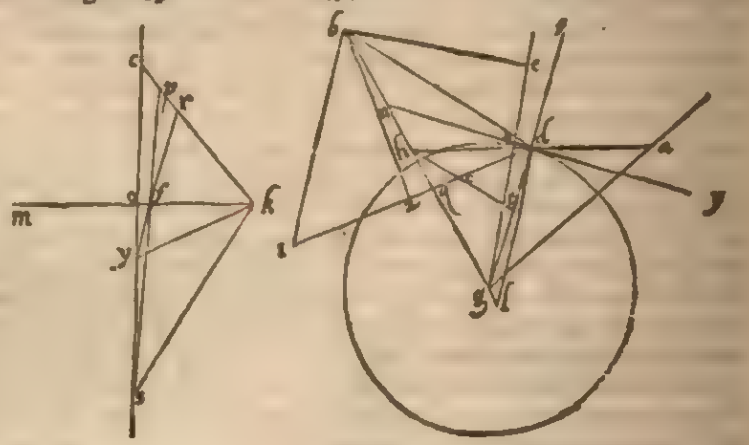
AMplius: dato triangulo orthogonio a b g: cuius angulus a b g rectus: & dato in b g, uel a b pũcto d: est ducere lineã à puncto d ad latus a g. concurrentẽ in puncto, quod sit q: & ex alia parte cõcurrentẽ cũ alio latere: ut ipsa totalis se habeat ad g q, sicut est e ad z. Verbi gratia: ducatur à puncto d æquidistãs a b: quæ sit d m: & [p 5 p 4] fiat circulus, trãsiens per tria puncta d, m, g: erit m g diameter [per consectariũ 5 p 4] & ducatur linea a d: & sit [per 12 p 6] h linea, ad quã se habet a d, sicut e ad z. Et cũ [per 29 p 1] angulus d m g sit æqualis b a g: secetur ex eo æqualis angulo d a g: & sit c m d: & ducatur m c, quousq; contingat circulũ in puncto c: à quo ducatur [per 34 n] linea ad diametrũ m g usq; ad circulum: ita quòd l n sit æqualis lineæ h: & ducatur linea n g, & linea d n cõcurrens cũ a g in puncto q, & cũ a b in puncto t. Cũ igitur [p 27 p 3] angulus d m c sit æqualis angulo d n c: quia super eundẽ arcũ: erit [per 1 ax.] angulus q n l æqualis angulo d a q, & [per 15 p 1] n q l æqualis angulo d q a. Quare [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum n q l simile triangulo d q a: ergo a q ad q n, sicut a d ad n l. Verũ cũ angulus d m g sit æqualis angulo d n g [per 27 p 3] erit [per 1 ax.] q n g æqualis t a q. Sit t punctũ, in quo d n concurrit cũ a b: & [p 15 p 1] angulus t q a æqualis angulo n q g: erit triangulũ t q a simile triãgulo n q g: & [per 1 d 6. 16 p 5] erit proportio a q ad q n, sicut t q ad q g. Igitur [per 11 p 5] proportio t q ad q g, sicut a d ad n l: sed [per fabri-



cationē] n l ęqualis h:& a d ad h,ſicut e ad z. Igitur [p 11 p 5] t q ad q g, ſicut e ad z. Qđ eſt ꝓpoſitum. Pōt aūt cōtigere: quòd à pūcto c erit ducere lineas duas, ſimiles c l n:& tūc erit ducere duas lineas à puncto d, ſimiles t q, ut utriuſq; ad partē, q̄ ſecat ex a g, ſit ꝓportio, ſicut e ad z:& erit eadē probatio.

39. Viſu & uiſibili à centro ſpeculi ſpharici conuexi inæquabiliter diſtantibus, punctum reflexionis inuenire. 22 p 6.

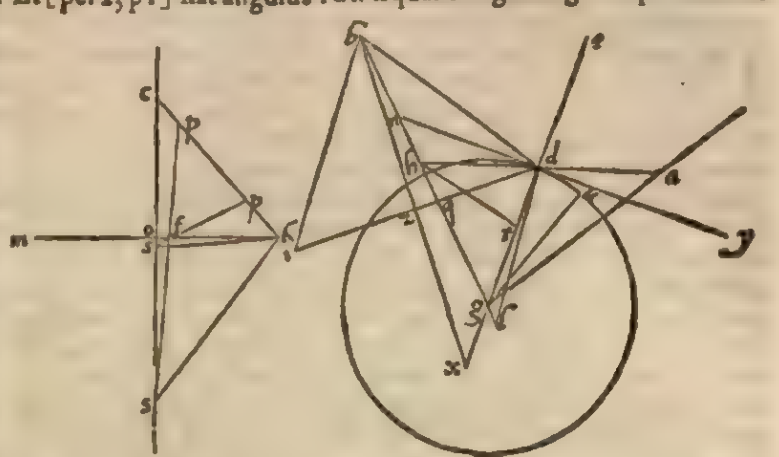
PRędictis habitis, dato ſpeculo ſphærico: erit inuenire punctū reflexionis. Verbi gratia: ſit a cē trū uiſus: b punctū uiſum: g centrū ſphærę: & ducantur lineę a g, b g:& ſumatur ſuperficies, in qua ſunt hę duę lineæ [ſunt enim in eadē ſupficie p 23 n 4] & ſumatur circulus, cōmunis huic ſuperficiei & ſpeculo. Inuenietur ergo punctū reflexionis in hoc circulo. Et ſumatur linea alia m k: & [p 10 p 6] diuidatur in pūcto f, ut m f ſe habeat ad f k, ſicut b g ad g a:& [per 10 p 1] diuidatur m k p æqualia in puncto o:& [per 11 p 1] ducatur à puncto o perpēdicularis: quę ſit c o:& ducatur à pūcto k linea ad c o, tenens cū ea angulū æqualē medietati anguli b g a: [hoc aūt fiet: ſi linea e g bifariā ſecans angulū b g a, & o c infinitę intelligātur, educta à puncto b perpendiculari ſuper e g, fiat angulus o k c ęqualis angulo e b g: tūc enim (quia anguli ad o & e ſunt recti) ęquabitur angulus o c k angulo e g b per 32 p 1] quę ſit k c:& à pūcto f ducatur linea ad c k: quę ſit f p:& cōcurrat cū c o in pūcto s, ita ut proportio s p ad p k ſit, ſicut b g ad ſemidiametrū g d [per prędentē numerū. Et ꝑ 23 p 1] ex angulo b g a ſecetur ęqualis angulo f p k: [Id aūt fieri poſſe hinc cōſtat. Quia enim angulus s c p, maior angulo c s p per 18 p 1 (cū latus p s maius ſit latere c p: ſecus propoſitū problema per lineā m k expediri nō poſſet) ęquetur per fabricationē dimidiato angulo b g a: ergo c s p eodē dimidiato minor eſt. Quare duo anguli s c p, c s p minores ſunt angulo b g a: at per 32 p 1 duob. angulis s c p, c s p ęquatur angulus s p k: ideirco s p k minor eſt angulo b g a. Itaq; ab hoc ęqualis illi detrahi poteſt] ſcilicet d g b:& ducātur lineę s k, b d: erit igitur [ꝑ fabricationē] ꝓportio b g ad g d, ſicut s p ad p k:& ita [per 6. 4 p. 1 d 6] triangulū s p k ſimile triāgulo b g d:& erit angulus s k p ęqualis angulo b d g. Sed forſan ſecundū prędicta [34. 38 n] poterimus à puncto f ducere aliā lineā ad c k, ſimilē s p: ut ſit ꝓportio eius ad partē, q̄ ſecabit ex c k, ſicut s p ad p k:& tūc à pūcto k ad o s ducetur alia linea q̄ s k, alīū cū c k angulū tenēs maiorē uel minorem angulo c k s. Si maior ex his angulis non fuerit maior recto: nō licebit inuenire pūctū reflexionis [ut mox oſtēdetur.] Sit ergo angulus c k s maior recto: erit angulus b d g [q illi ęqualis eſt oſtēſus] maior recto. & inuenitur punctū ſic. Ducatur [p 17 p 3] cōtingens n d y. Et quia angulus p k o eſt minor recto [p 32 p 1: q a c o k rectus eſt ꝑ fabricationē] ſecetur [per 23 p 1] ex angulo b d g [q recto maior eſt ex conclusione] æqualis ei: qui ſit q d g: eſt igitur triangulū f p k ſimile triāgulo q g d [ęquatus. n. eſt angulus s p k angulo b g d, & q d g angulo p k f: reliquus igitur ad f ęquatur reliquo ad q ꝑ 32 p 1, & ꝑ 4 p. 1 d 6 triāgula f p k, q d g ſunt ſimilia, & erit angulus d q b ęqualis angulo k f s [p 13 p 1. 3 ax.], & triāgulū d q b ſimile triangulo k f s. [totus. n. angulus p k s ęquatur toti b d g, ut patuit:& p k f ęquatur ipſi q d g ꝑ proximā fabricationē: ergo per 3 ax. reliquus f k s ęquatur reliquo q d b: & p 32 p 1 tertius tertio. Itaq; per 4 p. 1 d 6 d q b, k f s triangula ſunt ſimilia.] Producatur d q,& [per 12 p 1] ducatur à puncto b perpēdicularis ſup ipſam: quę ſit b z: erit [per 13 p 1] angulus b q z ęqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus, ęqualis angulo s o f:& ita triāgulū b q z ſimile triangulo s f o. Ducatur d z uſq; ad punctū i:& ſit z i ęqualis z d [per 3 p 1. Palā [ē triangulorū z q b, s o f: itē q d b, k f s ſimilitudine] quòd z q ad q b,& q b ad q d, ſicut o f ad f s,& f s ad f k [ideoq; per 22 p 5, ut z q ad q d, ſic o f ad f k,& ex hoc [per 18 p 5] z d ad q d, ſicut o k ad f k:& ita [ſumendo antecedentiū dupla per 15 p 5] i d ad q d, ſicut m k ad f k:& ita [per 17 p 5] i q ad q d, ſicut m f ad f k:& [per 11 p 5] i q ad q d, ſicut b g ad g a [eſt enim per fabricationē in f ad f k, ſicut b g ad g a.] Ducatur aūt linea b i:& ei æquidiſtās d l: erit triangulū l d q ſimile triāgulo b q i: [Nā per 29 p 1 angulus q d l ęquatur angulo b i q,& per 15 p 1 d q l ipſi b q i: itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo:& per 4 p. 1 d 6 triāgula d q l, b q i erunt ſimilia] & ꝓportio i q ad q d, ſicut i b ad d l. Et cum i z ſit ęqualis z d,& b z perpendicularis: erit [per 4 p 1] b d æqualis b i. Quare erit [per 7. 11 p 5] b d ad d l, ſicut b g ad g a. Ducatur à puncto d linea: quę ſit d h, æqualem tenens angulum cū linea l d, angulo b g a:& cū h l & d l concurrant: erunt [per 17 p 1] l h d, l d h minores duobus rectis:& ita duo anguli a g h, d h g, eis ęquales, ſunt minores duobus rectis: quare [p 11 ax.] h d cōcurret cū g a. Dico quòd cōcurret in pūcto a. Palā [per 18 p 3] quòd angulus g d n rectus, eſt ęqualis duobus angulis o c k & o k c: [quia ę qualis eſt angulo m o c recto, ęquali eiſdē angulis per 32 p 1] & angulus o k c ęqualis angulo g d q: [per fabricationem] reſtat [per 3 ax.] angulus q d n ęqualis angulo o c k:



lo b c k: & ita q d n medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l [æquati angulo b g k.] Sed [p 3 p 6] angulus q d b est medietas anguli b d l: quoniã ꝓportio b q ad q l, sicut b d ad d l: cũ triangulũ d l q sit simile triangulo b q i [ex cõclusõ] & b d æqualis b i, [ut patuit.] Restat ergo, ut angulus n d b sit medietas anguli h d b: & ita b d n æqualis n d h. Producatur g d ultra d ad punctũ f. Quia igitur [per 18 p 3] anguli f d n, g d n sunt recti: ergo [p 3 ax.] restat b d f æqualis angulo h d g: Sed angulus h d g æqualis angulo f d a contrà posito [per 15 p 1.] Quare b d f æqualis f d a. Et ita d est punctũ reflexionis [per 12 n 4.] Ita dico: si a d cõcurrat cũ a g in pũcto a: quod quidẽ sic patebit. Ducatur [per 31 p 1] linea h t æquidistãs b d. Palàm [è proximè demõstratis] quòd angulus b d f æqualis est angulo h d g: sed [per 29 p 1] b d f est æqualis angulo h t d [ergo per 1 ax. h d g, h t d æquãtur.] Quare [per 6 p 1] h t erit æqualis h d. Sed proportio b d ad h t, sicut b g ad g h. [sunt enim triangula b d g, h t g æquiangula: quãdoquidẽ angulus a d g cõmunis est, & g h t æquatur g b d per 29 p 1: ideoq; per 32 p 1 tertius tertio. Quare per 4 p 6 habẽt latera æqualib. angulis oppositа homologa.] Igitur [per 7 p 5] proportio b d ad d h, sicut b g ad g h. Sed h d producta cõcurret cũ g a [ut mõstratũ est] & fiet triangulũ simile triangulo h d l: cũ habeant angulũ l h d cõmunẽ, & angulus h d l sit æqualis angulo h g a [per fabricationẽ: & per 32 p 1 reliquus reliquo.] Igitur [per 4 p 6] proportio h d ad d l, sicut h g ad lineã, q̃ secat h d ex g a: & ꝓportio b d ad d l cõstat ex ꝓportiõe b d ad d h, & d h ad d l [ratio. n. extremorũ cõponitur ex omnib. ratiõib. intermedijs, ut ostẽdit Theon ad 5 d 6.] Igitur cõstat ex b g ad g h, & g h ad lineã, q̃ secat h d ex g a: [sed b d ad d l, sicut b g ad g a [ut patuit.] Igitur ꝓportio b g ad g a cõstat ex ꝓportionib. b g ad g h & g h ad lineã, q̃ secat h d ex g a: sed cõstat ex ꝓportionib. b g ad g h, & g h ad g a. Igitur g a est linea q̃ secat h d ex g a: & ita cõcurret cũ ea in pũcto a. Qd' est ꝓpositũ.

40. Si radius à uisibili speculo sphærico cõuexo obliquè incidens, cum semidiametro eiusdem angulũ nõ maiorẽ recto coprehendat: non reflectetur ad uisum ab illo incidẽtiæ punctο. 21. 22 p 6.

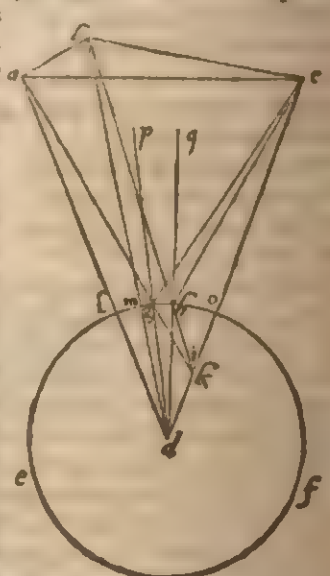
SI uerò angulus c k s nõ fuerit maior recto. Dico, qd' nõ fiet reflexio ab aliquo pũcto speculi ad uisum. Si enim dicatur, quòd potest: Sit d punctũ reflexionis: & producatur linea a d usq; ad h punctũ in diametro b g. Et [per 23 p 1] fiat angulus l d h æqualis angulo a g b: & producatur cõtingens n d y: & fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b. Palàm, quòd triangulũ h d l simile est triangulo h g a [quia enim angulus h d l æquatus est angulo h g a: & d h g est communis: æquabitur per 32 p 1 tertius tertio: & per 4 p. 1 d 6 triangula erunt similia.] Quare proportio d h ad d l, sicut h g ad g a: sed b d ad d h, sicut b g ad g h: qd' patebit per æquidistantẽ h t ipsi b d. [sic enim triangula b g d, h g t fient æquiangula. Et h d æquatur ipsi h t. Nam quia d per thesin est punctum reflexionis, & e g perpendicularis plano speculũ in reflexionis puncto tãgenti per 25 n 4: æquabitur angulus b d e angulo a d e per 12 n 4: & per 29 p 1 b d e, id est a d e, id est p 15 p 1 h d t æquatur ipsi h t d: Itaq; per 6 p 1 latus h d æquatur lateri h t.] Igitur b d ad d l, sicut b g ad g a [quia enim ex cõclusõ est, ut b d ad d h, sic b g ad g h: itẽ ut d h ad d l, sic g h ad g a: erit per 22 p 5, ut b d ad d l, sic b g ad g a.] Sed cũ angulus b d e sit æqualis angulo h d g: [ex cõclusõ] erit angulus b d n medietas anguli b d h [nã anguli n d e, n d g recti per 18 p 3, æquãtur per 10 ax: & b d e ipsi h d g: ergo per 3 ax. reliquus b d n reliquo h d n æquatur. Itaq; b d n dimidius est ipsius b d h.] Sed n d q est medietas anguli h d l [est enim per fabricationẽ dimidius anguli a g b, cui æquatus est h d l.] Igitur b d q medietas anguli b d l. Quare [per 3 p 6] proportio b q ad q l, sicut b d ad d l. Ducatur [p 31 p 1] à pũcto b æquidistãs d l: & sit b i: & cõcurrat d q cũ e a in pũcto i: [cõcurret aũt per lẽma Procli ad 29 p 1] & [p 10 p 1] diuidatur d i in æqualia in pũcto z: & ducatur b z: erit [p 29. 15. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulũ b q i simile triangulo q d l. Igitur ut b q ad q l, sic b i ad d l [at ostẽsum est, ut b q ad q l, sic b d ad d l: ergo per 11 p 5 ut b i ad d l, sic b d ad d l] & ita [per 9 p 5] b i æqualis b d: & i q ad q d, sicut m f ad f k: [est enim ob triangulorum b q i, q d l similitudinem, ut i q ad q d, sic b q ad q l: & ut b q ad q l, sic b i, id est, b d ad d l: & ut b d ad d l, sic b g ad g a ex cõclusõ: & ut b g ad g a, sic m f ad f k per fabricationẽ: ergo per 11 p 5, ut i q ad q d, sic m f ad f k] & ita [per 18 p 5] i d ad q d, sicut m k ad f k: & ita [sumendo antecedentiũ dimidia per 15 p 5] d z ad q d, sicut o k ad f k: & ita [per 17 p 5] z q ad q d. sicut o f ad f k. Palàm, quòd b z est perpendicularis: [quia enim b i æquatur b d ex conclusõ. & i z ipsi z d per fabricationem, & b z communis est: erũt triangula i b z, d b z æquiangula p 8 p 1: & angulus b z i æquabitur angulo b z d: suntq; deinceps: Quare per 10 d 1 b z perpẽdicularis est i d] ꝓducatur, donec cõcurrat cũ d g in pũcto x: qd' quidẽ possibile est [per 11 ax.] cũ angulus d z x sit rectus, z d x minor recto. Et palã, qd' ꝓportio b g ad g d, sicut s p ad p k: [p fabricationẽ.] Cũ ergo angulus c k s dicatur nõ esse maior recto: dico, qd' sup pũctũ k fiet maior recto, p lineã



cõcurrentẽ cũ c o in pũcto, à quo ducetur linea ad c k, trãsiens p pũctũ f, retinẽs proportionẽ ad partẽ p k, ſicut b g ad g d. Quòd aũt hoc poſsibile, planum eſt: cũ angulus q d n ſit æqualis angulo k c o: [eſt enim uterq; dimidius duorũ æqualiũ b g a, h d l, ut mõſtratũ eſt] erit angulus q d g æqualis angulo c k o. [quia enim trianguli c o k angulus ad o rectus eſt: reliqui o c k, o k c æquãtur uni recto p 32 p 1: ideoq; p 10 ax. angulo n d g recto per 18 p 3: & o c k æquatur q d n: ergo per 3 ax. reliquus o k c æquatur reliquo q d g.] Fiat ergo ſup pũctũ k angulus æqualis b d q: & ponatur, quòd linea hũc angulũ tenẽs, cõcurrat cũ c o in pũcto s: & ducatur s f p. Planũ eſt, cũ angulus b z d rectus, æqualis angulo s o k: qđ erit triangulũ b z d ſimile s o k [per proximã fabricationẽ. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] & b z ad b d, ſicut o s ad s k, & b z ad z d, ſicut s o ad o k: ſed q z ad q d, ſicut o f ad f k. [ex cõcluſo. & p cõſectariũ 4 p 5, ut q d ad q z, ſic f k ad o f: & per 18 p 5, ut z d ad q z, ſic o k ad o f: eſt aũtẽ ut b z ad z d, ſic s o ad o k: & ut z d ad q z, ſic o k ad o f: ergo per 22 p 5, ut b z ad z q, ſic s o ad o f. Triangula igitur b z q, s o f ſunt æquiangula per 6. 4 p. 1 d 6 ſimilia.] erit ergo angulus z b q æqualis angulo o s f: & angulus q b d æqualis angulo f s k. [per 3 ax. totus enim angulus o s k toti z b d æquatur, ob triangulorũ o s k, z b d ſimilitudinẽ iã demõſtratã.] Quare triangulũ b g d ſimile triangulo s p k. [Nã angulus q d g æqualis oſtẽſus eſt angulo p k f: & angulus f k s ęquatus eſt angulo b d q: totus igitur p k s toti b d g ęquatur. Itaq; per 32 p 1 reliquus reliquo. Sunt igitur per 4 p. 1 d 6 triangula b g d, s p k ſimilia.] Igitur ꝓportio s p ad p k, ſicut b g ad g d. [Quare ſi ad lineã b g, eiusq; terminũ g, per ſemidiametrũ ſpeculi ſpherici g u angulus æquetur angulo s p k ſecũdo: erit u punctũ reflexionis. Quia igitur angulus ad p primus, maior eſt angulo ad p ſecũdo per 16 p 1: perſpicuũ eſt è primò demõſtratis, uiſibile hà duobus pũctis ſpeculi d & u ad eundẽ uiſum reflecti, cõtra 29 n. Itaq; angulus c k s, cuius beneficio reflexionis punctũ inueniendũ eſt, neceſſariò eſt obtuſus.] Quod eſt propoſitũ. Amplius: impoſsibile eſt, ut duorũ angulorũ ſuper m o cõſtitutorum, ſit uterq; maior recto. Si enim uterq; talium fuerit maior recto, cum ſuper idẽ centrum fiat angulus æqualis angulo s k m: fiet ſuper idẽ centrum alius angulus diuerſus ab illo, quem efficit ſuper k m alia linea ſimilis s k: & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli fiet reflexio: quod eſt impoſsibile: cum iam probatum ſit [29 n] quod unum uni uiſui ſit reflexionis punctum: & iam oſtenſum ſit, quomodo inueniri poſsit. (p 6.

41. Viſibile à duob. ſpeculi ſpharici cõuexi pũctis ad utrũq; uiſũ reflexũ, unã habet imaginẽ. 34

DVobus aũt uiſibus, licet duo ſint reflexiõis pũcta: tamẽ unica erit imago ſenſuali ſyllogiſmo, & unus imaginis locus. Et hoc probabimus, quãdo duæ lineæ à cẽtris oculorũ ad cẽtrũ circuli ductę, ſunt æquales. Si ergo ſitus pũcti uiſi reſpectu utriuſq; uiſus, ſit idẽ, ut lineæ à puncto uiſo ad cẽtra oculorũ, ſint æquales: facilis erit probatio. Quoniã diametri uiſuales ſecãt ex circulo arcus reflexionis, & tenẽt angulos æquales cũ linea, à puncto uiſo ad cẽtrũ ſphæræ ducta, & arcus inter hãc lineã & diametros uiſuales interiacẽtes, ſunt æquales. [Cũ enim ex theſi uterq; uiſus æquabiliter diſtet tũ à uiſibili tũ à ſpeculi cẽtro: ducta igitur perpẽdiculari incidẽtiæ: fient duo triangula æquilatera, ideoq; per 8 p 1 æquiangula. Itaq; æqualib. in cẽtro angulis æquales arcus ſubtẽdẽtur per 26 p 3.] Et ſi ſumãtur pũcta reflexionis: ſecũdũ ſuprà dictã probationẽ, arcus circuli interiacẽtes inter hæc pũcta, & punctũ circuli, qđ eſt in perpẽdiculari, à puncto uiſo ducta: erunt æquales: [Nã propter utriuſq; uiſus æquabilẽ tũ à uiſibili tũ à ſpeculi cẽtro diſtãtiã: perpẽdiculares per reflexionũ pũcta ductę, cõprehendunt cũ perpẽdiculari incidẽtię æquales angulos in cẽtro, quib. per 26 p 3 æquales arcus ſubtẽduntur] qđ facile patebit, iterata ſuperiore probatione: & hoc: ſiue pũcta reflexionis ſint in eadẽ ſuperficie reflexionis, ſiue in diuerſis: erũt tamẽ arcus illi æquales: & lineæ ductę à cẽtris oculorũ ad pũcta reflexionũ æquales: & lineę à pũcto uiſo ad eadẽ pũcta, æquales. [Quia enim anguli ab opticis diametris ex theſi æqualibus, & ſpeculi ſemidiametris cõprehenſi, æquales demõſtrati ſunt: æquabũtur igitur p 4 p 1 tũ reflexionis tũ incidẽtiæ lineæ inter ſe.] Et lineæ à cẽtris oculorũ ad reflexionũ pũcta procedẽtes, neceſſariò ſe ſecabũt, per 11 ax: anguli enim p reflexionũ lineas in utroq; uiſu facti, ſunt minores duob. rectis.] Et eadẽs eſt ꝓbatio, qđ ſuper idẽ punctũ perpẽdicularis à pũcto uiſo ductę, erit ſectio ambarũ linearũ reflexionis. [Nã angulorum reflexionis oſtenſam æquabilitatem conſequitur æquabilitas angulorum incidentiæ per 12 n 4: & anguli comprehenſi à lineis incidẽtię & perpendiculari æquales probati ſunt. Itaq; per 32 p 1 triangula comprehenſa à lineis incidentię, cõtinuatione linearum reflexionis, & communi perpendiculari incidentię, ſunt ęquiangula. Quare per 4 p 6, ut ſunt lineę incidentię, ſic ſunt cõtinuationes linearum reflexionis: at illę ęquantur: igitur & hæ. Itaq; in uno perpendicularis puncto concurrunt.] Et in hoc puncto utriq; uiſui apparebit imago: & una ſola. Quod eſt propoſitum.



42. In ſpeculo ſpharico conuexo punctã imaginis, punctis uiſibilis ſitu & ordine, in utroq; uiſu reſpondent. 35 p 6.

ESt aũt ordinatio imaginũ, ſicut ordinatio pũctorũ uiſorũ. Si enim in re uiſa ſumatur linea, à cuius capitib. ducãtur duæ lineæ ad cẽtrũ ſphærę: fiet triangulũ, in quo cõtinebuntur imagines omniũ punctorũ illius lineæ. Et ſi ſit in illa linea punctũ nõ eiuſdẽ ſitus, reſpectu amborũ uiſuũ: Imago puncti remotioris ab eo, erit in diametro remotiore ab eius diametro: & propinquiore. Et

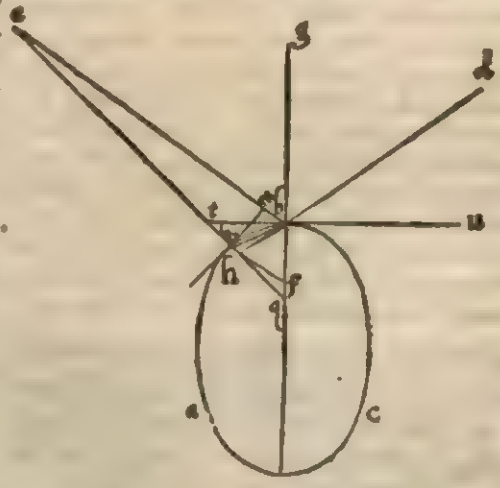
re. Et ita obseruatur situs partiũ in imaginibus, sicut fuit in punctis uisis. Sumpta aũt linea, in qua est punctũ cuiusdẽ situs: quodlibet punctũ illius lineę eiusdẽ situs erit, respectu duorũ oculorũ secũdũ modũ prędictũ: & unicá habebit imaginẽ, propter æqualitatẽ angulorũ illius lineę cũ lineis uisualibus. Si aũt sumatur linea, quæ angulũ, quẽ cõtinent duæ lineæ à cẽtris oculorũ ad punctum uisum, diuidat per æqualia: situs cuiuslibet punctι lineæ quãtumlibet productæ, erit idẽ utriq; uisui, sicut fuit uni. Et idẽ est probationis modus. Præter has duas lineas nõ est sumere aliá, eundem obseruantem situm. Vnde, cum punctum uisum comprehendatur in perpendiculari [per 3 n] cadet imago eius in diuersis punctis illius perpendicularis, sed imperceptibiliter à se remotis: & imago cuiuslibet puncti à quotcunq; uideatur oculis, semper obseruat identitatem partis. Vnde apparet unitas imaginis, sicut dictum est in uisu directo [27 n 1] quòd formæ, licet in diuersa cadant loca: propter tamen distantiá earum insensibilem nõ diuersificant apparentiam, nisi diuersificent partẽ. Similiter hic, quando remotio puncti ab uno uisu fuerit modicò maior, quàm ab alio: erunt loca imaginum imperceptibiliter remota. Vnde apparent simul, & ex eis una imago compacta: quandoquidem imaginum loca aliquando non totaliter distant, sed partialiter.

43. Si cõmunis sectio superficierũ reflexiõis & speculi cylindracei cõuexi fuerit latus cylindri, uel circulus: loca, tum reflexionum tum imaginum eodem modo se habebunt, ut in speculis plano & spharico conuexo. 42. 43 p 7.

IN speculis columnaribus exterioribus aliquãdo linea cõmunis superficiei reflexiõis & superficiei speculi, est linea recta: aliquãdo circulus: aliquãdo sectio columnaris. Cũ fuerit linea cõmunis, linea recta: erit locus imaginis in perpendiculari à puncto uisu ducta super superficiem speculi, tantum distans à linea communi, quantum punctum uisum ab eadem. Et eadem est probatio, quæ dicta est in speculo plano [11 n.] Cum autem communis linea fuerit circulus: erit aliquando imaginis locus intra circulum: aliquando extra: aliquando in ipsa circumferentia. Eius rei eadem penitus assignatio, quæ in speculo exteriore spharico [22 n.]

44. Si perpendicularis incidentiæ secetur à lineis reflexionis, intra ellipsin (quæ est communis sectio superficierum reflexionis & speculi cylindracei conuexi) & tangente in reflexionis puncto: erit ut tota perpendicularis ad inferum segmentum, sic superum ad intermedium. Et inferum maius erit segmento lineæ reflexionis. 47. 48 p 7.

SI uerò linea cõmunis fuerit sectio colũnaris: dico, quòd imaginũ quędã sunt intra speculũ: quędã in superficie speculi: quędã extra speculũ: quę in singulari explanabũtur. Sit a b c sectio colũnaris: b sit punctũ reflexionis: e punctũ uisum: d cẽtrũ uisus: & [p 12 p 11] ducatur à puncto b perpendicularis super superficiẽ cõtingentẽ speculũ: quæ sit g b q: & [p 11 p 11] ducatur à puncto e perpendicularis super superficiẽ, cõtingentẽ speculũ: quę sit e k q: & linea cõtingẽs speculũ in punctο b: sit t u: linea cõtingẽs speculũ in punctο k: sit k m. Dico, quòd duę perpẽdiculares g b q, e k q cõcurrẽt. Ducãtur lineę e b, d b: & ducatur linea k b. Palàm, qd' k m cadet in figurã e k b. & linea b t in figurã eandẽ [quia recta linea secás angulũ trianguli, secat basim angulo subtẽsam: secus nõ secaret angulũ.] Igitur b t secabit e k: secet in punctο t. Palàm, quòd angulus g b k est maior recto, & angulus e k b similiter maior recto [quia g b q, e k q sunt ppendiculares iptis t u, k m.] Quare [per 13 p 1. 11 ax.] g b, e k cõcurrẽt. Sit cõcursus punctũ q. Similiter d b k maior recto: igitur d b, e k cõcurrẽt. Sit cũcursus punctũ h. Igitur h est locus imaginis [p 4 n.] Dico etiã, quòd proportio e q ad q h, sicut e t ad t b: & etiã quòd q h est maior h b. Ducatur [p 11 p 1] h f æquidistãs e b. Palàm, quòd angulus e b t est æqualis angulo d b u [p 12 n 4:] est igitur [p 15 p 1. 1 ax.] æqualis angulo t b h: restat e b g æqualis angulo h b q: cũ g b t, t b q sint recti. Cũ igitur t b diuidat angulũ e b h per æqualia: erit [p 3 p 6] e t ad t h, sicut e b ad b h: Sed angulus e b g est æqualis angulo h f b [p 29 p 1:] quare h f, h b sunt æqualia. [angulus enim e b g æqualis conclusus est angulo h b f: itaq; anguli h f b, h b f æquantur: quare p 6 p 1 latera h f, h b æquantur: ergo p 7 p 5, ut e t ad t h, sic e b ad h f] Sed e b ad h f, sicut e q ad q h [p 4 p 6: qa enim h f parallela ducta est ipsi e b: sunt triangula e b q, h f q æquiãgula p 29. 32 p 1.] Erit ergo [per 11 p 5] e t ad t h, sicut e q ad q h. Qd' est propositũ. Et ex hoc: cũ sit ꝓportio e q ad q h, sicut e b ad h f [& h f æqualis ipsi h b: erit p 7 p 5, e q ad q h, sicut e b ad b h] & e q sit maior e b [p 19 p 1: qa angulus e b q recto maior est] erit [p 14 p 5] q h maior h b. Quod est ꝓpositũ. Palàm ex hoc, quod si super sectionẽ a b c ducatur ppendicularis sup superficiẽ cõtingentẽ sectionẽ: cõcurret cũ g b. Et hęc quidẽ patẽt, cũ punctũ uisum nõ fuerit in ppẽdiculari. uisuali. Palam enim ex superioribus [19 n] quod unius solius pũcti forma p perpẽdicularẽ accedit ad speculũ, & secũdũ eundẽ reflectitur. Et est pũctũ ppendicularis, existẽs in superficie uisus: punctũ enim extra uisum sumptũ nõ potest reflecti sup hãc ppendicularẽ: qa nõ põt accędere ad speculũ su-

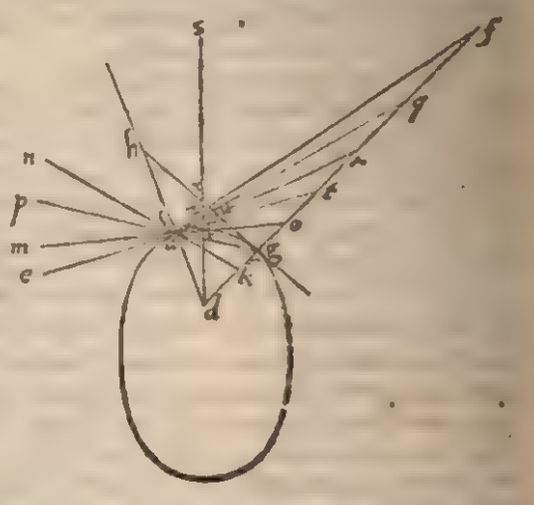


per per-

per perpendicularē, propter prædictā ibidē rationē. Et ſimiliter non poterit reflecti ab alio puncto ſpeculi, quā à puncto perpendicularis huius: quia accideret duas perpēdiculares cōcurrere, & efficere triangulum, cuius duo anguli recti, ſicut ſuprà patuit.

45. Si cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexionis & ſpeculi cylindracei cōuexi fuerit ellipſis: imago uiſibilis obliquè reflexi, aliàs in ſupficie ſpeculi: aliàs intra: aliàs extra ſpeculū uidebitur. 49 p 7.

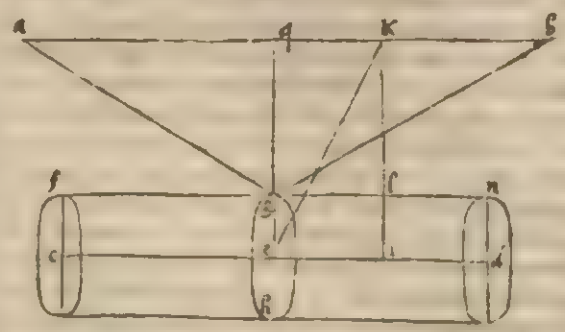
AMplius: ſumatur ſectio columnaris: & ſumatur in ea punctū a: & ducatur contingens ſectionē: quæ ſit e a t: & ſumatur perpendicularis ſuper a t intra ſpeculū: quę ſit d a. Palàm, quòd d a diuidit ſectionē in duas partes, in quarū utraq; eſt punctū unicū, cuius puncti linea cōtingens, erit æquidiſtans a d. Sit ergo aliud punctū g, cuius cōtingens cōcurrat cū linea a d in puncto h: & ducatur perpendicularis ſuper hāc cōtingentē: quæ ſit q g: & hæc quidē neceſſariò cōcurret cū h d, ſicut oſtenſum eſt in præcedente figura [eſt enim angulus q g h per fabricationē rectus: ergo q g a maior eſt recto: & ob id h a g recto maior eſt. Itaq; per 13 p 1 d g a, d a g ſunt minores duobus rectis. Quare per 11 ax. q g, h a cōtinuatæ cōcurrent.] Sit concurſus in puncto d: & ducatur linea g a uſq; ad p: & ducatur linea q a. Igitur angulus q a h aut eſt æqualis angulo h a p: aut maior: aut minor. Sit ęqualis. Procedet igitur forma puncti q ad a, & reflectetur ad p [per 12 n 4] quod uiſus ſit: & locus imaginis erit punctū ſectionis columnaris, ſcilicet g [per 4 n.] Si uerò ſupra punctum q ſumatur aliquod punctū, ut punctū f: erit quidē angulus f a h minor angulo h a p [quia angulus h a p æquatur h a q, qui per 9 ax. maior eſt angulo h a f.] Fiat ei æqualis n a h: cōcurret quidē n a cū g q [per 11 ax. ut antea] intra columnā. [quia punctū n ſublimius eſt puncto p.] Sit in puncto k. Palā ergo, quòd imago puncti f erit in puncto k [per 4 n] & imagines omniū punctorū lineæ q f ultra punctū q, intra columnā. Si uerò inter q & t ſumatur punctum aliquod: ût punctū r: erit angulus r a h maior angulo h a p [quia h a p æquatur h a q, quo angulus h a r maior eſt per 9 ax.] Fiat ei ęqualis s h a m. Palàm, qđ m a cadet ſupra lineā g q, & extra ſectionem [cū enim linea p a (quæ cū h a cōtinet angulū æqualem h a q) cōcurrat cū ſectione in puncto g: & punctū m ſit inferius puncto p: linea igitur m a cōtinuata cōcurret cū g q extra ſectionē.] Sit in pūcto o. Erit igitur imago r in pūcto o [per 4 n.] Et omniū punctorū inter t, q interiacentiū imagines, erūt extra ſectionē inter o & g. Si uerò angulus q a h fuerit minor angulo h a p: ſecetur ex eo æqualis: & ſit h a n. Palàm, quòd imago q erit in puncto k. & omniū punctorū ſuperiorū imagines erūt intra ſectionē. Si uero inferius ſumatur r punctū, ut angulus r a h ſit ęqualis angulo h a p: erit imago r in ſectione: & oēs inter r & q intra: oēs inter r & t extra. Si uerò angulus q a h fuerit maior angulo h a p: fiat ei æqualis h a m. Palàm, quòd m a ſecabit ſectionē: [quia e a tangit] & ſecet in puncto b: & ducatur cōtingēs ſuper punctū b: quę cōcurret cū d h, ut in puncto l [ducta enim recta d b: erit angulus d b l rectus, & b d l acutus: itaq; tāgens ſectionē in pūcto b cōcurret cū d h per 11 ax.] eritq; [per 17 p 1] angulus d l b acutus, & angulus h l b obtuſus: [per 13 p 1] & l b cōcurrēs cū h g faciet cū ea acutū (per 32 p 1: quia angulus h l b eſt obtuſus.] Ducatur perpēdicularis à pūcto b ſuper l b: quę ſit s b: ſecabit quidē h g, ut in pūcto x: & faciet anguiū acutū cū ea [per 15 p 1] quoniā angulus cōtrapoſitus ſimiliter erit acutus [per 32 p 1: quia angulus ad b rectus eſt] & h g ſecat q a: ſit punctū ſectionis u: & facit acutū angulū cū ea ſuper punctum u [cum enim h g cōcurrat cum q a: & q a cum f d, & angulus h g q ſit rectus: erit per 32 p 1 angulus q u g acutus.] Quare s b & q u concurrunt [quia enim anguli s x h, q u g acutis cōcluſis æquātur anguli ad uerticē per 15 p 1. Ergo per 11 ax. q u & s b cōcurrūt.] Sit cōcurſus in z. Palàm ergo, quòd forma puncti z mouebitur ad ſpeculū per z a, & reflectetur per a m: & locus imaginis, b: & imagines punctorū lineæ z s ultra z, erunt intra ſectionē: & punctorū citra z, extra ſectionem. Quod fuit propoſitum.



46. Si cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexiōis & ſpeculi cylindracei conuexi, fuerit latus cylindri, uel circulus baſib. parallelo: ab uno pūcto unū uiſibilis pūctū ad unū uiſū reflectetur. 26. 27 p 7.

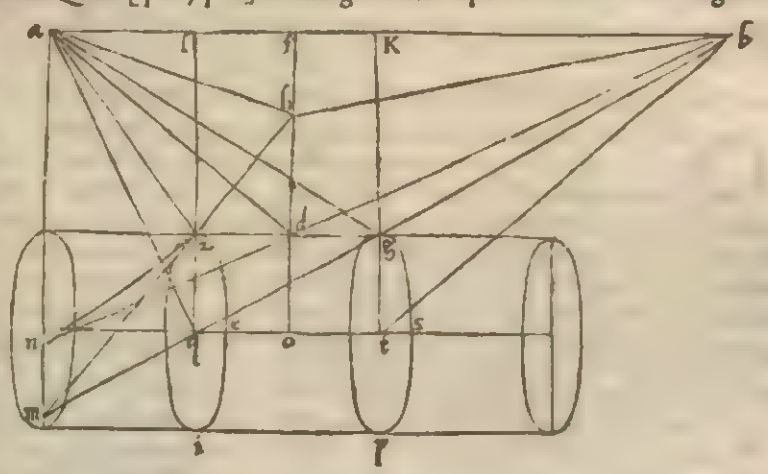
AMplius: ab uno ſolo pūcto ſpeculi colūnaris fit reflexio ad cētrū uiſus: utpote pūctū b reflectatur ad a à pūcto g. Dico, quòd nō reflectetur ad ipſum ab alio puncto ſpeculi, quā à pūcto g. Quoniā, ſi in ſuperficie reflexionis, quæ eſt a b g, ſit totus axis ſpeculi: erit linea cōmunis ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei reflexionis linea lōgitudinis ſpeculi [per 29 n 4.] Et cū in ſuperficie reflexionis ſit cētrū uiſus, pūctū uiſum, punctū reflexiōis, & punctū axis, in qđ cadit perpēdicularis: [per 23 34 n 4] una ſola ſuperficies ſumi poteſt, in qua ſit linea illa longitudinis, axis, & puncta a, b, g. Quare non poteſt fieri reflexio ad a, niſi ab aliquo puncto lineę longitudinis: ſed iam probatū eſt 51 n 4 generatim de quolibet ſpeculo, & 14 n ſpeciatim de ſpeculo plano, quòd nō poteſt fieri reflexio ad a ab alio puncto, quā à puncto g. Quare in hoc ſitu ab uno ſolo pūcto ſpeculi fit ad a reflexio. Si uerò ſuperficies a b g ſit æquidiſtans baſi colūnæ: erit linea cōmunis, circulus æquidiſtans

ſtans baſi [per 5 th Sereni de ſectione cylindri.] Et iam patuit [29 n] quòd ab alio pũcto illius circuli non poteſt fieri ad a reflexio. Et ſi ab alio puncto ſpeculi fiat reflexio perpẽdicularis ducta à puncto illo, cadet orthogonaliter ſuper axẽ. [Nã cũ per 34 n 4 perpẽdicularis illa intus cõtinuata fiat diameter circuli baſibus parralleli: erit per 21 d 11. 29 p 1 ad axem perpendicularis] & ſecabit lineã a b in puncto aliquo. A' pũcto illo ducatur linea ad axem in ſuperficie, æquidiſtante baſi colũnæ: erit quidẽ orthogonalis ſuper axem [per 21 d 11. 29 p 1.] Et ita duæ perpẽdiculares efficient cũ axe triangulum, cuius duo anguli ſunt recti: quod eſt impoſsibile [& contra 32 p 1.] Palàm ergo, quòd in hoc ſitu non reflectetur b ad a, niſi à puncto g.



47. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei connexi fuerit ellipſis: ab uno puncto unum uiſibilis punctum ad unum uiſum reflectetur. 28 p 7.

SI uerò ſuperficies a b g ſecet ſpeculũ ſectione columnari: dico, quòd à ſolo pũcto g fit reflexio. Ducatur à puncto a ſuperficies æquidiſtans baſi columnæ: [ductis nimirũ duabus perpendicularibus ſuper axem ſe interſecãtibus: una quidẽ à puncto a per 12 p 1: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit per 11 p 1 Sic enim axis, qui per 21 d 11 eſt perpendicularis baſi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarũ perpendicularium. Itaq; per 14 p 11 baſis & hoc planũ erũt parallela] quæ ſit e z i: & à puncto g ſimiliter ſuperficies æquidiſtans baſi ſpeculi: in qua ducatur ab axe linea ad pũctũ g: quæ ſit t g: erit quidẽ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, cõtingẽtẽ ſpeculũ in pũcto g [per 34 n 4: quia eſt diameter circuli baſibus cylindri parralleli] & cõcurrat cũ a b in puncto k [cõcurret aũt: quia diuidit angulũ a g b] & ducatur à puncto g linea lõgitudinis ſpeculi: [educto nẽpe plano per axem & per rectã, cũ ipſo à puncto g utlibet cõcurrentẽ: erit enim huius plani & cylindraceæ ſuperficiei cõmunis ſectio latus cylindri per 21 d 11] quæ ſit g z: & ſit axis t q: & a puncto b perpẽdicularis ducatur ad ſuperficiẽ e z i: quę ſit b h: & ducãtur lineę a z, h z: & ducatur à pũcto z in ſuperficie illa ad axem linea, quæ ſit z q: erit quidẽ perpẽdicularis ſuper axem [per 3 d 11] cũ axis ſit perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ [per 21 d 11] & erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, cõtingentẽ ſpeculũ in puncto z [ut paulò antè oſtẽſum eſt] & cõcurrat cũ linea a k in pũcto l. [cõcurret uerò, quia ſecat angulũ a z h. Dico, quòd forma puncti h reflectetur ad a, à puncto z. Ducatur à pũcto a æquidiſtãs lineę k g: quę ſit a m: quę quidẽ cõcurret cũ b g. [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Sit cõcurſus in puncto m Palàm [per 6 p 11] quòd g z eſt æquidiſtãs lineæ b h: cũ utraq; ſit orthogonalis ſuper ſuperficiẽ æquidiſtantẽ baſibus colũnæ. Quare [per 7 p 11] linea b g m eſt in ſuperficie harũ linearũ. Igitur tria pũcta m, z, h ſunt in hac ſupficie. Sed iterũ a m eſt æquidiſtans k g [per fabricationẽ] & l z æquidiſtãs k g: quoniã g z æquidiſtãs t q & inter ſuperficies æquidiſtantes. [nã per 21 d 11 latus z g & axis q t paralleli & æquales, circulis oppoſitis & parallelis terminantur, in quibus ſemidiametri t g, q z ſunt parallelę per 33 p 1: & t g continuata eſt in k.] Igitur l z æquidiſtãs a m [p 30 p 1: ſunt enim m a, z l eidẽ t g k parallelæ.] Quare ſunt in eadem ſuperficie [per 35 d 11] & in ea eſt linea a h [per 7 p 11: quia cõnectit m a, z l parallelas.] Igitur in hac ſuperficie ſunt tria puncta, m, z, h: & iã patuit, quòd ſint in ſuperficie b m h: igitur ſunt in linea cõmuni his duabus ſuperficiebus. Igitur [per 3 p 11] h z m eſt linea recta. Palàm igitur, cum g ſit punctum reflexionis: erit [per 12 n 4] angulus a g k æqualis angulo k g b: & ita [per 29 p 1. 1 ax.] æqualis angulo a m g: ſed [per 29 p 1] eſt æqualis m a g: quia coalternus. Igitur [per 6 p 1] a g, m g ſunt æquales. Sed quoniam g z eſt orthogonalis ſuper quãlibet lineã ſuperficiei z a h: [per 3 d 11] erit quadratũ m g æquale quadratis m z, g z [per 47 p 1] erit igitur a z æqualis m z [Nam propter eandẽ cauſſam quadratum a g æquatur quadratis a z, g z: at quadrata a g, m g æquãtur: quia ipſorum latera a g, m g æquãtur: communi igitur quadrato g z ablato, reliquum quadratũ a z æquabitur quadrato m z: quare ipſorũ latera m z, a z æquabuntur.] Quare [per 5 p 1] angulus a m z eſt æqualis angulo m a z: ſed [per 29 p 1] angulus a m z eſt æqualis angulo l z h: & angulus z a m eſt æqualis l z a: quia coalternus. Igitur angulus a z l eſt æqualis angulo l z h. Quare forma puncti h accedẽs ad punctũ z, reflectetur



flectetur ad punctum a. [per 12 n 4.] Si ergo dicatur, quòd ab alio puncto, quàm à puncto g, poteſt forma b reflecti ad a: illud aliud punctũ aut erit in linea lõgitudinis, quæ eſt g z: aut in alia. Si eſt in linea g z: ducatur ab eo perpẽdicularis: quę neceſſario ſecabit lineã a k [quia ſecat angulũ lineis incidẽtię & reflexionis cõprehenſum, ut patet per 13 n 4] & [per 28 p 1] erit æquidiſtãs lineę a m: & linea ducta à puncto b ad illud punctũ neceſſariò cõcurret cũ a m: [per lemma Procli ad 29 p 1] & erit punctũ illud, & punctũ m in eadẽ ſuperficie: & linea illa aut cadet ſuper pũctũ m: aut ſuper aliud. Si ſuper punctũ m: erit ducere à puncto b ad punctũ m duas lineas rectas: quod eſt impoſsibile. [ſic enim duę rectę lineę ſpatiũ cõprehenderẽt cõtra 12 ax.] Si aũt ad aliud punctũ lineę a m: ducatur à puncto illo linea ad punctũ z: & probabitur, quòd hęc linea cũ h z facit lineã rectã, ſicut probatũ eſt de linea z m: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas, per punctũ z tráſeuntes in diuerſa puncta lineę a m cadẽtes: quod eſt impoſsibile [& cõtra 1 p 11: hocq; modo duarũ rectarũ linearũ eſſet cõmune ſegmentum contra lineę rectę definitionẽ.] Palàm ergo, quòd à nullo puncto lineę g z, niſi à g, poteſt b reflecti ad a. Si dicatur, quòd à puncto extra hãc lineam ſumpto: ducatur ſuper punctũ illud linea longitudinis ſpeculi: [per 7 th. Sereni de ſectione cylindri] & à puncto circuli e z 1, in quod cadit hęc linea, probabitur h reflecti ad a ſecundũ ſuprà dictã probationẽ: ſed iã probatũ eſt, quòd h à puncto z reflectitur ad a. Et ita impoſsibile: [quia ita à duobus ſpeculi punctis forma eiuſdem uiſibilis ad eundem uiſum reflecteretur, contra 51 n 4, & 29 n.] Reſtat ergo ut à ſolo puncto ſpeculi reflectatur b ad a. Quod eſt propoſitum.

48. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei conuexi fuerit ellipſis: uiſu & uiſibili datis, punctum reflexionis inuenire. 29 p 7.

AMplius: dato pũcto b, quod reflectatur ad a: erit inuenire punctũ reflexionis: & hoc patebit per reuolutionẽ prędictę probationis. Ducatur à puncto a ſuperficies æquidiſtãs baſi columnę: quę quidẽ ſecabit columnã ſuper circulũ: [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] qui ſit e z 1: & ducatur à puncto b perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ: quę ſit b h: & inueniatur in hac ſuperficie punctũ, à quo fit reflexio h ad a: [ut traditũ eſt 31 uel 39 n] quod ſit z: & à puncto z ducatur linea longitudinis: [per 7 th. Sereni de ſectione cylindri] quę ſit z g: & à pũcto z perpẽdicularis z l: & huic æquidiſtãs à pũcto a: quę ſit a m: & etiã linea h z producatur, quouſq; cõcurrat cũ ea: [concurret uero per lemma Procli ad 29 p 1] & fit cõcurſus in pũcto m: & à pũcto m ducatur linea ad b: quę neceſſario ſecabit lineã z g: cũ ſit in eadẽ ſuperficie cũ ea: quoniã cũ b h ſit æquidiſtãs g z: [per 6 p 11: eſt enim utræq; ipſarũ perpẽdicularis circulo e z 1] erit h z m in ſuperficie illarũ: [per 7 p 11: quia cõnectit parallelas] & ita b m in eadẽ: quę, ſi fecerit z g in puncto g: erit g punctum reflexionis: quod quidem, ſi reuoluas probationem prædictam, uidere poteris.

49. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi conici conuexi fuerit latus conilocatum reflexionum tum imaginum eodem modo ſe habebunt, ut in ſpeculo plano. 42 p 7.

IN ſpeculis exterioribus pyramidalibus, ſi linea cõmunis ſuperficiei reflexiõis & ſpeculi, fuerit lineæ lõgitudinis ſpeculi: erit locus imaginis, ſicut aſsignatus eſt in ſpeculis planis. Et eadẽ eſt ꝓbatio.

50. Cõmunis ſectio ſuperficierũ, reflexiõis et ſpeculi conici cõuexi nõ eſt circulus. 12 p 7. Idẽ 41 n 4.

QVòd aũt nõ poſsit eſſe linea cõmunis, circulus: palàm per hoc: qđ ſuperficies reflexionis orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ, cõtingentẽ ſpeculũ in pũcto reflexionis [per 12 n 4] & circulus neceſſariò eſt æquidiſtans baſi. [per cõuerſionẽ 4 th 1 conicorũ Apollonij.] Superficies ergo hęc æquidiſtãs baſi, nõ erit orthogonalis ſuper ſuperficiẽ, cõtingentẽ ſpeculũ. [Nam planũ tangẽs conũ, tangit in latere per 35 n 4, ad baſim & circuli ipſi parallelũ obliquo: quia eſt latus trianguli acutanguli tacti à plano conũ per uerticẽ ſecante, per 3 th 1 conicorũ Apollonij. Quare circulus erit extra reflexionis ſuperficiem: neq; ideirco uiſibile ab ipſo ad uiſum reflectetur.]

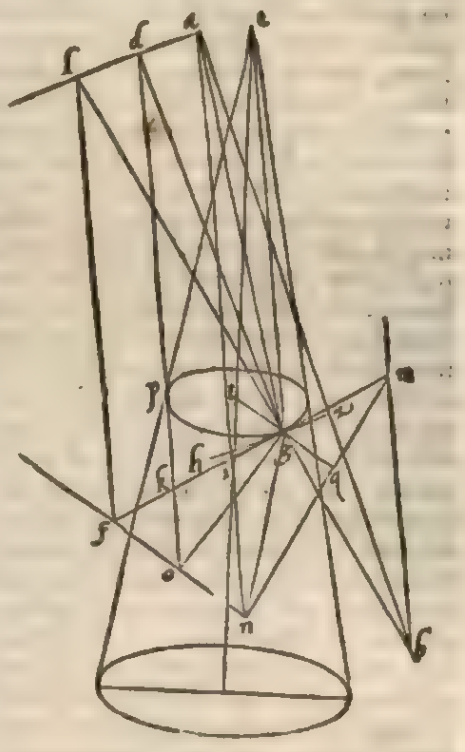
51. Si cõmunis ſectio ſuperficierũ reflexiõis & ſpeculi conici cõuexi fuerit ellipſis: imago uiſibilis obliquè reflexi, aliàs in ſuperficie ſpeculi: aliàs intra: aliàs extra ſpeculũ uidebitur. 49 p 7.

SI uerò cõmunis linea fuerit ſectio pyramidalis: imagines quędam erunt in ſuperficie ſpeculi: quędã intra ſpeculũ quędã extra. Et idẽ eſt aſsignationis modus, qui fuit in ſpeculo columnari exteriore: [44 n] & eadẽ ꝓbatio. Sit (ſicut eſt in colũnari exteriore) [44 n] per perpẽdicularẽ uiſum tale nõ reflectetur forma ad oculũ, niſi pũctũ ſuperficiei oculi tãtũ: & hoc ab uno ſolo ſpeculi pũcto: & locus imaginis eius erit cõtinuus locis aliarũ imaginũ, ſicut patuit ſuperius [44 n.]

52. Si à puncto in communi ſectione ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi conici conuexi dato, reflexio fiat: poſſunt uiſus & uiſibile ſic collocari, ut ab eodem puncto, tanquam puncto circuli baſi paralleli ad uiſum reflexio fiat. 32 p 7.

REſtat in his ſpeculis declarare: quòd ab uno ſolo puncto eius fiat reflexio: quod ſic patebit. Sit uiſus a: b punctũ uiſum: g punctũ reflexionis: & ducatur ſuper punctũ g ſuperficies æquidiſtãs baſi: [ductis nimirũ duabus perpẽdicularibus ſuper axem ſe interſecãtibus: una quidẽ à reflexionis puncto per 12 p 1: altera uerò ab axis puncto, in quod illa cadit, per 11 p 1. Sic enim axis, qui per 18 d 11 perpendicularis eſt baſi: erit per 4 p 11 perpendicularis plano ductarũ perpendicularium. Quare per 14 p 11 baſis & hoc planũ erunt parallela] quę quidẽ ſecabit pyramidẽ ſuper circulum

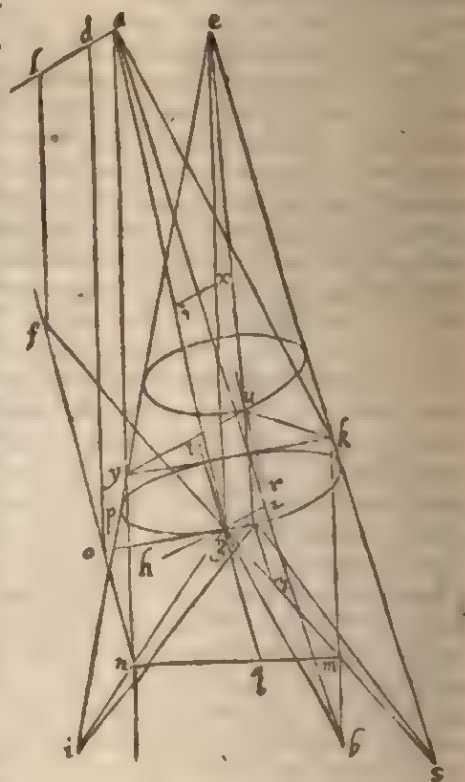
culum [per 4 th.1 conicorũ Apollonij] q̃ sit p g: & ducãtur lineę a g, b g, a b: & à pũcto g ducatur ad cẽtrũ circuli linea: q̃ sit g t: & uertex pyramidis sit e: à quo ducatur axis: q̃ erit e t. [per 3 d 1 coni. Apol.] Et ducatur [per 12 p 11] perpẽdicularis super superficiẽ, cõtingentẽ speculũ in pũcto g: q̃ sit h g: q̃ cũ diuidat angulũ a g b per æqualia, [per 13 n 4] cadet super a b: pũctũ casus sit z. Et à uertice pyramidis ducatur linea lõgitudinis speculi ad punctũ g: [educto nẽpe plano per axem, & per rectã à puncto g, cũ ipso utlibet cõcurrentẽ: cõmunis enim sectio huius plani & conicæ superficiei erit latus coni, p 18 d 11, uel 3 th.1 coni. Apol.] quę sit e g: cui lineæ ducatur æquidistãs à pũcto a: [per 31 p 1] quę necessariò secabit superficiẽ circuli g p: [si enim circulũ cũ diametro infinitè extẽsum cogites: diameter secãs e g coni latus, secabit etiã rectã lateri parallelã, per lẽma Procli ad 29 p 1. Quare eadẽ parallela circulũ ipsum quoq; secabit] secet in pũcto n: & sit n a. Similiter à pũcto b ducatur æquidistãs eidẽ e g, scilicet b m: quę secet superficiẽ p g in pũcto m. Et à pũcto n ducatur ęq̃distãs ipsi g t: quę sit n f: & ducãtur lineæ n g, m g, n m. Palàm, quòd t g secabit m n: [per lẽma Procli ad 29 p 1] secet in pũcto q. Palàm etiã, quòd m g secabit n f: cũ secet ei æquidistãtẽ: sit pũctũ sectionis f. Et à puncto a ducatur æquidistãs h z: quę sit a l. Palàm [per lẽma Procli ad 29 p 1] quòd b g cõcurret cũ a l: sit cõcursus l. Deinde ducatur linea cõmunis superficiei, cõtingẽti speculũ in puncto g, & superficiei circuli p g: q̃ sit g o. Palàm [per 18 p 3] quòd erit orthogonalis super g t: & similiter [p 29 p 1] super n f. Sumatur etiã linea cõmunis superficiei, cõtingẽti speculũ, & superficiei reflexionis: quę sit g d: q̃ quidẽ cũ secet g h, secabit a l. [per lẽma Procli ad 29 p 1.] Sit punctũ sectionis d: & erit orthogonalis super a l. [Quia enim h g perpẽdicularis est plano, tãgẽti speculũ in pũcto reflexionis g, p fabricationẽ: erit p 3 d 11 perpẽdicularis rectæ lineæ g d ipsam in puncto g tãgẽti. Et quoniã a l, h z sunt parallelę, p fabricationẽ: erit g d perpẽdicularis ipsi a l per 29 p 1.] Palàm ex prędictis, quoniã n f est æquidistãs g t, & a l ęquidistãs g h: igitur [p 15 p 11] superficies, in qua sunt n f, a l, est ęquidistãs superficiei g t h: sed linea e g æquidistat b m [p fabricationẽ] quare sunt in eadẽ superficie [p 35 d 1] q̃ superficies secat prędictas æquidistãtes: unã super lineã e g: aliã super lineã f l. Quare [p 16 p 11] f l est æquidistãs e g: sed a n æquidistat eidẽ. Igitur [p 30 p 1] f l est æquidistãs a n. Verũ superficies cõtingẽs speculũ in pũcto g, secat superficies easdẽ æquidistãtes: unã in linea e g: aliã in linea o d. Igitur [p 16 p 11] o d est æquidistãs e g. Igitur [p 30 p 1] est æquidistãs a n & l f. Et à pũcto f ducatur linea æquidistãs l a, secãs d o in k, & a n in i: ergo f k æqualis l d, & k i æqualis d a. [p 34 p 1.] Quare erit ꝓportio a d ad d l, sicut n o ad o f. [nã p 7 p 5 est, ut a d ad d l, sic i k ad k f: sed p 2 p 6, ut i k ad k f, sic n o ad o f: ergo p 11 p 5, ut a d ad d l, sic n o ad o f.] Palã etiã, quòd angulus b g z æqualis est angulo z g a: [recta enim linea g z bifariã secat angulũ a g b, ut patuit] & etiã angulo g l a: [interiori & oppositò per 29 p 1] & etiã angulo g a l: [alterno p 29 p 1.] Quare [per 1 ax.] g a l, g l a sunt æquales: & [p 6 p 1] g a, g l æquales: & g d ꝓpẽdicularis super a l: [per cõclusionẽ] erit [per 26 p 1] a d æqualis d l. Erit igitur n o ęqualis o f: [demõstratũ enim est, ut a d ad d l, sic n o ad o f: & alternè, ut a d ad n o, sic d l ad o f: sed a d æquatur ipsi d l: ergo p 14 p 5 n o æquabitur ipsi o f] & g o perpẽdicularis super n f: [parallelæ enim sunt n f, g t p fabricationẽ, & g o perpẽdicularis est ipsi g t per 18 p 3: ergo per 29 p 1 g o est perpendicularis ipsi n f: ideoq; angulus ad o uterq; rectus est] erit [per 4 p 1] angulus o f g ęqualis angulo o n g. Erit igitur angulus n g q ęqualis angulo m g q. [Nã cũ t q, f n ductę sint parallelę: æquabitur p 29 p 1 angulus m g q angulo n f g: q æqualis cõclusus est ipsi f n g: æquali angulo n g q alterno per 29 p 1. Quare anguli m g q, n g q inter se ęquãtur.] Igitur [per 12 n 4] à puncto circuli p g, quod est g, potest punctum m reflecti ad n, nõ impediente pyramide. [Hęc conclusio uidetur repugnare 41 n 4 & 50 n, quibus demonstratum est communem sectionem superficierum reflexionis & speculi conici cõuexi non esse circulum. Quare punctum g circuli p g, à quo hic reflexio fieri concluditur, intelligendum est punctum circuli, qui est communis sectio sphæræ uel cylindri, quos mens intra conum fingit ac concipit.]



53. Si communis sectio superficierum, reflexionis, & speculi conici cõuexi fuerit latus conicũ: ab uno puncto unum uisibilis punctum ad unum uisum reflectetur. 33 p 7.

DIco igitur, quòd punctũ b à solo g reflectitur ad a. Si enim dicatur, quòd ab alio pũcto potest reflecti: illud aut erit in linea lõgitudinis: quę est e g: aut nõ. Sit in ea: & sit x: & ab eo ducatur perpẽdicularis super superficiẽ, cõtingẽtẽ speculũ in pũcto illo: [per 12 p 11] q̃ quidẽ perpẽdicularis, erit [p 6 p 11] ęquidistãs z g: & ita [per 30 p 1] æquidistãs a l. Igitur a l est in superficie reflexionis huius perpẽdicularis: [per 35 d 1] & est similiter in superficie reflexionis perpẽdicularis z g: [p 35 d 1: parallela enim ducta est a l ipsi z g] igitur illæ duæ superficies reflexiõis secãt se super lineam

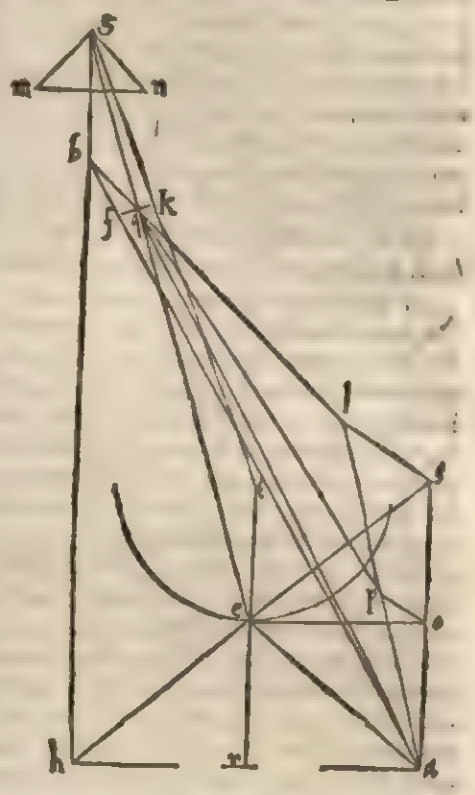
a l: sed secãt se super pũctũ b: [quia uisibile est in qualibet reflexionis superficie p 23 n 4] qđ est impossibile. Quoniã b nõ est in linea a l: qđ patet p hoc: quoniã f l æquidistat b m. [ut patuit proximo numero per fabricationẽ & 30 p 11.] Restat ergo, ut à nullo pũcto lineæ e g, præterquã à g, possit reflecti b ad a. Si aũt ab aliquo pũcto extra lineã e g: sit illud u: & ducatur linea lõgitudinis e u o: & sumatur superficies æquidistãs basi, trãsiẽs p pũctũ u. [ut dictũ est proximo numero.] Palã, quod a n secabit hãc superficiẽ: [quia e g parallela ipsi a n, eandẽ secat] sit punctũ sectionis y. Similiter b m secabit eandẽ: sit punctũ sectionis k: & ducãtur lineæ k u, y u, y k. Et cũ superficies illa secet pyramidẽ super circulũ, trãseuntẽ per u [per 4 th 1 coni. Apol.] ducatur à pũcto u linea ad cẽtrũ huius circuli, quę extra circulũ ꝓducta, sit r u: & ducãtur lineę e k, e y: quę quidẽ secabũt superficiẽ circuli p g: [quia secãt circulũ ipsi parallelũ, per u trãseuntẽ] & sint pũcta sectionũ s, i: & ducãtur lineæ i c, s c. Sicut igitur probatũ est [proximo numero] de pũcto m: quòd, nõ impediente pyramide, potest reflecti ad n à pũcto g: ita ꝓbabitur de pũcto k; qđ potest reflecti à puncto u ad punctũ y: & eadẽ est ꝓbatio: & ita angulus r u y erit ęqualis angulo r u k [per 12 n 4.] Palam, quoniã b k est æquidistãs e g: [Nã b m parallela ipsi e g p fabricationẽ, cõtinuata est in pũctũ k] & linea, cõmunis supficiei b g e k, & supficiei circuli p g, est linea m g. Igitur linea e k cũ sit in hac superficie, & secet superficiẽ circuli p g: [in pũcto s, ut patuit] cadet super lineã cõmunẽ, quę est m g. Erit igitur s m g linea recta. Eodẽ modo cũ superficies n y e g secet superficiẽ circuli p g, super lineã n g: linea e y cõcurret cũ linea n g. [in pũcto i, ut patuit.] Igitur i n g linea est recta. Palã ętiã, quòd supficies i e c secat superficiẽ circuli p g, super lineã i c, & secat superficiẽ huic æquidistãtem, quæ trãsit p u, super lineã y u. Ergo [per 16 p 11] y u æquidistat i c. Similiter superficies s e c secat superficies illas æquidistãtes, super duas lineas s c, k u. Ergo [per 16 p 11] s c ęquidistat k u. Similiter si sumatur superficies, secãs speculũ super lineã lõgitudinis e c, in qua supficie sunt r u, c M: secabit illas supficies æquidistãtes [nẽpe circulos p u & c eductos] sup duas lineas M c, r u. Igitur [p 16 p 11] hę duę lineæ sunt æquidistãtes. Igitur angulus s c M æqualis est angulo k u r, & angulus M c i æqualis angulo r u y. [p 10 p 11.] Sed iã patuit, qđ angulus k u r æqualis est r u y. Igitur [p 1 ax.] angulus s c M æqualis est angulo M c i. Quare pũctũ s potest reflecti ad i à puncto c, nõ impediente pyramide: sed iã probatũ est [proximo numero] qđ punctũ m reflecti põt ad i à pũcto g. [cadunt. n. pũcta i, n, g in eandẽ rectã lineã, ut mõstratũ est.] Igitur punctũ s reflectitur ad i à duob. punct: s circuli p g. [nimirũ g & c, qđ est impossibile] & cõtra 51 n 4. 29. 46 n. Restat ergo, ut primũ sit impossibile, scilicet, ut punctũ b reflectatur ad a ab aliquo puncto alio speculi, q̃ à g. Quod est propositũ.



54. Visu & uisibili inter basim speculi conici conuexi, & planum per uerticem ductum, basi, parallelum positis: punctum reflexionis inuenire. 35 p 7.

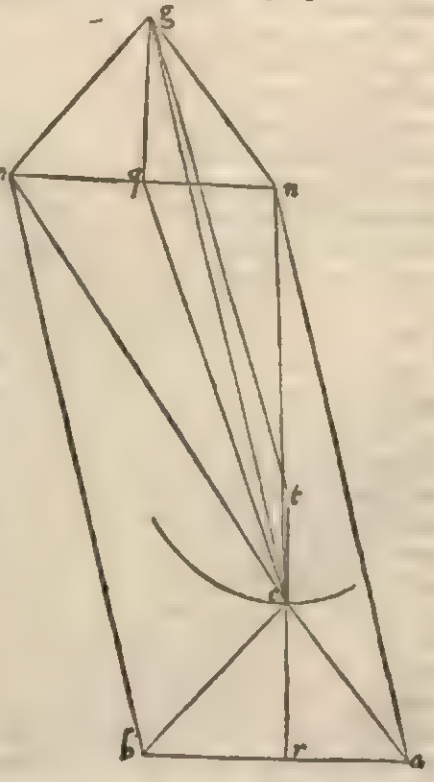
AMplius: dato speculo pyramidali: est inuenire punctũ reflexionis. Verbi gratia: sit g uertex pyramidalis speculi: & super ipsum fiat superficies æquidistãs basi pyramidis: [ut ostensum est 52 n] quę sit m n g: a sit pũctũ uisum: b cẽtrũ uisus. A & b aut erũt citra illã superficiẽ: aut ultra: aut in ipsa superficie: aut unũ citra, aliud ultra: aut unũ in superficie, aliud citra uel ultra. Sint citra superficiẽ: & à puncto a ducatur superficies, secãs pyramidẽ ęquidistãter basi: & ducatur à puncto g linea ad punctũ b: quę ꝓducta cadet in superficiẽ ab a ductã, cũ sit inter superficies æquidistãtes: [quarũ una p uerticẽ, altera p uisibile a ducitur] punctũ, in qđ cadit hęc linea, sit h. Probatur aũt modo suprà dicto [52 n] qđ a reflectitur ad h ab aliquo pũcto circuli, quẽ efficit superficies, secãs pyramidẽ, ducta à pũctis a, h: & inueniatur in circulo illo punctũ reflexionis: [p 31 uel 39 n] & sit e: & ducatur linea a b: & linea lõgitudinis pyramidis g e: & axis pyramidis g t: & ducatur à puncto e linea ad centrũ circuli: quę quidẽ cadet super axem: [p 4 th 1 coni. Apol. quia cẽtrũ circuli est in axe] & sit e t: & erit [p 18 p 3] orthogonalis super lineã, cõtingentẽ circulũ illũ in pũcto e: & ductis lineis a e, h e: secabit angulũ earũ p æqualia: [ut ostẽsum est 13 n 4] & diuidet lineã a h: [q̃a secat angulũ ipsi subtẽsum: sunt enim e h, e a, h a in eadẽ reflexionis superficie p 23 n 4] sit pũctũ diuisionis r. Palàm, quoniã g e, e t efficiũt superficiẽ, secantẽ lineã a b: sit pũctũ sectionis f: & à pũcto f ducatur perpẽdicularis super lineã g e [p 12 p 1] & sit f q: quę quidẽ erit orthogonalis super superficiẽ, cõtingẽtẽ pyramidẽ super lineã g e. [quia enim f q perpẽdicularis est duab. rectis intersectis, in cõmuni ipsarũ sectione (qđ est punctũ q) lateri nẽpe conico e g p fabricationẽ proximã, & rectę peripheriã circuli p punctũ q descripti, in extrema diametro tãgenti p 18 p 3: erit perpẽdicularis plano p ipsas ducto p 4 p 11, id est plano in latere conũ tãgente per 35 n 4.] Deinde à pũcto a ducatur ęquidistãs lineæ f q: & sit a l: f q aũt cõcurrat cũ axe in pũcto k: [qđ enim cõcurrat, patet p 11 ax. quia per

18 d 11 & 32 p 1 angulus ab axe & latere e g cõprehẽsus, est acutus] & à pũcto a ducatur ęquidistãs lineæ r t: quę sit a s: & ducatur à pũcto e linea, cõmunis superficiei reflexionis a e h & superficiei, contingẽti pyramidẽ in linea g e: quæ sit e o. Cadet quidẽ orthogonaliter super a s: cũ sit orthogonalis super e t: [quia enim e o tãgit peripheriã circuli in e: erit p 18 p 3 perpẽdicularis ipsi r e 1, cui a s parallela est p fabricationẽ. Quare p 29 p 1 e o perpendicularis est ipsi a s] & ducatur linea b q: quæ ,producta, necessariò cõcurret cũ linea a l: [p lẽma Procli ad 29 p 1] sit pũctũ cõcursus l: & ducatur à pũcto q linea, cõmunis superficiei cõtingenti, [speculũ in latere conico e g] & superficiei a b l: quæ sit o p: & ducãtur l s, p o. Palàm, quoniam superficies a l s est ęquidistãs superficiei g e k: [Nã quia e t semidiameter circuli, est perpẽdicularis axi p 18. 3 d 11: & angulus g q k rectus p fabricationẽ: ergo p 32 p 1 angulus g k q est acutus, & reliquus t k q obtusus. Quare e t, f k ultra axẽ cõtinuatæ efficient angulos duob. rectis minores p 13 p 1, & p 11 ax. cõcurrent: His uerò parallelæ a l, a s cõcurrũt in puncto a: suntq; binę in diuersis planis. Ergo p 15 p 11 ipsarũ plana sunt parallela] & lineæ q e, p o sunt in supficie contingẽte: quę supficies secat illas superficies ęquidistãtes, super duas lineas q e, p o: Igitur [p 16 p 11] q e æquidistat p o. Ducatur aũt linea h e, donec cõcurrat cũ h s in pũcto s [cõcurret aũt p lẽma Procli ad 29 p 1.] Palã [p 1 p 11] qd' linea e s est in superficie h e g: & in eadẽ est linea b l: [p 2 p 11] & hęc superficies secat prædictas superficies æquidistãtes, in duabus lineis e q, l s. Igitur [p 16 p 11] e q est æquidistãs l s: erit igitur [] p 30 p 1] p o ęquidistãs l s. Quare [p 2 p 6] a o ad o s, sicut a p ad p l: sed palã [per 12 n 4] quod angulus h e r æqualis est angulo r e s: erit angulus e s a ęqualis angulo e a s: [Nã cũ r t sit parallela ipsi a s per fabricationẽ: æquabitur tũ angulus h e r exterior, angulo e s a interiori & opposito, tũ e a s alterno r e a per 29 p 1. Quare p 1 ax. angulus e s a æquabitur angulo e a s] & e o est perpẽdicularis super a s: [ut ostẽsum est] erit ergo [per 26 p 1] a o æqualis o s: erit ergo a p æqualis p l [demõstratũ enim est, ut a o ad o s, sic a p ad p l] & q p perpẽdicularis est super a l: cũ sit perpẽdicularis super f k. [Quia enim f k ppẽdicularis est plano tãgẽti, ut patuit, in quo est q p: cũ sit illius, & plani a b l cõmunis sectio: ergo p 3 d 11 f k est ppẽdicularis ipsi p q, & p 29 p 1 ipsi a l parallelę.] Igitur [p 4 p 1] q l ęqualis a q: & angulꝰ q l a æqualis angulo l a q. Erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f: [Quia enim q f parallela est ipsi a l: ęquabitur exterior angulus b q f interiori & oppositꝰ q l a: & q a l alterno a q f p 29 p 1. Quare b q f æquabitur a q f.] Igitur a reflectetur ad b à puncto q [per 12 n 4.] Quod est propositum.



55. Visu & uisibili in plano per uerticem speculi conici conuexi ducto, basiq; parallelo, posito: punctũ reflexionis inuenire. 36 p 7.

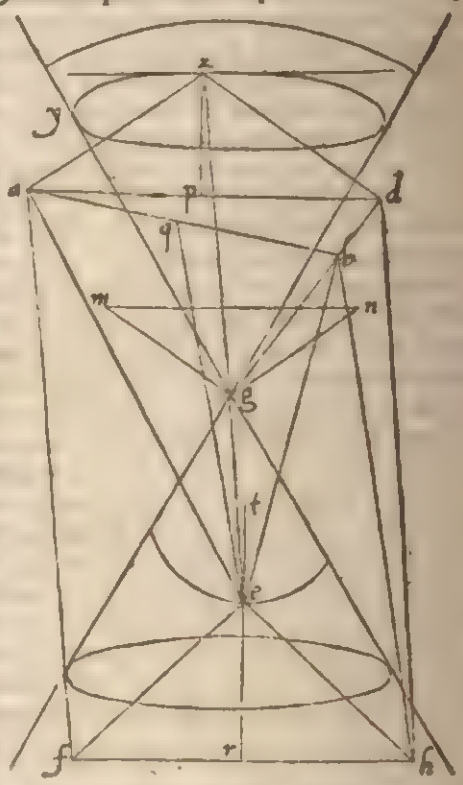
SI uerò cẽtrũ uisus & punctũ uisum fuerint in superficie m g n: sit unũ in puncto m, aliud in pũcto n: & ducãtur lineæ m g, n g, m n: & diuidatur angulus m g n per æqualia, per lineã q g [per 9 p 1.] Palã [per 12 n 4] qd' n à puncto g reflectitur ad m. Palã etiã, quòd linea q g & axis pyramidis sunt in superficie, secãte pyramidẽ super lineã longitudinis: [sunt enim axis & latus in uno plano, ut ẽ 18 d 11 intelligitur, & in eodẽ plano est recta linea q g per 2 p 11] à pũcto q ducatur orthogonalis super hãc lineã lõgitudinis g e: quę sit q e: & super pũctũ e fiat superficies æquidistãs basi: [ut dictũ est 52 n] quæ secabit pyramidẽ super circulũ [per 4 th 1 coni. Apol.] linea cõmunis supficiei q e g, & huic circulo sit e t. Palã, quoniã cadet super axem & super cẽtrũ circuli. [Quia enim conus sectus est duplici plano: uno per axem, altero ad basim parallelo: & illius quidẽ & coni cõmunis sectio est triãgulũ, per 3 th 1 coni. Apol. huius uerò circulus per 4 th eiusdẽ: ergo per cõsectariũ 4 th comunis sectio circuli & trianguli est diameter circuli, cuius cẽtrum est in axe.] Deinde à pũcto m ducatur ęquidistãs lineę e g: quę quidẽ in supficie illius circuli cadat in pũctũ b: [cadet aũt, q a est inter plana parallela.] Similiter à pũcto n ducatur æquidistans g e: quæ cadat in pũctũ a: & ducatur a b: & e t secet eã in puncto r.



[ſecabit aũt: quia cũ ſint in uno plano p 23 n 4: & e t ſecet angulũ a e b: cõtinuata ſecabit etiã baſi in angulo ſubtẽſam.] Palàm, quoniã m b æquidiſtat g e: eſt in eadẽ ſuperficie cũ ipſa: [p 35 d 1] quę ſuperficies ſecat ſuperficiẽ m g n & ſuperficiẽ b e a ęquidiſtãtes, ſuper duas lineas m g, b e: ergo [p 16 p 11] m g æquidiſtãs eſt b e. Similiter n a, g e ſunt in ſuperficie ſecante illas ſuperficies æquidiſtãte s, ſuper n g, a e: igitur [per 16 p 11] n g æquidiſtat a e. Similiter ſuperficies q g e ſecat eaſdẽ ſuperficies, ſuper duas lineas r e, q g: igitur [p 16 p 11] r e, q g æquidiſtãt. Igitur q g & m g æquidiſtãt b e, r e. Quare [p 10 p 11] angulus m g q æqualis angulo b e r: & angulus q g n æqualis angulo r e a: & angulus b e r æqualis angulo r e a. [qa angulus m g q æquatus eſt angulo n g q.] Et ita pũctũ a põt reflecti ad punctũ b à pũcto e [p 12 n 4.] Si ergo à pũcto a ducatur ęqdiſtãs q e, & alia ęqdiſtãs r e: & ducatur b e, donec cõcurrat cũ linea æqdiſtãte ipſi q e: & ducãtur lineę cõmunes, ut prius, & m e, n e: & iteretur ꝓbatio ꝓdicta: patebit, qd̃ n põt reflecti ad m à pũcto e. Erit igitur e pũctũ reflexiõis. Qd̃ eſt ꝓpoſitũ.

56. Viſu & uiſibili ultra planum per uerticem ſpeculi conici conuexi ductum, baſiq; parallelum, poſitis: punctum reflexionis inuenire. 37 p 7.

SI uerò ambo fuerint ultra m g n: fiat pyramis huic oppoſita: & eſt, ut ꝓtrahãtur lineæ lõgitudinis pyramidis iã factæ [ut è 1 d 1 coni. Apol. intelligitur] & à pũcto a ducatur ſuperficies, ſecans hãc ultimã pyramidẽ ſup circulũ y z: [ut oſtẽſum eſt 52 n: eritq; hic circulus parallelus utriuſq; coni baſib. p cõuerſionẽ 4 th 1 coni. Apol.] B aũt erit in hac ſuperficie: aut nõ. Si fuerit: fiat operatio à pũcto b. [ut 54 n.] Si nõ: ducatur linea g b, uſq; dũ cõcurrat cũ hac ſuperficie: [cõcurret aũt: quia eſt inter plana parallela] & ſit cõcurſus in pũcto d. Palàm, qd̃ a reflectitur ad d ab aliquo pũcto circuli y z interiore [per 40 n 4.] Inueniatur pũctũ illud: ſicut deinceps ꝓbabimus & docebimus, nõ ex anterioribus: & ſit z: & ducãtur lineæ a z, d z, a d: & linea p z diuidat angulũ illũ p æqualia: [p 9 p 1] & à puncto g ducatur g z linea lõgitudinis: [ut oſtẽſum eſt 52 n] & ducatur a b: & producatur linea z g ad aliã pyramidẽ: quę quidẽ perueniet ad ſuperficiẽ eius: & erit linea lõgitudinis: [ut patet è 1 d 1 coni. Apollo.] & ſit z g e. Palàm, quòd ſuperficies p z e ſecabit lineã a b: ſecet in puncto q: & ducatur à pũcto q perpẽdicularis ſuper lineã g e: [p 12 p 1] & cadat in pũctũ e: & erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, cõtingentẽ pyramidẽ ſuper lineã g e: [p 3 d 11] & ſuper pũctũ e fiat ſuperficies, æquidiſtãs baſi: quę ſit f e h: & ducatur à pũcto d linea æquidiſtãs z e: quę ſit d h, cõcurrẽs cũ ſuperficie illa in pũcto h: [cõcurret aũt: quia cõcurrit cũ plano ipſi parallelo] & eidẽ lineæ ſit æquidiſtãs a f. Palàm, quoniam d h eſt æquidiſtãs z e: quod ſunt in eadẽ ſuperficie: [p 35 d 1] quę ſuperficies ſecat ſuperficies æquidiſtantes, ſuper duas lineas d z, h e: igitur [p 16 p 11] h e, d z ſunt ęquidiſtãtes. Similiter a z, f e ſunt ęquidiſtãtes. Similiter, quoniã p z trãſit per cẽtrũ circuli y z: [ducta enim recta linea circulũ in pũcto z tãgẽte p 17 p 3: quoniã angulus a z d biſariã ſectus eſt à linea p z: & anguli incidẽtiæ & reflexiõis æquãtur p 10 n 4: anguli igitur deinceps lineę p z & tãgẽtis ęquãtur p 2 ax. & ita p 10 d 1 uterq; rectus eſt. Quare p 19 p 3 p z eſt diameter circuli y z, ſimiliter r e t p cẽtrũ alterius circuli, ſuper quẽ ſuperficies a e h ſecat pyramidẽ. Igitur ſuperficies p z e r ſecat duas ſuperficies æquidiſtãtes, ſuper duas lineas p z, r e: igitur [p 16 p 11] p z æquidiſtat r e. Quare [p 10 p 11] angulus a z p æqualis angulo f e r: & angulus d z p angulo h e r: & ita erit angulus f e r æqualis angulo r e h. [qa a z p æquatus eſt d z p.] Quare f reflectetur ad h à pũcto e. Igitur ſi à pũcto f ꝓtraxerimus ęquidiſtãtẽ q e, & aliã æquidiſtãtẽ r e: & lineas cõmunes, ſicut ſuprà: & iterauerimus modũ ꝓbandi prædictũ: patebit, quòd punctum a reflectetur ad b à puncto e. Quod eſt propoſitum.

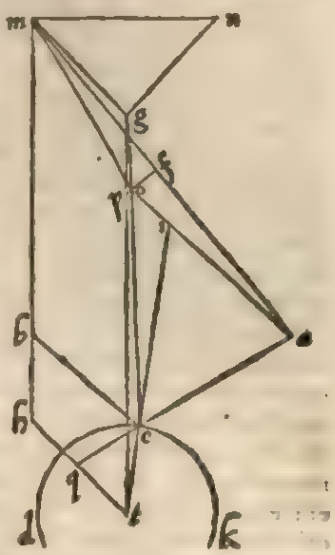


57. Viſu in plano per uerticem ſpeculi conici conuexi ducto, baſiq; parallelo, uiſibili citra idẽ poſitis: punctum reflexionis inuenire. 38 p 7.

SI uerò centrũ uiſus fuerit in ſuperficie æquidiſtante, quæ eſt ſupra uerticẽ, ſcilicet g: & punctũ uiſum citra hãc ſuperficiẽ: erit inuenire punctũ reflexionis hoc modo. Sit enim cẽtrũ uiſus m: pũctũ uiſum a: & ſit m n g ſuperficies æquidiſtãs baſi pyramidis: & à pũcto a ducatur ſuperficies æquidiſtãs baſi pyramidis: [ut mõſtratũ eſt 52 n] quæ ſecabit pyramidẽ ſuper circulũ [per 4 th. 1 coni. Apol.] q ſit d e k: cuius cẽtrũ t: & à pũcto m ducatur perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ: [p 12 p 1] quę ſit m h: & ducatur axis g t: & linea h t: & ducatur ab m ad a linea recta m a: & à puncto a ducatur ad lineã h t, intra circulũ, linea a e q, & e q ſit æqualis q t ſecũdũ ſupradicta: [37 n] & ducatur linea t e i: & à pũcto h ducatur æquidiſtãs t e, & æqũalis: [p 31. 3 p 1] q̃ ſit h b: & ducãtur lineæ m b, b e, g e. Palã, qd̃ ſuperficies g t e ſecabit lineã a m: ſit punctũ ſectionis f: & ducatur à pũcto f perpẽdicularis ſuper lineã e g: [p 12 p 1] & ꝓducatur ad axem: [cũ quo cõcurret, ut oſtẽſum eſt 54 n] cadẽs in pũctũ o: quę ſit f o p: & ducãtur lineæ m o, a o. Dico, qd̃ o eſt punctũ reflexionis. Palã, quoniã h b æquidiſtãs & æqualis t e: [per fabricationẽ] igitur h t æquidiſtãs & æqualis e b. [per 33 p 1.] Sed m h

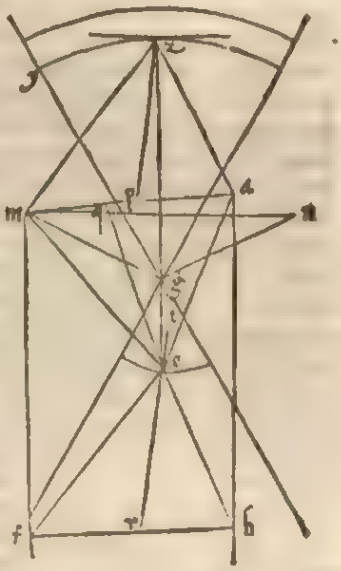
æqualis

æqualis & æquidiſtãs g t:cũ utraq; ſit perpẽdicularis:[duob. planis p m n g & p a ductis. Nã utraq; ppẽdicularis eſt plano p a ducto: m h quidẽ p fabricationẽ: g t uerò p 18 d 11:qa eſt axis. Itaq; p cõuerſam 14 p 11 utraq; perpẽdicularis eſt plano m n g parallelo p fabricationẽ plano p a ducto: quare p 28. 33 p 1 m h, g t ſunt parallelæ & æquales] igitur h t eſt æquidiſtans & æqualis m g: [p 33 p 1] igitur m g æquidiſtãs & æqualis b e [per 30 p 1. 1 ax.] Quare m b æquidiſtãs & æqualis g e [p 33 p 1.] Palã etiã, qd' angulus q t e æqualis eſt angulo q e t: [p 5 p 1: qa e q, q t æquatę ſunt] & ita [p 15 p 1] æqualis angulo a e i: ſed q t e eſt æqualis angulo i e b. [p 29 p 1: qa e b, h t ſunt parallelæ.] Igitur [p 1 ax.] i e b æqualis eſt i e a: Quare a reflectitur ad b à pũcto e [p 12 n 4.] Et cũ linea b m æquidiſtãs ſit lineæ g e: ſi à pũcto a ducatur æquidiſtãs f o p, & æquidiſtans i t: & iteretur figura ſupradicta, & ꝓbatio: [54 n] palàm, quòd a reflectetur ad m à puncto o. Et ita eſt propoſitum.



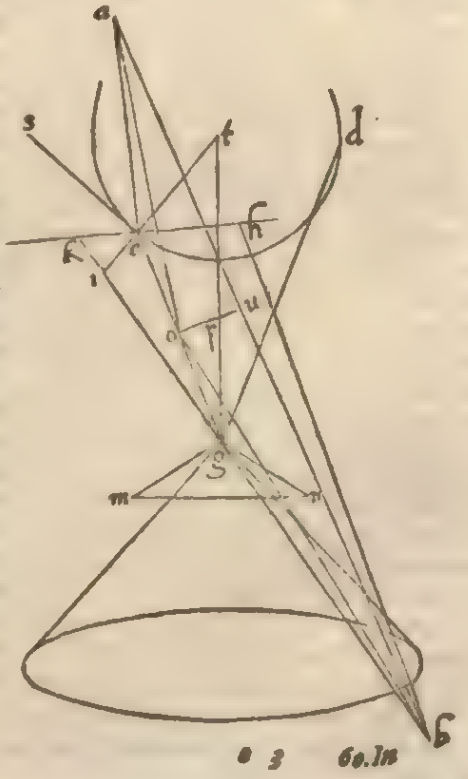
58. Viſu in plano per uerticẽ ſpeculi conici conuexi ducto, baſiq; parallelo, uiſibili ultra idẽ poſitis: pũctũ reflexiõis inuenire. 39 p 7.

SI uero m ſit in ſuperficie, & a ultra ſuperficiem: fiet pyramis alia huic oppoſita: & fiat ſup a ſuperficies æquidiſtãs baſi huius pyramidis: & inueniatur in circulo huius ſuperficiei pũctũ reflexiõis ex punctis interiorib. & ducatur à pũcto illo linea ad g: & ꝓducatur: & inuenietur pũctũ ſecũdũ ſuprà ora: [56 n] & idẽ eſt ꝓbãdi modus.



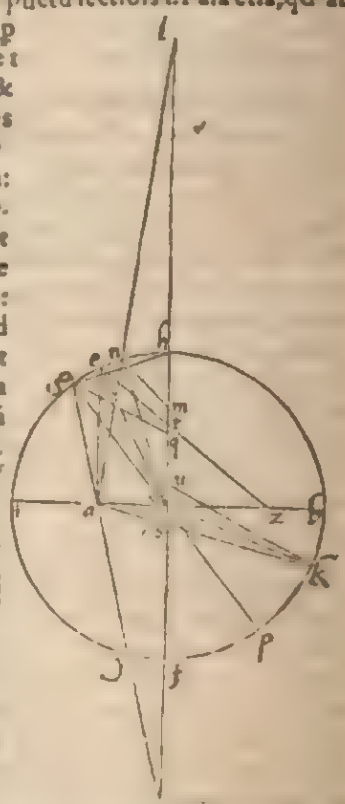
59. Viſu citra planum per uerticem ſpeculi conici cõuexi ductum, baſiq; parallelum: uiſibili ultra idem poſitis, uel contrà: punctum reflexionis inuenire. 40 p 7.

SI aũt pũcta, ſcilicet cẽtrũ uiſus & pũctũ uiſum ita diſponãtur, ut unũ ſit citra ſuperficiẽ uerticis, aliud ultra: ſit unũ b: aliud a: ſuperficies uerticis m g n: & ducatur à pũcto a ſuperficies ęq̃diſtãs baſi: [ut mõſtratũ eſt 52 n] ſecabit pyramidẽ ſup circulũ: [p 4 th. 1 coni. Apol.] q̃ ſit d e: centrũ eius ſit t: & ducatur axis g t: & ducatur linea b g: cõcurret quidẽ cũ ſuperficie a e d: [qa cõcurrit cũ plano ipſi parallelo] ſit cõcurſus k, & in circulo d e inueniatur punctũ, qd' ſit e: ita, ut cõtingẽs ducta à pũcto illo, quę ſit s e, diuidat p æqualia angulũ, quẽ cõtinẽt lineæ k e, a e: [p 36 n] & ducatur linea lõgitudinis g e: & à pũcto b ducatur linea æquidiſtãs g e: quę neceſſariò cõcurret cũ linea k e: [p lẽma Procli ad 29 p 1] ſit cõcurſus h. Palàm [p 1 p 11] qd' h eſt in ſuperficie g e k: & b h in eadẽ ſuperficie [p 35 d 1] qa æq̃diſtãs eſt g e: & ducatur linea t e i. Palã, qd' ſuperficies g t e ſecat lineã b a: ſecet in pũcto u: à quo ducatur ppẽdicularis ſup ſuperficiẽ cõtingẽtẽ: [ſpeculũ in latere conico g e] q̃ ſit u o p: & ducãtur lineę a o, b o. Palã [è fabricatione] qd' angulus a e s ęqualis eſt angulo s e k: & cũ [per 18 p 3] angulus i e s ſit rectus, & s e t rectus: [ideoq; p 10 ax. æquales: & per 3 ax. reliquus a e t æquatur reſiquo k e i] erit i e a æqualis angulo t e k: [per 2 ax.] & ita angulus a e i æqualis angulo i e h. [Nã angulus t e k æqualis angulo a e i, æquatur angulo i e h per 15 p 1: ideoq; p 1 ax. angulus a e i æquatur angulo i e h] Quare a reflectetur ad h à pũcto e. Si ergo à pũcto a ducatur ęquidiſtãs u o, & æquidiſtãs i u & iteretur ꝓbatio: [54 n] patebit, qd' reflectetur a à pũcto o ad b. Et ita patet ꝓpoſitũ. Palã ergo, qũo ſit inuenire pũctũ reflexionis. Et hęc, quę dicta ſunt, de unico uiſu intelligẽda ſunt: in duplici aũt uiſu idẽ accidit: quoniã eadẽ forma, & idẽ locus formæ cõprehenditur ab utroq; uiſu. Et (ſicut dictũ eſt [41 n] in ſpeculo ſphærico exteriore) formę à duob. oculis cõprehẽſę, in his ſpeculis propter cõtiguitatẽ uidẽtur una: & aliquãdo ſimul ſunt in loco: & aliquãdo cõmiſcentur earum loca in parte: aliquando ſeparãtur, ſed modicùm. Forma autem, quæ per perpendicularẽ in his ſpeculis deſcendit, ſecundum eandem regreditur, ſicut ſuprà patuit: [11 n 4] & forma illa ab uno oculo ſuper perpendicularem, percipitur ab alio oculo ſecundum lineam reflexionis, ſed loca formarum continua ſunt. Vnde eadem apparet uiſui forma.



60. In ſpeculo ſphærico cauo, imago uidetur aliàs in reflexionis puncto: aliàs in uiſu: aliàs ultra: aliàs citra ſpeculum: aliàs inter uiſum & ſpeculum. 11 p 8.

IN ſpeculis ſphæricis concauis aliquãdo perpendicularis a pũcto uiſo ducta ſecat lineã reflexionis: aliquãdo eſt æquidiſtãs ei. Quãdo ſecat: erit locus formæ aliquãdo in ſpeculo: aliquãdo ultra ſpeculũ: aliquãdo citra. Et cũ fuerit locus formæ citra ſpeculũ: aliquando erit inter uiſum & ſpeculũ: aliquãdo in cẽtro uiſus: aliquãdo citra cẽtrũ uiſus. Et nos hæc demõſtrabimus. Sit a cẽtrũ uiſus: d cẽtrũ ſpeculi: & fiat ſuperficies ſuper hæc puncta: quæ ſecabit ſpeculũ ſup circulũ [per 1 th. 1 ſphær. Theodo.] q circulus ſit h b f g: erit quidẽ ſupficies hęc, ſupficies reflexionis: quoniã eſt orthogonalis ſup quãlibet ſuperficiẽ, cõtingentẽ circulũ: [p 13 n 4] & ducatur linea a d: & a pũcto a ducatur linea ad circulũ maior q̃ a d: quę ſit a e: & à pũcto d ducatur ad circulũ æquidiſtãs a e: q̃ ſit d h: & ꝓducatur a d uſq; in pũcta b, i: [q̃ nimirũ uiſus fuerit intra circulũ h b f g: qđ ſi fuerit in peripheria uel extra: linea a d ab una tãtùm parte in peripheriã cõtinuabitur: eritq; eadẽ demõſtrãdi ratio: quia e ſemp maior eſſe debet a d] & ducatur linea d e. Palã, qđ angulus a e d eſt minor recto: [cõnexis enim rectis e i, e b: erit angulus i e b rectus p 31 p 3, ideoq; a e d acutus: quoniã e d ſemidiameter: & quælibet linea in circulo cũ diametro facit angulũ acutũ [ut patet p 31 p 3. 32 p 1 uel 9 ax.] Et ſup punctũ e fiat angulus æqualis angulo a e d [p 23 p 1] q ſit d e t. Palã, qđ e t cadet intra circulũ: [ſi. n. cadoret extra: uel tãgeret peripheriã, efficeretq; cũ ſemidiametro d e angulũ rectũ p 18 p 3: uel ſecaret, & efficeret obtuſum: quorũ uterq. cũ acuto a e d maior ſit p 11 12 d 1: mã dato ſatis factũ nõ eſſet] & ſecabit lineã d h: [p lẽma Procli ad 29 p 1: qa ſecat a e ipſi parallelã] ſit pũctũ ſectionis t. Palã etiã, qđ angulus a d e maior eſt angulo d e t: [qa cũ a e maior ſit a d, maior erit p 18 p 1 angulus a d e angulo a e d, cui æquatus eſt angulus d e t] & ita e t ſecabit a b: [qa. n. anguli a d e, e d b æquãtur duob. rectis per 13 p 1: & angulus a d e maior eſt angulo d e t: anguli igitur e d b, d e t minores ſunt duob. rectis: quare e t, d b cõcurrẽt p 11 ax.] ſecet in pũcto z. Deinde à pũcto a ducatur ad arcũ e h linea: q̃ ſit a n: & ducatur linea d n: & ſuper pũctũ n fiat angulus æqualis angulo d n a, p lineã m n: q̃ neceſſariò cadet intra circulũ: [ob cauſſam ꝓximè expoſitã] & ſecabit d h: [Nã cũ angulus a n d à ſemidiametro d n & recta linea a n cõprehenſus, ſit acutus, ut patuit: erit angulus d n m ipſi æquatus, acutus: ſed & n d m eſt acutus, qa pars eſt acuti e d t: anguli igitur d n m, n d m ſunt minores duob. rectis. Quare n m, d h cõcurrent p 11 ax.] ſecet in pũcto m. Palã etiã, qđ a n cõcurret cũ d h extra circulũ: [per lẽma Procli ad 29 p 1] ſit cõcurſus in l. Ducatur etiã à pũcto a linea ad arcũ e i f: q̃ ſit a g: & ducatur d g: & fiat angulus d g q æqualis angulo a g d. Palã, qđ q g ſecabit d h: [ut patuit] ſit pũctũ ſectionis q. Palã etiã, qđ a g cõcurret cũ d h ex parte f: [Nã qđ cõcurrat, cõſtat é lẽmate Procli ad 29 p 1: qđ uero uerius t, è paulo ante demõſtratis ꝓſpicuũ eſt] ſit cõcurſus o. Qđ aũt g q cadat inter d & h, palã: cũ arcus, quẽ ſecat g o ex circulo, ſit maior arcu g h: ſi n. ducatur linea g h: angulus h g d maioré reſpiciet arcũ angulo a g d. [ideoq; p 33 p 6 angulus h g d erit maior angulo a g d: at angulo a g d, æquatus eſt angulus q g d: angulus igitur h g d maior eſt angulo q g d: itaq; linea q g ſecans angulũ q g d, ſecabit baſim h d angulo q g d ſubtẽſam.] Iterũ à pũcto a ducatur ad arcũ f b, linea a k, ſecãs d h in pũcto s: [qđ n. ſecet, patet e lẽmate Procli ad 29 p 1] ut ſit k s maior s d: [ſecta nẽpe d f biſariã p 10 p 1, & ab a ducta linea a k p ſectionis pũctũ, uel p quodcũq; aliud uerſus d: utroq; n. modo erit s k maior t s p 7 p 3: & ob id maior s d] & ducatur k d. Palã, qđ angulus d k a eſt acutus. [ut in principio huius numeri oſtẽſum eſt] fiat [p 23 p 1] ei æqualis: q ſit d k u. Palã qđ, cũ angulus k d s ſit maior angulo d k s: [p 18 p 1: qa s k maior eſt s d per fabricationẽ] k u cõcurret cũ d h: [Nã cũ anguli h d k, k d s æquẽtur duob. rectis p 13 p 1: & k d s ſit maior d k s e cõcluſione: erit k d s etiã maior d k u æquali d k s: anguli igitur h d k, d k u ſũt minores duob. rectis. Quare h d, k u cõcurrẽt p 11 ax.] ſit cõcurſus in pũcto u. Palã ſecũdũ ſupradicta [& 12 n 4] qđ pũctũ t mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis à pũcto t ducta, eſt t d: q̃ ppẽdicularis eſt ſup ſupficiẽ, cõtingẽtẽ ſpeculũ: [p 25 n 4] & eſt æquidiſtãs lineæ reflexiõis, q̃ eſt a e: per fabricationẽ, unde nõ cõcurret cũ e a: per 35 d 1. Imago igitur pũcti t uidebitur in reflexiõis pũcto e. Pũctũ aũt z mouetur ad e, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis ducta à pũcto z, eſt a z: q̃ cõcurrit cũ a e in pũcto a. Vnde locus formę pũcti z erit a. [p 3 n.] Pũctũ uerò m mouetur ad n, & reflectitur ad a: & ppẽdicularis ducta à pũcto m, quę eſt m d, cõcurrit cũ a n in pũcto l, qđ eſt ultra ſpeculũ: & locus formę pũcti m erit l. Forma uerò pũcti q mouetur ad g, & reflectitur ad a: & locus eius erit o: qui eſt ultra uiſum. Et forma puncti u mouetur ad k, & reflectitur ad a: & perpendicularis ab eo, eſt k d: & locus imaginis s. [inter uiſum & ſpeculũ.] Palàm ergo ex prædictis, quòd imaginum quædam inter uiſum & ſpeculum: quædam in ipſo uiſu: quædam citra uiſum: quædam ultra uiſum apparent. Quod eſt propoſitum.



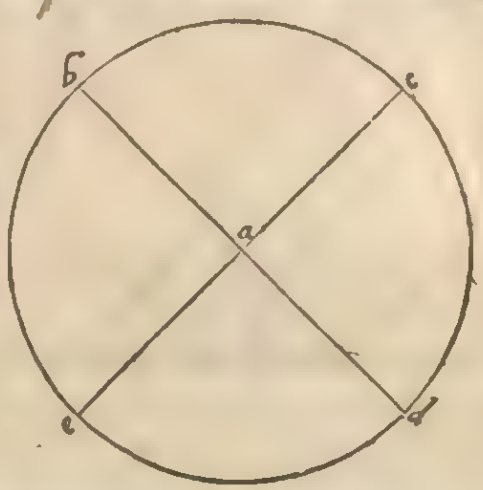
61. In ſpeculo ſphærico cauo imago prouarioeius ſitu atq; loco uariè uidetur. 12 p 8.

AMplius: palam, quoniã uiſus pfectius acquirit formas ſibi oppoſitas. [per 21. & n 1 17 n 3.] Vnde cũ locus imaginis fuerit ultra ſpeculũ, ut in puncto l] aut inter uiſum & ſpeculum: ut in

puncto s]

puncto s] cõprehẽditur ueritas illius imaginis. Cũ aũt ppẽdicularis à pũcto uiſo ducta, fuerit æquidiſtãs lineæ reflexiõis: apparebit imago in pũcto reflexiõis. [ut in e.] Quoniã cũ pũctũ illud ſit ſenſuale, ut patet è 16 n 4] ſumpto pũcto eius intellectuali medio imago cuiuſcũq; partis illius punctι ſenſualis, ultra mediũ ſumptæ, erit ultra ſpeculũ: & imago partis citra mediũ erit inter uiſum & ſpeculũ. Et cũ totalis forma ex ulteriorib. & citeriorib. partibus uideatur una & continua: neceſſariò forma illius punctι ſenſualis uidebitur in ipſo ſpeculo, in loco reflexionis. Verũ in imaginib. quarũ locus fuerit in cẽtro uiſus, non cõprehẽditur ueritas earũ: unde ſæpius error accidit in his ſpeculis. Vt aũt hoc pateat: erigatur ſup ſuperficiẽ ſpeculi lignũ perpẽdiculariter, minus medietate ſemidiametri ſpeculi: & circa caput huius ligni, ſit cẽtrũ uiſus: & dirigatur uiſus ad pũctũ ſpeculi, cuius lõgitudo a ligno ſit maior, q̃ lõgitudo cẽtri uiſus à diametro, p lignũ trãſeunte: uidebitur q dẽ imago illius ligni ultra uiſum, nec erit certa cõprehẽſio eius: imò apparebit arcuata: cũ nõ ſit. In his ergo ſpeculis nõ cõprehẽditur ueritas imaginis, niſi cuius locus fuerit ultra ſpeculũ: aut inter uiſum & ſpeculũ. Cũ aũt cẽtrũ uiſus fuerit in ppẽdiculari p lignũ trãſeũte: nõ plenè cõprehẽdit formã illius ligni.

62. Viſus in centro ſpeculi ſpharici cani poſitus: ſe ipſum tantùm uidet. 4 p 8. Idem 44 n 4.



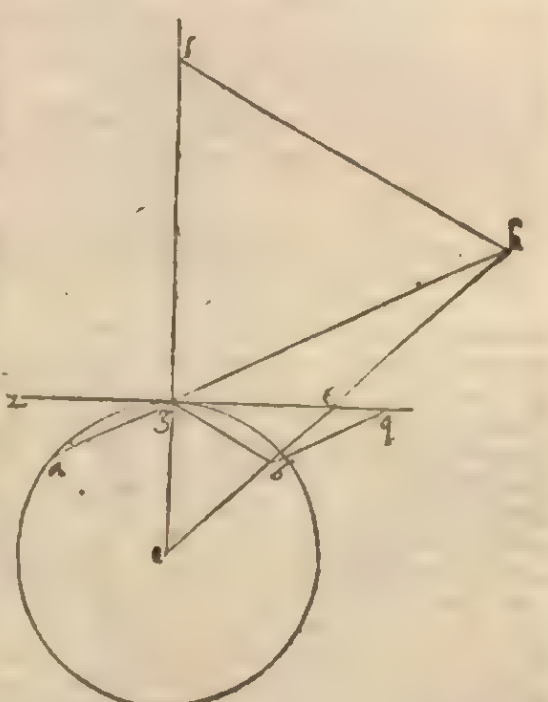
SI uerò uiſus fuerit in diametro ſphęrę, & in cẽtro eius (cũ quęlibet linea ab eo ad ſpeculum ducta ſit perpẽdicularis ſuper ſpeculũ) [quia perpẽdicularis eſt plano ſpeculum tangẽti p 4 th 1 ſphęr. uel 25 n 4: eaq; de cauſſa in ſe ipſam reflectitur per 11 n 4] nõ cõprehẽdetur forma alicuius pũcti, niſi puncti portionis oculi, interiacentis latera pyramidis uiſualis, quę à cẽtro ſpeculi intelligitur ꝓtẽdi. Quoniã forma cuiuslibet alterius pũcti cadet in ſpeculũ ſup lineã declinatã, & neceſſariò reflectetur ſup declinatã. Quare linea reflexionis nõ trãſibit per centrũ: & ita nõ cõtinget centrũ uiſus.

63. Semidiameter ſpeculi ſpherici cani, in qua eſt uiſus extra cẽtrũ: nullum ſui punctũ obliquè ſpeculo incidẽs ad uiſum reflectit: reliqua uerò ſemidiameter prædictæ cõtinua, reflectit. 5 p 8.

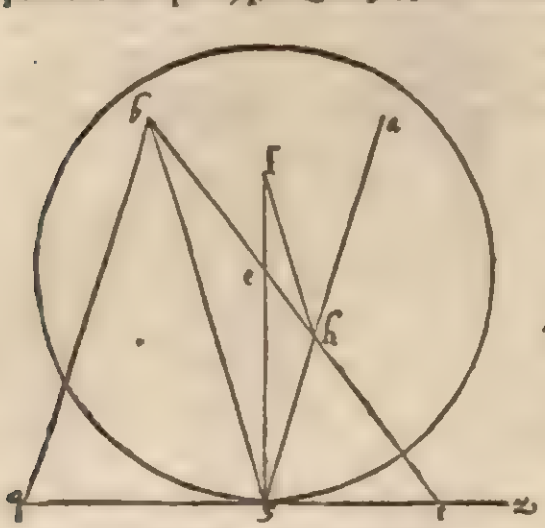
SI uero fuerit uiſus in diametro: non comprehendet formam alterius punctι ſemidiametri, in qua eſt. Quoniã angulus, quem efficient duæ lineæ à puncto ſumpto in ſemidiametro, & à centro uiſus in idẽ ſpeculi punctũ, non diuidetur per perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductam: cum illa perpendicularis tendat ad centrum ſpeculi: [per 4 th 1 ſphær.] Sed formam alicuius punctι alterius ſemidiametri percipere poterit.

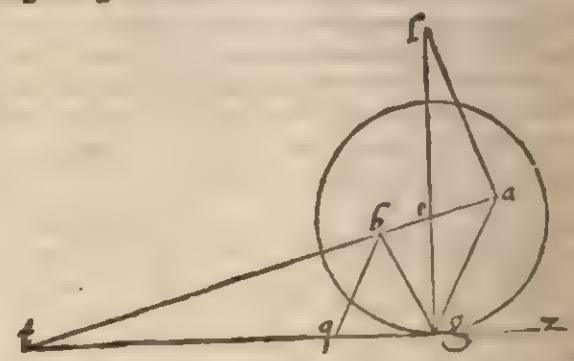
64. In ſpeculo ſpharico cauo perpendiculari incidentiæ, & linea reflexionis concurrentibus: eſt: ut perpendicularis incidentia ad rectam inter centrum ſpeculi & locum imaginis: ſic recta inter uiſibile & finem contingentiæ, ad rectam inter finem contingentiæ & locum imaginis. 13 p 8.

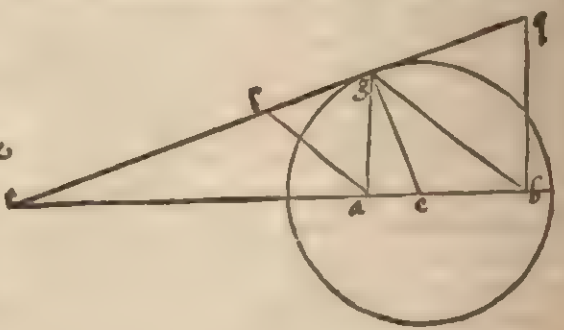
AMplius: uiſo pũcto in huiuſmodi ſpeculo, cũ non fuerit perpendicularis ęquidiſtans lineę reflexionis: linea à centro ſpeculi ad punctũ uiſum ducta, ſe habebit ad lineã ab eodem centro ad locũ imaginis ductam, ſicut linea à puncto uiſo ad punctum, (quod diximus) contingentię [17 n] ſe habet ad lineam à puncto contingentiæ, ad locum imaginis ductam. Verbigratia: ſit e centrum ſpeculi: b punctum uiſum: a centrum uiſus: g punctum reflexionis: linea contingentiæ z g: z g aũté aut concurret cum e b: aut erit æquidiſtãs ei. Cõcurrat in puncto t. Linea uerò e b cõcurrit cũ a g [ex theſi,] ſed non in puncto g: cũ b e, a g ſint duę lineę. Igitur aut cõcurrit ultra g: aut inter g & a: aut in a: aut ultra a. Sit ultra g, & in pũcto h. Dico ergo, quòd eſt proportio e b ad e h, ſicut b t ad t h. Producatur perpẽdicularis e g: & à puncto h ducatur ęquidiſtans lineæ b g: ſper 31 p 1, quę cõcurret cũ e g: [per lẽma Procli ad 29 p 1] ſit cõcurſus l: & à puncto b ducatur ęquidiſtãs g h: [quę neceſſariò cõcurret cũ z t: [per dictũ lẽma ſit cõcurſus q. Palã per 12 n 4] quòd angulus b g e eſt ęqualis a g e: ſed angulus b g e eſt æqualis angulo g l h: [exterior interiori & oppoſito p 29 p 1] & [p 15 p 1] angulus a g e ęqualis angulo l g h: ergo angulus g l h ęqualis eſt angulo l g h. Igitur [p 6 p 1] l h ęqua-

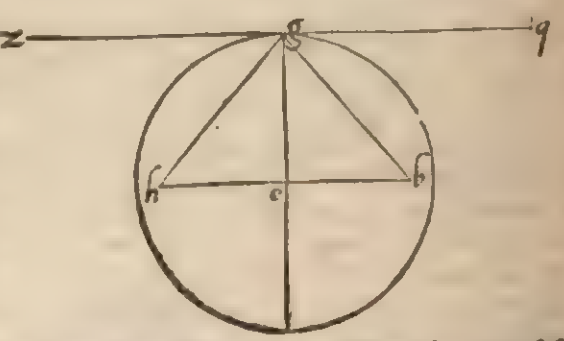


lis est g h. Similiter angulus b g q ęqualis est angulo a g z. [Nã cũ angulus e g q æquetur angulo e g z: qa p 18 p 3 uterq; rectus est, & e g b ipsi e g a, ut patuit: reliquus igitur b g q ęquatur reliquo a g z p 3 ax.] & angulus a g z ęqualis est angulo g q b [exterior interiori opposito p 29 p 1: ideoq; b g q ęquatur g q b: & ita [p 6 p 1] b q ęqualis est b g. Quare [p 7 p 5] ꝓportio b g ad h l, sicut b q ad h g. Sed quoniã angulus g h t est ęqualis angulo t b q: [per 29 p 1] erit triangulũ t b q simile triãgulo g h t. [Nã anguli ad t æquãtur p 15 p 1, & p 32 p 1 tertius tertio. Quare p 4 p. 1 d 6 triãgula t b q, g h t sunt similia.] Igitur ꝓportio q b ad h g, sicut b t ad t h: & ita [per 7 p 5] b g ad h l, sicut b t ad t h. Sed cũ triangulũ b g e sit simile triangulo h e l: [angulus enim ad e cõmunis est, & exteriores ad g & b ęqnãtur interiori b. oppositis ad l & h per 29 p 1. Quare p 4 p. 1 d 6 triangula b g e, h e l sunt similia] erit ꝓportio b g ad h l,





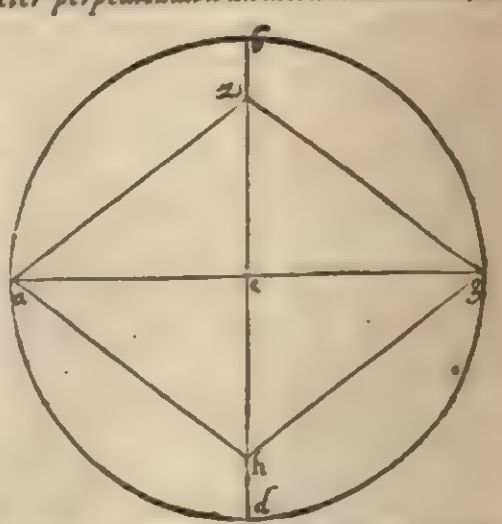




sicut e b ad e h: & ita [p 11 p 5] e b ad e h, sicut b t ad t h. Qd̃ est ꝓpositũ. Eadẽ erit ꝓbatio, si locus imaginis fuerit inter a & g: aut in a: aut ultra. Si uerò linea cõtingẽtiæ z g sit æquidistãs perpẽdiculari, q̃ est b e h: ducatur perpẽdicularis g e: [à pũcto g super z g] quę cũ sit ꝓpendicularis super g z: erit perpẽdicularis sup b h [per 29 p 1] & erit angulus b e g ęqualis angulo h e g: & [per 12 n 4] angulus b g e æqualis est angulo e g h: restat triãgulũ b g e simile triãgulo e g h. [ęquabitur. n. p 32 p 1 reliquus angulus ad b, reliquo ad h: itaq; p 4 p. 1 d 6 triãgula b g e, h g e erunt similia.] Igitur proportio b e ad h e, sicut b g ad g h. Qd̃ est propositum. Quare in hoc casu non põt sumi aliud punctũ cõtingẽtię, q̃ punctũ g, eo modo, quo punctũ contingentię suprà 17 n] appellauimus.

65. Visus & uisibile in diametro speculi sphærici caui æquabiliter à cẽtro distantibus: potest fieri reflexio à tota peripheria circuli, quę semidiameter perpẽdicularis ad dictã diametrum, cõuersa describit. 14 p 8.

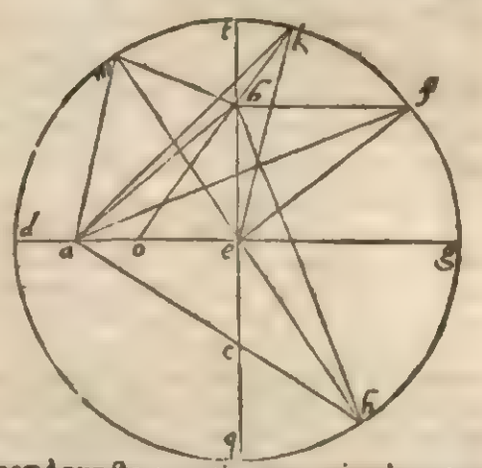
AMplius: sit circulus a b g d: & h centrum uisus intra speculum: e centrum speculi: z punctum uisum: & ducatur diameter b e d. Si fuerit z in semidiametro b e: poterit esse reflexio ab aliquo puncto semicirculi b a d, & ab aliquo púcto semicirculi ei oppositi. Quoniam quocunq; puncto semidiametri b e sumpto: si ab eo ducatur linea ad aliquod punctum semicirculi, & à puncto h ad idẽ punctum ducatur alia linea: illæ duę lineæ efficient angulum, quem diuidet per æqualia semidiameter ducta à puncto e ad illud punctum [quia enim semidiameter illa ex thesi est perpendicularis diametro, in qua uisus & uisibile ęquabiliter à centro speculi distantia collocantur: itaque si à uisu & uisibili duę rectæ lineæ cum dicta semidiametro in peripheria cõcurrant: erunt anguli ad cõcursus puncti ęquales per 4 p 1. Quare per 12 n 4 ipsum est reflexionis punctũ.] Similiter in semicirculo oppositõ.

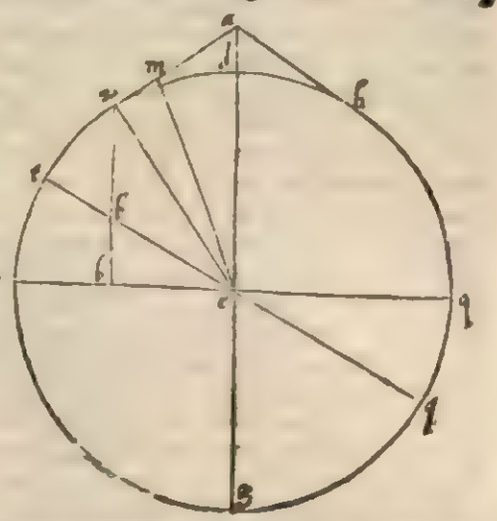


66. Visus

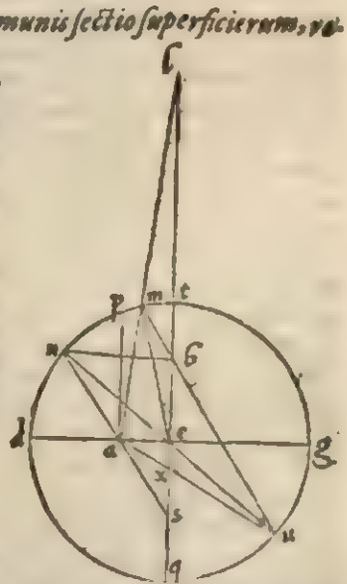
66. Visus & visibile in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spharici caui) inter se reflectuntur, tum à peripheria inter semidiametros, in quibus sunt: tum ab alia huic opposita: à reliquis verò duabus minimè. 20 p 8.

SI verò b punctũ visum fuerit extra diametrum d a g, ducatur diameter transiens per b: quæ sit t q. Dico, quod b potest reflecti ad visum a per arcum interiacentẽ diametros, in quibus sunt a & b, & similiter per eius oppositum, id est, per arcum t d, & per arcum g q: & non poterit reflecti ab aliquo puncto arcus g t uel arcus q d. Verbi gratia: sumatur punctum in arcu g t, prope t, quod sit k: & ducantur lineæ a k, k b: donec cadat k b super diametrum d g in puncto o. Cum igitur o & a sint ex eadẽ parte centri circuli, quod est e: perpẽdicularis ducta à puncto k ad e, nõ diuidet angulũ o k a. Et ita b non reflectetur ad a à puncto k. Similiter sumpto alio pũcto, quod sit f: patẽbit, quòd perpendicularis e f non diuidet angulum a f b. Et ita nõ reflectetur b ad a à puncto f. Quòd autem à puncto arcus t d, uel arcus g q possit fieri reflexio: palàm per hoc. Sit m punctum arcus t d: & ducantur lineę a m, m b: fiet quadrangulum a m b e. Igitur perpendicularis e m diuidet angulum a m b. Simili modo sit h punctum arcus g q: Linea a h secabit diametrum t q in puncto c: & linea h b eundem in puncto b. Et sunt hæc etiam duo puncta ex diuersis partibus centri. Quare linea e h diuidet illum angulum. Pari modo, si fuerit b in superficie speculi: aut extra speculum, dum a sit intra speculum: idem erit probãdi modus, qui prius. Similiter si a fuerit in superficie speculi, b interius, aut exterius. Si verò a fuerit extra speculum, b intra: patebit, quod diximus. Ducantur enim lineæ à puncto a contingentes circulum d t g [per 17 p t] quæ sint a h, a z: & ducantur duę diametri z e g, t e q: & b in diametro t e q: reflectetur b ad a ab aliquo puncto arcus t d: ut constat è iam demonstratis.] Sed palàm, quòd non ab aliquo puncto arcus z d. [ductis enim duabus rectis e z, b z: erit angulus e z a rectus per 18 p 3, & e z b acutus, ut ostensum est 60 n. Quare ob angulorum inæquabilitatem, à puncto z, ad visum a nulla fiet reflexio: multo igitur minus à punctis inter z & d intermedijs: quia angulorum ad lineã z a factorũ, unius quidẽ acuti, alterius verò obtusi per 16 p 1, multò maior futura est inęquabilitas.] Igitur ab aliquo pũcto arcus t z: & similiter ab aliquo pũcto arcus oppositi ipsi t d, scilicet arcus g q reflexio fiet. Sed ab arcu t g, uel d q nõ fiet reflexio secundũ suprà dictũ modũ. Si verò b fuerit extra hanc diametrũ, & super aliã, quæ similiter sit t e q: fiet reflexio ab arcu t d: & à sola parte eius t z, & ab arcu oppositi, qui est g q: sed ab arcu t g, uel d q non fiet reflexio.





67. Si visu & visibili in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spharici caui) sitis: linea à visu parallela diametro visibilis, secet arcti circuli peripheriam. Imago reflexa à peripheria inter parallelam & visibilis diametrum, videbitur extra speculum: à peripheria inter parallelam & diametrum visus, ultra visum: à peripheria verò opposita, inter visum & speculum. 21 p 8.

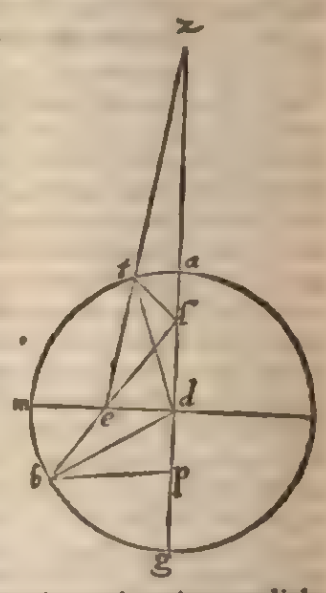


VErũ si à puncto a ducatur æquidistans t e: quæ sit a p: loca imaginũ reflexarũ à punctis arcus t p, erunt extra speculũ: loca autẽ imaginũ arcus p d, ultra centrũ visus, quod est a: loca autem imaginum arcus q g sunt inter centrum visus & speculum. Et quod suprà [60. 61 n] dictum est de locis imaginum: idem intelligẽdum, ducta a m æquidistante lineæ t q.

68. In quolibet puncto diametri circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spharicicaui) quantumlibet continuata, potest imago videri. 22 p 8.

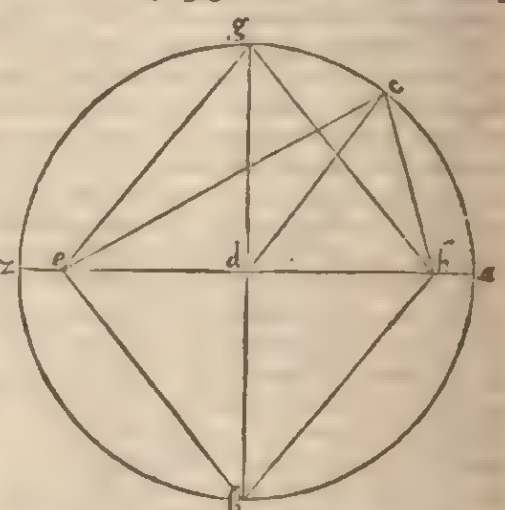
AMplius: sumpta diametro circuli in sphærico speculo cõcauo: quodlibet punctũ illius diametri, quantum-

quantumcunq; productæ, poteſt eſſe locus imaginum. Verbi gratia: ſit a g diameter circuli a m g: cuius d centrum. Sumatur in hac diametro punctum z: e cẽtrum uiſus. Dico, quòd z poteſt eſſe locus imaginis. Ducatur linea e t z per t punctum circuli: & ducatur linea d t: erit angulus e t d acutus: [ut demõſtratum eſt 60 n.] Fiat aũt ei æqualis [p 23 p 1] q ſit d t l. Palã [per 12 n 4] quòd l reflectetur ad e à puncto t: & eius imago erit z [p 6 n.] Similiter ſumpto l puncto: patebit quod eſt locus imaginis. Ducatur. n. linea l e uſq; in b punctũ circuli: & ducatur linea b d: erit [ut prius] angulus e b d acutus. Fiat ei æqualis: qui ſit d b p: reflectetur quidẽ punctum p ad e à puncto b: [per 12 n 4] & locus imaginis eius erit l: [per 6 n.] Et ita ſumpto quocunq; alio puncto: erit eadem probatio.



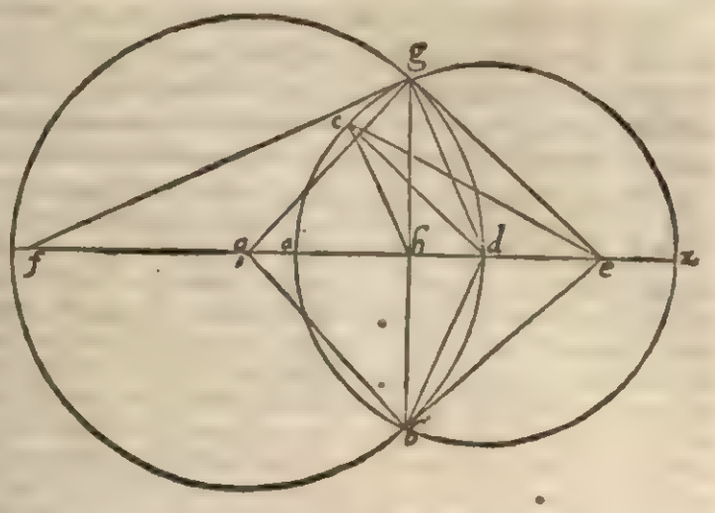
69. Si uiſus et uiſibili in eadẽ diametro circuli (q eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ, reflexionis & ſpeculi ſpherici cauæ) ſitis: imago uideatur in ipſo uiſu: ab uno ſemicirculi, uel à quolibet alterius definiti circuli puncto poteſt ad uiſum reflexio fieri. 23 p 8.

AMplius: punctorum, quæ cõprehẽduntur in his ſpeculis: quorundã imagines quatuor loca ſortiuntur: quorundã tria: quorundã duo: quorundã unum. Punctũ, cuius imago in quatuor ceciderit loca: à quatuor pũctis determinatis reflectitur, nõ ab alijs, uel plurib. Punctum, cuius imago tria ſibi uſurpat loca: à tribus punctis ſpeculi reflectitur, nõ à plurib. cuius duo: a duobus. Puncti aũt, cuius imago in unicum cadit locũ: poterit eſſe: quòd ab uno tãtùm puncto ſit reflexio: & poterit eſſe: quòd a quolibet circuli determinati puncto, non ab alio. Verbi gratia: ſit e cẽtrum uiſus: h ſit punctũ uiſum in eadẽ diametro: d ſit centrum circuli. Ducatur diameter z e h a: aut e d eſt æqualis d h: aut nõ. Sit æqualis: & ſuper e h ducatur à puncto d perpendiculariter diameter g d b: & ducãtur lineę h g, g e, h b, b e. Palã [per 4 p 1] quòd triangulũ h g d æquale triãgulo e d g, & æquale triãgulo h b d, & triãgulo e b d. Palàm, quòd, cum angulus h g e diuiſus ſit per æqualia, h à puncto g reflectetur ad e: [per 12 n 4] & locus imaginis eius eſt e [per 6 n.] Similiter h à puncto b reflectetur ad e: & locus imaginis eius e. Si igitur diametro z e h a immota, moueatur ſemicirculus a g z per ſphæram ſpeculi aut ſolũ triangulũ h g e: deſcribet quidẽ punctum g motu ſuo circulũ: & à quolibet puncto circuli reflectetur h ad e: & locus imaginis eius ſemper erit punctũ e. Et ita patet propoſitum. Quòd aũt ab alio puncto, q̃ aliquo illius circuli, nõ poſsit fieri reflexio puncti h ad e: palã per hoc. Sumatur punctũ c, & ducatur e c, c h: erit quidẽ [per 7 p 3] e c maior linea e g, & linea h c minor linea h g. Quare non erit proportio e c ad c h, ſicut e d ad d h. [Quia. n. ex theſi punctum h reflectitur ad e à puncto g: erit per 12 n 4. 3 p 6 e g ad g h, ſicut e d ad d h. Itaq; cum e c, h c ſint inæquales ipſis e g, g h: nõ erunt proportionales ipſis e d, d h.] Igitur [per 2 p 6] linea d c nõ diuidet angulum e c h per æqualia. Quare h à puncto c non pòt reflecti ad e. [Idẽ breuius cõcludetur p 4 p. geometriæ Iordani. Quia. n. triãguli e c h latera e c, h c ſunt inæqualia: & recta c d ab ipſorũ angulo eſt in mediũ baſis e h ex theſi: erit p allegatã 4 ppoſitionẽ angulus e c d minor angulo h c d. Quare h à puncto c ad uiſum e nõ reflectetur. Quòd aũt e c, h c latera ſint inæqualia, patet: quia per 7 p 3 e c maior eſt e g, id eſt, h g (æquales. n. ſunt è cõcluſo) & h g maior h c: erit e c multò maior h c.] Eadem erit probatio, ſi ſumatur c inter g & z. Si uerò e d fuerit maior d h: mutetur figura: & addatur lineæ d h, linea h q, ut productum ex e q in q h, ſit æquale quadrato d q. Erit igitur proportio e q ad d q, ſicut d q ad h q, ſicut probat Euclides [17 p 6.] Fiat circulus ad quãtitatẽ ſemidiametri q d: cuius q cẽtrum: g, b loca ſectionis duorũ circulorum: & ducãtur lineę e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b. Palã ergo, quòd erit proportio e q ad q g, ſicut q g ad q h: [æquales enim ſunt q g, d q p 15 d 1: itaq; e q ad d q & q g eãdẽ habet rationẽ p 7 p 5: & iã patuit, ut e q ad d q, ſic d q ad h q: ergo per 7 p 5, ut e q ad g q, ſic g q ad h q] & angulus g q h cõmunis utriq; triãgulo e q g, h q g. Igitur illa duo triãgula ſunt ſimilia. [p 6. 4 p. 1 d 6.] Erit igitur proportio e q ad q g, ſicut e g ad g h. Erit igitur e d ad d h, ſicut e g ad g h. [oſtenſũ. n. eſt, ut tota e q ad totã d q, ſic ablata d q ad ablatã h q: ergo p 19 p 5, ut tota e q ad totã d q, id eſt q g, ſic reliqua e d ad reliquã d h: ſed ut e q ad q g, ſic e g ad g h: ergo p 11 p 5 ut e d ad d h, ſic e g ad g h.] Quare [p 3 p 6] linea d g diuidet angulũ e g h per æqualia. Vnde punctũ h à pũcto g reflectetur ad e: [p 12 n 4] & locus imaginis eius pũctũ e [p 6 n.] Similiter h à pũcto b reflectetur ad e: & locus imaginis eſt pũctũ e. Si ergo moueatur triãgulũ e g h, pũctis e, h immotis: pũctũ g deſcribet in ſphæra circulũ, à cuius quolibet pũcto reflectetur h ad e: & ſemp erit locus imaginis e. Et qd' ab alio pũcto, q̃ aliquo illius circuli, nõ poſsit h reflecti ad e: palã, ut prius. Si. n. ſumatur c inter g & a: erit e c maior e g, & h c



minor

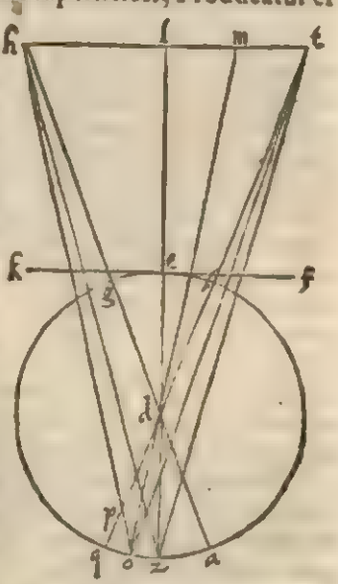
minor h g: [per 7 p 3] non ergo erit ꝓportio e c ad h c, ſicut e d ad d h: & ita [p 3 p 6] d c nõ diuidet angulũ e c h p ęqualia. Similiter, ſi c ſumatur inter g & z, poterit improbari. Et ita patet ꝓpoſitũ. Notãdum tñ, quod e eſt punctum intellectuale: & circulus ille (cuius e eſt polus) eſt circulus intellectualis: & h punctũ intellectuale. Vnde, quod dictũ eſt, ſecundũ geometricã demõſtrationẽ eſt intelligendum, nõ ſecundum uiſus ꝓbationẽ: cũ intellectualia uiſum lareant. Sed quoniã forma h continua uidetur formis aliorũ punctorũ: uidebitur quidẽ à uiſu forma, cuius punctũ medium h: & locus puncti medij illius formæ erit e: & reflectetur h forma à loco ſpeculi circulari, cuius mediũ erit circulus p̃dictus, & e polus eius. Cum aũt e d fuerit maior d h: in tãtum poterit eſſe maior, ut nõ reflectatur h ad e à puncto g. Sciendum, quòd, niſi fuerit proportio e a ad a h maior, quã e d ad d h: nõ poterit h reflecti ad e.



Si enim poteſt reflecti: reflectatur à puncto: quod ſit g: erit quidem g d h minor recto, cũ reſpiciat ſectionem minorẽ quarta. [quadrans enim peripherię ab angulo recto in cẽtro ſubtẽditur per 33 p 6. Vel angulus g d h minor eſt recto, quia ſemidiametro q d & recta g d cõprehenditur, ut demõſtratũ eſt 60 n.] Ducatur à puncto g cõtingens [per 17 p 3] quę neceſſariò cõcurret cũ e a: [per 11 ax: quia anguli interiores ad g & d ſunt minores duobus rectis: cum angulus ad g ſit rectus per 18 p 3, ad duero acutus] ſit cõcurſus f. Erit quidẽ proportio e f ad f h, ſicut e d ad d h: [eſt enim per 64 n d h ad d e, ſicut h f ad e f: & per cõſectariũ 4 p 5, ut e f ad f h, ſic e d ad d h] ſed maior eſt proportio e a ad a h, quã e f ad f h. [Quia enim a h minor eſt h f: erit ratio e h ad a h maior, quã ad h f per 8 p 5: & per 18 p 5, e a ad a h maior, quã e f ad h f.] Igitur maior eſt e a ad a h, q̃ e d ad d h: & ita neceſſario: ſi h reflectitur ad e: erit proportio e a ad a h maior, quàm e d ad d h. Patent ergo, quæ dicta ſunt: cum centrum uiſus & punctum uiſum fuerint in eadem diametro.

70. Viſa & uiſibili extra circulum (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ, reflexionis & ſpeculi ſpherici caui) ſitus in diuerſis diametris: ab uno puncto ſit reflexio, et una uidetur imago. 24 p 8.

AMplius: cum punctũ uiſum & centrũ uiſus non fuerint in eadẽ diametro, & fuerint extra ſpeculum: non reflectetur punctũ uiſum ad centrũ uiſus, niſi ab uno tantùm ſpeculi puncto. Verbi gratia: ſit t punctũ uiſum: h centrũ uiſus: d centrũ ſphęræ: & ducãtur lineę h d, d t, h t. Superficies quidẽ h d t ſecat ſphæram ſuper circulum: [per 1 th. 1 ſpher.] qui ſit e b q g. Palàm, quòd t non reflectetur ad h, niſi ab aliquo puncto huius circuli: [quia ipſe eſt reflexionis ſuperficies.] Producãtur ergo h d, t d uſq; ad circumferentiã circuli. Palã, quòd nõ reflectetur ab arcu q g, uel b a ſecundum modũ prędictum [66 n.] Reflectetur ergo aut ab arcu g b: aut à q. Diuidatur [per 9 p 1] angulus t d h per ęqualia, per lineã i e d z. & à puncto e ducatur contingens: [per 17 p 3] quę ſit k e f. Si puncta t, h fuerint ſuper illam contingentẽ: nõ reflectetur t ad h ab aliquo pũcto arcus b g. Cũ enim à puncto t ducetur linea ad aliquod interius punctũ huius arcus: linea à puncto h ad idẽ punctũ ducta, cadet ſuper ipſum exterius, interius nõ. Et ideo non erit reflexio [à caua ſpeculi ſuperficie.] Et quòd ab uno puncto tãtùm arcus a q fiat reflexio: palã erit ex hoc. Ducãtur enim lineæ t z, h z. Cũ angulus t d h diuiſus ſit per ęqualia: erit t d z ęqualis angulo h d z. [per 13 p 1.] Lineæ igitur t d, h d aut ſunt æquales: aut nõ ſunt æquales. Si ſunt æquales, & d z cõmunis: erit [per 4 p 1] triãgulũ t z d æquale triangulo h z d: & angulus t z h diuiſus per ęqualia, per lineã d z. Et ita t reflectetur ad h à puncto z. [per 12 n.] Quòd aũt ab alio puncto nõ poſsit: ſic cõſtabit. Sumatur punctũ o: & ducãtur lineæ t o, h o: & linea o d m per cẽtrum d diuidat angulum illum per ęqualia. Planũ [per 8 p 3] quòd t z minor eſt t o, & h o minor h z: & proportio t z ad h z, ſicut t l ad l h: [per 3 p 6: eſt enim angulus t z h bifariã ſectus à recta linea z l] & erit [per eandẽ] proportio t o ad h o, ſicut t m ad m h: ſed minor eſt ꝓportio h o ad t o, quã h z ad t z. [quia enim è quatuor lineis h o, t o, h z, t z prima minor eſt quã tertia, ſecunda maior q̃ quarta: erit ratio primæ ad ſecundã minor, q̃ tertię ad quartã, ut patet ex 8 p 5] Ergo [per 11 p 5] minor eſt proportio h m ad m t, q̃ h l ad l t. quod eſt impoſsibile. [Nã cum è quatuor lineis h m, m t, h l, l t prima h m maior ſit, q̃ tertia h l: ſecũda uerò m t minor, q̃ quarta l t: erit ratio h m ad m t



maior

maior, q̄ h l ad l t, ut cōſtat ex 8 p 5.] Palā igitur, quòd ſit & h æqualiter diſtét à cētro, & fuerint ſuper r contingentē: non reflectetur t ad h, niſi ab uno ſpeculi puncto tātùm: & unicus erit eius imaginis locus. Si uerò t d, h d ſunt inæquales: ſecentur ad æqualitatē [per 3 p 1] & fiat demonſtratio, ut antea.

71. Si angulum comprehēſum à duabus diametris, in centro circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpherici caui) tertia bifariā ſecet: & ab eius termino in peripheria dicto angulo ſubtenſa, ſint perpendiculares ſuper dictas diametros: puncta diametrorum, tum in quæ perpendiculares cadunt: tū citra hæc, à ſpeculi centro æquabiliter diſtātia, à ſecantis diametri terminis tantùm inter ſe mutuò reflectētur: duasq́ habebūt imagines. 25 p 8.

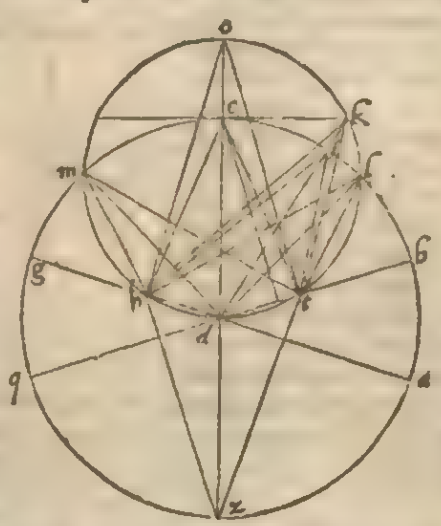
AMplius: b d q, a d g ſint duæ diametri ſphæræ: & diameter e d z diuidat angulū b d g per æqualia: & à puncto e ducātur duæ perpendiculares, ſuper duas diametros b d, d g: [per 12 p 1] quę ſint e t, e h. Palàm [per 26 p 1] quòd triangulū e t d æquale eſt triangulo e h d, & angulus t e d angulo h e d, latusq́ t d lateri h d, & latus e t lateri e h: cū e d ſit cōmunis utriq;. t igitur reflectetur ad h à puncto e. [per 12 n 4.] Eodē modo à puncto z. [Quia enim angulus b d g bifariā ſectus eſt per lineā e d: erit angulus t d z æqualis angulo h d z per 13 p 1, & t d æquatur ex cōcluſo ipſi h d, latusq́ d z cōmune: angulus igitur t z d æquatur angulo h z d per 4 p 1. Quare per 12 ● 4 t & h reflectētur inter ſe à puncto z.] Et palā [per 66 n] quòd t non reflectetur ad h, ab aliquo puncto arcus a b, uel arcus g q: nec reflectetur ab alio puncto arcus a q, q̄ à puncto z ſecundū ſupradictam probationē: [nūmero præcedēte.] Verū quòd ab alio puncto arcus b g, q̄ à puncto e, nō poſsit reflecti: patebit ſic. Detur o punctū: & ducantur lineę o d, h o, t o: fiatq́ circulus ad quantitatē lineæ d e, trāſiens per tria puncta, t, d, h: [tranſibit aūt per conuerſionē 31 p 3 demonſtratā à Theone in cōmentarijs in 3 librū magnę cōſtructionis Ptolemęi, & à Cāpano ad 31 p 13:] cuius quidē circuli linea d e erit diameter: cū angulus e t d, quē reſpicit, ſit rectus. Igitur circulus ille tranſibit per punctū e. Cum igitur e ſit cōmunis utriq; circulo, & ſit ſuper eandē diametrum: continget circulus minor maiorem in puncto e: ſicut probat Euclidis [13 p 3.] Igitur circulus iſte ſecabit lineam d o, [ſecus tangeret maiorem circulū in puncto o: ſicq; in duobus punctis e & o tangeret contra 13 p 3] ſecet in puncto l: & ducantur lineæ t l, h l. Iam patet [ē ſuperioribus] quod t d eſt æqualis h d [ergo per 28 p 3 peripheria t d æquatur peripheriæ h d.] Igitur angulus t l d æqualis angulo d l h [per 27 p 3] quia ſuper æquales arcus. Reſtat [per 13 p 1] t l o æqualis angulo h l o: & angulus l o t æqualis angulo l o h ex hypotheſi: [quia ſunt anguli incidentiæ & reflexionis] & l o commune latus: erit [per 26 p 1] triangulum t l o æquale triangulo h l o: & erit t o æqualis h o: quod eſt impoſsibile: quoniam [per 7 p 3] h o maior h e, & t o minor t e: & t e, ſicut prius probatum eſt, æqualis eſt h e: [linea igitur h o maior eſt linea t o.] Reſtat ergo, ut t nō reflectatur ad h, ab alio puncto, quā ab e uel à z. Item à puncto e ducatur linea ſuper diametrum t d: quæ ſit e m: & ſecetur à linea h d pars, æqualis m d: quæ ſit n d: & ducantur e m, e n. Palàm [per 16 p 1] quòd e m d maior eſt recto: [quia angulus e t d rectus eſt per fabricationem] ſecetur ex eo æqualis recto per lineam p m [per 23 p 1] quæ cōcurret cum d e: [per lemma Procli ad 29 p 1] ſit concurſus punctum p: & ducatur n p: & fiat circulus ad quantitatem p d, tranſiens per tria puncta m, d, n. Cum p m d ſit rectus [ex fabricatione] erit p d diameter [per conſectarium 5 p 4] & tranſibit circulus per p, [ut oſtenſum eſt.] Palàm ergo, quòd m reflectetur ad n à puncto e: [cum enim per 4 p 1 triangulum d m p ſit æquilaterum & æquiangulum triangulo d n p: æquabitur m p ipſi n p, & angulus d p m angulo d p n: ergo per 13 p 1. 3 ax. angulus m p e æquatur angulo n p e, latusque p e commune eſt: angulus igitur m e p æquatur angulo n e p per 4 p 1. Quare per 12 n 4 m & n à puncto e inter ſe mutuò reflectuntur] & ſimiliter à puncto z: & non ab aliquo puncto arcus a b, uel g q: [per 66 n.] Et palàm, quòd non ab alio puncto arcus a q, quā à puncto z: & quòd non ab alio puncto arcus b g, quàm à puncto e ſecundum modum prædictum. Sumpto enim puncto, & ductis lineis à punctis t, d, h: & ſumpto puncto, in quo circulus ultimus ſecabit diametrum: & à punctis ſectionis ductis lineis ad puncta t, h: eadem erit improbatio, quæ prius. Palàm ergo ex prædictis: quòd ſi angulum contentum duabus diametris, per æqualia diuidat tertia diameter: & à termino illius diametri ducantur perpendiculares ad illas diametros: puncta diametrorum, in quæ cadunt, ad ſe inuicem reflectuntur à duobus punctis ſpeculi tantùm. Punctorum aūt diametrorum citra hos terminos perpendicularium ſumptorum, id eſt uerſus centrum: reflectitur quodlibet à duobus punctis tantùm: & unū reflectitur ad illud, quod æqualiter diſtat à cētro: & omniū talium duplex eſt imaginis locus.

72. Si angulū cōprehenſum à duabus diametris in cētro circuli (qui eſt cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexionis & ſpeculi ſpherici caui) tertia bifariā ſecet: et ab eius termino in peripheria dicto angulo ſubtēſa, ſint ppēdiculares ſup dictas diametros: pūcta diametrorū inter pipheriā et

perpendi-

perpendicularium terminos à centro ſpeculi æquabiliter diſtantia, à quatuor peripheriæ pũctis inter ſe mutuo reflectentur, & quatuor habebunt imagines. 26 p 8.

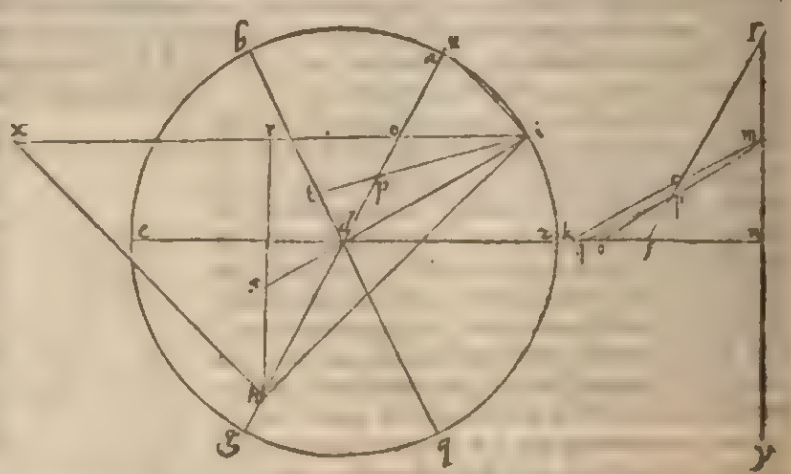
AMplius: ſumptis duabus diametris b q, e g: & e z diuidente angulum earum per æqualia: ſumatur in b d punctum t ſupra punctum, in quod cadit perpendicularis, ducta à puncto e: & in d g ſumatur d h æqualis d t: [per 3 p 1] & ducantur t e, h e. Reflectetur quidem t ad h à puncto e, & ſimiliter à puncto z, non ab alio puncto arcus à q: nec ab aliquo puncto arcus a b uel g q [per 66 n.] Deinde à puncto t ducatur perpẽdicularis ſuper t d: [per 11 p 1] quæ quidem concurret cũ d e extra circulum ſphærę, cũ angulus b d e ſit acutus [ut oſtenſum eſt 36 n: quare d e & perpẽdicularis ſuper t d per 11 ax: concurrent: & quidem extra circulum b z g. Quia cum hæc perpẽdicularis, & ea, quæ à puncto e ſuper eandem ſemidiametrum d b ducitur, ſint parallelę per 28 p 1: nunquá cõcurrẽt per 35 d 1. Quare perpendicularis à puncto t continuata, cadet extra circulũ ultra punctũ e. Itaq; cõcurret cum ſemidiametro e d extra circulum b z g.] Cõcurrat ergo in puncto o: & ducãtur lineę t o, h o. Et fiat circulus tranſiens per tria puncta t, d, h: qui neceſſariò tranſibit per punctum o [ut præcedente numero demonſtratum eſt] & erit d o diameter eius: [per conſectarium 5 p 4] & ducatur linea cõtingens circulũ b z g, in puncto e [per 17 p 3] quę ſit k e. Palàm, quòd ultimus circulus ſecabit primum, ſcilicet b z g in duobus punctis: [per 10 p 3] ſint illa puncta l, m: & ducantur lineæ t l, h l, l d, t m, d m, h m. Cũ ergo arcus t d ſit æqualis arcui h d: [per 28 p 3: quia rectę d t, d h ſunt æquales per fabricationem] erit [per 27 p 3] angulus t l d æqualis angulo d l h. Et ita t reflectetur ad h à puncto l [per 12 n 4.] Similiter angulus t m d æqualis angulo d m h [per 27 p 3.] Et ita t reflectetur ad h à puncto m. Palàm igitur, quòd t reflectitur à quatuor pũctis a d h: ſcilicet e, z, l, m: & quadruplex erit locus imaginis eius. Et non poteſt t reflecti ad h ab alio puncto, quá ab aliquo iſtorum. Detur enim f punctum: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producatur d f, quouſque cõcurrat cum contingente k e: [concurret autem per 11 ax: quia angulus k e d rectus eſt per 18 p 3, & f d e acutus, quia pars acuti b d e] & ſit concurſus k: & ducantur lineæ t k, h k. Igitur angulus t f d æqualis angulo d f h ex hypotheſi: [& 12 n 4] reſtat [per 13 p 1] angulus t f k æqualis angulo k f h. Sed angulus t k f eſt æqualis angulo f k h [per 27 p 3] quia ſuper æquales arcus: & f k communis: erit [per 26 p 1] triangulum æquale triangulo: & ita t k æqualis k h: quod eſt impoſsibile: quoniam h k maior h o, & t k minor t o [per 7 p 3] & t o æqualis h o. [Nam quia rectæ d t æquatur ipſi d h per fabricationem, & angulus t d o ipſi h d o per theſim, & latus o d commune: ergo per 4 p 1 latus t o æquatur lateri h o: ideoq; t k minor eſt h k.] Palàm igitur, quòd non eſt reflexio ab aliquo puncto, quàm à punctis quatuor. Igitur ſi in diuerſis diametris ſumantur duo puncta, ſcilicet t, h, æqualiter à centro diſtantia: ſi fuerint ſuper punctis diametrorum, in quę cadunt perpendiculares, ductę à termino diametri diuidentis per æqualia angulum duarum diametrorũ: aut fuerint inter centrum & puncta illa, id eſt citra perpendiculares, dum æqualiter diſtent à centro: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantùm. Si uerò fuerint t & h a locis perpendicularium uſq; ad circulum: reflectetur quidem t ad h à quatuor punctis. Si uerò fuerint in circulo, uel extra: tamẽ citra contingentem k e: reflectetur quidem t ad h à duobus punctis tantùm. Si uerò ſupra contingẽtem fuerint: reflectetur quidem t ad h ab uno puncto tantùm. Et hæc quidem accidunt, dum t æqualiter diſtat à centro cum puncto h.



73. Viſu & uiſibili in diuerſis diametris circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſphærici cani) à centro inæquabiliter diſtantibus: ab uno puncto peripheriæ inter ſemidiametros, extra quas ſunt niſus & uiſibile, reflexio fieri poteſt. 27 p 8. 120 p 1.

AMplius: t, h ſi fuerint in diuerſis diametris: & longitudo eorum à centro fuerit inęqualis: reflexio fiet ab uno puncto. Verbi gratia: ducantur diametri a d g, b d q: & e z diuidat angulum eorum per æqualia: & t propinquius ſit centro d, quàm h. Et ſumatur linea l y: & [per 10 p 6] diuidatur in puncto m, ut ſit proportio y m ad m l, ſicut h d ad d t: & diuidatur l y in æqualia in puncto n [per 10 p 1] & à puncto n ducatur perpendicularis n k: [per 11 p 1] & ſuper punctum l fiat angulus æqualis medietati a d t per lineá f l: erit quidẽ angulus f l y acutus: [quia æquatus eſt dimidiato angulo a d t acuto, ut oſtenſum eſt 36 n.] Quare [per 11 ax] f l cõcurret cum n k: [quia l n k rectus eſt per fabricationem] concurrant in puncto f: & [per 35 n] à puncto m ducatur linea ad latus f l, cõcurrens cum latere n k in puncto, quod ſit k: & ſecet linea illa latus f l in puncto c, ut ſit proportio k c ad c l, ſicut h d ad d z. Deinde ſuper pũctum d fiat angulus æqualis angulo l c m: [per 23 p 1] qui ſit i d a: & ſit i punctum circuli ſupra z, aut infra: & ſuper i punctũ fiat angulus æqualis c l m: qui ſit o i d: & ſuper hanc lineam o i [continuatã] ducatur perpendicularis à puncto h [per 12 p 1] quæ ſit h r: & pro-

ducatur r x æqualis lineę r l: & ducantur lineę h x, h i. Palàm ſecundum prædicta, quòd à puncto m non poteſt linea duci ad latus f l, diuidens ipſum eo modo, quo diuidit lineam m c k, præter hanc ſolam lineam m c k. Si enim poſsit: ſit m p o. Palàm, quòd p o minor erit c k: quod quidè patebit ducta linea p q æquidiſtante c k: quę erit minor c k: [cũ enim triangula k c f, q p f ſint æquiangula per 29. 32 p 1: erit per 4 p 6 ut k f ad q f, ſic k c ad q p: ſed k f maior eſt q f per 9 ax. ergo k c maior eſt q p] & maior p o: [quia maior eſt q p, quæ per 19 p 1 maior eſt o p, cũ angulus p o q ſit obtuſus per 32. 13 p 1] & p l maior c l [per 9 ax:] Igitur non erit proportio p o ad p l, ſicut k c ad c l. [Si enim ſit ut k c ad c l, ſic o p ad p l: erit per 14 p 5 c l maior l p, contra 9 ax: quia k c maior eſt o p.] Quare non erit proportio p o ad p l, ſicut h d ad d t [per 11 p 5.] Reſtat ergo ut à puncto m non ducatur alia, quàm m c k, ſimilis ei. Verùm cũ o d i ſit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m: [per fabricationẽ] erit triãgulum c l m ſimile triangulo i o d [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur angulus i o d erit æqualis angulo l m c: reſtat [per 13 p 1] angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o rectus æqualis erit angulo k n m: reſtat [per 32 p 1] angulus n k m æqualis angulo r h o. Ducta autem linea d i, donec concurrat cum h r in puncto s: [concurret aũt per 11 ax: qa angulus a d r rectus eſt, a d i uerò acutus] erit angulus s d h æqualis angulo k c f [p 15 p 1. 1 ax:] & erit triangulũ s d h ſimile triãgulo c k f [p 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio s d ad d h, ſicut f c ad c k: ſed [per 7 p 5] h d ad d i [æqualẽ ipſi d z per 15 d 1] ſicut k c ad c l [p fabricationẽ.] Igitur [per 22 p 5] s d ad d i, ſicut f c ad c l: igitur [per 18 p 5] s i ad d i, ſicut f l ad c l: ſed d i ad i o, ſicut c l ad l m: cũ triangulũ d i o ſit



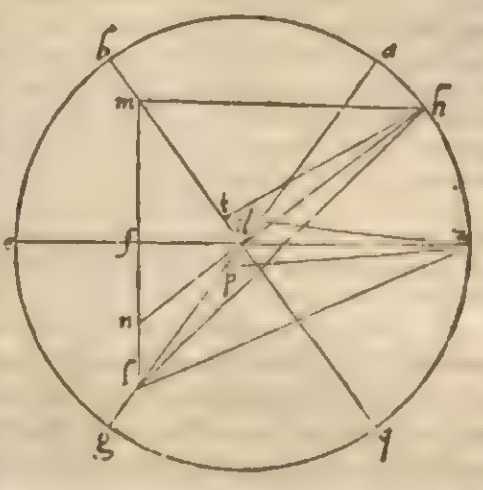
ſimile triangulo c l m. Igitur [per 22 p 5] s i ad i o, ſicut f l ad l m: & p conſectariũ 4 p 5, ut i o ad s i, ſic l m ad f l.] Sed proportio s i ad i r, ſicut f l ad l n: quoniam triangulũ s i r ſimile eſt triangulo f l n [angulus enim r i s æquatur angulo f l n per fabricationem, & s r i rectus f n l recto: ergo per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triangula s i r, f l n ſunt ſimilia.] Igitur [per 22 p 5] proportio i o ad i r, ſicut l m ad l n. [& per conſectarium 4 p 5 ut i r ad i o, ſic l n ad l m.] Igitur proportio y m ad l m, ſicut x o ad i o. [Quia enim x f dupla eſt ipſius i r, & y l dupla ipſius l m: erit igitur per 15 p 5 ut x i ad i o, ſic y l ad l m, & p 17 p 5 ut x o ad i o, ſic y m ad l m.] Ducta autem à puncto i æquidiſtante lineæ u i, lineę h x, & producta linea d a, donec concurrat cum u i [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto u: erit triangulum o u i triangulo h o x ſimile [per 15. 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur erit proportio h o ad o u, ſicut y m ad m l: [Quia ob triãgulorum o u i, h o x oſtenſam ſimilitudinẽ eſt, ut h o ad o u, ſic x o ad i o, & ut x o ad i o, ſic y m ad m l ex cõcluſo: ergo per 11 p 5, ut h o ad o u, ſic y m ad m l] & ita h o ad o u, ſicut h d ad d t. [Fuit enim per fabricationẽ h d ad d t, ſicut y m ad m l.] Sed quoniã [per 4 p 1] triãgulũ h r i æquale eſt triangulo h r x: cũ h r ſit perpendicularis [per fabricationẽ: & x r æquetur ipſi r i, latusq; r h cõmune ſit.] Igitur angulus h x r æqualis eſt angulo r i h: & ita r i h æqualis eſt angulo u i o [quia u i o æquatur ipſi h x o propter ſimilitudinem triangulorum u i o, h o x.] Quare [per 3 p 6] proportio h o ad o u, ſicut h i ad i u: & ita [per 11 p 5] h i ad i u, ſicut h d ad d t. Verùm angulus u i d maior eſt angulo d i h: [quia æqualis concluſus eſt angulo o i h] ſecetur ab eo æqualis: & ſit p i d: & ducatur linea p t: & p ſit punctum diametri d a. Palàm, quòd proportio h i ad i u cõſtat ex proportione h i ad i p, & p i ad u i: [quia ratio extremorum componitur ex omnibus rationibus intermedijs, ut Theon demonſtrauit ad 5 d 6.] & [per 3 p 6] proportio h i ad i p, ſicut d h ad d p: quoniam d i diuidit angulum p i h per æqualia. Igitur proportio h i ad u i (quæ eſt h d ad d t) conſtat ex proportione h d ad d p, & d p ad d t. Igitur proportio d p ad d t, ſicut p i ad u i. Verùm angulus o i h eſt medietas anguli u i h: [ex concluſo] ſed angulus d i h medietas eſt anguli p i h: reſtat angulus d i o medietas anguli p i u. Sed angulus d i o eſt medietas anguli t d p: quia eſt æqualis angulo f l m [qui æquatus eſt dimidiato anguli a d t ſeu p d t.] Igitur angulus p i u eſt æqualis angulo t d p: & proportio d p ad d t, ſicut p i ad u i. Igitur triangulũ u i p ſimile triangulo t p d: [per 6. 4 p. 1 d 6] & angulus u p i æqualis t p d: erit igitur [per 14 p 1] t p i linea recta: quia angulus d p t cum angulo t p a qualet duos rectos: & ita angulus o p i cum angulo o p t qualet duos rectos. [Idem uerò patet per conuerſionem 15 p 1 à Proclo demonſtratã.] Et ita [per 12 n 4] t reflectetur ad h à puncto i. [quia linea t p i eſt linea incidentię, & anguli t i d, h i d ſunt æquales per fabricationem.] Et eadem erit probatio, ſiue ſit t extra circulum, ſiue intra. Et ſimiliter ſumpto puncto h extra uel intra: dum inęqualiter diſtent à centro.

74. Si angulum comprehenſum à duabus diametris in centro circuli (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici cauæ) tertia bifariam ſecet: puncta in dictis diametris

metris

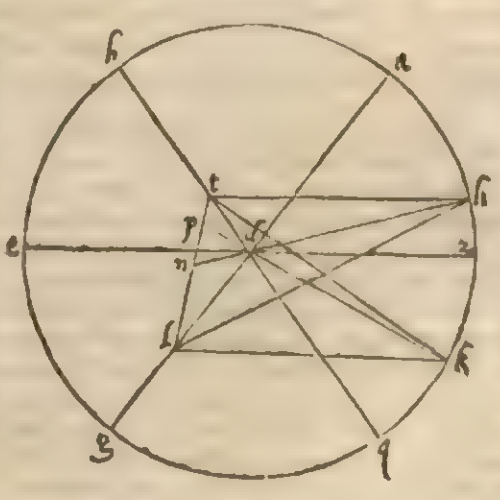
metris à centro inæquabiliter distantia, reflectuntur à quolibet puncto peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt, comprehensa: excepto eo, in quo secans diameter terminatur. 28 p 8.

AMplius: ductis diametris b q, a g: & diametro e z diuidente angulum b d g per æqualia. Dico, quòd quodcúq; punctũ sumatur in arcu a q, præter punctũ z: à pũcto enim z reflectũtur tantùm pũcta diametrorũ à centro æquabiliter distantia, ut constat ẽ superioribus numeris] ab illo poterunt reflecti infinita paria punctorũ, inæqualiter à centro distantiũ. Verbi gratia: sumatur h punctum: & sumatur in semidiametro g d punctũ l: & à semidiametro b d secetur m d, æqualis l d: [per 3 p 1] & ducantur lineę l m, l h, m h, d h. Punctũ, in quo e z diuidit l m, sit f: erit [per 4 p 1] f l æqualis f m: & ducatur h d, quousq; cadat super l m in punctο n: erit igitur l n minor m n. Verùm cum angulus m d f sit æqualis f d l [ex thesi] & angulo q d z: [per 15 p 1] & angulus m d a æqualis angulo l d q: [per eandem] & angulus a d h æqualis angulo n d l: erit angulus l d h maior angulo m d h: [Quia enim m d n, id est per 15 p 1 h d q maior est n d l, id est a d h, & m d a æquatur ipsi l d q: angulus igitur l d h maior est angulo m d h] igitur [per 24 p 1] l h erit maior m h: cum m d, d h æqualia sint l d, d h. Erit ergo angulus d h l minor angulo d h m. Si enim esset æqualis: esset proportio l h ad h m, sicut l n ad n m: [per 3 p 6] qd̃ est impossibile. [Sic enim maior l h ad minorẽ h m eandẽ haberet rationẽ, quam minor l n ad maiorẽ n m.] Si autẽ fuerit maior: secetur ex eo æqualis: & improbabitur eodẽ modo. Igitur est minor. Secetur igitur ab angulo m h d æqualis illi [d h l:] qui sit t h d. Igitur t reflectetur ad l à puncto h [per 12 n 4.] Et linea t d est minor l d. [Quia minor est d m, per thesin æquali ipsi d l.] Similiter si sumãtur in semidiametris b d, g d alia puncta, quàm l, m, æqualiter à puncto d distantia: probabitur similiter, quòd à puncto h fit reflexio ad puncta ad inuicem, inæqualiter distantium à centro: & ita de infinitis punctis in his diametris sumptis simili erit probatio: & à quocunq; puncto arcus a q sumpto, præter quam à puncto z.



75. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est cõmunis sectio superficierũ reflexiõis, et speculi sphærici cauι) à cẽtro inæquabiliter distatia, à pũcto aliquo peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt, inter se mutuò reflectatur: ab uno tantùm puncto reflectẽtur. 29 p 8.

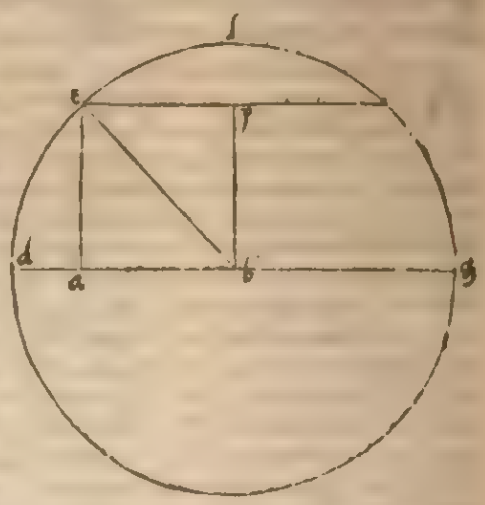
AMplius: sumptis punctis t, l in diametris: quorũ inæqualis sit lõgitudo à centro: reflectantur ipsa ad inuicẽ à puncto h: nõ poterit reflecti t ad l ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h. Si enim ab alio: sit illud k: & ducantur, t k, l k, d k, l t, t h, l h, n d h: & producatur d k, quousq; concurrat cum l t in punctο p [concurret autem, quia secat angulũ t k l à basi t l subtensum.] Palàm, quòd proportio l h ad h t, sicut l n ad n t. [per 3 p 6: quia enim t ex thesi est reflexionis punctũ: æquabitur per 12 n 4 angulus l h n angulo t h n.] Et similiter cũ angulus t p k sit æqualis l k p, ex hypothesi: erit [per 3 p 6] proportio l k ad k t, sicut l p ad p t: Sed [per 7 p 3] l h maior l k, & t h minor t k: igitur maior est proportio l h ad t h, quàm l k ad t k. [ut patet per 8 p 5.] Quare maior erit proportio l n ad n t, quàm l p ad p t: quod planè impossibile. [Quia enim l n minor est l p per 9 ax: & n t maior p t: erit ratio l n ad n t minor, quàm ratio l p ad p t, ut constat ex 8 p 5.] Restat, ut ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h non possit t reflecti ad l. Palàm igitur, quæ accidunt in arcu a q.



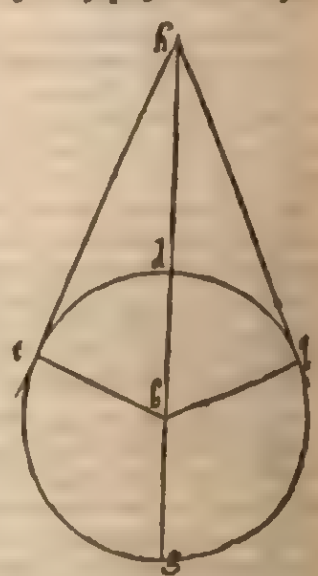
76. Visus in diametro circuli (qui est communis sectio superficierũ, reflexionis & speculi sphærici cauι) intra peripheriam positο: uisibile cum uisu à centro utlibet distans: à quolibet semicirculi puncto ad ipsum reflecti potest. 30 p 8.

AMplius: sit a centrũ uisus: b centrum speculi: & ducatur diameter d a b g: & sumatur superficies, in qua sit a b quocunq; modo: quæ secabit sphæram super circulum: [per 1 th. 1 sphær.] qui sit d l g. Dico, quòd à quolibet puncto semicirculi d l g reflectuntur puncta ad a, inæqualis longitudinis à centro, cum eo. Verbi gratia: sumatur punctũ e: & ducantur lineę e a, e b. Palàm, quòd angulus a e b erit acutus: quia cadet in minorem arcum semicirculo. [Nam angulus insistens in peripheriam semicirculi rectus est per 31 p 3. Vel etiã angulus a e b acutus est per ea, quæ 60 n demonstrata

ſtrata ſunt.] Fiat ei æqualis [per 23 p 1] & ſit p e b: & producatur linea b e quantumlibet. Palàm, quòd quodlibet punctum illius lineę reflectetur ad a à punćto e: [per 12 n 4.] Ducta autem à puncto b ad lineam p e perpendiculari: [per 12 p 1] aut erit perpendicularis illa æqualis b a: aut maior: aut minor. Si fuerit æqualis: lineæ omnes ductę à puncto b ad lineam p e, præter illam perpendicularem, erunt maiores lineæ b a: [quia per 19 p 1 maiores ſunt perpendiculari, æquali b a] & ita quodlibet punctum lineæ p e, uno excepto [puncto nimirum perpendicularis] inæqualiter diſtabit à centro, cum puncto a. Si uerò perpendicularis fuerit maior: omnia puncta lineę illius plus diſtabunt à centro, quàm a punctum. Si autè perpendicularis fuerit minor: erit poſsibile ducere à puncto b duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis, æquales lineę b a: & omnes aliæ lineę [ductæ à puncto b ad lineam e p] aut minores erunt, aut maiores [b a.] Palàm igitur, [per 74 n] quòd à puncto e reflectuntur puncta ad a: quorũ longitudo à centro inæqualis eſt longitudini a ab eodem. Quod eſt propoſitum.



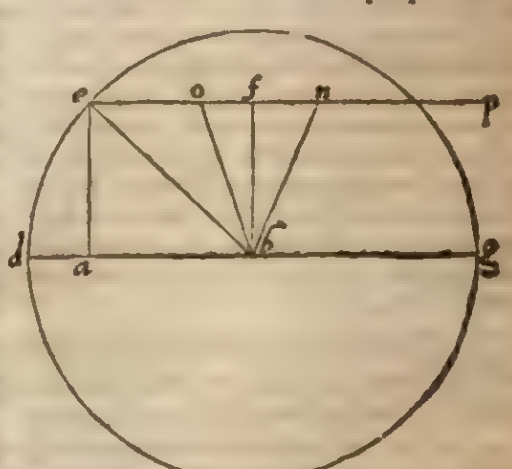
77. *Si à uiſu duæ rectæ lineæ tangant circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici caui) tertia per centrũ ſecet: uiſibile cũ uiſu à centro ſpeculi inæqualiter diſtãs, poteſt reflecti à quolibet pũcto peripheriæ inter tactus puncta ultra centrũ interiecta: exceptis tactus punctis & ſecantis diametri termino. 31 p 8.*



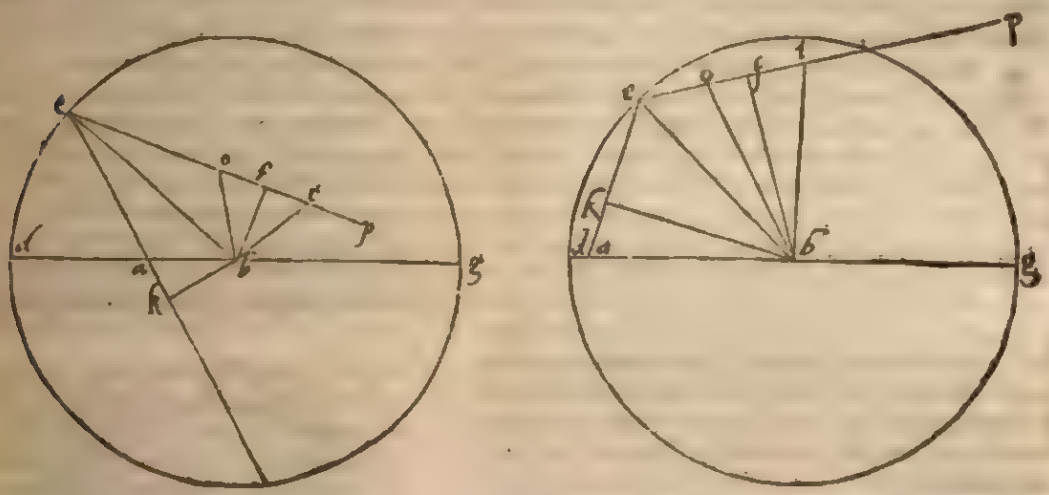
COnſtat ex his: quòd ſi ſumatur uiſus extra circulũ: & ſit h: & ducatur diameter h b d g: & duę cõtingentes h t, h q: [per 17 p 3] à quolibet pũcto arcus t g q, præterquà à punctis t, g, q poteſt fieri reflexio ad h punctorum, inæqualiter diſtantium à centro cum puncto h. [nam à peripheria t d q & punctis t, g, q nullam ad uiſum h reflexionem fieri conſtat tum per 70 n: tum quia angulus tactus indiuiduus eſt: tum ex ijs, quę 45 n 4 demonſtrata ſunt.] Et eadem erit probatio [quæ fuit 70 n.]

78. *Si uiſus & uiſibile intra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierũ, reflexionis & ſpeculi ſpharici caui) à centro inæqualiter diſtantia, inter ſe reflectantur: angulus exterior à diametris uiſus & uiſibilis factus, aliàs maior: aliàs minor eſt angulo incidentiæ & reflexionis ſimul utroq;. 32 p 8.*

AMplius: ex his conſtabit, quòd, facta reflexione ad a à puncto e, uel alio puncto inæqualiter diſtante à centro, cũ puncto a: diameter, in qua fuerit punctũ reflexũ, cum diametro a b g facit duos angulos, unũ reſpicientẽ angulum reflexionis, alium ei collateralem: qui quidẽ collateralis aliquãdo erit maior angulo, cõſtãte ex angulo incidentię & reflexionis: aliquando minor. Verbi gratia: ducatur perpendicularis f b ſuper e o [per 12 p 1] b a aut erit perpendicularis ſuper e a, aut non. Sit perpendicularis: erũt ergo duo anguli f b a, f e a ęquales duobus rectis [per theſin & 32 p 1.] Ducta aũt linea b o: erũt duo anguli o b a, o e a minores duobus rectis. Igitur [per 13 p 1] erit angulus o b g maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtãs ex angulo incidentię & reflexiõis. Et cũ triangulũ e b f ſit æquale triangulo e b a: [quia enim anguli ad a & f recti ſunt per theſin & fabricationẽ: & per 12 n 4 anguli f e b, a e b æquãtur, & cõmune latus eſt e b: erũt triangula e b f, e b a æquilatera & ęqualia per 26 p 1] & erit b f æqualis b a: & ita o b maior b a [quia maior eſt f b per 19 p 1, cũ ſubtẽdat angulũ rectũ in triangulo o f b.] Ducta aũt linea b n: erunt duo anguli n b a, n e a maiores duob. rectis: quia f b a, f e a æquãtur duobus rectis, ut patuit] erit ergo angulus n b g minor angulo n e a: [Nam cũ anguli n b a, n b g æquẽtur duobus rectis per 13 p 1, & n b a, n e a maiores duobus rectis per concluſionẽ: erit angulus n b g minor angulo n e a] & n b maior b a [quia maior b f p 19 p 1.] Et ita n & o refle-



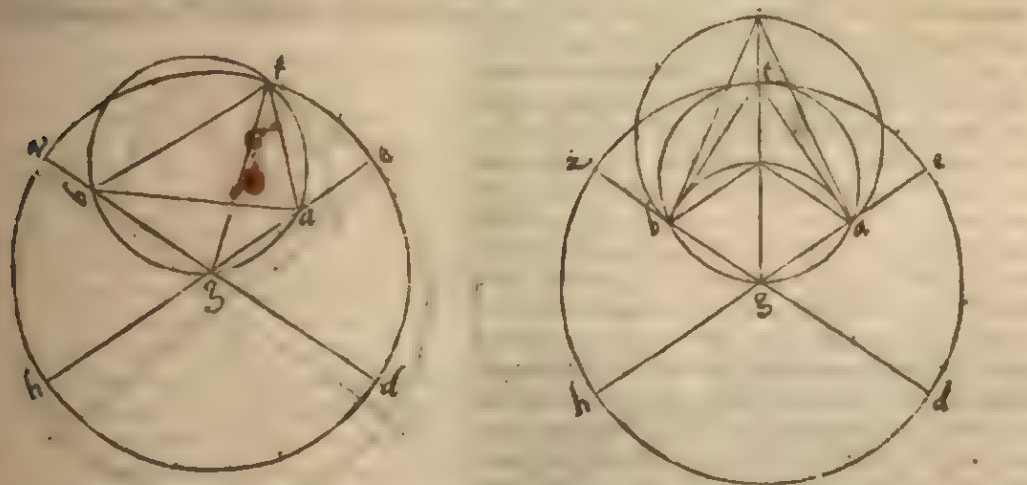
& o reflectitur ad a à puncto e, & inæqualiter distant à centro cũ puncto a: & diameter o b cũ diametro a b g ex parte g facit angulũ maiorẽ angulo reflexionis & incidentiæ: & diameter n b minorẽ. Et ita patet ꝓpositũ. Si uerò b a nõ fuerit perpẽdicularis sup e a: ducatur [per 12 p 1] perpẽdicularis: quę sit b k: quę quidẽ siue cadat supra a b, aut sub: eadẽ erit ꝓbatio. Et b f sit perpendicularis super e o: & ducatur f t æqualis a k: & ducatur b t. Palàm, quòd in triangulo k e b angulus e k b rectus, ęqualis est angulo e f b, & [per 12 n 4] angulus k e b ęqualis angulo reflexiõis f e b: restat [per 32 p 1] tertius tertio ęqualis: & cũ latus e b sit cómune utriq; triángulo: erũt [per 26 p 1] triágula æqualia: & erit f b æqualis k b: sed ꝓ fabricationẽ] a k est æqualis f t: erit ergo [per 4 p 1] a b æqualis b t, & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito igitur cómuni angulo f b a: erit k b f æqualis t b a: Sed k b f & f e a ualent duos re-



ctos: [per 32 p 1: quia in quadrilatero e b anguli ad f & k recti sunt.] Quare t b a, t e a ualent duos rectos: & ita t b g æqualis est angulo t e a: [quia t b g & t b a æquantur duobus rectis per 13 p 1] qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis. Si igitur à puncto b ad lineam e t, ducatur linea ultra t: faciet cum b g ex parte g, angulum minorẽ angulo constante ex angulo incidentiæ & reflexionis: & erit linea illa maior a b: quoniã t b [qua illa per 19 p 1 maior est] æqualis est a b. Et quæli bet linea à puncto b ad e t ducta citra t: faciet angulũ t b g ex parte g, maiorẽ angulo cõstante ex angulo incidẽtiæ & reflexionis: & erit minor a b [quia minor æquali b t per 19 p 1.] Et ita est propositũ.

79. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spherici cauι) à centro inæquabiliter distantia, inter se reflectantur: angulus exterior à diametris uisus & uisibilis factus, est inæqualis angulo incidentiæ & reflexionis simul utriq. 33 p 8.

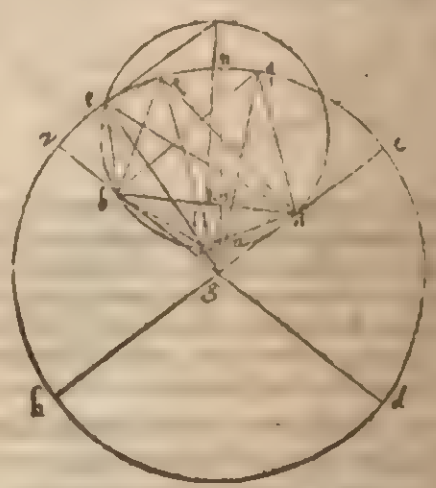
AMplius: sit b centrum uisus: g centrum sphæræ: ducatur diameter z b g d: & sumatur superficies, in qua sit diameter secans sphęram super circulũ [per 1 th 1 sphæ.] qui sit e z h. Dico, quòd si punctum a reflectitur ad b ab aliquo puncto circuli: & inæqualis est distantia puncti a à centro, & puncti b ab eodem: diameter a g cum diametro g d, ex parte d faciet angulũ, quem impossibile est esse æqualẽ angulo constanti ex angulo incidentiæ & reflexionis. Sit enim æqualis: & t sit punctum reflexionis: & sit a g inæqualis b g: & ducantur lineæ t a, t g, t b: & fiat circulus transiẽs per tria puncta a, g, b: [per 5 p 4] qui necessariò transibit per punctũ t. Si enim cadit extra: ductis lineis à punctis a, b

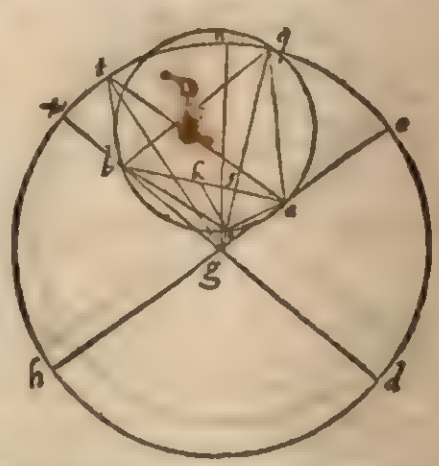


ctis a,b ad idē pūctū illius circuli extrà: fiet [per 21 p 1] angulus minor angulo a t b: & probabitur esse æqualis. Quoniā [per 22 p 3] cū angulo a g b ualebit duos rectos, & anguli a g b & a g d ualent duos rectos: [per 13 p 1] & angulus a t b est æqualis angulo a g d ex hypothesi: ergo angulus a t b cum angulo a g b ualet duos rectos. Et ita impossibile [cōtra 21 p 1.] Similiter si circulus citra t ceciderit, eadē erit improbatio. Restat ergo, ut transeat per punctum t. Cum igitur [per 12 n 4] angulus a t g sit æqualis angulo b t g: erit [per 26 p 3] arcus a g æqualis arcui b g: & ita [per 29 p 3] a g erit æqualis b g: & positum est esse eas inæquales Et ita est propositum.

80. Si uisus & uisibile in diuersis diametris circuli (qui est cōmunis sectio superficierū, reflexionis & speculi spherici cani) à centro inæquabiliter distantia inter se reflectātur à duobus punctis peripheriæ, cōprehensæ inter semidiametros, in quibus ipsa sunt: nō erit uterq; angulus cōpositus ex angulo incidētiæ & reflexionis, minor angulo exteriore à dictis diametris facto. 34 p 8.

AMplius: sumptis in duabus diametris e g h, z g d, duobus pūctis a, b, ut b g sit maior a g Dico, quòd si punctū a reflectatur ad b à duobus punctis arcus e z: nō erit uterq; angulus constans ex angulo incidentię & reflexiōis, minor angulo a g d. Sumātur enim duo puncta t, q in arcu e z, à quib. a reflectatur ad b: & ducātur lineę b t, g t, a t, b q, g q, a q: & si angulus a t b minor est angulo a g d: dico, quòd angulus a q b nō erit minor a g d. Sit enim minor: & ducatur linea g n, diuidēs angulū diametrorū per æqualia: [per 9 p 1] & ducatur linea a b, quā diuidat g n per punctū f. Palàm [per 3 p 6] quòd proportio b g ad g a, sicut b f ad f a: sed cū b g maior sit g a: [ex thesi] erit b f maior f a. Diuidatur a b per mediū in puncto k: [per 10 p 1] & fiat [per 5 p 4] circulus transiens per tria puncta a, b, t: qui quidē circulus nō transibit per g: quoniā anguli a g b, b t a essent æquales duobus rectis [per 22 p 3] & palàm, quòd sunt minores: cū [per thesin] angulus b t a sit minor angulo a g d [qui cū angulo a g b æquatur duobus rectis per 13 p 1.] Igitur trāsibit supra g. Similiter nō trāsibit per q: quoniā sumpto puncto circuli, in quo linea g q secat ipsū, scilicet m: esset arcus a m æqualis arcui b m [per 26 p 3] cū respiciāt æquales angulos super q: [per thesin & 12 n 4: quia q est reflexiōis punctū] quod manet impossibile. Quoniam sumpto puncto o, in quo linea g t secat hūc circulū: erit arcus a o æqualis arcui o b: [per 26 p 3] quia respiciūt æquales angulos sup t [per thesin & 12 n 4: & sic peripheria b o maior esset peripheria b m, pars suo toto cōtra 9 ax:] Restat, ut hic circulus transeat supra q: si enim infra: eadē erit improbatio. Ducatur aūt linea à puncto o ad punctū k: quæ quidē cum diuidat chordā a b per æqualia: [per fabricationē] & similiter arcū a b: [quia peripheria a o æqualis ostensa est ipsi b o] erit perpendicularis super a b. [rectæ enim lineæ subtendentes peripherias a o, b o, æquales sunt per 29 p 3, & b k æquatur ipsi k a, & cōmune latus est k o. Quare per 8 p. 10 d 1, o k perpendicularis est ipsi a b.] Verùm angulus b a g maior angulo a b g: [per 18 p 1] cū b g sit maior g a: [ex thesi] & angulus b f g ualet duos angulos f a g, f g a [per 32 p 1] & angulus a f g ualet duos angulos f b g, f g b: sed a g f æqualis est f g b: [per fabricationē] & f a g maior f b g. Igitur angulus b f g maior est angulo a f g: igitur b f g maior est recto: [per 13 p 1] quare a f b minor est recto. [per 13 p 1. Sed o k super f b facit angulū rectū: ergo producta cōcurret cū g n [per 11 ax:] supra b f, & inferius nunq̄. [secus per 3 p 6 b k fieret maior k a, cui est æquata.] Facto autem circulo trāseunte per tria pūcta a, q, b: trāsibit supra g. [Quia si trāsiret per punctū g: essent anguli a q b, a g b æquales duob. rectis per 22 p 3: & anguli a g b, a g d æquantur duob. rectis per 13 p 1. Quare per 3 ax. a q b æquaretur a g d: cōtra præcedentē numerū] & g q diuidet arcū eius a b per æqualia [quia enim q ex thesi est reflexiōis punctū: æquātur anguli g q a, g q b per 12 n 4 & per 26 p 3 peripheria a b bifariā secabitur à recta g q] sed k o diuidit chordā a b per æqualia [per fabricationē.] Ergo k o cōcurret cū g n infra b f, & supra pūctū g. Igitur k o cōcurrens cū b a, prius cōcurret cum g n infra b f: & iam improbatū est. Restat ergo, ut angulus a q b nō sit minor angulo a g d: aut quòd a nō reflectetur ad b à pūcto q [cōtra thesin.] Similis erit improbatio, sumpto quolibet puncto arcus e n. Sūpto aūt puncto in arcu n z: qui sit p: fiat reflexio puncti a ad b à puncto p, ut angulus cōstans ex angulo incidētię & reflexiōis supra p, sit minor angulo a g d, sicut angulus cōstās ex angulo incidētię & reflexionis supra t, minor est eodē. Improbabitur aūt hoc modo. Ducātur a p, b p, g p: oportet ergo ne-



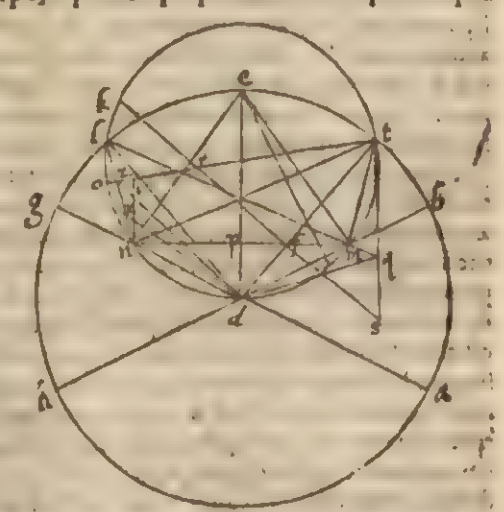


cessariò

ceſſariò, ut g p diuidat k o propter arcum a b, quē diuidit ex circulo a b t linea g t per æqualia: [peripheria enim b o æquatur peripheriæ c a ex concluſo:] & ſimiliter linea k o. Sit ergo punctum concurſus lineæ g p cum k o, punctum l: & ducatur linea t p. Cum igitur duæ lineæ g p, g t ſint æquales: [per 15 d 1] erūt [per 5 p 1] duo anguli g p t, g t p æquales: & [per 32 p 1] uterq; acutus. Ducta igitur perpendiculari ſuper g t à puncto t: [per 11 p 1] cōtinget circulum ſpeculi [per conſectarium 16 p 3] & producta, cadet ſuper terminum diametri minoris circuli: cum angulus, quem efficit cum g t, reſpiciat arcum ſemicirculi minoris circuli: [per 31 p 3] & cū t o cadat ſupra k o, & k o producta tranſeat per cētrum minoris circuli: [per conſectarium 1 p 3, quia recta linea o k bifariam, & ad angulos rectos ſecat rectam a b] neceſſariò illa perpendicularis cadet ſuper terminum k o producta: [per 31 p 3] & p t eſt inferior illa perpēdiculari, habito reſpectu ad n. Igitur quæcunq; linea ducatur a puncto g ad lineam t p, ſecans diametrum illius circuli, quæ eſt o k: cadet in punctum aliquod lineæ t p, citra illam perpendicularem. Cum igitur g p cadat in p, & ſecet o k: erit p citra perpendicularem, & infra arcum illius perpendicularis. Facto igitur circulo tranſeunte per tria puncta a, b, p: tranſibit quidem per l, & ſecabit circulum a b t in duobus punctis a, b: & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferius puncto t, cum p ſit citra illum circulum: neceſſariò ſecabit illum in tertio puncto: quod eſt impoſsibile [& contra 10 p 3.] Reſtat ergo, ut punctum a non reflectatur ad b à duobus punctis arcus, interiacentis eorum diametros, id eſt arcus e z, ut uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo a g d.

81. Duo puncta in diuerſis diametris circuli (qui eſt cōmunis ſectio ſuperficierum, reflexionis, & ſpeculi ſpherici cuni) à centro inæquabiliter diſtantia. à duobus punctis peripheriæ comprehenſæ inter ſemidiametros, in quibus ipſa ſunt, inter ſe mutuò reflecti poſſunt. 35 p 8.

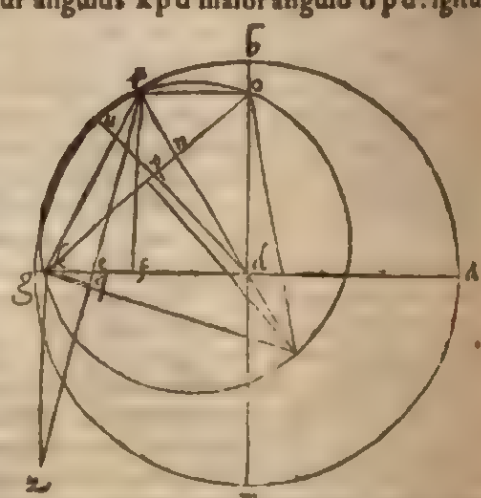
AMplius: dico quòd poſſunt reflecti duo puncta ad ſe, inæqualis longitudinis à centro, à duobus punctis arcus ipſa reſpicientis, id eſt diametros, in quibus ſunt puncta illa, interiacētis. Verbi gratia: ſumptis duabus ſemidiametris in circulo ſphęræ, ſcilicet b d, g d: diuidatur angulus earū p æqualia, per ſemidiametrū e d: [per 9 p 1] & in b d ſumatur punctū m, ſupra punctū, in quod cadet perpendicularis ducta à puncto e ſuper b d: & ſumatur [per 3 p 1] n d æqualis m d: & [per 5 p 4] fiat circulus tranſiens per tria puncta d, m, n: neceſſariò circulus ille tranſibit extra e. Si enim per e: fieret quadrangulū à quatuor punctis d, n, e, m: & duo anguli illius quadranguli ſibi oppoſiti ſunt æquales duobus rectis: [per 22 p 3] quod quidē non eſſet: cum linea e m ſit ſupra perpendicularem: & ideo angulus e m d acutus: [per 16 p 12 d 1] & ſimiliter ei oppoſitus ſuper n, acutus: quia e n ſupra perpendicularem eſt. [Quare in quadrilatero circulo inſcripto oppoſiti anguli eſſent minores duobus rectis contra 22 p 3.] Similis erit improbatio: ſi tranſeat circulus citra e. Tranſibit ergo extra, & [per 10 p 3] ſecabit circulū ſphæræ in duobus punctis, ſicut t, l: & ducantur lineæ m t, d t, n t, m l, d l, n l: & ducatur linea m n ſecans t d in puncto f, lineam e d in puncto p. Palàm, cum m d ſit æqualis n d [per fabricationem] & p d cōmunis, & angulus n d p æqualis angulo m d p: [per fabricationem] erit [per 4 p 1] triangulum æquale triangulo: & erit angulus f p d rectus: [per 10 d 1] igitur angulus p f d acutus [per 32 p 1.] Ducatur [per 11 p 1] à pūcto t perpendicularis ſuper t d: quæ ſit k f. Palàm, quòd aliquod punctū lineę n l, erit infernus pūcto k, ſumpta inferioritate reſpectu n: ſit illud punctū z: & ducatur t z linea uſq; ad circulū, cadēs in punctū circuli: quod ſit o. Arcus n o aut minor eſt arcu t l: aut nō. Si nō fuerit minor: ſumatur ex eo arcus minor: & ad terminū illius arcus ducatur linea à puncto t: & erit idē, ac ſi arcus n o eſſet minor arcu t l. Sit igitur n o minor t l. Palàm [per 33 p 6] angulus t n l erit maior angulo o t n, quia reſpicit maiorē arcum. Secetur ex eo æqualis: & ſit i n z: & ſuper punctum t lineæ t n, fiat angulus, æqualis angulo o t n, [p 23 p 1] qui ſit q t n. Cum igitur angulus t n l ſit maior angulo n t q: [p 33 p 6: quia peripheria t l ſubtenſa angulo t n l, maior eſt ex theſi, peripheria n o, ſubtēſa angulo n t o, cui æquatus eſt angulus n t q] cōcurret linea t q cū linea l n: cōcurrat in puncto q. Cum igitur angulus l n t ſit æqualis duob. angulis n q t, n t q [per 32 p 1] & angulus l n t ſit æqualis l n t [p 27 p 3] qa ſunt ſup eūdē arcū: [l t] & angulus i n z ſit æqualis n t q: [p fabricationē] erit angulus i n t æqualis angulo n q t: & ita triangulū n q t ſimile triangulo i n t [eſt enim angulus n t q æquatus angulo o t n: itaq; p 32 p 1 triāgula n t q, i t n ſunt æquiangula: & p 4 p. 1 d 6 ſimilia.] Et ſimiliter triangulū i n z eſt ſimile triāgulo t n z: [cōmunis enim eſt angulus n z t: & z n i æquatus eſt ipſi o t n: ergo p 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triāgula ſunt ſimilia] & ita ꝓportio t n ad t q, ſicut n i ad n q: & ſimiliter ꝓportio t n ad t z, ſicut i n ad n z. Sed t z maior t q: q̄d ſic patet. Sit r punctū, in quo t z ſecat k f. Angulus t f r eſt rectus: [nā k f ꝓpēdicularis ducta eſt ſup t d] quare [p 32 p 1] angulꝰ f t r acutus. Igitur angulꝰ q t f ei ęqualis. [Quia enim ex theſi recta d n æquatur ipſi d n: æquatur peripheria d n peripheriæ d n p 28 p 3: & angulus d t n angulo d t n: & n t q æquatus eſt o t n.



Totus igitur f t r æquatur toti f t q] eſt acutus: & k f perpendicularis ſuper t d. Quare [per 11 ax.] k f producta concurret cum t q: ſit concurſus s: & linea t s ducta à puncto t ad punctum concurſus, cuius lineæ pars eſt t q: erit æqualis lineæ t r: [quia anguli ad f ſunt recti, & f t r, f t s æquantur, latusq; t f commune: æquabitur r t ipſi t s per 26 p 1] & ita t q minor t z [quia minor eſt ipſa t r, quæ pars eſt ipſius t z.] Quare [per 8 p 5] maior eſt proportio n t ad t q, quàm n t ad t z. Igitur maior eſt proportio i n ad m q, quàm i n ad n z. Quare [per 10 p 5] m q minor eſt n z. Secetur igitur ex n z æqualis ei [per 3 p 1] quæ ſit n x. Quoniam [per 22 p 3] angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos: erit [per 13 p 1. 1 ax] angulus l n d æqualis q m d: & x n, n d, æqualia q m, m d. Igitur [per 4 p 1] q d æqualis x d. Sed z d maior x d: quoniam angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos: [per 22 p 3] ſed angulus l m d acutus: cum angulus e m d ſit acutus [per 16 p. 12 d 1.] Igitur angulus l n d maior eſt recto: igitur z d maior x d [quia enim angulus l n d eſt obtuſus: erit per 32 p 1 n x d acutus, & per 13. 32 p 1 z x d obtuſus, x z d acutus: quare per 19 p 1 z d maior eſt x d.] Quare z d maior q d. Igitur q reflectitur ad z à duobus punctis t, l: & q & z ſunt inęqualis longitudinis à centro, & in diuerſis diametris. Et quòd non ſint in eadem diametro, palàm: quoniam angulus x d n æqualis eſt angulo q d m: addito ergo communi angulo x d m, erit angulus n d m æqualis angulo x d q: & minor duobus rectis. Quare magis angulus z d q [pars anguli x d q] minor duobus rectis. Quare q & z non ſunt in eadem diametro, ſed in diuerſis.

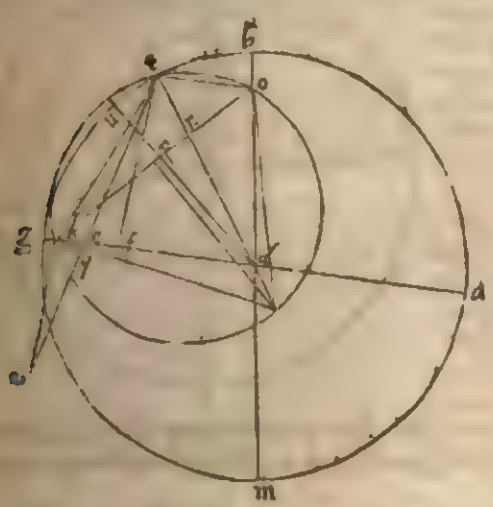
82. Si duo puncta in diuerſis diametris circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpherici cauι) à centro inæquabiliter diſtantia, à duobus punctis peripheriæ comprehenſa inter ſemidiametros, in quibus ipſa ſunt, inter ſe mutuò reflectantur: à nullo alio eiuſdem peripheriæ puncto reflecti poſſunt. 36 p 8.

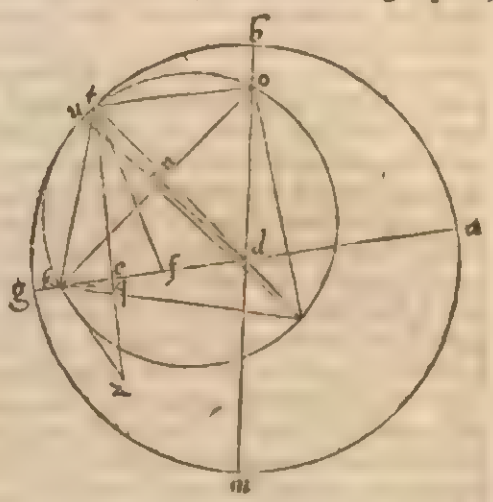
AMplius: ſumptis duobus punctis, quæ ſint o, k, & inæqualiter diſtantibus à cẽtro: reflectetur quidẽ unum ad aliud à duob. pũctis arcus, reſpiciẽtis ſemidiametros, in quib. ſunt: ſed nó ab alio pũcto illius arcus, quàm ab illis duob. Verbi gratia: d ſit centrũ: k remotius à d quàm o à d: g d, b d ſemidiametri: t punctũ unũ reflexionis. Palàm ex ſuperioribus, quòd uterq; angulus conſtans ex angulo incidẽtiæ & reflexionis, nõ erit minor angulo o d a: [p 80 n] nec ęqualis [per 79 n] alter ergo erit maior. Sit angulus cõſtans ex angulo incidẽtiæ & reflexionis, qui eſt ſup t, maior angulo o d a: & ducátur lineæ o t, d t, k t: & ex angulo illo fecetur angulus æqualis angulo o d a: [p 23 p 1] qui ſit o t f: & diuidatur angulus f t k per æqualia per lineá t e [per 9 p 1] & à puncto k ducatur æquidiſtás t f: [per 31 p 1] quæ quidẽ cõcurret cũ t e: [per lemma Procli ad 29 p 1] cõcurrat in pũcto z: & ducatur linea o k: & diuidatur angulus o d k per æqualia, per lineá d u, ſecantẽ lineá o k in puncto p: & eſt k d maior o d [ex theſi.] Cũ igitur [per 3 p 6] ſit ꝓportio k d ad d o, ſicut k p ad p o: erit k p maior p o. Itẽ linea d t ſecet lineá o k in puncto n. Dico, quòd p cadit inter n & k, nõ inter n & o, quod ſic patebit. Angulus k p d ualet duos angulos p d o, p o d: & angulus o p d ualet duos angulos p k d & p d k [per 32 p 1.] Sed angulus p d o æqualis eſt angulo p d k: [per fabricationem] & [per theſim & 18 p 1] angulus k o d maior angulo o k d: igitur angulus k p d maior angulo o p d: igitur [p 13 p 1] angulus k p d maior recto: & angulus k n d acutus: quod ſic cõſtabit: ſi fiat circulus per tria pũcta o, t, k: [per 5 p 4] tranſibit infra d. Quoniã ſi tranſeat per d: cũ angulus o t k ſit maior angulo o d a: [p theſin] erũt duo anguli o t k, o d k maiores duobus rectis [cõtra 22 p 3.] Si tranſeat ſupra d: eadẽ eſt demõſtratio. Et linea n d diuidet arcũ illius circuli, qui eſt o k, p æqualia infra d. [Quia cum t ſit reflexionis punctũ ex theſi: æquabuntur anguli k t d, d t o per 12 n 4, & peripheriæ illis ſubtenſæ per 26 p 3.] Si autẽ à pũcto diuiſionis ducatur linea ad mediũ punctũ lineæ o k: quæ eſt chorda illius arcus: erit linea illa perpendicularis ſuper o k: [rectę enim lineæ à puncto medio peripheriæ k o, ductæ ad puncta k & o, æquantur per 29 p 3: & recta, quę ab eodem puncto connectit medium rectæ k o, æquatur ſibijpſi. Quare per 8 p. 10 d 1 ipſa perpendicularis eſt ad k o] & cadet inter p & k: cũ p k ſit maior p o: [ex cõcluſo] & angulus ſuper n à parte illius perpẽdicularis & ex parte p erit acutus: [per 32 p 1] & angulus ſuper p ex parte o eſt acutus [per 13 p 1: oſtenſum enim eſt angulum k p d eſſe obtuſum.] Si ergo p cadit inter n & o: impoſsibile erit perpẽdicularem illam cadere inter n & p: quia ſecaret d p, & fieret triangulũ, cuius unus angulus rectus, alius obtuſus [contra 32 p 1.] Cadet ergo inter n & k: & erit angulus n ex parte perpendicularis acutus: igitur ex parte o obtuſus [per 13 p 1:] ergo p non cadit inter n & o: quia ita erit triangulum, cuius duo anguli obtuſi [eſt enim angulus k p d obtuſus concluſus.] Palàm, quòd angulus k t d eſt medietas anguli k t o: [per theſin & 12 n 4: quia t eſt punctũ reflexionis: & d t perpendicularis eſt plano ſpeculum in puncto t tangenti per 25 n 4] ſed k t e eſt medietas anguli k t f [per fabricationem.] Reſtat e t d medietas anguli f t o: ſed f t o



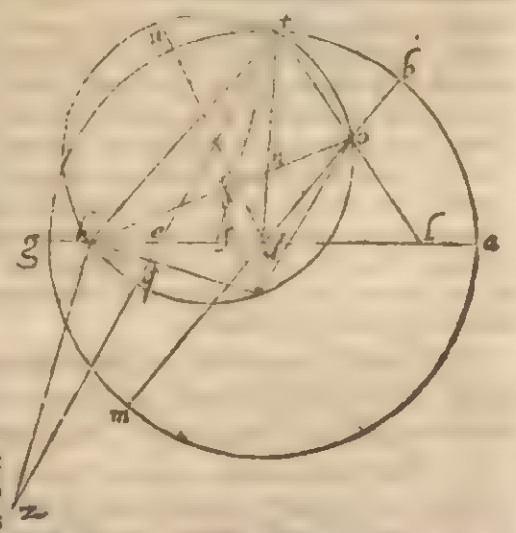
æqualis

æqualis eſt angulo o d a [per fabricationem:] igitur e t d medietas anguli o d a: ſed angulus o d a cũ angulo o d f ualet duos rectos [per 13 p 1] & [per 32 p 1] tres anguli trianguli e t d duos rectos: ablato e d t cõmuni: reſtat angulus t e d æqualis medietati anguli o d a, & angulo o d n [nam poſt ſubductionem communis anguli t d e, relinquũtur anguli d t e, t e d æquales angulis o d t, o d a: ſed d t e æquatur dimidiato angulo o d a, ut patuit: reliquus igitur t e d æquatur dimidiato anguli o d a & angulo o d n ſimul utriq;.] Sed angulus o d p cũ medietate anguli o d a eſt rectus: [qa enim anguli o d k, o d a æquãtur duobus rectis per 13 p 1: & angulus o d u eſt dimidius anguli o d k per fabricationẽ: duo igitur dimidiati anguli duorũ rectorũ æquãtur uni recto] igitur angulus t e d eſt acutus: [quia enim angulus o d p cum dimidiato angulo o d a æquatur uni recto ex concluſo: & maior eſt angulo o d n: quia, ut patuit, n cadit inter p & o: ergo angulus t e d æqualis angulo o d n, & dimidiato o d a, erit minor recto: ideoq; acutus] quare ei contrapoſitus eſt acutus [per 15 p 1.] Igitur ſi à puncto k ducatur perpendicularis ad t z: [per 12 p 1] cadet inter é & z. Si enim ſupra e ceciderit, cum angulus t e k ſit obtuſus: [per 13 p 1: acutus enim concluſus eſt t e d] accidet triangulũ habere duos angulos rectum & obtuſum [contra 32 p 1.] Sit ergo perpendicularis k q. Dico, quod k t ſe habet ad t f, ſicut k d ad d o, t o enim aut eſt æquidiſtans k d: aut concurrit cum ea. Sit æquidiſtans: erit ergo [per 29

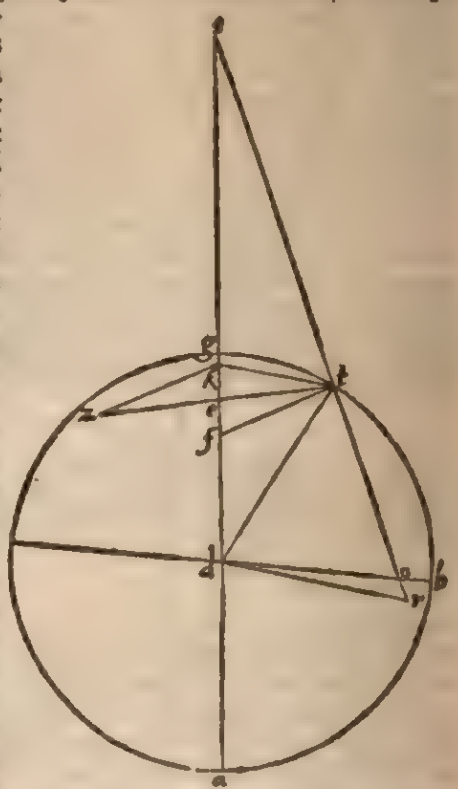


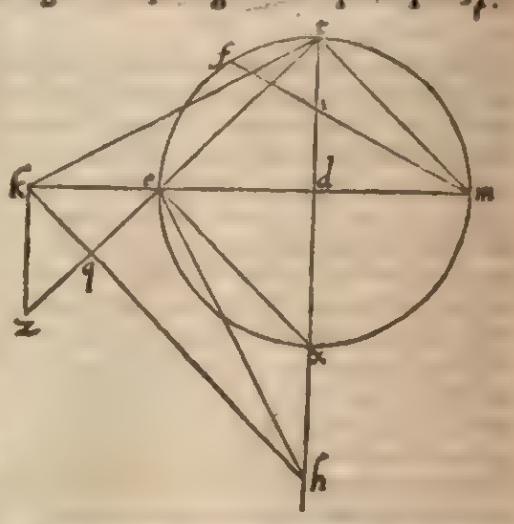


p 1] angulus o d a æqualis angulo t o d: & ita t o d æqualis angulo o t f [æquatus enim eſt o t f ipſi o d a.] Et o d, t f aut ſunt æquidiſtãtes: aut cõcurrunt. Si æquidiſtantes, cũ cadant inter æquidiſtantes [k d, t o] erũt [per 34 p 1] æquales. Si uerò cõcurrunt: faciẽt triangulũ, cuius latera æqualia [per 6 p 1] quia reſpiciunt æquales angulos: [f t o, & d o t] & f d ſecat illa latera æquidiſtanter baſi. Erit ergo [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, ſicut alterius ad f t: & ita t f æqualis d o [per 9 p 5.] Et hoc dico, ſi lineæ illæ concurrant ſub k d. Et ſi cõcurrant ſub t o: eadem erit probatio: quia fiet triangulum, cuius unũ latus eſt t o, & alia duo latera æqualia: [per 6 p 1] & erit [per 2 p 6. 18 p 5] proportio unius laterum ad d o, ſicut alterius ad t f: & ita [per 9 p 5] t f æqualis d o. Item angulus t d k eſt æqualis angulo d t o [per 29 p 1] quia d t inter æquidiſtantes: [ex theſi: nempe k d, t o] igitur eſt æqualis angulo d t k: [qui ex theſi & 12 n 4 æquatur angulo d t o] quare [per 6 p 1] d k æqualis eſt t k. Igitur [per 7 p 5] proportio t k ad t f, ſicut k d ad d o. Si uerò t o concurrit cum k d: concurrat ex parte a in puncto l. Scimus [è demõſtratis à Theone ad 5 d 6] quòd proportio k t ad t f compacta eſt ex proportione k t ad t l, & t l ad t f: ſed [per 3 p 6] k t ad t l eſt, ſicut k d ad d l: quoniam d t diuidit angulum k t o per æqualia: & proportio t l ad t f, ſicut d l ad d o: quoniã angulus o d l eſt æqualis angulo l t f [per fabricationem] & angulus ſuper l communis: [triangulis l t f, o d l] erit partiale triangulum ſimile totali [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6.] Igitur proportio k t ad t f cõſtat ex proportione k d ad d l, & proportione d l ad d o: ſed proportio k d ad d o conſtat ex ijſdem [aſſumpta d l media inter k d & d o.] Quare proportio k t ad t f, ſicut k d ad d o. Si uerò t o concurrat cum k d ex parte g: ſit concurſus s. Et à puncto d ducatur æquidiſtans lineæ k t: [per 31 p 1] quæ ſit d r, cõcurrens cum t o in puncto r: igitur [per 29 p 1] angulus k t d eſt æqualis angulo t d r: ſed idẽ eſt æqualis angulo d t o [per theſin & 12 n 4.] Quare [p 6 p 1] d r eſt æqualis t r. Sed quia triangulũ s t k ſimile eſt triangulo s r d: [per 29. 32 p 1. 4 p. 1 d 6] erit proportio d r ad s r, ſicut k t ad t s: & ita r t ad r s, ſicut k t ad t s: [p 7 p 5: æqualis enim cõcluſa eſt t r ipſi d r] ſed r t ad r s, ſicut



ſicut d k ad d s [eſt enim per 2 p 6, ut s t ad t r, ſic s k ad k d: & per 18 p 5, ut s r ad r t, ſic s d ad d k, & per conſectarium 4 p 5, ut r t ad r s, ſic d k ad d s.] Igitur [per 11 p 5] k t ad t s, ſicut d k ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis eſt angulo o d a: [per fabricationem] erit [per 13 p 1] angulus o d s æqualis angulo f t s [& angulus a d s æquatur ſibi ipſi: itaq; per 32 p 1 triangula s t f, d s o ſunt æquiangula.] Igitur [p 4 p 6] s t ad t f, ſicut d s ad d o: & eſt k t ad t s, ſicut d k ad d s: & t s ad t f, ſicut d s ad d o: quare [p 22 p 5] k t ad t f, ſicut k d ad d o. Quod eſt propoſitũ. Sed quoniã k z æquidiſtat t f: [per fabricationem] erit [per 29 p 1] angulus k z e æqualis angulo e t f: & ita triangulũ k z e ſimile triangulo e t f. [Nam anguli ad e æquãtur per 15 p 1: itaq; per 32 p 1. 4 p. 1 d 6 triangula k z e, e t f ſunt ſimilia.] Quare ꝓportio k e ad e f, ſicut k z ad t f: ſed [per 3 p 6] k e ad e f, ſicut k t ad t f, propter angulum ſuper t diuiſum p æqualia. Igitur [p 9 p 5] k z æqualis eſt k t. Verùm quoniã k q eſt perpẽdicularis ſuper e z: [per fabricationẽ] erũt omnes eius anguli recti: ſed angulus e t d eſt acutus: quoniã eſt medietas anguli f t o, ut patuit.] Igitur k q cõcurret cũ t d [p 11 ax.] Sit cõcurſus h: & ducatur linea e h: & [per 31 p 1] à pũcto e ducatur æquidiſtans h k, ꝓducta uſq; ad d h: quæ ſit e x: & mutetur figura propter intricationẽ linearũ: & [per 5 p 4] fiat circulus, trãſiens per tria puncta x, t, e: & ꝓducatur k d uſq; in circulũ, cadens in punctũ m: & educatur m t: erit [per 27 p 3] angulus t m e æqualis angulo t x e: quia cadunt in eundẽ arcũ: [e f t] & [p 29 p 1] angulus t x e æqualis angulo t h k: erit t m e æqualis angulo t h k. Secetur ab angulo t m e, æqualis angulo d h e: [id uerò fieri poteſt: qa angulus t h k maior eſt angulo d h e per 9 ax: itaq; t m e eodẽ maior eſt] q ſit f m d: & punctũ, in quo f m ſecat t x, ſit i. Palàm quòd triangulũ i m d ſimile eſt triangulo e d h [quia enim angulus f m d æquatus eſt angulo d h e, & anguli ad d æquãtur per 15 p 1: ergo p 32 p 1 triangula ſunt æquiangula, & p 4 p. 1 d 6 ſimilia.] Quare proportio h d ad d m, ſicut e h ad i m. Et ſimiliter triangulũ t m d ſimile triangulo k h d: [Nã angulus t m d æqualis cõcluſus eſt angulo t h k: & anguli ad d æquãtur p 15 p 1. Quare ut prius triangula ſunt ſimilia] & ꝓportio k d ad d t, ſicut h d ad d m: & ita [p 11 p 5] k d ad d t, ſicut e h ad i m. Sed proportio k d ad d t nota: quoniã ſemp una & eadẽ permanet, quodcũq; punctũ reflexionis ſit t in arcu b g: quia ſemper linea t d eſt una: [quia eſt ſemidiameter circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ reflexionis & ſpeculi] & k d ſimiliter [quia eſt diſtãtia pũcti reflexi à cẽtro ſpeculi.] Linea etiam e h unà in quacunq; reflexione permanet, & nõ mutatur eius quãtitas [quia angulus o d a idẽ ſemper ꝑmanet: eiusq; dimidius eſt angulus e t d: qa, ut patuit, dimidius eſt anguli f t o, æquati angulo o d a.] Quare linea i m ſemper erit una: quare punctũ f notũ & determinatum [quia per lineam i m in longitudine ſemper eandẽ, continuatam in peripheriam oſtenditur.] Si ergo à tribus punctis arcus b g fieri poſſet reflexio: eſſet ducere à puncto f ad circulum x t e tres lineas æquales: quarum cuiuslibet pars interiacens diametrum t x & circumferentiam circuli eſſet æqualis lineæ i m: quia ſemper erit proportio k d ad d t, ſicut e h ad quamlibet illarum. Et patet ex ſuperioribus [24 n] quòd non, niſi duæ æquales poſſunt. Quare à duobus tantùm punctis fiet reflexio. Quod eſt propoſitum.



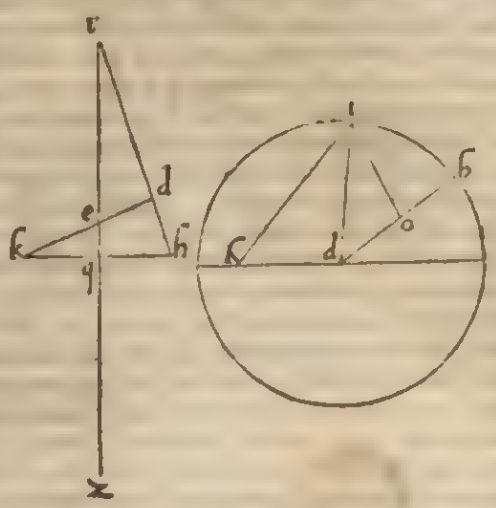


83. Datis duobus punctis in diuerſis diametris circuli (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpherici caui) à centro inæquabiliter diſtantibus: inuenire in peripheria comprehenſa inter ſemidiametros, in quibus ipſa ſunt, duo reflexionis puncta. 37 p 8.

AMplius: datis duobus punctis k, o in diuerſis diametris, inæqualiter diſtantibus à centro: eſt inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: ſumatur linea z t: & [per 10 p 6] diuidatur in puncto e, ut ſit proportio z e ad e t, ſicut k d ad d o [in primo diagrammate præcedentis numeri.] Quoniam k d maior d o [ex theſi præcedẽtis numeri] erit z e maior e t: diuidatur z t per æqualia in puncto q: [per 10 p 1] & à puncto q ducatur perpendicularis ſuper z t: [per 11 p 1] & fiat

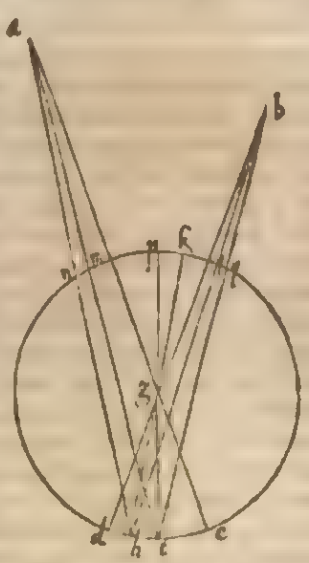
angulus

ngulus e t d æqualis medietati anguli o d a: erit quidem acutus: [quia æquatur angulo rectilineo dimidiato, ut oſtenſum eſt 36 n] igitur t d concurret cum perpendiculari [per 11 ax.] Sit concurſus in puncto h: & [per 38 n] ducatur linea d e k, ut ſit proportio k d ad d t, ſicut k d ad ſemidiametrum ſphæræ [erit igitur ſemidiameter ſphæræ æqualis d t per 9 p 5.] Et angulo, quem habemus k d t fiat [per 23 p 1] in ſpeculo angulus æqualis, ſcilicet k d t. Dico, quòd t eſt punctum reflexionis. Et ſi prædictam probationẽ replicaueris, manifeſtè uidebis.



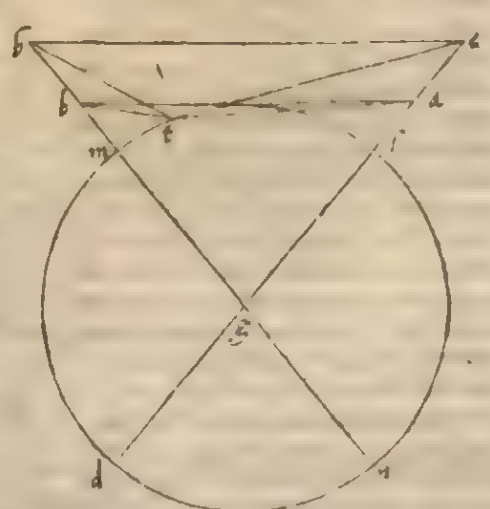
84. Si duo puncta extra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici cani) uel alterum intra, reliquum extra, in diuerſis diametris, à centro inæquabiliter diſtantia, reflectantur à peripheria comprehenſa inter ſemidiametros, extra quas ipſa ſunt: ab uno puncto tantùm reflectentur. 38 p 8.

AMplius: ſumptis duobus punctis in diuerſis diametris, quæ puncta inæqualis ſint longitudinis à centro: ſi fuerint extra circulum, & reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti diametris: non reflectentur ab alio eiuſdem arcus. Verbi gratia: ſint a, b puncta in diuerſis diametris, extra circulum: g centrum: t punctum reflexionis: & ducantur b t, a t, t g: b t ſecabit arcum circuli: ſit punctum ſectionis q: a t ſecabit ſimiliter arcum circuli: ſit punctum ſectionis m. Quoniam angulus b t g æqualis eſt angulo a t g: [per 12 n 4: quia t eſt reflexionis punctum ex theſi] cadent in arcus circuli æquales: [per 26 p 3] quod patebit producta ſemidiametro t g in p. Erit ergo arcus q p æqualis arcui m p. Si igitur b reflectitur ab alio puncto: ſit illud h: & ducantur lineæ b h, a h, g h. Secet b h circulum in puncto l: a h in puncto n: & producatur h g in k. Secundum igitur prædictam probationem erit l k æqualis n k: ſed iam habemus, quòd q p æqualis p m: quod eſt impoſsibile [& contra 9 ax.] Reſtat ut b non reflectatur ad a, à puncto h, uel ab alio puncto arcus oppoſiti diametris, præterquam à t. Similiter ſi fuerit alterum punctorum in circulo, alterum extra: ab uno tantùm puncto arcus poterit reflecti ad aliud.



85. Si recta linea connectens duo puncta in diuerſis diametris circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis & ſpeculi ſpharici cani) à centro inæquabiliter diſtantia, tangat peripheriam dicti circuli, uel ſit extra ipſam: ab uno tantùm puncto reflexio fiet. 39 p 8.

AMplius: ſi linea ducta ab uno duorũ punctorum, cõtingat circulũ, aut tota ſit extra: ſumpto quocũq; puncto in arcu oppoſito diametro: [in quibus ſunt data puncta] altera linearum à punctorum duorum altero, ad illud punctum ductarum, tota erit extra circulum: & ſic neutrum punctorum ad aliud reflectetur ab aliquo puncto illius arcus: [m l] & ab uno ſolo puncto ſpeculi [in peripheria d n ſumpto per 73 & præcedentem numeros.]

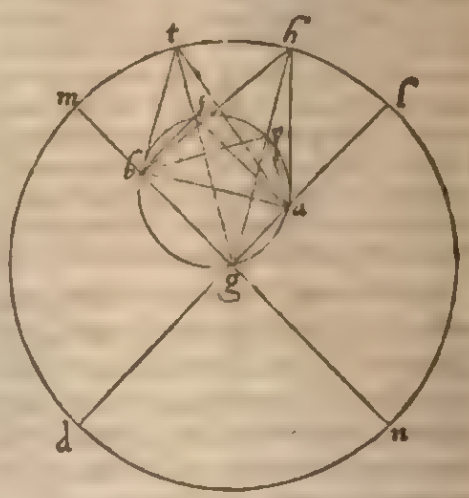


86. Si recta linea connectens duo puncta in diuerſis diametris circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierũ reflexiõis & ſpeculi ſpharici cani) à cẽtro inæquabiliter diſtantia, continuata eundem ſecet: poſſunt dicta puncta ab uno, duobus, tribus, aut quatuor punctis ſpeculi inter ſe reflecti. 40 p 8.

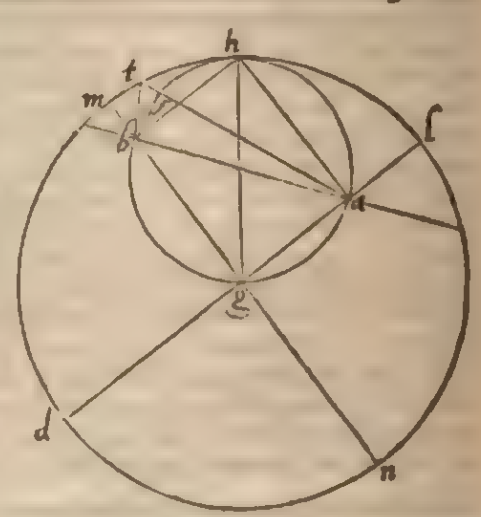
SI uerò linea ducta ab uno pũcto ad aliud, ſecet circulũ: fiat circulus p centrũ ſpeculi & illa duo pũcta. p 5 p 4.] circulus ille aut totꝰ erit intra circulũ: aut cõtinget ipſum intrinſecus: aut ſecabit. Sit totꝰ intra: & ducãtur duę lineę à duob. pũctis ad aliquod pũctũ arcus oppoſiti: angulꝰ,

quem

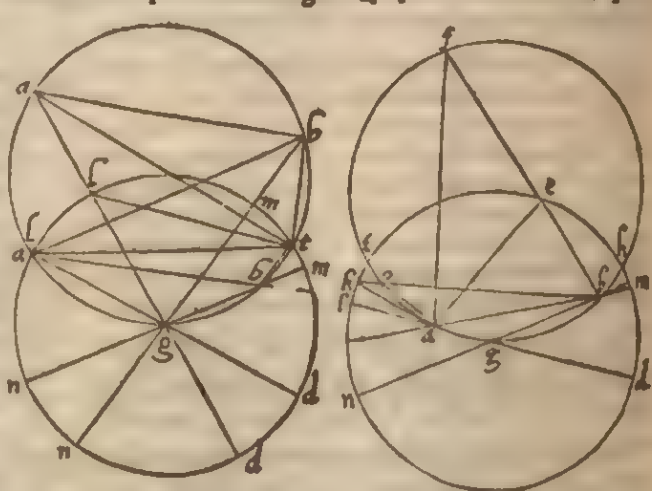
quem facient [qui fit a t b] erit minor angulo [b g d] quem una diameter facit cum alia, ex parte alterius: [Nam si à puncto f, in quo g t secat peripheriam circuli a b g, ducantur rectæ f a, f b: æquabuntur anguli ad f & g duobus rectis per 22 p 3: quibus etiam æquantur anguli ad g deinceps per 13 p 1: quare per 3 ax. b g d æquatur a f b: qui per 21 p 1 maior est angulo a t b. Angulus igitur a t b minor est angulo b g d.] Et quilibet angulus sic factus super arcum oppositum [l m] minor erit illo angulo. Quoniam angulus factus in interiore circulo, per lineas à punctis ad arcum eius interiacentem ductas, erit æqualis illi angulo: quoniam cum angulo diametrorum super centrũ ualet duos angulos rectos [per 22 p 3.] Sed [per 21 p 1] angulus arcus minoris circuli [angulus nempe in ipsius peripheria] maior est angulo arcus speculi [eo nempe, qui fit in peripheria circuli: qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi.] Igitur in arcu speculi nõ fiet reflexio, nisi ab uno puncto: cum iam dictum sit [80 n] quòd non est possibile reflexionem à duobus punctis fieri, ut sit uterque angulus, constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, minor angulo diametrorum ex alia parte centri. Si uerò circulus ille contingat intra



secus circulum speculi: angulus factus à lineis, ab illis punctis ad punctum contactus ductis, erit æqualis angulo diametrorum ex alia parte centri [anguli enim ad h & g æquantur duobus rectis per 22 p 3: quibus etiam æquantur anguli ad g deinceps per 13 p 1: angulus igitur a h d æquatur angulo b g d per 3 ax.] Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio [per 79 n.] Et angulus factus super quodcunq; punctum aliud maioris circuli, erit minor illo [ut si angulus fiat super pũctum t: erit a f b maior a t b per 21 p 1: sed a f b æquatur a h b per 21 p 3: quare a h b maior est a t b: eodemq; modo de quocunq; angulo demonstrabitur.] Quare à duobus punctis arcus non fiet reflexio secundum prædicta [80 n.] Si uerò circulus interior secet circulum speculi: duo puncta [peripheria enim peripheriam in duobus punctis tantùm secat per 10 p 3] aut erunt extra circulũ: aut intra: aut unum intra, aliud extra: aut unum in circumferentia, aliud extra, uel intra. Si fuerint extra: circulus secans, non secabit arcum circuli speculi, interiacentem diametros. Et iam probatum est in præcedente figura [præcedentis numeri] quòd

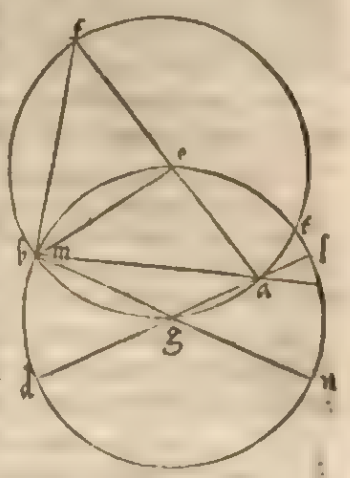


hęc puncta ab uno solo puncto arcus interiacentis diametros poterunt reflecti [quod est punctum peripheriæ inter semidiametros, extra quas sunt reflexa puncta, ut patuit præcedẽte numero.] Si uerò unum fuerit in circũferentia, aliud extra: circulus secans secabit arcum circuli speculi, diametros interiacentem in unico puncto. Et quilibet angulus factus super arcũ illum: erit maior angulo diametrorũ ex alia parte centri: & sic [per 80 n] ab uno puncto, uel à duobus potest fieri reflexio. Si uerò duo pũcta fuerint intra: secabit circulus interior arcũ interiacentem in duobus punctis: & restabunt ex eo duo arcus ex diuersis partibus. Et omnes anguli facti super



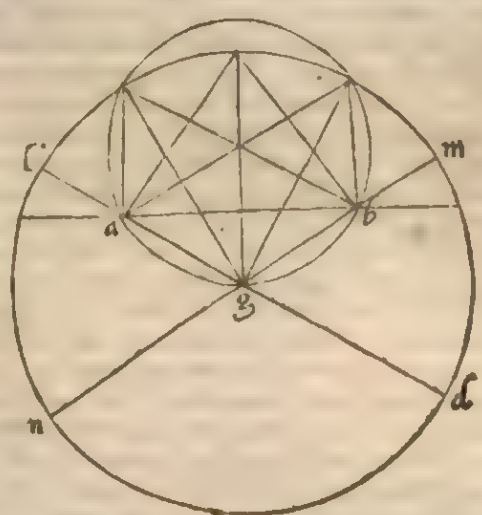
arcum, interiacentem duo puncta sectionis, erunt maiores angulo diametrorum ex alia parte centri: [ut patet in angulo a e b per 22 p 3. 13. 21 p 1.] Et ab hoc arcu posset fieri reflexio forsitan ab uno puncto tantùm: forsitan a duobus [per 80 n.] Et si à duobus arcubus fiat reflexio, qui restant ex arcu totali, & ex diuersis partibus: omnes anguli erunt minores angulo diametrorum: [per 22 p 3. 13. 21 p 1] & tantùm ab uno eorum puncto fiet reflexio [per 80 n.] Et in hoc situ poterit fieri

fieri reflexio à duobus punctis arcus interiacentis diametros, aut à tribus. Palàm etiam [per 73. 75 n.] quòd ab uno tantum puncto arcus oppositi [n d] fiet reflexio. Et ita in hoc situ, aliquando à tribus, aliquando à quatuor punctis fiet reflexio. Si uerò unum punctorum fuerit intra circulũ, aliud in circumferentia, uel extra: secabit circulus arcum interiacentem in unico puncto: & restabit unus arcus tantùm. Et omnes anguli facti in parte illius arcus, inclusa à secante circulo: erũt maiores angulo diametrorũ [per 22 p 3. 13. 21 p 1.] Et poterit fieri reflexio à duobus punctis illius partis, uel ab uno [per 80 n.] Omnes uerò anguli alterius partis interiacentis [quæ est t l] erunt minores angulo diametrorum [ut ostensum est.] Et ab uno tantùm pũcto illius partis fiet reflexio [per 80 n.] Et ita, cũ ab uno puncto arcus oppositi [n d] semper fiat reflexio in hoc situ: [per 73. 75 n] aliquãdo à tribus, aliquando à quatuor: & nõ à pluribus poterit esse reflexio. Palàm ergo, quòd puncta inæqualis longitudinis à centro, aliquando ab uno puncto tantùm: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur.



87. Si recta linea connectens duo puncta in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spharici cani) à centro æquabiliter distantia, cõtinuata eundẽ secet: possunt dicta puncta ab uno, duobus uel quatuor punctis speculi inter se reflecti: nunquam uerò à tribus tantùm. 41 p 8.

CVm autem puncta eiusdẽ longitudinis fuerint: poterit fieri reflexio aut ab uno tantùm puncto: [ut ostensum est 70 n] aut à duobus: [ut 71 n] aut à quatuor: [ut 72 n] nunquam uerò à tribus. [Quia si reflexio fiat à tribus punctis, fiet etiam à quatuor. Nam cum è tribus illis reflexionum punctis duo in eandẽ peripheriam cadant, ut in præcedentibus numeris patuit: peripheria igitur inter duo illa reflexionũ puncta interiecta, per 30 p 3 bifariam secta, ductisq; rectis à centro, & datis punctis, in diuersis diametris æquabiliter à cẽtro distantibus, ad sectionis punctum: erunt anguli ad ipsum facti æquales per 27 p 3. 4 p 1. Quare ipsum est reflexionis punctum per 12 n 4: atqui in peripheria priori l m opposita, scilicet n d, est etiam unũ reflexionis punctũ per 73. 75 n. A quatuor igitur punctis, nõ à tribus tantùm fit reflexio.] Vbi ab uno puncto fit reflexio, una apparet imago: ibi à duobus, duæ: ubi à tribus, tres: ibi à quatuor, quatuor. Si uerò punctum uisum & cẽtrum uisus fuerint in eadem diametro: fiet reflexio à circulo toto: & locus imaginis erit cẽtrum uisus [ut ostensum est 65 n.] Verùm si centrum uisus fuerit in centro speculi: nihil uidet [præter se ipsum, ut patuit 44 n 4. 62 n.] Si uerò pũctum uisum fuerit in centro speculi: non uidebitur: quoniam forma eius accedet ad speculum super perpendicularem, nec reflecti poterit, nisi super perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem centrum uisus & punctum uisum fuerint in diuersis lineis extra centrum: lineæ illę ad centrum productæ, secabunt in diuersis partibus ex circulo sphæræ duos arcus: ab uno puncto unius tantum fiet reflexio: ab alio forsitan à quatuor. Quòd si cẽtrum sphæræ fuerit ex una parte: centrum uisus & punctum uisum ex una: arcus, quem secant diametri, propter oppositionem capitis abscondetur. Vnde tunc à tribus tantùm punctis fiet reflexio. Et si dirigatur in hoc situ uisus ad arcum unius reflexionis tantùm: abscondetur alius trium reflexionũ, & unica apparebit imago. Item: Si integrum fuerit speculum: nõ erit ibi perceptio: oportèt igitur, ut in eo sit abscisio. Et accidet nonnunquam arcum interiacẽtem diametros abscissum esse: & tunc nihil in eo uideri. Quare rarò eueniet quatuor imagines in hoc speculo comprehendi. Vnde si quis hanc pluralitatem imaginum uoluerit uidere: disponat uisum intra speculum circa ipsum, ut modicam partem eius abscondat mole capitis, & totam speculi superficiem uisu discurrat.



88. In speculo spharico cano imago eiusdem uisibilis utroq; uisu aliàs una, aliàs gemina uidetur. 59 p 8.

CVm autem aliquid in hoc speculo percipietur duplici uisu: si linea reflexionis fuerit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] erit locus imaginis punctum reflexionis [per 60 n.] Et cum distant à se puncta reflexionis respectu duorum uisuum: apparebũt duobus uisibus duæ imagines eiusdem puncti: & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uerò linea reflexionis non sit æquidistans perpendiculari: [incidentiæ] & punctum uisum tantùm distet ab

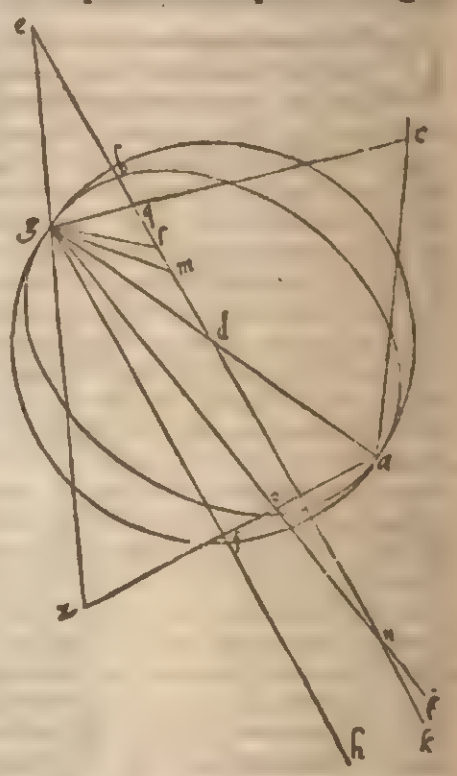
uno uiſu, quantum ab alio, uel modica ſit differentia: erit locus imaginis reſpectu utriuſque uiſus idem, aut diuerſus, ſed modicùm diſtans. Vnde aut una apparebit imago, aut ferè una: ſicut probatum eſt in ſpeculis ſphæricis exterioribus.

89. Communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei cani aliàs eſt latus cylindri: aliàs circulus: aliàs ellipſis. 11 p 9.

IN ſpeculis columnaribus concauis aliquando linea communis eſt linea recta: cum ſuperficies reflexionis tranſit per axem: [per 21 d 11] aliquando linea communis erit circulus, cum ſuperficies illa eſt æquidiſtans baſibus: [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] aliquando linea communis eſt ſectio columnaris. Quando fuerit linea recta: erit locus imaginis & modus reflexionis, ſicut in ſpeculis planis. Quando fuerit circulus: erit idem modus, qui in ſphæricis concauis.

90. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei cani fuerit ellipſis: imago uidebitur, aliàs ultra ſpeculum: aliàs in ſuperficie: aliàs citra uiſum: aliàs in uiſu: aliàs inter uiſum & ſpeculum. 10 p 9.

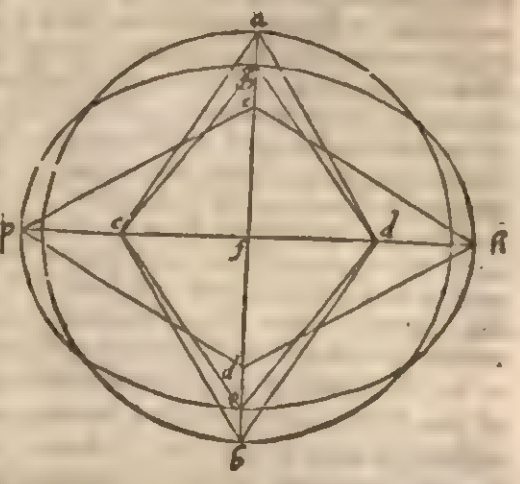
CVm uero linea communis fuerit columnaris ſectio: aut erit locus imaginis ultra ſpeculum: aut citra uiſum: aut in centro uiſus: aut inter ſpeculum & uiſum: aut in ipſo ſpeculo: quod ſic patebit. Sit a b g ſectio: ducatur perpendicularis in hac ſectione: [ſuper planum tangens ſpeculum in reflexionis puncto] quæ ſit d g: quam ſecundum prædicta patet eſſe diametrum circuli. [Quia enim planum tangens cylindrum, tangit in latere per 26 n 4: ergo per 3 d 11 linea recta, perpendicularis plano tangenti, erit perpendicularis lateri, quod eſt parallelum axi per 21 d 11. Quare per 29 p 11 perpendicularis plano tangenti, perpendicularis eſt axi. Planum uerò baſi parallelum & per dictam perpendicularem ductum eſt circulus, cétrum habens in axe per 5 th Sereni de ſectione cylindri. Recta igitur linea perpendicularis plano, cylindrum in reflexionis puncto tangenti, eſt diameter circuli per reflexionis punctum ducti] & unicam poſſe eſſe: cum ab alio puncto ſectionis nõ poſſit duci perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem. [Nam cum communis ſectio circuli & ellipſis per reflexionis punctum ſe ſecantium, ſit perpẽdicularis, tum ad planum in eodem reflexionis puncto cylindrum tangẽs, tum ad axem, ut iam patuit: rectæ igitur lineæ ab alijs ſectionis punctis ad axem ductę, ad ipſum obliquæ erunt: ſecus per 4 p 11 axis eſſet perpendicularis plano ellipſis: contra 9 th Sereni de ſectione cylindri.] Sumatur aliud punctũ, & ſit b: & ducatur ab eo in ſectione linea perpendicularis ſuper lineam, contingẽtem ſectionem in puncto b: quæ quidem linea ſecundũ prędicta neceſſariò concurret cum perpendiculari g d. Concurrat in puncto d: & ſumptum ſit b circa punctum g, ut angulus b d g ſit acutus. Deinde [per 31 p 1] à puncto g ducatur in ſectione linea æquidiſtans b d: quæ ſit g h: quę quidẽ cadet intra columnarem ſectionem: quia angulus h g d erit acutus, cum ſit æqualis g d b: [per 29 p 1] & à puncto g inter d & h ducatur linea: quæ neceſſariò cõcurret cum b d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto n: & inter n & g ſumatur punctũ quodcunq; quod ſit o: ultra punctum n ſumatur punctum t. Item à puncto g ducatur ſupra g h, alia linea g z, tamen intra ſectionem: quæ neceſſariò concurret cũ b d ex alia parte: [per lemma Procli ad 29 p 1] ſit concurſus e. Ducatur g q linea, ut angulus q g d ſit æqualis z g d [per 23 p 1] & fiat angulus l g d æqualis angulo h g d: & angulus m g d æqualis angulo n g d. Palam, [per 12 n 4] quod ſi fuerit uiſus in puncto z: reflectetur punctũ q ad ipſum, à puncto g: & punctum imaginis eſt e: [per 6 n] & ſi uiſus fuerit in puncto h: reflectetur ad ipſum l à puncto g: & erit locus imaginis g: ſi uerò fuerit uiſus in puncto o: reflectetur ad ipſum, punctum m: & locus imaginis erit n: ſi autem fuerit in n: erit locus imaginis puncti m in centro uiſus, id eſt in n: ſi autem fuerit in t: erit locus imaginis tunc inter uiſum & ſpeculum: quia in n. Et ita patet propoſitum.



91. Si uiſus & uiſibile fuerint in eadẽ recta linea, perpendiculari plano ſpeculum cylindraceum cauum tangenti: aliàs ab uno: aliàs à duobus ſpeculi punctis reflexio fiet: & imago uidebitur in centro uiſus. 11 p 9.

HAec quidem iam dicta intelligenda ſunt, cum punctum uiſum nõ fuerit ſuper perpendicularem cum ipſo uiſu. Tunc enim cum infinitæ ſuperficies poſſint intelligi, quarum quælibet orthogonalis ſit ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum [per 18 p 11: quia ſuperficies illæ ducuntur per rectam plano ſpeculum tangenti perpendicularem] & omnes ſecent ſe ſuper illam perpen-

perpendicularem: quædam illarum superficierum efficiet lineam cõmunem, lineam rectam: & non fiet reflexio, nisi super illam perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit centrum uisus: & non uidebitur punctum, nisi quod fuerit in superficie uisus [per 13 n.] Quædam autẽ illarũ superficierum efficiet lineam communem, circulum: & tunc puncta, inter quæ & uisum fuerit centrum circuli: poterunt reflecti ad uisum, singula à duobus punctis circuli: cum à singulis ducantur lineæ facientes angulũ cum superficie contingente, quem per æqualia diuidit perpendicularis ducta ad centrum. [Nam cum a b sit diameter circuli, & f g axis cylindri: erit per 3 d 11 e f perpẽdicularis f g: itaq; anguli ad f erunt recti: at ex thesi c e æquatur ipsi e d: & communis est e f: ergo per 4 p 1 triangula d f e, c f e sunt æquiangula. Quare perpẽdicularis f e bifariam secat angulum c e d: eodemq; modo ostẽdetur perpendicularem g f bifariam secare angulũ d g c.] Et hæc quidem dico de punctis, quę sunt in illa perpendiculari: & loca imaginũ erunt in centro circuli: alia puncta illius perpendicularis nõ reflectentur ad uisum, præter punctum, quod est in superficie uisus: & illud per illam perpendicularem [per 11 n 4.] Cum autem fuerit linea cõmunis, sectio columnaris: non poterunt puncta perpendicularis reflecti ab aliquibus alijs punctis sectionis: cum formà accedens super perpendicularem, reflectatur super perpendicularem: & in sectione una sit perpendicularis [ut proximo numero ostensum est.] Quare per hanc solam perpendicularem fiet reflexio: & solũ punctum superficiei uisus uidebitur: & locus imaginis erit centrum uisus.

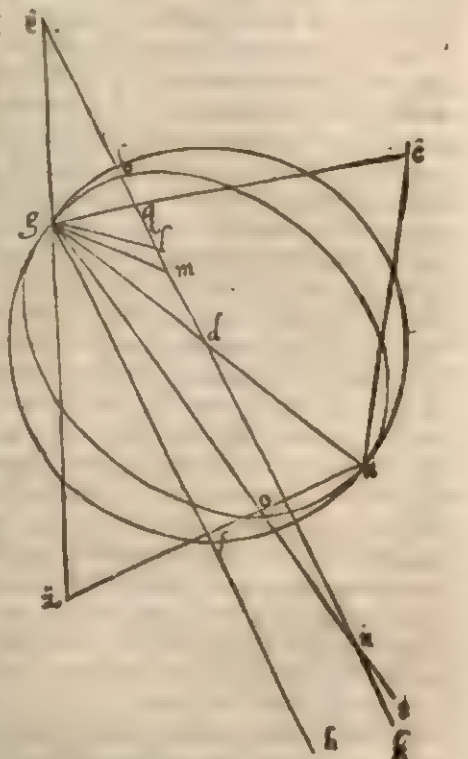


92. Si uisus fuerit in centro circuli speculi cylindracei cauiː reflectetur ab eiusdẽ circuli peripheria, simili peripheriæ circuli per centrũ uisus ducti: & imago uidebitur in cẽtro uisus. 12 p 9.

SI uerò fuerit uisus in cẽtro circuli: reflectetur portio uisus, quam secant perpendiculares, ductæ à centro uisus ad circulum, [per cẽtrum uisus ductum] à portione simili circulo, [speculi] quam secant similiter eædem perpendiculares. Quia cum quælibet linea ducta à centro uisus ad circulum, sit perpendicularis: [super superficies uisus & speculi per 25 n 4: quia transit per centra uisus & speculi] fiet reflexio super perpendicularem: [per 11 n 4] & locus imaginis erit cẽtrum uisus: quod est centrum circuli.

93. Si communis sectio superficierum, reflexionis & speculi cylindracei cauiː fuerit ellipsis: à pluribus punctis idem uisibile ad eundem uisum reflecti potest. 9 p 9.

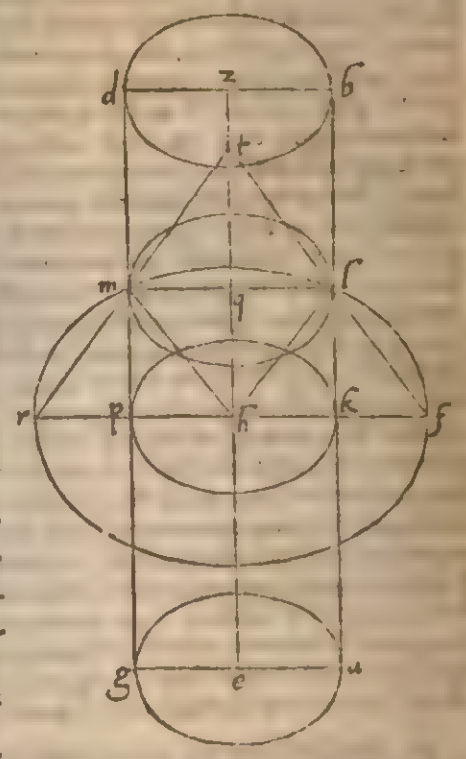
AMplius: super punctum a fiat angulus acutus quoquo modo: qui sit f a g. Palàm, quòd cõcurret f a cũ g z: [quia g z cadens intra ellipsin ex thesi 90 n efficit angulum z g d acutum: itaq; cũ anguli z g d, f a g duobus rectis sint minores: rectæ a f, g z concurrent ad partes z per 11 a x] sit concursus in puncto z: & [per 23 p 1] fiat angulus c a g æqualis angulo f a g: concurret equidẽ a c cum g q: [per 11 a x. Nam quia angulus q g d æquatus est angulo z g a acuto, ut patuit 90 n: & modo angulus c a g æquatur z a g: anguli q g d, c a g sunt minores duobus rectis] sit cõcursus in puncto c. Palàm [per 12 n 4] quòd c reflectetur ad z à puncto g: & ita reflectetur à puncto a ad z, & non ab alio puncto sectionis. Quia non poterit reflecti, nisi à termino perpendicularis: & una est in sectione illa perpendicularis [ut ostensum est 90 n] scilicet g a.



94. Si duo puncta sumantur in axe speculi cylindracei cauiː possunt à tota circuli peripheria inter se mutuò reflecti: & imago uidebitur in peripheria circuli extrà speculi superficiem descripti. 13 p 9.

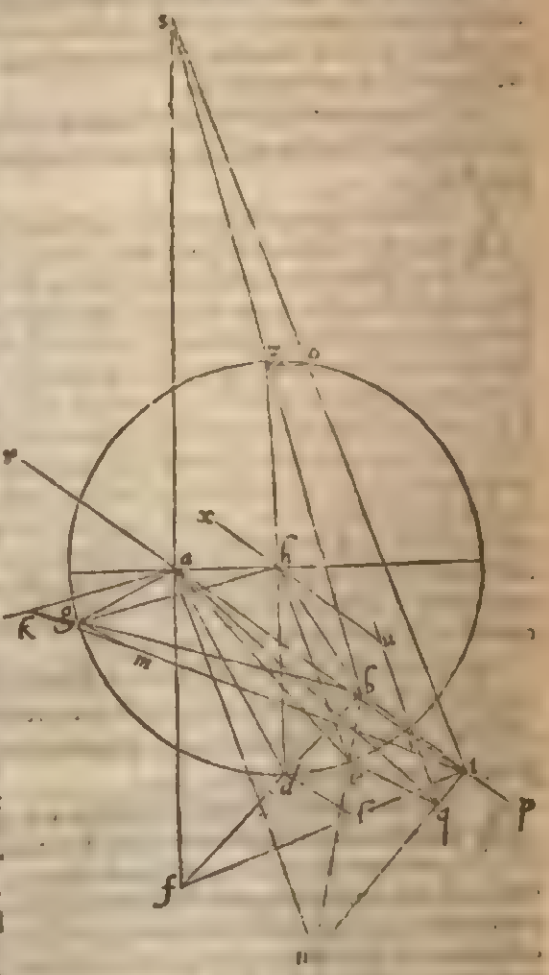
AMplius: sumptis duobus punctis in axe columnæ: poterit unum reflecti ad aliud ab uno circulo columnæ toto: & locus imaginis erit circulus quidam extra columnam. Verbi gratia: sit e z axis: t, h puncta sumpta in axe: a g, b d baſes. Diuidatur t h per æqualia in puncto q [per 10 p 1] & fiat circulus, cuius q centrum: eius diameter l m: qui erit æquidistans baſibus: [per 5 th. Sereni de sectione cylindri] latera columnæ b l a, d m g. Fiat etiam circulus k p, cuius h centrum, p k diameter: & ducantur lineæ

t l, t m, h l, h m. Palàm, quòd quatuor angulorum ſuper q quilibet eſt rectus [per 3 d 11: quia axis perpendicularis eſt circulo l m per 21 d 11] & t q æqualis q h [per fabricationem] & q l æqualis q m: [per 15 d 1] erũt illa triangula ſimilia [per 4 p 1. 4 p. 1 d 6] & anguli t l q, q l h æquales: ſimiliter anguli t m q, q m h æquales. Si ergo fuerit t centrum uiſus: reflectetur quidem h ad punctum t à puncto l: & ſimiliter à puncto m [per 12 n 4.] Si ergo mouеatur triangulũ t l h, immoto axe t h: deſcribet punctum l circulũ: & ſemper duo anguli t l q, q l h manebunt æquales: & ſemper in hoc motu reflectetur h ad t. Producatur autem linea p h k, donec cõcurrat cum linea t l: [concurret autẽ per lemma Procli ad 29 p 1: quia m l, c k ſunt parallelę per 29 p 1] & ſit cõcurſus f. Palàm [per 7 n] quod f erit locus imaginis. Et motu trianguli t l h, mouebitur triangulum t f h: & hoc motu punctum f deſcribet circulum extra columnam: & totus ille circulus erit locus imaginis. Et hoc eſt propoſitum. Idẽ erit probandi modus, ſumptis quibuslibet duobus punctis in axe.



95. Si communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi cylindracei caui fuerit circulus, uel ellipſis: reflexio fiet aliàs ab uno: aliàs à duobus: aliàs à tribus: aliàs à quatuor ſpeculi punctis: totidemq́, uidebuntur imagines. 14. 15 p 9.

AMpliùs: punctorum extra perpẽdicularem uiſus ſumptorum quædam unicam habent imaginem: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: & non plures. Verbi gratia: ſit a punctum uiſum extra perpendicularem uiſus: & fiat ſuperficies tranſiens per a æquidiſtans baſibus ſpeculi: [ut oſtẽſum eſt 47 n] faciet quidem [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] circulum in columna. Sit centrum illius circuli h: & ſumatur in ſuperficie circuli aliud punctum, quod ſit b: & ducãtur diametri a h, b h. Palàm ex eis, quæ dicta ſunt in ſpeculis ſphæricis concauis [86 n] quòd ab uno puncto arcus, quẽ intercipiunt hæ duæ diametri, poteſt a reflecti ad b: forſitan à duobus punctis, aut tribus, ſed non à pluribus: ab arcu autem oppoſito, nõ niſi ab uno puncto. Sit ergo, quòd a reflectatur ad b à tribus punctis intercipi arcus: & ſint puncta illa g, d, e: & ducãtur lineæ a g, h g, b g, h d, b d, a d, a e, h e, b e: & a puncto a ducantur in eadẽ ſuperficie tres lineæ æquidiſtantes tribus diametris h g, h d, h e: quæ ſint a k, a f, a n. Cum igitur a k ſit æquidiſtans h g: cõcurret b g cum a k: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in puncto k. Similiter b d concurret cũ a f: ſit cõcurſus in puncto f. Similiter b e cum a n: ſit concurſus in puncto n. Deinde à puncto h erigatur axis: qui ſit h x: & à puncto b perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: [per 12 p 11] quæ erit æquidiſtans axi [per 6 p 11] quæ ſit b t: & ſumatur in ea punctum quodcunq;: quod ſit t: & ducantur tres lineæ t k, t f, t n: & [per 12 p 11] à tribus punctis g, d, e erigantur tres perpẽdiculares ſuper ſuperficiem circuli: g m, d l, e q: erunt quidẽ [per 6 p 11] æquidiſtãtes t b, e q: igitur erũt in ſuperficie triangulit b n: [per 35 d 1. 1 p 11] igitur e q ſecabit t n: [per lemma Procli ad 29 p 1] ſecet in puncto q: d l ſecet t f in puncto l: g m ſecet t k in puncto m. Et erunt hæ tres perpẽdiculares, lineæ longitudinis columnæ [ut patet è 21 d 11.] A' puncto q ducatur æquidiſtans lineæ n a: [per 31 p 1] quæ quidẽ concurret cum axe x h: [per lemma Procli ad 29 p 1] quoniam erit æquidiſtans e h: [per 30 p 1] ſit concurſus in puncto u: & ducatur linea t a: quam ſecabit q u: quoniam q u ducitur à latere trianguli [t b n] & linea e q æquidiſtãte baſi [t b.] Sit punctum



ſectionis

ſectionis i:& ducatur linea q a. Palàm, quòd angulus b e h æqualis eſt angulo e n a [per 29 p 1: quia a n, h e ſunt parallelæ per fabricationem] & angulus h e a æqualis angulo e a n: & [per 12 n 4] angulus b e h æqualis angulo h e a: erit angulus e a n æqualis angulo e n a: quare [per 6 p 1] e n æqualis e a, & e q perpendicularis: [duabus rectis e a, e n per 3 d 11: quia perpendicularis eſt per fabricationē triangulo a e n] erit [per 4 p 1] triangulū q e a æquale triangulo q e n: & erit q n æqualis q a: & erit [per 5 p 1] q n a æqualis angulo q a n: ſed angulus t q i æqualis angulo q n a, & angulus i q a æqualis angulo q a n: [per 29 p 1: quia q i, a n ſunt parallelæ per fabricationem] erit angulus i q t æqualis angulo i q a. Quare a reflectetur ad t à puncto columnæ, quod eſt q [per 12 n 4.] Eodem modo probabitur, quòd reflectetur a ad t à punctis l, m: Et ita à tribus punctis columnæ ex eadem parte: nec poteſt à pluribus. Detur enim aliud: ducto latere [cylindri, ut oſtenſum eſt 47 n] ab illo puncto: cadet in circulum, quem habemus: & probabitur, quòd à pūcto caſus, qui eſt in circulo, poterit reflecti a ad t, repetita probatione: quod eſt impoſsibile [ut oſtēſum eſt 86 n.] Ex arcu uerò circuli oppoſito [arcui g d e] poterit reflecti a ad b ab uno puncto: [per 73 n] ſit illud z: & ducatur diameter h z: & [per 31 p 1] ei æquidiſtans a s: & ducatur b z: quæ concurrat cum a s in puncto s: [cōcurret autem per lemma Procli ad 29 p 1] & erigatur perpendicularis: [ſuper circulū, cuius centrū eſt h, quę ſit o z: quæ erit latus [per 21 d 11] & [per 6 p 11] æquidiſtans t b: & ducatur t s: quę ſecabitur à linea o z: [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit ſectio in pūcto o. Probabitur modo prędicto, quod a reflectetur ad t à puncto o. Et ſi ſumatur ex illa parte punctum aliud columnæ, à quo poſsit reflecti: per replicationem probationis probabitur, quòd ab alio puncto circuli, quàm z, poteſt reflecti ex parte illa: quod eſt impoſsibile [ut demonſtratū eſt 75 n.] Si ergo a ab uno puncto circuli reflectitur ad b ex aliqua parte: reflectetur ab uno columnæ ex eadem ad t: ſi à duobus, à duobus: ſi à tribus, à tribus: nec poteſt amplius ab illa parte: ab oppoſita uerò parte non niſi ab uno puncto circuli tantùm, & ab uno columnæ tantùm. Item t b æquidiſtat u h: [ut ab initio demōſtratum eſt: itaq; per 35 d 1 ſunt in eadem ſuperficie, quæ eſt t b u h] nec poteſt ſumi ſuperficies æqualis, in qua ſit t cum u h, præter ſuperficiem t b u h. Similiter non poteſt ſuperficies ſumi, in qua ſit a cum u h, præter ſuperficiem a u h, quæ eſt perpendicularis [circulo, cuius cētrum h, per 18 p 11.] Igitur t non eſt in eadem ſuperficie perpendiculari cum a, nec in eodem circulo, nec eſt in axe, quia eſt in linea ei æquidiſtante. Superficies igitur, in qua a reflectitur ad t, eſt ſectio colūnaris [per 9 th. Sereni de ſectione cylindri.] Verūm producta ſit t a ultra t, & a ex utraq; parte: & ſit r p. Cum quatuor ſint ſuperficies reflexionis, quia à quatuor punctis [q, l, m, o] fit reflexio, & in qualibet harum ſint duo puncta t, a: erit r p communis quatuor ſuperficiebus reflexionis: [per 1 p 11: quia uiſus & uiſibile, quæ ſunt in linea r p, ſunt in qualibet reflexionis ſuperficie per 23 n 4] & quælibet harū ſuperficierum ſecat ſuperficiem, contingentem ſpeculum in puncto ſuæ reflexionis, ſuper ſuam lineam communem, nō ſuper eandem [quia cum puncta reflexionis ſint diuerſa, etiam communes ſectiones illarum ſuperficierum (quæ ſunt rectæ lineæ per 3 d 11) diuerſæ erunt.] Linea ergo r p perpendicularis eſt ſuper unam linearum quatuor cōmunium, non ſuper duas: eſſet enim perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem: [per 3 d 11] & ita perueniret ad axem. [Quia enim per 21 d 11 latus cylindraceum æquidiſtat axi: & r p perpendicularis plano tangenti ex cōcluſo, ſimul perpendicularis eſt lateri per 3 d 11: ergo per lemma Procli ad 29 p 1 r p (quæ paulo antè oſtēſa eſt extra axē eſſe) cōtinuata ſecabit axē: quod eſt abſurdum.] Sunt ergo diuerſæ perpendiculares à puncto t ad has quatuor lineas communes: nec eſt niſi una perpendicularis tantùm, quę tranſit per a. Et perpendicularis aut eſt æquidiſtans lineæ reflexionis: aut concurrit cum ea ultra ſpeculum, uel intra. Si fuerit æquidiſtans: erit locus imaginis punctum reflexionis, ut probatum eſt [91 n] Et cum quatuor ſint reflexionis puncta: erunt quatuor imagines. Si concurrit, cum quatuor ſunt perpendiculares: erunt concurſus quatuor, & quatuor imagines.

96. Viſu & uiſibili datis, in ſpeculo cylindraceo cauo punctum reflexionis inuenire. 16 p 9.

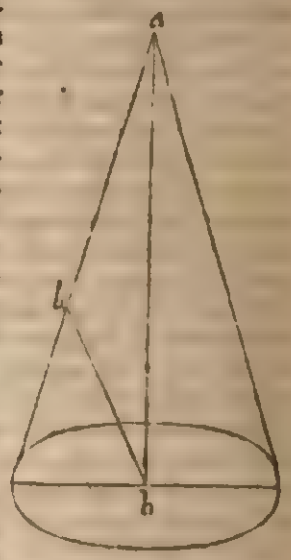
AMplius: datis puncto uiſo, & puncto uiſus: erit inuenire punctum reflexionis. Verbi gratia: ſit a punctum uiſum: b centrum uiſus. Fiat ſuperficies ſecans columnam æquidiſtanter baſi [ut oſtenſum eſt 47 n] tranſiens per a: & [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri] faciet circulum. b aut eſt in ſuperficie huius circuli: aut nō. Si fuerit: inueniemus punctū reflexionis in illo circulo, ſicut dictū eſt in ſphærico concauo [73 n.] Si nō fuerit: ducatur [per 11 p 11] à puncto b perpēdicularis ſuper ſuperficiem huius circuli: & replicetur ſuprà dicta probatio: & inuenietur pūctum reflexionis. Duplici autem uiſu adhibito, una imago in ueritate, efficientur duæ, ſed contiguæ uel admixtæ: unde uidebitur una.

97. Cōmunis ſectio ſuperficierū, reflexionis & ſpeculi conici caui eſt latus coni, aut ellipſis. 2 p 9.

IN ſpeculis pyramidalibus concauis linea, communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi, aut erit linea lōgitudinis ſpeculi: aut erit ſectio pyramidalis. Si fuerit linea longitudinis: erūt loca imaginum in ipſo ſpeculo. Si fuerit ſectio pyramidalis: erunt loca imaginum aliquando citra uiſum: aliquando in uiſu: aliquando inter uiſum & ſpeculum: & aliquando ultra ſpeculum, ſicut oſtenſum eſt in ſpeculo columnari concauo.

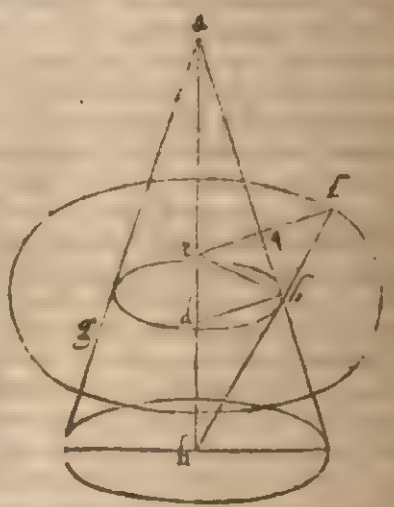
98. Si uiſus ſit in communi ſectione axis & rectæ lineæ perpendicularis plano, ſpeculum conicum cauum tangēti: reflectetur à tota peripheria circuli (cuius centrum eſt dicta communis ſectio) per lineas perpendiculares: & imago uidebitur in centro uiſus. 17 p 9.

AMplius: si in perpendiculari ducta à centro uisus ad superficiem contingentem pyramidem, sumatur punctum corporeum inter uisum & speculum: non reflectetur forma eius ad uisum per perpẽdicularem: quoniam punctũ illud occultabit terminũ perpendicularis illius, & ob hoc non reflectetur ab eo. Si autem nullum fuerit punctum in perpendiculari illa: reflectetur quidem ad uisum per hanc perpendicularem punctum uisus, quod secat perpendicularis ex eo: & illud solum. Verùm uisu existẽte in hac perpendiculari & in axe: efficietur circulus, ad cuius quodlibet punctum linea ducta à uisu, erit perpendicularis super superficiem contingentem. Vnde a quolibet puncto illius circuli fieri poterit reflexio ad uisum, secundum perpendiculares. Et fiet reflexio partis uisus, quam secant perpendiculares duæ, maiorem angulum in eo continentes. Si uerò inter uisum & speculum fuerit axis: non fiet ad ipsum reflexio per perpendicularem, nisi puncti eius, quod secant perpendiculares.



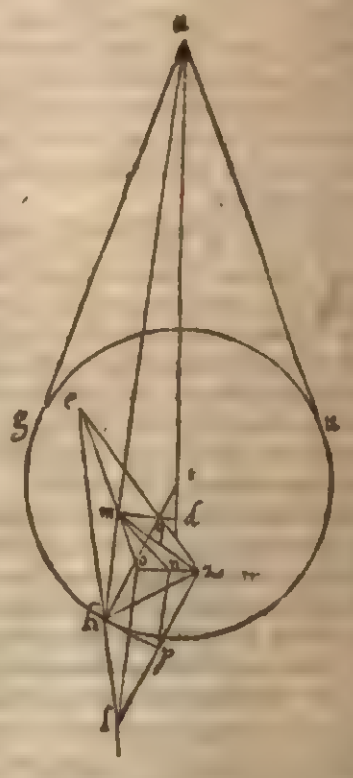
99. Si uisus & uisibile fuerint in axe speculi conici caui: possunt à tota alicuius circuli peripheria inter se reflecti: & imago uidetur in peripheria circuli, extra speculi superficiem descripti. 18 p 9.

AMplius: existente uisu & puncto uiso in axe: poterit reflecti unum ad aliud. Verbi gratia: sit h centrum uisus: t punctum uisum. Fiat superficies secans pyramidem, trãsiens super axis longitudinem: quę sit a b g h: a h axis: a b, a g latera pyramidis: à puncto t ducatur perpendicularis super lineam a b [per 12 p 1] quæ sit t q: & producatur quousq; q l sit æqualis q t: & à puncto h ducatur linea ad punctum l: quæ secabit lineam longitudinis, quæ est a b: secet in puncto b: & à puncto b ducatur æquidistans lineæ t q [per 31 p 1] quæ necessariò perueniet ad axem: [ut ostensum est 54 n] perueniat in pũcto d: & ducatur linea t b. Palàm, cum t q sit perpendicularis super a b, & t q æqualis q l: erit [per 4 p 1] b t q triangulum æquale triangulo b q l: & erit angulus q l b æqualis angulo q t b: sed [per 29 p 1] angulus q t b æqualis est angulo t b d: & angulus d b h æqualis est angulo q l b: igitur angulus t b d æqualis est angulo d b h. Et ita [per 12 n 4] t reflectitur ad h à puncto b: & locus imaginis est l [per 7 n.] Igitur moto triangulo t l h: describet punctum b circulum in pyramide: & à quolibet puncto illius circuli reflectetur t ad h: l uerò extra speculum describet circulum, qui totus erit locus imaginis puncti t.



100. Si cõmunis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile extra axẽ in basi, aut plano ipsi parallelo, reflectentur inter se: aliàs ab uno: aliàs à duobus: aliàs à tribus: aliàs à quatuor speculi punctis: totq; erunt imagines, quot reflexionum puncta. 19 p 9.

AMplius: sumptis duobus punctis & extra perpendicularem uisus, & extra axem in hoc speculo: scilicet z, e. Fiat superficies æquidistans basi super z: [ut ostẽsum est 52 n] faciet circulum in speculo [per 4 th. 1 coni. Apoll.] e aut erit in hoc circulo, aut in alia superficie ipsi æquidistante. Sit in superficie illius circuli: & ducatur linea e z. Palàm [per demonstrata in speculis sphæricis cauis 86 n] quòd z reflectetur ad e à circulo illo ex una parte, aut ab uno pũcto: aut à duobus: aut à tribus: ex alia uerò ab uno. Sumatur igitur punctum circuli, à quo reflectitur ad ipsum: & sit h: centrum circuli t: & ducantur lineæ z h, e h: & diameter t h diuidet quidem angulum illum per æqualia: [per 13 n 4] & secabit lineam e z: [quia secat angulum ipsi e z subtensum] secet in puncto q: & sit a uertex pyramidis: a h linea longitudinis, A puncto q ducatur linea perpẽdicularis super lineam a h: [per 12 p 1] quæ sit q m: quæ quidem perueniet ad axem: [ut ostẽsum est 54 n] qui est a d: & cadat in ipsum in puncto d: & ducantur lineæ z m, e m: à puncto z ducatur in superficie circuli linea æquidistans lineæ q h: [per 31 p 1] quæ sit z l: concurret quidem [per lemma Procli ad 29 p 1] e h cũ illa: sit cõcursus in puncto l: & à puncto h ducatur perpendicularis super l z: quæ sit h p. Deinde in superficie e m z ducatur linea æquidistans lineæ q m: quæ sit z o: & cõcurrat e m cum ea in puncto o: [cõcurret aũt per lemma Procli ad 29 p 1] & ducatur

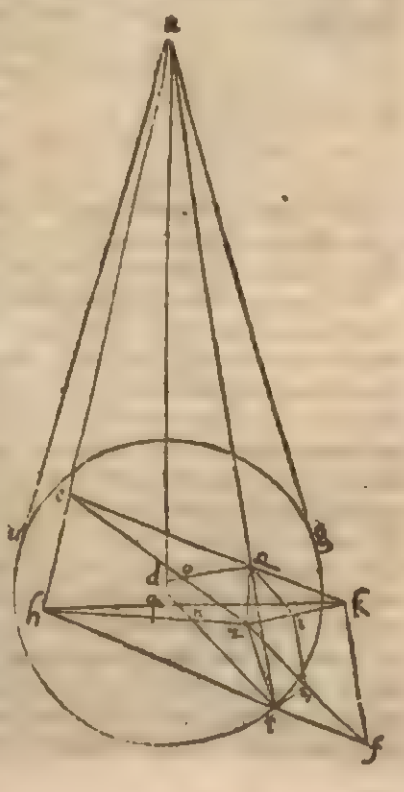


linea

linea l o:& à puncto p ducatur æquidistans l o:quæ sit p n:& ducatur linea m n. Palàm [per thesin & 12 n 4] quòd angulus e h q æqualis est angulo q h z:& [per 29 p 1] angulo h l z:& angulus q h z æqualis est angulo coalterno h z l [ideoq; angulus h l z æquatur angulo h z l.] Erit igitur [per 6 p 1] h l æqualis h z:& h p perpendicularis est super l z:[per fabricationē] erit triangulū l p h æquale triangulo p h z, & erit l p æqualis p z:[per 26 p 1: quia anguli ad l & z æquantur, & ad p recti sunt per fabricationem, & h z æquatur h l] & p n æquidistans est o l:erit [per 2 p 6] proportio l p ad p z, sicut o n ad n z. Quare o n æqualis n z. Item cum o z sit æquidistans q m [per fabricationē] & h q æquidistans l z:erit [per 15 p 11] superficies z o l æquidistans superficiei q m h:& superficies e o l secat illas duas, super lineas cōmunes, [per 2 p 11] quę quidē [per 16 p 11] erunt æquidistātes, scilicet m h, l o:quare [per 30 p 1] h m, p n sunt æquidistantes. Et quoniā h p cadit inter l z, h q æquidistantes:& est perpendicularis super l z:[angulus igitur p h t rectus est: quia per 29 p 1 æquatur alterno h p l] quare [per consectariū 16 p 3] p h continget circulū: quare superficies a h p est superficies contingens pyramidē. In hac superficie est p n & m n:[Nam cū h m sit in plano a h p conū tangēte, & illi parallela sit n p, ut patuit: erit igitur n p in eodē plano per 35 d 1: m n uerò, quia utranq; h m & n p connectit, in eodē est cū ipsis plano per 7 p 11] & super hanc superficiē est perpendicularis linea d m [per demōstrata 54 n.] Igitur [per 3 d 11] perpendicularis est super lineam m n:quare [per 29 p 1] m n est perpendicularis super o z, & o n æqualis n z:[ex cōclusō] erit [per 4 p 1] m o æqualis m z:& [per 7 p 5] e m ad m o, sicut e m ad m z: sed [per 2 p 6] e m ad m o, sicut e h ad h l:, ná h m ex cōclusō parallela est ipsi o l] & [per 7 p 5] e h ad h l, sicut e h ad h z:[æquales enim demōstratę sunt h l, h z] & [per 3 p 6] e h ad h z, sicut e q ad q z [angulus enim e h z bifariā sectus est à linea h q.] Igitur [per 11 p 5] e m ad m z, sicut e q ad q z. Quare [per 3 p 6] angulus e m q æqualis angulo q m z. Quare [per 12 n 4] z reflectitur ad e à puncto m. Si igitur z reflectitur ad e à puncto circuli h: reflectetur ad ipsum à puncto pyramidis m: & si à duobus circuli, à duobus pyramidis: si à tribus, à tribus: si à pluribus, à pluribus. Eodem modo ex alia parte circuli fiet probatio: quòd ab uno puncto pyramidis, sicut ab uno circuli, reflexio fiat.

101. Si cōmunis sectio superficierum, reflexionis & speculi conici caui fuerit ellipsis: uisus & uisibile intra speculum, extra tum axem tum basim uel planum ipsi parallelum: reflectentur inter se: aliàs ab uno: aliàs à duobus: aliàs à tribus: aliàs à quatuor speculi punctis: totáq; erunt imagines, quot reflexionum puncta. 20 p 9.

Si uerò e nō fuerit in circulo ęquidistāte basi, trāseūte super z:erit quidē suprà uel infrà. Sit suprà: quia utrobiq; eadē est probatio. Ducatur linea à uertice a per punctū e, donec secet superficiē illius circuli:& sit punctū sectionis h:q centrū circuli. Palàm [per demonstrata in speculis sphæricis cauis 66 n] quòd h potest reflecti ad z ab aliquo pūcto circuli: sit illud t:& ducatur diameter q t: & linea h z secabit hāc diametrū in puncto: quod sit n:[Nam quia per thesin t est reflexiōis punctū: ergo per 12 n 4 semidiameter q t bifariā secat angulū h t z:ideoq; & basim h z angulo subtēsam] & ducatur e z:& linea longitudinis a t. Palàm, cū punctū z sit ex una parte diametri q t, & ex alia e: linea e z secabit superficiē a q t:secet in puncto o:& à puncto o ducatur perpendicularis super lineā a t:[per 12 p 1] quę sit o p:quę necessario cadet super axem:[ut ostensum est 54 n] cadat in puncto d:& ducantur lineę e p, z p. Dico, quòd z reflectetur ad e à puncto p. Ducatur à pūcto z linea æquidistās q t [per 31 p 1] quæ sit z f:& producatur linea h t, donec cōcurrat cū illa: [cōcurret aūt per lemma Procli ad 29 p 1] sit cōcursus in puncto f. Similiter à puncto z ducatur æquidistās lineę o p: quę sit z k:& producatur linea e p, donec cōcurrat cū illa: sit cōcursus in puncto k:& ducantur lineæ k f, k h. Palàm [per 15 p 11] cū linea z f sit æquidistās q t, & z k ęquidistans o p:[& z f, z k cōcurrant in puncto z:& p o, t q cōtinuatæ concurrāt per 11 ax: quia angulus o p t rectus est è fabricatiōe, & q t p acutus per 18 d 11] quòd erit superficies z k f ęquidistās o p t: quę est superficies a q t:[quia enim p o cadit in axem, ut patuit: est igitur in a q t plano per 2 p 11: in quo etiā est linea q t: planū igitur o p q t est pars plani a q t] & superficies h k f secat has duas superficies, super lineas p t, k f. Igitur [per 16 p 11] p t, k f sunt æquidistantes. Ducatur à puncto t perpendicularis super lineā z f [per 12 p 1] quę sit t s. Palàm, cū cadat inter duas æquidistantes [q t, z f:] erit angulus q t s rectus [per 29 p 1] & ita [per cōsectariū 16 p 3] cōtinget circulū: [cuius cētrū est q.] Igitur superficies a t s continget pyramidē super lineā a t:[per 35 n 4] & linea o p est perpendicularis super hāc superficiē (ut demonstratū est 54 n.] Superficies igitur a t q erit orthogonalis super superficiem a t s:[per 18 p 11] & superficies a t s secat duas superficies a t q, z k f: quæ sunt æquidistantes: igitur [per 16 p 11] lineę cōmunes sectionū sunt æquidistantes. Vna harū linearū est p t: alia sit s i. Sed iam patuit, quod p t æquidistans est k f: igitur [per 30 p 1] s i est æquidistans k f. Sed planū est, quòd angulus n t z ęqualis est angulo t z f, & angulus h t n ęqualis angulo t f z:[per 29 p 1: quia q t & z f sunt parallelę per fabricationē] & t s perpendicularis [super z f per fabricationem] erit f s æqualis s z. [Quia



enim anguli t z f, t f z æquantur angulis z t n & h t n per 12 n 4 æqualibus, cum t ex thesi sit reflexionis punctum: ipsi igitur inter se æquantur: & anguli ad s recti sunt: & t s commune latus est. Quare per 26 p 1 f s æquatur s z.] Sed [per 2 p 6 i proportio f s ad s z, sicut k i ad i z: erit ergo k i æqualis z. Recta autem linea p i: cum superficies a t f sit orthogonalis super superficiem z k i: erit [per 4 d 11] p i orthogonalis super z k: & erit [per 4 p 1] angulus p k z æqualis angulo k z p: sed [p 29 p 1] angulus e p o æqualis angulo p k z, & angulus o p z æqualis angulo p z k. Quare angulus e p o æqualis est angulo o p z. Et ita z reflectitur ad e à puncto p [per 12 n 4.] Quod est propositum. Si autem sumatur aliud punctũ in circulo, à quo z reflectatur ad h: probabitur, quòd ab alio puncto pyramidis, quam p, reflectetur z ad e. Et si reflectatur z ad h à tribus punctis circuli: reflectetur z ad e à tribus pũctis pyramidis: si à quatuor, à quatuor. Si uerò dicatur, quòd à pluribus pũctis pyramidis, q̃ quatuor, possit punctũ z reflecti ad e: per cõuersionẽ prædictæ probatiõis poterit ostendi, quòd punctũ z reflectitur ad h à pluribus punctis circuli quàm quatuor [contra 86 n.] Et ubi accidet punctũ z reflecti ad h ab alio quot punctis circuli, uel ab uno tantùm: accidet punctũ z reflecti ad e à totidem punctis pyramidis, aut ab uno tantùm, aut è contrario. Quòd si dicatur contrarium: poterit improbari prædicto modo. Palam ergo, quòd punctorũ quædam unicá habent imaginẽ: quędam duas: quædã tres: quædã quatuor: sed nõ possibile plures. Verùm duplici uisu adhibito, speculo: eiusdem imaginis diuersa erunt loca: quæ diuersitas propter suam imperceptibilitatem non inducit errorem.

102. Visu & uisibili datis, in speculo conico cauo punctum reflexionis inuenire. 21 p 9.

PVnctum autem reflexionis, à quo z reflectitur ad e, facile est inuenire: inuento puncto circuli, à quo punctum z reflectitur ad h. Et erit inuentio modo prædicto.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE LIBER SEXTVS.

Liber sextus in nouẽ partes diuiditur. Pars prima est titulus libri. Secunda, quòd error accidat uisui propter reflexionem. Tertia de errore eueniente in speculis planis. Quarta de errore, qui oritur in speculis sphæricis exterioribus. Quinta de errore in speculis columnaribus exterioribus. Sexta de errore in pyramidalibus exterioribus. Septima de errore in sphæricis concauis. Octaua de errore in columnaribus concauis. Nona de errore in pyramidalibus concauis.

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

PAtuit ex superioribus libris modus acquisitionis formarum in speculis per uisum, situs linearum reflexionis & accessus, situs imaginum: & loca ipsarũ. Verùm per reflexionẽ non semper comprehenditur formæ ueritas. In speculis enim concauis apparet imago faciei distorta, & occultatur uisui dispositio eius uera. Vnde planum est, erroré incidere in comprehensione formarum propter reflexionem. Huius erroris modum, & modi causſam, propositum est in libro præsente explanare, & secundum diuersitates speculorum discurrere uarietates errorum.

QVOD ERROR ACCIDAT VISVI PROPTER REflexionem. Cap. II.

1. Visus reflexus similiter allucinatur, ut directus: sed uehementius & frequentius. 7 p 5.

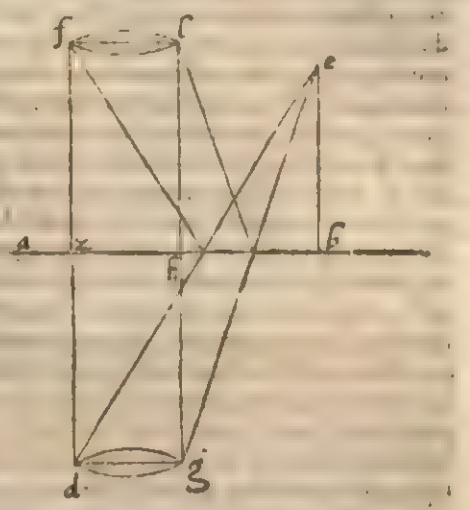
COmprehensionem formarũ in uisu directo liber secundus docuit: & singula, quę propter egressum à tẽperantia in uisu illo erroré inducũt, liber tertius diligẽter exposuit. Fit aũt comprehensio formarũ per reflexionẽ, sicut & directè: & quorũ fit acquisitio in directione, fit etiã in reflexione, utpote lucis, coloris, figurę, magnitudinis, distantiæ, & similiũ. Et quemadmodũ in directione rerum præfixarũ & cognitarũ ad alias fit collatio, & inde oritur cõiecturatio, & sumitur iudiciũ in anima: similiter accidit in reflexione. Vnde quæcunq; temperamentũ egressa, in uisu directo erroré efficiunt, in reflexione similiter inducunt. Et secundũ singula maior accidit error in reflexione, propter lucẽ debilem, quã debilitat ipsa reflexio. Vt aũt generaliter loquamur, nõ potest in reflexione cõprehendi ueritas formę, sicut in directione, propter triplex impedimentũ reflexioni speciale. Primũ est, quòd in reflexione apparet rei forma præ oculis uisui oppositа, cum non sit reuera. Secundũ, quòd lux & color corporis uisi miscentur cum colore speculi, quã mixturã uisus percipit, nõ uerũ rei uisę coloré uel lucem. Tertiũ, quòd ipsa reflexio, ut in superioribus [4 n 4] est assignatũ, lucẽ & coloré debilitat. Quare in reflexione latebit uisum ueritas lucis & coloris plus, q̃ in directione. Amplius: superiora docuerunt, quòd quantitas temperamenti eorũ, quę in uisu directo errorem inducunt, fortitudiné lucis & coloris respicit: fortiore enim luce uel colore erit maior, debiliore minor. Cum autem per reflexionem debilitentur lux & color: erit latitudo temperamenti singulorum erroré inducentium minor in reflexione, quàm in directione: & temperantiæ diminuta latitudo pluralitatem erroris inducit. Præterea quædam minutiæ corporum comprehendi poterunt per directionem,

ctionem, quę nullatenus sunt comprehensibiles per reflexionem. Palàm ergo, quòd directionem superat reflexio in maioritate errorum & numero.

DE ERRORE, QVI ACCIDIT IN SPECVLIS planis. Cap. III.

2. In speculo plano imago æquatur uisibili. 52 p 5.

IN singulis speculis erronea formarum accidit comprehensio, sed iuxta uarietatem speculorũ fit uarietas errorum. In speculis planis minor accidit error, quàm in alijs. In his etenim comprehenditur ueritas figuræ, & quantitatis, sicut & in directione, quod per probationẽ patebit. Proponatur speculũ planum: & sit a b linea in superficie illius speculi, cõmunis superficiei speculi & superficiei orthogonali super superficiem speculi, id est superficiei reflexionis, quę per 13 n 4 perpendicularis est plano speculo, uel plano speculũ obliquũ in reflexionis puncto tangenti. Sint l, f duo puncta in superficie illa orthogonali: e centrum uisus: & à puncto l ducatur perpendicularis super superficiem speculi [per 11 p 11] quæ sit l h: & producatur, ut h g sit æqualis l h. Similiter producatur perpendicularis f z, ut d f sit æqualis z f. Palàm ex superioribus [2. 3 n 4] quòd l reflectitur ad e ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis est g [per 2 n 5] tantùm distans à superficie speculi, quantùm l [per 11 n 5.] Similiter f reflectitur ad e: & locus imaginis est d [per 2 n 5.] Ducta autẽ linea f l: & similiter g d: quodcunq; punctum lineæ f l reflectetur ad e: locus imaginis eius est tantùm distans à superficie speculi, quantũ ipsum punctũ. Et ita quodlibet punctũ lineæ f l tantùm uidetur distare, quantùm distat. Vnde si linea f l fuerit recta: erit linea d g recta: si fuerit arcus: erit d g arcus & eiusdem curuitatis. Quare linea l f apparebit eiusdem quantitatis, eiusdem figuræ, cuius fuerit. Quod est propositum.



3. Visus in reflexione præcipuè allucinatur propter lucis immoderationẽ: situs diuersitatem: uisus & uisibilis à speculo distantiam. 7 p 5.

VErùm si in punctis lineæ f l fuerit uarietas colorum minutim uariata: forsitan nõ discernetur uariatio, sed una prætendetur uisui coloris confusio. Vnde error erit in luce & colore. Et hoc in numero, propter reflexionẽ. Illa etenim colorum & lucium uarietas forsitan comprehendi posset directè, sed egressus est color à tẽperantia respectu reflexionis, nõ respectu directionis. Similiter particulæ minutæ occultantur, aut confunduntur in reflexione, quæ discerni possent in directione. Et propter debilitatẽ lucis uel coloris ex reflexione, accidit error in longitudine, qui quidẽ nõ accideret directè. In situ manifestè accidit error ex reflexione sola. In imagine enim, sinistra comprehendimus ea, quæ in corpore uiso (si esset in loco imaginis) dextra uideremus. Cũ enim aliquid alij opponitur, contrarius eis situs est ad inuicem: quod enim uni fuerit dextrum, alij erit sinistrum. Igitur quod rei uisæ dextrum, est imagini sinistrum: & sinistrum in imagine, dextrum est uidenti. Et generaliter in modo lucis, uel coloris, uel situs semper error accidit ex sola reflexione. Et in alijs, quæ errorem inducunt directe: inducunt similiter in reflexione: & facilius: quoniam temperamentum singulorum minus est in uisu reflexo, quàm in directo. Horum omniũ unum proponatur exemplum, & idem in cæteris intelligatur. In uisu directo cum fuerit corpus uisum, remotum ab axibus uisualibus, accidit ipsum uideri duo: sut demonstratum est 11 n 3 | idem euenit in speculis, re uisa ab axibus elongata. In speculis ab aliqua lõgitudine uidebitur corpus minus, quàm sit, quod forsan directè à tanta longitudine uideretur etiã minus, quàm esset in ueritate, sed non adeò minus. Et hoc minoritatis additamentum in speculis, prouenit propter minus in longitudine temperamentũ. In figura nonnunquam accidit error in speculis propter causas, propter quas in uisu directo: sed maior & frequentior propter situm. Si aliquid ab aliqua longitudine opponatur speculo, & eius capita non percipiantur à uisu, ut funis, uel aliquid tale: uidebitur forsitan continuũ speculo. Idem accidit in uisu directo, si opponatur funis alicuis foramini, & non uideantur capita funis: non apparebit distantia inter funem & foramen, licet magna sit. Et est propter situm. Si autem alterum capitum uideatur, alterum uerò non: uidebitur fortassis illud caput continuum. Et in singulis ubi directe error accidit: similiter in reflexione.

DE ERRORE, QVI ACCIDIT IN SPECVLIS SPHAEricis conuexis. Cap. IIII.

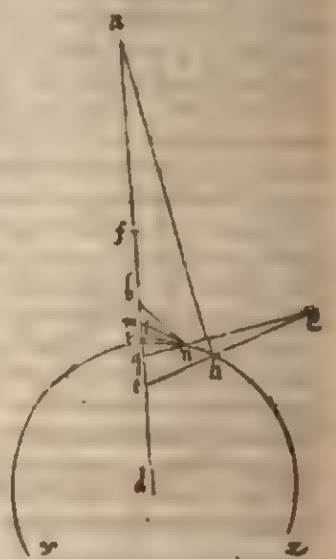
4. In speculo sphærico cõuexo idẽ est situs, eademq; dispositio partiũ imaginis & uisibilis. 35 p 6.

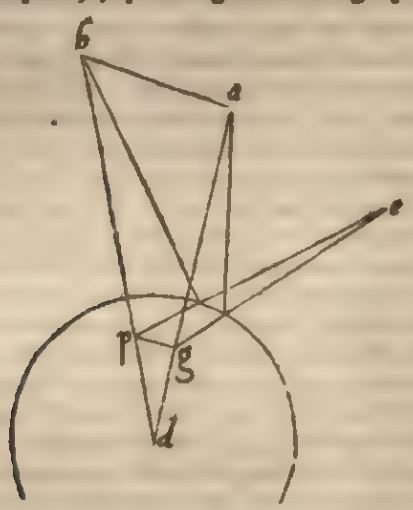
VNiuersitas errorũ in speculis planis accidentiũ, euenit similiter in sphæricis exterioribus. Et præter hoc res uisa uidetur minor q̃ sit. Et generaliter in his speculis nihil ex re uisa comprehenditur

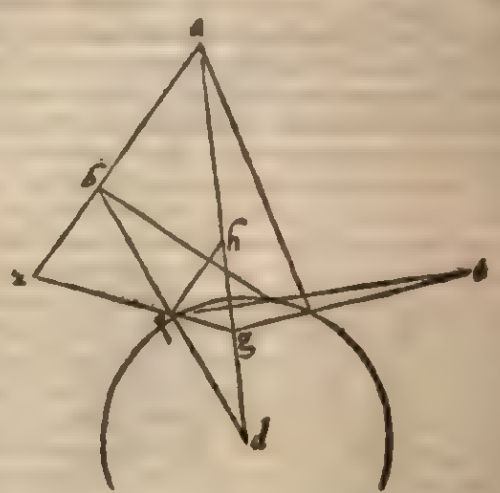
henditur in ueritate, præter ordinationẽ partiũ, quæ talis appareat in ſpeculo, qualis eſt in imagine.

5. In ſpeculo ſpherico conuexo, imago uiſibilis, cuius uera magnitudo uiſione directa percipi poteſt, minor eſt uiſibili. 36 p 6.

QVòd autem res ſemper uideatur minor, quàm ſit: probatur. Sit a b linea uiſa: z x ſpeculum: d centrum: e punctum uiſus. a reflectatur ad e à puncto h: b à puncto n. a b producta aut tranſibit per centrum ſpeculi, aut non. Tranſeat: & ducatur à puncto n linea contingens circulum [per 17 p 3] quæ ſit n l: à puncto h contingens circulum, h m: & ducantur lineę acceſſus & reflexionis b n, e n, a h, e h: & producãtur lineæ e h, e n, donec cadant in perpendicularẽ, quæ eſt a d: & puncta caſus ſint, t, q. Palàm [p 3 n 5] quòd t eſt locus imaginis a: q eſt locus imaginis b. Dico, quòd a b maior eſt q t. Palàm ex ſuperioribus [18 n 5] quòd proportio a d ad d t, ſicut a m ad m t. Similiter proportio b d ad d q, ſicut proportio b l ad l q: ſed [per 9 ax:] a d maior d b, & d t minor d q: ergo maior eſt proportio a m ad m t: quàm b l ad l q. [Quia enim è quatuor lineis a d prima maior eſt b d tertia, & d t ſecunda minor d q quarta: erit ratio a d ad d t maior quàm b d ad d q, ut patet ex 8 p 5: & per 11 p 5 ratio a m ad m t maior quàm b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] a m in pũcto f, ut proportio f m ad m t ſit, ſicut b l ad l q: erit ergo minor proportio b m ad m t, quàm b l ad l q. [Nam cum m t ſit maior l q: erit p 14 p 5 f m maior b l: quare per 8 p 5 ratio f m ad m t maior eſt, quàm b l ad eandem m t: ratio igitur b l ad m t minor eſt, quàm b l ad l q: ergo ratio b m ad m t multo minor erit, q̃ b l ad l q.] Secetur [per 12 p 6] m t in puncto k, ut proportio b m ad m k ſit, ſicut b l ad l q. k cadet neceſſariò inter m & q: quia l q minor m q, & b l maior b m. Cũ igitur f m ad m t, ſicut b l ad l q, & ſicut b m ad m k: erit [per 19 p 5] proportio f b ad k t, ſicut b l ad l q: ſed b l, maior l q: [concluſum enim eſt ut b d ad d q, ſic b l ad l q: itaq; cum b d ſit maior d q, erit b l maior l q] ergo f b maior k t. Quare a b maior q t. [quia a b maior eſt f b, quæ maior oſtenſa eſt k t, & k t maior eſt q t. Quare a b multò maior eſt q t.] Quod eſt propoſitum. Si uerò linea a b producta non perueniat ad centrum: ducatur à puncto a linea ad cẽtrum: quæ ſit a d: & ſit d centrum: & à puncto b ducatur linea b d: & locus imaginis a ſit punctum g: locus imaginis b ſit p: & ducatur linea g p: quæ quidem eſt imago lineæ a b. Dico quòd a b maior eſt g p: quoniam g p aut eſt æquidiſtans a b, aut nõ. Si fuerit æquidiſtans, planum: quòd eſt minor. [Nam per 29. 32 p 1 triangula a d b, & g d p ſunt æquiangula: ideoq; per 4 p 6, ut a d ad d g, ſic a b ad g p: ſed per 9 ax. a d maior eſt d g: ergo a b maior eſt g p.] Si non fuerit æquidiſtans, producatur, quouſque concurrat cum ea: ſit concurſus z: & [per 31 p 1] à puncto p producatur æquidiſtans a b: quæ ſit p h. Angulus p g h aut eſt acutus: aut rectus: aut maior. Sit rectus uel maior: erit [per 19 p 1] latus p h maius p g: ſed [per 29. 32 p 1. 4 p 6] p h minus a b: [ideoq; recta p g multò minor eſt a b.] Et ita eſt propoſitũ. Si fuerit acutus: poteſt accidere ut forma ſit maior ipſa re, cuius eſt forma: [quando nimirum angulus p g h minor eſt angulo p h g] quam licet, excedat: rarò accidet. Et ſi acciderit, forſitan comprehendetur forma à longitudine tali, quòd minor uidebitur quàm ſit: quoniam ipſum corpus ab hac longitudine forſitan uidebitur minus.



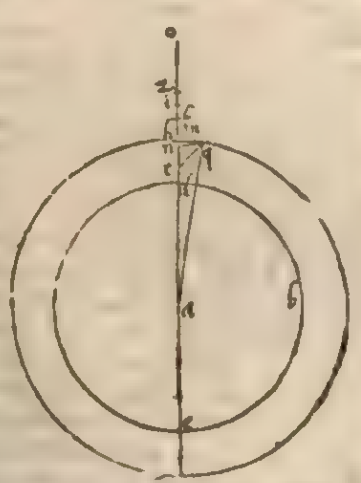




6. In ſpeculo ſpherico conuexo, imago uiſibilis, cuius uera magnitudo uiſione directa propter immoderatam diſtantiam percipi non poteſt: aliàs eſt aquabilis uiſibili: aliàs maior. 38 p 6.

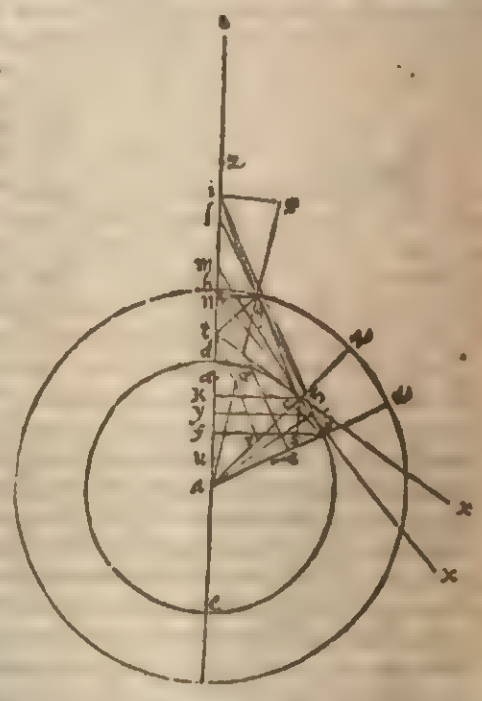
Quò

QVòd aũt forma in his ſpeculis aliquando uideatur maior re uiſa: ſcilicet cum cõprehenditur à tali longitudine, à qua eius certa quantitas nõ poſsit diſcerni: declarabitur. Sit a centrum ſpeculi: & ſuperficies ſumatur reflexionis: quæ ſecabit ſpeculum ſuper circulum: [per 1 th. 1 ſphær.] ſit circulus ille e d b: e d diameter illius circuli: & producatur diameter e d uſq; ad z, ut multiplicatio e z in z d ſit æqualis quadrato a d: quod planũ eſt, cum ſit poſsibile diametro e d talem addi lineam, ut ductus totalis in partem additam, ſit æqualis quadrato a d: [id uerò quomodo expeditè fiat, oſtenſum eſt 32 n 5] & diuidatur linea z d in partes æquales, in puncto h [per 10 p 1.] Erit igitur a h medietas e z. [Nam ſi a d, a e per 15 d 1 æquales, addantur æqualibus h d, h z: æquabitur a h ipſis z h & a e. Tota igitur e z dupla eſt ipſius a h.] Ductus ergo a h in h d erit æqualis quartæ parti quadrati a d. [Quia enim oblongum comprehenſum ſub e z & z d æquatur quadrato a d per fabricationem: ergo quod comprehenditur ſub a h dimidiata baſi & z d altitudine eadem, æquatur dimidiato quadrato a d per 1 p 6: rurſuſq; oblongũ comprehenſum ſub a h baſi eadem & h d altitudine dimidiata, æquatur dimidiato oblongo ſub a h & z d. Quare æquatur quadranti quadrati a d.] Et quoniam ductus a h in h d maior eſt quadrato h d: [quia per 3 p 2 æquatur quadrato h d, & oblongo comprehenſo ſub a d, & d h] ſit ductus a h in h t, æqualis quadrato h d [fiet autem æqualis, ſi ipſis a h & h d tertiam proportionalem per 11 p 6 inueneris: tum enim per 17 p 6 oblongum extremarum æquabitur quadrato mediæ h d. Itaq; ſi de h d detraxeris æqualem inuentæ proportionali, mandatum executus fueris.] Fiat circulus ſecundum quantitatem a h: & à puncto h producatur chorda, æqualis medietati lineæ h d: [per 1 p 4] quæ ſit h q: & producantur lineæ q a, q t: & [per 22 p 1 ſuper punctũ q fiat angulus, æqualis angulo q a h: qui ſit h q n. Cum ergo in his duobus triangulis hi duo anguli ſint æquales, & unus cõmunis, ſcilicet q h a: erit [per 32 p 1 tertius tertio æqualis, ſcilicet a q h angulo h n q: & erũt triangula ſimilia: [per 4 p. 1 d 6] & erit proportio a h ad h q, ſicut h q ad h n. Igitur [per 17 p 6] qd' ſit ex ductu a h in h n, æquale eſt quadrato h q: ſed, [per conſectariũ 4 p 2] quadratum h q eſt quarta pars quadrati h d: cũ h q ſit medietas h d [per fabricationẽ.] Igitur multiplicatio a h in h n, æqualis eſt quartæ parti multiplicationis a h in h t. Quare h n eſt quarta pars h t [per 1 p 6.] Igitur n cadit inter h & t: reſtat, ut ductus h t in t n ſint tres quartæ quadrati h t. [Quia enim h n eſt quadrans ipſius h t: reliqua igitur n t eſt dodrans, ſeu tres quartæ h t. Et quoniam rectangula comprehenſa ſub tota h t & ſegmentis n t & n h æquantur quadrato h t per 2 p 2: rectangulum igitur comprehenſum ſub tota h t & ſegmento t n (quod eſt dodrans totius h t) æquatur dodranti quadrati h t.] Verùm angulus q h a acutus eſt: [ut oſtenſum eſt 60 n 5] & [per 5 p 1] æqualis angulo h q a: quia reſpiciunt æqualia latera in triangulo maiori. Igitur angulus q h n æqualis angulo h n q: [æqualis enim concluſus eſt angulus a q h angulo h n q] & ita [per 6 p 1] h q æqualis q n, & angulus h n q acutus: quare [per 13 p 1] angulus q n t obtuſus. Quadratum igitur t q ſuperat quadratum q n & quadratum t n, ductu lineæ t n in h n. Quoniam, ut dicit Euclides [12 p 2] quadratum lateris oppoſiti obtuſo ſuperat quadrata duorũ laterũ, quantũ eſt, quod fit ex ductu unius lateris bis in partẽ ei adiunctam, procedentẽ uſq; ad locũ caſus perpendicularis à capite alterius lateris ductæ. Nam ſi à puncto q ducatur perpendicularis ſuper lineam h t: cadet in punctũ medium lineæ h n: [non enim cadit extra puncta h & n: ſecus per 16 p 1 angulus acutus maior eſſet recto contra 12 d 1: cadit igitur in medium rectæ h n per 26 p 1] & [per 1 p 2] ductus t n in medietatem h n bis, æquipollet ductui t n in h n. Igitur quadratum t q ſuperat quadrata q n, t n, ductu t n in n h. Sed [per 3 p 2] ductus t n in h n, cum quadrato t n, æqualis eſt ductui h t in t n. Igitur [ſubducto quadrato t n] ductus h t in t n eſt exceſſus quadrati t q ſupra quadratum h q. [nam quadratum q h æquatur quadrato q n: quia rectæ q h, q n æquales oſtenſæ ſunt.] Amplius: ſit proportio a i ad a h, ſicut q t ad q h: [per 12 p 6] erit [per 22 p 6] quadratum [a i] ad quadratum [a h] ſicut quadratum [q t] ad quadratum [q h] & erit [per 17 p 5] proportio exceſſus quadrati a i ſupra quadratum a h, ad quadratum a h, ſicut ductus h t in t n, ad quadratum q h. [Nam a i maior eſt a h: quia q t maior eſt q h: cum quadratum q t ſit maius quadrato q h: & oblongũ comprehenſum ſub h t, t n eſt exuperantia quadrati q t ſupra quadratum q h.] Et quoniã quadratum q h quater ſumptũ, efficit quadratum h d: [per conſectarium 4 p 2: quia q h dimidia eſt ipſius h d per fabricationẽ] & ductus h t in t n quater ſumptus, efficit triplũ quadrati h t: [oſtenſum eſt enim rectangulũ cõprehenſum ſub h t & t n, eſſe dodrantẽ quadrati h t: itaq; quater ſumptũ, erit triplũ quadrati h t] erit [per 15 p 5] ductus h t in t n ad quadratũ h q, ſicut triplum quadrati h t ad quadratum h d. Sit autem h o tripla ad h t: erit ductus h o in h t triplus ad quadratum h t [per 1 p 6.] Sed quoniã proportio a h ad h d eſt, ſicut h d ad h t: [Nam per theſin rectangulum comprehenſum ſub a h & h t æquatur quadrato h d: ergo per 17 p 6, ut a h ad h d, ſic h d ad h t] erit [per cõſectaria 20 p 6. 4 p 5] h t ad a h, ſicut quadratũ h t ad quadratum h d. Verùm proportio o h ad a h, ſicut ductus o h in h t ad ductum a h in h t [per 1 p 6] & [per 11 p 5] proportio o h ad h a, ſicut proportio tripli quadrati h t ad quadratũ h d. Sed hæc erat proportio exceſſus quadrati a i ſupra quadratũ a h ad quadratũ a h. Igitur o h ad a h, ſicut exceſſus quadrati a i ſupra quadratũ a h ad quadratum a h.



Igitur

Igitur coniunctim [per 18 p 5] proportio o a ad a h, ſicut quadrati a i ad quadratũ a h: exceſſus enim quadrati a i ſupra quadratũ a h, cum quadrato a h efficit quadratum a i: igitur [per converſionẽ cõſectarij ad 20 p 6] i a erit media in proportione inter o a & a h. Igitur proportio o a ad i a, ſicut i a ad h a: & [per 19 p 5] eadem erit proportio reſidui ad reſiduum: id eſt o i ad i h. Amplius: ductus a d in h d minor eſt quarta parte quadrati a d: [demonſtratum enim eſt rectangulum comprehenſum ſub a h & h d, æquari quadranti quadrati a d: & a d minor eſt quàm a h per 9 ax:] igitur h d eſt minor quarta parte lineæ a d. [nam ſi æqualis eſſet: rectangulũ comprehenſum ſub a d & h d, æquaretur quadranti quadrati a d per 1 p 6.] Igitur h d eſt minor quinta parte a h. Cũ ergo a h ſit maior quàm quintupla ad h d, & ductus eius in h t efficiat quadratũ h d: [per theſin] erit h t minor quinta parte h d: [nam per theſin & 17 p 6 eſt, ut a h ad h d, ſic h d ad h t: ſed per proximã concluſionẽ a h maior eſt, quàm quintupla ipſius h d: ergo h d maior eſt quàm quintupla ipſius h t: ideoq; h t minor quinta parte ipſius h d] & ita h t minor uiceſima quinta parte h a. [Quia enim ratio h a ad h d, & h d ad h t maior eſt q̃ quintupla, ut patuit: erit per 10 d 5 ratio a h ad h t maior, q̃ uicecupla quintupla: ideoq; h t minor uiceſima quinta parte ipſius a h.] Sed proportio o i ad i h, ſicut i a ad a h, ut dictũ eſt. Igitur cõiunctim [per 18 p 5] o h ad i h, ſicut i a cũ a h ad a h. Igitur [per 15 p 5] tertia primę ad ſecũdã, ſicut tertia tertię ad quartã: ſed h t eſt tertia pars lineæ o h [nam per theſin h o tripla eſt ipſius h t.] Igitur t h ad i h eſt, ſicut tertia pars lineę i a, cũ tertia parte a h, ad lineã a h. Igitur t h ad i a, ſicut duę tertię lineę a h, cum tertia lineę i h, ad lineã a h. Sed quoniã linea o i eſt maior i h: [oſtenſum enim eſt, ut o a ad i a, ſic o i ad i h: at per 9 ax: o a maior eſt i a: ergo o i maior eſt i h] erit i h minor medietate o h: & erit tertia i h minor ſexta parte o h: & ita tertia i h erit minor medietate t h. Igitur duæ tertiæ a h, cum minore parte, quàm ſit medietas h t, ſe habebunt ad a h, ſicut t h ad i h. Igitur [per conſectariũ 4 p 5] i h ad h t, ſicut a h ad duas ſui tertias cum minore, quàm ſit medietas h t: ſed h t minor uiceſima quinta a h: & eius medietas minor quàm medietas uiceſimæ quintæ partis. Sed linea a h in uigintiquinq; partes diuiſa: duæ tertiæ cum medietate uiceſimæ quintæ partis non efficiunt octodecim eius partes. [Nam ex arithmeticæ regulis intelliges ⅔ de 25 eſſe 16 integra, & ſupereſſe ⅔, quæ additæ cum eo, quod minus eſt ½ uel etiã cum ½, efficiunt 1⅙. Itaq; ⅔ cum ½ de 25, ſunt 17 ⅙.] Igitur proportio i h ad h t maior eſt, quàm ſit proportio 25 ad 18. Item cum h t ſit minor uiceſima quinta parte a h: erit a t maior uigintiquatuor partibus, quarum a h eſt uigintiquinq;. Sed linea i h minor eſt medietate o h: & ita minor medietate h t: [quia h t & eius ſemiſsis efficiunt ſemiſſem ipſius o h: quo i h minor concluſa eſt] & ita minor una & dimidia uigintiquinq; partium a h: & i a ita minor 26 ½, ſumptis partibus ſecundum diuiſionem a h. Ergo proportio i a ad a t, ſicut minoris lineæ 26 ½ ad maiorem 24. Igitur proportio i a ad a t minor eſt, quam 26 ½ ad 24. Sed proportio i h ad h t maior eſt, quàm 25 ad 18: igitur proportio i h ad h t maior eſt, quàm i a ad a t [ratio enim 25 ad 18 maior eſt, q̃ 26 ½ ad 24, ut patet ex arithmethica.] Sit proportio i m ad m t, ſicut i a ad a t: [id autem efficies: ſi rectæ ex i a & a t compoſitæ ſegmenta ſumas i a, a t: i t uerò inſectam ſimiliter ſeces per 10 p 6] cadet quidem m inter i & h. [Quia enim ratio lineæ i h ad h t maior eſt, quàm i m ad m t: erit i m minor i h: itaq; punctum m cadit inter i & h: eritq; per 9 ax: m t maior m h.] Item maior erit proportio i m ad m h, quàm i a ad a t: [Quia enim linea m t maior eſt m h è proxima concluſione: erit per 8 p 5 ratio i m ad m h maior, quàm ad m t: at ratio i m ad m t, eſt ratio i a ad a t per fabricationẽ. Quare per 11 p 5 ratio i m ad m h maior eſt, quàm i a ad a t] & ita maior, quàm i a ad a h. [Quoniam enim ratio i m ad m h maior eſt, quàm i a ad a t è ſuperiore concluſione: ratio uerò i a ad a t maior eſt, quàm ad a h per 8 p 5: cum a t ſit maior ipſa a h per 9 ax. Ratio igitur i m ad m h multò maior eſt, quàm ratio i a ad a h.] Sit igitur proportio i l ad l h, ſicut i a ad a h: [per 10 p 6] cadet quidem l inter m & i. Amplius à punctis l, m ducantur contingentes l b, m g [per 17 p 3] & ducantur lineæ i b, h b, i g, t g, a b, a g: quæ duæ ultimæ producantur uſque ad exteriorem circulum: & habebitur ex quarto libro, quòd angulus i b z ſit æqualis angulo h b a [continuata enim h b in x: æquabuntur anguli i b z & x b z per 12 n 4: item x b z & h b a per 15 p 1: itaq; per 1 ax. anguli i b z, h b a æquantur.] Cum igitur ſit proportio i l ad l h, ſicut i a ad a h [per ſuperiorem fabricationem] erit [per 18 n 5] h locus imaginis i, dum reflectitur à puncto b. Et ſi dicatur cõtrarium, & ſumatur alius locus imaginis i: probabis per impoſsibile, ſumpta impoſsibilitate à proportione, quam non eſt uerum eſſe i a ad lineam à puncto imaginis ductam ad punctum a, ſicut i l ad lineam à puncto l ad locum imaginis. Cum igitur h ſit locus imaginis: & l b contingat circulum in b: producta a b faciet angulum l b z æqualem ſuo collaterali [a b l: quia uterq; per 18 p 3 rectus eſt.] Et quoniã l b perpendicularis ſuper a b z [per 18 p 3] reſtabit angulus i b l æqualis angulo l b h. [Nam



recti

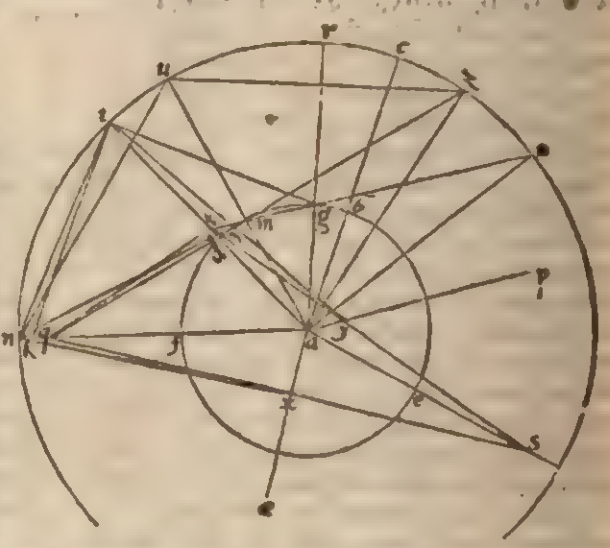
recti l b z, a b l æquantur per 10 ax: & i b z æqualis cõclusus est ipsi h b a: reliquus igitur i b l æquatur reliquo l b h.] Eodẽ modo erit angulus i g z æqualis angulo t g a. [Quia enim m g tangit, & per fabricationẽ est, ut i m ad m t, sic i a ad a t: erit per 18 n 5 t locus imaginis pũcti i, reflexi à puncto speculi g. Quare cõtinuata t g in x: æquabũtur per 12 n 4 anguli i g z, x g z: & per 15 p 1 x g z, t g a: quare i g z, t g a æquãtur.] Et cũ m g sit perpendicularis super a g z: [per 18 p 3] erit angulus i g m æqualis angulo m g t [quia enim anguli m g z, m g a per 18 p 3 recti æquãtur per 10 ax: & i g z t g a æquales cõclusi sunt: reliqui igitur i g m, t g m æquabũtur.] Amplius: ducatur à pũcto h ad lineã a b linea æquidistãs i b [p 31 p 1] quę sit h p: & a pũcto t æquidistãs i g ad lineã a g: quę sit t r: erit [p 29 p 1] angulus i b z æqualis angulo h p b: Sed angulus i b z æqualis angulo h b a, ut dictũ est: & ita duo anguli h b a, h p b sũt æquales. Quare [p 6 p 1] duo latera h b, h p sunt æqualia: similiter t r æqualis t g. Verũ angulus h p b est acutus: cũ sit æqualis angulo i b z: [qui minor est recto l b z] erit igitur angulus h p a obtusus: [p 13 p 1, & erit [p 19 p 1] a h maior h p. Similiter erit t a maior t g. Amplius: quoniã h p æquidistat i b: erit [per 29 p 1. 4 p 6] i a ad a h, sicut a b ad a p: erit similiter proportio i a ad a t, sicut a g ad a r: & erit [per consectariũ 4 p 5] proportio a h ad i a, sicut a p ad a b: sed i a ad a t, sicut a b ad a r (cum a b sit æqualis a g) [per 15 d 1.] Igitur [per 22 p 5] erit proportio a h ad a t, sicut a p ad a r. Verùm cum angulus h p a sit obtusus [ut patuit] quadratum h a excedet quadratum h p & quadratum a p, multiplicatione a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis, ductæ à puncto h, bis [per 12 p 2.] Sed perpendicularis ducta à puncto h, cadet in medium lineæ p b: [non enim cadit extra puncta p, b: secus angulus acutus esset maior recto per 16 p 1: cadit igitur inter puncta p, b, & in medium lineæ p b per 26 p 1] cum h b, h p sint æquales: & ita [per 1 p 2] quadratum h a excedet quadratum h p, & quadratum a p, in multiplicatione a p in p b: & ita quadratum a h excedit quadratum h p in multiplicatione a b in a p: quoniam [per 3 p 2] ductus a p in p b cum quadrato a p, ualet ductum a b in a p. Similiter quadratum a t excedit quadratum t r, in ductu a g in a r, siue a b in a r: quod idem est. [æquales enim sunt a g, a b per 15 d 1.] Ducatur igitur linea a b in duas lineas a p & a r, & prouenient duo excessus. Igitur proportio excessus ad excessum, sicut a p ad a r. [nam eadem altitudo a b multiplicans bases a p & a r, facit duo rectangula æquantia duos excessus, proportionalia basibus per 1 p 6.] Erit ergo proportio excessus quadrati a h supra quadratum h p, ad excessum quadrati a t supra quadratum t r, sicut a h ad a t [patuit enim a p & a r proportionales esse ipsis a h & a t.] Et cum h p sit æqualis h b, & t r, t g: erit [per 7 p 5] proportio excessus quadrati a h supra quadratum h b, ad excessum quadrati a t supra quadratum t g, sicut a h ad a t. Sed multiplicatio e h in h d est æqualis quadrato lineæ, à puncto h ad circulum d b e contingenter ductæ: [per 36 p 3] & erit [tangens] minor h b. [Quia enim h b continuata secat peripheriam d b e: æquabitur oblongum comprehensum sub tota secante & exteriore segmento, quadrato rectæ ab eodem puncto h peripheriam tangentis per 36 p 3. Itaquè per 17 p 6 ut exterius segmentum ad tangentem, sic tangens ad totam secantem: at per 8 p 3 exterius segmentum minus est tangente: quare tangens minor est secante] & ita multiplicatio e h in h d minor est quadrato h b. Et fiat ductus a h in h u æqualis quadrato h b [ut ostensum est 32 n 5.] Ergo h u minor est h a. [Quia enim oblongum comprehensum sub h a & & h u æquatum est quadrato h b: erit per 17 p 6, ut h a ad h b, sic h b ad h u: at h a maior est h b, ut patuit: ergo h b maior est h u: quare h a multò maior est h u] & quadratum a h est æquale multiplicationi a h in a u & h u: [per 2 p 2.] Igitur multiplicatio a h in a u erit excessus quadrati h a, supra quadratum h b. Igitur proportio a h ad a t, sicut proportio multiplicationis a h in a u, ad excessum quadrati a t, supra quadratum t g. Et si duæ lineæ a h, a t ducantur in a u: erit proportio a h ad a t, sicut proportio multiplicationis a h in a u, ad multiplicationem a t in a u [per 1 p 6: quia eadem altitudo a u multiplicat bases a h & h t.] Igitur multiplicatio a t in a u, est excessus quadrati a t supra quadratum t g: erit ergo multiplicatio h a in h u, æqualis quadrato h b: & multiplicatio a t in t u æqualis quadrato t g. [Quia enim per 2 p 2 quadratum a t æquatur oblongis comprehensis sub a t & t u, item sub a t & a u: & oblongũ comprehensum sub a t & a u, æquatur exuperantiæ quadrati a t supra quadratum t g per proximam conclusionẽ: reliquum igitur oblongum comprehensum sub a t & t u æquatur quadrato t g.] Amplius: arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o [per 30 p 3] & ducatur a o: & [per 12 p 1] ducantur tres perpendiculares super lineam h a: scilicet b f, o y, g k: & [per 31 p 1] à puncto g ducatur æquidistans h a: quę sit g s: & [per 11 p 1] à puncto b ducatur perpendicularis super a g: quæ sit b c: hæc quidem b c, si produceretur usq; ad circulum [id est peripheriam circuli d b e] diuideret linea a g ipsam per æqualia [per 3 p 3], & arcum, cuius esset chorda: & ita secaretur alius arcus, æqualis arcui b g: quoniam illum arcum respiceret angulus c b g: & ita angulus c b g est medietas anguli super centrũ respicientis eundẽ arcũ, secundũ Euclidẽ [20 p 3.] Igitur angulus c b g est medietas anguli g a b, [æquatur enim angulo subtendenti peripheriã æqualem ipsi b g per 27 p 3] quẽ diuidit linea a o per æqualia. Igitur angulus c b g est æqualis angulo o a g: Duo autem anguli b s g, b c g recti sunt. Si igitur intelligatur circulus super b g transiens per s, transibit per c [per conuersionẽ 31 p 3 demonstratam à Theone in cõmentarijs in 3 librum magnæ cõstructionis Ptolemei] & fiet arcus s c, super quẽ cadent duo anguli c b s, c g s: igitur [per 27 p 3] hi duo anguli sunt æquales. Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s [per 29 p 1] propter æquidistantiã linearũ: [g s & y a] & ita angulus g a y æqualis angulo c b s. Et, ut dictũ est, angulus g b é æqualis angulo o a g: erit angulus o a y æqualis angulo g b s: & erit triangulũ o a y simile triangulo g b s. Igitur proportio g b ad b s, sicut o a ad a y, & proportio g b ad g s, sicut o a ad o y. Amplius: cum angulus a h b sit acutus [ut ostensum est 60 n 5] quadratũ a b minus est quadratis a h, h b, quantũ est

illud,quod fit ex ductu a h in h f bis,ſecundũ quod dicit Euclides[13 p 2.] Igitur quadratũ a h cũ quadrato h b,ſuperat quadratum a d,quæ eſt æqualis a b)in ductu a h in h f bis:& ita [per 1 p 2]in ductu a h in h d bis,& a h in d f bis: Sed [per 7 p 2] multiplicatio a h in h d bis, cum quadrato a d,eſt æqualis quadrato a h cum quadrato h d:& ita ablato cõmuni quadrato a d,cũ ductu a h in h d bis: reſtabit quadratũ h d cũ ductu a h in f d bis, æquale quadrato h b. Sed [per fabricationẽ]multiplicatio a h in h t æqualis eſt quadrato h d:& multiplicatio a h in h u,æqualis quadrato h b:erit ergo multiplicatio a h in h u,æqualis multiplicationi a h in h t,& multiplicationi a h in d f bis,ſubtracto q; ductu a h in h t(quẽ communẽ ponimus utriq; multiplicationi.) [Quia enim oblonga cõprehenſa ſub a h t & ſub a h & t u,æquãtur oblongo cõprehenſo ſub a h u per i p 2:ergo æquãtur oblõgis cõprehenſis ſub a h t & ſub a h & d f bis:cõmune igitur eſt oblongũ cõprehenſum ſub a h t] reſtabit multiplicatio a h in t u ęqualis multiplicationi a h in d f bis. Igitur t u eſt dupla d f:[Quia enim oblongũ comprehenſum ſub altitudine a h & baſi t u, æquatur duplici oblongo , comprehenſo ſub eadem altitudine & baſi d f:erit per 1 p 6 baſis t u dupla baſis d f.] Amplius: cũ angulus a t g ſit acutus[ut oſtenſũ eſt 60 n 5]erit ſecundũ prædictũ modũ, quadratũ a t cum quadrato t g,æquale quadrato a d,cũ ductu a t in t k bis: & ita [per 1 p 2] cũ ductu a t in t d bis,& in d k bis. Et probabitur modò prædicto, quòd quadratũ t g æquale eſt quadrato t d,cũ ductu a t in d k bis:ſed ductus a t in t u,æqualis eſt quadrato t g [ex cõcluſo]& ita æqualis quadrato t d,cũ ductu a t in d k bis. Sit aũt ductus a t in t æ æqualis quadrato t d[ut oſtenſũ eſt in principio huius numeri]reſtat ergo,ut ductus a t in æ u,ſit ęqualis ductui a t in d k bis, per ablationẽ cõmunis,qui eſt ductus . t in t æ[nam oblonga cõprehenſa ſub a t æ, ité ſub a t & æ u, æquãtur oblongo cõprehenſo ſub a t u per 1 p 2:ergo æquãtur oblongis cõprehenſis ſub a t æ ſemel, & ſub a t & d k bis. Cõmune igitur eſt a t æ,quo ſublato:reliquũ oblongũ cõprehenſum ſub a t & æ u æquatur oblongo ſub a t & d k bis cõprehenſo.] Igitur æ u eſt dupla k d[per 1 p 6] ſed iam dictũ eſt, quòd t u eſt dupla d f:reſtat ergo t æ dupla k f. Amplius:proportio a h ad h t eſt, ſicut a h ad h d duplicata[per 10 d 5] h d enim media eſt in proportione inter illas:cũ eius quadratũ ſit æquale ductui a h in h t [per fabricationẽ.] Et ſimiliter proportio a t ad t æ,ſicut a t ad t d duplicata [eſt enim ex fabricatione & 17 p 6 a t ad t d,ſicut t d ad t æ.] Sed maior eſt proportio a t ad t d,quàm a h ad h d. [Quia enim h t minor eſt quinta parte h d, ut patuit: itaq; ſi a t, uerbi gratia, ipſam t d quater contineat:a h eandem t d quater continebit,& h d ſemel. Quare a h nõ continebit h d quater. Ratio igitur a t ad t d maior eſt,quàm a h ad h d.]Et cum a h ſit maior a t: [per 9 ax:]erit h t maior t æ [quia enim a h maior eſt a t:erit p 8 p 5 ratio a h ad t æ maior,quàm a t ad t æ: ſed ratio a t ad t æ maior eſt , quàm a h ad h t. Ergo per 11 p 5 ratio a h ad t æ maior eſt,quàm a h ad h t. Quare p 10 p 5 h t maior eſt t æ.] Sed t æ dupla a d k f:ergo h t maior eſt,quàm dupla a d k f. Item. Vt dictũ eſt, proportio b g ad g s,ſicut o a ad o y, erit[per 16 p 5]b g ad o a,ſicut g s ad o y:ſed o a ęqualis b a[per 15 d 1]& g s ęqualis f k[per 34 p 1]propter ęquidiſtantiã:erit[per 7 p 5]proportio b g ad b a,ſicut f k ad o y. Amplius:quia i h minor eſt medietate o h[ut patuit]& o h tripla t h:erit i h minor h t,& medietate ipſius:ſed h t minor quinta parte h d. Igitur i h minor eſt t d: quare i h multò minor n d: quare m i multò minor n d [quia m i minor eſt i h, quæ minor eſt n d.]Et palàm per hoc, quòd i cadit inter h & z. Amplius:quod fit ex ductu e z in z d, eſt æquale quadrato a d: [per theſin] igitur quod fit ex ductu e m in m d, eſt minus quadrato a d. Sed quoniam m g circulum d b e cõtingit,quod fit ex ductu e m in m d, eſt æquale quadrato m g, ſecundũ quod dicit Euclides[36 p 3.] Igitur m g eſt minor a d: igitur minor eſt a g. Amplius:triangula a g m,m g k habent unum angulũ communem [a d m] & utrunq; eorum habet unũ angulum rectũ [ad g & k.] Igitur [per 32 p 1. 4 p. 1 d 6] ſunt ſimilia. Quare proportio m k ad k g,ſicut m g ad g a: & ita m k minor eſt k g [eſt enim m g minor g a ex concluſo.] Et cum [per 15 p 3] o y ſit maior g k:erit h d minor o y [quia h d minor eſt m k,& m k minor k g,& k g minor o y.]Amplius:quia a h ad h d,ſicut h d ad h t:[per theſin & 17 p 6]erit ſic [per 15 p 5]medietas h d ad medietatem h t:& ita a h ad h d,ſicut q h ad medietatem h t: cum q h ſit medietas h d: [per fabricationem] & ita a h ad q h, ſicut h d ad medietatem h t:& ita [per conſectarium 4 p 5] q h ad a h, ſicut medietas h t ad h d. Sed medietas h t maior eſt f k [demonſtratũ enim eſt ipſam h t maiorẽ eſſe, quàm duplam ipſius k f] & h d minor o y. Erit igitur proportio medietatis h t ad h d maior, quàm f k ad o y [ut conſtat ex 8 p 5.] Quare [per 11 p 5]erit proportio q h ad a h maior, quàm f k ad o y. Amplius: linea a q ſecat circulum e b d:ſit punctũ ſectiõis œ:& ducatur linea d œ: quę erit æquidiſtãs q h:[Quia enim tota a h æquatur toti a q, & pars a d parti a œ per 15 d 1:reliqua igitur d h ęquatur reliquę œ q:quare per 7 p 5,ut a d ad d h,ſic a œ ad œ q. Itaq; per 2 p 6 œ d parallela eſt ipſi q h]eritq; per 29 p 1. 4 p 6 proportio q h ad h a, ſicut œ ad d a:& ita proportio œ ad d a maior, quàm f k ad o y. Sed f k ad o y, ſicut g b ad b a [ex concluſo.] Erit igitur maior proportio œ d ad d a, quàm b g ad b a [id eſt ad d a: æquales enim ſunt d a & b a per 15 d 1]& ita œ d maior b g: [per 10 p 5]& arcus œ d maior arcu g b [per 28 p 3.] Amplius: producatur a q uſq; ad punctũ s, ut ſit a s æqualis a i: [per 3 p 1] & ducatur linea s i:quę erit æquidiſtãs q h:[eodẽ argumẽto, quo œ d parallela cõcluſa eſt ipſi q h]& erit [per 29 p 1. 4 p 6] s i ad q h, ſicut i a ad h a. Sed ſuprà poſitũ eſt, quòd i a ad a h, ſicut t q ad q h: erit igitur [per 9 p 5] s i æqualis t q. Amplius: mutetur figura ad euitandam linearũ intricationẽ multiplicẽ,& propter defectũ literarũ ad diſtinctionẽ linearũ. Cum ergo i a ſit æqualis lineę,quã diximus a s: fiat circulus ſecundũ quantitatẽ ipſarũ,& loco s ponatur littera n: & producantur a g i ab uſq; ad circulũ hunc: & ſint a b c, a g r: & loco literæ œ ponamus f. Dictum eſt, quòd arcus d f maior eſt arcu b g: ſit arcus b m æqualis arcui d f: [fiet uerò æqualis, ſi ad rectam a b eiusq; punctũ a cõſtituatur per 23 p 1 angulus b a m æqualis angulo d a f: ſic enim per 33 p 6

periphe-

peripheriæ b m & d f æquabũtur]& ducatur linea a m u:& lineę i b,i g,i m,n m:& linea q m:quę producatur uſq; ad exterioré circulũ: & cadat in punctũ z:& ducantur lineę z a,z g. Cum aũt arcus b m ſit æqualis arcui d f:addito cómuni:[m d]erit arcus m f æqualis arcui d b:eritq; [per 27 p 3] angulus n a m æqualis angulo i a b,& latera lateribus æqualia[per 15 d 1]erit[per 4 p 1] m n æqualis i b:& angulus n m a æqualis angulo i b a:&[per 13 p 1] angulus n m u angulo i b c. Et cũ poſita ſit ſuprà[in ſecunda figura]a q æqualis a h:erunt a q,a m latera æqualia a h,a b:& angulus [q a m] angulo [h a b per proximam cõcluſionẽ]erit[per 4 p 1]q m ęqualis h b:& erit angulus q m a æqualis h b a, & q m n æqualis angulo h b i: [per 8 p 1] quoniã duo eius latera duobus illius æqualia: [nam m n æqualis cõcluſa eſt ipſi i b,& q m ipſi h b] & baſis,quæ eſt q n, eſt æqualis baſi h i:[nam a n, a i æquãtur per 15 d 1: itẽ a q, a h per theſin: reliqua igitur q n æquatur reliquæ h i]& angulus n m u æqualis angulo i b c,& i b c æqualis angulo h b a:[ut oſtenſum eſt in ſecũda figura: ubi angulus i b z eſt hic i b c]& angulus h b a ęqualis angulo q m a:ergo n m u ęqualis q m a. Et quoniam,ut poſuimus,q m z eſt linea recta:erit angulus q m a æqualis angulo u m z[p 15 p 1:ideoq; anguli n m u,z m u æquãtur. Quare punctũ n reflectitur ad z à puncto m:[per 12 n 4] & locus imaginis ipſius q(per 3 n 5.]Hoc tamen deeſt probationi,ut pateat m z totã eſſe extra circulũ:quod ſic patebit. Palàm,quòd contingẽs ducta à pũcto b cadat inter i & h: [demõſtratũ enim eſt in prima figura punctũ l alterũ terminũ rectę tangentis peripheriã d b e in puncto b,cadere inter puncta i & h]& tanta eſt remotio puncti b à puncto h,quãta eſt puncti m à pũcto q[æquales enim cõcluſę ſunt h b,q m]& i h æqualis n q.igitur contingẽs,ducta à puncto m cadet inter n & q.Igitur q m ſecat circulũ [quia tangẽte inferior eſt.] Quare tota m z eſt extra circulũ. Amplius:quoniã angulus n m u æqualis eſt angulo u m z : erit arcus n u æqualis arcui u z. [Quia enim m n ęquatur ipſi m z:cõnexę igitur n u & u z æquãtur per 4 p 1. Quare per 28 p 3 peripherię n u,u z æquãtur]& erit angulus n a u æqualis angulo u a z [per 27 p 3.]Sed iam patuit,quòd angulus n a u æqualis eſt angulo i a c:igitur angulus i a c erit æqualis angulo u a z. Angulus uerò b a g aut erit æqualis angulo g a m:aut minor:aut maior. Sit æqualis. Si igitur ab angulo i a c ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus m a g:remanebit angulus i a g æqualis angulo z a g:& erit[per 4 p 1,i g æqualis z g,& triangulũ triangulo:& erit angulus i g a æqualis angulo z a g:reſtabit igitur[per 13 p 1]angulus i g r æqualis angulo z g r. Fiat igitur angulo i g r æqualis angulus t g a:[per 23 p 1]erit angulus t g a æqualis angulo z g r. Si igitur t g producatur:ueniet ad z [p conuerſionẽ 15 p 1 a Proclo ibidẽ demonſtratã.] Quare t g z linea recta [per 14 p 1.] Igitur i à puncto g reflectitur ad z:& locus imaginis eius eſt punctũ t. Si ergo z ſit uiſus: reflectẽtur ad ipſum duo pũcta i, n à duobus punctis m,g:& loca imaginũ puncta t,q. Igitur linea t q erit imago lineæ i n. Probatũ aũt eſt ſuprà,quòd t q æqualis eſt i n. Et ita poteſt accidere in his ſpeculis imaginẽ eſſe æqualẽ rei uiſę. Si uerò angulus b a g fuerit maior angulo g a m:erit angulus z a g maior angulo i a g[mutua angulorum ſubductione,ut prius facta.] Sit angulus k a g æqualis angulo i a g. Quoniã pũctũ k demiſſius puncto z,& punctũ m demiſſius pũcto g:linea k g ſecabit lineã z m:ſecet in pũcto l. Igitur exiſtẽte uiſu in puncto l,reflectetur n ad ipſum à pũcto m:& locus imaginis q. Similiter i reflectetur ad ipſum:& locus imaginis eſt t ſecundum prioré probationẽ. Et ita t q imago eſt i n. Quod eſt propoſitũ. Si uerò angulus b a g fuerit minor angulo g a m: erit angulus z a g minor angulo i a g. Sit angulus o a g æqualis angulo i a g: & ducatur linea o g. Palàm, quòd i reflectitur ad o à puncto g. Linea o g aut ſecabit lineam z m q extra circulũ ſpeculi: aut nõ. Si ſecet extra,& uiſus fuerit in puncto ſectionis: reflectẽtur ad ipſum duo puncta n,i:& loca imaginũ erunt t q. Et ita redit propoſitũ[quod erat imaginẽ æquari uiſibili.] Si forſan linea o g ſecet lineã z m q intra circulũ: nõ poterit applicari prędicta probatio. Sed

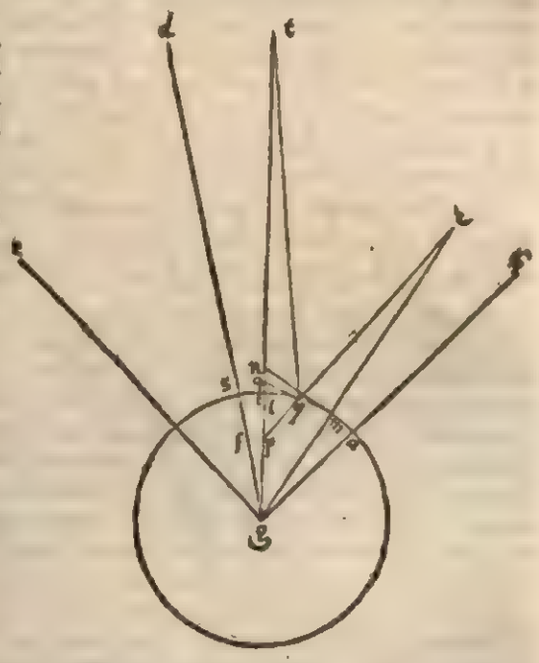
dico, quòd extra hanc totalẽ ſuperficiem licebit inuenire punctũ, ad quod reflectãtur duo pũcta i, n à duobus ſpeculi punctis: & imago erit t q. Verbi gratia. Palàm, quòd angulus n a z duplus eſt ad angulũ c a b: [oſtenſum enim eſt peripherias n u & u z ęquari: itaq; n z dupla eſt ipſius u z, & per 33 p 6 angulus n a z duplus ad angulũ n a u, ideoq; duplus ad æqualẽ i a b] & angulus i a o duplus ad angulum i a g, ſecundũ prædicta: [æquatus enim eſt o a g ipſi i a g: itaq; totus i a o duplus eſt ad i a g] & angulus n a z nõ excedit angulũ i a o in angulo maiore angulo n a i. [Quia enim anguli n a z & i a o dupli ſunt angulorũ i a b & i a g: & i a b exuperat angulũ i a g, angulo g a b (qui per theſin minor eſt angulo g a m) ergo angulus g a b minor eſt dimidiato anguli b a m (qui per 33 p 6 ęquatur angulo n a i, ob peripherias f d & m b æquales) angulus igitur g a b minor eſt dimidiato anguli n a i. Quare angulus n a z exuperans angulũ i a o, duplo anguli g a b, nõ exuperat maiore angulo q̃ ſit n a i] & duo anguli i a o, i a n maiores tertio, qui eſt n a z: & duo z a n, n a i maiores tertio i a o: & duo n a z, i a o maiores tertio n a i. Habemus ergo tres angulos [n a i, n a z, i a o] quorũ quilibet duo maiores ſunt tertio, & oẽs ſimul quatuor rectis minores: [quia non totũ circa centrum a locum replent.] Igitur [per 23 p 11] ex illis licet facere angulũ corporalẽ. Fiat angulus ille ſuper a: & ſit linea s a erecta ſuper a: & angulus i a s ſit ęqualis angulo i a o: & angulus n a s ęqualis angulo n a z: angulus n a i manebit immotus: & fiat linea a s æqualis lineæ a n uel a i: quæ oẽs ſunt æquales: & ꝓducãtur lineę t s, q s. Palàm, quoniã angulus t a s eſt æqualis angulo t a o [eſt enim t a pars lineæ i a] & duo latera [t a, & a o] lateribus duob. [t a & a s] erit [per 4 p 1] baſis t s ęqualis baſi t o, & triangulũ triãgulo: & ita angulus g t a æqualis ángulo s t a [q a g t pars eſt lineæ o t.] Similiter angulus q a s ęqualis angulo q a z, & latera [q a, a s] lateribus: [q a, a z] & [per 4 p 1] triangulũ æquale triangulo: & angulus m q a æqualis angulo s q a [eſt enim m q pars lineę z q.] Diuidatur angulus t a s per æqualia per lineam a y [per 9 p 1.] Sit y punctũ, in quo linea illa ſecabit lineã t s. Palàm, cũ angulus i a g ſit medietas anguli i a o: erit angulus t a g æqualis angulo t a y, & angulus g t a æqualis y t a: & unũ latus cõmune, ſcilicet t a: erit [per 26 p 1] t g æqualis t y, & triangulũ [y t a] triangulo: [g t a] & erit a y æqualis a g: & ita y in ſuperficie ſpeculi: [cũ enim puncta g & y à centro a æquabiliter diſtent per concluſionẽ proximam: ſitq; g ex theſi in ſpeculi ſuperficie: erit y in eadẽ.] Erit etiã angulus i a g æqualis angulo i a y, & latera [i a, a g] lateribus [i a, a y] & [per 4 p 1] triangulum i a g triangulo [i a y] æquale: & erit angulus a g i ęqualis angulo a y i: & linea i y ꝓducta, æqualis i g. Et producatur a y extra ſphęrã uſq; ad punctũ p: reſtabit angulus i g r æqualis angulo i y p [p 13 p 1.] Verũ cum t s ſit æqualis t o, & t y æqualis t g: [per cõcluſionẽ] reſtat g o æqualis y s. Igitur a y, y s æqualia, a g, g o: & baſis a s æqualis baſi a o: erit [per 8 p 1] triangulũ [a y s] ęquale triangulo: [a g o] & erit angulus a y s æqualis angulo a g o: reſtat [per 13 p 1] angulus s y p æqualis angulo o g r. Igitur duo anguli i g r, o g r æquales ſunt duobus angulis i y p, s y p. Verùm linea a s ſecabit ſphęrã: ſit punctum ſectionis e. Igitur tria pũcta e, y, d ſunt in ſuperficie ſphæræ. Quare linea e y d eſt pars circuli ſphæręs: & eſt linea cõmunis ſuperficiei ſphærę & ſuperficiei reflexionis t s p. Quare punctũ i reflectitur ad punctũ s à puncto y: & locus imaginis eſt t. Similiter diuiſo angulo n a s per æqualia per ax: probabitur modo prædicto, quòd q x æqualis eſt q m, & a x æqualis a m, & x s æqualis m z: & duo anguli n x æ & s x æ æquales duobus angulis n m u, z m u. Et ita n reflectetur ad s à puncto x: & locus imaginis q: & ita t q imagó i n: [& ſic imago, ut prius, erit æqualis uiſibili: cum t q æqualis concluſa ſit ipſi i n.] Quod eſt propoſitũ. Amplius: ſi à puncto i ducatur perpendicularis ſuper n a: cadet inter n & q, non extra n: cũ angulus i n a ſit acutus: quoniã æqualis angulo n i a [ducta enim recta i n, ęquabuntur anguli ad baſim i n per 5 p 1] & ſi caderet ꝑpendicularis illa extrà n: eſſet acutus maior recto [per 16 p 1.] Faciet ergo perpendicularis illa angulũ rectũ ſuper n q, quẽ angulũ reſpicit linea i n. Quare [p 19 p 1] linea i n maior eſt illa perpendiculari. Quare perpendicularis illa minor t q [ęquali ipſi i n per cõcluſionẽ.] Punctũ igitur lineę n q, in quod cadit perpẽdicularis, reflectitur ad punctũ s: imago uerò eius cadet in lineã n a [per 3 n 5] ſupra punctũ q. Quia quantò remotiora ſunt puncta, quę reflectũtur, tantò loca imaginũ magis accedunt ad centrũ circuli [per 30 n 5.] Et quæcunq; linea ducetur à puncto t [quod eſt imago puncti i, reflexi à puncto ſpeculi y] ad aliquod punctũ n q ſupra q: erit maior t q [per 19 p 1.] Igitur imago perpendicularis erit maior ipſa perpendiculari. [Quia enim t q æquatur ipſi i n, quę maior cõcluſa eſt perpendiculari: ergo t q imago perpendicularis eadẽ maior eſt.] Eodẽ modo quęcunq; linea ducetur à puncto t ad n q, inter hanc perpendicularẽ & i n: erit imago ipſius maior ipſa. Verùm determinentur hęc certius. Punctũ n quia reflectitur ad z à puncto m: & locus imaginis eſt q: linea z m q ſecat circulũ in puncto, quod eſt 3: cõtingens ergo ducta à pũcto z ad circulũ: cadet ſuper punctũ aliquod arcus m 3 [ſi enim z m tangeret: angulus z m a eſſet rectus per 18 p 3: quare per



40 n 5 nulla fieret à pũcto m reflexio: multò igitur minus tangẽs à pũcto z, tanget citra punctũ m. Si uerò caderet in punctũ z, secaret peripheriã, nõ tangeret: cadit igitur in peripheriã m z. & contingẽs illa cadet supra q: quoniã punctũ, in quod cadit, erit finis contingentiæ, & finis imaginũ: [per 17 n 5] & puncta sub puncto illo, quod est finis cõtingentię, nõ poterũt reflecti: superiora uero poterũt. Igitur perpendicularis ducta à puncto i super n q, si ceciderit supra punctũ, quod est finis cõtingentiæ: reflectetur punctũ, in quod cadit: & erit imago perpendicularis maior perpendiculari. Si uerò perpendicularis cadat in punctũ contingentiæ, aut infra: non reflectetur punctũ, in quod cadit. Quare nulla erit imago perpendicularis. Veruntamen quoniã finis cõtingentiæ est infra n: erunt inter finẽ cõtingentiæ & n infinita pũcta: quorũ quodlibet reflectetur: & erit imago cuiuslibet super n q: & cuiuslibet lineę ductę à puncto i ad quodlibet illorũ punctorũ, erit imago maior linea, cuius fuerit imago. Igitur accidit in his speculis imaginem aliquando æqualem rei uisæ: aliquando maiorem esse. Quod erat explanandum. Huius autem rei explanationem nec scriptam legimus, nec aliquem, qui dixisset, aut intellexisset, audiuimus.

7. Si duo uisibilis pũcta à centro speculi spherici cõuexi æquabiliter, à uisu uerò inæquabiliter distẽt: imago & finis cõtingẽtiæ pũcti lõginquioris à uisu, erũt lõginquiores à cẽtro speculi. 4 p 6.

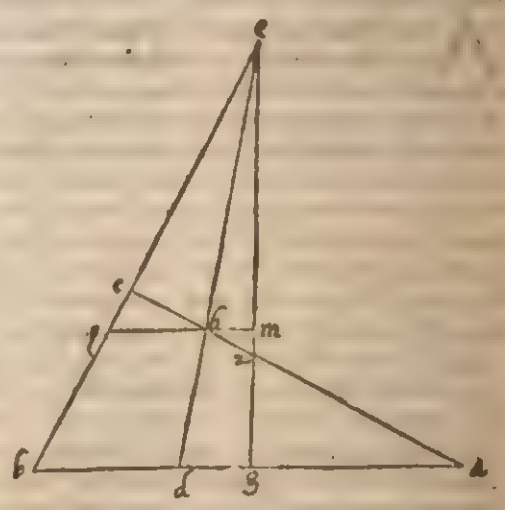
AMplius: in his speculis lineæ rectæ uidentur curuæ, & in pluribus curuitate quidẽ speculũ nõ respiciente, sed ei aduersa. Similiter curuæ apparebũt in his speculis curuæ: & si curuitas speculum respexerit, cõtrario situ apparebit. Et hoc quidẽ intelligendũ nõ in omnibus, sed in pluribus. Ad cuius rei explanationẽ necesse est quędam antecedentia præmittere: quorũ unum est. Si fuerint duo puncta eiusdẽ longitudinis à centro speculi, & inæqualis lõgitudinis à centro uisus: imago puncti remotioris à centro uisus erit remotior à centro speculi, q̃ propinquioris: & finis cõtingentię remotioris erit remotior à centro speculi, q̃ finis cõtingentię propinquioris: siue puncta illa sint in eadem superficie cum centro uisus, siue in diuersis. Sint t, d duo puncta æqualiter à g cẽtro speculi remota: e centrũ uisus: & d propinquius uisui q̃ t. Superficies cõmunis sectionis d t g secabit speculũ super circulũ per t h. t [phæ.] qui sit a b: & sit angulus e g d æqualis angulo t g z: angulus e g t æqualis angulo t g h: & sumatur in circulo punctũ, à quo t reflectatur ad z: [per 31. uel 39 n 5] quod sit q. Dico, quòd t non reflectitur ad h ab aliquo puncto b q. Palàm, quòd non à puncto b [quia cũ ea sit perpendicularis speculo, reflectetur in teipsam, nõ ad h per 11 n 4.] Si aũt sumatur punctũ quodcunq; in b q: linea ducta à puncto h ad illud punctũ, secabit lineã q z. Igitur ad illud punctũ sectionis reflectitur t ab aliquo puncto, sumpto in b q: & ad idẽ sectionis punctũ reflectitur à puncto q. Igitur t reflectitur ad idem punctum à duobus punctis illius circuli: quod impossibile in his speculis, ut in libro quinto [19 n] patuit. Restat ergo, ut t reflectatur ad h ab aliquo puncto q a: sit illud m: & [per 17 p 3] à puncto m ducatur contingens circulum usq; ad lineam g t: quæ sit m n. Erit n finis contingentiæ t, respectu h: [per 17 n 5] & à puncto q ducatur cõtingens: quę sit q o: quę quidẽ necessariò cadet sub m n: [quod enim non cadat in punctũ n, inde perspicuum est: quia ductis semidiametris g q, g m: anguli n q g, n m g per 18 p 3 recti, essent inæquales per 21 p 1 contra 10 ax: Si uerò cadat ultra n: erit per 21 p 1 angulus rectus obtuso maior cõtra 11 p 1] & producatur z q usq; dum cadat super g t in puncto p. [cadet aũt per 3 uel 16 n 5.] Erit p locus imaginis z. Erit ergo [per 18 n 5 proportio g t ad p g, sicut t o ad o p: igitur maior erit proportio g t ad t n, quàm g t ad t o [per 8 p 5: quia t o maior est t n.] Ergo multò maior g t ad t n, quàm g p ad p n. [Quia enim ratio g t ad t n maior est, q̃ ad t o ex concluso: estq; g t ad t o, sicut p g ad p o per 16 p 5. Ratio igitur t g ad t n maior est, quàm p g ad p o: sed ratio p g ad p o maior est, quàm ad p n per 8 p 5. Ratio igitur g t ad t n multò maior est, quàm p g ad p n.] Sit ergo [per 10 p 6] g t ad t n, sicut g l ad l n. Erit g l maior g p. Et erit l locus imaginis h [per 18 n 5: est enim per 16 p 5 g t ad g l, sicut t n ad n l.] Sint ergo h g, e g, z g lineę æquales: g f æqualis g p: g s æqualis g o. Cũ igitur angulus e g d sit æqualis angulo t g z [per fabricationẽ] & remotio d a puncto e, sicut z à puncto t:: Quia enim rectæ e g, d g, z g, t g: itẽ anguli e g d, z g t æquantur per fabricationẽ: bases e d, z t æquabuntur per 4 p 1: ideoq; puncta d, z æqualiter distabũt à punctis e & t] erit imago d respectu e tantùm eleuata in linea g d, quantùm imago t respectu z in linea g t: erit igitur imago d in puncto f: & similiter finis cõtingentię d, respectu e erit altitudinis eiusdẽ, cuius est finis cõtingẽtię pũcti t, respectu z. Quare erit finis cõtingẽtiæ d in pũcto s. Verùm quoniã angulus e g t æqualis est angulo t g h, & h g æqualis e g: [per fabricationẽ] erit l imago t, respectu e, sicut est respectu puncti h: & n finis cõtingentiæ respectu e, sicut est respectu pũcti h.



Quare imago puncti remotioris ab e remotior eſt à centro, imagine propinquioris: & finis contingentiæ remotioris remotior à centro, fine propinquioris. Quod erat propoſitum.

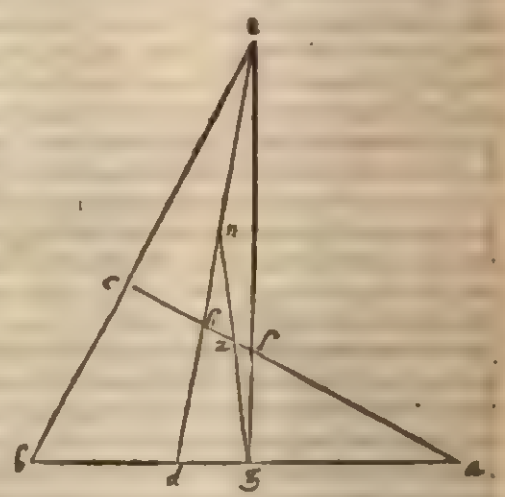
8. Si data recta in duobus punctis ſecta, ſit ad alterũ extremorũ ſegmentorũ, ut reliquũ extremum ad intermediũ: & ab altero ipſius termino, ſectionumq; punctus tres rectæ in eodẽ punctο cõcurrant: recta à reliquo termino ſecãs cõcurrentes, ſecabitur proportionaliter data. 123 p 1.

AMplius: propoſita linea a b, & diuiſa in punctis g, d, ut ſit proportio a b ad b d, ſicut a g ad g d: ſi a punctis ſectionũ ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, ſcilicet g e, d e, b e: & à puncto a ducatur linea ſecans illas tres lineas: Dico, quòd linea illa diuiſa erit ſecundum prædictam proportionẽ. Ducatur linea a c ſecans tria latera g e, d e, b e in tribus punctis z, h, c. Dico quòd proportio a c ad c h, ſicut a z ad z h. Ducatur [per 31 p 1] à puncto h æquidiſtans a b: quæ ſit h q. Palàm [è demonſtratis à Theone ad 5 d 6] quòd proportio a b ad b d, conſtat ex proportionibus a b ad h q, & h q ad b d. Sed quoniã q h æquidiſtat a b: erit triangulũ c q h ſimile triangulo c a b: [per 29 p 1. 4 p. 1 d 6,] & erit proportio a b ad q h, ſicut a c ad c h. Similiter triangulũ q e h ſimile triangulo b e d: igitur erit porportio q h ad b d, ſicut h e ad e d. Ergo proportio a b ad b d, cõſtat ex proportionibus a c ad c h & h e ad e d. Producatur q h, uſq; dum cadat ſuper e g in puncto m. [cadet aũt per lemma Procli ad 29 p 1] Proportio igitur a g ad g d, conſtat ex proportionibus a g ad h m, & h m ad g d. Sed cum [per 29 p 1] angulus e m h ſit æqualis angulo z g d: erit [per 13 p 1] angulus h m z æqualis angulo z g a: & erit triangulũ a z g ſimile triangulo h m z [quia enim anguli aduerticem z æquantur per 15 p 1: æquabitur per 32 p 1 tertius m h z tertio g a z. Quare per 4 p. 1 d 6 triangula h m z, a g z ſunt ſimilia.] Et erit proportio a z ad z h ſicut a g ad h m. Sed [per 29 p 1. 4 p. 1 d 6] triangulum h e m ſimile eſt triangulo g e d: erit igitur proportio h m ad g d, ſicut h e ad e d. Igitur proportio a g ad g d, conſtat ex proportione a z ad z h, & h e ad e d: & eadẽ eſt a g ad g d, quæ a b ad b d [per theſin.] Igitur illa eadem cõſtat ex proportionibus a z ad z h & h e ad e d. Igitur [ſubducta utrinq; ratione h e ad e d] eadẽ erit proportio a c ad c h, quę eſt a z ad z h. Et ita eſt propoſitũ. Eadem erit probatio, quęcunq; linea ducatur à puncto a, ſecans lineas illas tres concurrentes. Et ſi ducantur aliæ tres lineę à tribus punctis g, d, b, ad aliud punctũ quàm e cõcurrentes, & à puncto a ducatur linea quæcũq;, ſecans eas: diuidetur ſecundum prædictã proportionẽ. Et ita quocunq; modo concurrãt tres lineę. Et ſi tres lineę e g, e d, e b producantur ultra tria puncta b, d, g ex alia parte: & à puncto a ducantur lineæ, ſecantes eas ex illa alia parte: nunquam illæ lineæ diuidentur ſecundum prædictam proportionem.



9. Si duæ rectæ facientes angulum, ſimiliterq; in duobus punctis ita ſectæ (ut tota ſit ad alterũ extremorũ ſegmentorũ, ſicut reliquum extremum ad intermedium) baſi inſinitæ cõnectantur: recta per punctã ſectionũ utriuſq;, cũ baſi & inter ſe cõcurrẽtes, in eodẽ puncto cõcurret. 124 p 1.

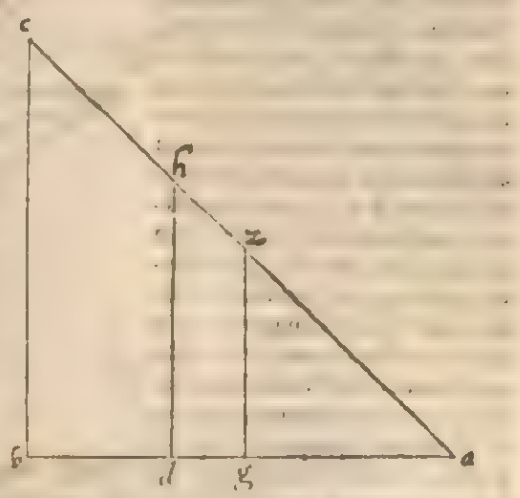
AMplius: data linea a b prædicto modo diuiſa: ſi à puncto a ducatur alia linea, uelut a c, quæ diuidatur iuxta eandem proportionẽ: & à punctis diuiſionũ a b ducantur lineę ad puncta diuiſionũ a c, quę quidẽ nõ ſint æquidiſtãtes: Dico quòd illæ tres concurrent in uno & eodẽ puncto. Sit proportio a c ad c h, ſicut a z ad z h. Et quia b c, d h non ſunt æquidiſtantes [ex theſi] igitur concurrent in aliquo puncto: quod ſit e. Linea g z aut concurret ad idem punctũ: aut non. Si ad idem: habemus propoſitum. Si nõ, ducatur linea a e g: ſecabit quidem lineã a c in alio puncto quàm z: ſit illud punctũ l. Erit ergo proportio a c ad c h, ſicut a l ad l h iuxta prioré probationem [præcedentis numeri] ſed poſitum eſt a c ad c h, ſicut a z ad z h. Et ita impoſsibile [nempe totum æquari ſuæ parti. Quia enim per præcedentem numerum eſt, ut a l ad l h, ſic a c ad c h, & ex theſi, ut a c ad c h, ſic a z ad z h: erit per 11 p 5, ut a l ad l h, ſic a z ad z h & per 18 p 5, ut a h ad h l, ſic a h ad h z. Quare cum a h ad duas rectas h l, h z eandem habeat rationem, æquabuntur ipſæ inter ſe per 9 p 5: & ſic tota h l erit æqualis parti h z.] Similiter, ſi ponatur, quòd linea g z concurrat cum d h ad punctum e: probabitur hoc modo, quòd linea b c concurrat ad idem



Similiter.

Similiter si ponatur, quòd g z, b c concurrant ad punctum e: probabitur, quòd d h concurret ad idem.

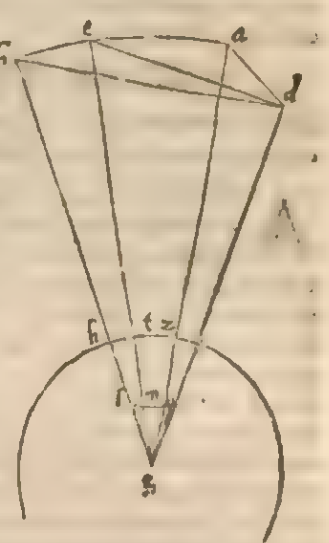
10. Si data recta in duobus punctis secta, sit ad alterum extremorum segmẽtorum, sicut reliquum extremum ad intermedium: & ab altero ipsius termino, sectionumq; punctis tres rectæ lineæ sint parallelæ: recta à reliquo termino secans parallelas, secabitur proportionaliter data. 122 p 1.



AMplius: diuisa ab secundum hanc proportionem: si fuerint lineæ g z, d h, b c æquidistãtes: & ducatur ac diuidens illas: erit ac diuisa secundum hanc proportionem. Cum d h sit æquidistans g z: erit [per 2 p 6] proportio a z ad z h, sicut a g ad g d: & cum b c sit æquidistãs d h: erit [per 2 p 6. 18 p 5] ab ad b d, sicut a c ad c h: sed [ex thesi] a b ad b d, sicut a g ad g d: erit [per 11 p 5] a c ad c h, sicut a z ad z h. Et ita patet propositum. His præmissis, accedamus ad propositum.

11. Si recta linea à uisu sit perpendicularis superficiei incidentiæ: imago peripheriæ concentricæ peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum reflexionis & speculi spharici cõuexi) uidebitur curua, & parallela ipsi peripheriæ concentricæ. 46 p 6.

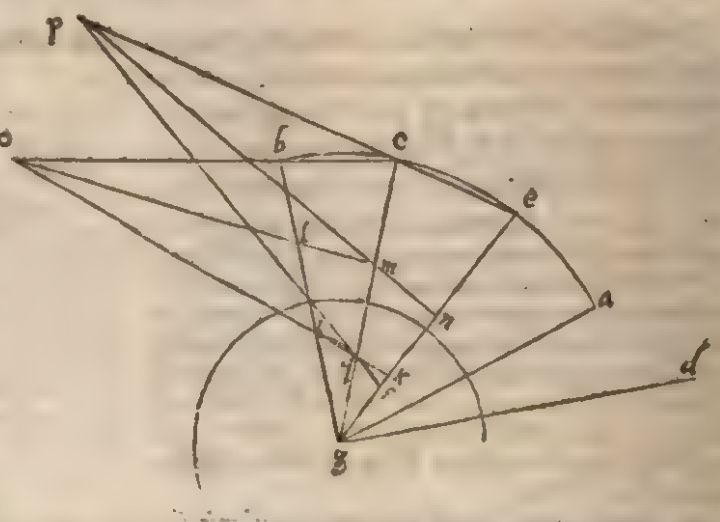
PRimum de arcu declaremus, quomodo in his speculis imago eius sit curua, curuitate quidem speculum non respiciente, sed centrũ. Verbi gratia sit ab arcus oppositus speculo: & sit g centrum illius arcus, & similiter centrum speculi: d cẽtrum uisus: & ducantur lineæ d g, a g, b g: & sumatur e in arcu a b quocunq; modo: & ducatur linea e g. Linea uerò d g non sit in superficie a b g. Linea igitur d g aut erit orthogonalis super superficiẽ a b g: aut declinata. Sit orthogonalis: erunt anguli d g a, d g e, d g b æquales [quia per 3 d 11 recti sunt] & [per 15 d 11] latera lateribus. Quare [per 4 p 1] bases basibus. Igitur omnia puncta arcus a b eiusdem longitudinis erũt à centro uisus. Quare imagines omniũ punctorũ, eiusdẽ longitudinis sunt à cẽtro: sint q, q, m, l imagines ipsorũ a, e, b. Erit igitur g q æqualis g m, g l. Quare q m l erit arcus: [per 9 p 3] & cõuexitas ipsius respectu centri, non respecta speculi, sive loci reflexionis. Quod est propositum.



12. Si recta linea à uisu sit obliqua superficiei incidentiæ: imago peripheriæ concentricæ peripheriæ circuli (qui est communis sectio superficierum, reflexionis & speculi spharici conuexi) uidebitur curua, non parallela peripheriæ concentricæ. 47 p 6.

SI uerò linea d g non fuerit perpẽdicularis super superficiem a b g: ducta perpendiculari à puncto d super hanc superficiem: [per 11 p 11] cum [per 5 n 5] illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d ad hanc superficiem: erit angulus, quem continet hæc perpendicularis uersus g, minor quolibet angulo uersus punctũ g intellecto, quem continet alia linea à puncto d ad hanc superficiem ducta [per 16 p 1.] Et linea ducta à puncto d ad hanc superficiem, quantò remotior erit à perpendiculari, tantò maior erit, & continebit maiorem angulum uersus g [per 21 p 1.] Si ergo hæc perpendicularis non cadat in arcum a e b, sed ex parte una: erunt omnes lineæ ductæ à puncto d ad hunc arcum, declinatæ ad partem unam: & remotiores maiores, & maiorem angulum continentes uersus g. Sit ergo: & sumantur tria puncta in arcu, scilicet e, c, b: finis contingentiæ puncti b sit l: finis contingẽtiæ puncti c, sit m. Quoniam igitur c propinquius d, quam b: erit m propinquius g quàm l: [per 7 n] & ita c m maior b l [quia g c, g b æquantur per 15 d 1] q sit imago c: et imago b: & ducatur t q: & ducantur lineæ c b, m l: quæ quidem productæ concurrent. Si enim à puncto m duceretur æquidistans c b, secaret ex g b lineam æqualem c m [esset enim per 2 p 6. 18 p 5, ut g c ad c m, sic g b ad rectam, quam secat parallela à pũcto m ducta ex g b: itaq; cum g c, g b æquentur per 15 d 1: æquaretur c m, sectæ per parallelam ex g b: sed c m, ut patuit, maior est b l: quare c b, m l productæ concurrent.] Concurrant in puncto o. Et quoniam proportio g c ad c m, sicut g q ad q m [est enim per 18 n 5, ut c g ad g q, sic c m ad m q: ergo per 16 p 5, ut c g ad c m, sic g q ad q m.] Similiter g b ad b l, sicut g t ad t l: ergo linea q t concurret cum lineis c b, m l [per 9 n.] Sit concursus in puncto o. Finis contingentiæ puncti e sit n. Quoniam punctum n demissius est puncto m: [per 7 n] erit e n maior c m: ductis ergo lineis e c, m n, concurrent [ut antea.] Sit concursus in

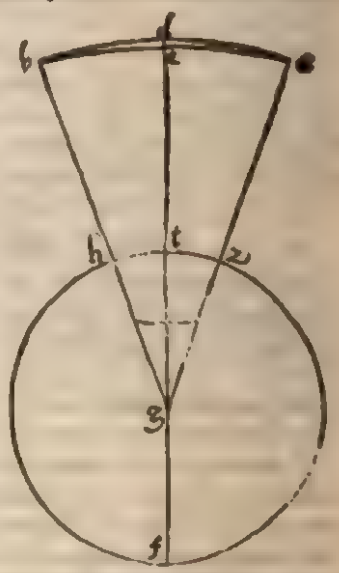
puncto p: & ducatur linea q p: & procedat, donec cadat ſuper e g in pũctο f: & ducatur linea t q uſq; ad e g: & cadat in pũctum k. Palàm, quòd k erit ſupra f [quia punctum n humilius eſt puncto m.] Verùm cũ proportio g e ad e m, ſicut g q ad q m [ut patuit] & à punctis diuiſionũ ducantur tres lineæ concurrẽtes, in aliam partem productæ ſecabunt lineam e g ſecundum prædictã proportionẽ [per 8 n.] Quare proportio g e ad e n, ſicut g f ad f n: ſed n eſt finis cõtingentiæ. Quare f locus eſt imaginis [per 18 n 5.] Igitur linea f q t erit imago arcus e c b: & erit linea curua, non recta: quoniam t q k eſt recta: & curuitas lineæ non eſt ex parte ſpeculi. Similiter ſi perpendicularis à



puncto d cadat ex alia parte arcus: ſimilis erit probatio. Si uerò cadat perpendicularis in medium arcus a b: lineæ à puncto d ex diuerſis partibus ad arcum ductæ, æqualiter diſtantes à perpendiculari: erunt æquales, & æquales angulos continebunt uerſus g: & imagines à g æqualiter diſtabunt: & fines contingentiæ ſimiliter. Et licebit probare prædicto modo de utraq; parte arcus per ſe, ſecundum quod diuiditur à perpendiculari: quòd eius imago ſit linea curua modo prædicto. Quod eſt propoſitum.

13. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentiæ: imago peripheriæ eccentricæ peripheriæ circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) uidebitur magis curua, quàm imago peripheriæ concentricæ. 48 p 6.

AMplius: ſumatur circulus, cuius centrum non ſit centrum ſpeculi, ueruntamen ſit in eadem ſuperficie cum centro ſpeculi. Dico, quòd ſi in hoc circulo exteriore ſumatur arcus ex parte cẽtri ſpeculi, propinquior ei ſecundum medium eius punctum, erit imago eius curua. Dato enim hoc arcu: ducatur linea à centro ſpeculi ad centrum exterioris circuli: & producatur hæc linea uſq; ad arcum datum: linea ducta à centro ſpeculi ad hunc arcum, quæ eſt pars diametri maioris circuli, erit breuior omnibus lineis ductis ab eodem centro ſpeculi ad illum arcum [per 7 p 3.] Et à centro ſpeculi poſſunt duci ad arcum datũ duæ lineæ æquales à diuerſis partibus huius breuis [per 7 p 3] quæ quidem maiores erũt illa breui. Et ſi ſecundum alteram illarum fiat circulus, cuius centrum ſit ſpeculi centrum: tranſibit per capita harum duarum linearum arcus excedens arcum datum. Et palàm, quòd imago huius arcus excedentis, erit linea curua ſecundum prædicta [11.12 n.] Et imagines punctorum huic arcui & arcui dato communium eædem: & medium punctum arcus excedentis eſt remotius à centro ſpeculi, quam punctũ arcus dati, quod ipſum reſpicit. Quare eius imago propinquior eſt centro, quã imago puncti arcus dati illum reſpicientis. Et ita cuiuslibet puncti arcus exterioris imago propinquior eſt cẽtro, imagine puncti arcus dati, quod ipſum reſpicit. Quare imago arcus dati curuior, quã imago arcus exterioris. Quare imago arcus dati curua eſt. Quod eſt propoſitum.

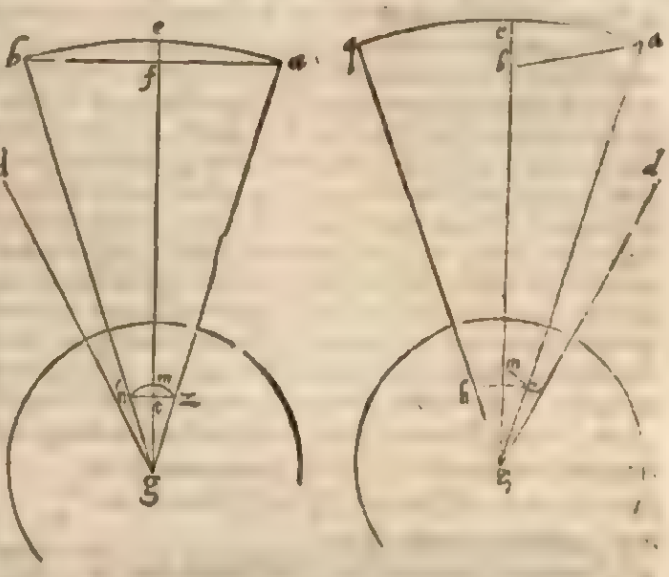


14. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ, parallelæ rectæ tangẽti peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) uidebitur curua. 49 p 6.

AMplius: quòd lineę rectæ imago in his ſpeculis ſit curua, probatur ſic. Sit a b linea uiſa: g centrum ſpeculi: ducantur lineæ a g, b g. Hæ aut ſunt æquales: aut non. Si æquales: fiat circulus, cuius g centrum, ſecundum quantitatem illarum: qui ſit a e b: cadet quidem linea a b intra circulum. Palàm ex prædictis [11.12 n] quòd imago arcus a e b erit curua. Sit igitur imago eius z t h: imago a ſit z: imago b ſit h: imago e ſit t: & ducatur g e ſecans a b in puncto f. Palàm, quòd e eſt in eadem linea cum f, remotior à centro g. Erit ergo eius imago propinquior centro, quàm f imago [per 30 n 5.] Sit ergo m. Palàm ergo, quòd linea z m h eſt imago lineæ a b: [imagines enim punctorum a & b communium eædem permanent] & eſt linea curua. Quod eſt propoſitum.

15. Si

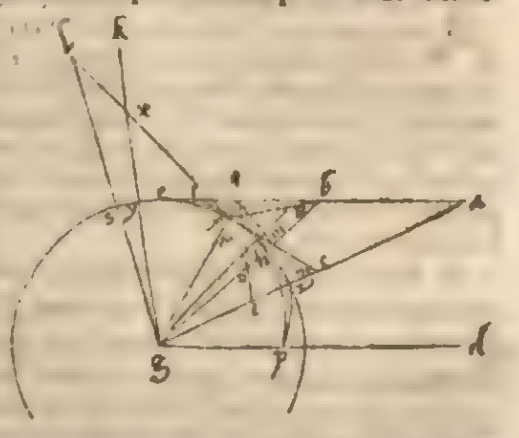
15. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, nec parallelæ, nec tangentis, nec ſecantis peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici cõnexi) uidebitur curua. 50 p 6.



SI uerò lineæ a g, b g fuerint inæquales: linea a b protracta aut ſecabit ſpeculũ: aut non. Sit quòd nõ ſecet: & ſit a g maior g b: & fiat circulus ſuper g ad quantitatem a g: qui ſit a e q: & producatur a b, quouſq; cadat in circulũ ex parte b: cadat in punctum e. Patet ex ſuperioribus [11 uel 12 n] quòd imago arcus a e eſt curua. Punctum imaginis a ſit z: punctũ imaginis e ſit m: erit z m imago arcus a e. Et quoniam imago pũcti b remotior eſt à cẽtro, quàm imago puncti e: erit imago lineæ a b curua: quod etiá per puncta media arcus a e & lineæ a b faciliter poterit probari. Quod eſt propoſitum.

16. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, tangentis peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici connexi) uidebitur curua. 51 p 6.

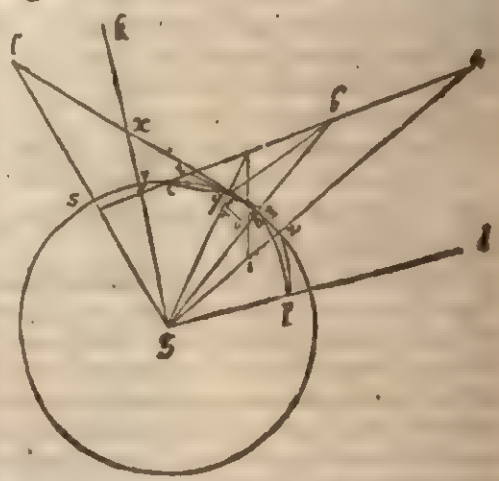
SI uerò linea a b tangit ſpeculum: aut ſecabit: aut continget. Tangat primô: & g ſit cẽtrum ſpeculi: & ducantur lineæ a g, b g. Superficies a b g ſecabit ſpeculum ſuper circulum communem [per 1 th. 1 ſphær.] qui ſit e h z. Palàm, quòd linea a b continget ſpeculum in hoc circulo [ſunt enim peripheria e h z, & recta a b in eodem incidentiæ plano: & a b continuata tangit ſpeculum ex theſi. Quare tangit in peripheria e h z.] Contingat in puncto e. Protrahatur ergo a b uſq; ad d: d ſit centrum uiſus. Superficies, in qua ſunt lineæ d g, a g ſecabit ſpeculum ſuper circulum, communem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi [per 1 th. 1 ſphær.] Sit arcus illius circuli z p: ſimiliter linea communis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, in qua ſunt d g, b g: & arcus illius circuli ſit h p. Palàm [è 29 n 5] quòd b reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus h p. Si à puncto illo ducatur contingens: ſecabit lineam b g, & punctum ſectionis erit finis contingentiæ [per 17 n 5.] Sit punctum illud m. Palàm etiam, quòd ſi à puncto m ducatur contingens arcum circuli e h: cadet contingens illa citra e: quoniam a b contingit in puncto e, & punctũ b eſt altius puncto m. Cadat igitur in punctum f: quæ contingens producta ſecabit lineam à e: ſecet in puncto t: ex alia parte ſecabit lineam a g: [per 11 ax] ſecet in puncto c. Fiat [per 23 p 1] angulus b g s æqualis angulo b g d: & producatur g s uſq; ad punctum l ad æqualitatem lineæ d g: erit ergo [per 26 p 3] arcus h s æqualis arcui h p. Et ſicut reflectitur b ad d, ab aliquo puncto arcus h p: ſic reflectetur ad l, ab aliquo puncto arcus h s. Et erit reflexio à puncto f, ſicut in arcu h p eſt reflexio à puncto, à quo ducitur contingẽs ad punctũ m. Et illa duo puncta ſunt eiuſdem longitudinis à pũcto m. [Si enim duæ rectæ ab eodem puncto peripheriam tangentes, duabus ſemidiametris connectantur: recta à centro ad idẽ punctum ducta bifariam ſecabit angulum in centro per 2 conſectarium 36 p 3. 15 d. 8 p 1: & peripheriæ angulis in centro æqualibus ſubtenſæ, & rectę eaſdem peripherias ſubtendentes æquabuntur per 28. 29 p 3: quare prædicta duo reflexionũ puncta à puncto m æquabiliter diſtabunt.] Ducantur ergo lineę b f, l f. Item a reflectatur ad d ab aliquo puncto arcus z p [per 29 n 5.] Verùm in triangulo h z p duo arcus h z, h p maiores ſunt tertio z p: [p 5 th. 1 ſphæricorũ Menelai] ſed h p eſt æqualis h s [ex cõcluſo.] Igitur z p eſt minor z s. Reſcindatur z s ad æqualitatẽ in pũcto y [id uerò promptè præſtiteris, ſi latus anguli ad terminũ g rectæ g z, æquari angulo z g p, in peripheriá cõtinuaueris: ſic enim peripheria angulo æquato ſubtenſa æquabitur peripheriæ z p per 11 p 6] & ducatur linea g y, quę producta ad æqualitatẽ g d, neceſſariò ſecabit lineã f l [quia ſecat angulũ z g l.] Secet in pũcto x: & ſit g x k æqualis g d. Palàm, quòd ſicut a reflectitur ad d, ab aliquo puncto arcus z p: ſimiliter reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y. Dico, quòd non reflectetur ad ipſum, niſi à pũcto, quod eſt citra f, ex parte z. Si enim dicatur, quòd poſsit à puncto f, uel alio puncto arcus f y: linea ducta à pũcto a ad punctũ reflexionis, ſecabit lineam b f: & ad idem punctum ſectionis reflectetur punctum k, & ad idẽ punctum reflectetur



punctum

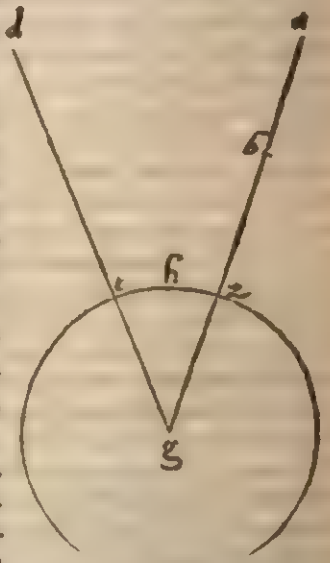
punctum b. Et ita duo puncta in his ſpeculis reflectentur ad idem punctum ex eadem parte: quod eſt impoſsibile [& contra 29 n 5.] Reſtat, ut punctum a reflectatur ad k, ab aliquo puncto arcus z f. Si ab illo puncto ducatur contingens: ſecabit lineam a z, & cadet inter z & c: quoniam punctum f demiſsius eſt quolibet puncto arcus z f: & ita contingens à puncto f altior alijs, à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n: & ducatur linea m n: quę quidem linea cum tranſeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum, neceſſariò ſecabit b t. Secet in puncto q: & ducatur linea g q. Sit autem i imago puncti a: o ſit imago puncti b: r ſit imago puncti q. Palàm, cum b ſit propinquius puncto g, quàm a: erit o remotior à puncto g, quàm c [per 7 n.] Ducatur ergo linea i o. Palàm etiam [per 18 n 5. 16 p 5] quòd proportio a g ad a n, ſicut g i ad i n: & proportio b g ad b m, ſicut g o ad o m. Cum ergo lineæ a g, b g diuidantur ſecundũ hanc proportionem, utraq; in duobus punctis, & à punctis diuiſionum ducantur lineæ, quarum duæ, ſcilicet a b, n m concurrant ad idem punctum, ſcilicet q: tertia neceſſariò concurret ad idem punctum [per 9 n.] Igitur i o ꝓducta cadet ſuper q. Quare i o q eſt recta linea. Igitur i o r nõ erit recta: ſed i o r eſt imago lineę a q. Quare imago lineę a q erit curua. Poſito autẽ puncto b loco pũcti q, & aliquo pũcto lineæ a b poſito loco pũcti b: erit eodẽ penitus modo probare, quòd imago lineæ a b eſt curua. Et hoc eſt propoſitũ.

17. Si uiſus ſit extra ſuperficiem incidentia: imago lineæ rectæ infinitæ, ſecantis inæquabiliter peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) uidebitur curua. 52 p 6.



SI uerò a b ſecet circulum: ſecet in puncto e: finis contingentiæ lineæ contingentis circulũ e h z, à puncto f productæ ad lineã b g: b igitur reflectitur ad d ab aliquo pũcto arcus h p. Arcus ab illo puncto reflexionis uſq; ad h, aut eſt æqualis arcui h e: aut maior: aut minor. Si æqualis: palàm quòd arcus ille eſt æqualis arcui h f [ut patuit præcedente numero.] Sit q punctum circuli, in quod cadit contingẽs ducta à puncto m ex parte e. Igitur a e tranſit per punctũ q: & ita m q ſecat a e per punctum e [quia in hoc caſu q & e coniungũtur, unúq; punctum fiũt.] Si uerò arcus ille minor eſt arcu h e: ſecabit quidem m q lineam a e ultra punctum q: ſecet in t, ut efficiatur triangulum e q t. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e: ſecabit quidem linea m q lineam a e citra punctum q. Siue hoc, ſiue illud fuerit: iteretur probatio, & eodem penitus modo probabitur, quòd imago lineæ a b eſt curua. Quod eſt propoſitum.

18. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentia, extra rectam lineam infinitam per centrum circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) trãſeuntis: imago illius lineæ uidebitur recta. 53 p 6.



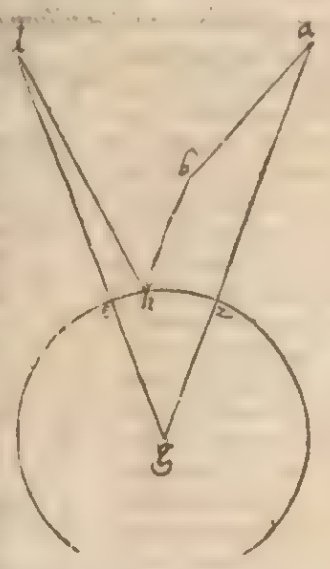
AMplius: ſi in ſuperficie, in qua ſunt linea uiſa, & cẽtrum ſphæræ, fuerit uiſus: (ſuperiora enim dicta ſunt, non exiſtente uiſu in illa ſuperficie) linea uiſa recta, aut concurret cum circulo communi illi ſuperficiei & ſpeculo: aut non concurret. Si concurrat: angulus illarum linearum [quem nimirum efficiunt diameter optica g d & data recta a b continuata per centrum g] cadet ſuper centrũ ſpeculi: quæ quidem linea uidebitur recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ apparet in ipſa linea [per 6 n 5.] Et ita imago illius lineæ eſt recta.

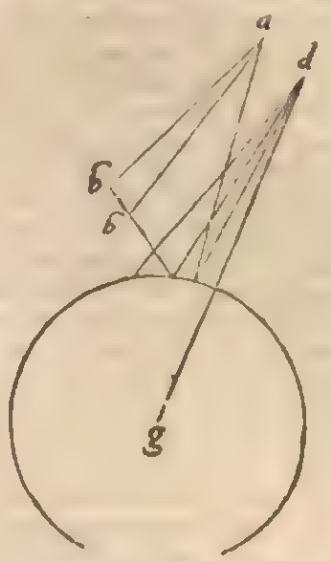
19. Si uiſus ſit in ſuperficie incidẽtia: imago lineæ rectæ, infinitæ peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) tangentis, & ad partem uiſui oppoſitam obliquatæ, uidebitur punctum. 54 p 6.

SI uerò linea ꝓpoſita declinata fuerit: aut erit declinatio ex parte uiſus: aut ex alia parte. Si ex alia parte: ſumatur punctum circuli, à quo reflectatur aliquid uiſum: [per 39 n 5] & ſumatur linea reflexionis aliqua. Aliqua linearum declinatarum cadet forſitan ſuper hanc lineam reflexionis: quòd ſi fuerit: non uidebitur quidem hæc linea declinata, niſi ſecundum unum punctum [ducta enim a g ſecante peripheriam circuli in puncto z: peripheria inter punctum, à quo b reflectitur, & punctum z, continebit puncta reflexionis totius lineæ a b, ut patuit 16 n.] Protracta igitur à centro uiſus ad centrum ſpeculi linea: ſumatur in arcu circuli citra hanc lineam punctum, à quo reflectatur ad uiſum aliquod punctum lineæ declinatæ: ſed illud punctum reflectitur à puncto prius aſsignato, quod eſt terminus lineæ reflexionis, cum linea declinata ſit ſupra lineam reflexionis. Et ita illud punctum lineæ declinatæ reflectitur ad

uiſum

uiſum à duobus punctis arcus: quod eſt impoſsibile [& contra 29 n 5.] Licet autē reflectatur punctum illud à puncto primùm ſumpto: non tamen uidetur, cum ſit in linea reflexionis, quæ occultatur per præcedentia puncta. Et ita linea adiacens lineæ reflexionis non uidetur.



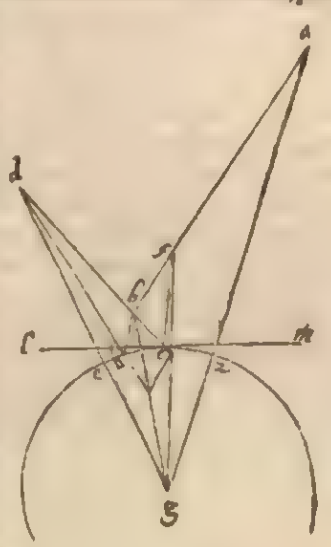


20. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierū reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) ſiue tangentis, ſiue non, & ad uiſus partem obliquatæ, nulla uidebitur. 55 p 6.

SI uerò ſumatur linea declinata, cuius declinatio ſit ex parte uiſus, iacēs ſub linea reflexionis, & ſecans ipſam in punctō circuli. Dico, quòd nullū punctum illius lineæ uidebitur. Sumpto enim pūcto: ſi dicatur, quòd punctum illud poſsit reflecti ab aliquo puncto arcus, interiacentis lineam reflexionis, & lineam à centro uiſus ad centrum ſpeculi ductam: & ducatur linea ab illo puncto ad punctū arcus ſumptum: hæc ſecabit lineam reflexionis: & punctum ſectionis reflectetur ad uiſum, à duobus punctis arcus ſpeculi: quod eſt impoſsibile [& contra 29 n 5.] Si uerò dicatur, quòd punctum ſumptum in linea, reflectatur à puncto arcus circuli, qui eſt ſub ipſa linea: erit impoſsibile: quia ille totus arcus occultatur à linea.

21. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, peripheriam circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) nec tangentis nec per centrum ſecantis, & ad partem uiſui oppoſitam obliquatæ, uidebitur curua. 56 p 6.

SI uerò linea ſumpta nō attingat circulum: poterit quidem uideri: ſed modicum eſt. Si uerò ſumatur linea declinata prædicta inter lineam reflexionis, & lineam per punctū reflexionis primò ſumptum tranſeuntem ad centrum: poterit quidem uideri hæc linea: & imminuetur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineā tranſeuntem ad centrum, per punctum reflexionis. Si uerò ſumantur lineæ inter lineam ad centrū tranſeuntem per punctum reflexionis: uidebuntur quidem, ſiue declinatio earum ſit ex parte uiſus, ſiue non: & modus uiſus earū, ſimilis modo uiſus linearum inter lineam reflexionis & lineam ad centrum tranſeuntem. Et hæc quidem intelligenda ſunt de lineis concurrentibus in arcu circuli, qui apparet uiſui, id eſt, in arcu, qui interiacet duas contingentes, ductas à centro uiſus ad circulum. Linearū autem concurrentium cum circulo in parte circuli occulta uiſui: aliqua erit æquidiſtans lineæ reflexionis: & illa quidem non uidebitur. Similiter conterminalis æquidiſtanti, quæ eſt ſub æquidiſtante, occultabitur: ſed conterminalis æquidiſtanti, ſupra ipſam exiſtens, poterit uideri. Si uerò ſumatur linea inter æquidiſtantes, nō conterminalis alicui earum: ſi fuerit eius declinatio ex parte uiſus, uidebitur: ſi ex alia parte, aliquando uidebitur, aliquādo non. Quoniam ſi à termino eius ducatur æquidiſtans lineæ reflexionis: ſi fuerit linea ſub æquidiſtante: non uidebitur: ſi ſupra eā, uideri poterit. Si uerò lineæ non concurrant cum circulo, aut ſecabunt lineam ductam à centro uiſus ad cētrum ſpeculi: aut æquidiſtabunt ei. Si ſecet aliqua earum: linea illa aut ſecabit illam ex parte uiſus, id eſt, inter uiſum & ſpeculum: aut ultrà ſpeculū. Si ultra: occultabitur linea illa, ſed forſan apparebunt eius capita. Si uerò ſecet lineam uiſualem ex parte uiſus, apparebit quidem ſimiliter. Si fuerit æquidiſtans lineæ uiſuali: poterit uideri. Omnium autem harum linearum imagines curuæ. Viſu autem exiſtente in eadem ſuperficie cum centro ſpeculi & lineis uiſis, diminuta eſt apparētia: & quæ ſit, quæ manifeſtius appāret, eſt illa, quæ declinata eſt maxima declinatione, & illa uiſum reſpiciente. Pari modo arcuum in his ſpeculis apparentium, & in eadem ſuperficie cum cētro ſpeculi, & uiſu exiſtētium, imagines quidē curuæ ſunt curuitate ſpeculū reſpiciente. Hæc aūt intelligēda ſunt duplici uiſu exiſtēte in eadē ſuperficie cū cētro ſpeculi, & re uiſa. Si enim alter uiſus modicùm declinetur, quò ad ipſum, alio modo res uiſa comprehendetur. Et uiſu exiſtente extra ſuperficiem rei uiſæ & centrum ſpeculi, certior erit ipſius rei comprehenſio, quām exiſtente in ea.

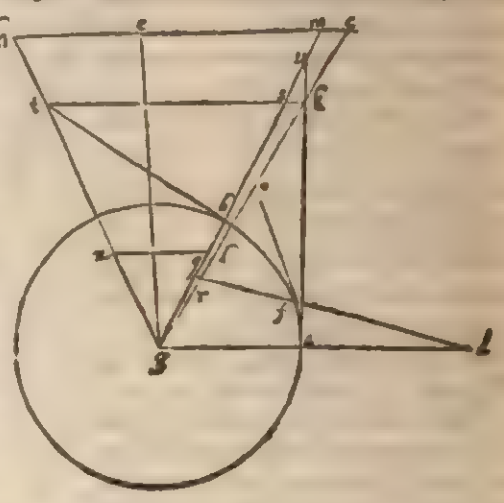


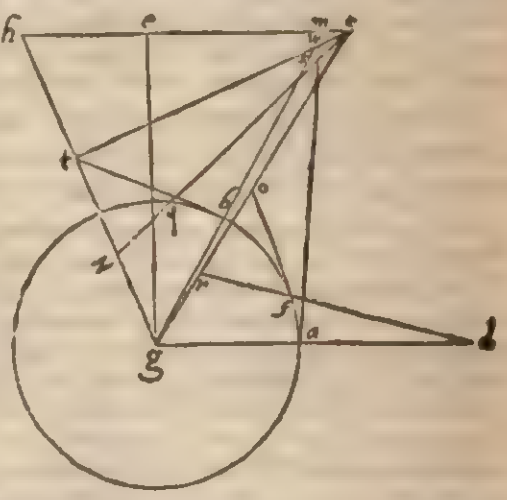
22. Si uiſus ſit in ſuperficie incidentiæ: imago lineæ rectæ infinitæ, quæ uel non concurrens

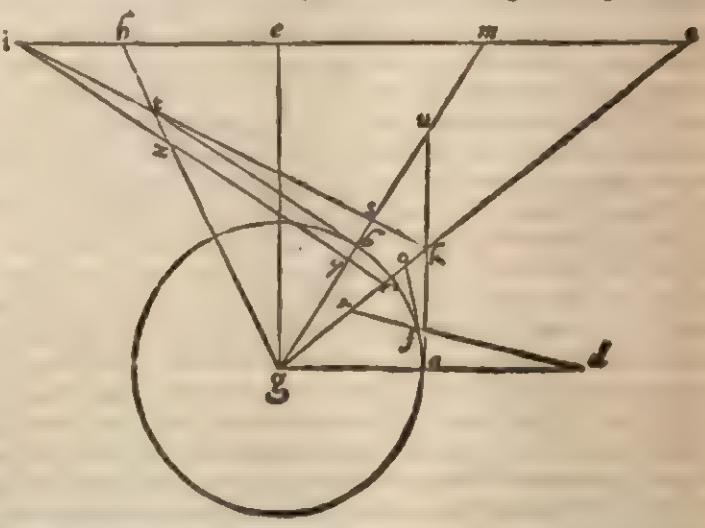
cum

cum ſuperficie ſpeculi ſpharici cõuexi, parallela eſt rectæ connectenti centra ſpeculi & uiſus, uel quæ cum eadem connectente extra ſpeculum, uerſus uiſum concurrit: uidebitur curua. 57 p 6.

QVòd autẽ imago rei uiſæ ſit curua, uiſu exiſtente in ſuperficie cẽtri ſpeculi & rei uiſæ, probabitur. Sit d centrũ uiſus: g centrũ ſpeculi: h e ſit linea uiſa: quæ quidẽ h e non cõcurrat cũ circulo ſpeculi, ſed ſit æquidiſtãs lineę d g: uel ſecet eã ex parte d. Superficies incidentiæ ſit, in qua ſint lineæ d g, h e. Circulus cõmunis huic ſuperficiei & ſpeculo ſit a b. Producatur linea h g, & punctum in ipſa z ſit imago h: punctũ circuli à quo reflectitur h ad d, ſit b. Et [per 17 p 3] à pũcto b ducatur linea cõtingẽs, quæ ſecet lineã h g ſuper punctũ t: erit t finis contingẽtiæ [p 17 n 5.] Ducatur linea b g: quę producta neceſſariò concurret cũ h e. Si enim h e fuerit æquidiſtãs d g: cõcurret quidẽ: [p lemma Procli ad 29 p 1] ſi uero d g cõcurrat cũ h e: multò fortius g b cũ eadẽ cõcurret. Cõcurſus ille aut erit in linea h e: aut ultra hãc lineã. Sit ultra: cõcurrat in puncto m: imago pũcti m ſit q: finis contingẽtiæ ſit s: & ducatur linea z q, & ſimiliter linea t s: & d g ſecet circulũ in a: & [per 17 p 3] ducatur à puncto a cõtingens a u. Palàm [è 24 n 4] quòd a b eſt minor quarta circuli: cum d uideat ex circulo minus medietate. Quare angulus a g b eſt acutus: [p 33 p 6] & [per 18 p 3] angulus u a g eſt rectus. Igitur a u cõcurret cum b g [per 11 ax.] cõcurrat in puncto u. Dico, quòd punctum u cadet ſupra punctũ s. Cũ enim m reflectatur à puncto aliquo arcus a b [per 29 n 5] & a ſit demiſſius illo puncto: erit finis contingentiæ a, altior fine contingentiæ illius puncti: & ita s demiſsius pũcto u. Procedat ergo t s, donec concurrat cum linea a u: [cõcurret autẽ per 11 ax] & ſit cõcurſus in pũcto k: & ducatur linea g k: quę producta concurrat cũ h m in pũcto c: [cõcurret autẽ per lemma Procli ad 29 p 1] Punctũ c reflectitur ad d ab aliquo puncto arcus a b [per 29 n 5.] Sit illud punctũ f: à quo ducatur linea contingẽs uſq; ad g c, quę quidẽ erit demiſsior linea a k: & erit punctũ o demiſsius pũcto k. Sit o finis cõtingẽtiæ. Ducatur linea d f, quouſq; cadat ſuper g c: cadat in punctũ r: & producatur z q uſq; ad lineã g c: & cadat in punctum l. Dico quòd l eſt ſupra r. Lineæ enim h c, t k, z l aut ſunt æquidiſtantes: aut cõcurrunt. Sint æquidiſtantes. Cũ ergo hæ æquidiſtãtes ſecent lineam g c ſuper tria puncta c, k, l, & ſecent utramq; linearum m g, h g: & [per 18 n 5. 16 p 5] ꝓportio h g ad h t, ſicut g z ad z t: ſimiliter m g ad m s, ſicut g q ad q s: erit [p 10 n] ꝓportio eadẽ g c ad c k, ſicut l g ad l k. Sed palàm [per 3 n 5] quòd r eſt imago c: linea enim d f, linea reflexionis, concurrit cum c g in puncto r: & o finis contingentiæ. Quare [per 18 n 5. 16 p 5] proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o: ſed [per 8 p 5] maior eſt proportio g c ad c k, quàm g c ad c o: & ita maior g l ad l k, quá g r ad r o: ergo maior eſt proportio o r ad r g, quàm l k ad l g: [quia per 26 p Cápani in quintũ librum elementorum, ratio l k ad g l minor eſt, quá ratio o r ad r g] & ita [per 18 p 5] maior eſt proportio o g ad r g, quàm k g ad l g. Sed [per 9 ax. k g maior eſt o g.] Quare [per 14 p 5] l g maior r g. Igitur r demiſsius eſt puncto l. Sed z q l eſt linea recta: igitur z q r eſt linea curua. Et ita imago lineæ h c eſt curua. Poſito ergo aliquo puncto lineæ h e loco puncti m, & puncto c loco puncti c: erit probare, quòd imago h e eſt curua. Si uerò lineæ h c, t s, z q concurrant: aut erit concurſus ex parte d:







te d: aut ex parte h g. Sit ex parte d: & ſit concurſus in puncto c: erit z q t linea recta: quare z q r erit curua. Et ita imago lineæ h e curua. Quod eſt propoſitum.

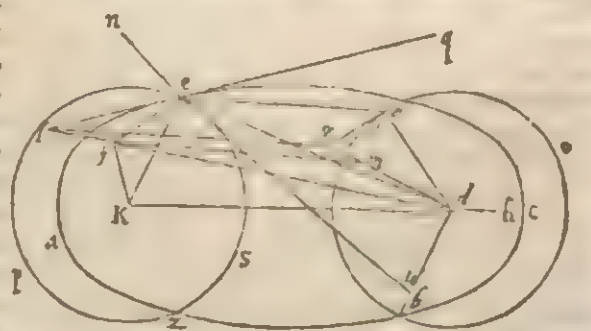
23. Imago peripheriæ cum uiſu in eodem plano ſitæ, intra ſpeculum ſphæricum conuexum ſeu ſiliter uiſa, curua uidetur. 58. 62 p 6.

SI uerò proponatur arcus extra ſpeculum: erit probare de eo, quòd imago ſit curua, ſicut probatum eſt, uiſu non exiſtente in eadẽ ſuperficie cũ arcu & centro ſpeculi. Et hoc eſt propoſitum. Igitur in his ſpeculis lineæ rectæ apparent curuæ, & ſimiliter curuæ apparẽt ſimiliter curuę. Si autem proponatur uiſui in his ſpeculis corpus curuũ, ſed longũ, modicam habens latitudinem: apparebit quidem corporis illius curuitas manifeſtè, cũ ipſa diſcerni poſsit per ea, quæ ſupra corpus ſunt, aut infra. Non enim planè diſcernitur curuitas, niſi magna, ubi occultæ fuerint extremitates lõgitudinis & latitudinis. Vnde propoſito uiſui corpore conuexitatis modicæ & quantitatis magnæ, nõ planè diſcernitur eius conuexitas, licet imago ipſius ſit cõuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine. Amplius: errores in ſpeculis planis accidentes, omnes accidunt & in his: & præter illos, accidit imagines linearum rectarum eſſe curuas: quod à ſpeculis planis eſt remotum.

DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS COlumnaribus conuexis. Cap. V.

24. Si à duobus ellipſis cylindraceæ punctis ſint duæ perpendiculares: prima axi, continens cum recta à ſecundo puncto, ad idem axis punctum ducta acutum angulum: ſecunda recta ellipſin in ſecundo puncto tangenti: ultra axem & dictum acutum angulum concurrent. 114 p 1. 44 p 7.

AMplius: in ſpeculis columnaribus exterioribus errores accidunt ijdem, qui in ſpeculis ſphęricis exterioribus. Lineæ enim rectæ uidentur curuæ, & diminuta apparet rei quantitas: ſed longe fortius in his, quàm in eis. Quoniam in ſphęricis res magna apparebit quidem minor, ſed non multò minor: ſed in his res etiam maxima uidebitur minima. Similiter linea recta apparebit curua in ſpeculis ſphæricis, ſed modicæ curuitatis: in columnaribus maximæ curuitatis. Vnde multiplicantur errores columnaris ſpeculi ſuper errores ſphærici. Verùm in columnaribus aliquando ſit reflexio à linea recta, ſcilicet à longitudine ſpeculi: aliquando à circulo: aliquando à ſectione. Quando linea uiſa fuerit æquidiſtans longitudini ſpeculi, fiet reflexio à linea longitudinis: & linea uiſa apparebit recta, modicæ curuitatis. Et hæc quidem probabuntur: ad quorum probationẽ neceſſe quiddam præmitti: quod huiuſmodi eſt. Sumpta columnari ſectione, & ſumpto in ea puncto, quod non ſit punctum reflexionis: ſi ab illo puncto ducatur linea ad perpendicularẽ, quæ eſt à puncto reflexionis ad axem, & linea illa faciat angulum acutum cum perpendiculari: ſi ducatur à puncto ſumpto linea, quæ ſit orthogonalis ſuper contingentem illud punctum: hæc linea concurret cũ perpendiculari ſub axe, & ſub concurſu prioris lineæ cum perpendiculari. Verbi gratia: ſit a e b ſectio: e punctum datum: n punctum uiſum: b punctum reflexionis: b d perpẽdicularis: e d b angulus acutus: q e l contingens. Super b fiat circulus æquidiſtans baſi columnæ [ut oſtenſum eſt 47 n 5] ſcilicet b t o: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ [ut eodem numero demonſtratũ eſt] ſcilicet e t: ducatur axis d h: & [per 11 p 1] ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d, in ſuperficie circuli. Palam, quod ſuperficies h d g eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli [per 18 p 11: quia ducitur per axem perpendicularem circulo per 21 d 11.] Superficies uerò contingens columnã in puncto b, erit æquidiſtans huic ſuperficiei: quoniam linea longitudinis ducta à puncto b eſt æquidiſtans axi [per 21 d 11.] Et contingens circulum ſuper b eſt æquidiſtans d g [per 28 p 1: recti enim ſunt anguli g d b per fabricationem, & comprehenſus ſub tangente in puncto b & ſemidiametro circuli d b per 18 p 3.] Igitur ſuperficies, in qua ſunt lineæ l e, e t non eſt æquidiſtans ſuperficiei h d g [quia non eſt parallela ſuperficiei tangenti ellipſin in puncto b: cum angulus e d b ſit acutus ex theſi.] Concurret igitur cum ea. Concurrat in linea l g: & ducatur linea t g: quæ quidem erit contingens: cum ſuperficies l e t ſit contingens. Ducta autem linea t d: erit angulus g t d rectus: [per 18 p 3] quoniam t d diameter, [& t g tangit peripheriam in ipſius termino t.] Fiat autem ſuper e circulus æquidiſtans baſi columnæ [ut demonſtratum eſt 47 n 5] ſcilicet e s p: punctum axis in hoc circulo ſit k: & ducatur linea k e. Ducatur etiam linea d l: quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e s p: ſecet in puncto f: ubicunque ſit punctum extra circumferentiam uel intra: & ducantur lineæ k f, e f: & [per 11 p 11] à puncto f ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli b t o: quæ ſit f m: & ducatur linea t m. Palàm, quòd k d æqui-



diſtans eſt & æqualis f m: [Nam cum axis k d & recta f m ſint perpendiculares circulo b t o: ille per 21 d 11, hæc per fabricationem: erunt ipſæ inter ſe parallelæ per 6 p 11: & æquales per 34 p 1: quia circuli b t o, e s p ſunt paralleli] & ita [per 33 p 1] k f æquidiſtans & æqualis d m. Similiter f m æquidiſtans & æqualis e t: [per 30 p 11: quia e t latus cylindraceum parallelum eſt axi k d per 21 d 11] & k e æqualis & æquidiſtans d t: & ita e f erit æquidiſtans & æqualis t m [per 33 p 1.] Verùm ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem ſectionis b e t: [quia per axem ducitur, & angulus g d b in ellipſis plano rectus eſt ex theſi] & eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p [per 18 p 11: quia tranſit per axem, perpendicularem circulo per 21 d 11.] Ergo eſt perpendicularis ſuper lineam, communem ſectioni & circulo [per 19 p 11] quæ eſt e f. Igitur [per 3 d 11] angulus e f k rectus. Similiter angulus t m d rectus [per 10 p 11: ſunt enim e f, f k parallelæ ipſis t m, m d, ut patuit, & in circulis parallelis.] Cùm igitur angulus d m t ſit rectus: & g t d rectus: [per 18 p 3] multiplicatio d m in m g erit, ſicut t m in ſe. [Nam quia ab angulo g t d recto ducta eſt t m, perpẽdicularis baſi g d: erit per 8 p 6, ut d m ad m t, ſic m t ad m g. Itaque per 17 p 6 rectangulum comprehenſum ſub extremis d m, g m æquatur quadrato mediæ t m.] Sed quoniam f m æquidiſtat g l: [Nam cum g l ſit communis ſectio duorum planorum, quorum alterum l e t g ſpeculum tangit, reliquum h d g l per axem ſecat: utrũque verò perpendiculare eſt circulo b t o per 21 d. 18 p 11: erit ipſa g l eidem circulo perpendicularis per 19 p 11. Quare per 6 p 11 erit parallela axi: ideoque per 30 p 1 ipſi f m] erit [per 2 p 6.] proportio d m ad f l, ſicut d m ad m g. Sed d f maior d m [per 19 p 1: quia angulus ad m rectus eſt per fabricationem.] Igitur f l maior m g [per 14 p 5.] Igitur maior eſt multiplicatio d f in f l, quàm d m in m g: ergo maior q̃ t m in ſe. Quare cum t m ſit æqualis e f [ex concluſo] erit multiplicatio d f in f l maior ductu lineæ e f in ſe. Quare angulus l e d maior recto. Si enim rectus eſſet, cum linea e f ſit perpendicularis ſuper l d [rectus enim demonſtratus eſt angulus e f k] eſſet ductus d f in f l æqualis quadratò e f [per 8. 17 p 6.] Reſtat ergo [per 13 p 1] ut angulus d e q ſit acutus. Igitur orthogonalis ducta à puncto e, orthogonalis, inquam, ſuper contingentem q l, cadet ſub linea e d, & concurret cum perpendiculari b d ſub puncto d. [Quod enim perpendicularis illa & b d concurrant, patet per 11 ax: quia anguli, e d b & comprehenſus ab e d & dicta perpendiculari, ſunt acuti: ille per theſin, hic, quia pars eſt recti, cõprehenſi à tangente e q & dicta perpendiculari.] Quod eſt propoſitum. His præmiſſis accedẽdum eſt ad propoſitum.

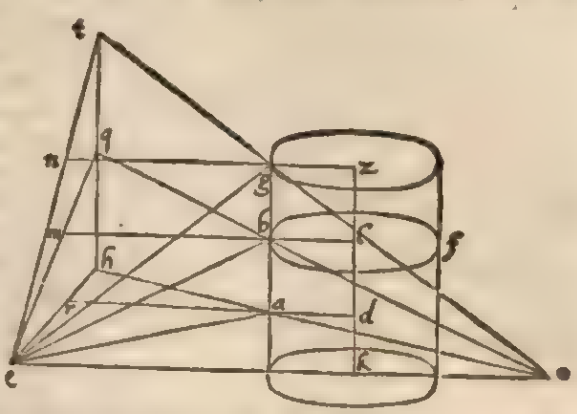
25. Si uiſus, & linea recta, axi ſpeculi cylindracei conuexi parallela, fuerint in eodem plano: à toto cylindri latere ad uiſum reflecti poteſt: & imago uidetur linea recta, æqualis parallelæ. 50 p 7.

PRoponatur columna: [ut in ſequente numero] linea æquidiſtans axi ſit t h. erit quidem æquidiſtans lineæ longitudinis columnæ [per 21 d 11. 30 p 1.] Si ergo uiſus fuerit in eadem ſuperficie cum axe & linea t h: poterit quidem reflecti linea, & erit reflexio à linea longitudinis columnæ, quæ eſt linea communis ſuperficiei, in qua ſunt uiſus & axis, & ſuperficiei columnę, ſicut oſtẽſum eſt in libro quinto [43. 69 n.] Sic igitur uidebitur linea t h linea recta. Quoniam quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem ſuperficie cum uiſu & axe. Et probabitur imaginem lineæ t h eſſe rectam, ſicut probatum eſt in ſpeculis planis de rectis lineis [2 n.]

26. Si uiſus ſit extra planum linea recta, axi ſpeculi cylindracei conuexi parallela: à latere cylindri fit reflexio. 30 p 7.

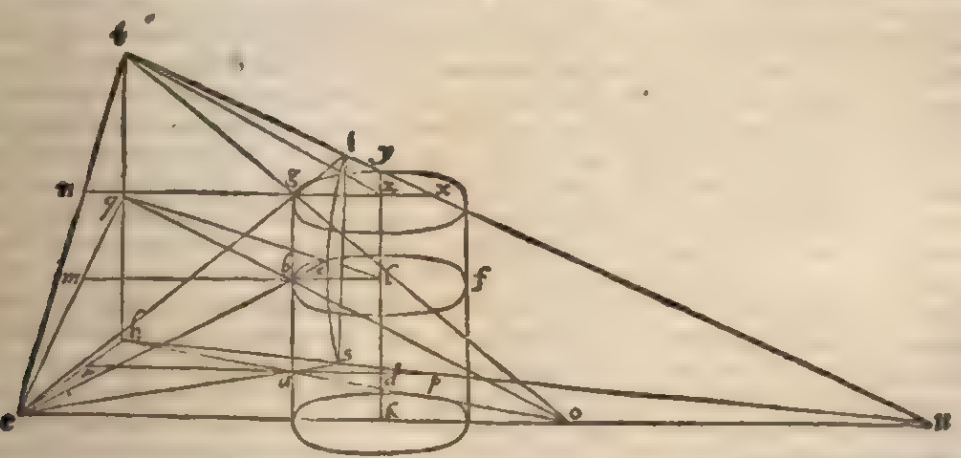
SI autem uiſus ſit extra ſuperficiem lineæ t h, & axis: & t h æquidiſtet axi: qui axis ſit z k: fiat ſuperficies per uiſum tranſiens, ſecans ſuperficiem columnæ æquidiſtanter baſi: [ut oſtenſum eſt 47 n 5] ſecabit quidem ſecundum circulum [per 5 th. Sereni de ſectione cylindri.] Sit circulus ille b f. Aliquod igitur punctum lineæ h t reflectitur ad uiſum, ab aliquo puncto huius circuli: ſit punctum b: & uiſus ſit e: punctum illud lineæ t h, ſit q: & ducantur lineæ e b, q b, q e. Et ducatur à pũcto b linea longitudinis [ut monſtratum eſt 47 n 5] quæ ſit a b g: & ducatur à puncto b perpendicularis, cadens ſuper axem in puncto l [cadet uerò per lẽma Procli ad 29 p 1: quia latus cylindraceũ & axis ſunt paralleli per 21 d 11] quæ ſit m l: & ducatur à puncto e linea æquidiſtans l m: quæ ſit e o: & ducatur q b, quouſque concurrat [concurret autem per allegatum Procli lemma] ſit concurſus in puncto o. Palàm, quòd angulus q b m eſt æqualis angulo e b m: [anguli enim m b g, m b a recti per fabricationem & 29 p 1, æquantur per 10 ax. itemque q b g, e b a per 12 n 4: quare reliqui q b m, e b m æquantur.] Sed [per 29 p 1] angulus q b m æqualis eſt angulo b o e: quia l m æquidiſtans o e. Similiter [per eandem 29] angulus m b e æqualis angulo b e o: quia coalternus. Igitur angulus b o e æqualis eſt angulo b e o. Quare [per 6 p 1] latera b o, b e æqualia. Sumatur autem aliud punctum in linea t h: quod ſit t: & ducatur linea t o. Palam, quòd linea t h æquidiſtat lineæ longitudinis, quæ eſt a g [per 30 p 1: quia t h ex theſi parallela eſt axi, cui latus cylindraceum parallelum eſt per 21 d 11.] Ergo ſunt in eadem ſuperficie: [per 35 d 1] & in illa ſuperficie eſt linea q b o [per 7 p 11: quia connectit t h & a g.] Quare in eadem erit linea t q [per 1 p 11.] Secabit igitur lineam a g. Secet in puncto g. Ducatur linea e g. Palàm etiam [per 8 p 11] quòd linea a g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli b f, ſicut axis, cui æquidiſtat, [per 21 d 11.] Et ſuperficies illius circuli, eſt pars ſuperficiei, e o b f, ſecans ſcilicet columnam æquidiſtanter baſi. Igitur [per 3 d 11] angulus g b o eſt rectus, & angulus

gulus g b e eſt rectus. Ergo [per 47 p 1] quadratum lineæ g o ualet quadratum lineæ b g & quadratum lineæ b o. Similiter quadratum g e ualet quadrata g b & b e. Et quoniam b e & b o ſunt æquales: [per concluſionem] & g b communis: erit g o ęqualis g e [quia ipſarum quadrata æqualia.] Igitur [per 5 p 1] angulus g o e ęqualis angulo g e o. Ducta autem perpendiculari ſuper axem z g ñ: æquidiſtãs erit e o: [per 30 p 1] cum ſit æquidiſtans m b l. Igitur [per 29 p 1] angulus t g n æqualis angulo g o e: & angulus n g e æqualis angulo g e o: quare angulus t g n æqualis n g e. Cum autem t g o, n g z ſint in eadem ſuperficie, in qua g. Ergo puncta o, g, t erunt in eadẽ ſuperficie: & ita in eadẽ ſuperficie ſunt lineę e g, o g t g [p 1 p 11.] Igitur t reflectetur ad e à pũcto g. Sumpto aũt in linea t h puncto h eiuſdem longitudinis à puncto q, cuius eſt punctũ t, & linea ducta h o: tranſibit quidẽ per punctũ lineæ a g: tranſeat per punctũ a: ductaq; à puncto a ſuper axẽ perpendiculari d a, & linea e a: erit, ſicut prius, probare: quòd duo anguli a b o, a b e recti: & duo latera a o, a e æqualia: & duo anguli h a r, e a r æquales: & ita h reflectetur ad e à puncto a. Similiter ſumpto quocunq; puncto lineę t h: erit probare, quòd reflectatur ab aliquo puncto lineę a g. Quare linea t h reflectetur à linea longitudinis, quæ eſt a g.



27. Si uiſus ſit extra planum lineæ rectæ, axi ſpeculi cylindracei conuexi parallelæ: imago uidebitur parum curua, & minor ipſa parallela. 51 p 7.

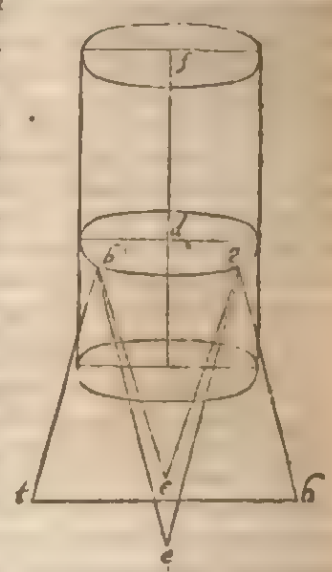
REſtat probare imaginem lineę t h eſſe curuã. Palàm ex prædictis, quòd q reflectitur ad e à puncto b, quod eſt punctum circuli. Sed cum ſic reflectatur à circulo: ſi ducatur linea à puncto q, ad centrum illius circuli: concurret cum perpendiculari ducta à puncto b: [quia perpendicularis illa tranſit per eiuſdem circuli centrum, ut oſtenſum eſt 16 n 5] & erit cõcurſus in puncto axis. Ducatur ergo q l, concurrens cum m l in puncto axis: quod eſt l: & eſt centrum circuli f b: & producatur e b, quouſq; concurrat cum q l. Sit concurſus in puncto c. Erit c imago q: & eſt c in ſuperficie, in qua ſunt lineæ q h, & axis, & linea longitudinis a g [per 1 p 11.] Palàm etiam [ex 31 n 4] quod t reflectitur ad e, à puncto ſectionis columnaris, ſcilicet à puncto g. Eſt autem à puncto t unam ducere perpendicularem, ſuper lineam contingentem in aliquo puncto ſectionem: quæ quidem concurret cũ perpendiculari ducta à puncto g: quæ eſt n g z, ſub axe, id eſt, ſub puncto z: quod eſt concurſus perpendicularis n z & axis [per 24 n.] Quoniam ducta linea t z: erit angulus t z n acutus: [quia continuato axe k z ultra z in y: erit angulus n z y rectus per fabricationẽ & 29 p 1.] Producatur n z ultra z in x. Ducatur ergo t x, concurrens cum n z in puncto x: & producatur e g, donec concurrat cum t x in puncto i. Erit i imago puncti t [per 4 n 5.] Similiter ducta à puncto h linea, quæ ſit orthogonalis ſuper lineam, contingentem ſpeculum in puncto aliquo ſectionis, à quo h reflectitur ad e: cõcurret cum perpendiculari d a r, ſub puncto d, quod eſt punctum axis [per 24 n.] Concurrat in puncto p: & producatur e a, donec concurrat cũ h p in puncto s. Erit imago puncti h punctum s [per 4 n 5.]



Ducatur autem linea s t. Palàm, cum linea t i concurrat cum perpendiculari n z, quæ eſt æquidiſtãs lineę e o: concurret cum linea e o [per lemma Procli ad 29 p 1.] Sit concurſus in u. Similiter linea h s, quoniam concurrit cum perpendiculari d a r, quæ eſt æquidiſtans e o: cõcurret cum e o. Sed quoniam ſitus t, reſpectu puncti e, idem eſt cum ſitu h & eadem longitudo: [quia t h parallela eſt axi ex theſi.] Similiter ſitus puncti t & puncti h ad punctum q idem [ut præcedente numero patuit] & pũctorum i, s, reſpectu o, etiam eſt idem: erit idem ſitus linearum t i, h s, reſpectu lineæ e o. Igitur li-

neæ t i, h s cõcurrent ſuper idem punctũ lineæ e o. Concurrant in puncto u. Erit ergo t u h triangulum, & in ſuperficie huius trianguli erit linea i s. Axis autem non eſt in eadem ſuperficie: uerum t h eſt in eadem ſuperficie cum axe. [ex theſi.] Igitur ſuperficies illa ſecat ſuperficiem trianguli, ſuper lineam communem: quæ eſt t h, non ſuper aliam. Cum ergo punctum c ſit in ſuperficie lineæ t h & axis, & non ſit in linea t h: non eſt in ſuperficie trianguli t u h: & duo puncta i, s ſunt in ſuperficie illius trianguli. Quare linea i c s eſt linea curua: & imago lineæ t h erit curua. Quod eſt propoſitum. Sed eius curuitas eſt hoc modo: quia perpendicularis ducta a puncto c ad punctum ſectionis lineæ i s & ſuperficiei circuli, eſt ualde parua. Et quanto maior fuerit linea uiſa, æquidiſtans lineæ longitudinis ſpeculi: tanto imago eius erit minus curua: & quanto minor, tanto magis.

28. Si uiſus ſit in communi ſectione planorum, linea rectæ & axis ſpeculi cylindracei conuexi, inter ſe perpendicularium: fiet reflexio à peripheria circuli, qui eſt communis ſectio plani lineæ & ſuperficiei ſpeculi: & imago uidebitur curua. 52 p 7.



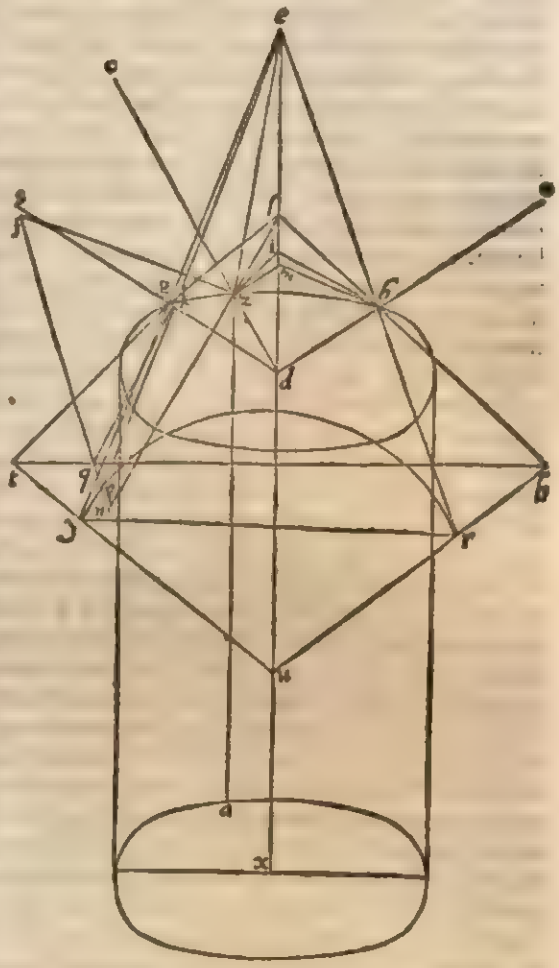
AMplius: ſi linea t h ſecet ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus & axis, & ſit orthogonalis ſuper eam. Viſus aut erit in illa ſuperficie lineæ t h, ſecante orthogonaliter ſuperficiem axis & uiſus: aut extra. Si fuerit in ſuperficie illa: aut ſupra lineam t h: aut infra. Si ſupra, cum illa linea ſit corporalis, occultabit uiſui ſpeculũ: & ita non reflectetur, ſed forſan capita eius apparebunt & reflectentur à circulo columnæ, qui communis eſt ſuperficiei lineæ t h, ſecanti columnam, & columnæ. Et erit horum capitum imago, ſicut in ſphæricis exterioribus [21 n.] Similiter ſi uiſus fuerit ſub linea t h: occultabitur pars eius propter caput, in quo eſt uiſus. Pars aũt lineæ uiſæ reflectitur à circulo, eodẽ penitus modo, quo in exterioribus ſphęricis.

29. Si uiſus æquabiliter diſtans à terminis lineæ rectæ, ſit extra eiuſdem planum, perpendiculare plano axis ſpeculi cylindracei cõuexi: imago maximè curua uidebitur. 53 p 7.

SI uerò uiſus fuerit extra ſuperficiem lineę t h, orthogonaliter ſecantem ſuperficiem n u ſus & axis: ſit e uiſus: & b g x columna: reflectetur h ad e ab aliquo puncto columnæ: ſit a puncto b: & ſit t eiuſdem longitudinis a puncto e, cuius eſt h. Dico, quod t reflectetur ad e ab aliquo puncto columnæ. Et cum puncta h, t ſint eiuſdem ſitus & eiuſdem longitudinis à puncto e: erunt ſimiliter puncta reflexionum, ſcilicet b, g eiuſdem longitudinis & eiuſdem ſitus a puncto e. Igitur duo puncta b, g erunt in circulo. Sit circulus b z g: eius centrum d: & ducantur lineæ h b, b e, t g, g e: & à centro ducantur perpendiculares, ſuper contingentes circulum in punctis b, g, ſcilicet d b o, d g s: & ducatur linea e d. Cum puncta h, e ſint eiuſdem ſitus & longitudinis, reſpectu e, & reſpectu d: & ſimiliter puncta b, g, eiuſdem ſitus, reſpectu e & reſpectu d: habebunt lineæ h b, t g eundem ſitum, reſpectu lineæ e d. Et ita concurrent in idem punctum illius lineę. Sit concurſus in puncto l. Erit linea longitudinis columnæ, [ut oſtenſum eſt 47 n 5] in qua punctum z: & ſit hæc linea in ſuperficie uiſus & axis: quæ ſit a z: & ducantur lineæ l z n, d z c: quę punctum lineæ t h, punctum ſcilicet, quod eſt in ſuperficie uiſus & axis: & à puncto q ducatur linea æquidiſtans lineę d z c per 21 p 1] cadet quidem hęc linea ſuper axem: [per lemma Procli ad 29 p 1] & l z n cadet in hanc lineam ſupra punctum q. Cadat in punctum n. Palàm ex præmiſſis [12 n 4] quod angulus h b o æqualis eſt o b e: ſed [per 15 p 1] angulus h b o æqualis eſt angulo l b d, per contrapoſitionem: & [per 32 p 1] angulus o b e æqualis eſt duobus angulis b e d, b d e: quia extrinſecus. Ergo angulus l b d æqualis eſt duobus angulis b e d, b d e. Et ergo angulus n b d æqualis angulo b d e [per 23 p 1] remanet angulus m b l æqualis angulo b e l. Quare ductus e m in m l æqualis quadrato b m [triangula enim m e b, m b l ſunt æquiangula: quia angulus m b l æqualis concluſus eſt angulo m e b, & communis utriuſque trianguli eſt b m e: reliquus igitur m l b æquatur reliquo l b e per 32 p 1. Quare per 4 p 6 erit, ut e m ad m b, ſic m b ad m l. Ergo per 17 p 6 rectangulum comprehenſum ſub extremis e m & m l, æquatur quadrato mediæ m b.] Ducatur linea m z. Quoniam igitur angulus b d m maior eſt angulo z d m: [Nam propter ſimilem ſitum punctorum reflexionis b & g, æquatur angulus s d e angulo o d e: ſed angulus s d e maior eſt angulo z d m per 9 ax. Quare angulus o d e, id eſt, b d m maior eſt angulo z d m] & duo latera z d, d m æqualia duobus lateribus b d, d m: [æquantur enim z d, b d per 15 d 1: & d m eſt communis] erit [per 24 p 1] m b maior m z: quare ductus e m in m l maior eſt quadrato z m. Sit ductus e m in m i æqualis quadrato m z: [per 11 p 6, ut demonſtratum eſt 6 n] & ducantur lineę i b, i z. Erit ergo angulus m z i æqualis angulo z e i, [eſt enim per proximam fabricationem & 17 p 6, ut e m ad m z, ſic m z ad m i. Sunt igitur duo triangula e m z, i m z lateribus circa communem angulum i m z proportionalia: itaque per 6 p 6 ſunt æquiangula, & angulus m z i æquatur angulo z e i.] Quare m z l maior angulo z e d. Sed quoniam angulus m b d poſitus eſt æqualis augulo b d m: erit [per 6 p 1] linea m b æqualis lineę m d: ſed m b maior m z, [ut patuit.] Quare m d maior m z. Igitur

[per

[per 18 p 1] angulus m z d maior angulo m d z. Igitur d z l maior duobus angulis z d e, z e d. [constat enim è duobus angulis m z l & m z d, quorum ille angulo z e d, hic angulo z d e maior est concluſus.] Sed angulus d z l ęqualis est angulo n z e [per 15 p 1] & angulus e z c ęqualis duobus angulis z d e, z e d [per 32 p 1.] Quare angulus n z e maior est angulo e z c: ſecetur ad ęqualitatem per lineam f z: quę quidem concurret cum linea n q: [per lemma Procli ad 29 p 1: quia n q, e d sunt parallelę per fabricationem.] Concurrat ſuper punctum f. Cum ergo angulus f z e ſit ęqualis angulo e z e: reflectetur f ad e à puncto z. [per 12 n 4] querò reflectetur ad e à puncto lineę longitudinis, quę transit per z à pũcto, quod est ultra z. Si enim à puncto citra z, id est propinquiore e: linea ducta à puncto q ad punctum illud reflexionis, ſecabit lineam f z: & ita punctum ſectionis reflectetur ad e à duobus punctis: quod est impoſsibile [& contra 46 n 5.] Sumatur ergo ultra punctum z pũctum k, à quo reflectatur q ad e: & ducatur linea e k, donec cõ currat cum linea n q, in puncto p [concurret autem per lemma Procli ad 29 p 1.] Erit p imago q [per 4 n 5.] Sed h reflectitur ad e à puncto ſectionis columnę [ſunt enim h & e in diuerſis planis,] Si ergo à puncto h ducatur perpendicularis ſuper lineam, cõtingentem ſectionem in aliquo puncto: perpendicularis illa concurret cum perpendiculari e z d ſub axe [per 24 n.] Concurrat in puncto u. Similiter à puncto l eſt ducere unam perpendicularem ſuper ſectionem, à cuius puncto reflectatur t ad e. Et quoniam [ex theſi] puncta h, t ſunt eiuſdem ſitus, reſpectu lineæ e d, & puncta ſectionis ſimiliter, per quæ tranſeunt perpendiculares ab ipſis ductæ. Igitur illæ duæ perpendiculares concurrent in idem punctum lineę e d. Concurrant ergo in puncto u. Et quia linea e b concurrit cum h u: ſit concurſus in puncto r. Similiter e g concurrat cum t u in puncto y: & ducatur linea r y. Palàm [per 4 n 5] quòd r eſt imago h: & y eſt imago t: & habemus triangulum e r y: extra ſuperficiem huius trianguli eſt punctum z: & in ſuperficie huius trianguli altior eſt linea e p: & ita p eſt extra. Quare linea r p y erit curua: & illa eſt imago lineæ t h. Et eſt quidem hęc imago curuitatis non modicæ. Quod eſt propoſitum. Palàm ergo, quòd in his ſpeculis, ſi linea recta uilla ęquidiſtans fuerit lineę longitudinis columnæ: erit imago eius recta, aut accedens ad rectitudinem. Si uerò linea recta uilla ęquidiſtans fuerit columnæ: erit imago eius curua, curuitate non modica. Lineę autem inter has duas ſitę, quę magis accedunt ad ſitum lineę ęquidiſtantis, reſpectu columnę, habebunt imagines ſuas rectitudini magis uicinas: & imagines earũ, quæ propinquiores ſunt ſitui ęquidiſtantium latitudini, erunt magis curuę: & minuetur, uel augmẽtabitur curuitas imaginum ſecundum acceſſum uel elongationem linearum ad alterum horum ſituum. Et hoc eſt propoſitum.

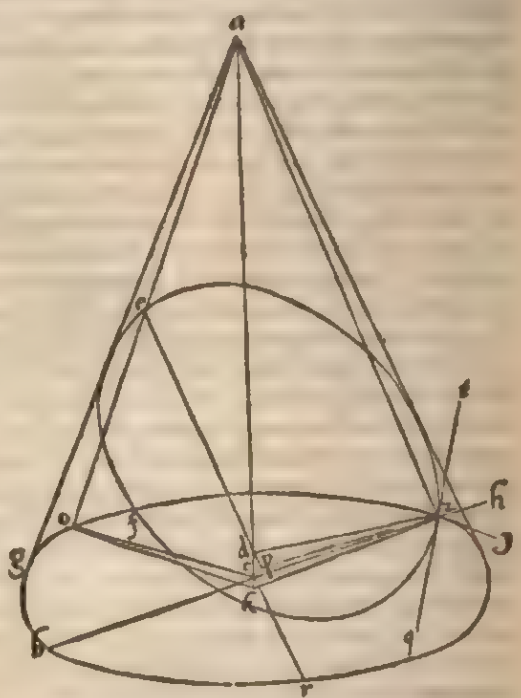


DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS pyramidalibus conuexis. Cap. VI.

30. Si duæ rectæ à duobus punctis ellipſis conicæ, inæquabiliter à uertice diſtantibus, ſint perpendiculares duabus rectis, ellipſin in dictis punctis tangentibus: ultra axem concurrent. Oportet autem ut perpendicularis à puncto propinquiore, & recta à longinquiore ad axem ducta, acutum angulum comprehendant. 113 p 1. 45 p 7.

AMplius: in ſpeculis pyramidalibus exterioribus ijdem errores accidunt, qui in ſphæricis exterioribus euenunt. Lineę enim uiſę ęquidiſtantes, reſpectu pyramidis, aut rectę uidentur, aut fortè ęquidiſtantes latitudini curuę. & intermedię augmentant uel diminuunt curuitatem ſecundum propinquitatem earum uel remotionem. Et hoc probabitur. Quiddam tamen præmittendum proponamus: & eſt. Si ſumatur in ſuperficie pyramidis, punctum reflexionis: & fiat ſectio tranſiens per punctum illud: & in ſectione ſumatur punctum remotius à uertice pyramidis, puncto reflexionis: & a puncto ſumpto ducatur perpendicularis ſuper contingentem ſectionem:

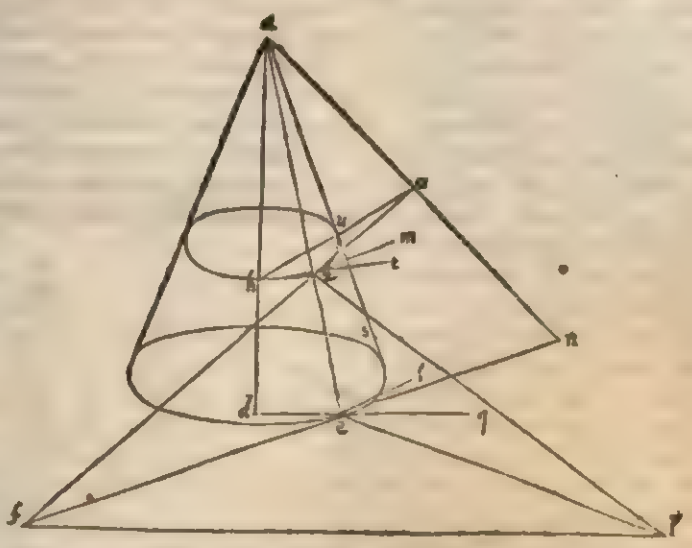
hæc perpendicularis concurret cum perpendiculari ſuper contingentem ſectionem ducta à puncto reflexionis, ſub axe. Verbi gratia: ſit a b g z pyramis erecta ſuper baſim ſuam: a uertex pyramidis: b f z ſectio: e punctum reflexionis: z punctũ ſectionis remotius à puncto a quàm e. Super punctum z fiat ſuperficies ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi [ut oſtenſum eſt 52 n 5.] Secabit quidem ſuper circulum communem [per 4 th. 1 coni. Apol.] Sit circulus ille g b r z: & ducantur lineæ a z, a e: & producatur a e, donec ſit æqualis a z: ueniet quidem ad circulum [per 18 d 11: quia eſt latus conicum.] Cadat ergo in punctum eius o: & c ſit centrum circuli: & ducatur axis a c: & à puncto e ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem [per 12 p 11.] Concurret quidem [per 11 ax.] cum axe citra cẽtrum circuli, quod eſt c: ſit in puncto d: & ducatur linea d z, continens angulum acutum cum perpendiculari e d: & à puncto o ducatur perpendicularis ſuper lineam a o, concurrens cum axe in puncto k: & ducatur linea k z: & ſuper punctum z ducatur contingens ſectionem, quæ ſit t q: & alia contingens circulum b g z: [per 17 p 3] quæ ſit z y: & ducatur linea b c z: & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper lineam b c z: [per 11 p 1] quæ ſit c r. Erit quidem perpendicularis ſuper axem: [per 3 d 11] cum axis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: [per 18 d 11.] Quare [per 4 p 11] c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z: & erit æquidiſtans z y cõtingenti [per 28 p 1: quia anguli interiores ad c & z ſunt recti: ille per fabricationem, hic per 18 p 3.] Quare z y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z [per 8 p 11.] Quare t q non eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem. Verùm quoniam k eſt polus circuli b r z: [quia eſt in axe conico per fabricationem] palàm, cum lineæ k o, k z ſint æquales [per 5 defin. 1 ſphæricorum Theodoſij,] & axis a k communis, & a o æqualis a z [per 18 d 11: quia utraque eſt latus conicum] quòd erit angulus a o k æqualis angulo a z k [per 8 p 1] & ita angulus a z k rectus: [quia a o k illi æqualis, rectus eſt: cum k o ſit perpendicularis a o per fabricationem.] Cum ergo linea k z ſit perpẽdicularis ſuper a z, quæ eſt linea longitudinis: erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem pyramidem, ſuper hanc lineam longitudinis [ut demonſtratum eſt 54 n 5.] Sed t q eſt in ſuperficie contingente: quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingenti & ſectioni. Igitur k z eſt perpendicularis ſuper t q [per 3 d 11.] Ducatur autem h z in ſuperficie ſectionis perpendicularis ſuper lineam t q [per 11 p 1.] Cum autẽ linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis: ſecabit lineã h z, nec erit una linea [per 1 p 11.] Quare illa ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem ſectionis, ſuper lineam h z communem: & ſecat lineam t q ſuper punctum x: & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z k, ſuper lineam communem k z: uerùm d z eſt in ſuperficie ſectionis, & ſecatur à linea k z in puncto z: & punctum t eſt ſupra ſuperficiem k z h, punctum q infra: & ita ſuperficies k z h ſecabit ſuperficiem d z q ſuper lineam communem: & illa linea communis eſt perpendicularis ſuper lineam t q: quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, ſuper quam eſt perpendicularis t q [ut oſtenſum eſt.] Et quoniam ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q: & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis ſit ex parte z c: erit linea communis ſectioni illarum ſuperficierũ inter lineas q z, d z. Et ita concurret cum perpendiculari ſub axe. Et quòd neceſſariò concurrat, probatum eſt in libro quinto [quia anguli e d z, d z p ſunt acuti: ille per theſin, hic, quia pars eſt recti t z p.] Et ita eſt propoſitum.



31. Linea recta a tota ab uno ſpeculi conici conuexi latere ad uiſum reflecti poteſt. 41 p 7.

SIt ergo pyramis: cuius uertex a: axis a h: linea longitudinis a z. Et à puncto z ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem pyramidem in linea a z [per 12 p 11] quæ neceſſariò concurret cum axe [per 11 ax. quia angulus h a z eſt acutus per 17 p 1: cum a d z ſit rectus per 18 d 11.] Sit linea t z h. Ducatur à puncto z linea extra pyramidem, ultra ſuperficiem contingentem pyramidem in linea a z, faciens angulum acutum cum axe & cum linea longitudinis a z: quæ ſit a n. Et in ſuperficie a h n à puncto h ducatur linea, cum axe faciens angulum æqualem angulo a h z: quæ linea neceſſariò concurret cum linea a n: [per 11 ax. quia anguli n a h & a h z ex theſi acuti, ſunt minores duobus rectis] quæ ſit h o. Et facto ſuper punctum z circulo æquidiſtante baſi: [ut oſtenſum eſt 52 n 5] tranſibit h o per circulum, ſicut h z tranſit per ipſum. Ducatur linea o z: & producatur ad punctum f. Quoniam linea o z ſecat ſuperficiem, contingentem pyramidem in linea a z: cum linea h z ſit perpendicularis ſuper illam ſuperficiem: [per fabricationem] erit angulus o z h maior recto: quia a z h rectus eſt [per fabricationẽ.] Igitur [per 13 p 1] angulus f z h acutus. A punctο z ducatur

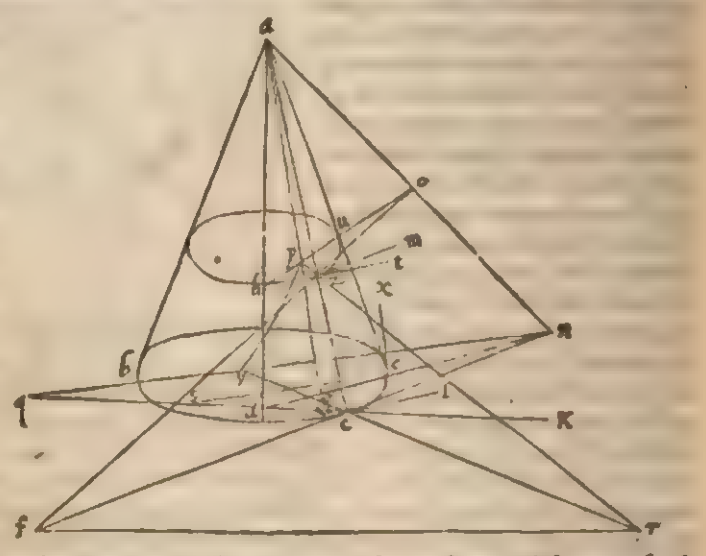
catur contingens circulum [per 17 p 3] quæ sit m z: & à puncto f ducatur perpẽdicularis supera z, [per 12 p 1] cadens in punctũ eius e: quæ producta cõcurrat cũ a o [per 11 ax.] quoniã angulus o a z est acutus [ex thesi.] Concurrat igitur in puncto n. Et [per 31 p 1] à púcto e ducatur æquidistãs lineę t h: & sit q e: & à puncto e ducatur ęquidistãs m z: quę sit e l. Palã [per lemma ad 37 th. opticorum Euclidis: uel per 42 th 6 libri συναγωγῆς μαθηματικῆς Pappi] quòd m z est perpendicularis super a e: quoniam a h est perpendicularis super circulum, per z transeuntem, [per 18 d 11] & m z super diametrum illius circuli [per 18 p 3] quia contingit. Igitur l e est perpendicularis super a e [per 29 p 1] & producatur q e ultra e: hęc concurret quidem cum axe: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrat in d. Fiat autẽ superficies l e, d q secans pyramidem: erit quidem sectio pyramidalis: [per 5 th. 1 con. Apoll. quia l d q planum obliquum est ad axem.] Cum ergo a e sit perpendicularis super f n, & super q d, & super l e: erit f n in superficie illa secante pyramidem [per 5 p 11.] Fiat ergo in illa superficie p f æquidistans q e: erit æquidistans t z [per 9 p 11] uerùm cum angulus f z h sit acutus: [per conclusionẽ] erit angulus t z f obtusus [per 13 p 1.] Ducatur à puncto z linea, faciens cum t z angulum, æqualem angulo o z t: quę quidem linea necessariò secabit f p [per lemma Procli ad 29 p 1: quia z t, f p sunt parallelæ.] Secet in puncto p: & ducatur linea p e. Cum ergo p z, o z sint in eadem superficie, & angulus o z t ęqualis angulo t z p [per fabricationem] reflectetur o ad p à puncto speculi z [per 12 n 4.] Et quia angulus o z t æqualis est angulo z f p: [per 29 p 1, & t z p æqualis z p f per eandem: quare z f p, & z p f æquantur] erunt latera z p, z f æqualia [per 6 p 1.] Et quia angulus f e z rectus [quia a e perpendicularis est ipsi f e n] quadratum f z ualet quadrata e z, e f: & quadratum p z ualet quadrata e z, e p [per 47 p 1.] Igitur p e, f e æqualia: [Quia enim z p, z f æquales iam conclusæ sunt: erunt ipsarum quadrata æqualia: subducto igitur communi quadrato z e: relinquentur quadrata e p, e f æqualia: ideoq; ipsorum latera e p, e f] & ita [per 5 p 1] e p f, e f p anguli erunt æquales. Quare anguli n e q, q e p æquales. [nam per 29 p 1 anguli n e q, e f p: item p e q, e p f æquantur: itaq; per 1 ax. n e q, p e q æquantur.] Et cum in eadem superficie sint, quæ est p e n: reflectetur n ad p à puncto e [per 12 n 4.] Similiter si ducatur quæcunq; linea à puncto f ad aliquod pũctum z e, & producatur usque ad o n: probabitur de puncto lineæ o n, in quod cadit, quòd reflectetur ad p à puncto lineæ z e, quod secat illa linea. Simili modo & omnium huiusmodi linearum probatio sumet initium à perpendiculari, quæ est f e, & à parte lineæ e z: quæ erit communis omnibus illis triangulis. Et ita quodlibet punctum lineę o n reflectetur ad p ab aliquo puncto lineæ e z.



32. Si linea recta obliquè inciderit uertici speculi conici conuexi: reflectetur à latere conico ad uisum inter dictam lineam & speculi superficiem situm: eiusq; imago parum curua uidebitur. 55 p 7.

HOc declarato dicamus. Cum uisus comprehenderit lineas rectas, transeuntes per uerticem speculi pyramidalis conuexi recti, obliquas super axem speculi: tunc formæ earum erunt parùm conuexæ. Sit ergo speculum pyramidale erectum a b c: cuius uertex sit a: & cuius axis sit a d: & extrahamus in superficie eius lineam a z [ut ostensum est 52 n 5] quocunque modo fit: in qua signetur punctum z, quocunque modo sit. Et transeat per z superficies æquidistans basi pyramidis: & faciat circulum z u [faciet autem per 4 th 1 con. Apol.] Et extrahamus ex z perpendicularem z h super a z [per 11 p 1.] Hæc ergo linea concurret cum axe pyramidis [per 11 ax. ut patuit præcedente numero.] Concurrat ergo in h. Et extrahamus ex z lineam contingentem circulum: [per 17 p 3] & sit z m: & extrahamus ex a lineam continentem cum utraque linea a z, h a angulum acutum: & sit extra superficiem, contingentem pyramidem, transeuntem per lineam a z. Et hoc est possibile: [quia angulus h a z est acutus per 18 d 11, 32 p 1.] Sit ergo a n: & extrahamus ex puncto h lineam in superficie, in qua sunt a n, a h, continentem cum a h angulum æqualem angulo a h z. Hæc ergo linea concurret cum a o: [per 11 ax.] nam duo anguli ad a, h sunt acuti. Concurrant ergo in o. Linea ergo h o concurret cum circumferentia circuli z u. Nam angulus a h o est æqualis angulo a h z. Concurrat ergo in u: & extrahamus a u rectè: & extrahamus perpendicularem h z ad t: & continuemus o z, & extrahamus rectè ad f: & extrahatur a z ad e. Angulus igitur f z h erit acutus: quia

linea o z secat superficiem, contingentem pyramidem, tráseuntem per a z: linea ergo a z est sub differentia communi inter superficiem o z h & superficiem contingentem. Et hæc differentia continet cum linea h z angulum rectum, [per fabricationem.] Angulus ergo e z h obtusus: ergo angulus f z h acutus [per 13 p 1.] Ponatur ergo in z f punctum f: à quo extrahatur perpendicularis f e super a e: & extrahatur rectè. Concurret ergo cum linea a o: [per 11 ax.] nam angulus o a e est acutus [per thesin, & ad e rectus est.] Concurrat ergo in n. Et extrahatur ex e linea e d æquidistans z h lineæ [per 17 p 3.] Erit ergo [per 8 p 11] e d perpendicularis super superficiem, contingentem pyramidem, tranſeuntem per a e: & extrahatur ex e linea æquidistans lineæ z m: & sit e l. Et extrahatur superficies, in qua sunt lineæ l e, e d. Secabit ergo superficiem pyramidis, & faciet sectionem [per 5 th. 1. con. Apoll.] Nam hæc superficies est obliqua super axem a d. Sit ergo sectio d e c: & m z est perpẽdicularis super superficiem a z h: & hoc declaratũ est in prædictis. [præcedente numero, per lemma ad 37 theor. opticor. Euclidis.] Ergo linea l e est perpendicularis super superficiẽ a e d [per 8 p 11.] Ergo angulus a e l est rectus. Et similiter angulus a e d rectus est [per 29 p 1] & a e n similiter rectus. Ergo [per 5 p 11] lineæ l e, n e, d e sunt in eadem superficie. Ergo linea f e n est in superficie sectionis. Et extrahatur ex f linea æquidistans lineæ d e: [per 31 p 1] & sit f r. Hęc ergo linea æquidistat lineæ h z [per 30 p 1.] Et extrahatur ex z in superficie o z h, linea continens cum z t angulum, æqualem angulo o z t. [per 23 p 1.]



Hæc ergo linea concurret cum f r [per lemma Procli ad 29 p 1] quia secat z h æquidistantem f r & est in superficie eius: quia z f est in superficie eius [per 35 d 1] Concurrat ergo in r. Ergo duo anguli, qui sunt apud r, f, sunt æquales: sunt enim æquales duobus angulis, qui sunt apud z [nam per 29 p 1 o z t, z f r: item t z r, z r t æquantur.] Duæ ergo lineæ r z, f z sunt æquales [per 6 p 1.] Et declaratum est, quod linea f e n est in superficie sectionis: & linea f r est æquidistans e d: est ergo in superficie sectionis [per 35 d 1.] Et continuemus r e: erit ergo [per 7 p 11] in superficie sectionis: & extrahatur d e ad k. Et declaratum est, quod e a est perpendicularis super superficiem sectionis: uterque ergo angulorum a e r, a e f rectus est: [per 3 d 11] & duæ lineæ f z, r z sunt æquales [per conclusionem. Ergo duæ lineæ r e, f e sunt æquales. [Quia enim anguli a e r, a e f sunt recti: quadrata z e, e f æquantur quadrato z f per 47 p 1: itemque quadrata z e, e r quadrato z r: at quadrata laterum z f, z r æqualium æquantur: quare ablato communi quadrato z e: quadrata e f, e r, ideoque latera e f, e r æquabuntur.] Ergo [per 5 p 1] duo anguli e r f, e f r sunt æquales. Ergo forma n reflectetur ad r ex e: [per 12 n 4: quia anguli n e k, r e k æquantur, cum per 29 p 1 æquentur æqualibus ad f & r] & forma o reflectetur ad r ex z. Et omnis linea extracta ex f ad aliquod punctum lineæ o n, secabit a e. Et patet, quòd linea illa erit æqualis lineæ extractæ ex r ad idem punctum. Nam a e est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ r e, f e: nam hæc sup. rficies est superficies sectionis: & duæ lineæ r e, f e sunt æquales. Ergo omnes duæ lineæ extractæ ex r, f ad unum aliquod punctum lineæ a e, sunt æquales. Patet ergo, quod forma puncti, quod est in o n, reflectetur ad r ex illo puncto, quod secatur in z e. Et similiter de omni puncto posito in a n ultra n, si copulatum fuerit cum f per lineam rectam, illa linea secabit a e ultra e. Patet ergo ex hoc, quòd forma lineæ a n, & quicquid continuatur cum ipsa, reflectetur ad r à superficie pyramidis a b g ex linea recta. Et similiter omnis linea extracta ex a, obliqua super axem. Et continuemus n d: secabit ergo circumferentiam sectionis: nam duo puncta d, n sunt in superficie sectionis, & n est extra circumferentiam sectionis: & d est intra sectionem. Secet ergo circũferẽtiã sectionis in c. Et quia triangulũ a o h est in eadẽ superficie [per 2 p 11] erit [per 1 p 11] n d in superficie trianguli a o h: c ergo est in superficie trianguli a o h: & duo puncta a, u sunt in superficie trianguli huius a o h: sed puncta a, u, c sunt in superficie pyramidis. Ergo puncta a, u, c sunt in differentia communi superficiei pyramidis, & superficiei a u d: sed hæc differentia est linea recta [per 18 d 11.] Ergo puncta a, u, c sunt in linea recta. Extrahatur ergo a u rectè ad c: & extrahatur r z rectè: secabit ergo o h [quia secat angulum z h o basi h o subtensum, & utraque z r & h o sunt in uno plano.] Secet ergo in puncto p. Erit ergo p in superficie trianguli a o h. Continuetur ergo a p, & tranſeat recte. Secabit ergo n d in g [quia secat angulum d a n.] Et quia f non est in superficie pyramidẽ contingente, tráseunte per lineã a z: [ex conclusõ] erit angulus f e d acutus. [Nã quia per conclusionem punctũ f est in plano sectionis seu ellipsis, obliquo ad a d e planũ axis, per 5 th. 1 con. Apol. & angulus a e f rectus est cõclusus: erit angulus f e d acutus: & angulus d e n est obtu-

sus

ſus [per 13 p 1.] Igitur angulus e n d eſt acutus [per 32 p 1.] Et ſit linea e x cõtingens ſectionẽ in puncto c. Patet ergo, ut in prædicta figura [30 n] quod angulus d c x eſt obtuſus: & qd perpẽdicularis extracta ex c ſuper c x, ſecabit angulũ d c x: & cõcurret cũ e d ſub d. Ergo hæc perpendicularis ſecet e d in s. Perpẽdicularis ergo extracta ex n ſup lineã cõtingentẽ ſectionẽ, ſecabit ſectionẽ ultra s: ſed remotius à d quã s: nã iſtę perpendiculares cõcurrent ultra circũferentiã ſectionis. Perpẽdicularis ergo extracta ex puncto n ſuper lineã contingentẽ ſectionẽ, non ſecabit angulũ d c x: erit ergo remotior ab n e, quàm ſit n d. Ergo hæc perpendicularis ſecat a d ſupra d. Sit ergo perpẽdicularis extracta ex n ſuper lineam cõtingentẽ ſectionẽ, linea n q. Et r e ſecat e n, & ſecat circumferẽtiã ſectionis: & eſt in ſuperficie eius: & n q eſt in ſuperficie ſectionis. Si ergo r e extrahatur rectè, ſecabit n q [quia cõtinuata ſecat angulũ n e q.] Secet ergo in y: & ſuperficies a n d ſecabit ſuperficiẽ ſectionis. Itẽ quia punctũ e eſt extra ſuperficiẽ a n d: (nã ſuperficies a n d nõ eſt ſuperficies ſectionis [in quæ eſt punctũ e] quia punctũ a eſt extra ſuperficiẽ ſectionis: & quia a e eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis, & e eſt in circumferentia illius) ergo n e d eſt differentia cõmunis ſuperficiei a n d & ſuperficiei ſectionis: & n q concurrit cũ ſectione ultra c [ut patuit.] Ergo n q eſt ultra ſuperficiem a n d: y ergo eſt ultra lineam a p g [quæ nõ eſt in ſuperficie a n d.] Si ergo uiſus fuerit in r, & forma alicuius uiſibilis reflectatur à linea longitudinis: tunc p erit imago o: [per 4 n 5] & y erit imago n: & a uidebitur in ſuo loco: quia eſt in uertice pyramidis. Et erit imago lineæ a o n linea tranſiens per punctа a, p, y: ſed hæc linea eſt cõuexa: quia eſt ultra lineã a p g. Sit ergo linea a p y. Et patuit â, quòd formæ omnium punctorũ, quæ ſunt in a n, reflectantur ad r ex a e. Lineæ ergo radiales, per quas reflectuntur illæ formæ, ſunt in ſuperficie trianguli r a e. Omnes ergo imagines lineæ a n ſunt in hac ſuperficie. Ergo linea a p y conuexa eſt in hac ſuperficie: & p eſt propinquius r quàm y. Et erit conuexitas imaginis huius ex parte uiſus: & erit conuexitas parua: & diameter huius imaginis erit minor ipſa linea, modica quantitate. Imagines ergo linearum rectarum, quæ extrahuntur ex uertice pyramidis oblique ſuper axem: comprehenduntur à uiſu in tali ſpeculo conuexæ. Et formę harum linearum reflectuntur à lineis rectis extenſis in longitudine pyramidis. Et hoc eſt, quod uoluimus declarare.

33. Si recta linea ſit parallela latitudini ſpeculi conici conuexi: & uiſus ſit extra planum dictæ lineæ baſi parallelum: reflectetur ab ellipſi: & imago uidebitur maximè curua. 56 p 7.

FOrmæ uerò linearũ æquidiſtantiũ latitudini ſpeculi pyramidalis cõuexi, reflectuntur à lineis conuexis, in ſuperficie ſpeculi: & conuexitas harum linearum patet, ut in ſpeculo columnari conuexo [29 n.] Et per illam eandem uiam etiam ſimiliter patebit, quòd imagines harum linearum erunt nimium cõuexæ & manifeſtæ ſenſui. Et erit centrum uiſus extra ſuperficies, in quibus eſt cõuexitas formarum harum linearum. Et erunt diametri imaginum harum linearum multò minores ipſis lineis.

34. Si recta linea nec uertici ſpeculi conici conuexi obliquè incidat, nec latitudini eius ſit parallela: imaginem uariæ obliquitatis pro uario ſitu uiſui offeret. 57 p 7.

DE lineis uerò obliquis exiſtentibus inter hos duos modos, quę appropinquant in ſuo motu lineis extenſis in longitudine pyramidis, habent formas parũ conuexas: quę uerò appropinquant lineis æquidiſtantibus latitudini pyramidis, habent formas manifeſtè conuexas.

35. In ſpeculo conico conuexo imago conica uidetur. 58 p 7. 40 p 6.

SEd tamen lineæ tortuoſæ, quæ appropinquant uertici pyramidis, habent formas minores, & ſtrictiores & conuexiores. Quæ uero appropinquant baſi pyramidis, habent formas ampliores, propter illud, quod declaratum fuit in ſpeculis ſphæricis conuexis: ſcilicet quòd quantò minus fuerit ſpeculum, tanto minores erunt circuli, qui cadunt in ſuperficiem eius: & ſic imagines erunt propinquiores centro: idcirco erunt minores. Et ſimiliter ſectiones, quæ cadunt in ſpeculũ pyramidale, quæ ſunt ex parte uerticis pyramidis, ſunt ſtrictiores & minores: & ſic imago erit propinquior puncto, in quo cõcurrunt perpendiculares, exeuntes à linea uiſibili perpendiculariter ſuper lineas contingentes ſectiones, quæ ſunt differentiæ communes: & ideo iſtę imagines erunt minores. Sectiones uerò, quæ ſunt ex parte baſis pyramidis, è contrario. Vnde accidit, ut forma comprehenſa in ſpeculo pyramidali conuexo ſit pyramidata: quod ſcilicet fuerit ex parte uerticis ſpeculi, erit ſtrictius, & quod ex parte baſis, erit amplius: & conuexitas latitudinis formæ erit manifeſta.

36. Imago uiſibilis propinqui ſpeculo conico conuexo, maior: longinqui, minor uidetur. 59 p 7.

ET accidit etiam in his ſpeculis, quòd quantò magis res uiſa appropinquauerit ſpeculo, tantò uidebitur maior: & quantò magis erit remota, tantò uidebitur minor. Fallaciæ ergo, quæ accidunt in his ſpeculis, ſunt ſimiles in omnibus diſpoſitionibus, illis, quæ accidunt in ſpeculis columnaribus conuexis, præterquam in pyramidatione formæ.

37. Ima-

37. Imago figuratur quodammodo à ſuo ſpeculo. 38 p 5.

ET omnino forma rei uiſæ, quæ comprehenditur per reflexionẽ, ſemper aſsimilabitur formæ ſuperficiei ſpeculi, à qua reflectitur forma. Et huius cauſſa eſt, quòd ſemper locus imaginis eſt ex forma ſuperficiei ſpeculi & ex loco concurſus perpendicularium. Ideo ſemper ſuperficies ſpeculi habet aliquam dignitatem in forma rei uiſæ, quæ comprehenditur in ſpeculo. Fallaciæ uerò compoſitæ in hoc ſpeculo, ſimiles ſunt fallacijs in prædictis ſpeculis.

DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS ſphæricis concauis. Cap. VII.

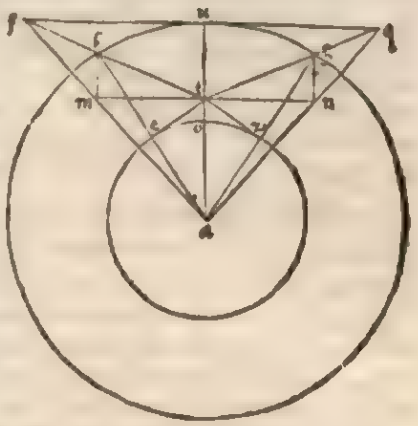
38. In ſpeculo cauo allucinationes frequentiores & maiores accidunt, quàm in plano & conuexo. Vitell. in proœmio 8 libri.

IN his uerò plures errores accidunt, quã in omnibus ſpeculis cõuexis & ſuperficialibus. Accidũt enim in ijs, quę in illis accidunt, ſcilicet debilitas lucis & coloris: & diuerſitas ſitus & remotiõis. Nã cauſſa huius eſt tãtũ reflexio, nõ forma ſpeculi. Accidit etiã in his ſpeculis ex diuerſitate quãtitatis, plus erroris, quã in ſpeculis cõuexis. Nã in cõuexis in maiore parte res cõprehẽditur minor: in cõcauis uerò quãdoq; cõprehẽditur maior: quãdoq; minor: quãdoq; ſecũdũ qd eſt: & hoc ſecundũ diuerſitatẽ poſitionũ ex ſpeculo & ex uiſu, ꝓut nos declarabimus in hoc capitulo. Accidit etiã in his ſpeculis, qd unũ uiſibile uidetur duo, & tria, & quatuor: & nõ eſt ita in ſpeculis ſuperficialib. & cõuexis. Vnũ enim uiſibile nõ cõprehẽditur in illis, niſi unũ: in cõcauis uerò nõ. Itẽ ordinatio partiũ rei uiſæ cõprehẽditur in ſpeculis cõuexis & ſuperficialibus, ſecũdũ qd eſt: in ſpeculis uerò cõcauis in pluribus ſitib. alio modo. Et hęc duo: ſcilicet cõprehenſio unius ut unũ: & cõprehẽſio ordinationis partiũ, ſecũdũ qd eſt, nõ habet aliquã deceptionẽ in ſpeculis ſphæricis cõuexis. Et cũ in his ſpeculis ſphęricis cõcauis accidit deceptio: patet, qd nihil cõprehẽditur in huiuſmodi ſpeculis, niſi cũ fallacia, aut ſemper, aut aliqua hora ſecũdũ diuerſitatẽ poſitiõis. Debilitas uerò lucis & coloris, & diuerſitas poſitionis, & diſtãtia accidũt in his ſpeculis, ſicut in alijs ſemper, & in omni poſitione. Quãtitas uerò, & forma, & numerus habẽt deceptionẽ in his ſpeculis in aliquib. ſitibus, ꝓut declarabimus. De numero uero declaratũ eſt in capitulo de imagine [66.67.69.70.71.72 n 5] quòd unũ uiſum in ſpeculis cõcauis habet unã imaginẽ, & duas, & tres, & quatuor: & quòd forma rei uiſæ ſemper cõprehenditur in loco imaginis. Verũ unũ uiſum cõprehenſum in ſpeculis ſphæricis concauis etiã fortè cõprehenditur unũ, & fortè duo, & fortè tria, & fortè quatuor: quod nõ accidit in ſpeculis ſphæricis cõuexis & ſuperficialibus. De ordinatione uerò partiũ rei uiſæ dictũ eſt in capitulo de imagine [65 n 5] quòd forma unius puncti reflectitur ex circũferentia unius circuli: & quòd uiſibilia, quorũ imagines retrò poſt uiſum, & antè, & in cẽtro uiſus, apparẽt dubia nõ certificata: & qd eſt huiuſmodi, nõ habet ordinationẽ partiũ, ſicut ipſa res uiſa habet. Et hoc etiã eſt in his ſpeculis aliter, quã ſit in ſpeculis cõuexis & ſuperficialibus. Cauſſæ aũt huius rei declaratæ ſunt in capitulo de imagine. Reſtat ergo declarare, quòd illud, quod cõprehenditur in his ſpeculis, fortè cõprehenditur maius: & fortè minus: & fortè ęquale: & quòd in quibuſdã poſitionibus cõprehendetur conuerſum, & in quibuſdã erectũ: & quòd erectũ in huiuſmodi ſpeculis cõprehendetur concauum, & conuexum, & rectum: & quòd conuexũ & concauũ cõprehẽduntur etiam aliter quàm ſint. Et hæc etiã ſunt ex diuerſitate ordinationis partiũ rei uiſæ. Et nos declarabimus hæc hoc modo.

39. Si uiſus & uiſibile fuerint intra ſpeculũ ſphæricum cauũ, in rectis linea extremis ſuis à centro æquabiliter diſtante: imago uidebitur ultra ſpeculũ, maior uiſibili. 46 p 8.

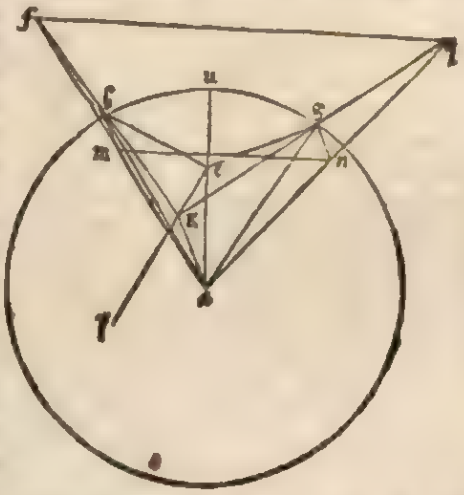
SIt ſpeculũ ſphæricum concauũ, cuius centrũ a: & ſecetur ſuperficie plana, tranſeunte per centrũ: & faciat circulũ b g [faciet aũt per 1 th 1 ſphær.] Extrahatur ab ipſius cẽtro linea quocũq; modo ſit: & diuidatur in duo æqualia: [per 10 p 1] & ponatur a centrũ, & in diſtantia a o faciamus circulũ: & ſit e z: & ponatur in linea o u punctũ t caſualiter, quocũq; modo ſit: & ex t extrahantur lineæ t n, t m, rectę ſuper lineã a u: [per 11 p 1] & extrahantur ex t lineæ t e, t z tangentes circulũ e z: [per 17 p 1] & continuemus a e, a z, & tranſeant ad b, g: & continuemus t b, b g: & [per 31 p 1] protrahamus b m æquidiſtantẽ ad a u, & g n etiam æquidiſtantẽ a u: & cõtinuemus a n, a m, & extrahantur rectè. Quia ergo a o eſt, ſicut o u: erit a e, ſicut e b, & a z, ſicut z g. [diametri enim circuli b g bifariam ſectæ ſunt in punctis e, o, z, per peripheriam e o z.] Et quia t e tangit circulũ e z: erit [per 18 p 3] t e perpendicularis ſuper a b: & ſimiliter t z perpendicularis ſuper a g. Linea ergo b t eſt, ſicut t a, & t g, ſicut t a: & angulus t b a, ſicut angulus t a b, & angulus t g a, ſicut angulus t a g. [per 4 p 1: quia duo latera a e, e b ęquãtur ex cõcluſo, & cõmune eſt e t, anguliq; ad e deinceps recti ſũt p 18 p 3: itẽq; duo latera a z, z g, & commune t z, anguliq; ad z recti.] Et quia b m eſt æquidiſtans a u: [ẽ fabricatione] erit [per 29 p 1] m b a, ſicut angulus b a t. Ergo angulus m b a eſt, ſicut angulus a b t: & ſimiliter angulus t g a, ſicut angulus a g n. Cum ergo uiſus fuerit in t: & m b fuerit aliquod uiſibile: tunc forma m extendetur per lineam m b, & reflectetur ad uiſum per lineam b t: & forma n extendetur per lineam n g, & reflectetur per g t. Viſus ergo t comprehendet punctã m, n ex punctis b, g & lineã m n ex arcu b g [per 66 n 5.] Et quia m t eſt perpendicularis ſuper a t: [per fabricationẽ] erit angulus m t b acutus: [per 32 p 1] & quia angulus b m t eſt, ſicut angulus m t u. [per 29 p 1: ideoq; angulus b m t rectus eſt, cũ m t u ſit rectus per fabricationẽ.] Ergo [per 19 p 1] t b eſt maior b m, & linea t b eſt æqualis lineæ a t: [per concluſionẽ.] ergo linea a t eſt maior linea b m, & ſunt æquidiſtãtes. Ergo t b

go t b concurret cum a m. [ſi enim ex trapezio a m b t fiat parallelogrammũ (æquato nẽpe latere b m ipſi t a, cumque eodem connexo) patebit per lemma Procli ad 29 p 1, a m concurrere cum t b: quia concurrit cum ipſius parallela.] Concurrant ergo in f: ergo eſt imago m. [per 6 n 5.] Et ſic declarabitur, quòd t g concurret cum a n. Concurrat in q: q ergo erit imago n. Et continuemus f q: quæ eſt diameter imaginis m b. Et quia t e, t z ſunt æquales: [per conſectariũ Campani ad 36 p 3] erunt anguli t a e, t a z æquales [per 8 p 1: quia a e, a z æquantur per 15 d 1, & a t eſt cõmune latus] & erunt lineæ t b, t g æquales [per 4 p 1: quia a b, a g æquantur per 15 d 1] & lineæ b m, g n æquales. (Quia enim b a, g a æquantur per 15 d 1, & a t eſt cõmunis, angulusq; b a t æqualis concluſus eſt angulo g a t: æquabitur per 4 p 1 angulus b t a angulo g t a, ideoq; per 13 p 1 angulus u t b angulo u t g. Quare cum anguli ad t deinceps recti ſint per fabricationẽ: æquabitur per 3 ax. angulus b t m angulo g t n, & anguli ad m & n recti per 29 p 1, æquantur per 10 ax. Itaq; per 26 p 1 b m æquatur g n: & m t ipſi n t] & lineæ a m, a n æquales [per 4 p 1: quia latera m t, n t æqualia concluſa ſunt, & commune eſt a t, angulique ad t deinceps recti] & proportio a f ad f m, ſicut proportio a t ad m b [per 4 p 6: quia triangula a t f, m b f ſunt æquiangula per 29. 32 p 1.] Et proportio a q ad q n eſt, ſicut proportio a t ad n g. Ergo proportio a f ad f m eſt, ſicut proportio a q ad q n [per 7 p 5: quia ratio a t ad b m & ad g n eadem eſt, cum b m æqualis oſtenſa ſit ipſi g n] & a m eſt ſicut a n [per concluſionem.] Ergo a f eſt ſicut a q. [Quia enim per concluſionem eſt, ut a f ad f m, ſic a q ad q n: erit per 16 p 5, ut f a ad a q, ſic f m ad q n: ergo per 19 p 5 ut a m ad a n, ſic a f ad a q: ſed a m æqualis oſtenſa eſt ipſi a n. Quare a f æqualis eſt a q.] Ergo f q æquidiſtat n m [per proximam concluſionem & 2 p 6.] Ergo f q eſt maior m n [per 4 p 6: quia a f ad a m, ſicut f q ad m n: ſed a f maior eſt a m p 9 ax: ergo f q maior eſt m n: ſed f q eſt diameter imaginis n m. Ergo ſi uiſus fuerit in t, & linea m n fuerit in aliquo uiſibili: tunc uiſus comprehendet formam maiorem, quàm ſit.]



40. Si uiſus fuerit ſublimior uiſibili intra ſpeculum ſphæricum cauum extremis ſuis à centro æquabiliter diſtante: imago uidebitur ultra ſpeculum, maior uiſibili. 47 p 8.

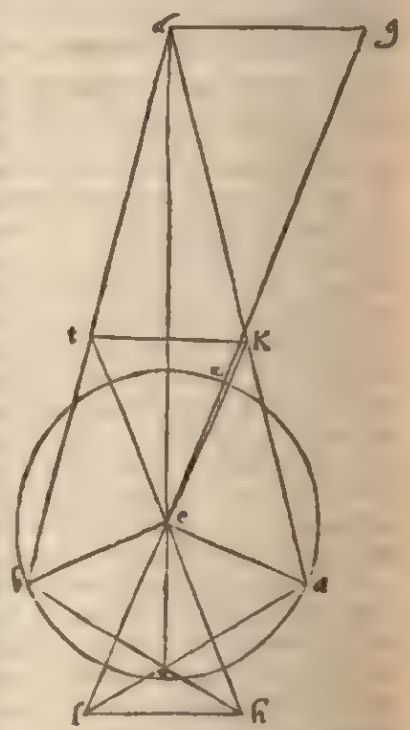
ITem: iteremus circulum b g: & lineam a u: & lineas a b, a g, t b, t g: & ſuper punctum t ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli b g [per 12 p 11] & ſit t k: continuemus k a, k b, k g. Superficies ergo k b a, k g a ſecant ſphæram ſuper centrum ſuum perpendiculariter, & ſuperficies tangentes ipſam [per 18 p 11.] Ex ipſis ergo reflectitur forma: & duæ differentiæ cõmunes inter has duas ſuperficies & iphærá, ſunt circuli magni [per 1 th 1 ſphær.] à quorũ circũferentia reflectũtur formæ. Et extrahamus b m in ſuperficie b k a æquidiſtantẽ a k: & ſit minor, quá a k: & cõtinuemus a m, & extrahatur rectè: & extrahatur k b, donec cõcurrat cum a m in f [cõcurret aũt, ut proximo numero oſtẽſum eſt: quia b m minor eſt a k per fabricationẽ.] Et extrahatur n g in ſuperficie k g a: & ſit æquidiſtãs a k: & ponatur æqualis b m: & cõtinuemus a n, & extrahatur rectè, donec cõcurrat in q: & cõtinuemus m n, f q. Quia ergo b t eſt ſicut t a [ut ſuperiore numero demonſtratũ eſt] erit b k, ſicut k a [per 4 p 1: nã t k commune latus eſt utriuſq; trianguli b t k, a t k, & anguli ad t recti per 3 d 11] & g k, ſicut k a: ergo b k eſt, ſicut g k: & [per 5 p 1] angulus k a b eſt, ſicut angulus k b a: & ſimiliter angulus k g a eſt, ſicut angulus k a g. Ergo angulus a b m eſt, ſicut angulus a b k [quia per 29 p 1 angulus a b m æquatur angulo k a b, cui æqualis cõcluſus eſt a b k] & angulus a g n eſt, ſicut angulus a g k. [Nã per 29 p 1 angulus a g n æquatur angulo k a g, cui æqualis oſtẽſus eſt angulus a g k.] Ergo erit angulus a b m, ſicut angulus a g n. [Quia enim g k æqualis concluſa eſt ipſi b k: & a g, a b æquantur per 15 d 1: & cõmunis eſt a k: æquabũtur anguli a b k, a g k per 8 p 1: & his æquãtur per proximã cõcluſionẽ a b m, a g n. Quare a b m, a g n æquãtur] & linea b m, ſicut linea a g n: [ex fabricatione] tũc linea a m erit, ſicut linea a n: [p 4 p 1: quia a b, b m æquãtur ipſis a g, g n, & angulus a b m angulo a g n] tũc duę lineæ f q, m n erũt æquidiſtãtes: [per 2 p 6, ut proximo numero demõſtratũ eſt] tũc f q erit maior linea m n. Tunc quando uiſus fuerit ſuper punctum k, & fuerit linea m n in aliquo uiſibili inferiore: tunc forma m extendetur ſuper lineam m b, & reflectetur per lineam b k in ſuperficie circuli, tranſeuntis per puncta b, a, k: & forma puncti n extendetur ſuper lineam n g, & reflectetur ſuper lineam g k in ſuperficie circuli, tranſeuntis per tria puncta g, a, k. Et erit imago puncti f punctum m: [per 6 n 5] & punctum q erit imago puncti n: & erit linea f q diameter imaginis n m. Et iam declarauimus



rauimus [ſuperiore numero] quòd linea f q eſt maior linea m n. Tunc quando uiſus fuerit ſuper punctum k, & fuerit linea m n in aliquo uiſibili: tunc uiſus apprehẽdet formam maiorem re uiſa. Et ſic, ſi reuoluerimus totam figuram in circuitu lineæ a u, ipſa immobili: tunc punctum k faciet circulum perpendicularem ſuper lineam a u. Et ſic omne punctum illius circuli habebit ſitum, reſpectu lineæ comparis m n, ſicut eſt ſitus k reſpectu m n. Si ergo uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſæ: tunc uiſus comprehendet formam illius lineæ maiorem. Et ſimiliter ſi extrahamus t k rectè, & poſuerimus in ipſa aliquod punctum præter k, & extraxerimus lineas ſemper ab illo puncto, quod eſt quaſi punctum k: erit modus eius ſicut modus puncti k. Ex his ergo duabus figuris patet, quòd in ſphæricis ſpeculis concauis & multa & ex multis ſitibus comprehenduntur maiora.

41. In ſpeculo ſphærico cauo imago interdum æquatur uiſibili: & quæ inter uiſum & ſpeculum, euerſa, quæ pone uiſum, erecta eſt. 48 p 8.

ITem: ſit ſpeculum ſphæricum a b circa centrum e: & extrahamus ſuperficiem tranſeuntem per e: & faciat circulũ a b: & extrahamus ex e lineã e z, quocunq; modo fuerit, uſq; ad g: & ex g extrahamus g d perpendicularem ſuper ſuperficiem circuli a b: [per 12 p 11] & in ipſa ſignemus punctum d, quocunq; modo fuerit: & continuemus d e: & extrahamus ipſam uſq; ad o: & extrahamus e b ita, ut contineat cum e d angulum obtuſum: & extrahamus e a ita, ut contineat cum e d angulũ, æqualem angulo d e b: & continuemus d a, d b. Sic ergo ſuperficies duorum triangulorũ d a e, d b e ſecant ſe ſuper lineam d e: & duo anguli acuti d b e, d a e erunt æquales. [per 4 p 1: nam ſemidiametri e a, e b æquantur per 15 d 1, & d e communis eſt: angulíq; d e a, d e b æquantur per fabricationẽ.] Extrahamus ergo ex b lineam in ſuperficie trianguli d e b, continentem cum e b angulum, æqualẽ angulo d b e. Hæc ergo linea cõcurret cum linea d e: quia angulus b e d eſt obtuſus, & angulus, qui eſt apud b, eſt acutus. [quia enim angulus d e b eſt obtuſus per fabricationem, reliquus b e o eſt acutus per 13 p 1, & e b o acutus, quia æquatus eſt d b e acuto. Quare d e, b o cõcurrent per 11 ax.] Concurrant in o: & extrahamus etiam ex a lineam in ſuperficie trianguli d a e, cõtinentẽ cũ a e angulũ, æqualem angulo d a e. Cõcurret ergo cũ d e in o: quia duo anguli a e o, b e o ſunt æquales [per fabricationem & 13 p 1] & anguli, qui ſunt apud a, b, ſunt æquales [itaq; per 26 p 1 b o, a o æquantur: ideoq; concurrunt in eodem puncto cõtinuatæ lineæ d e.] Et extrahamus e t ita, ut cõtineat cum e b angulum rectũ: & extrahamus t e ex parte e, & b o ex parte o: & concurrant in h. [concurrent autẽ per 11 ax: quia angulus h e b rectus eſt per fabricationem, & e b o acutus per concluſionem] & erit e t æqualis e h [per 26 p 1: anguli enim ad e deinceps recti æquantur: itemq; ad b per fabricationem: & b e commune latus eſt utriuſq; trianguli b e t, b e h] & b t æqualis b h. Et ſimiliter extrahamus e k ita, ut contineat cum e a angulum rectum: & extrahamus illã ex parte e: & extrahamus a o, & concurrant in l [concurrent autem per 11 ax. ut proximè oſtenſum eſt.] Sic ergo k e erit æqualis e l, & k a æqualis a l, & t e æqualis e h [per 26 p 1, ut patuit.] Et continuemus t k, l h. Erũt ergo æquales [duo enim latera a l, e h æqualia concluſa ſunt duobus lateribus e k, e t, & angulus l e h æquatur angulo k e t per 15 p 1. Quare per 4 p 1 l h, k t æquantur.] Si ergo uiſus fuerit in d, & l h fuerit in aliquo uiſibili: tunc d comprehendet l h in ſpeculo a b: & erit t imago h: & k imago l [per 6 n 5.] Sic igitur t k erit diameter imaginis l h: & eſt ei æqualis. Si ergo reuoluerimus totam figuram, l h immobili: tunc d faciet circulum. Et ſi uiſus fuerit in aliquo puncto illius circumferentiæ, poterit comprehendere aliquod uiſibile, compar lineæ l h: & erit imago eius æqualis ei. Et ſimiliter ſi uiſus fuerit in o, & res uiſa fuerit t k: erit imago æqualis rei uiſæ.



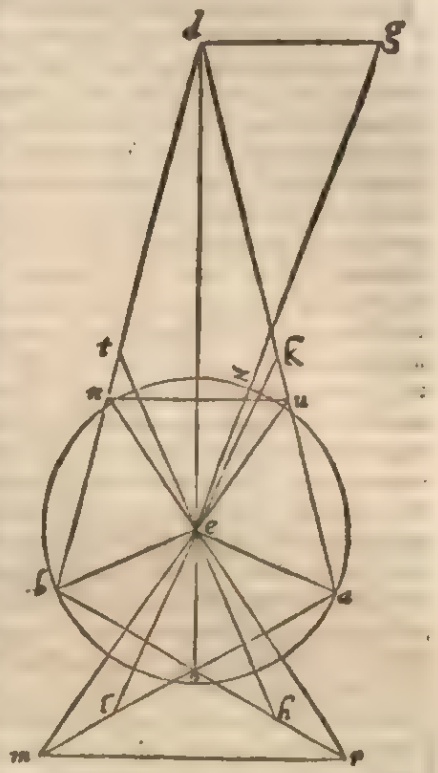
Sed tamen cum res uiſa fuerit l h, & uiſus fuerit d, fueritq; imago t k: erit imago conuerſa: ſi h fuerit in dextra, erit t in ſiniſtra: & ſi h fuerit in ſiniſtra, erit t in dextra: & ſi h fuerit ſupra lineam, erit t infra lineam & ſimiliter l. Et ſi res uiſa fuerit t k, & uiſus fuerit o, & imago fuerit l h: forma eſt recta. Nam imago l h erit retro uiſum, & comprehendetur ante rem uiſam, ſicut declarauimus in capitulo imaginis quinti tractatus [60 n.] Et uiſus comprehendet h, quod eſt imago t in linea h o, & l, quod eſt imago k, in l o. Patet ergo, quòd in ſpeculis concauis cõprehendatur res uiſa quãdoq; æqualis ſibi.

42. In ſpeculo ſphærico cauo imago inter uiſum & ſpeculum aliquando minor eſt uiſibili & euerſa: pone uiſum aliquando maior eſt, & erecta. 49 p 8.

ITem: extrahamus b h rectè: & in ipſa ſignemus r, & cõtinemus r e. Sic ergo angulus r e b erit obtuſus: [quia h e b rectus eſt per fabricationẽ] & extrahamus r e ad n. Sic ergo t b erit maior b n: [Quia enim angulus b e r obtuſus eſt: ergo r e continuata ultra e faciet cum e b angulum acutũ

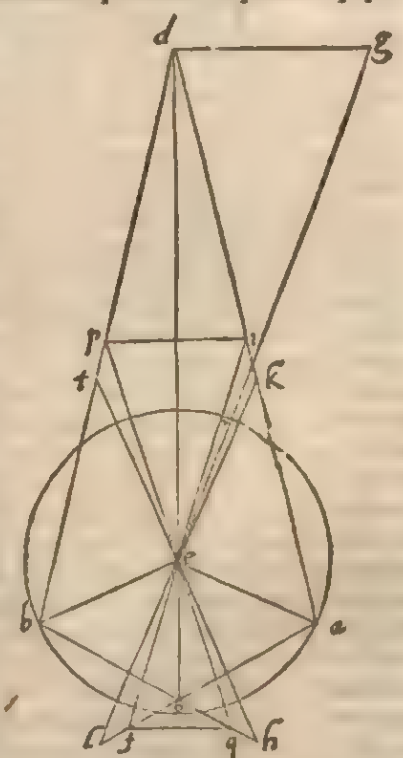
per

per 13 p 1, minorẽ recto b e t, & terminabitur in linea b d inter pũcta b & t. Quare b t erit maior b n] ergo linea r b est maior b n. [superiore enim numero t b æqualis cõclusa est ipsi b h, & r b maior est b h p 9 ax: ergo r b maior est t b. Quare eadẽ multò maior est b n] & [per 3 p 6] proportio r b ad b n est, sicut proportio r e ad e n. [angulus enim n b r bifariã secatur p lineã b e, ut patuit ꝓximo numero.] Quare linea r e est maior quàm linea e n. Et extrahamus a l rectè in m: & sit a m æqualis b r: & continuemus m e, & transeat usq; ad u. Erit ergo m e maior quàm e u [Quia enim latera e a, m a æquantur duobus lateribus e b, r b per 15 d 1, & proximam fabricationem, & angulus e a m æqualis conclusus est superiore numero angulo e b r: erit per 4 p 1 basis m e æqualis basi r e, & angulus m e a ęqualis angulo r e b, per conclusionem obtusus: ergo m e a est obtusus, & a e u acutus per 13 p 1. Quare cũ angulus a e u sit minor angulo m e a, & u a e ęqualis e a m per cõclusionẽ: reliquus a u e maior erit reliquo a m e per 32 p 1: ideoq; per 19 p 1 in triangulo a u m latus m a maius latere a u: sed ut m a ad a u, sic m e ad e u per 3 p 6: quia angulus m a u bifariam sectus est per rectam a e, ut patuit proximo numero. Quare m e maior erit e u.] Et continuemus m r, n u: erit ergo m r maior quã n u [Nam quia anguli e a u, e b n æquales conclusi sunt, & angulus a e u æquatur angulo b e n per 13 p 1: quia anguli m e a, r e b æquales demõstrati sunt, & a e ipsi e b: ęquabitur e u ipsi e n per 26 p 1: & m e æquatur ipsi r e per conclusionem, & angulus u e n angulo m e r per 13 p 1: erit per 7 p 5 m e ad r e, sicut u e ad n e. Quare cum triangula m e r, u e n sint per 6 p 6 æquiangula: erit per 4 p 6, ut m e ad e u, sic m r ad u n. Itaque cum m e maior sit per conclusionem ipsa e u, erit m r maior u n.] Si ergo m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in d: erit n u diameter imaginis m r: & n u est minor quàm m r. Et si uisus fuerit in o, & u n fuerit in aliquo uisibili: erit m r imago n u: & est maior quàm n u. Sed cũ m r fuerit uisibile, & n u fuerit imago, & d uisus: erit imago cõuersa. Et si res uisa fuerit n u, & uisus o: imago m r erit recta. Nam imago si fuerit ultra uisum, uidebitur ante. Et omne punctum imaginis uidebitur in linea, in qua est de lineis radialibus.



43. In ſpeculo ſphærico cauo imago inter uiſum & ſpeculum aliquando maior eſt uiſibili, & euerſa: pone uiſum aliquando minor eſt, & erecta. 50 p 8.

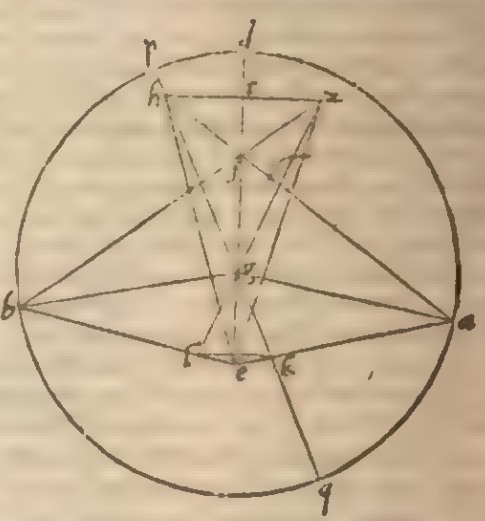
ITẽ: ſignemus in linea o h punctum q: & cõtinuemus q e: & tráſeat ad p: & ſit o f æqualis o q: [per 3 p 1] & continuemus e f, & transeat ad i. Erunt ergo duę lineæ p e, e i maiores duabus lineis e f, e q: [Quia enim angulus a e l rectus est, ut patuit 4 n: erit a e f acutus. Itaq; f e continuata ultra e, faciet cũ a e angulũ obtusum per 13 p 1, & cadet ultra e k. Erit igitur a i maior a k: sed a k æqualis conclusa est citato numero ipsi a l: ergo a i maior est a l, ideoq; multò maior ipsa a f. Et quia angulus i a f bifariã sectus est per rectã a e: erit per 3 p 6 ut i a ad a f, sic i e ad e f: sed cum i a maior sit a f: erit i e maior e f. Eodẽ argumento p e maior demonstrabitur ipsa e q] & erit linea p i maior quàm linea f q [cum enim duobus superioribus numeris æqualitas tum rectarum e h, e l, tum angulorum e h q, e l f demonstrata sit: & l f æquetur h q: quia tota a l æqualis est toti b h è concluso duorũ numerorũ præcedẽtium, & pars o f parti o h per thesin: æquabitur reliqua l f reliquę h q per 19 p 5: & erit per 4 p 1 e f æqualis e q, & angulus l e f angulo h e q. Et quia anguli recti a e l, b e h: itẽ a e o, b e o ęquantur: reliquus l e o æquabitur reliquo h e o, & l e f æqualis ostensus est ipsi h e q: ergo f e o æquatur q e o, & p 15 p 1, 1 ax. d e i ipsi d e p, & d e a æquatus est d e b, 41 n: reliquus igitur i e a æquatur reliquo p e b, & i a e æqualis conclusus est ipsi p b e, & a e æqualis ipsi b e per 15 d 1. Quare per 26 p 1 i e æquatur ipsi p e, & angulus i e p angulo f e q per 15 p 1. Ergo p 7 p 5. 6 p 6 triangula i e p, f e q sunt ęquiangula, & per 4 p 6, ut i e ad e f, sic p i ad f q: sed i e maior est e f ẽ cõcluso: ergo p i maior est f q.] Si ergo uisus fuerit in o, & p i in aliquo uisibili: erit f q imago p i: & f q est minor quã p i: & f q uidebitur super duas lineas a o, b o. Erit ergo forma retro uisum, & minor q̃ res uisa: & erit recta. Et si uisus fuerit in d, & f q fuerit in aliquo uisibili: erit p i imago f q: & est maior q̃ f q: & erit forma ante uisum conuersa. Patet ergo, quòd in ſpeculis cõcauis cõprehẽditur forma rei uisæ minor, & maior, & æqualis.



t 44. Si

44. Si uiſus ſit citra centrum ſpeculi ſpharici cani, uiſibile ultra: imago tum uiſibilis, tum uidentis, euerſa & minor uidebitur. 51 p 8.

ITem: ſit ſpeculum concauum a b: & centrũ g: & habeat ſuperficiem planam, tranſeuntem per cẽtrum, & faciat circulum a b: & extrahamus lineam g d, quocunque modo ſit: & tranſeat ex parte g ad e: & ſit uiſus in e: & ſit t in ſuperficie uiſus: & extrahamus t h perpendiculariter ſuper lineã e d: [per 11 p 1] & ſit z t ęqualis t h: & comprehendat e punctum h ex a: & g h producta in p, comprehendat arcum a p maiorem quarta circuli. Sic ergo erunt duo puncta a, h, à duobus lateribus puncti g. Nam ſi in eodem eſſent: tunc linea, quæ exiret à ſpeculo ad a, non diuideret angulum, quem continent duæ lineę radiales, per ęqualia [ſicq;, ut oſtenſum eſt 66 n 5, reflexio nulla fieret.] Et extrahamus lineas e a, a b, g a, g h: & tranſeat g h rectè ad k: duo ergo anguli apud a erunt ęquales: [per theſin & 12 n 4] & erit k imago h [per 6 n 5.] Et ſit arcus b d ęqualis arcui d a: [fiet autem ęqualis per 33 p 6, ſi per 23 p 1 ęquaueris angulum d g b angulo d g a] & continuemus lineas e b, b z, b g: & extrahamus z g ad l: & ſecet z b diametrum d g in f. Erunt ergo duo anguli apud b ęquales: [Quia enim a g, b g ęquantur per 15 d 1, & communis eſt g f, angulusque a g f ęquatus eſt angulo b g f: ęquabitur baſis a f, baſi b f, & angulus f a g angulo f b g per 4 p 1. Eadem de cauſſa e a g, e b g æquãtur, quia angulus b g e ęquatur angulo a g e per 13 p 1. Quare cum anguli ad a ęquentur, anguli ad b ęquabuntur.] & comprehendetur z à uiſu ex b: [per 12 n 4] & erit punctum l imago z: [per 6 n 5] & cõtinuemus k l: erit ergo k l diameter imaginis z h. Et quia t h eſt perpendicularis ſuper d e, & z t eſt ęqualis t h: erunt duę lineę e a, a h ęquales duabus lineis e b, b z: [Quia enim t h, z t ęquantur per fabricationem, & t f communis, angulique ad t recti ſunt: ęquabitur baſis h f baſi z f per 4 p 1: & a fiam antè ęqualis concluſa eſt ipſi b f: itaque tota a h ęquatur toti b z, & a e, b e ęquantur è cõcluſo] & duo anguli apud a ſunt ęquales duobus angulis apud b: erit h e ęqualis z e: [per 4 p 1] & linea g h eſt ęqualis lineę z h [per 4 p 1: quia z t, t h ęquantur per fabricationem, & communis eſt t g, angulique ad t recti ſunt.] Ergo duæ lineę a g, g h ſunt ęquales duabus lineis b g, g z, & baſis a h eſt ęqualis baſi b z: ergo [per 8 p 1] angulus a h k eſt ęqualis angulo b z l, & angulus h a k eſt ęqualis z b l: ergo h k eſt ęqualis z l [per 26 p 1: quia z b ęqualis concluſa eſt ipſi h a] & linea h g eſt ęqualis z g: [è concluſo] ergo g k eſt æqualis g l: [per 19 p 5] ergo k l eſt ęquidiſtans z h, [per 27 p 1: nam cum anguli ad uerticem g ęquentur per 15 p 1: ſitque per 7 p 5 l g ad g k, ſicut g z ad g h: ęquabitur per 6 p 6 angulus z l k angulo l z h.] Item angulus h g a eſt obtuſus [ex theſi & 33 p 6] & duo anguli apud a ſunt æquales: ergo linea g h eſt maior linea g k: [Nam quia angulus a g h obtuſus: erit per 13 p 1 angulus a g k acutus, & h a g, g a k ſunt ęquales ex theſi: quia punctum a eſt punctum reflexionis: quare per 32 p 1 angulus a k g maior eſt angulo a h k: & per 19 p 1 in triangulo a h k latus a h maius eſt a k: ſed ut a h ad a k, ſic h g ad g k per 3 p 6: quia anguli ad a æquales. Itaque cum a h maior ſit a k: erit h g maior g k] & ſimiliter z g eſt maior, quàm g l. Linea ergo k l eſt minor, quàm z h [cum enim triangula k g l, h g z ſint ęquiangula per 15 p 1. 6 p 6: erit p 4 p 6, ut g k ad g h, ſic k l ad z h: & cum g k ſit minor g h, erit k l minor z h.] Sed k l eſt diameter imaginis z h: ergo z h uidetur minor, quam ſit ſecundum ueritatem: & linea z h eſt ſuperficies faciei aſpicientis. Si ergo reuoluerimus circulum a d b, e d immobili: fiet ex duobus punctis a, b circulus in ſuperficie ſpeculi: & erit ſitus uiſus e, reſpectu cuiuslibet comparis lineæ z h ex illo circulo, quem ſignant puncta z, h, & ex omni arcu compari arcui a b ex portione ſpeculi, quam diuidit circulus, quem ſignant duo puncta a, b, ſicut eſt ſitus, quem uiſus e habet ex linea z h, & ex arcu a b. Et ſimiliter declarabitur, ſi poſuerimus lineã z h maiorem, aut minorẽ. Patet ergo ex his omnib. quòd diameter ſuperficiei faciei aſpicientis cõprehenditur in ſpeculo cõcauo minor, q̃ ſit. Sciendum ergo, quòd ſi fuerit uiſus in e: tunc aſpiciens comprehẽdet formam ſuam minorem, q̃ ſit. Et quia k eſt imago h, & l eſt imago z: erit imago cõuerſa. Et ſic uiſus e cõprehendet ſuam formam ſecundum quod eſt dextrũ in ſiniſtro, & ſurſum deorſum, & è contrario. Similiter ſi uiſus fuerit in quolibet puncto, inter quod & ſuperficiẽ ſpeculi fuerit centrũ ſpeculi: cõprehendet formã ſuã conuerſam. Et hoc eſt quod uoluimus. Patet ergo ex his quatuor figuris, quòd in ſpeculo concauo imago quandoq; comprehẽditur maior: quandoq; minor: quandoq; ęqualis: & nunc recta, nunc conuerſa. Et in capitulo de imagine [72 n 5] diximus, quòd in ſpeculo cõcauo imago quandoq; erit una: quandoq; duę: quandoq; tres: & quandoq; quatuor: & hoc idem accidit in his prędictis. Illud ergo, quod habet imaginem ſe maiorem, fortè habebit alias minores & ęquales: & quod imaginem habet minorem, fortè habebit alias maiores & minores. Et quod rectum uidebitur, fortè uidebitur ſub alia imagine conuerſum, & è contrario. Reſtat ergo declarare formas eorum, quæ comprehenduntur in his ſpeculis.



45. In ſpeculo ſpharico cauo imago lineæ rectæ aliquando uidetur recta. Et ſi duo lineæ rectæ termini reflectantur à duobus punctis peripheriæ circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficie-

rum

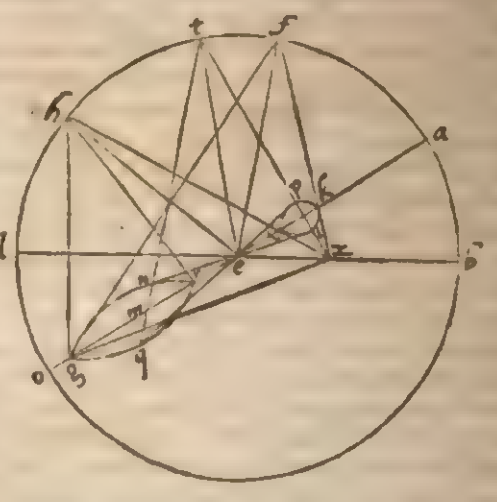
rum, reflexionis & ſpeculi ſpharici cani) puncta dicta recta intermedia à punctis dicta peripheria intermedijs reflectentur. 54.42 p 8.

SIt ergo ſpeculum ſphæricum concauum a b: & extrahamus in ipſo ſpeculo ſuperficiem planã, tranſeuntem per centrũ: & faciat circulũ a b circa centrũ e [faciet autem per 1 th. 1 ſphær.] & extrahamus in hoc circulo duas diametros ſe ſecãtes a e o, b e d: & ſpeculum nõ excedat arcũ b a d o: & ponamus in b e punctum z, quocunq; modo ſit: & ponamus in linea a e punctum k: & ſit a k maior quàm k e: & continuemus z k: & tranſeat ad f: & continuemus e f: & ſit angulus g f e æqualis angulo z f e. [per 23 p 1.] Quia igitur [per 7 p 3] f k eſt maior k a, & k a eſt maior quàm k e: [ex theſi] erit f k maior quàm k e: angulus ergo f e k maior eſt angulo e f k: [per 18 p 1] ergo eſt maior angulo e f g. Linea ergo f g concurret cũ linea k e. [ſi enim non concurrat: erit ad ipſam parallela: itaq; per 29 p 1 angulus e f g æquabitur angulo f e k, quo minor eſt concluſus.] Concurrant ergo in g. Duæ ergo lineæ z f, f g reflectuntur propter angulos æquales z f e, g f e: [per 12 n 4] k ergo eſt imago g, ſi uiſus fuerit in z [per 6 n 5.] Et extrahamus lineam z l h quocunq; modo ſit: & cõtinuemus e h, h g, z g: & extrahamus f e uſq; ad m. Proportio ergo z m ad m g eſt, ſicut ꝓportio z f ad f g [per 3 p 6: quia angulus g f z bifariam ſectus eſt per rectã e f] & [per 7 p 3] z h eſt maior quàm z f, & g h eſt minor quàm g f. Ergo proportio z h ad g h eſt maior, quàm proportio z f ad f g: [ut conſtat ex 8 p 5] eſt ergo maior quàm proportio z m ad m g. Ergo [per 3 p 6] linea, quę diuidit angulũ z h g in duo æqualia, ſecat lineã m g: ſecat ergo lineã e g. Secet ergo lineam e g in r: ergo angulus g h e maior eſt angulo z h e: & h z ſecet a e in l. Ergo duæ lineæ z h, h r reflectũtur propter angulos æquales: [r h e, z h e per 12 n 4] & erit l imago r. Dico ergo, quòd forma cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad uiſum z ex puncto aliquo arcus f h, & non ex alio. Huius rei demonſtratio eſt, quoniam in capitulo de imagine, quinto tractatu in duabus figuris [66 n] dictum eſt, quòd duo arcus a b, d o non poſſunt eſſe tales, quòd ex illis reflectatur aliquid de linea e o ad z: & arcus e o non eſt de ſpeculo: [nam ex theſi ab arcu ſpeculi b a d o fit reflexio, cũ ille tantùm ſub uiſum in diametro d b poſitum cadat] nõ ergo remanet niſi arcus a d. Sed in triceſima quinta figura [66 n 5] dictum eſt, quòd forma cuiuslibet pũcti diametri e o reflectitur ab aliquo puncto arcus a d. Et in triceſima ſexta, capitulo de imagine [73 n 5] patuit, quòd nunquã reflectitur forma puncti lineæ g r ad z ex arcu a d, niſi ex ſolo puncto. Forma ergo cuiuslibet puncti lineæ g r reflectitur ad z ex uno ſolo puncto arcus a d. Et ponamus in linea g r punctum e. Dico ergo, quòd illud punctũ non erit, niſi in arcu f h. Sin autem reflectatur forma e ad z ex u, quod eſt in arcu a f: & continuemus lineas z u, e u, g u, c u. Linea ergo g u erit maior g f [per 7 p 3] & z u eſt minor quàm z f. Ergo [ut cõſtat ex 8 p 5] ꝓportio g u ad z u eſt maior proportione g f ad f z: ergo maior proportione g m ad m z [quia enim angulus g f z bifariam ſectus eſt per rectam f m: erit per 3 p 6 g f ad f z, ſicut g m ad m z.] Linea ergo, q̃ diuidit angulũ g u z per æqualia, ſecat lineam z m: ſecat ergo z e: angulus ergo g u e eſt minor angulo e u z: ergo angulus c u e multò minor eſt angulo e u z. [Itaq; cum anguli incidentiæ & reflexionis ſint inæquales: nulla à puncto u ad uiſum z fiet reflexio, ut patet per 12 n 4.] Et ſimiliter de quolibet puncto arcus a u. Forma ergo c non reflectitur ad z, niſi ex arcu h f. Et dico, quòd non poteſt reflecti ex arcu h d. Quod ſi fuerit poſsibile: reflectatur ex q, quod eſt in arcu h d: & continuemus lineas z q, e q, r q, e q, z r: & extrahamus e h ad n. Linea ergo z q eſt maior quã z h [per 7 p 3], & linea q r eſt minor quàm h r: ergo proportio z q ad q r eſt maior proportione z h ad h r: [ut patet per 8 p 5] quæ eſt, ſicut proportio z n ad n r [per 3 p 6: quia angulus r h z bifariam ſectus eſt per rectam h n.] Linea ergo, quæ diuidit angulum z q r in duo æqualia, ſecat lineam n r: ſecat ergo lineam e r: angulus ergo r q e eſt maior angulo e q z: angulus ergo c q e eſt multò maior angulo e q z. Hoc idem ſequitur in omni puncto arcus h d. Forma ergo c non reflectitur ad z ex arcu h d: neque ex arcu a f. Sed iam patuit, quòd omnino debet reflecti ex arcu a d. Forma ergo c non reflectitur ad z, niſi ex aliquo puncto arcus f h [nam quòd à punctis h & f reflexio nulla fiat, patet per 74. 75 n 5.] Reflectatur ergo ex t: & continuemus lineas c t, & z t. Quia

ergo t est inter duo pũcta f,h: erit linea z t inter duas lineas z f, z h. linea ergo z t secat lineam k l: secet ergo lineam ipsam in i: i igitur est imago t [per 6 n 5] & t nullam habet imaginem nisi i. [quia ab uno tantùm puncto peripheriæ f h fit reflexio per 73 n 5.] Et sic declarabitur, quòd imago cuiuslibet puncti lineę g r est punctum lineæ k l· k l ergo est imago g r: & k l est linea recta: quia est pars semidiametri circuli, a e: & g r est linea recta, quia est pars semidiametri circuli, o e. Ergo comprehendit formam g r rectè in speculo sphærico a b. Et hoc est quod uoluimus.

46. In speculo sphærico cauo imagines linearum: conuexa, cauæ, aliquando uidentur cõuexæ, cauæ: eademq; obliquitate uisum, qua ipsa linea speculum, respiciunt. 55 p 8.

ET iteremus figurã, & constituamus super lineam g r à duobus lateribus duos arcus, quomodocunq; sint, scilicet g n r, g q r: & sit arcus g n r non secans lineam g h: & ponamus in linea g r punctum m, quomodocunq; sit. Forma ergo m reflectitur ad z ex pũcto aliquo arcus f h [per proximum numerum.] reflectatur ergo ex t: & continuemus lineas z t, & m t. Duo ergo anguli z t e, e t m sunt æquales [per thesin & 12 n 4.] Linea ergo m t secabit arcũ g n r: secet ergo in n: & extrahamus lineã t m in parte m: secabit ergo g q r: secet ergo in pũcto q: & cõtinuemus n e: & extrahatur recte: secabit ergo z t sub linea k l: secet ergo illã in i: & cõtinuemus q e: & extrahamus ipsam rectè: secabit ergo z t supra k l: secet ergo ipsam in p. Quia ergo duo anguli ad t sunt æquales: [per thesin & 12 n 4] erit i imago n: [per 6 n 5] & duo puncta k, l imagines duorum punctorum g, r. Imago ergo arcus g n r, est linea transiens per puncta k, i, l, ut linea k i l. Sed linea k i l est conuexa ex parte uisus z: & arcus g n r est conuexus ex parte speculi. Ergo uisus z comprehendet formam lineæ g n r conuexæ, lineam conuexam. Et quia duo anguli apud t sunt æquales [nimirũ p t e, q t e per thesin & 12 n 4] erit p etiam imago q [per 6 n 5] & erit linea l p k ex parte uisus cõcaua: & est imago arcus g q r, cõcaui ex parte superficiei speculi. Ergo uisus z comprehendet formam arcus g q r concaui, lineam concauam. In speculis ergo concauis ex quibusdam sitibus comprehenditur linea conuexa, conuexa: & concaua, concaua.

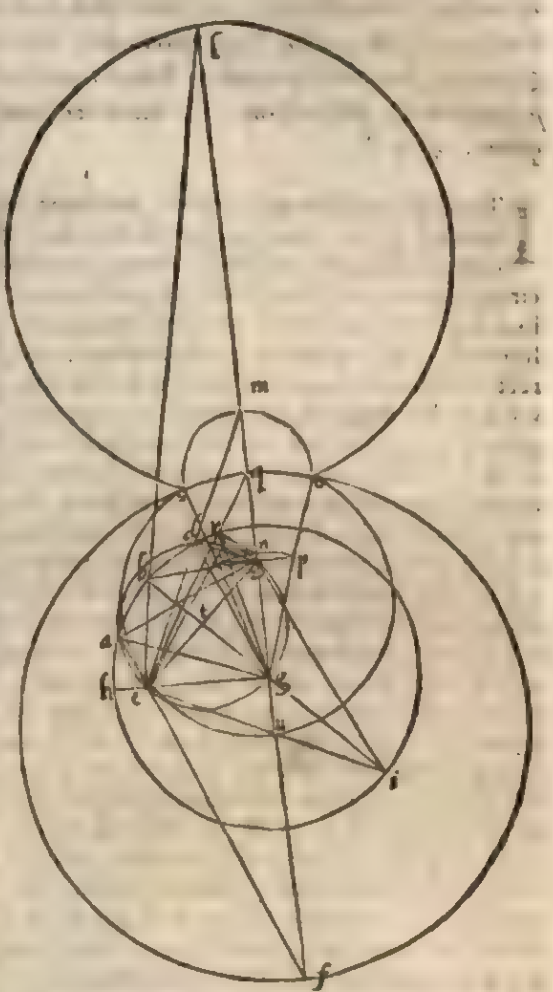


47. In speculo sphærico cauo linea: recta, & curua conuexa parte speculum respiciens, habent aliquando imagines curuas: recta quatuor: curua unam: omnesq; cauæ parte uisum respiciunt. 56 p 8.

ITem: sit speculum concauum: in quo sit circulus a b d maximus: & centrum g: & extrahamus lineam b g, quomodocunq; sit: & diuidamus ex ipsa lineam g t maiorem medietate: & extrahamus ex t lineam e t z perpendiculariter super b g: & sit utraq; e t, t z æqualis t g [per 3 p 1.] Et cõtinuemus e g, g z: & describamus circa triangulũ e g z circulũ: [per 5 p 4] secabit ergo circulũ a b d in duobus punctis: [per 10 p 3.] nam punctũ t est centrũ huius circuli [per 9 p 3: æquatæ enim sunt rectæ e t, t z, t g] & t g est maior t b. Secet ergo circulus ille circulum a b d in punctis a, d: & continuemus lineas g a, g d, e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t, t z sunt æquales: erunt duæ lineæ e g, g z æquales: [per 4 p 1: quia t g communis est, & anguli ad t per fabricationem recti sunt] & similiter e b, b z æquales. Et quia duo arcus e g, g z sunt æquales: [per 28 p 3: quia subtenduntur ab æqualibus rectis e g, g z] duæ lineæ e a, a z reflectentur inter se propter angulos æquales [nam anguli e a g, z a g per 27 p 3 æquantur] & duæ lineæ e b, b z reflectentur inter se propter angulos [e b g, z b g] æquales [per 27 p 3.] Et quia g t est maior quàm t b: [ex thesi] erit g e maior quam e b. [Quia enim anguli ad t sunt recti per fabricationem, æquabitur per 47 p 1 quadratum e g quadratis g t, e t: item quadratum e b quadratis b t, e t: itaque cum quadratum g t sit maius quadrato t b: quia g t maior est t b ex thesi: subducto communi e t: erit per 5 ax. quadratum e g maius quadrato e b: ideoque latus e g maius latere e b.] Angulus ergo e b g est maior angulo e g b [per 18 p 1] & angulus e g b est semirectus. [Quia enim angulus ad t rectus est per fabricationem, & t e g, t g e æquales per 5 p 1: quia e t, g t æquales positæ sunt: erit eorum quilibet dimidius unius recti per 32 p 1.] Igitur duo anguli e g b, e b g simul sunt maiores recto: ergo angulus b e g est recto minor: [p 32 p 1] & angulus e g z est rectus [p 31 p 3.] Ergo duæ lineæ e b, g z cõcurrẽt extra circulũ in parte b z [p 11 ax.] Cõcurrant ergo in l. Et quia e d est intra triangulũ l e g: cõcurret cũ linea g m: cõcurrat ergo in m. Et quia g b trãsit per centrũ z e g circuli: erit portio a g minor semicirculo: ergo [p 31 p 3] angulus a e g est obtusus, & angulus e g z est rectus. Ergo illæ duæ lineæ a e, z g cõcurrẽt in parte e g [erunt enim anguli ad e & g dictis angulis deinceps, minores duobus rectis per 13 p 1. Quare cõcurrent ex parte e g per 11 ax.] Concurrant ergo in f. Si ergo uisus fuerit in e, & z in aliquo uisibili: tunc puncta

m, l, f

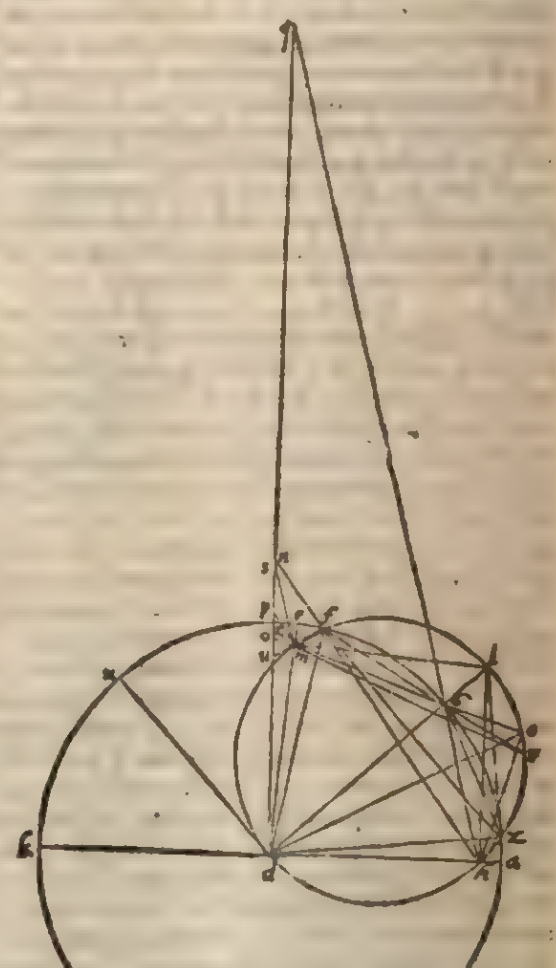
m, l, f erunt imagines puncti z. Sic ergo z comprehendetur in tribus locis [quia à tribus punctis a, b, d reflectitur ad uiſum e.] Item extrahamus ex e lineam ad arcum d z, quomodocunque ſit: & ſit e k: & continuemus g k: & ſecet arcum d z in k: & continuemus lineam k z. Quia ergo arcus e g, g z ſunt æquales: [ex concluſo] erunt [per 27 p 3] duo anguli e k g, g k z æquales. Et continuemus g k in r: & extrahamus e r, z r. Ergo angulus e r g eſt maior angulo g r z. [Quia enim anguli e k g, z k g æquales ſunt concluſi: æquabuntur anguli e k r, z k r per 13 p 1. Poſitis igitur angulis ad r æqualibus: erunt triangula e k r, z k r æquiangula per 32 p 1: & per 4 p 6 r k ad duas rectas k e, k z eandem habebit rationem. Quare ipſæ erunt æquales per 9 p 5: ideoq; & peripheriæ e a d k & k z ipſis ſubtenſæ per 28 p 3: quod fieri non poteſt. Nam quia rectæ a g, d g æquantur per 15 d 1: æquabuntur peripheriæ a g, d g ipſis ſubtenſæ per 28 p 3: & e g æqualis concluſa eſt ipſi z g, reliqua igitur a e æquatur reliquæ d z: ergo e a maior eſt k z per 9 ax: ergo e a d k multò maior eſt k z. Quare angulus e r g non eſt æqualis angulo g r z: nec eſt eo minor: quod eodem argumento oſtendetur. Angulus igitur e r g maior eſt angulo g r z.] Sit ergo angulus g r n æqualis angulo e r g [per 23 p 1.] Duæ ergo lineæ e r, r n reflectentur inter ſe, propter angulos æquales [per 12 n 4] & extrahamus e r ad q: erit ergo q imago n reſpectu e. Et imaginemur ſuperficiem exeuntem à linea m g f, perpendiculari ter ſuper circulum a b d: & extrahamus ex z lineam in hac ſuperficie, perpendicularem ſuper g z, & tranſeat in utranque partem. Sit ergo c z p: & ponamus g centrum: & in longitudine g n faciamus arcum circuli c n p: ſecabit ergo lineam c z p in duobus punctis: & ſint c, p: & continuemus lineas g c, g p. Erunt ergo in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem a b d: & extrahamus g c, g p rectè: & ſuper g, & in longitudine g q faciamus arcum circuli: ſecabit ergo duas lineas g c, g p: ſecet in s, o. Quia ergo ſuperficies a b d circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem duarum linearum g c, g p: erunt duo anguli e g s, e g o recti [per 4 d 11] & e g perpendicularis ſuper ſuperficiem g c p: erit ergo [per 18 p 11] utraque ſuperficies e g s, e g o perpendicularis ſuper ſuperficiem s g o: & utraque iſtarum duarum ſuperficierum facit in ſpeculo circulum magnum, [per 1 th. 1 ſphær.] comparem circulo a b d. Punctum ergo circuli compar puncto r, eſt, quod facit ſuperficies e g s. Ergo concurrunt ex ipſo ſecundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e, c: & ſimiliter inter duo puncta e, p: & lineæ g c, g p ſunt æquales [per 15 d 1] & lineæ g s, g q, g o ſunt æquales: & q eſt imago n: & s imago c: & o imago p. Imago ergo arcus c n p conuexi ex parte ſpeculi, eſt arcus s q o concauus ex parte uiſus: & l eſt imago z: & duo puncta s, o ſunt imagines c, p. Imago ergo lineæ c z p eſt linea tranſiens per puncta s, l, o: & talis eſt concaua ex parte uiſus. Et ſignemus lineam tranſeuntem per puncta s, l, o: & extrahamus lineam e g ad h. Si ergo ſpeculum non peruenit ad duo puncta b, h, ſed alter ſuorum terminorum fuerit inter duo puncta b, h, & reliquus fuerit infra h, & uiſus fuerit in e: & duæ lineæ p z c, p n c fuerint in aliquo uiſibili: tunc forma lineæ p z c rectæ, erit concaua, ſcilicet s l o: & forma arcus p n c conuexi erit etiam linea concaua, ſcilicet s q o. Et p z c recta habebit unam imaginem: & arcus p n c habebit unam imaginem. Item extrahamus b g ad i: & continuemus lineas e i, i z: iſtæ ergo duæ lineæ reflectuntur ſecundum angulos æquales: [Quia enim e b, z b æquales ſunt concluſæ, & communis eſt b i: angulique e b i, z b i æquales per 27 p 3, ut patuit: æquabuntur per 4 p 1 anguli e i b, z i b] & e i ſecabit f g: ſecet ergo in u: u ergo erit imago z [per 6 n 5.] Puncta ergo m, l, u, f ſunt imagines z. Et ſi ſpeculum exceſſerit duo puncta a, d, & uiſus fuerit in e, & dorſum aſpicientis fuerit ex parte arcus a i, & comprehenderit totum arcum i d a: tunc z uidebitur in quatuor locis, ſcilicet l, m, u, f: & uidebit duo puncta p, c in duobus punctis s, o: & ſic linea recta p z c habebit quatuor imagines concauas: una tranſibit per puncta s, m, o, ſcilicet linea s m o: ſecunda tranſibit per puncta s, l, o, ſcilicet linea s l o: tertia tranſibit per puncta s, u, o, ſcilicet linea s u o: quarta tranſibit per puncta s, f, o, linea ſcilicet s f o. Pa-



tet ergo ex hac figura, quòd linea recta in ſpeculis concauis comprehendatur concaua: & connexa comprehendatur concaua: & quòd recta habet plures formas concauas.

43. Si duo uiſibilis puncta à duobus ſpeculi ſpharici caui punctis ad unum uiſum reflexa, in eadem ſpeculi diametro imagines ſuas habeant: recta inter centrum ſpeculi & imaginem longinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum uiſibilis à ſpeculi centro longinquius, maiorem rationem habet: quàm recta inter ſpeculi centrum & imaginem propinquiorem, ad rectam inter idem centrum & punctum uiſibilis centro ſpeculi propinquius. 43 p 8.

ITem: ſit ſpeculum concauum, per cuius centrum tranſeat plana ſuperficies: & faciat circulum a b g [faciet autem per 1 th. 1 ſphær.] & ſit centrum d: & extrahamus ex d lineam, quocunque modo ſit: & ſit d g: & tranſeat extra circulum: & extrahamus ex d in ſuperficie huius circuli lineam perpendicularem ſuper lineam d g [per 11 p 1] & ſit d a: & abſcindamus de angulo a d g recto particulam paruam, quomodocunque ſit: & ſit angulus g d e, ita ut inter angulum rectum & angulum a d e ſit multiplum anguli e d g: [id quod fieri poteſt continua anguli recti biſſectione, donec angulus a d e ſit multiplex ad angulum e d g] & diuidamus angulum a d e in duo æqualia, per lineam d b [per 9 p 1] & abſcindamus de angulo b d a æqualem angulo e d g, per lineam z d: & extrahamus ex d lineam continentem cum b d angulum rectum: & ſit d x: & extrahamus a d in parte d: & ſit d k: & extrahamus ex z lineam continentem cum z d angulum, æqualem angulo k d x: & ſit z h. Hæc ergo linea concurret cum d a: [per 11 ax.] Nam duo anguli k d x, a d z ſunt minores duobus rectis [ideoque a d z, h z d ijſdem ſunt minores: quia h z d æquatus eſt angulo k d x.] Concurrant ergo in h. Angulus ergo z h d eſt æqualis angulo z d x. [Quia enim tres anguli z d h, z d x, k d x æquantur duobus rectis per 13 p 1: quibus item æquantur tres anguli trianguli z d h per 32 p 1: tres igitur illi tribus his æquantur. Itaque cum z d h communis æquetur ſibi ipſi, & d z h æquatus ſit ipſi k d x: reliquus z h d æquabitur reliquo z d x.] Et extrahamus ex z lineam continentem cum z h angulum, æqualem angulo b d k obtuſo: & ſit z l. Duo ergo anguli l z d, b d z ſunt minores duobus rectis. [Quia enim anguli b d k, b d a æquantur duobus rectis per 13 p 1: erunt anguli, b d k, id eſt, per fabricationem, l z h, & b d z minores duobus rectis: ideoque l z d, b d z ijſdem multò minores erunt.] Linea ergo z l concurret cum d b [per 11 ax.] Concurrant ergo in l: & continuemus l h: & [per 5 p 4] circa triangulum h l d faciamus circulum d h l: tranſibit ergo per z [per conuerſionem 22 p 3.] quia duo anguli l z b, l d h ſunt æquales duobus rectis [quia æquantur duobus angulis b d k, l d h æqualibus duobus rectis per 13 p 1.] Anguli ergo l h z, l d z ſunt æquales [per 27 p 3] quia baſis eorum eſt idem arcus: [l z] ſed angulus z h d eſt æqualis angulo z d x: [per concluſionem] remanet ergo angulus l h d æqualis angulo l d x: & angulus l d x eſt rectus: [per fabricationem] ergo angulus l h d eſt rectus. Et abſcindamus ex linea d e lineam d m, æqualem d h [per 3 p 1] & continuemus l m. Angulus ergo l m d eſt rectus. [quia per 4 p 1 æquatur angulo l h d recto concluſo: duo enim latera h d, l d æquantur duobus lateribus m d, l d, & angulus h d l angulo m d l per fabricationem.] Circulus ergo l h d tranſit per m [per conuerſionem 31 p 3 demonſtratam à Theone in commentarijs in 3 librum magnæ conſtructionis Ptolemæi] & ſecat arcum b e in compari puncto z. Secet ergo in f: & continuemus d f. Angulus ergo l d f erit æqualis angulo l d z: [per 27 p 3: quia arcus l m eſt æqualis arcui l h. [Quia enim triangulo l m d circulus circumſcriptus eſt, & angulus ad m rectus ex concluſo: erit l d diameter circuli per conſectarium 5 p 4, ſeu 31 p 3. Quare

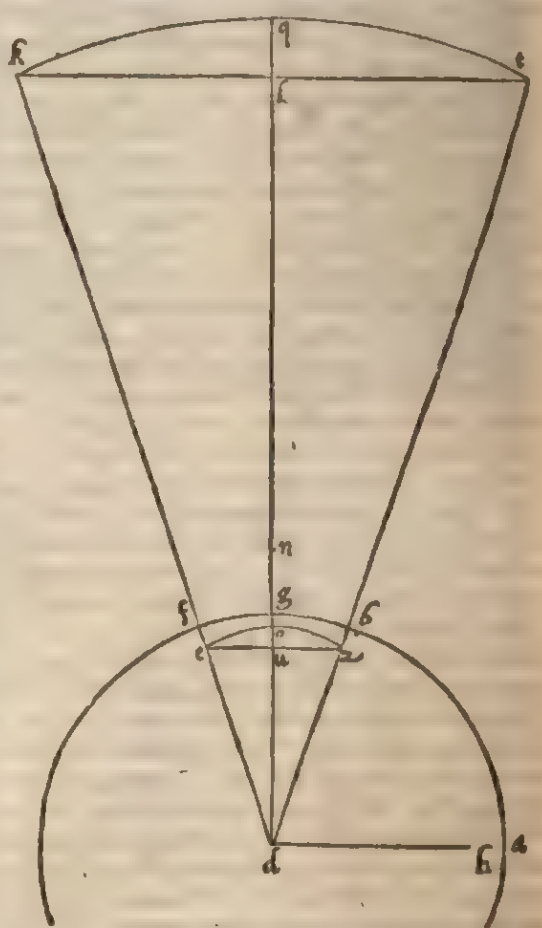


31 p 3. Quare ſemiperipheria l f d æquatur ſemiperipheriæ l z d: & peripheria d m æquatur peripheriæ d h per 28 p 3, quia d m, d h æquatæ ſunt: reliqua igitur l f m æquatur reliquæ l z h: & arcus m f eſt æqualis arcui z h. [Nam propter æqualitatem ſemidiametrorum d f, & d z, æquantur peripheriæ d m f, d h z per 28 p 3: & per eandem; peripheriæ d m & d h æquales concluſæ ſunt; reliqua igitur m f æquatur reliquæ z h.] Ergo arcus l f eſt æqualis arcui l z [per 3 ax: quare per 27 p 3 anguli l d f, l d z æquabuntur.] Et continuemus lineas h b, h f, f m, b m, f z, f b. Angulus ergo b h d eſt acutus [quia l h d rectus eſt concluſus] & angulus g d h rectus [per fabricationem.] Ergo linea h b concurret cũ linea d g extra circulum [per 11 ax.] Concurrant ergo in q: h f ergo concurret etiam cum d g extra circulum [eadem de cauſſa.] Concurrant ergo in n. Et extrahamus f b, quouſque ſecet arcum l z: ſecet ergo in r: & continuemus r m: angulus ergo f r m, qui eſt in circumferentia, reſpicit arcum f m: & [per 16 p 1] angulus f b m eſt maior angulo f r m: & angulus f b m eſt in circumferentia a b g. Ergo ſi b m linea extrahatur ex parte m: abſcindet de circulo a b g arcum maiorem ſimili arcui f m circuli l h d [per 33 p 6] & arcus f m eſt ſimilis duplo arcus f e: [angulus enim duplus anguli f d e in peripheria circuli a b g conſtituti, inſiſtit in peripheriam duplam peripheriæ f e per 33 p 6] & arcus f e eſt æqualis arcui a z: [quia enim anguli a d b, e d b æquantur propter angulum a d e per rectam b d bifariam ſectum: & z d b, f d b per concluſionem: æquabitur reliquus a d z reliquo f d e: ideoque peripherię a z peripherię f e per 26 p 3] & arcus a z eſt æqualis arcui e g [per 26 p 3: quia angulus a d z æquatus eſt angulo e d g.] Ergo arcus f e eſt æqualis arcui e g: ergo arcus g f eſt duplus arcus g e: ergo arcus g f eſt ſimilis arcui f m. Si ergo b m extrahatur rectè in partem m: abſcindet de circulo a b g arcum ultra punctum g, maiorem arcu f g. Linea ergo b m ſecabit lineam d g inter duo puncta g, d. Secet ergo in o: & extrahamus lineam f m: & ſecet d o in u: [ſecabit autem: quia ſecat angulum d m o à baſi d o ſubtenſum] & extrahamus b m in parte b: & ſecet arcum l r in c: & continuemus c d. Quia ergo angulus b f z eſt in circumferentia a b g: erit [per 20 p 3] angulus b f z dimidius anguli b d z: ſed angulus b d z eſt multiplus anguli z d a: [ex fabricatione] ergo angulus b f z eſt multiplus anguli z d h: ergo [per 33 p 6] arcus r z eſt multiplus arcus z h: & arcus c z eſt maior arcu r z [per 9 axiom.] ergo arcus c z eſt multiplus arcus z h. Et continuemus c h: angulus ergo c h d cum angulo c m d, eſt æqualis duobus rectis: [per 22 p 3] ergo angulus c h d eſt æqualis angulo b m e. [Nam per 13 p 1 anguli c m d, c m e æquantur duobus rectis, quibus etiam æquantur per proximam concluſionem c h d, c m d: communi igitur c m d ſubducto, reliquus c h d æquabitur reliquo c m e ſeu b m e.] Sed angulus z h d addit ſuper angulum c h d, angulum c h z, qui eſt æqualis angulo c d z: [per 27 p 3: quia uterque inſiſtit in eandem peripheriam c z] & angulus c d z eſt multiplus anguli z d a, [per 33 p 6: quia peripheria c z multiplex oſtenſa eſt peripheriæ z h.] Ergo angulus c h z eſt multiplus anguli e d g: [quia multiplex eſt ad angulum z d h, æqualem ipſi e d g.] Ergo angulus z h d excedit angulum c h d multiplo anguli e d g. Angulus ergo z h d eſt æqualis angulo f m d: quia arcus f m d eſt æqualis arcui z h d [per concluſionem. Itaque per 2 ax. peripheria z f d, in quam inſiſtit angulus z h d, æquabitur peripheriæ f z d, in quam inſiſtit angulus f m d: & idcirco z h d æquabitur f m d per 27 p 3] & angulus c h d, ut declarauimus, eſt æqualis angulo b m e. Ergo angulus f m d excedit angulum b m e multiplo anguli e d g: ergo angulus f m d excedit angulum o m d multiplo anguli e d g: [quia angulus o m d æquatur angulo b m e per 15 p 1] & angulus m o g excedit angulum o m d angulo e d g [nam angulus m o g æquatur angulis o m d & e d g per 32 p 1.] Ergo angulus f m d excedit angulum m o g, multiplo anguli e d g: & angulus f m d excedit angulum m u d, angulo e d g ſolo: [quia per 32 p 1 æquatur angulis m d u ſeu e d g & m u d] ergo angulus m u d eſt maior angulo m o g: ergo angulus m o u eſt maior angulo m u o: [Nam quia anguli ad u deinceps æquantur angulis ad o deinceps per 13 p 1: & m u d maior concluſus m o g: reliquus igitur m o u maior eſt reliquo m u o] ergo [per 19 p 1] linea m u eſt maior linea m o. Et quia arcus z h d eſt æqualis arcui f m d: erunt duo anguli h f d, in f d æquales [per 27 p 3: quia peripheriæ h d, m d æquales ſunt concluſæ.] Duæ ergo lineæ h f, f u reflectentur æqualiter: & ſimiliter h b, b o reflectentur æqualiter [propter concluſam æqualitatem angulorum h b d, o b d] q ergo eſt imago o: & n imago u [per 6 n 5.] Et extrahamus ex m lineam æquidiſtantem lineæ h q [per 31 p 1] & ſit m s: & extrahamus ex m etiam lineam æquidiſtantem lineæ h n: & ſit m p. Quia ergo [per 16 p 1] angulus h n d eſt maior angulo h q d: erit angulus m p o maior angulo m s o. [nam per 29 p 1 angulus m s o æquatur angulo ad q, & angulus m p o æquatur ângulo ad n] p ergo erit inter duo puncta s, u. Et quia angulus h d n eſt rectus [ex theſi:] erit angulus h n d acutus [per 32 p 1] ergo angulus m p d eſt acutus: ergo [per 13 p 1] angulus m p s eſt obtuſus: ergo [per 19 p 1] linea m s eſt maior, quàm m p: ſed m u eſt maior, quàm m o, ut diximus: ergo proportio s m ad m o eſt maior, quàm proportio p m ad m u: [ut patet per 8 p 5] & [per 29 p 1. 4 p 6] proportio s m ad m o eſt, ſicut proportio q b ad b o: quia m s eſt æquidiſtans b q: & ſimiliter proportio p m ad m u eſt, ſicut proportio n f ad f u: ergo [per 11 p 5] proportio q b ad b o eſt maior, quàm proportio n f ad f u: & proportio q b ad b o eſt, ſicut proportio q d ad d o: & proportio n f ad f u eſt, ſicut proportio n d ad d u, ut declarauimus in capitulo de imagine [64 n 5.] Ergo proportio q d ad d o eſt maior, quàm proportio n d ad d u. [Eſt autem q, imago puncti o, à centro ſpeculi d longinquior: & o punctum uiſibilis ab eodem centro eſt longinquius. n uerò, imago puncti u centro ſpeculi d eſt propinquior: & u alterum uiſibilis punctum eodem centro d eſt propinquius.]

Quare patet propoſitum.

49. In ſpeculo ſpherico cauo imago lineæ rectæ aliquando uidetur conuexa. 57 p 8.

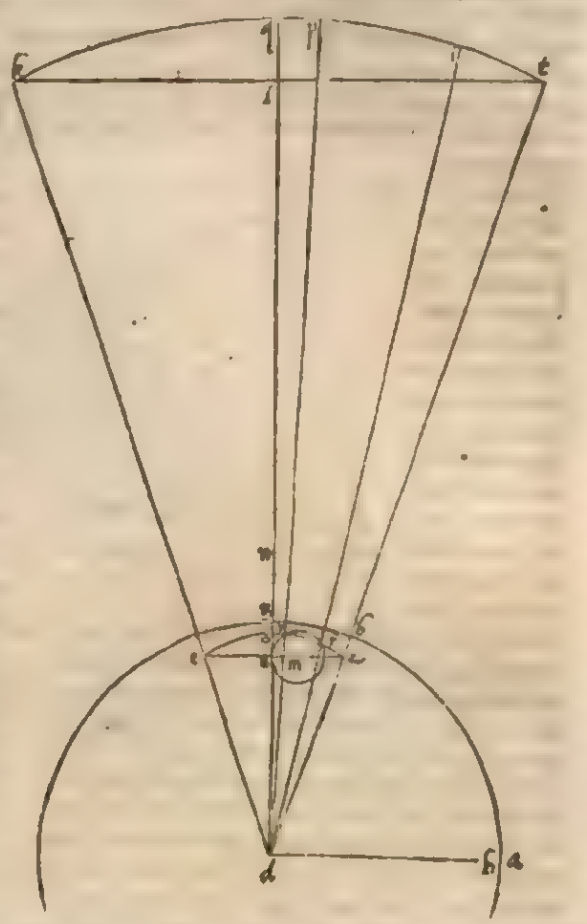
HIs præoſtenſis, iteremus circulum, & perficiamus demonſtrationem, ne multiplicentur & lineæ, & dubitentur literæ. Sit ergo circulus in ſecunda figura a b g: & centrum d: & extrahamus lineam d q: & ſit d b æqualis d b in prima figura: & d o æqualis d o in prima figura: & d q ſit compar ſibi in prima figura: & ſimiliter d u: & extrahamus ſuper d q perpendicularem ſuper ſuperficiem circuli [per 12 p 11] & ſit d h æqualis ſibi in prima figura. Angulus ergo h d q erit rectus: [per 3 d 11] & circulus, quem facit h d q in ſpeculo, erit ex circulis, ex quibus forma punctorum o, u reflectitur: & erit arcus, quem menſurant lineæ h d, d q, æqualis arcui a g in primo circulo: [per 33 p 6: quia uterque ſubtendit angulum rectum] & ex duobus punctis iſtius arcus, comparibus duobus punctis b, f, reflectentur duo puncta lineæ u p ad duo puncta n, q æqualiter. Erit ergo q imago o, & n imago u. Et extrahamus ex u perpendicularem lineam in ſuperficie circuli a b g, ſuper lineam d u [per 11 p 1] & ſit z u e: & ſit d centrum: & in longitudine d o faciamus arcum circuli: ſecabit ergo lineam z u e in duobus punctis: [quia punctum o altius eſt puncto u, ex prima theſi] ſecet ergo in z, e: & ſit arcus z o e: & continuemus d z, d e: & extrahamus extra circulum: & à d & in longitudine d q faciamus arcum t q: ſecabit ergo duas lineas d z, d e in t, k: & continuemus t k: ſecabit ergo lineam d q in l. Quia ergo h d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: uterque angulus h d t, h d k erit rectus: [per 3 d 11] & utraque ſuperficies h d t, h d k faciet in ſuperficie ſpeculi circulum [per 1 th. 1 ſphær.] & arcus, qui eſt inter duas lineas h d, d t erit æqualis arcui, qui eſt inter duas lineas h d, d q: & ſimiliter arcus, qui eſt inter duas lineas h d, d k: & utraque linea d z, d e eſt æqualis lineę d o [per 15 d 1.] Ergo hi duo arcus ſunt huiuſmodi, quòd ex illis reflectentur ſecundum angulos æquales duo puncta z, e: [ut demonſtratum eſt 66 n 5] & duæ lineæ d t, d k ſunt æquales lineæ d q [per 15 d 1.] Ergo punctum t eſt imago z, & k eſt imago e. Et quia lineæ d t, d q, d k ſunt æquales: & lineæ d z, d o, d e ſunt æquales: erit [per 7 p 5] proportio d t ad d z, ſicut proportio q d ad d o, & ſicut proportio k d ad d e. Sed proportio q d ad d o, ut in prima figura [præcedentis numeri] præoſtendimus, eſt maior proportione n d ad d u. Ergo proportio d t ad d z eſt maior proportione n d ad d u: & ſimiliter k d ad d e. Et quia duæ lineę z d, d e ſunt æquales, & duę lineæ d t, d k ſunt æquales: erit linea t k æquidiſtans z e [per 2 p 6: eſt enim per 7 p 5 d t ad d z, ſicut d k ad d e: & per 17 p 5, ut t z ad z d, ſic k e ad e d.] Ergo [per 2 p 6. 18 p 5] utraq; proportio d t ad d z, & k d ad d e erit, ſicut proportio l d ad d u. Ergo proportio l d ad d u eſt maior proportione n d ad d u: ergo linea l d eſt maior linea n d [per 10 p 5.] Ergo n eſt inter l, u. Sed n eſt imago u: & duo puncta t, k ſunt imagines z, e. Ergo imago lineæ z u e rectæ, eſt linea tranſiens per puncta t n k: & linea, quæ tranſit per hæc puncta, eſt conuexa. Ex quibus patet, quòd linea in ſpeculis concauis quandoque uidetur conuexa in quibuſdam ſitibus.



50. In ſpeculo ſpherico cauo imagines linearum: cauæ, conuexæ, aliquando uidentur cauæ. 58 p 8.

ITem: ponamus in linea z u punctum m, quocunque modo ſit: & circa centrum m, & in longitudine m u faciamus arcum r u f. Iſte ergo arcus ſecabit arcum u o e in duobus punctis: [per 10 p 3] ſecet in r, f: & continuemus lineas d r, d f: & tranſeant rectè, quouſque concurrant in arcu t q k, in p, i. Superficies ergo duarum linearum h d, d p faciet in ſpeculo circulum, à cuius circumferentia reflectentur lineę ad r: & ſimiliter ſuperficies duarum linearum h d, d i faciet in ſpeculo circulum, à cuius circumferentia reflectentur lineæ ad f. p ergo eſt imago r, & i eſt imago f: & n eſt imago u. Imago ergo arcus r u f, eſt linea tranſiens per i, p, n. Sed hęc linea erit concaua ex parte uiſus, & arcus r u f eſt concauus ex parte ſuperficiei ſpeculi. Cum ergo uiſus fuerit in h, & unaquęque linearum z u e, z o e, r u f fuerit in aliquo uiſibili: tunc linea z u e recta comprehendetur conuexa: & linea

lineæ z o e conuexa, comprehendetur concaua: & r u f concaua: conuexa. Si ergo unaquęque linearum z u e, z o e, r u f habuerit unam imaginem: tunc forma illarum linearum erit eodem modo, quo declarauimus: & ſi habuerit alias imagines: fortè erunt ſimiles alijs imaginibus, & fortè diuerſæ. Patet ergo ex iſtis figuris, quòd lineę rectæ in ſpeculis concauis quandoque comprehenduntur rectæ: quandoque conuexæ: quandoque concauæ: & lineæ conuexæ quandoque comprehenduntur conuexæ: quandoque concauę: & concauę quandoque comprehenduntur conuexę: quandoque concauę Formę ergo ſuperficierum uiſibilium comprehenduntur aliter, quàm ſunt, in huiuſmodi ſpeculis. Nam lineę rectę non ſunt, niſi in ſuperficiebus rectis: & cum linea recta, quę exiſtit in ſuperficie plana, comprehenditur conuexa aut concaua: tunc ſuperficies, in qua ipſa linea eſt, comprehendetur conuexa aut concaua. Cum ergo uiſus comprehendat lineas conuexas & concauas, & rectas aliter, quàm ſint: comprehendet ſuperficies, in quibus ſunt, aliter, quam ſint. Patet ergo ex prędictis, quòd in omnibus, quæ in ſpeculis concauis comprehenduntur, accidit fallacia: ſed in quibuſdam accidit ſemper, & in omni poſitione, in quibuſdam accidit in aliqua poſitione. Fallacię autem compoſitæ accidunt in his ſpeculis eo modo, quo incompoſitæ. Et hoc uoluimus declarare.



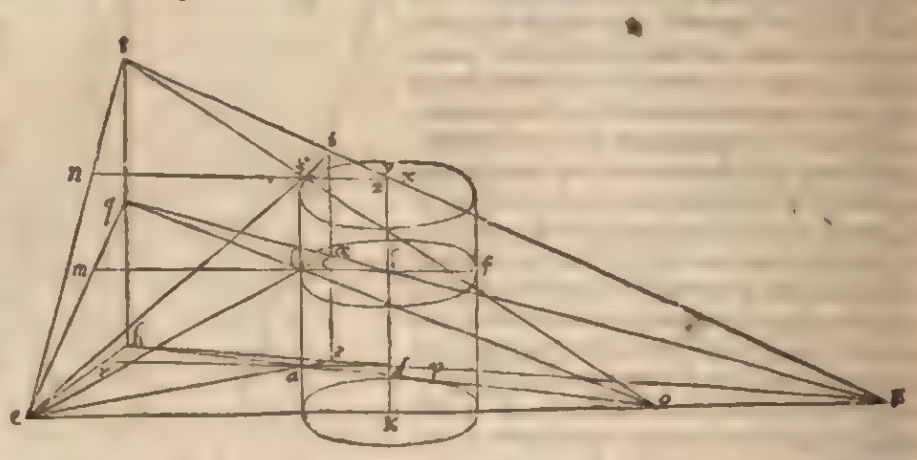
DE ERRORIBVS, QVI ACCIDUNT IN ſpeculis columnaribus concauis. Cap. VIII.

IN his autem accidunt ſimiles eis, qui accidũt in ſphęricis concauis. Accidunt enim fallaciæ, quę prouenium ex reflexione, ſcilicet debilitas lucis & coloris & diuerſitas ſitus, & remotionis, quę accidunt omnibus ſpeculis. Accidit autem eis ex diuerſitate quantitatis ſimile illi, quod accidit in ſpeculis ſphęricis concauis. Et uidetur etiam unum uiſibile, unum: & duo: & tria: & quatuor: & rectum & conuexum ſecundum diuerſos ſitus: & planum uidetur concauum & conuexum. Oſtendemus ergo qualiter in his ſpeculis diuerſatur quantitas & numerus rei uiſæ: & qualiter apparet rectum & conuerſum eo modo, quo in ſpeculis ſphęricis concauis declarauimus.

51. Si uiſus ſit extra planũ linea recta, parallela axi ſpeculi cylindracei cani: imago aliàs uidebitur recta & maior ipſa linea: aliàs cana: aliàs conexa: aliàs ſimplex: aliàs multiplex. 25 p 9.

ITeremus ergo primam figuram ex duabus figuris prędmiſsis in fallacijs ſpeculorum columnariũ conuexorum, & ijſdem literis. In illa autem figura [quę eſt 26 n] patuit, quòd lineę e g, g t, e b, q b, e a, a h reflectuntur ſecundum angulos æquales: & quod lineę e k, h a, q b, t g coniunguntur in o: & quod linea a b g eſt linea recta extenſa in longitudine ſpeculi: & quòd lineę g z, b l, a d ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ, contingentẽ ſuperficiem, quæ trãſit per lineã a b g: & quòd linea a b g eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ, in qua eſt triãgulũ e b o: & quòd linea t q eſt æqualis q h, & a b æqualis b g: & quod s, c, t ſunt imagines h, q, t: & quod c eſt propinquius puncto e, quàm linea s i: & quòd linea s i eſt in ſuperficie trianguli u h t: & quòd duæ lineæ u h, u t ſunt æquales: & quòd u s & u i ſunt æquales: & quòd duæ lineæ e s, e i ſunt æquales. Et continuemus c u: & ſecet s i in æ: diuidet ergo iplam in duo æqualia: nam h t eſt diuiſa in duo æqualia in q: [& linea i s parallela eſt ipſi t h: quia cũ tota t u æqualis concluſa ſit toti h u, & pars i u parti s u: erit reliqua t i æqualis reliquæ h s: eſt igitur per 7 p 5. ut u i ad t t, ſic u s ad s h: ergo per 2 p 6 h t & s i ſunt parallelæ. Itaque triangula t u q, i u æ: item q u h, æ u s ſunt æquiãgula per 29 p 1: & per 4 p 6, ut t q ad q u, ſic i æ ad æ u: & ut q u ad q h, ſic æ u ad ę s: ergo per 22 p 5. ut t q ad q h ſic i æ ad æ s. Quare cũ 26. 27 n, t q ęquata ſit ipſi q h: ęquabitur i æ ipſi ę s] & erit c u in ſuperficie trianguli q u e, quæ eſt ſuperficies circuli b f, ęquidiſtantis baſi ſpeculi: ergo c erit in ſuperficie trianguli c u e: & eſt in ſuperficie trianguli c e t: ergo c eſt in linea, quæ eſt differentia cómunis his duabus ſuperficieb. ſed hęc differẽtia eſt linea e b: [p 3 p 11] ergo c eſt in rectitudine e b: & duę lineę h u, t u ſunt ſub duob. pũctis d, z: nã duę lineę h u, t u ſunt perpẽdiculares exeuntes ex h, t ſuper duas lineas, cõtingẽtes duas portiones, in quarũ circũferẽtia ſunt puncta a, g. Superficies ergo triãguli u h t eſt ſub axe d l z. Sed nullũ pũctũ huius axis, quãuis exeat in infinitũ, erit in ſuperficie trianguli u h t. Nam ſi eſſet: tunc ſi continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t linea recta: tunc

ctæ: tunc illa ſuperficies, in qua eſſet illa linea recta & linea h t eſſet ſuperficies trianguli u h t: & illa ſuperficies eſſet illa, in qua ſunt duæ lineæ æquidiſtantes h t, d z: & ſic ſuperficies, in qua ſunt duę lineæ h t, d z, eſſet ſuperficies trianguli h u t: & ſic axis eſſet in ſuperficie trianguli h u t: ſed axis eſt æquidiſtans lineæ h t poſitione. Et axis ſecat duas lineas h u, t u: & linea t h eſt in ſuperficie trianguli u e h, quæ eſt ſuperficies reflexionis: & linea communis huic ſuperficiei & ſuperficiei columnę, eſt aliqua ſectio columnaris. Superficies ergo e u h ſecat axem columnæ in uno puncto, ſcilicet in d, ut præoſtendimus [27 n.] Et ſi axis ſecet lineá h u: punctum ſectionis cum linea h u erit in ſuperficie trianguli u e h: ſed in hac ſuperficie nõ eſt punctum, per quod axis tranſeat, præter d: ergo linea h u ſecat axem in d: & iam oſtendimus [24 n] quòd h u ſecat eum in puncto ſub d: quod eſt impoſsibile. Ergo axis d z eſt extra ſuperficiem u h t, & propinquior puncto e, quàm ſuperficies h u t. Superficies ergo, in qua ſunt lineæ h t, d z, eſt propinquior puncto e, quàm ſuperficies u h t: & c eſt in ſuperficie, in qua ſunt h t, d z: quia eſt in linea q l: & q l eſt in ſuperficie, in qua ſunt h t, d z: [per 7 p 11] ergo c eſt propinquius e, quàm s i: ſed c eſt in rectitudine e b [ut patuit.] Si ergo e b exiuerit in parte b: perueniet ad c: perueniet ergo ad c. His præoſtenſis, dico quòd linea s i, quæ eſt æquidiſtans axi ſpeculi, cum fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in o ex parte concauitatis columnæ, & ſuperficies ſpeculata fuerit ſuperficies concaua: tunc s i comprehendetur ex o in ſpeculo concauo a b g a linea a b g: & diuerſabuntur imagines eius ſecundum diuerſitatem diſtãtiæ ab axe, cuius demonſtratio eſt. Quia angulus e b m eſt acutus [quia m b a eſt rectus ex theſi 26 n] ergo [per 15 p 1] l b c eſt acutus: & linea e b c eſt in ſuperficie circuli b f & l b eſt diameter huius circuli [per 34 n 4.] Ergo e b c ſecat circulum: ergo c b eſt intra concauitatem ſpeculi: & ſimiliter o b erit intra cõcauitatem ſpeculi: quia angulus o b l eſt acutus, & duo anguli o b l, c b l ſunt æquales duobus angulis e b m, q b m: [quia per 15 p 1 æquantur angulis e b m, q b m, æqualibus concluſis 27 n] & l b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem columnam, quæ tranſit per b. Forma ergo c extenditur per c b, & peruenit ad b, & reflectitur per b o, & comprehenditur à uiſu in o [per 7 n 5.] Item in quinto capitulo [27 n] cum fuimus locuti de ſpeculis columnaribus conuexis, declarauimus, quod ſuperficies contingens columnam m g, erit ſub e: ergo e g ſecat ſuperficiem contingentem: ſecat ergo lineam contingentem circumferentiam ſectionis m g: ſecat ergo ſectionem, & cadit intra ipſam: cadet ergo intra concauitatẽ ſpeculi: ergo duæ lineæ o g, g i ſunt intra concauitatem ſpeculi: & z g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem columnam in g [quia ex theſi perpendicularis eſt a g later cylindraceo: & duo anguli o g z, i g z ſunt æquales: quia per 15 p 1 æquantur angulis e g n, t g n, æqualibus per 4 p 1.] Ergo forma i extenditur per i g, & peruenit ad g, & reflectitur per g o, & comprehenditur in o per lineam g o. Et ſimiliter s extenditur per s a, & peruenit ad a, & reflectitur per a o, & comprehenditur in o. Et iam declarauimus, cum tractauimus de fallacijs ſpeculorum columnarium conuexorum [27 n] quòd duæ lineæ h u, t u ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies, contingentes ſectiones, tranſeuntes per duo puncta a, g. Imago ergo s eſt in linea h u, & a o linea radialis, quæ extenditur ex uiſu ad punctum reflexionis: ergo imago s eſt in a o: ergo eſt imago s: [per 7 n 5] & ſic patet, quòd t erit imago i. Et continuemus c l. Quia ergo c reflectitur ad o ex circumferentiæ puncto b: erit imago c in linea c l: & o b eſt linea radialis, quæ extenditur inter uiſum & punctum reflexionis. Ergo imago c eſt in puncto communi c l & o b [per 7 n 5] nempe in puncto q. Sed in capitulo de imagine, cum tractauimus de imaginibus ſpeculorum ſphæricorum concauorum [60 n 5] patuit, quod imago puncti, cuius forma reflectitur à concauitate circuli, fortè concurret cum radiali linea, quæ eſt inter uiſum & punctum reflexionis, ultra ſpeculum: & fortè inter uiſum & ſpeculum: & fortè in centro uiſus: & fortè ultra centrum uiſus: & fortè c l æquidiſtans erit o b. Et in illo capitulo [86 n 5] patuit, quod fortè imago erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Imago ergo fortè erit in b q: fortè ultra o q: & fortè in b o: & fortè in o: & fortè ultra: & fortè imago t q erit unum punctum: aut duo: aut tria: aut quatuor. Si ergo imago c fuerit q: tũc h q t erit diameter imaginis s i. Si ergo omnes imagines s i fuerint in linea h q t: tunc forma eius erit linea recta: nã mediũ eius eſt in rectitudine duarũ extremitatũ h t. Si aũt imago c fuerit ultra q: tunc imago s i erit ferè cõcaua ex parte uiſus. Et ſi imago c fuerint plura puncta: tunc imago c erunt plures lineæ, quarum omnium extremitates cõiungentur in duo-

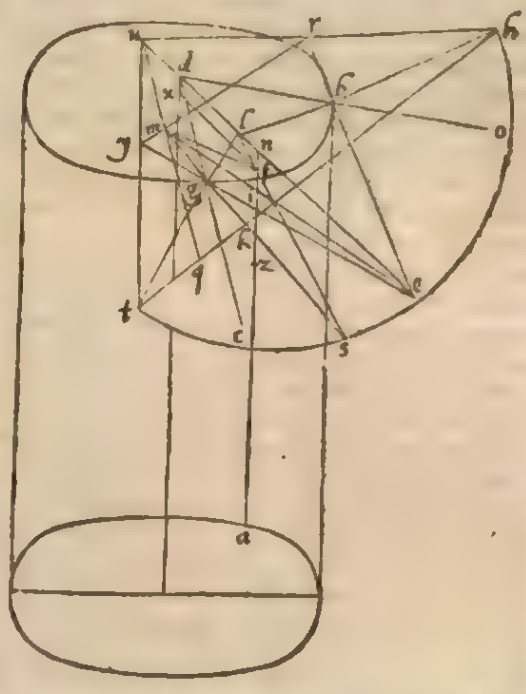


bus pun-

bus punctis h,t:& media earum erunt distincta & separata:& h t est diameter imaginis s i, quocunque modo fuerit imago:& diameter est cõmunis omnibus imaginibus eius,si plures habuerit imagines:& linea h t est maior,quàm s i,modica quantitate.Patet ergo,quòd cum lineæ rectæ, æquidistantes axi columnaris speculi concaui fuerint in aliquo uisibili: imago earum fortè erit recta aut concaua,& fortè una,aut plures.

52. Si uisus à terminis lineæ rectæ æquabiliter distans,sit extra ipsius planum, perpendicularis plano axis speculi cylindracei cauiimago uidebitur maximè cana. 27 p 9.

ITem:iteremus secundam figuram de fallacijs specularum columnarium conuexorum [29 n.] In hac autem figura dictum est:quòd duæ lineæ e b, h b reflectuntur secúdum angulos æquales: & quòd duæ lineæ e g,t g reflectuntur secundum angulos æquales: & quòd h b, t g perueniunt ad l:& h b continet cum b o angulum acutum.Ergo h b secat superficiem,contingentem columnam in b:b l ergo est sub concauitate columnæ:& similiter g l:& similiter duæ lineæ b r, g y:& duo anguli l b d,d b r sunt æquales [quia per 15 p 1 æquantur angulis e b o,h b o æqualibus] & similiter l g d,g d y sunt æquales. Si ergo r y fuerit in aliquo uisibili,& uisus fuerit in l,& superficies concaua columnæ fuerit tersa:tunc forma r extenditur per r b,& peruenit ad b,& reflectitur p b l:& perueniet ad l,& comprehendetur in l.Et linea h u est perpendicularis super lineam, contingentem sectionem, ex cuius circumferentia reflectentur duæ lineæ b r,b l:h ergo est imago r [per 7 n 5.] Similiter declarabitur,quòd forma y extenditur per y g, & reflectitur p g l: & imago eius est t.Et continuemus q u: secabit ergo r y in m:m ergo est in superficie transeunte per axem & per l: nam l & q sunt in hac superficie, [ut demonstratum est 29 n.] Ergo q u est in hac superficie [nam 29 n ostensum est, quòd planum ductum per uisum & axem speculi,in quo est linea e l d,secat lineam h t in puncto q: estque punctum u in linea e l d:linea igitur q u est in plano per uisum & axem speculi ducto per 1 p 11: ideóque & punctum m.] Et quia duo puncta m,l sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma m reflectetur ad l in hac superficie.Et quia a z est differentia communis inter columnę superficiem,& superficiem,transeuntem per suum axem,& per l:forma ergo m reflectetur à linea a z. Et continuemus e m, quæ est in hac superficie: & e l est in hac superficie:& punctum e est elongatum à superficie contingente superficiem columnæ in linea a z [ut patuit 29 n.] Ergo si a z extrahatur rectè in parte z: concurret cum duabus lineis e m, e l. Concurrat ergo cum e m in i, & cum e l in n: ergo n est inter duo puncta e, l: quia l est intra concauitatem columnæ, & n est in superficie columnæ:& e est elõgatum à columna: & in demonstratione huius figuræ [29 n] patuit,quòd circulus b g est medius inter lineam h t, & superficiem exeuntem ex e,æquidistantem basibus columnæ: & perpendicularis,quæ exit ex e super a z,est in superficie exeunte ex e, æquidistante columnæ. Ergo perpendicularis, quæ exit ex e super lineam a z n,cadit extra triangulum e i n,& in parte n:angulus ergo e i n est acutus: [per 32 p 1] ergo [per 15 p 1] angulus m i a est acutus:ergo m i n obtusus [per 13 p 1.] Extrahamus ergo ex m perpendicularem super a i [per 12 p 1] & sit m k: k ergo erit ultra i, respectu n. [si enim caderet inter i & n:essent triãguli tres anguli maiores duobus rectis contra 32 p 1: quia angulus m i n obtusus est conclusus.] Et extrahamus m k ex parte k, in s: & diuidamus k s ad æqualitatem k m: ergo s erit extra superficiem speculi,& ultra concauitatem eius,& l erit sub concauitate eius. Et continuemus l s: secabit ergo n k in f: & ex f extrahamus f x ad æquidistantiam m k. Cum ergo [per 29 p 1] f x sit perpendicularis super a n, & in superficie transeunte per axem & per l: ergo est diameter circuli exeuntis ex f & æquidistantis basi columnæ [per 34 n 4.] Linea ergo f x est perpendicularis super superficiem, contingentem columnam, transeuntem per a z [sicut ostensum est 54 n 5.] Et continuemus m f: erit ergo æqualis f s: [per 4 p 1:quia k s,k m æquantur per fabricationem,& communis est k f, angulique ad k recti & duo anguli qui sunt apud m s erunt æquales: [per 5 p 1.] Et quia x f est æquidistans m g: erunt [per 29 p 1] duo anguli apud f æquales duobus angulis, qui sunt apud s, m [ideóque anguli x f m & x f l æquabuntur.] Duæ ergo lineę m f, f l reflectuntur secundum angulos æquales: & x f est perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in f. Forma ergo m extenditur per m f, & reflectitur per f l: & imago eius erit s [per 7 n 5.] Et quia duæ lineæ r y, h t sunt æquidistantes,.& perpendiculares super superficiem transeuntem per axem, & per l: quia h t fuit posita talis: [29 n] ideo duæ superficies exeuntes à duabus li-

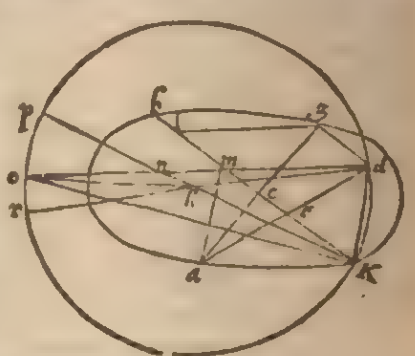


neis

neis h t,r y,erunt æquidiſtantes & perpendiculares [per 18 p 11.] Et quia r y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntem per axem & per l:ideo [per 18 p 11] ſuperficies duarum linearum r m, m s erit perpendicularis ſuper ſuperficiem, tranſeuntem per axem & per l:& erit m s differentia cõmunis his duabus ſuperficiebus. Et quia a k eſt in ſuperficie tranſeunte per axem: [per 21 d 11:quia pars eſt lateris cylindracei] & eſt perpendicularis ſuper m s [per fabricationem] quę eſt differentia communis inter ſuperficiem, tráſeuntem per axem, & inter ſuperficiem duarum linearum r m, m s: erit a k n perpendicularis ſuper ſuperficiem duarum linearum r m, m s: & linea a n eſt æquidiſtans axi columnæ [per 21 d 11:] ergo [per 8 p 11] axis columnæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt r m, m s. Superficies ergo iſta eſt perpendicularis ſuper axem columnæ:s ergo eſt in ſuperficie exeunte ex linea r y, perpendiculari ſuper axem columnæ:ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem, æquidiſtante ſuperficiei ex linea r y: s ergo eſt extra h t, & propinquius l, quàm ſint h & t:& duo puncta h, t ſunt imagines r, y: & punctum s eſt imago m:imago ergo lineæ r m y eſt linea tranſiens per h, s, t:ſed talis eſt linea arcualis:quia s eſt extra h t. Et tranſeat per puncta h, s, t linea h s t arcualis. Et quia h t ſecundum poſitionem [29 n] fuit elongata à conuexo columnæ: erit h t ultra ſuperficiem ſpeculi, reſpectu l:& iam declarauimus, quòd s eſt ultra concauitatem ſpeculi, reſpectu l. Ergo tota linea h s t erit ultra concauitatem ſuperficiei ſpeculi: & e l eſt ſub concauitate ſpeculi:ergo l eſt extra ſuperficiẽ, in qua eſt linea h s t: arcualitas igitur lineæ h s t apparebit uiſui l manifeſtè. Et quia f eſt in ſuperficie columnæ, & t h ultra columnam, eſt in ſuperficie trianguli l h t: erit linea l f s altior quàm ſuperficies trianguli l h t. Linea ergo l s erit altior duabus lineis l h, h t, reſpectu uiſus. Ergo s eſt altius, quàm duo puncta h, t. Linea ergo h s t apparebit uiſui l concaua.

53. Si uiſus ſit in plano lineæ rectæ, obliquo ad planum axis ſpeculi cylindracei cauι: imago uidebitur cana & euerſa. 28 p 9.

ITem: ſecemus columnam per ſuperficiem decliuem ſuper axem eius: faciet ergo ſectionem columnarem [per 9 th. cylindricorum Sereni.] Sit ergo a b g. Sed in prima figura de columnis concauis [91 n 5] declaratum eſt, quòd in ſuperficie cuiuslibet ſectionis columnæ exit à puncto reflexionis perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem, ex cuius extremitatibus reflectuntur formæ. Sit ergo perpendicularis g a:& ſit b e k perpendicularis ſuper lineam, contingentem circũferentiam ſectionis in b:& ſit b prope g. b k ergo ſecabit perpendicularem g a ſub axe, & continebit cum ipſa angulum acutum. [per 24 n:punctum enim b tam propinquum ipſi g ſumitur, ut recta à puncto b, & perpendicularis a reflexionis puncto in axe angulum acutum cõprehendant.] Secet ergo in e. Angulus ergo b e g erit acutus [per 32 p 1.] Et extrahamus ex g lineam ad æquidiſtantiam lineæ b k: & ſit g d. Angulus ergo d g e erit acutus: [quia per proximam fabricationem & 29 p 1 æquatur angulo b e g acuto] ergo g d e erit intra concauitatem columnæ. Et ponamus angulum e g l æqualem angulo e g d: [per 23 p 1] g l ergo concurret cum b e in l: [per 11 ax. quia anguli ad g & e acuti, minores ſunt duobus rectis] & ſignemus punctum m in linea l e: erit ergo m a g acutus: [quia per 16 p 1 minor eſt angulo g e m acuto] ergo a m eſt intra ſectionem. Et ponamus angulum g a d æqualem angulo g a m: ergo a d concurret cũ g d: [per 11 ax.] nam duo anguli, qui ſunt apud a, g, ſunt acuti. Concurrant ergo in d. a d igitur ſecabit b k [per lemma Procli ad 29 p 1.] Secet ergo in t. Cum ergo l k fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in d:tunc forma l uidebitur in g: [ut oſtẽſum eſt 90 n 5] quia forma l reflectetur ad d ex g, & quia d g eſt æquidiſtans perpendiculari b l k: Et forma m uidebitur in t: quia forma m reflectitur ad d ex a:& t imago eſt m. Et tranſeat per d ſuperficies æquidiſtans baſi columnæ: [ut oſtenſum eſt 47 n 5] ſecabit ergo ſectionem a b g, & faciet in ſuperficie columnæ circulum p o r [per 5 theor: cylindricorum Sereni.] Superficies ergo huius circuli ſecabit b k: ſecat enim g d, quæ eſt ei æquidiſtans. Ergo ſecet b k in k:& ſit centrum circuli p o r, punctũ h:& continuemus d h, & tranſeat ad r: & cõtinuemus k h, & tranſeat ad p. Forma ergo k reflectitur ad d ex circumferentia arcus r p, ut patuit de imaginibus ſpeculorum [73 n 5.] Reflectatur ergo ex o:& cõtinuemus k o, d o, h o. Anguli ergo, qui ſunt apud o, ſunt æquales: [per 12 n 4] & d o ſecabit h p in n. n ergo eſt imago k. Et cõtinuemus k d: k d ergo erit differentia communis inter circulum r p & ſectionem a b g. Nam duo puncta k, d ſunt in utraque ſuperficie, & nihil de ſuperficie ſectionis a b g eſt in ſuperficie circuli r p, niſi linea k d: g ergo eſt extra circulum:& ſimiliter b:& ſunt in ſuperficie ſectionis:& n eſt in ſuperficie circuli r p:& forma l m k tranſit per puncta g, t, n: & linea, quæ tranſit per hæc puncta, eſt arcualis: ſed ſuperficies ſectionis eſt decliuis ſuper ſuperficiem columnæ: [per 9 th. cylindricorum Sereni] axis ergo ſectionis non tranſit per totum axem columnæ, neque eſt æquidiſtans baſi columnæ. Patet ergo ex hac figura & duabus præmiſſis, quòd lineæ rectæ æquidiſtantes axi columnæ, & æquidiſtantes baſi eius:& etiam illæ lineæ, quæ obliquantur ſuper ſuperficiem eius: fortè uidebuntur arcuales, fortè rectæ, fortè conuerſæ. Et quia t eſt imago m, & n imago k: erit forma m k conuerſa. Et ſi linea etiam fuerit in ſuperficie circuli, æquidiſtante baſibus columnæ, cuius ſuperficies tranſit per centrũ uiſus,

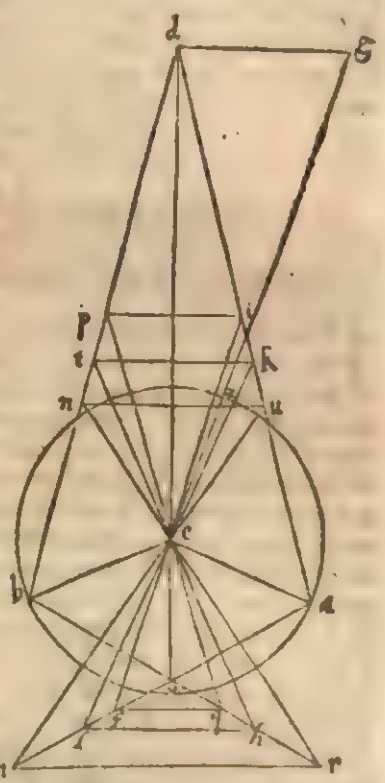


ut di-

ut dictum eſt de imaginibus ſpeculorum concauorum in ſeptimo capitulo huius tractatus: forma fortè erit æqualis recta: fortè conuerſa. Patet ergo, quòd forma eorum, quæ comprehenduntur in ſpeculis columnaribus concauis, fortè erit recta, fortè conuerſa.

54. Si uiſus ſit in plano lineæ rectæ, perpendiculari plano axis ſpeculi cylindracei caui: imago uidebitur recta & euerſa: aliàs maior: aliàs minor: aliàs æqualis ipſi lineæ: uliàs ſimplex: aliàs multiplex. 29 p 9.

ITem: iteremus formã tertiæ figurę de fallacijs ſpeculorũ cõcauorũ ijſdẽ literis exiſtentibus: [41. 42. 43 n] & ſit circulus b z a in ſuperficie ſpeculi columnaris cõcaui: & ſit uiſus in d. Erit ergo extra ſuperficiẽ circuli: & erunt duæ lineæ e a, e b perpendiculares ſuper ſuperficies, cõtingentes ſuperficiẽ colũnę: & erit ſuperficies trianguli d g e perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ circuli [p 18 p 11] qa g d eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ circuli [ut oſtẽſum eſt 41 n.] Superficies ergo trianguli d g e trãſit per totũ axẽ: & in neutra ſuperficie d b o, d a o eſt aliquid de axe columnæ, niſi e, qd̃ eſt centrũ circuli: Et utraq; ſuperficies d b o, d a o facit in ſuperficie columnę ſectionem: [per 9 th. cylindricorum Sereni] & formæ reflectuntur ex his ſectionibus à duobus punctis a, b [ut patuit 41 n.] Forma ergo r reflectitur ad d ex b: & forma m reflectitur ex a: & n u erit diameter imaginis m r: [ſunt enim puncta n & u imagines punctorum r & m per 7 n 5] & eſt minor quàm m r: [ut demonſtratum eſt 42 n.] Et ſimiliter duo puncta h, l reflectentur ad d ex duobus punctis a, b: & erit t k diameter imaginis l h: & erit e i æqualis [ut patuit 41 n] & erit p i diameter imaginis f q: & eſt maior illa. Et omnes iſtæ imagines erunt conuerſæ [ut oſtenſum eſt 43 n.] Et ſi uiſus fuerit in o, & lineæ p i, t k, n u fuerint uiſibiles: erunt è contrario: tunc enim diameter imaginis p i erit minor ipſa: & diameter imaginis n u erit maior ipſa: & diameter t k erit ei æqualis. Et oẽs imagines erũt rectæ. Et omnia iſta oſtẽſa ſunt in prædicto capitulo. Item cum utraq; extremitas alicuius harũ habuerit unam imaginẽ, & aliquod punctũ in medio habuerit plures imagines: tũc illa linea habebit tot imagines, quot punctũ mediũ habet. Et ſi utraq; extremitas, uel altera habuerit plures imagines, & punctum mediũ habuerit uná: tunc linea tot habebit imagines, quot habet punctũ extremũ. Et ſi utraq; extremitas uel altera habuerit multas imagines, & pũctũ mediũ habuerit multas imagines: tunc linea tot habebit imagines ſecundum maiorem numerum. Et hoc patebit, ut de imaginibus patuit ſpeculorum ſphæricorum concauorum. In ſpeculis ergo columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, ſicut accidit in ſpeculis ſphæricis concauis: ſcilicet de formis ſpecierum uiſibilium, & de quantitatibus: & de numero ſuarum imaginum: & de rectitudine, & de cõuerſione, cum fallacijs, quę appropriantur reflexioni. Et fallaciæ erunt in his, ut in ſpeculis prædictis. Et hoc eſt, quod uoluimus declarare in hoc capitulo.



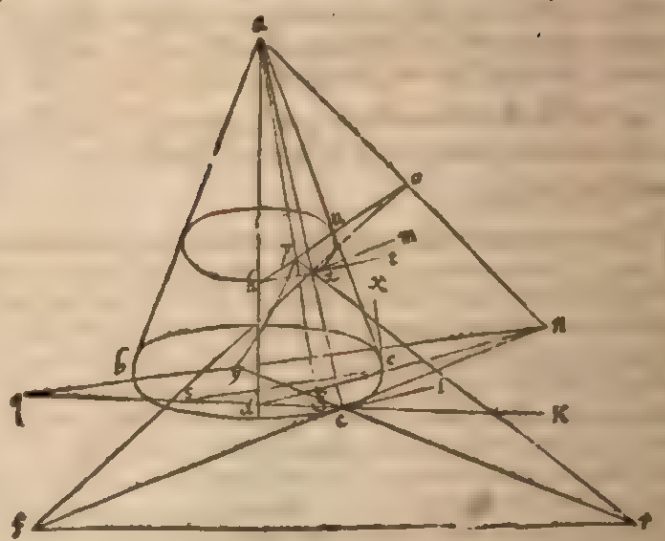
DE ERRORIBVS, QVI ACCIDVNT IN SPECVLIS pyramidalibus concauis. Cap. IX.

IN his autem accidunt illæ fallaciæ, quæ accidunt in ſpeculis columnaribus concauis. Debilitas uerò coloris & lucis: & diuerſitas poſitionis, & remotionis accidunt in his, ſicut in omnibus ſpeculis: nam cauſſa huius eſt reflexio. Accidit etiam in his ſpeculis multitudo imaginum, ſicut in ſpeculis columnaribus & ſphæricis concauis dictũ in capitulo [ſecũdo libri quinti] de imaginibus.

55. Si lineæ: rectæ uel curuæ obliquè incidant uertici ſpeculi conici cauι: reflectentur à latere conico ad uiſum inter ipſas & ſpeculi ſuperficiem poſitum: & imago recta uidebitur parum curua: curua, recta. 31 p 9.

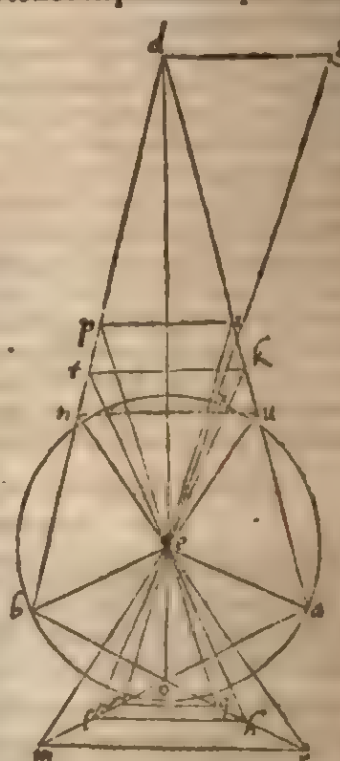
ACcidit etiam in eis, quod in columnaribus concauis, ſcilicet ut rectum uideatur conuexum & concauum. Huius autem demonſtratio eſt: quòd rectæ lineæ, quæ extenduntur in longitudine ſpeculi, quæ tranſeunt per uerticem pyramidis, & quæ ſunt prope illas, uidentur conuexæ, & forte rectæ. Et demonſtratio ſuper hoc eſt, ut demonſtratio in ſpeculis columnaribus concauis. Nam ſi iterauerimus ſecundam figuram de fallacijs ſpeculorum pyramidalium conuexorum [quæ eſt 32 n] inueniemus diametrum imaginis lineæ rectæ poſitæ in illo ſpeculo, quæ eſt illic linea a n, intra concauitatẽ ſpeculi pyramidalis: & inueniemus punctũ, quod eſt ſub ſuperficie contingente pyramidẽ, tranſeuntẽ per lineã longitudinis, à qua reflectitur forma lineę rectę ad uiſum: quod illic punctum f. Si igitur fuerit punctum illud centrum uiſus: erunt omnia puncta, quę ſunt in diame-

tro imaginis reflexa ad pũctũ f: & imagines duarum extremitatum a p y erunt extremitates lineæ rectæ a n: & loca imaginis puncti p, quod est in medio a y, diuersabuntur. Et hoc declarabitur eadẽ uia, qua processimus in demonstratione primę figurę specilorũ columnarium concauorũ. Patet ergo ex hoc, quòd si a p y fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit f tunc imago fortè uidebitur conuexa, & fortè cócaua. Et patet etiam in figura secũda de fallacijs specilorum columnarium concauorum [51 n] quòd lineæ positæ in latitudine speculi apparebunt concauæ concauitate mirabili: & quòd imagines linearũ, quæ sunt in superficiebus transeuntibus per axem & per centrum uisus, erunt rectæ.



56. Si uisus sit in communi sectione planorum: linea recta & axis speculi conici cani, inter se perpendicularium: imago uidebitur recta & euersa: aliàs maior: aliàs æqualis: aliàs minor ipsa linea: aliàs simplex: aliàs multiplex. 34 p 9.

ITem: iteremus tertiam figuram de fallacijs specilorum sphæricorum concauorum ijsdem literis quæ fuit 41 n.] Si ergo aliquod punctum fuerit in axe pyramidis: & duæ lineæ e a, e b fuerint perpendiculares super superficies, contingentes pyramidem: & hoc est possibile: quia sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo hæ duę lineæ fuerint perpendiculares, & fuerit uisus d: tunc superficies, in qua sunt g e, e d, transibit per totũ axem, & per centrũ uisus: & utraq; superficies d a o, d b o erit dechuis super axem pyramidis: & erunt differentię earũ duæ sectiones pyramidis [per 5 th. 1 conicorum Apollonij] & erunt formæ punctorum h, r, q reflexę ad d ex b: & formæ punctorum l, m, f reflectẽtur ad d ex a. Cum ergo lineę m l f, r h q fuerint in aliqua superficie uisibili, & uisus fuerit in d: tunc n u erit imago m r: & t k erit imago l h. & p i erit imago f q [ut ostensum est 54 n.] Sic ergo imago m r erit minor seipsa: & imago f q maior seipsa: & imago l h æqualis sibi ipsi. Et omnes imagines erunt conuersæ. Et si uisus fuerit in o, & n u, t k, p i fuerint in superficiebus uisibilium: tunc imagines earum erunt m r, l h, f q. Sic ergo erit imago f q seipsa minor: & imago n u maior: & imago t k æqualis. Et istæ imagines erunt rectæ. Nam istæ imagines erunt ultra centrum uisus, & comprehenduntur ante uisum super lineas radiales. Puncta ergo m, l, f comprehenduntur in linea a o: & puncta r, h, q comprehenduntur in o b: & sic forma reflectetur recta. Patet ergo ex his, quę diximus in hoc capitulo: quod lineæ rectę quandoq; uidentur in his specilis conuexæ: quandoq; concauæ: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & minores: & æquales: & quãdoq; rectę, conuersæ. Et in capitulo [secundo libri quinti] de imagine declarauimus, quòd omne punctum uisibile in huiusmodi speculis quandoque habet unam imaginem: quandoque duas: & tres: & quatuor. In omnibus ergo, quæ comprehenduntur in his speculis, accidit fallacia, ut in columnaribus concauis: accidunt́q; etiam in eis fallaciæ compositæ, sicut in cæteris speculis: & exempla, & declaratio eorum sunt, sicut in speculis planis. Et hoc intendimus declarare in hoc capitulo: nunc autem finiamus sextum tractatum.



ALHA-

ALHAZEN FILII
ALHAYZEN OPTICAE
LIBER SEPTIMVS.

SEptimi tractatus ſunt ſeptem partes. Prima pars eſt proœmium. Secunda, quòd lux tranſeat diaphana corpora ſecundum uerticationes linearum rectarum, & refringatur, cum occurrit corpori, cuius diaphanitas fuerit diuerſa à diaphanitate corporis, in quo exiſtit. Tertia de qualitate refractionis luminum in diaphanis corporibus. Quarta, quòd quicquid comprehenditur à uiſu ultra diaphana corpora, quorũ diaphanitas differt à diaphanitate corporis, in quo uiſus exiſtit, cum fuerit decliue à perpendicularibus, exeuntibus ſuper ſuperficiem eorum, comprehenditur ſecundum refractionem. Quinta de phantaſmatibus. Sexta, quomodo uiſus comprehendat uiſibilia ſecundum refractionem. Septima de fallacijs uiſus, quæ accidunt ex refractione.

PROOEMIVM LIBRI. CAP. I.

1. Viſio fit trifariam: rectè, reflexè & refractè. In præfat. 1. 10 libr. Idem 1 n 4.

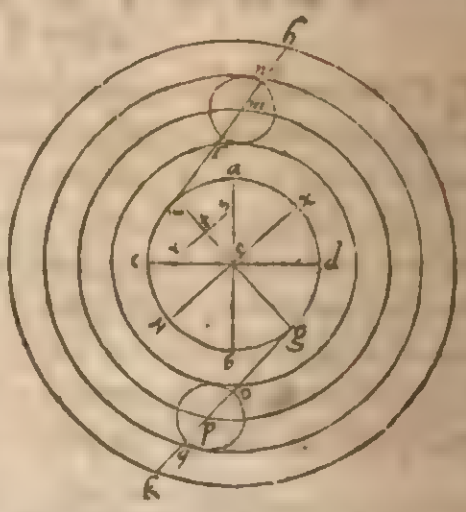
DRædictum eſt in proœmio quarti tractatus huius libri [1 n] quòd uiſus tribus modis comprehendat uiſibilia, uidelicet ſecundum rectitudinem: ſecundum reflexionem à terſis corporibus: & ſecundũ refractionẽ ultra diaphana corpora, quæ differunt in diaphanitate à diaphanitate aeris: & quòd uiſus nihil cõprehẽdit ex uiſibilibus, niſi aliquo iſtorũ triũ modorũ: & quòd quolibet iſtorũ modorum cõprehendit uiſus uiſibilia & omnes res, quæ ſunt in uiſibilibus, & omnibus modis uiſionis, quorũ diſtinctio declarata eſt in ultima differentia ſecundi tractatus. In præcedentibus autem tractatibus declaratum eſt, qualiter uiſus comprehendat uiſibilia ſecundum rectitudinem, & ſecundum reflexionẽ: & oſtendimus diuerſitatem comprehenſionis uiſus ad uiſibilia ſecundum utrumq; iſtorum modorum. Remanet ergo declararare, quomodo uiſus comprehendat uiſibilia ſecundum refractionem ultra corpora diaphana. Nos autem in iſto tractatu ſolummodo de refractione tractabimus: & manifeſtabimus formam refractionis: & diſtinguemus eius modos: & diuidemus proprietates eius: & declarabimus, quomodo accidat uiſui in huiuſmodi uiſione. Et primò proponemus fundamenta, quæ certificant, quicquid dependet ab hac re.

QVOD LVX PERTRANSEAT PER DIAPHANA CORPORA SECVNdum uerticationes linearũ rectarum, & refringatur, cum occurrit corpori, cuius diaphanitas fuerit diuerſa à diaphanitate corporis, in quo exiſtit. Cap. II.

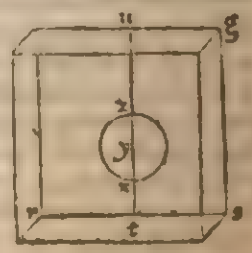
2. Conſtructio organi refractionis. 1 p 2.

QVòd lumen quidem tranſeat in aerem, & extendatur ſecundum lineas rectas, declaratũ eſt in tractatu primo huius operis: [14.17.28 n] aer autem eſt unum de corporibus diaphanis: per aquam autem, uitrũ, & diaphanos lapides lumen tranſit, & extenditur ſecundum lineas rectas: hoc autem comprehenditur per experientiam. Si quis ergo experiri uoluerit: accipiat laminam ex ære rotundam, cuius diameter nõ ſit minor uno cubito: & ſit ſpiſſitudo eius aliquantulum fortis: & habeat oras rotundas, perpendiculares ſuper ſuperficiem eius: & ſit altitudo orarum eius non minor latitudine duorum digitorũ. In medio autem dorſi laminæ ſit aliquod corpus paruum, columnare, rotundũ, cuius longitudo non minor latitudine trium digitorum: & ſit perpendiculare ſuper ſuperficiem laminæ. Et ponamus hoc inſtrumentũ in tornatorio, in quo tornant tornarij inſtrumenta cupri, & ponamus alterum dentem tornatorij in medio laminæ, & reliquũ in medio extremitatis corporis, quod eſt in dorſo laminæ: & radamus reuoluendo hoc inſtrumentum abraſione uera, quouſq; uerificetur rotunditas orarum ſuarum intus & extrà, & adæquetur ſuperficies interior & exterior, & fiant duæ ſuperficies æquidiſtantes: & abrademus etiam corpus, quod eſt in dorſo, donec fiat rotundum. Cum ergo hoc inſtrumentum fuerit perfectum per abraſionem: ſignemus in ſuperficie eius interiore duas diametros ſecantes ſe perpendiculariter. & ſunt tranſeũtes per centrum eius: deinde ſignemus punctum in baſi oræ inſtrumenti, cuius diſtantia ab extremitate alterius duarum diametrorum ſecantium ſe, eſt latitudo unius digiti: deinde extrahamus ex iſto puncto tertiam diametrum tranſeuntem per centrum laminę: quę quidem diameter extendatur in tota ſuperficie eius: deinde extrahamus à duobus extremis huius diametri duas lineas in ſuperficie oræ

instrumenti, perpendiculares super superficiem laminæ. Deinde diuidemus ex altera istarum duarum linearum tres lineas paruas, æquales, quarum prima sequitur superficiem laminæ: & longitudo cuiuslibet harum sit in quantitate medietatis grani hordeacei: fient ergo super lineam perpendiculare tria puncta, quę sunt fines illarũ linearũ. Deinde reducamus hoc instrumentũ ad tornatoriũ, & signemus in ipso tres circulos æquidistãtes, transeuntes per tria puncta, quæ sunt super lineam perpendicularem super extremitatem diametri: secabitur ergo alia perpendicularis, quæ est perpendicularis super aliam extremitatẽ huius diametri, per istos tres circulos, & fient in ipsa tria puncta, & fient in unoquoq; trium circulorũ duo puncta opposita, quæ sunt extrema alicuius diametri ex ipsorũ diametris. Deinde diuidamus medium circulum ex istis tribus circulis in 360 partes, & si possibile fuerit, in minuta: deinde perforemus in ora instrumenti foramen rotundum, cuius centrum sit medium punctum trium punctorum, quæ sunt super alteram duarum linearum, perpendicularium super extremitatem diametri laminæ: & sit medietas diametri eius in quantitate distantiæ, quę est inter circulos: perueniet ergo circumferentia foraminis inter duos circulos æquidistantes, qui sunt in extremitatibus.



Postea accipiamus laminam subtilem quadratam, aliquantulæ spissitudinis: cuius longitudo sit in quantitate altitudinis oræ instrumenti: & cuius latitudo sit prope hoc: & adæquetur superficies eius, quantùm potest: & adæquetur spissitudo eius etiam, quæ sequitur alteram extremitatem eius, quouisq; differentia communis inter superficiem faciei eius, & inter superficiem spissitudinis eius, sit linea recta: quã lineam diuidemus in duo æqualia: à cuius medio extrahamus lineam rectam in superficie faciei eius perpendicularem super lineam rectam, quę est communis differentia. Deinde diuidamus ex hac linea perpendiculari ex parte extremitatis, quæ est super communem differentiam, tres lineas, æquales inter se, & æquales unicuiq; paruarum linearum, quæ distinctæ sunt super perpendicularem lineam in ora laminæ: fient igitur super lineam perpendicularem in facie laminæ paruæ tria puncta. Deinde perforabimus hanc paruam laminam foramine rotundo, cuius centrum sit medium punctum punctorum, quę distinguunt lineas, quę sunt in ea: & sit medietas diametri eius æqualis alicui uni linearum paruarum: erit ergo hoc foramen æquale foramini, quod est in ora instrumenti. Deinde signabimus super diametrũ laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares: punctum in medio lineæ, quæ est inter centrũ laminæ & extremitatem diametri, quæ est in parte foraminis: & faciamus transire super hoc punctum lineam perpendicularem super diametrum: deinde ponamus basim laminę paruæ super hanc lineam, quouisq; differentia communis, quę est in parua lamina, superponatur huic lineæ perpendiculari super diametrum: & erit punctum, quod diuidit differentiam communem, quę est in parua lamina, in duo æqualia, positum super punctum signatum in diametro laminæ. Hoc autem facto, applicetur parua lamina cum maiore, completa applicatione & consolidatione: tunc ergo foramen, quod est in parua lamina, erit oppositum foramini, quod est in ora instrumenti. Et erit linea intellecta, quæ copulat centra duorum foraminum, in superficie circuli medij trium circulorum, qui sunt in interiore ora instrumenti: & erit æquidistans diametro laminæ: & erit lamina parua, quæ applicabitur puncto, quasi ora astrolabij. Hoc autem completo, secetur de ora instrumenti quarta, quæ sequitur quartam, in qua est foramen ex quatuor quartis distinctis per duas primas diametros, perpendiculariter se secantes, & adæquetur locus sectionis, donec fiat unus cum superficie laminæ.



Deinde accipiamus regulam æris, cuius longitudo non sit minor, sed maior uno cubito, & quadratæ figurę, quam circundent quatuor superficies æquales in latitudine duorum digitorum: & adæquentur superficies eius, in quantum potest, donec fiant æquales & habentes angulos rectos. Deinde perforetur in medio alicuius superficiei eius foramen rotundum, cuius amplitudo sit tãta, ut possit recipere corpus, quod est in dorso instrumenti, ut reuoluatur in ipso non leui reuolutione, sed difficili: & sit foramen perpendiculare super superficiem regulæ, & transiens ad aliam partem regulæ: deinde ponamus instrumentum super regulam, & mittamus corpus, quod est in instrumenti dorso, in foramen, quod est in medio regulæ, donec superponatur superficies instrumenti superficiei regulæ. Hoc autem facto, secetur illud, quod superfluit ex extremitatibus regulæ super diametrum laminæ: nam regula longior est, quàm diameter laminæ, quia sic posuimus eam. Cum ergo secuerimus duas superfluitates ex duabus extremitatibus regulæ, reducemus

mus has duas ſuperfluitates,& ponemus illas ſuper duas extremitates regulę, ita ut ponamus duas extremitates ſuperfluitatum ſuper duas extremitates illius, quod remanſit de regula, & applicabimus ſuperficiem extremitatum cum ſuperficie dorſi inſtrumenti: & erit illud, quod ponetur ex utraq; duarum ſuperfluitatum ſuper reſiduum regulæ æquale latitudini unius digiti. Hac autem poſitione conſiderata eminebunt duæ ſuperfluitates ſuper duas extremitates regulę. Et ſi perforatum fuerit illud, quod ſuperfluit de corpore in dorſo inſtrumenti, & immiſſus fuerit in foramen eius ſtilus ferreus, qui ipſum prohibeat exire, erit melius. Hoc autem perfecto, perfectum erit inſtrumentum. Deinde accipiat experimentator regulam cupream paruæ latitudinis, cuius latitudo ſit dupla diametri foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti: & cuius ſpiſſitudo ſit æqualis diametro foraminis, & cuius longitudo non ſit minor medietate cubiti: & uerificabitur regula illa, donec fiat ualde recta & uera: & fiant ſuperficies eius æquales & æquidiſtantes. Deinde obliquè ſecabimus altera parte latitudinem eius, quouſq; finis longitudinis eius contineat cum fine latitudinis eius angulum acutum, ut poſsit ſic facilius declinare & mouere eam quocunq; quis uoluerit: & ponet latitudinem eius ex alia extremitate perpendicularem ſuper finem longitudinis eius. Deinde diuidemus hanc latitudinem in duo æqualia, & extrahemus ex loco diuiſionis lineam in ſuperficie faciei regulæ, quæ extendatur in longitudine eius, & erit perpendicularis ſuper latitudinem eius. Cum ergo hæc regula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei laminæ, erit ſuperficies eius ſuperior in ſuperficie circuli medij trium circulorum figuratorum in interiore ora inſtrumenti. Nam ſpiſſitudo huius regulæ eſt æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis eſt æqualis perpendiculari exeunti è centro foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti ad ſuperficiem laminæ: quia diameter foraminis eſt æqualis duabus lineis trium linearum paruarum, quæ diſtinctæ ſunt de linea perpendiculari in interiore ora inſtrumenti. Cum ergo hæc regula fuerit erecta ſuper oram ipſius, & fuerit ſuperficies latitudinis eius ſuper ſuperficiem laminę: tunc linea deſcripta in medio eius, erit in ſuperficie medij circuli prædicti: quia perpendicularis, quę egreditur à quolibet puncto huius lineę ad finem longitudinis regulę, eſt æqualis perpendiculari, quę egreditur à centro foraminis ad ſuperficiem laminę: nam utraq; iſtarum perpendicularium eſt æqualis diametro foraminis.

3. Radius medio denſiori perpendicularis, irrefractus penetrat. 42. p 2. Idem 17 n 1.

CVm ergo experimentator uoluerit experiri tranſitum luminis in aqua per hoc inſtrumentum: accipiet uas rectarum orarum, ut cadum cupreum, aut ollam figulinam, aut conſimile: & ſit altitudo orarum eius non minor medietate cubiti: & ſit diameter circumferentię eius non minor diametro inſtrumenti: & adæquentur orę eius, donec ſuperficies, quę tranſit per oras eius, ſit ſuperficies æqualis: & ponamus in fundo eius corpus diuerſarum partium aut diuerſorum colorum, ut annulum, aut argentum depictum, aut depingatur in fundo eius pictura manifeſta: deinde infundatur aqua clara in uas, donec impleatur: & expectetur donec motus eius quieſcat. Cum ergo motus eius quieuerit, erigatur aſpiciens, aut ſedeat erectus, & aſpiciat ad uas, & apponat uiſum ſuum corpori, quod eſt in fundo aquę, aut picturę, quę eſt in fundo aquę, donec linea inter uiſum & medium illius corporis aut picturę illius, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquę quo ad ſenſum, & aſpiciat corpus, quod eſt in fundo, aut picturam: tunc inueniet illam eo modo, quo eſt, & inueniet ordinationem ſuarum partium inter ſe eo modo, quo ordinarentur, ſi aſpiceret illud, cum uas eſſet uacuum. Hoc autem declarato, certificatur, quòd illud, quod comprehenditur in fundo aquæ, cum aſpexerit illud eadem poſitione, qua aſpexit corpus, quod eſt in fundo aquæ, aut picturam: comprehenditur ſecundum ordinationem ſuarum partium. Hoc autem certificato, ſi quis uoluerit experiri tranſitum lucis: eligat locum, ſuper quem oritur lux ſolis, in quo ponat uas, & obſeruet, ut ſuperficies circumferentię uaſis ſit æquidiſtans horizonti: hoc autem poteſt obſeruari hoc modo: ut ſit circumferentia ſuperficiei aquę æquidiſtans circumferentię uaſis: & ſi intus in uaſe prope circumferentiam eius fuerit ſignatus circulus, æquidiſtans circumferentię uaſis, erit melius ad hoc, ut circumferentia ſuperficiei aquę comparetur ad circumferentiam circuli. Deinde experimentator debet imponere inſtrumentum rotundum intra hoc uas, ita ut duę regulę paruę poſitæ ſuper duo extrema regulæ maioris, ſuperponantur oræ uaſis ex utraque parte: tunc medietas inſtrumenti, & regula extenſa in longitudine inſtrumenti erunt intra uas: deinde addatur aqua, aut diminuatur de ea, donec fiat ſuperficies aquę una cum centro inſtrumenti: & ſit aqua clara: deinde reuoluatur inſtrumentum in circuitu uaſis, donec obumbretur illud, quod eſt intra aquam ex oris eius: tunc teneatur regula altera manu, & reuoluatur reliqua manu inſtrumentum ſuper ſe in circuitu centri eius, donec foramen, quod eſt in ora inſtrumenti, ſit oppoſitum corpori ſolis, & tranſeat lumen ſolis per foramen oræ inſtrumenti, & perueniat ad alterum foramen tabulę paruæ, & tranſeat per illud. Cum ergo pertranſierit forma lucis per duo foramina, perueniet ad fundum aquæ: tunc experimentator obſeruabit, ut ſitus lucis in regula de ſecundo foramine, ſit ſitus æqualis: hoc autem ſitu præſeruato, & luce perueniente ad ſuperficiem aquæ, auferat experimentator manus ſuas ab inſtrumento, & ſtet uel ſedeat erectus, & inſpiciat ad fundum aquæ, ex quarta, cuius oræ ſunt abſciſſę, & ſeruet poſitionem, quam ſeruauerat, cum aſpexerat corpus, quod erat in fundo aquæ, ut ſit certus, quòd illud, quod uidet, eſt, ſecundum quod eſt: tunc ergo cum intuebitur illud, quod eſt intra aquam de ora inſtrumenti: inueniet lumen pertranſiens ex duobus foramini-

raminibus ſuper ſuperficiem oræ inſtrumenti, quæ eſt intra aquam: & inuenietur lumen inter duos circulos æquidiſtãtes extremos de tribus circulis ſignatis in interiore parte inſtrumẽti oræ: aut addetur ſuper diſtantiam, quæ eſt inter circulos, modicùm: & erit additio eius ex duobus lateribus circulorum æqualis. Sequitur ergo ex poſitione, quòd punctum, quod eſt in medio luminis apparentis intra aquam, quod eſt ſuper interiorem partem oræ inſtrumenti, ſit per medium circulum trium circulorum æquidiſtantium, qui ſunt in interiore parte oræ inſtrumenti. Et hoc lumen, quod eſt intra aquam, erit manifeſtum, quòd ora ſuperior inſtrumenti, quæ circumdat ſuperius foramen, obumbrat interiorem partem oræ inſtrumenti, quæ circundat lumen, quod eſt in interiore parte oræ inſtrumenti. Et ſic in illo loco non erit ex interiore parte oræ inſtrumenti aliquid de lumine ſolis, niſi lumen, quod exit ex duobus foraminibus. Deinde experimentator accipiat lignum minutum, ſiue acum, & applicet eam in exteriore parte ſuperioris foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti, & obſeruet, ut acus tranſeat per medium foraminis: Deinde aſpiciat ſupra uas, & ſeruet poſitionem, quam menſurauit prius: tunc uidebit umbram acus in medio lucis: deinde inclinet acum attrahendo ipſam, donec extremitas eius ſit in medio foraminis, & intueatur lumen, quod eſt intra aquam, & quod eſt in ſuperficie aquæ: tunc inueniet umbram extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt intra aquam, & in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ. Deinde mutet poſitionem acus, & ponat extremitatem eius etiam apud medium foraminis, & intueatur umbram: tunc inueniet umbram extremitatis acus apud medium lucis: deinde leuet acum: & inueniet lucem redeuntem ad ſuum ſtatum intra aquam, & in ſuperficie aquæ. Deinde applicet acum in latere foraminis, & ponat eam chordam in foramine, non diametrum, & intueatur lumen, quod eſt intra aquam, & in ſuperficie aquæ: tunc inueniet in utroque illorum umbram, quæ eſt chorda: deinde leuet acum: tunc inueniet lumen rediens ad locum ſuum: & ſi mutauerit ſitum acus in lateribus foraminis: inueniet umbram ſemper in latere luminis. Declarabitur ergo ex hac experientia, quòd ad punctum, quod eſt in medio lucis, quæ eſt intra aquam, in circumferentia medij circuli, non exiuit lux, niſi ex puncto, quod eſt medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ: & quòd ad punctum, quod eſt medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, non exiuit lux, niſi ex puncto, quod eſt centrum foraminis ſuperioris, & tranſiuit per centrum foraminis inferioris, quod eſt in oris alijs. Nam ſi non tranſiſſet per centrum foraminis inferioris, non manifeſtaretur medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, cum acus eſſet in medio foraminis inferioris, ſed non manifeſtaretur de luce, quæ eſt in ſuperficie aquæ, niſi locus alius à centro eius. Lux ergo, quæ peruenit ad punctum, quod eſt centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & lux, quæ extenditur in aere, non extenditur niſi ſecundum lineas rectas. Lux ergo, quæ tranſit per centra duorum foraminum, extenditur ſecundum rectitudinem lineę tranſeuntis per centra duorum foraminum: hæc autem lux eſt illa, quę peruenit ad medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ. Punctum ergo, quod eſt in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, eſt in linea recta tranſeunte per centra duorum foraminum. Et hæc linea eſt in ſuperficie medij circuli de tribus circulis ſignatis in interiore parte oræ inſtrumenti: & eſt illius diameter, quia hæc linea eſt æquidiſtans diametro circuli, qui eſt in ſuperficie laminæ. Cum ergo punctum, quod eſt in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, fuerit ſuper hanc lineam: tunc illud punctum eſt in ſuperficie circuli medij prædicti: punctum autem, quod eſt in medio lucis, quæ eſt intra aquam, eſt in circumferentia medij circuli: ergo hæc duo puncta ſunt in ſuperficie medij circuli. Si ergo lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, latuerit, & non fuerit bene manifeſta: tunc experimentator mittet illam minorem regulam in aquam, & applicet oram eius in ſuperficie laminæ, & ponat ſuperficiem, in qua ſignata eſt linea, ſequentem ſuperficiem aquæ, & moueat eam, donec ſuperficies eius fiat cum ſuperficie aquæ. Cum ergo ſuperficies regulæ fuerit cum ſuperficie aquæ, & fuerit regula erecta ſuper oram eius: tunc linea, quæ eſt in ſuperficie ipſius, erit in ſuperficie circuli medij, qui tranſit per centra duorum foraminum: hac autem poſitione præſeruata: apparebit lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, ſuper ſuperficiem regulæ, & inueniet medium lucis ſuper lineam, quæ eſt in medio regulæ. Et ſi acus ſit poſita ſuper medium ſuperioris foraminis: tunc linea, quę eſt in medio regulæ, obumbrabitur: & ſi extremitas acus fuerit poſita ſuper centrum foraminis, apparebit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt ſuper regulam: & ſi acus fuerit ablata, redibit lux, ſicut erat. Cum hac ergo regula apparebit lux, quæ eſt in ſuperficie aquæ, apparitione manifeſta, & manifeſtabitur, quòd eſt ſupra lineam tranſeuntem per centra duorum foraminum: & iam poſueramus ſuperficiem aquæ apud centrum laminæ. Cum ergo ſuperficies regulæ fuerit cum ſuperficie aquæ: tranſibit ſuperficies regulæ per centrum laminæ: & tunc erit remotio centri lucis à centro laminæ æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiem laminæ: & ſic erit centrum lucis, quę eſt in ſuperficie regulę, centrum circuli medij. Deinde oportet experimentatorem auferre regulam ſubtilem, & mittere eam iterum in aquam, & applicare ſuperficiem latitudinis eius cum ſuperficie laminæ, & ponere angulum eius acutum apud centrum lucis, quæ eſt intra aquam, ſcilicet angulum, qui eſt in ſuperficie eius ſuperiore: deinde moueat regulam, donec acuitas eius inferior tranſeat per centrum laminæ, & ſic acuitas eius ſuperior tranſibit per centrum circuli medij. Punctum ergo ex linea ſuperiore regulę, quod eſt in ſuperficie aquę, eſt centrum circuli medij: eſt ergo centrum lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ: & erit longitudo eius diametri ex diametris medij circuli. Hac autem ratione præſeruata, accipiat experimentator acum longam: & mittat eam in aquam:

& ponat

& ponat caput ſuum in punctum ultimitatis regulæ: & intueatur lucem, quæ eſt intra aquam: tunc inueniet umbram acus ſecantem lucem: & inueniet umbram capitis acus apud cornu regulæ, quod eſt apud medium lucis. Deinde mutet poſitionem acus, & caput eius ſit in loco eius ex fine regulæ: tunc mutabitur ſitus umbræ ex luce, quæ eſt intra aquam: & erit umbra capitis acus inſeparabilis à medio lucis: deinde auferat acum & redibit lux ad locum ſuum. Deinde mittat acum in aquam iterum, & ponat caput eius in alio puncto finis regulę, & intueatur umbram, donec inueniat ſecãtem lucem, quæ eſt intra aquam: & inueniet umbram capitis acus in medio lucis. Deinde mutet poſitionem acus ſuper multitudinem punctorum ex acuitate regulæ: & inueniet umbram capitis eius ſemper in medio lucis. Declarabitur ergo ex hac experientia declaratione manifeſta, quòd lux, quæ eſt in puncto mediante lucem, quæ eſt intra aquam, quę eſt ſuper circumferentiam medij circuli: peruenit ad illud punctum à puncto, quod eſt mediũ lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ. Et declarabitur cum hoc, quòd hæc lux extenditur ſuper lineam rectam, quę eſt finis regulæ. Nam experientia eius per extremitatem acus ex diuerſis locis in fine regulę oſtendit illã tranſeuntem per omne punctum finis regulæ. Hac ergo uia experimentabitur tranſitus lucis per corpus aquæ: ex quo declarabitur, quòd extenſio lucis per corpus aquæ eſt ſecundum uerticationes rectarum linearum.

4. Radius medio denſiori obliquus, refringitur ad perpendicularem à refractionis puncto excitatam. 43 p 2. Idem 17 n 1.

DEinde oportebit experimentatorem ponere ſuper centrum lucis ſignum fixum cũ ſculptione: deinde quando experimentator intuebitur punctum, quod eſt in medio lucis, quę eſt intra aquam: inueniet ipſum nõ æquidiſtans duabus extremitatibus diametri laminæ, ſed extra duas lineas perpendiculares, quę ſunt ſuper extremitatẽ diametri laminæ, quę eſt intra aquam: & inueniet declinationem eius ab illa linea ad partẽ, in qua eſt ſol: & inueniet inter punctum, quod eſt centrum mediæ lucis, & punctum, quod eſt communis differentia lineæ perpendiculari ſuper extremitatem diametri laminæ, & puncto medio, quod eſt extremitas diametri medij circuli, tranſeuntis per centrum foraminis: inueniet dico, diſtantiam ſenſibilem. Hoc declarato, oportet mittere regulam ſubtilem in aquam, & applicare eam cum ſuperficie laminæ, & ponere terminum regulæ ſuper centrum laminę, & mouere regulam, quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, quò ad ſenſum: tunc igitur inueniet centrũ lucis, quę eſt intra aquam, inter acuitatem regulæ & lineam perpendicularem ſuper diametrum laminæ. Declarabitur ergò ex hoc, quòd hæc refractio eſt ad partem perpendicularis, exẽuntis à loco refractionis perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ. Cum ergo certus fuerit experimentator de hoc: oportebit eum ſignare apud extremitatem regulæ, quę eſt ſuper circumferentiam medij circuli, quę eſt extremitas perpendicularis, exeuntis à centro medij circuli perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, ſignum fixum, ut primum, quod ſignatum eſt apud centrum lucis. Et iam declaratum eſt, quòd lux, quę peruenit ad punctum, quod eſt centrum lucis, quæ eſt intra aquam, eſt lux extenſa ſecundum rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum: & hæc linea peruenit ad cẽtrum medij circuli æquidiſtantis ſuperficiei laminæ: & eſt illius diameter. Si hęc linea fuerit extenſa in imaginatione ſecundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram laminæ: tunc igitur erit æquidiſtans diametro laminæ, & peruenıet ad lineam perpendicularem in interiore parte oræ laminæ. Et cum centrum lucis, quę eſt intra aquam, non eſt ſuper perpendicularem lineam oræ laminæ: tunc lux, quę extenditur à medio lucis, quę eſt in ſuperficie aquæ, ad medium lucis, quæ eſt intra aquam, non extenditur ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, ſed refringitur. Declaratum eſt autem, quòd hæc lux extẽditur rectè à medio lucis, quę eſt in ſuperficie aquæ, ad medium lucis, quæ eſt intra aquam. Ergo refractio huius lucis eſt apud ſuperficiem aquæ.

5. Radij incidentiæ & refractionis ſunt in uno plano. 46 p 2.

ET iam declaratum eſt, quòd hæc lux tranſit per centra duorum foraminum, & per medium lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, quod eſt centrum circuli medij, æquidiſtantis ſuperficiei laminæ, & per medium lucis, quæ eſt intra aquam, quod eſt in circumferentia medij circuli. Ex quo patet, quòd lumen perueniens ad centrum lucis, quæ eſt intra aquam, dum extenditur in aere, & poſtquam refringitur intra aquã, eſt in eadem ſuperficie æquali, ſcilicet in ſuperficie circuli medij trium circulorũ, qui ſunt in interiore parte oræ inſtrumenti. Et refractio hæc inuenitur, quando linea tranſiens per centra foraminum fuerit decliuis ſuper ſuperficiem aquæ, non perpendicularis. Et nunquam erit hæc linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem aquæ in hora tranſitus lucis ſolis, niſi quando fuerit ſol in uertice capitis: & hoc erit in aliquibus locis, & non in omnibus: & in quibuſdam temporibus, non in omnibus: neq; tranſit ſol per uerticem capitis habitantium in pluribus locis habitationis: & in quibus tranſit: in iſtis locis diſtinguetur hęc experimentatio in omni tempore: illi autem ſuper quorum zenit h tranſit ſol, ſi uoluerint hoc experiri, cauebũt tempus, in quo ſol tranſit per capita eorum.

6. Radius medio rariori perpendicularis, irrefractus penetrat. 44 p 2.

TẽTE accipiat expimẽtator fruſta uitri clari, quorũ figuræ ſint cubicæ: & ſit lõgitudo uniuſcuiuſq;

eorum dupla diametri foraminis, quod est in ora instrumenti: & adæquetur superficies eorum uehementer per cõtricationem, quousq; sint æquales & æquidistantes, & latera sint recta: deinde poliantur. Hoc autem completo, signetur in medio laminæ linea recta transiens per cẽtrum eius: & sit perpendicularis super diametrum eius, super cuius extrema sunt lineæ duæ perpendiculares in interiore parte oræ instrumenti, & transeat in utraq; partẽ: & signetur hæc linea terro, ut descendat in corpus laminæ, & remaneat ibi. Deinde ponat unum uitrorum cubicorum super superficiem laminæ, & applicet unum latus suorum laterum cum hac perpendiculari, & ponat mediũ lateris uitri ueré super centrum laminæ, & ponat corpus uitri ex parte foraminum. Transibit ergo diameter laminæ, super cuius extrema sunt duæ lineæ perpendiculares, per mediũ superficiei uitri superpositæ laminæ. Hac positione præseruata, applicetur uitrum applicatione fixa per glutinũ tali modo, ut possit euelli: deinde accipiatur alterũ uitrum, & ponatur ultra primum, scilicet ex parte foraminum, & applicetur aliqua superficierũ eius superficiei primi uitri: hoc præseruato, applicetur secundum uitrum laminæ applicatione fixa: deinde accipiatur tertium uitrum, & applicetur secundo uitro, & adæquetur superficies eius cum duabus superficiebus laterum secũdi uitri, & applicetur laminæ: & sic fiat de pluribus uitris, quousq; perueniãt uitra ad oram perpendicularium super superficiem instrumẽti, aut prope. Cum ergo uitra fuerint applicata superficiei laminæ secundũ positionem prædictam: transibit diameter laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpẽdiculares in extremitate instrumẽti, per mediam superficiem uitrorum superpositorum laminæ: altitudo autem istorum uitrorũ in latitudine est dupla diametri foraminis: sed diameter foraminis est æqualis perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiẽ laminæ & super diametrũ eius: ergo unaquæq; perpendiculariũ exeuntium à centris superficierum uitrorũ, scilicet superficierum perpendicularium super superficiẽ laminæ, secãtium diametrum oppositam duobus foraminibus, est æqualis perpẽdiculari exeunti à centro foraminis super superficiẽ laminæ, & super diametrũ laminæ: & cadẽt perpẽdiculares exeuntes à cẽtris superficierũ uitrorũ ad superficiẽ laminæ, super diametrum laminæ, super cuius extremitates est perpẽdicularis, egrediens à centro foraminis. Linea ergo transiens per centra duorũ foraminum, si extendatur in imaginatione secundũ rectitudinem, transibit per cẽtra superficierum uitrorum, scilicet superficierum perpendiculariũ super superficiẽ laminæ oppositæ duobus foraminibus. Deinde experimẽtator accipiat regulã subtilẽ prædictã: & erigat eam super oram ipsius in superficie laminę: & ponat faciẽ eius, in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est super centrum laminæ, & ponat regulam prope uitrum, & ponat finem longitudinis regulæ secantem diametrum laminæ perpendiculariter. Hoc autem præseruato, applicet regulam laminæ applicatione fixa, ita ut possit euelli: hac autẽ positione præseruata in regula: tunc linea, quæ est in superficie regulæ, erit in superficie medij circuli ex tribus circulis, signatis in interiore parte oræ instrumenti: & transibit linea recta per cẽtra duorum foraminum, & per media superficierum uitrorum, secans lineam, quę est in regula. Hoc toto completo, ponatur instrumentum in uas prædictum: sit autem uas uacuum aqua: & ponatur uas in sole, & moueatur instrumentum, quousq; lux solis transeat per duo foramina: & sit lux apud secundum foramen æqualis: tunc igitur intueatur experimẽtator superficiem regulæ oppositam uitro: & inueniet lucem exeuntem à duobus foraminibus super superficiem regulæ: & inueniet illud, quod circundat lucem ex superficie regulæ, obumbratum umbra oræ instrumenti: & inueniet centrum uisus super lineam, quæ est in superficie regulæ. Hoc autem declarato, accipiat festucam subtilem, uel acum, & ponat illam super superius foramen, & ponat extremitatem perpendiculariter super centrum foraminis, & intueatur lucem, quæ est super regulam: tunc inueniet umbram extremitatis festucæ super centrum lucis, & inueniet illam super lineam, quę est in superficie regulæ. Tunc ergo accipiat experimentator pennam intinctam incausto, & signet super extremitatẽ umbrę, quę est in medio lucis, quę est super regulam, punctum: ergo erit istud punctum super lineam, quę est in superficie regulæ: deinde auferat acum à superiore foramine: & ponat ipsam super inferius foramen, scilicet quod est in ora: & ponat extremitatem acus super centrum foraminis: & intueatur lucem, quę est super regulam: tunc inueniet umbram extremitatis acus super punctum, quod est in superficie regulę: deinde auferat acum, & redibit umbra ad suum locum. Declarabitur ergo ex hac experimentatione, quòd lux, quę est super punctum, quod est in superficie regulæ, est lux, quę transit per cẽtra duorũ foraminum. Deinde accipiat experimentator calamũ tinctum incausto, & signet punctũ in uero medio superficiei uitri ex parte regulæ: si uerò nõ comprehẽdat mediũ uitri, quò ad sensum: signet in ipso duas diametros secãtes se, & locus sectionis est medium superficiei uitri. Hoc autem facto, intueatur lucem, quę est super regulam: & inueniet umbram puncti, quod est in medio uitri super punctum, quod est in superficie regulæ. Declarabitur ergo ex hoc, quòd lux, quæ transit per duo centra duorũ foraminum, transibit per punctum, quod est in medio uitri. Hoc autem declarato oportet experimẽtatorem uitrum primum euellere, & signare in superficie secundi uitri punctum medium, ut prius, & componere instrumentum secundo, & moueat ipsum, quousq; lux transeat per duo foramina: deinde intueatur: & inueniet lucem perueniẽtẽ ad centrum lucis, quę est in superficie regulę: & est lux, quę trãsit per cẽtra duorũ foraminũ. Declarabitur igitur ex hoc, quòd lux, quę trãsit per cẽtra duorũ foraminũ, trãsit etiã p punctũ, quod est in medio superficiei secũdi uitri: & situs eius est situs lucis trãseuntis p cẽtra duorũ foraminũ de supficiebus uitrorũ in prima experimẽtatione: & cũ hoc quãdo lux trãsit per punctũ, quod est in medio uitri secũdi: tũc lux, quæ trãsit per cẽtra duorũ foraminũ in

prima

prima experimentatione, transit etiam per punctum, quod est in medio uitri secundi. Deinde oportet experimentatorem euellere secundũ uitrum, & experiri tertium, & sic de cęteris usq; ad ultimũ. Patebit ergo experimẽtatione hac, quòd lux quæ transit per centra duorum forãminũ, perueniens ad superficiẽ regulæ, transit per centra superficierũ uitrorum omniũ positorum super superficiẽ laminæ. Manifestũ est ergo, quòd sit in rectitudine lineæ transeuntis per centra duorũ foraminum: & lux, quæ transit per centra duorũ foraminum in experimentatione omniũ uitrorum, extenditur in rectitudine lineæ continuantis centra duorũ foraminum. Manifestũ est ergo, quòd lux, quæ transit per lineã rectam, transeuntẽ per cẽtra duorũ foraminũ, transit etiã per centra superficierũ uitrorũ. Ex quo patet, quòd lux transit in corpus uitri, in quo extenditur, postquã transit, secundũ lineas rectas: & quòd lux, quæ transit per centra duorũ foraminum, extenditur etiã in corpus uitri secũdum rectitudinem lineæ, per quam extendebatur in aere, antequam pertransiret uitrum: & illa linea, per quam extenditur lux in aere, est perpẽdicularis super superficiẽ uitri oppositã foramini [per 8 p 11.] Nam linea, quæ transit per centra duorũ foraminum, est æquidistans diametro laminæ, quę est perpendicularis super primam superficiem superficierum uitrorum: quia est perpẽdicularis super differentiam communem inter superficiem uitri, & superficiem laminæ. Item accipiat experimẽtator medietatem sphęræ uitreæ mundæ claræ, ut crystallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia inter tabulam & centrum laminæ, & inueniat centrum basis eius, super quod signet lineam subtilem cum incausto: postea separet ex hac linea ex parte centri basis, quod est centrũ sphæræ, lineã æqualem diametro foraminis, quod est in ora instrumẽti: erit ergo hæc linea æqualis lineæ, quæ est inter centrũ foraminis, quod est in ora instrumẽti, quæ est perpẽdicularis super superficiem laminæ. Deinde statuamus super extremitatẽ lineæ separatæ à diametro lineã perpendicularem, & extrahamus illam in utramq; partẽ: deinde secemus uitrum super hãc lineam in confrictorio uel in tornatorio, donec locus sectionis fiat superficies æqualis, & perpendicularis super superficiẽ basis semicirculi, & mẽsuremus angulũ, qui est inter duas superficies, per angulũ rectum factũ ex cupro, donec uerificetur superficies ista: & tunc differentia communis huic superficiei & superficiei basis sphęræ erit linea recta: & linea copulans centrũ sphęræ cum hac linea, erit perpẽdicularis super superficiem factã: postea sumatur in medio huius lineæ, quę est cõmunis differentia, particula parua, quæ est signũ medij eius. Hoc complero, poliatur uitrũ uehemẽtissimè, & ponatur super superficiẽ laminæ, & gibbositas eius sit ex parte foraminũ, & sit pars facta in uitro super superficiẽ laminæ, & superponatur linea recta, quæ est cõmunis differentia duabus superficiebus æqualibus, quę sunt in uitro, super lineã scilicet signatã in lamina, secantẽ diametrũ perpendiculariter, & ponatur medium lineæ super centrũ laminæ. Hac ergo positione præseruata, applicetur uitrum laminæ applicatione fixa: deinde ponamus regulã subtilem super superficiẽ instrumẽti, sicut ponebamus in experimẽtatione uitrorũ cubicorũ, & ponamus superficiẽ regulæ, in qua est linea recta latitudinis, sit ex parte uitri, & prope illud: deinde ponatur instrumentũ in prædictũ uas: & ponatur uas in sole, uacuũ sine aqua: & moueatur instrumentũ, donec lux solis trãseat per duo foramina: & sit situs lucis de secundo foramine situs mediocris, & intueatur experimẽtator regulã: & inueniet lucẽ transeuntẽ p duo foramina, sup superficiẽ regulæ: deinde applicet stilũ superiori foramini, & ponat extremitatẽ stili sup centrũ foraminis, & intueatur lucẽ, quę est in regula: tũc inueniet umbrã extremitatis stili apud centrũ lucis: deinde auferat stilũ, & redibit lux ad suũ locum. Postea applicet stilũ ad secundũ foramen, & ponat extremitatẽ eius apud centrũ secundũ, & intueatur lucẽ, quę est in regula: tũc inueniet umbrã extremitatis stili apud centrũ lucis. Postea ponat extremitatẽ stili apud centrũ basis uitri (quod est centrũ sphęræ) & intueatur lucẽ, quę est sup regulã: inueniet umbrã extremitatis stili super centrũ lucis. Deinde ponat stilũ in medio lucis, quæ est sup conuexũ uitri oppositi foramini secũdo, quod est propè illud, & intueatur lucẽ, quę est super regulã: & inueniet umbrã extremitatis stili apud centrũ lucis. Ex quo patet, quòd lux, quę transit per centra duorũ foraminũ, trãsit etiã per centrũ basis uitri, & per mediũ superficiei lucis, quę est in cõuexo uitri. Manifestũ est igitur qd' lux, quę trãsit in corpus uitri, extẽditur secundũ rectitudinẽ lineę trãseuntis per cẽtra duorũ foraminũ: hęc aũt linea est diameter sphęræ uitreæ. Nã perpẽdicularis exiens à cẽtro basis uitri ad laminã, est æqualis diametro foraminis: diameter autẽ foraminis est æqualis perpẽdiculari exeunti à cẽtro foraminis ad superficiẽ laminę: ergo perpẽdicularis à cẽtro foraminis basis uitri sup superficiẽ laminæ, est æqualis perpẽdiculari exeũti à cẽtro foraminis ad superficiẽ laminę: & hæ duę perpẽdiculares cadũt super diametrũ laminę. Linea ergo, quę trãsit per cẽtra duorũ foraminũ, si fuerit extẽsa in rectitudine, perueniet ad centrũ sphęræ uitreæ: erit ergo diameter huius sphęræ: est ergo perpẽdicularis sup superficiẽ huius sphęræ [ut demonstratũ est 25 n 4.] Experimẽtatione aũt uitrorũ cubicorũ patuit, quòd lux, quę extẽditur in corpus uitri, est in rectitudine lineę, p quã extẽdebatur in aere: & linea, p quã extẽdebatur in aere, erat illic perpẽdicularis sup superficiẽ uitri. Et oportet experimentatorẽ auferre regulã subtilẽ, applicatã ad superficiẽ laminę: & cõponat instrumentũ secũdo, & moueat ipsum, quousq; lux trãseat p duo foramina, & intueatur orã instrumẽti, quæ est intra uas: & inueniet lucẽ super orã instrumẽti, & inueniet centrũ lucis in pũcto, quod est differẽtia communis inter circumferentiã circuli medij & lineã perpẽdicularem in ora instrumẽti, quod est extremitas diametri circuli medij, trãseuntis per cẽtra duorũ foraminũ: & lux, quæ extẽditur p hãc lineã, erit differentia cõmunis perueniens ad centrum sphęræ uitreę. Centrum ergo lucis, quę est in ora

instru-

inſtrumenti,& centrum ſphæræ uitreæ, & centrum duorum foraminum ſunt in eadem linea recta. Ex quo patet,quòd lux,quæ tranſit in corpus uitri,perueniens ad cẽtrum ſphæræ eius, cum extrahitur in aerem, extenditur in rectitudine lineæ, per quam extendebatur in corpore uitri. Hæc autem linea eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem baſis uitri, quæ eſt æquidiſtans diametro laminæ, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem baſis uitri: quia eſt perpendicularis ſuper lineã rectam, quæ eſt differentia communis duabus ſuperficiebus uitri æqualibus, quarum altera eſt ſuperpoſita ſuperficiei laminæ, & reliqua erecta ſuper ſuperficiem laminæ. Linea igitur tranſiens per centra duorum foraminum & per centrum ſphæræ uitreæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri: eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris,qui tangit hanc ſuperficiem. Et ſi experimentator infuderit aquam in uas,remanente uitro in ſua poſitione,& poſuerit aquam ſupra cẽtrum uitri, & inſpexerit lucem,quæ eſt in ora inſtrumenti: inueniet centrum lucis ſuper extremitatẽ diametri medij circuli. Et ſi euulſerit uitrum,& poſuerit illud in lamina è contrario huic ordinationi, ſcilicet,ut ſuperficies æqualis ſit ex parte foraminum,& conuexitas uitri ſit ex parte interiore uaſis: & ſuperpoſuerit lineam rectam, quæ eſt in uitro, quæ eſt differentia communis duabus ſuis ſuperficiebus æqualibus,ſuper lineam rectam,quæ eſt in lamina, ſecãtem perpendiculariter diametrum laminæ, & poſuerit medium huius lineæ,ſcilicet,quæ eſt in uitro,ſuper centrũ laminæ, & inſpexerit lucem, ſicut fecit in prima poſitione: inueniet lucem cadentem ſuper oram inſtrumenti, & inueniet centrum lucis ſuper punctum,quod eſt differentia cõmunis medij circuli, & lineæ ſtanti in ora inſtrumenti. Ex quibus declarabitur,quòd lux ſolis, quæ tranſit per centra duorum foraminum, tranſit etiam in corpus uitri ſecundum rectitudinem lineæ,per quam extendebatur in aere: & poſtquam egreditur corpus uitri,extenditur etiam in aere ſecundum rectitudinem lineæ,per quam extendebatur in uitro: lineaq;, quæ tranſit per centra duorum foraminum,eſt in hac poſitione etiã perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri,oppoſitam foramini,ſcilicet ſuperficiẽ, quæ eſt baſis hemiſphærij. Et hæc linea eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem cõuexam: nam in hac poſitione etiam eſt diameter ſphæræ: eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris contingentis ſuperficiem ſphæræ. Et ſi experimentator infuderit aquam in uas, & reliquerit uitrum in ſua poſitione, & poſuerit aquam infra centrum uitri,& aſpexerit lucem,quę eſt in ora inſtrumenti:inueniet centrum lucis in extremitate diametri medij circuli. Ex his ergo experimentationibus, quæ fiunt per cubicum & ſphęricum uitrum,patet,quòd ſi lux occurrerit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis à corpore, in quo eſt,& linea,per quam extenditur, fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis: tunc lux extenditur in ſecundo corpore in rectitudine lineæ, per quam extendebatur in corpore primo:nec differt,ſi ſecundum corpus fuerit groſsius primo aut ſubtilius.

7. Radꝰ medio rariori obliquus, refringitur à ppẽdiculari à refractiõis pũcto excitata. 45 p 2.

ITem oportet experimentatorẽ euellere uitrũ,& referre illud ad laminã, & ponere mediũ lineæ rectæ,quæ eſt in eo,ſuper centrũ laminæ,& ponere ſuperficiẽ æqualem ex parte duorũ foraminum,& lineã,quæ eſt in uitro,quæ eſt differẽtia cõmunis duabus ſuis ſuperficiebus,obliquã ſuper diametrũ laminæ qualibet obliquatione,& ponere obliquationẽ diametri laminæ ſuper hãc lineam ad illam partẽ,ad quã declinabat apud experimentationẽ aquæ. Neceſſe eſt igitur,ut perpendicularis,quæ egreditur à centro uitri,quæ eſt ſuper ſuperficiẽ uitri perpendicularis,quę extẽditur in corpore uitri,obliqua ſit à linea tranſeunte per cẽtra duorum foraminũ ad partẽ,in qua ſunt duo foramina. Et applicet experimentator uitrũ ſecundũ hunc ſitum applicatione fixa,& ponat inſtrumentũ in uas,& uas in ſole,& moueat inſtrumentũ, donec lux trãſeat per duo foramina, & intueatur lucẽ,quæ eſt intra uas: tunc inueniet illã in interiore ora inſtrumẽti, & inueniet centrũ lucis in circumferentia medij circuli: ſed extra punctũ,quod eſt differentia cõmunis circumferẽtiæ circuli medij,& lineæ ſtanti in ora inſtrumenti: & declinatio eius erit ad partem,in qua eſt ſol: erit ergo ad partem perpẽdicularis,exeuntis à loco refractionis. Et hæc lux extenditur in aere in rectitudine lineæ,tranſeuntis per centra duorũ foraminũ: & hęc linea in hoc ſitu perueniet ad centrũ ſphęræ uitreæ,& erit obliqua ſuper ſuperficiẽ æqualem. Huius autẽ lucis terminatio extẽſionis in uitro eſt à cẽtro uitri: extẽditur igitur in corpore uitri ſecundũ lineam rectã,exeuntem à centro ſphæræ: ergo illius eſt diameter: hęc igitur lux extẽditur in corpore uitri ſecundũ uerticationẽ diametri alicuius eius. Cũ ergo peruenerit ad ſphęricam ſuperficiẽ, erit perpendicularis ſuper illã: & cum extrahetur in aerem, erit perpendicularis ſuper aerem contingentẽ ſuperficiem ſphęricam. Non ergo refringitur in aere, neq; extẽditur rectè: ergo refringitur, ſed nõ in corpore uitri, neq; in cõuexo eius, neq; in primo aere, neq; in ſecũdo: ergo refringitur apud centrum uitri: & hęc lux eſt obliqua ſuper ſuperficiem ęqualem, in qua eſt centrum uitri. Ex quibus patet, quòd, cum lux extenditur in aere & tranſit in uitrum, & fuerit obliqua ſuper ſuperficiem uitri: refringetur, & non tranſibit rectè: & refractio eius erit ad partem, in qua eſt perpendicularis, exiens à loco refractionis: & corpus uitri groſſius eſt corpore aeris. Manifeſtum eſt igitur ex hac experimentatione, & prima de refractione lucis ab aere ad aquam (luce exiſtente obliqua ſuper ſuperficiem aquę) quòd, cum lux fuerit extenſa in corpore ſubtiliore, & occurrerit illi groſsius corpus: refringetur ab ipſo: & erit refractio eius ad partem, in qua eſt linea exiens à loco refractionis, quę eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis groſsioris. Item oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere ipſum è contrario: ſcilicet ut ſuperficies conuexa ſit ex parte foraminum, & ponat medium differentię communis, quę eſt in uitro ſuper centrum laminę, & ponat differẽtiam communem obliquã ſuper diametrum laminę, &

applicet

applicet uitrum applicatione fixa, & extrahat à centro laminæ lineá in ſuperficie perpendicularem ſuper differétiam communé, quæ eſt in uitro: erit hæc linea perpendicularis ſuper ſuperficié uitri. Nam ſuperficies uitri æqualis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficié laminæ. Deinde experimétator ponat inſtrumentũ in uaſe exiſtente ſine aqua, & moueat inſtrumentũ, quouſq; lux tráſeat per duo foramina, & intueatur lucem, quæ eſt intra uas: tunc inueniet illam in interiore ora inſtrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & extra punctum, quod eſt differentia communis circumferentiæ medij circuli, & lineæ perpendiculari, in ora inſtrumenti: quod punctum eſt extremitas diametri medij circuli: & inueniet declinationem eius ad cõtrariam partẽ illi, in qua eſt perpendicularis. Hæc autẽ lux extenditur in uitro ſecundũ rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminũ: quia hæc linea eſt diameter uitri in hac etiã poſitione, quia tranſit per centrũ uitri. In hac ergo poſitione refractio lucis etiam eſt apud centrum uitri: & hęc lux eſt obliqua ſuper ſuperficiem uitri æqualem, & ſuperficiem aeris contingentem uitrum. Ex quibus patet, quòd, cum lux extẽditur in uitro, & egreditur ad aerem, & fuerit obliqua ſuper ſuperficiem aeris: refringetur: & refractio eius erit in ſuperficie circuli medij, & ad partem contrariam illi, in qua eſt linea exiens à loco refractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris. Et ſi experimentator infuderit aquam in uas (exiſtente uitro in ſua poſitione) & poſuerit aquam ſuper centrum uitri, & aſpexerit lucem, quæ eſt intra uas: inueniet lucem in interiore parte oræ inſtrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia medij circuli, & inueniet illud extra extremitatem diametri medij circuli, obliquum ad partem contrariam illi, ſuper quam cadit perpendicularis: & inueniet diſtãtiam centri lucis ab extremitate diametri medij circuli minorem diſtantia centri lucis ab hoc puncto, in experientia egreſſus lucis à cẽtro ad aerem: quia aer eſt ſubtilior aqua, aqua autem eſt ſubtilior uitro. Ex hac autem experimentatione, & prædicta, patet, quòd quando lux extenditur in corpore groſſiore, & occurrerit corpori ſubtiliori, & fuerit obliqua ſuper ſuperficiem corporis ſubtilioris: refringetur, & non tranſibit rectè: & refractio eius erit ad partem contrariá illi, in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſubtilioris: & tantò magis declinabit à perpendiculari, quantò corpus erit ſubtilius. Item oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere etiam ipſum in ſuperficie laminæ, & ſuperponat lineam rectam, quæ eſt in eo, ſuper lineam rectam, quæ eſt in lamina, & ponat ſuperficiem eius conuexam ex parte duorum foraminum, & lineam rectam, quę eſt in uitro, extra centrum laminæ, & coniungat uitrum bene, & ponat regulam ſubtilem ſuper ſuperficiem laminæ, & erigat eam ſuper oram eius, & ponat ſuperficiem eius, in qua ſignatur linea, ex parte uitri, & terminus eius ſecet diametrum laminæ perpendiculariter, & applicetur hoc modo. Sic ergo linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum, non tranſit per centrum ſphæræ, ſed per aliud punctum ſuperficiei uitri æqualis: & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem. Deinde oportet experimentatorem ponere inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole: & moueat inſtrumentum, quouſque lux tranſeat per duo foramina, & intueatur ſuperficiem regulæ: tunc inueniet lucem ſuper ſuperficiem regulæ, & centrum eius ſuper lineam, quæ eſt in ſuperficie regulæ, & centrum lucis extrà rectitudinem lineæ, quæ tranſit per centra duorum foraminum: & inueniet declinationem eius ad partem, in qua eſt centrum uitri: & inueniet lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum, perpendicularé ſuper ſuperficiem uitri æqualem [per 8 p 11] eſt enim æquidiſtans diametro, & diameter laminæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem. Et ſi lux tranſiſſet per centra duorum foraminum, & extenderetur ſecundum rectitudinem ad ſuperficiem æqualem: tunc extenderetur in rectitudine in aere: ſed cum centrum lucis, quę eſt in regula, non ſit in rectitudine huius lineæ: ergo lux nõ extenditur in rectitudine ipſius ad ſuperficiem æqualem: & lux in corpore uitri extenditur rectè: ergo lux, quæ extenditur in corpore uitri, non eſt in rectitudine lineæ, quæ tranſit per cẽtra duorum foraminum: ergo eſt refracta: ſed non in aere, neque in corpore uitri: ergo refringitur apud ſphæricam ſuperficiem uitri. Et linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum, nõ tranſit per centrum uitri: & hæc lux, cum egreditur à ſuperficie uitri æquali, refringitur. Sed cum regula ſubtilis fuerit ualde propinqua ſuperficiei uitri: tunc declinatio centri lucis, quæ eſt in regula, à rectitudine lineæ, quę extenditur in corpore uitri, non latebit in tantùm, ut poſsit occultare refractionem lucis in corpore uitri aut partem eius. Et hæc refractio erit ad partem, in qua eſt centrum uitri: ergo eſt ad perpendicularem exeuntem à loco refractionis, perpendicularem ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam: quia linea exiens à centro uitri ad punctũ refractionis, eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem ſphæricam. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere è contrario huic poſitioni: ſcilicet ut ponat ſuperficiem uitri æqualem ex parte duorum foraminũ, & ponat differentiam communem duabus ſuperficiebus æqualibus uitri, ſuper lineam ſecantem diametrum laminę perpendiculariter, & ponat medium differentiæ cõmunis extra centrũ laminæ. Vitro autẽ coniuncto hoc modo: linea, quæ tranſit per centra duorũ foraminum, non tranſit per centrũ uitri, ſed perueniet ad punctum de ſuperficie eius æquali, in qua eſt centrũ eius, extra punctũ centri: & erit perpendicularis ſuper ſuperficiem æqualẽ, ſicut ſupradictũ eſt. Et cũ linea, quæ tranſit per centra duorũ foraminum, extẽſa fuerit rectè in imaginatione: perueniet ad punctũ, quod eſt extremitas diametri circuli medij. Et cũ experimentator poſuerit uitrũ hoc modo, ponet inſtrumẽtum in uaſe, & uas in ſole, & moueat inſtrumentũ, donec lux tranſeat per duo foramina, & intueatũr oram inſtrumẽti: & inueniet lucem in interiore parte oræ inſtrumenti, & inueniet centrum lucis in circumferentia circuli

medij,

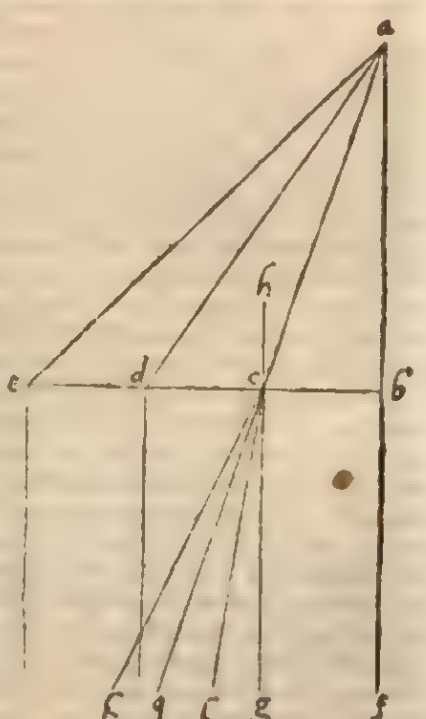
medij,& extra punctum,quod eſt extremitas diametri circuli medij:& declinans ad partem,in qua eſt centrum ſphæræ uitreæ. Et linea, quæ egreditur à centro huius ſphæræ in imaginatione ad locum refractionis,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem huius ſphæræ: eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris,qui contingit ſuperficiem ſphæræ.Hęc ergo refractio eſt ad partē contrariam illi,in qua eſt perpendicularis,exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aeris contingētis ſuperficiem ſphæræ.Lux autem,quæ tranſit per centra duorum foraminum,tranſit in corpus uitri rectè: quia eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem,oppoſitam duobus foraminibus: & perueniet ad conuexitatem ſphæræ uitreæ : & cum peruenerit ad illam ſuperficiem , non erit perpendicularis ſuper illam: cū non ſit diameter in ſphæra.Et omnis perpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiem,eſt diameter illius,aut ſecundum rectitudinem diametri illius [ut cōſtat ē 4 th 1 ſphæ.] Sed lux,quæ extenditur in corpore uitri hoc modo,non eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē aeris contingentis conuexum uitri:& hæc lux inuenitur refracta: ergo refringitur apud conuexum ſphæræ. Et ſi experimentator infuderit aquam intra uas , (uitro remanente in ſuo ſitu) & poſuerit aquam infra centrum laminæ,& aſpexerit lucem,quæ eſt in ora inſtrumenti : inueniet lucem refractam ad partem,in qua eſt centrum uitri: ergo ad partem contrariam illi,in qua eſt perpendicularis , exiens à loco refractionis,quæ extenditur à corpore uitri in corpore aeris perpendicularis ſuper concauitatem aeris,contingentis conuexum uitri. Ex omnibus ergo his experimentationibus patet,quod lux ſolis tranſit in omne corpus diaphanum ſecūdum uerticationes linearum rectarum:& cum occurrit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis , in quo eſt , lineæque , per quas extenditur in primo corpore,fuerint declinātes ſuper ſuperficiem ſecundi corporis : tunc lux refringitur in corpore ſecundo in uerticatione linearū rectarum aliarum à primis , per quas extendebatur in primo corpore. Et ſi lineæ rectæ,per quas extendebatur in primo corpore , fuerint perpendiculares ſuper ſuperficiem ſecundi corporis : tunc lux extenditur in rectitudine eius,& non refringitur. Et cum lux obliqua fuerit , & exierit à corpore ſubtiliore ad groſsius, refringetur ad partem perpendicularis , exeuntis à loco refractionis perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis.Cum uerò lux obliqua,fuerit extenſa à groſsiore ad ſubtilius: refringetur ad partem contrariam perpendicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis. Cum ergo lux tranſeat per omnia diaphana ſecundum lineas rectas: ergo omnes luces extendentur in omnibus corporibus diaphanis:quia declaratum eſt in primo tractatu huius libri [14.17.28 n] quòd prium lucis eſt extendi ſemper ſecundum lineas rectas,ſiue lux fuerit eſſentialis, ſiue accidentalis, ſiue fortis,ſiue debilis Præterea poteſt experimentator experiri luces accidentales in illo prædicto inſtrumento,& illis uijs prædictis : ſi in aliqua domo , in quam intret lux diei per aliquod foramen alicuius quantitatis,clauſerit ianuam,& poſuerit inſtrumētum in oppoſitione foraminis , & inſpexerit lucem, quæ eſt intra aquam , & ultra uitrum in ora inſtrumenti , & proceſſerit per uias præoſtenſas in experimentatione lucis ſolis Cum ergo experimentator expertus fuerit lucem accidentalem his prædictis uijs:inueniet lucem accidentalem tranſeuntem per corpus aquæ & per corpus uitri,& inueniet extenſionem eius in uitro ſecūdum uerticationes linearū rectarum : & refractam, ſi fuerit obliqua ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: & rectam,ſi fuerit perpēdicularis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. In primo autem tractatu declaratum eſt , quòd lux omnis ſiue eſſentialis, ſiue accidentalis , ſiue fortis,ſiue debilis, ſemper extenditur à quolibet puncto cuiuslibet corporis ſecundum lineam rectam.Ex iſtis ergo omnibus,quæ declarauimus experientia & ratione : patet, quòd omnis lux in corpore lucido eſſentialiter aut accidentaliter , fortiter aut debiliter extenditur à quolibet puncto illius per corpus diaphanum, contingēs illud corpus , per omnē lineam rectam, per quam poterit extendi,ſiue illud corpus contingens ſit aer, aut aqua , aut lapis diaphanus. Et ſi luces extenſæ per corpus contingens lucem,quæ eſt principium eius, occurrerint corpori diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis , in quo exiſtit , & fuerint in lineis perpendicularibus ſuper ſuperficiem ſecundi corporis:extendentur rectè in ſecundo corpore: & ſi fuerint in obliquis lineis ſuper ſuperficiē ſecundi corporis,refringentur in ſecundo corpore:tum in ſecundo corpore extendentur in uerticatione linearum rectarum aliarum à primis. Et ſi lux fuerit refracta : tunc linea,per quam extēdebatur lux in primo corpore,& linea per quam refringebatur in ſecundo:erunt in eadem æquali ſuperficie [ut oſtenſum eſt 5 n] & refractio eius, cum egreſſa fuerit à corpore ſubtiliore ad groſsius:erit ad partem perpendicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem groſſioris corporis:& cū egreſſa fuerit à groſsiore corpore ad ſubtilius:tūc refractio eius erit ad partem cōtrariā illi,in qua eſt perpēdicularis exiēs à loco refractionis ſuper ſuperficiē ſubtilioris corporis.

8. Radius medio perpēdicularis,irrefractus penetrat , obliquus refringitur:in denſiore quidem ad perpendicularem:in rariore uerò à perpēdiculari è refractionis puncto excitata. 47 p 2.

QVare autē refringatur lux,quando occurrit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis, cauſſa hæc eſt:quia tranſitus lucis per corpora diaphana fit per motum uelociſsimum,ut declarauimus in tractatu ſecundo Luces ergo,quę extenduntur per corpora diaphana,extenduntur motu ueloci,qui non patet ſenſui propter ſuam uelocitatem. Præterea motus earum in ſubtilibus corporibus,ſcilicet in illis, quæ ualde ſunt diaphana , uelocior eſt motu earum in ijs , quæ ſunt groſsiora illis,ſcilicet quæ minus ſunt diaphana. Omne enim corpus diaphanum,cum lux trāſit in ipſum,reſiſtit luci aliquantulum , ſecūdum quod habet de groſsitie. Nam in omni corpore naturali

neceſſe

neceſſe eſt, ut ſit aliqua groſsities: nam corpus paruæ diaphanitatis nõ habet finem in imaginatione, quæ eſt imaginatio lucidæ diaphanitatis: & omnia corpora naturalia peruenũt ad ſinem, quem non poſſunt tranſire. Corpora ergo naturalia diaphana non poſſunt euadere aliquam groſsitiem. Luces ergo cum tranſeunt per corpora diaphana, tranſeunt ſecundũ diaphanitatem, quæ eſt in eis, & ſic impediunt lucem ſecundum groſsitiem, quæ eſt in eis. Cum ergo lux tranſiuerit per corpus diaphanum, & occurrit alij corpori groſsiori primo: tunc corpus groſsius reſiſtit luci uehemẽtius, quàm primum reſiſtebat: & omne motum cum mouetur ad aliquam partem eſſentialiter aut accidentaliter, ſi occurrerit reſiſtenti, neceſſe eſt, ut motus eius tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis: tunc motus ille refringetur ad contrariam partem: ſi uerò debilis, nõ refringetur ad contrariam partem, nec poterit per illã procedere, per quam incœperat: ſed motus eius mutabitur. Omnium autem motorum naturaliter, quæ rectè mouentur per aliquod corpus paſsibile: trãſitus ſuper perpendicularem, quæ eſt in ſuperficie corporis, in quo eſt trãſitus, erit facilior. Et hoc uidetur in corporibus naturalibus. Si enim aliquis acceperit tabulã ſubtilem, & paxillauerit illam ſuper aliquod foramen amplum, & iteterit in oppoſitione tabulæ, & acceperit pilam ferream, & eiecerit eã ſuper tabulam fortiter, & obſeruauerit, ut motus pilæ ſit ſuper perpendicularem ſuper ſuperficiem tabulæ: tunc tabula cedet pilæ aut frangetur, ſi tabula ſubtilis fuerit, & uis, qua ſphæra mouetur, fuerit fortis. Et ſi iteterit in parte obliqua ab oppoſitione tabulę, & in illa eadẽ diſtantia, in qua prius erat, & eiecerit pilam ſuper tabulam illam eandem, in quam prius eiecerat: tunc ſphæra labetur de tabula, ſi tabula non fuerit ualde ſubtilis, nec mouebitur ad illam partem, ad quam primò mouebatur, ſed declinabit ad aliquam partem aliam. Et ſimiliter, ſi acceperit enſem, & poſuerit corã ſe lignum, & percuſſerit cum enſe, ita ut enſis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ligni: tunc lignum ſecabitur magis: & ſi fuerit obliquus, & percuſſerit oblique lignum: tunc lignum non ſecabitur omnino, ſed fortè ſecabitur in parte, aut fortè enſis errabit deuiando: & quanto magis fuerit enſis obliquus, tantò minus aget in lignum: & alia multa ſunt ſimilia: ex quibus patet, quòd motus ſuper perpendicularem eſt fortior & facilior: & quòd de obliquis motibus ille, qui uicinior eſt perpendiculari, eſt facilior remotiore. Lux ergo, ſi occurrit corpori diaphano groſsiori illo corpore, in quo exiſtit: tunc impedietur ab eo, ita quod non tranſibit in partem, in quam mouebatur, ſed quia non fortiter reſiſtit, non redibit in partem, ad quam mouebatur. Si ergo motus lucis tranſiuerit ſuper perpendicularem, tranſibit rectè propter fortitudinem motus ſuper perpendicularem: & ſi motus eius fuerit ſuper lineam obliquam: tunc nõ poterit tranſire propter debilitatem motus: accidit ergo, ut declinetur ad partem motus, in quam facilius mouebitur, quàm in partem, in quam mouebatur: ſed facilior motuum eſt ſuper perpendicularem: & quod uicinius eſt perpendiculari, eſt facilius remotiore. Et motus in corpore, in quod tranſit, ſi fuerit obliquus ſuper ſuperficiem illius corporis, componitur ex motu in parte perpendicularis trãſeuntis in corpus, in quo eſt motus, & ex motu in parte lineæ, quæ eſt perpendicularis ſuper perpendicularem, quæ tranſit in ipſum. Cum ergo lux fuerit mota in corpore diaphano groſſo ſuper lineã obliquam: tunc trãſitus eius in illo corpore diaphano erit per motum compoſitum ex duobus prædictis motibus. Et quia groſsities corporis reſiſtit ei ad uerticationem, quam intẽdebat, & reſiſtentia eius non eſt ualde fortis: ex quo ſequeretur, quòd declinaret ad partẽ, ad quam facilius tranſiret: & motus ſuper perpendicularem eſt facilimus motuum: neceſſe eſt ergo, ut lux, quæ extẽditur ſuper lineam obliquam, moueatur ſuper perpendicularem, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diaphani groſsi. Et quia motus eius eſt compoſitus ex duobus motibus, quorũ alter eſt ſuper lineam perpendicularem ſuper ſuperficiẽ corporis groſsi, & reliquus ſuper lineam perpendicularem ſuper perpendicularem hanc: & motus compoſitus, qui eſt in ipſo, nõ omnino dimittitur, ſed ſolummodo impeditur: neceſſe eſt, ut lux declinet ad partẽ faciliorem parte, ad quam prius mouebatur, remanente in ipſo motu compoſito: ſed pars facilior parte, ad quam mouebatur remanente motu in ipſo, eſt illa pars, quę eſt uicinor perpẽdiculari. Vnde lux, quę extẽditur in corpore diaphano, ſi occurrit corpori diaphano groſsiori corpore, in quo exiſtit: refringetur per lineam propinquiorem perpendiculari, exeunti à puncto, in quo occurrit corpori groſsiori; quæ extenditur in corpore groſsiore per aliam lineam quàm ſit linea, per quam mouebatur. Hęc ergo cauſa eſt refractionis ſplendoris in corporibus diaphanis, quæ ſunt groſsiora corporibus diaphanis, in quibus exiſtunt: & ideo refractio propriè eſt inuẽta in lucibus obliquis. Cum ergo lux extenditur in corpore diaphano, & occurrerit corpori diaphano diuerſæ diaphanitatis a corpore, in quo exiſtit, & groſsiori, & fuerit obliqua ſuper ſuperficiem corporis diaphani cui occurrit: refringetur

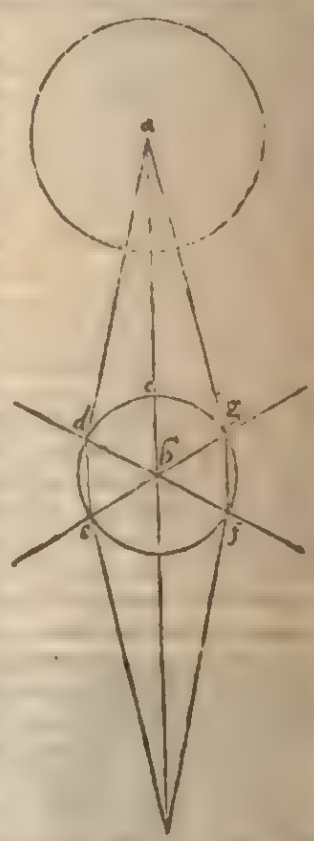


ad partẽ perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani extẽſæ in corpore groſsiore. Cauſa autem, quæ facit refractionem lucis à corpore groſsiore ad corpus ſubtilius ad partem contrariam parti perpẽdicularis, eſt: quia cum lux mota fuerit in corpore diaphano, repellet eam aliqua repulſione, & corpus groſsius repellet eam maiore repulſione, ſicut lapis, cũ mouetur in aere, mouetur facilius & uelocius, quàm ſi moueretur in aqua: eò quòd aqua repellit ipſum maiore repulſione, quàm aer. Cum ergo lux exierit à corpore groſsiore in ſubtilius: tunc motus eius erit uelocior. Et cum lux fuerit obliqua ſuper duas ſuperficies corporis diaphani, quod eſt differentia cõmunis ambobus corporibus: tunc motus eius erit ſuper lineam exiſtẽtem inter perpendicularem, exeuntem à principio motus eius, & inter perpendicularem ſuper lineam perpendicularem, exeuntem etiam à principio motus. Reſiſtentia ergo corporis groſsioris erit à parte, ad quam exit ſecunda perpendicularis. Cum ergo lux exiuerit à corpore groſsiore, & peruenerit ad corpus ſubtilius: tunc reſiſtentia corporis ſubtilioris facta luci, quæ eſt in parte, ad quam ſecunda exit perpendicularis, erit minor prima reſiſtentia: & fit motus lucis ad partem, à qua reſiſtebatur, maior. Et ſic eſt de luce in corpore ſubtiliore ad partem contrariam parti perpendicularis.

DE QVALITATE REFRACTIONIS LVCIS IN corporibus diaphanis. Cap. 111.

9. Superficies refractionis eſt perpendicularis ſuperficiei refractiui. 2 p 10.

IN prædicto capitulo [5 n] declaratũ eſt, quòd omnis lux, quæ refringitur à corpore diaphano ad aliud corpus diaphanum, ſemper erit in una ſuperficie æquali. Linea ergo recta, per quã extenditur lux in aere, & linea recta, per quam refringitur in aqua, ſemper erũt in eadem ſuperficie æquali. Hæc autem ſuperficies apud inſpectionem inſtrumenti prædicti, eſt medius circulus ille ex tribus ſignatis in uteriore parte oræ inſtrumẽti & ille circulus eſt æquidiſtans ſuperficiei interioris laminæ: ſed ſuperficies interioris laminæ eſt æquidiſtans ſuperficiei dorſi, cui ſuperponitur ſuperficies regulæ quadratæ: ergo ſuperficies circuli medij eſt æquidiſtãs ſuperficiei regulæ quadratæ: & ſuperficies regulæ quadratæ, quæ eſt ſuperpoſita dorſo laminæ, eſt perpendicularis ſuper alteram ſuperficiem, ſecantem ſuperficiem ſuperpoſitam: & hæc ſuperficies regulæ ſuperponitur ſuperficiei duarum differẽtiarum ſibi applicatarum in duabus extremitatibus regulæ: ſed ſuperficies duarum differentiarum ſuperponitur oræ inſtrumenti. Ergo ſuperficies medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntem ſuper oram inſtrumenti. Et hæc ſuperficies tranſiens per oram inſtrumenti, eſt æquidiſtans horizonti apud experimẽtationem. Superficies ergo medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis. Cum ergo declaratũ ſit [4. 7. 8 n] quòd lux, quæ eſt in aere, & refringitur in aqua, eſt apud experimentationem in circumferẽtia medij circuli: manifeſtum, quòd lux, quę extenditur in aere, & refringitur in aqua, eſt ſemper in eadem ſuperficie æquali ſuper ſuperficiem horizontis. Et etiam imaginemur lineam à centro medij circuli ad centrum mundi: ſic ergo linea hæc erit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ [ut oſtenſum eſt 25 n 4] quia eſt diameter mundi: ſed hęc linea eſt in ſuperficie medij circuli: ergo eſt in ſuperficie refractionis. Ergo ſuperficies refractionis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ. Et iam declaratũ eſt, quòd cũ lux refringitur ex aere ad aquam: erit inter primam lineã, per quã extenditur in aere, quæ eſt inter diametrũ medij circuli, & inter perpendicularem, exeuntẽ à cẽtro medij circuli ſuper ſuperficiẽ aquæ. Et iam declaratum eſt etiã, quòd lux, quæ eſt in punẽto, quod eſt centrũ lucis, quæ eſt intra aquã, non peruenit ad ipſum, niſi ex luce, quæ extẽditur à cẽtro medij circuli. Lux ergo, quę refringitur ex aere ad aquã, refringitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiẽ aquæ. Et refractio eius erit ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ aquæ, & nõ peruenıet ad perpendiculare. Refractio autẽ lucis ab aere ad uitrũ hoc modo fit. Declaratũ eſt enim in experimentatione uitri, quòd cũ linea, quæ tranſit per centra duorũ foraminũ, fuerit obliqua ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ, & tranſiuerit per centrũ uitri, & ſuperficies uitri æqualis fuerit ex parte foraminum: tunc refringetur apud centrũ uitri: & refractio eius erit in ſuperficie circuli medij ad partẽ, in qua eſt perpendicularis, exiens à cẽtro uitri ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ. Et declaratũ eſt etiã, quòd cũ linea, quę tranſit per cẽtra duorũ foraminũ, fuerit obliqua ſuper ſuperficiẽ uitri ſphæricã: & ſuperficies ſphærica fuerit ex parte foraminũ: tũc lux refringetur in corpore uitri, & apud ſuperficiẽ uitri ſphæricã: & erit refractio eius in ſuperficie medij circuli, & ad partẽ perpendicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ uitri ſphæricam. Et ſuperficies uitri æqualis, in qua eſt centrũ uitrei circuli, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ. Eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem medij circuli. Superficies ergo medij circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem.

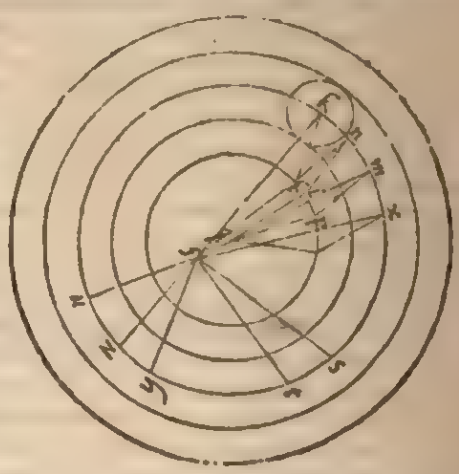


æqualem. Et ſuperficies circuli medij tranſit etiá per centrũ ſphęræ uitreæ in omnibus experimentationibus uitri. Ergo eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri ſphæricá. Lux ergo, quę extẽditur in aere, & refringitur in corpore uitri apud extenſionẽ eius in aere, poſtquá iterũ refringitur in uitro, ſemper eſt in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ uitri. Et ſemper refractio eius erit ad partem perpẽdicularis, exeũtis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ uitri, ſiue ſuperficies uitri fuerit æqualis, ſiue ſphęrica. Itẽ declaratũ eſt etiá, quòd linea, quę tráſit per duo cẽtra foraminũ, cũ fuerit perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ uitri, & extẽſa fuerit in corpus uitri ſecundũ rectitudinẽ, & ſuperficies ſphærica fuerit ex parte foraminũ, & fuerit hęc linea, ſcilicet quę tráſit per centra duorũ foraminũ, declinás ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ, & tráſiuerit per centrũ uitri, & refracta fuerit in corpore aeris cõtingẽtis ſuperficiẽ uitri æqualẽ, & apud centrũ uitri: tũc refractio eius erit in ſuperficie circuli medij, & ad contrariá partẽ illi, in qua eſt perpẽdicularis, exiẽs à cẽtro uitri ſuper ſuperficiẽ uitri æqualem. Et declaratũ eſt etiá, quòd linea, quę tráſit per cẽtra duorũ foraminũ, cũ fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ, & ſi fuerit extenſa in corpore uitri ſecundũ rectitudinẽ, & ſuperficies æqualis fuerit ex parte foraminũ, & hęc linea, ſcilicet quę tráſit per cẽtra duorũ foraminũ, fuerit obliqua ſuper ſuperficiẽ uitri ſphęricá, & nõ tráſiens per centrũ eius, & fuerit refracta apud ſuperficiẽ uitri ſphæricá in corpore aeris contingẽtis ſuperficiẽ ſphęricam: tũc refractio eius erit in ſuperficie medij circuli, & ad partẽ contrariá illi, in qua eſt perpẽdicularis, exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis. Et in his duobus ſitibus ſuperficies etiá medij circuli eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri æqualẽ & ſphæricá. Lux ergo, quę extẽditur in corpore uitri, & refringitur in aere, dũ extẽditur in uitro, & refringitur in aere, ſemper eſt in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiem aeris: & ſemper refractio erit ad partẽ contrariam illi, in qua eſt perpẽdicularis exiens à loco refractionis ſup ſuperficiẽ aeris. Ex omnibus ergo iſtis prædeclaratis patet, quòd omnis lux refracta à corpore diaphano ad aliud corpus, ſemper refringitur in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis. Et ſi ſecundũ corpus fuerit groſsius primo: tũc refractio eius erit ad partem perpẽdicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis, & nõ peruenit ad perpendicularem. Et ſi ſecundũ corpus fuerit ſubtilius primo: refractio erit ad partẽ contrariam illi, in qua eſt perpẽdicularis, exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis, ſecundũ diuerſitatem figurarũ ſuperficierum corporũ diaphanorũ. Et ex his etiá patet, quòd cum lux refringitur à corpore diaphano ad ſecundũ corpus diaphanũ, & de ſecũdo ad tertiũ: refringetur etiá in ſuperficie tertij, ſi diaphanitas tertij differt à diaphanitate ſecũdi: ſi uerò tertiũ fuerit groſsius ſecũdo: tũc refractio lucis erit ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ tertij: ſi aũt tertiũ fuerit ſubtilius ſecũdo: tũc refractio lucis erit ad partẽ cõtrariá illi, in qua eſt perpẽdicularis. Similiter ſi lux refracta fuerit ad quartũ corpus, & ad quintum, aut ad plura. Hoc aũt declarauimus quidẽ in hoc capitulo, qualiter omnes luces refringãtur in corporibus diaphanis diuerſæ diaphanitatis. Quare aũt fiat refractio in ſuperficie perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani, hęc eſt: quia linea, per quá extẽditur lux in primo diaphano corpore, refringitur ad partẽ perpẽdicularis in hac ſuperficie, ſcilicet, in qua eſt perpẽdicularis & prima linea: pars enim perpẽdicularis eſt in hac ſuperficie: ideo refractio fit in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diaphani.

10. Magnitudines angulorũ refractiõis ab aere ad aquã organo refractiõis explorare. 5 p 10.

QVantitates autẽ angulorũ refractionis differũt ſecundũ quantitates angulorũ, quos continent prima linea, per quá extenditur lux in primo corpore, & perpẽdicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis, ſecundũ diaphanitatem ſecũdi corporis. Nam quanto magis creſcit angulus, quẽ cõtinent prima linea & perpẽdicularis, tantò creſcit angulus refractionis: & quantò magis decreſcit ille angulus, quẽ continẽt perpẽdicularis & prima linea, tantò decreſcit angulus refractionis. Sed anguli refractionũ nõ obſeruãt eandẽ proportionẽ ad angulos, quos cõtinet prima linea cũ perpẽdiculari, ſed differũt hæ ꝓportiones in eodẽ corpore diaphano. Cũ ergo prima linea, per quá lux extẽditur in primo corpore, cõtinuerit cũ perpẽdiculari duos angulos inæquales, in duobus diuerſis tẽporibus, aut in duobus locis diuerſis: tũc ꝓportio anguli refractionis, quæ eſt ab angulo minore ad angulũ minorẽ, minor erit ꝓportione anguli refractionis anguli maioris ad angulũ maiorẽ. Cũ ergo experimẽtator uoluerit experiri illos angulos, diuidat à circulo medio, qui eſt in circũferentia inſtrumẽti, ex parte cẽtri foraminis, quod eſt in circũferentia inſtrumẽti, arcum decẽ partium ex illis partibus, quibus medius circulus diuiditur 360: deinde extrahamus à loco differẽtiæ lineá rectá, perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ laminæ, & copulemus extremitatem eius, quæ eſt in lamina, cũ centro laminæ per lineá rectá, & protrahamus ipſam in aliá partem: deinde diuidamus in circumferẽtia medij circuli etiá arcum ſequentẽ primum, cuius quãtitas ſit 90 partiũ: & ſignemus in extremitate huius arcus ſignũ. Linea ergo, quæ exit à centro medij circuli ad hoc ſignũ, erit perpẽdicularis ſuper lineá exeuntem à centro medij circuli ad primum ſignũ, quod eſt in circũferentia medij circuli [per 33 p 6: quia hæ duæ lineæ quadrantẽ totius peripheriæ comprehẽdunt] & erit arcus reſiduus, qui eſt inter ſignũ & extremitatẽ diametri medij circuli, quę tranſit per centra duorũ foraminũ, 80 partiũ. Signemus in extremitate huius diametri etiá ſignum: deinde ponamus inſtrumentũ in uaſe, & obſeruemus ut circumferentia uaſis ſit æquidiſtans horizonti, & incipiamus experiri ab hora ortus ſolis, & infundamus in uas aquam claram, quouſq; perueniat ad centrum laminæ, & moueamus inſtrumẽtum, donec prima linea ſignata in ſuperficie laminæ, contingat ſuperficiem aquæ: in hoc ergo ſitu linea, quę tranſit per centrũ circuli medij, æqui-

distans est primæ lineæ signatæ in superficie laminæ, cuius extremitas peruenit ad primũ signum, signatum in circumferentia medij circuli, & tanget etiam superficiem aquæ: locus enim harum duarum linearũ non differt in respectu superficiei aquæ, quòd ad sensum. Et hæc linea continet cum linea exeunte à centro medij circuli ad signum, quod est in circumferentia medij circuli, perpendiculari super superficiem aquæ, angulum rectum: & diameter medij circuli, quæ transit per cẽtra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari exeunte à centro medij circuli super superficiem aquæ, angulum, cuius quantitas erit 80 partium. Hunc enim angulũ chordat arcus medij circuli, qui est inter secundũ & tertium signum: arcus autem, qui est inter centrum foraminis & primum signum, qui est 10 partium, chordat angulum declinationis. Deinde oportet experimentatorem considerare solẽ, & mutare instrumentum, donec lux transeat per duo foramina: & tunc aspiciat lucem, quæ est in ora instrumenti, quæ est intra aquam, & signet super centrũ lucis signum: hoc ergo signum erit in circumferentia medij circuli: deinde auferat instrumentum, & aspiciat tertium signum, quod est inter extremitatem medij circuli, & inter secundum signum, quod est extremitas perpendicularis, exeuntis à cẽtro medij circuli super superficiem aquæ. Ex hac ergo experimentatione patebit, quòd angulus refractionis est ille, quem chordat arcus, qui est inter centrũ lucis & tertium signum, quod est extremitas lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, per quam extendebatur lux: & ex numero partium huius arcus patebit quantitas anguli refractionis, & quantitas proportionis anguli refractionis ad 80 partes, quæ est angulus, quẽ continet linea, per quam extendebatur lux, cum perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiẽ aquæ. Deinde oportet experimentatorem delere signum & lineam signatam in lamina, & distinguere inter circumferentiam medij circuli ex parte centri foraminis, quod est in ora instrumenti arcum, cuius quãtitas sit 20 partium: & signet in extremitate eius signum, & extrahat ab hoc signo perpendicularem super superficiem laminæ, & extrahat ab eius extremitate lineam ad centrum laminæ: & protrahamus illam in utramq; partem: & diuidamus arcum sequentem illum (cuius quantitas 20) in partes 90: & signemus in ipso signum: & erit arcus, qui est inter signum secundum & extremitatem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, 70 partium: & signemus in extremitate huius lineæ signum. Deinde ponamus instrumentũ in uas, & reuoluamus illud, quousq; linea signata in lamina tangat superficiem aquæ. Linea ergo, quæ exit à centro circuli medij ad secundũ signum, erit perpendicularis super superficiem aquæ, ut prædictum est: & linea, quæ transit per centra duorum foraminum, continet cum hac perpendiculari angulum 70 partium. Deinde experimentator consideret solem, & moueat instrumentum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrum lucis signum, & auferat instrumentum, & aspiciat signa, quæ sunt in circumferentia medij circuli: ex qua experimentatione habebit quãtitatem anguli refractionis, & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extenditur lux, cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc statu 70 partiũ. Deinde experimentator auferat instrumentũ, & deleat signa, & lineam, quæ est in lamina, & diuidat arcum ex parte foraminis, cuius quantitas sit 30 partium, & procedat, ut in primis ablationibus: & sic habebit quãtitatem anguli refractionis & proportionem eius ad angulum, quem continet linea, per quam extendebatur lux cum perpendiculari exeunte à loco refractionis, qui est in hoc situ 60 partium. Deinde diuidamus arcum, cuius quantitas sit 40 partium: deinde arcum, cuius quantitas sit 50 partium: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & consideret unumquemq; istorum arcuum: & sic habebit quãtitates angulorum refractionis, & angulorum declinationis, quos chordant primi arcus distincti ex parte centri foraminis: & habebit proportiones angulorum refractionis ad angulos, quos continent primæ lineæ, per quas extendebatur lux, cum perpendiculari, quæ est in superficie aquæ, qui crescunt per decẽ. Et si experimentator uoluerit, ut anguli crescant per quinq;, bene poterit facere: & si uoluerit per minus, quàm per quinque, bene poterit facere prædicto ordine.

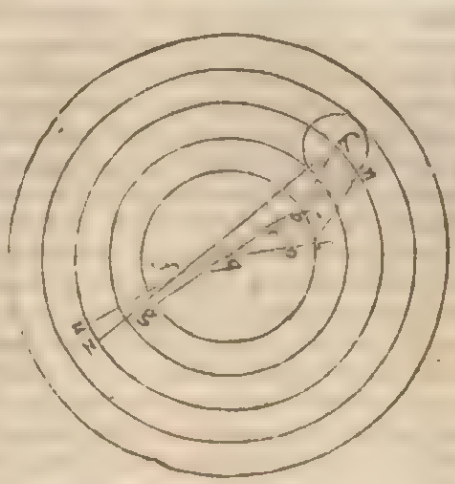


11. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitra planum uel conuexum, & contra, organo refractionis inuenire. 6 p 10.

ET cum experimentator uoluerit experiri per uitrum: diuidat arcus, & signet prædicta signa, & superponat uitrum prædictum superficiei laminæ, & superponat differentiam eius cõmunem lineæ signatæ in lamina, & ponat superficiem uitri æqualem ex parte foraminum, & applicet uitrum bene, & ponat instrumentum in uase, & moueat ipsum, quousq; lux transeat per duo foramina, & signet super centrum lucis signum, & auferat instrumentum, & intueatur arcus, & deinde deleat signa, & diuidat alios arcus, & signet alia signa, & inspiciat arcus, ut aspexit per aquã: & sic habebit quantitates angulorum refractionis in transitu lucis de aere ad uitrum. Et si uoluerit

experiri

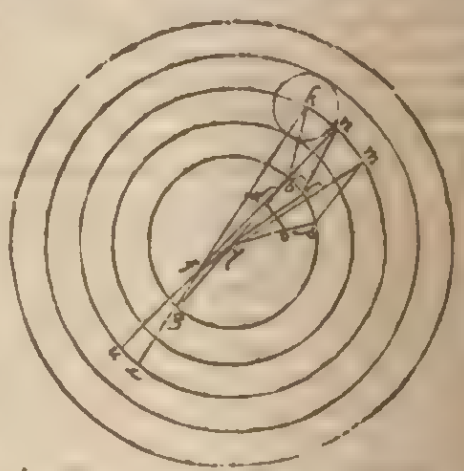
experiri refractiones lucis de uitro ad aerem, & ad aquam: applicet uitrum è contrario primi situs. scilicet, ut ponat conuexum eius ex parte duorum foraminum, & ponat medium communis differentiæ, quæ est in uitro, super centrum laminæ. Tunc ergo lux, quæ transit per centra duorum foraminum, peruenit rectè ad cétrum uitri, & refringitur apud illud de uitro ad aerem. Deinde diuidat arcus successiuè, & mutet positionem uitri: & sic habebit angulos refractionũ particulares, & proportiones eorum ad angulos, quos continet prima linea, per quam extenditur lux, cum linea perpendiculari super superficiem contingentẽ superficiem uitri. Et cum experimẽtator expertus fuerit hos duos prædictos situs: uidebit quòd quãtitates angulorum refractionis de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem semper erunt æquales: cum angulus, quem continet linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis cum linea perpendiculari, cum refringitur de aere ad uitrum, æqualis sit angulo, quem cõtinet linea, per quam extenditur lux à loco refractionis cum perpendiculari, cum reflectitur à uitro ad aerem. Et si quis uoluerit experiri quantitates angulorũ refractionis, qui sunt apud conuexum uitri: diuidat de circumferentia medij circuli ex parte cẽtri foraminis, quod est in ora instrumenti, arcum, cuius quantitas sit 10 partium, & extrahat ab extremitate eius perpendicularem super superficiem laminæ in superficie oræ instrumenti, sicut prius fecerat: deinde diuidat ex hac linea incipiens à centro laminæ lineam æqualem semidiametro uitri, & ab extremitate huius lineæ extrahat perpẽdicularem super diametrum laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti: & protrahat hãc perpendicularem in utramq; partem: deinde superponat uitrum super superficiẽ laminæ, & superponat differentiam eius cómunem prędictæ perpendiculari, & ponat medium differẽtiæ cómunis super punctum, à quo extracta fuerit perpendicularis: & sic erit centrum uitri in superficie medij circuli, & linea, quæ transit per centra duorũ foraminum, erit perpendicularis super superficiẽ uitri æqualẽ: [per 8 p 11] est enim æquidistans diametro laminæ, quæ est perpendicularis super illam superficiem & differẽtiam communem, quę est in uitro: & centrum circuli medij erit in conuexo uitri. Nam linea, quæ exit à centro circuli medij ad cẽtrum laminæ, est æqualis lineæ exeunti à centro uitri ad mediũ differentiæ cõmunis: & utraq; istarum linearũ est perpẽdicularis super superficiem laminæ: ergo duæ lineæ sunt æquales & æquidistãtes: [per 33 p 1] & linea, quę copulat centrũ uitri cũ centro circuli medij, est æqualis lineæ, quę copulat centrũ laminæ, & mediũ differentiæ cõmunis, quæ est in uitro: hæc autem linea æqualis posita fuit semidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli est in conuexo uitri. Linea ergo, quę transit per centra duorum foraminum, quæ transit per medij circuli centrum, tenet cum linea, exeunte à centro uitri, angulum æqualem angulo, qui est apud centrũ laminæ. Extendantur ergo duæ lineæ in imaginatione recte in utramq; partẽ, scilicet diameter prædicta uitri, & linea, quæ transit per centra duorum foraminum: peruenient ergo ad circumferẽtiam medij circuli: sunt enim ambæ in superficie medij circuli. Ergo duę lineæ diuident à circũferentia medij circuli ex utraq; parte arcum, cuius quantitas est 10 partium: & extremitates lineæ, quę transit per centra duorũ foraminum, sunt notæ: altera enim earũ est centrum foraminis, & altera punctũ oppositum centro foraminis: & altera duarũ extremitatum lineæ, quę transit per centrũ uitri, est extremitas arcus, quẽ separauerat à circũferentia medij circuli, qui distat à cẽtro foraminis 10 partibus: reliqua ergo extremitas lineæ, quę transit per centrũ uitri, distat à linea, quę transit per centra duorũ foraminũ, decẽ partibus in parte opposita primo signo. Signemus ergo extremitatẽ huius diametri, & extremitatẽ lineæ, quę transit per centra duorũ foraminum, quoniã locus iste est notus: quia est super lineã perpendicularem in ora instrumenti: & intueatur experimentator signũ: & inueniet illud remotius ab extremitate lineæ, quæ transit per centra duorũ foraminum. Hæc ergo refractio est ad partem contrariam perpendiculari à loco refractionis: quia perpẽdicularis exiens à loco refractionis, est linea, quæ transit per centrũ uitri: & arcus circumferentiæ medij circuli, qui est inter cẽtrum lucis & extremitatem lineæ, quę transit per centra duorũ foraminum, est quantitas anguli refractionis: angulus enim refractionis est apud centrum medij circuli. Lux enim extenditur super lineam transeuntem per centra duorum foraminum recte, donec perueniat ad conuexum uitri & sphęricum. Angulus ergo refractionis erit apud centrũ circuli medij, qui est super conuexum uitri: & arcus, qui est inter cẽtrum lucis & extremitatem lineæ, quę transit per centra duorũ foraminum, est ille, qui chordat angulũ refractionis, qui est 10 partium. Deinde oportet experimentatorẽ euellere uitrum, & diuidere à centro foraminis arcum, qui sit 20 partium, & procedat ut prius: & sic habebit quantitatẽ anguli refractionis differentem à quantitate anguli, qui est 20 partium. Et sic diuidat alios arcus successiuè: & experiatur refractiones eorum sicut in primis: & habebit quantitates angulorum refractionis, qui sunt apud conuexum uitri. Et eædem sunt quantitates angulorum refractionis lucis de aere ad uitrum: hoc enim declaratum est in prædictis experimentationibus: sed



refractio de aere ad uitrũ eſt ad partẽ ppẽdicularis: refractio uerò de uitro ad aerẽ eſt ad partẽ cõtrariam perpẽdiculari. Et ſi quis uoluerit experiri uitrum & aquã, & à cõuexo uitri & à ſuperficie eius æquali, habebit quãtitates angulorũ refractionis de uitro ad aquã: aqua enim ponitur in loco aeris.

12. Magnitudines angulorum refractionis ab aere uel aqua ad uitrum canum, & contrà, organo refractionis inueſtigare. 7. 8 p 10.

ET ſi quis uoluerit experiri quãtitates angulorũ refractionis apud concauũ uitri: accipiat uitrum concauum concauitate columnari in quantitate ſemicolumnę: & ſit figura uniuerſi uitri æquidiſtãtium ſuperficierũ: & longitudo eius ſit maior diametro uitri ſphærici uno grano hordei: & latitudo eius ſit ſimiliter: & ſpiſſitudo eius ſit dupla diametri foraminis, quod eſt in ora inſtrumẽti: & concauitas ſit in uno ſuorũ laterum: columnaris ſcilicet in ſuperficie una quadrata: & longitudo columnæ ſit in lõgitudine uitri: & ſemidiameter baſis columnæ ſit in quãtitate ſemidiametri uitri ſphęrici: & ſint fines uitri lineæ rectę ueriſsimæ. Hoc autẽ inſtrumentum ſic bene poteſt fieri ſuper formam: ita ut forma fiat eadẽ doctrina prædicta, & diſſoluatur uitrũ, & infundatur ſuper formam prædictam. Si ergo experimentator uoluerit experiri refractionem hoc inſtrumẽto: diuidat de circumferentia medij circuli arcum, cuius quãtitas ſit illa, quam uult experiri, & extrahat ab extremitate arcus perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ laminę, ut prędictũ eſt, & copulet extremitatem perpendicularis cũ centro laminæ linea recta, quam protrahat in alteram partẽ, & diuidat ex hac linea in altera parte, ſcilicet in qua ſunt duo foramina, lineam æqualẽ ſemidiametro baſis columnæ, & extrahat ab extremitate eius perpendicularẽ ſuper diametrũ laminę, & protrahat illã in utramq; partem. Deinde ſuperponat uitrum laminę, & ponat dorſum cõcauitatis ex parte duorũ foraminũ, & ſuperponat duas ſuperfluitates, quę ſuperfluunt ſuper diametrũ columnæ, huic perpendiculari, obſeruetq;, ut ſint diſtantiæ duarũ extremitatum diametri baſis cõcauitatis à puncto, à quo exiuit perpendicularis, diſtantiæ æquales. Erit ergo centrũ baſis cõcauitatis columnaris ſuper punctum, à quo exiuit perpendicularis, ſuperq; punctum, cuius diſtantia à centro laminæ, eſt in quantitate ſemidiametri baſis cõcauitatis. Hoc ſitu obſeruato, applicet uitrum fixa applicatione: & erit ſuperficies medij circuli ſecãs foramen columnæ & æquidiſtans baſi eius: nã baſis eius in hac diſpoſitione eſt in ſuperficie laminæ. Superficies ergo circuli medij facit in ſuperficie columnari concaua ſemicirculum [per 5 th. cylindricorum Sereni] & eſt diameter huius ſemicirculi æquidiſtans diametro baſis concauitatis. Erit ergo linea, quæ egreditur à cẽtro huius ſemicirculi ad centrum baſis concauitatis, quę eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ, æqualis perpendiculari exeunti à cẽtro circuli medij perpendiculari ſuper ſuperficiem laminę: & perpendicularis, quę exit à centro circuli medij ad cẽtrum laminę, eſt æqualis ſemidiametro baſis colũnæ. Ergo linea, quæ exit à centro circuli medij ad cẽtrum ſemicirculi, qui fit in ſuperficie columnæ, eſt æqualis ſemidiametro huius ſemicirculi [per 33 p 1.] Centrum ergo circuli medij eſt in circumferentia ſemicirculi facti: eſt ergo in concauo columnæ. Et quia terminus uitri ſuperponitur lineę perpẽdiculari ſuper punctũ laminę: erit diameter laminę perpẽdicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem. Nã ſuperficies uitri æquales, ſunt perpẽdiculares inter ſe. Erit ergo linea, quę tranſit per centra duorũ foraminum perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitri æqualem, quę eſt in parte conuexa uitri [per 8 p 11] quia eſt æquidiſtans diametro laminę: & hęc ſuperficies uitri æqualis, eſt ex parte foraminum. In hoc ergo ſitu lux, quę extenditur ſuper lineã, quę tranſit per cẽtra duorum foraminũ, extenditur in corpore uitri rectè, donec perueniat ad concauum uitri: & tũc refringitur apud concauum uitri: cum non tranſeat per centrum circuli, qui eſt in concauo uitri: neq; eſt perpendicularis ſuper concauum uitri: ergo refringitur in concauo uitri: ergo differẽtia cõmunis huic lineæ & concauo uitri eſt centrum circuli medij. Ergo lux, quę extenditur ſuper lineam, quę tranſit per centra duorum foraminũ, refringitur apud centrum medij circuli: ergo arcus, qui eſt inter centrum lucis & extremitatem lineæ, quę tranſit per centra duorum foraminum, chordat angulum refractionis. Hac igitur uia poſſet quis experiri quantitates angulorum refractionis, qui fiunt in concauo uitri, addendo in arcubus parum. Et hæc refractio eſt à uitro concauo ad aerem: & erunt anguli acquiſiti hac refractione iidem illis, qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri. Declaratum eſt autem paulò antè, quòd angulus refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum, eſt idem cum angulo, quem continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis exiens à loco refractionis. Hac ergo uia poſſet quis habere quantitates angulorum refractionis de aere ad aquam, & de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem, & de uitro ad aquam à ſuperficie æquali, & concaua & conuexa. His ergo angulis experimentatis & proportionibus eorum notis, experimẽtator inueniet duos angulos, quorum utrumq; continet prima linea, per quã extenditur lux, & perpẽdicularis,



cularis,exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diaphani:inueniet dico in eiſdem corporibus diaphanis: & erunt duo anguli diuerſi. Nam angulus refractionis ab angulo maiore exillo, erit maior duobus angulis refractionis ab angulo minore: & exceſſus anguli refractionis ſuper angulum refractionis,erit minor exceſſu anguli maioris, quem continet prima linea cum perpendiculari ſuper angulum minorem, quem continet prima linea cum perpendiculari. Et proportio anguli refractionis ab angulo maiore ad angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo minore ad angulum minorem: Et illud, quod reſtat poſt angulum refractionis de angulo maiore, eſt maius illo, quod remanet poſt angulum refractionis de angulo minore. Et remotio anguli refractionis, cum lux exiuerit de corpore ſubtiliore ad groſsius, ſemper erit minor angulo, quem continet linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis cum perpendiculari exeunte à loco refractionis. Et ſi lux exiuerit à corpore groſsiore ad ſubtilius: tunc angulus refractionis erit medietas duorum angulorum coniunctorum. Et ſi comparaueris angulos refractionis,qui ſunt inter aliquod iſtorum corporum diaphanorum,& aliud corpus groſsius illis,ad angulos refractionis, qui ſunt inter illud idem corpus diaphanũ ſubtilius & aliud corpus groſsius primo groſſo: inuenies proportiones maiores angulorum refractionis ad angulos, quos continet prima linea & perpendicularis, qui ſunt inter corpus ſubtilius & groſsius,quod magis groſſum eſt,proportionibus angulorum refractionis,quos continet prima linea & perpendicularis,qui ſunt inter idem corpus ſubtilius & corpus groſsius, quod minus eſt groſſum. Quoniam ſi fuerint duo anguli æquales, quorum utrumlibet continet prima linea, per quam extenditur lux, & perpendicularis, quæ exit à loco refractionis: quorum alter eſt inter corpus ſubtilius & corpus groſsius illo, & alter inter illud idem corpus ſubtilius & corpus groſsius primo groſſo:tunc angulus refractionis,qui eſt in corpore groſsiore,erit maior angulo refractionis,qui eſt in corpore groſsiore,quod eſt minus groſſum.Et ſimiliter ſi refractio fuerit à corpore groſsiore ad ſubtilius, quod eſt magis ſubtile:maior erit angulo refractionis,qui eſt ab illo eodẽ corpore groſsiore ad corpus ſubtilius,quod eſt minus ſubtile. Hæc ergo ſunt omnia,quæ pertinent ad qualitatem refractionis lucis à corporibus diaphanis.

QVOD QVICQVID COMPREHENDITVR VLTRA CORPORA diaphana,quæ differunt in diaphanitate à corpore,in quo eſt uiſus,cum fuerit obliquum à lineis perpendicularibus ſuper ſuperficiem eorum,comprehenditur ſecundum refractionem. Cap. IIII.

13. Viſibile medio diuerſo perpendiculare,rectè: obliquum refractè uidetur.3 p 16.

IN prædicto autem capitulo patuit, quòd lux tranſit de uitro ad aerem, & de aere ad uitrum, & de aere ad aquam. Et cum tranſit de uitro ad aerem & ad aquam: conſtat quod tranſibit de aqua ad aerem: aqua enim eſt ſubtilior uitro,cum fuerit clara: & cum tranſit de aere ad uitrum,tranſibit de aqua ad uitrum, cum aqua ſit groſsior aere. Præterea patuit, quod luces omnes accidentales & eſſentiales, fortes & debiles tranſeunt per hæc corpora diaphana. His ergo modis omne corpus lucidum quacunq; luce, mittit lucem ſuam in omne corpus diaphanũ: & ſi occurrerit aliud corpus diaphanũ: trãſib.t in alio corpore aut refractè aut recte. Et in primo libro [14 18.19 n] declaratũ eſt, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi oritur lux per quamcunq; lineam rectã, quæ poteſt extendi ex illo puncto. Ex quibus patet, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis diaphani contingentis aliquod corpus lucidum quacunq; luce, oritur lux per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto,& tranſit in corpore diaphano tangente illud punctũ. Et ſi occurrerit aliud corpus diaphanum diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis tangentis illud,tranſibit etiam in ipſum aut refractè aut rectè, ſiue primum corpus ſit ſubtilius ſecundo,ſiue ſecundũ ſit ſubtilius primo. Et etiã primo libro [14.18.19.28 n] declaratũ eſt,quod ab omni corpore colorato lucido color oritur cum luce, qui eſt mixtus cum luce: & quòd uiſus cum comprehendit lucem, comprehendit formam coloris mixtam ſibi. Ex quibus patet,quòd corpora colorata, quæ ſunt in aqua & ultra corpora diaphana,quæ differunt in diaphanitate a diaphanitate aeris, cum in eis fuerit lux eſſentialis,aut accidentalis fortis aut debilis:tunc lux, quę eſt in eis,oritur à quolibet puncto cum forma coloris, qui eſt in illo puncto, & tranſit lux mixta cum colore in corpore aquæ, & in omni corpore diaphano contingente ipſum: & extenditur lux in corpore aquæ & in omni corpore diaphano cum forma coloris per lineas rectas, donec perueniat ad ſuperficiem aquæ, aut illius corporis diaphani. Et cum fuerit aer aut aliud corpus diaphanum tangens aquam: tunc in illud corpus diaphanum tranſibit lux cum forma mixta ſibi in aere aut in alio corpore diaphano per lineas rectas. Et hæ lineæ ſecundæ in maiore parte ſecabunt primas lineas, per quas extendebatur: & quædam earum erunt in rectitudine primarum linearum. Et omnia corpora, quæ ſunt in aqua & ultra diaphana corpora, quæ differunt a diaphanitate aeris, cum fuerint in loco lucido, ſcilicet cum lux orta fuerit ſuper aquam, in qua ſunt: tunc lux perueniet ad ipſa. Manifeſtum eſt enim, quod omnis lux tranſit in omne corpus in aqua exiſtens aut in alio corpore diaphano, cum ſuper aquam illam aut corpus illud diaphanum ceciderit: & a quolibet puncto ipſius corporis orietur forma lucis, quæ eſt in ipſo cum forma coloris,& extendetur in uniuerſo illius aquæ aut illius corporis diaphani per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab ipſo puncto, donec perue-

niat lux cum forma coloris, qui eſt in illo puncto ad ſuperficiem aquæ aut ad ſuperficiem illius corporis diaphani. Sed non poteſt extrahi ab eodem puncto alicuius ſuperficiei ad eandem ſuperficiẽ linea perpendicularis niſi una [per 11 p 11.] Ergo à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati exiſtentis in corpore diaphano oritur forma lucis cum forma coloris in uniuerſo corporis diaphani, in quo exiſtit, ſecundum lineas rectas: & peruenit forma ad uniuerſum oppoſitum de ſuperficie corporis diaphani: & una illarum linearum erit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani uel ſuperficiem continuam cum ſuperficie corporis diaphani; reliquæ autem lineæ erunt obliquæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Sed in præcedente capitulo [3. 6.8.4.7 n] declaratum eſt, quòd lux, cum extẽditur in corpore diaphano, & occurrent alij corpori diaphano diuerſo à diaphanitate primi corporis, & linea, per quam extenta eſt lux in primo corpore, fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: tunc lux extendetur in rectitudine eius in ſecundo corpore: & ſi linea, per quam extenditur lux, fuerit obliqua ſuper ſuperficiem ſecundi corporis: tunc lux refringetur. Et cuiuslibet puncti cuiuslibet corporis colorati, & lucidi exiſtentis in corpore diaphano forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diaphano, & peruenit ad oppoſitam ſuperficiem corporis diaphani. Et ſi fuerit aliud corpus oppoſitum contingens diaphanum, & fuerit alterius diaphanitatis: tunc forma, quæ peruenit ad ſuperficiem illius corporis diaphani, tranſit in corpus ipſum contingens: & omnes erunt refractæ, præterquam forma, quæ eſt in perpendiculari: extenditur enim ſecundum rectitudinem in corpore contingente. Et ſi forte perpendicularis ceciderit ſuper punctum ſuperficiei continuæ cum ſuperficie corporis, quod non eſt in ipſo corpore diaphano: tunc illa forma delebitur, & tunc omnes formæ, quæ tranſeunt in corpus contingens, erunt refractæ. Ergo formæ omnium uiſibiliuin, quæ ſunt in aqua, & in cœlo, & in omnibus corporibus diaphanis contingentibus aerem, quæ differunt à diaphanitate aeris, extenduntur in uniuerſo aere oppoſito ſecundum lineas rectas: & illæ lineæ, quæ fuerint ex iſtis lineis declinatæ, per quas extenduntur formæ ſuper ſuperficiem aeris contingentis ſuperficiem corporis diaphani, habebunt formas refractas: & quæ fuerint ex illis perpendiculares ſuper ſuperficiem aeris, contingentis ſuperficiem corporis diaphani, habebunt formas extenſas ſecundum rectitudinem ipſarum. Et cum iam declaratum ſit, quòd à quolibet puncto cuiuslibet corporis colorati & lucidi extenditur forma lucis, & coloris in uniuerſo corpore diaphano, & peruenit ad ſuperficiem eius, & refringitur à ſuperficie eius: ergo forma, quæ extenditur ab uno puncto ad ſuperficiem corporis diaphani, erit continua & coniuncta. Et cum forma fuerit continua, & ſuperficies corporis diaphani fuerit continua coniuncta, & forma fuerit refracta in alio corpore diaphano: tunc refringetur continua. Et cum forma refracta fuerit continua: & occurrerit corpus denſum: tunc forma peruenict ad illud corpus diaphanum: & ſic locus corporis diaphani, per quem extenditur forma puncti, quod eſt in primo corpore, quæ refringitur a ſuperficie primi corporis, ad illum locum, cum fuerit lucidus coloratus, mittet formam lucis & coloris à quolibet puncto ipſius per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ex illo puncto. Accidit ergo ex hoc, quòd ſint lineæ refractæ ad illum locum ex lineis, per quas extenditur forma illius loci: & iam extendebatur forma cuiuslibet puncti illius loci per unam illarum linearum retractarum. Forma ergo illius loci ex corpore denſo colorato lucido erit in loco ex ſuperficie corporis diaphani, apud quem refringitur forma unius puncti extenſi ad illum locum ſuperficiei corporis diaphani, quæ refringitur ad eundem locum corporis denſi. Ex quo ſequitur, quòd forma loci corporis denſi, quæ extenditur ad illum locum corporis diaphani, refringitur ad eaſdem lineas extenſas ab uno puncto ad illum locum corporis diaphani. Et cum forma loci corporis diaphani fuerit refracta ſuper illas eaſdem lineas: tunc peruenict ad illud idem punctum. Ex quo declaratur, quòd ſi imaginatus fuerit aliquis pyramidem extenſam à quolibet puncto aeris ſecundum lineas rectas, & pyramis fuerit coniuncta continua, & peruenerit illa pyramis ad ſuperficiem corporis diaphani diuerſæ diaphanitatis ab aere, & imaginatus fuerit omnem lineam rectam, quæ poſsit extendi ex illa pyramide, refringi apud ſuperficiem corporis diaphani in loco, quem exigit eius declinatio: & ſi aliqua fuerit perpendicularis, extendetur rectè: tunc efficitur & hoc corpus continuum refractum in corpore diaphano, quod differt à diaphanitate aeris. Et cum hoc corpus refractum peruenerit ad corpus denſum: tunc illud corpus denſum, ſi fuerit coloratum & lucidum, mittet formam lucis & coloris, quæ ſunt in ipſo, in hoc corpore refracto imaginato per quamlibet lineam rectam, quæ poterit extendi in hoc corpore refracto à linea extenſa in corpore pyramidis à puncto, quod eſt in aere. Nam omne corpus coloratum lucidum proprie mittit formam ſuam à quolibet puncto ipſius per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto. Erit ergo forma puncti illius loci corporis denſi extenſa per quamlibet linearum refractarum ad illum locum corporis denſi. Perueniet ergo illius forma à corpore denſo, colorato, lucido ad locum ſuperficiei corporis diaphani, in quem retringuntur illæ lineæ. Et cum peruenerit forma ad illum locum ſuperficiei corporis diaphani, neceſſariò refringetur per eaſdem lineas extenſas ad illum locum ab uno puncto, quod eſt in aere: forma autem, quæ eſt forma loci colorati corporis denſi, quod eſt in corpore diaphano, quod differt à diaphanitate aeris (& eſt ſuper lineam, quæ eſt de numero illarum linearum, per quas extenditur forma ad centrum uiſus) forma, dico, quæ extenditur per illam lineam: peruenit ad centrum uiſus rectè. Formæ autem, quæ extenduntur per omnes alias lineas, quæ conſtituunt pyramidem extenſam à centro uiſus, erunt refractæ, non directæ. Et in primo tractatu [14.17. 28 n] declaratum eſt, quòd aer recipit

cipit formam uisibilium, & reddit eam omni corpori opposito: & quòd aer deferens formam cum tetigerit uisum: transibit forma, quæ est in ipso, in corpus uisus: & sic uisus comprehendit uisibilia, quæ aer reddit uisui. Ex omnibus ergo istis patet, quod forma omnis corporis colorati, lucidi, existentis in corpore diaphano diuersæ diaphanitatis à diaphanitate aeris, extenditur in corpore diaphano, in quo existit, & refringitur in aere, & extenditur in aere secundum lineas rectas: & quòd quædam linearum rectarum, per quas forma refringitur in aere, coniunguntur apud idem punctum aeris. Et cum centrum uisus fuerit apud illud punctum: tunc uisus comprehendit illud uisum secundum refractionem: & si aliquid ipsius comprehenditur rectè: non erit nisi unum punctum tantùm. Hoc ergo modo comprehendit uisus res, quæ sunt in aqua, & in cœlo, & omnia uisibilia, quæ sunt ultra corpora diaphana, quę differunt à diaphanitate aeris.

14. Imago refracti uisibilis à medio quidem densiore, inclinat ad perpendicularem à refractionis puncto excuatam: à rariore uerò ab eadem declinat. 4 p 10.

QVòd autem hoc uerum sit, sic poterit experimentari. Accipiat ergo experimentator prędictum instrumentum, & ponat in uase, & ponat uas in loco lucido quacunque luce, ita ut lux perueniat ad interius uasis, & infundat in uas aquam, quousque perueniat ad centrum laminæ: deinde diminuat foramina cum cera, ita ut non remaneat de foraminibus, nisi modicũ in medio eorum, & mittat in duobus foraminibus unum calamum, ita ut spatium, quod est inter duo foramina, sit determinatum: deinde moueat instrumentum, donec diameter laminæ, super cuius extremitates sunt duæ lineæ perpendiculares in ora instrumenti, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde accipiat stilum subtilem album, & mittat eum in uas, & eius extremitatem ponat in puncto medij circuli, quod est differentia communis circumferentiæ medij circuli & lineæ perpendiculari in ora instrumenti, quod est extremitas diametri circuli, quę transit per centra duorum foraminum. Deinde ponat experimentator alterum uisum super superius foramen, & claudat reliquum, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim uidebit extremitatem stili. Declarabitur ergo ex hac experimentatione, quod comprehensio eius ad extremitatem stili est secundum rectitudinem perpendicularis, egredientis ab extremitate stili super superficiem aquæ. Nam linea, quæ transit per centra duorum foraminum, in qua est centrum uisus, & extremitas stili, ex cuius uerticatione comprehendit uisus extremitatem stili, sunt perpendiculares super superficiem aquæ. In primo autem libro [18. 19 n] patuit, quòd uisus nihil comprehendit, nisi secundum rectitudinem linearum, quæ extenduntur per centrum uisus. Visus ergo comprehendit extremitatem stili à uerticatione lineæ, quæ transit per centra duorum foraminum. Et hæc linea extenditur ad extremitatem stili rectè: & est perpendicularis super superficiem aquæ. Deinde oportet experimentatorem declinare instrumentum, donec linea, quæ transit per centra duorum foraminum, sit obliqua super superficiem aquæ, & mittat stilum in aquam, & ponat extremitatem eius super primum punctum, scilicet super extremitatem diametri circuli medij, quę transit per centra duorum foraminum, & ponat uisum suum super superius foramen, & intueatur oram instrumenti, quæ est intra aquam: tunc enim non uidebit extremitatem stili: deinde moueat stilum ad partem contrariam illi, in qua est uisus: & moueat extremitatem stili per circumferentiam circuli medij suauiter, & molliter, & intueatur oram instrumẽti: tunc enim uidebit extremitatem stili: tunc figat extremitatem stili in suo loco. Deinde pręcipiat alij, ut mittat in uas lignum aliquod uel acum perpendicularem, neq; grossam, neq; gracilem, & ponat illam apud superficiem aquæ in oppositione secundi foraminis, ut sit apud centrum circuli medij, & intueatur experimentator interius uasis: tunc non uidebit extremitatem stili: deinde præcipiat auferre lignum: & tunc uidebit extremitatem stili: deinde figat extremitatem stili in suo loco, & leuet uisum suum à foramine, & auferat instrumentũ suum à uase, existente extremitate stili in suo loco, & intueatur locum, in quò est extremitas stili: tunc enim uidebit inter ipsum & diametrum circuli medij distantiam sensibilem. Et si miserit regulam subtilem in aquam in hora experimentationis, & acumen eius fecerit transire per centrum laminę, & signauerit locum circuli medij, qui est apud extremitatem regulæ, signo, & abstulerit instrumentum, & aspexerit locum extremitatis stili: uidebit locum extremitatis stili etiam medium inter locum extremitatis regulæ & diametrum circuli medij. Deinde oportet eum auferre instrumentum, & infundere aquam in uas, & applicare uitrum laminæ, & ponere superficiem uitri ęqualem ex parte foraminum, & ponere differentiam communem, quę est in ipso, super lineam secantem diametrum laminæ perpendiculariter. Sic ergo linea, quę transit per centra duorum foraminũ, erit perpendicularis super superficiẽ uitri æqualem & super superficiẽ eius conuexã. Deinde ponat experimentator instrumentũ in aquã, & mittat stilũ in uas, & ponat extremitatem

tem ſtili ſuper extremitatem diametri circuli medij,& ponat uiſum ſuum ſuper ſuperius foramen, & intueatur oram inſtrumenti: tunc uidebit extremitatem ſtili. Et ſi mouerit extremitatem ſtili, & extraxerit illam à puncto,quod eſt extremitas diametri medij circuli, non uidebit extremitatem ſtili. Ex quo patet, quòd extremitatem ſtili comprehendit rectè. Nam duo centra foraminum, & extremitas diametri circuli medij ſunt in eadem linea recta: & experimentator non comprehendit extremitatem ſtili in hoc ſitu, cum extremitas ſtili non fuerit ſuper extremitatem diametri. Et ſi euulſerit uitrum, & poſuerit ipſum è contrario, ſcilicet ut ponat conuexum uitri ex parte duorum foraminum, & differentiam eius communem ſuper primum locum, & expertus fuerit extremitatem ſtili: etiam uidebit illam, cum fuerit in extremitate diametri circuli medij: ideo in hoc ſitu etiam linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum, ex cuius uerticatione comprehendit uiſus extremitatem ſtili: erit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem, & ſuperficiem eius conuexam. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & extrahere à centro laminæ lineam rectam in ſuperficie laminæ, quæ contineat cum diametro laminæ, ſuper cuius extremitates ſunt duæ lineæ perpendiculares in ora inſtrumenti, angulum obtuſum: & extrahat illam, donec perueniat ad oram inſtrumenti: deinde extrahat à centro laminæ lineam in ſuperficie laminæ, quæ contineat cum prima linea angulum rectum: & protrahat illam in utramque partem: tunc hæc linea continebit cum diametro laminæ angulum acutum: & diameter laminæ erit obliqua ſuper hanc lineam. Deinde ſuperponat uitrum laminæ, & ponat differentiam eius communem ſuper lineam, quam ultimò ſignauit in ſuperficie laminæ, & ponat ſuperficiem uitri æqualem ex parte duorum foraminum, & ponat medium differentiæ communis ſuper centrum laminæ. Sic ergo erit centrum uitri ſuper centrum circuli medij, ut prius declaratum eſt: & linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum,tranſibit per centrum uitri. Et hæc linea erit obliqua ſuper ſuperficiem uitri æqualem: nam diameter laminæ illi æquidiſtans, eſt obliqua ſuper differentiam communem, quæ eſt in uitro. Et hæc linea erit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri conuexam, [ut oſtenſum eſt 25 n 4] quia tranſit per centrum eius. Deinde extrahat experimentator ab extremitate lineæ, quam primò ſignauit in lamina, lineam perpendicularem in ora inſtrumenti: & ducat illam ad circumferentiam circuli medij: & ſint hæ lineæ nigræ. Erit ergo linea cum ab illo puncto extracta fuerit ad centrum circuli medij, quod eſt centrum uitri,perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem, & ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam. Super ſuperficiem autem uitri æqualem eſt perpendicularis, [per 8 p 11] quia eſt æquidiſtans primæ lineæ ſignatæ in lamina ſuper differentiam communem, quæ eſt in uitro: ſuper ſphæricam uerò [per 25 n 4] quia tranſit per centrum eius. Punctum ergo,ad quod peruenit linea extracta in ora inſtrumenti,quod eſt ſuper circumferentiam circuli medij, eſt caſus,in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri ſuper ſuperficiem uitri planam. Deinde oportet experimentatorem ponere inſtrumentum in uas,& ponere extremitatem ſtili in puncto, quod eſt extremitas diametri circuli medij,& ponat experimentator ſuum uiſum ſuper ſuperius foramen, & intueatur oram inſtrumenti: tunc non uidebit extremitatem ſtili: deinde moueat ſtilum ad partem contrariam illi,in qua eſt caſus perpendicularis: & tunc etiam nõ uidebit extremitatem ſtili: deinde moueat ſtilum ad partem illam, in qua eſt caſus perpendicularis, & per circumferentiam circuli medij: tunc enim, ſi motus fuerit ſuauis, uidebit extremitatem ſtili in ſuo loco,in quo apparuit. Deinde præcipiat alicui cooperire centrum uitri tenui & ſubtili ligno: & tunc non uidebit extremitatem ſtili: & ſi abſtulerit coopertorium, uidebit ipſum. Ex hac ergo experimentatione patet, quòd cum uiſus comprehendit extremitatem ſtili, eſt ſecundum refractionem: & quòd refractio eſt à centro uitri: & quòd forma refracta eſt in ſuperficie circuli medij, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri æqualem,apud quam fit refractio ad perpendicularem, ut prius declaratum eſt [5 n.] Et ſi experimentator aſpexerit locum extremitatis ſtili: inueniet ipſum inter caſum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij, quæ tranſit per centra duorum foraminum. Linea ergo, quæ exit ab extremitate ſtili ad centrum uitri, cum extenſa fuerit rectè in aere: perpendicularis exiens à centro uitri ſuper ſuperficiem uitri æqualem, erit media inter perpendicularem & lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum. Et forma extremitatis ſtili,quæ extenſa eſt ab extremitate ſtili ad centrum uitri, extenſa eſt ſuper hanc lineam, & extenſa eſt in rectitudine eius ad centrum uitri. Hæc enim linea eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam, quæ eſt ex parte extremitatis. Deinde cum hæc forma fuerit refracta ſuper lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum: lineæ radiales, quæ exeunt in hoc ſitu à uiſu, non perueniunt ad uitrum, præter lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum: calamus enim, qui extenditur inter duo foramina, ſecat omnem in eam à uiſu exeuntem ad uitrum, præterquam lineam, quę tranſit per centra duorum foraminum. Viſus autem non comprehendit formas, niſi ex uerticationibus harum linearum tantùm: ergo formæ non extenduntur niſi rectè: ergo uiſus non comprehendit hanc formam, niſi ex uerticatione huius lineę perpendicularis. Ergo quę extenditur rectè in aere, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris contingentis ſuperficiem uitri ęqualem. Ergo hęc refractio erit ad partem contrariam parti perpendicularis, exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem aeris. Nam linea, quę tranſit per centra duorum foraminum, magis diſtat à perpendiculari, quę extenditur in aere, quàm linea, quę exit ab extremitate ſtili ad centrum uitri, quę extenditur in aere. Et hęc forma exit à uitro, & refringitur in aere: & aer eſt ſubtilior uitro. Et hoc modo fiet refractio formę de aqua ad aerem. Viſus enim comprehendit

hendit

hendit extremitatem ſtili in aqua ab iſto loco, ſcilicet quia comprehendit extremitatem ſtili, quando fuit inter caſum perpendicularis & extremitatem diametri circuli medij, quæ tranſit per centra duorum foraminum. Et illa forma etiam exiuit ab aqua, & refracta eſt in aere: & aer eſt ſubtilior aqua. Deinde oportet experimentatorem euellere uitrum, & ponere ipſum ſupra laminam extra huiuſmodi ſitum, ſcilicet, ut ponat conuexum eius ex parte duorum foraminum, & ponat differentiam eius communem ſuper lineam æqualem in ſuperficie laminæ, in qua poſuerat illam in prædicto ſitu, & ponat medium differentiæ communis ſuper centrum laminæ: & ſic linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum, erit obliqua ſuper ſuperficiem uitri æqualem, & perpendicularis ſuper ſuperficiem eius conuexam: & applicet uitrum in hoc ſitu, & ponat inſtrumentum in uas, & ponat extremitatem ſtili ſuper extremitatem diametri circuli medij, ut prius fecerat, & ponat uiſum ſuum ſuper ſuperius foramen, & intueatur oram inſtrumenti: non enim uidebit tunc extremitatem ſtili: deinde moueat ſtilum ad partem caſus perpendicularis: & tunc non uidebit extremitatem ſtili: deinde moueat eundem ad partem contrariam illi, in qua eſt caſus perpendicularis per circumferentiam medij circuli, & ſuauiter: tunc enim uidebit extremitatem ſtili. Sic ergo linea recta, quæ exit ab extremitate ſtili ad centrum uitri, cum fuerit extenſa rectè in corpore uitri, & extenſa fuerit cum ipſa perpendicularis exiens à centro uitri: erit linea, quæ tranſit per centra duorum foraminum, media inter duas lineas. Et forma extremitatis ſtili, quæ extenditur ſuper hanc lineam, cum fuerit extenſa ad centrum uitri: refringetur ſuper lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum. Erit ergo refractio iſta ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiem uitri. Et hæc forma exit ab aere, & refringitur in uitro: & uitrum eſt groſsius aere. Ex omnibus ergo iſtis experimentationibus patet, quòd uiſus comprehendit uiſibilia, quæ ſunt in aqua, & ultra corpora diaphana, quæ differunt à diaphanitate aeris, ſecundum refractionem, præterquam illa, quæ ſunt ſuper lineas perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis diaphani, in quo exiſtit: & quod refractio formarum ipſorum eſt in ſuperficiebus perpendicularibus ſuper ſuperficies corporum diaphanorum. Omne enim quod experimentatum eſt per prædictum inſtrumentum, inuenitur refringi in ſuperficie medij circuli, de quo patuit, [5 n] quòd eſt perpendicularis ſuper ſuperficies corporum diaphanorum, & ſuper ſuperficies corporum contingentium ſuperficies eorum. Ex hac ergo experimentatione declarabitur etiam, quòd formæ, quæ comprehenduntur à uiſu ſecundum refractionem, quæ exeunt à groſsiore corpore diaphano ad ſubtilius, refringuntur ad partem contrariam illi, in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diaphani: & quæ exeunt à ſubtiliore ad groſsius, refringuntur ad partem, in qua eſt perpendicularis prædicta.

15. Stella uidetur refractè. 49 p 10.

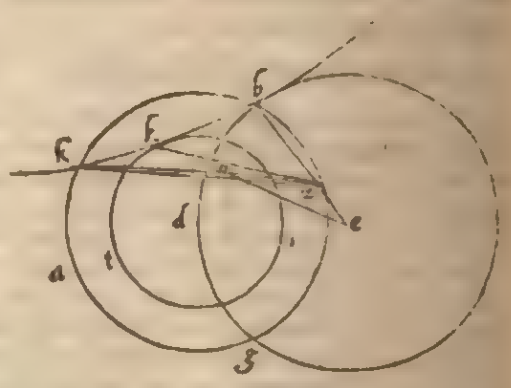
STellæ autem comprehenduntur etiam ſecundum refractionem: nam corpus cœli eſt ſubtilius corpore aeris, id eſt maioris diaphanitatis. Hoc autem poteſt experimentari experimentatione, quæ oſtendet, quòd ſtellæ comprehendantur ſecundum refractionem: ex quo patebit etiam, quod corpus cœli eſt magis diaphanum corpore aeris. Et cum quis hoc uoluerit experiri, accipiat inſtrumentum de armillis, & ponat illud in loco eminente, in quo poterit apparere horizon orientalis, & ponat inſtrumentum armillarum ſuo modo proprio: ſcilicet ut ponat armillam, quæ eſt in loco circuli meridionalis, in ſuperficie circuli meridiei, & polus eius ſit exaltatus à terra ſecundum altitudinem poli mundi ſupra horizontem loci, in quo ponitur inſtrumentum: & in nocte obſeruet aliquam ſtellarum fixarum magnarum, quæ tranſit per uerticem capitis illius loci, aut prope, & obſeruet illam ab ortu ſuo in oriente: ſtella autem orta, reuoluat armillam, quæ reuoluitur in circuitu poli æquinoctialis, donec fiat æquidiſtans ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla: & ſic habebit longitudinem ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruet ſtellam, quouſque peruenerit ad circulum meridiei, & reuoluat armillam, quam prius mouerat, donec fiat æquidiſtans ſtellæ: & ſic habebit longitudinem ſtellæ à polo mundi, cum ſtella fuerit in uertice capitis. Hoc autem facto, inueniet remotionem ſtellæ à polo mundi in aſcenſione, minorem remotione eius à polo mundi in hora exiſtentiæ eius in uertice capitis. Ex quo patet, quòd uiſus comprehendit ſtellas refractè, non rectè: Stella enim fixa ſemper mouetur per eundē circulū de circulis æquidiſtantibus æquatori, & nunquam exit ab ipſo, ita ut appareat, niſi in longiſsimo tempore. Et ſi ſtella comprehenderetur recte: tunc lineæ radiales extenderentur à uiſu rectè ad ſtellas, & extenderentur formæ ſtellarum per lineas radiales rectè, quouſque peruenirent ad uiſum. Et ſi forma extenderetur à ſtella rectè ad uiſum: tunc uiſus comprehenderet eam in ſuo loco: & ſic inueniret diſtantiam ſtellæ fixæ à polo mundi in eadem nocte eandem: Sed diſtantia ſtellæ mutatur eadem nocte à polo mundi: ergo uiſus non rectè comprehendit ſtellam. In cœlo autem non eſt corpus denſum terſum, nec in aere, à quo poſsint formæ reflecti. Et cum uiſus non comprehendat ſtellam rectè, nec ſecundum reflexionem: ergo ſecundum refractionem, cùm his ſolis tribus modis comprehendantur res à uiſu [per 1 n 4. 1 n.] Ex diuerſitate ergo diſtantiæ eiuſdem ſtellæ in eadem nocte à polo mundi, patet procul dubio, quòd uiſus comprehendat ſtellas refractè: Ergo corpus, in quo ſunt ſtellæ fixæ, differt in diaphanitate ab aere. Præterea poteſt experimentari diaphanitas corporis cœli per experimentationem lunæ. Nam cum æquaueris locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & poſt in nocte nota, & in loco noto ueriſicaueris locum eius à polo mundi,

deinde

deinde posueris instrumentum horarum in illa nocte ante ortum lunę, & scieueris altitudinem lunę, & obseruaueris lunam usq; ad ortum eius, & peruenias tempus in instrumento ad minutum idem eiusdem horæ, quod habet luna, & obseruaueris altitudinem lunæ, quam habet in illa hora à uertice capitis, & obseruaueris, ut instrumentum eleuationis sit diuisum per minuta, & per minora minutis, si possibile est: tunc inuenies distantiam lunæ à uertice capitis in illa hora per instrumentum, minorem spatio remotionis à uertice capitis in illa hora per computationem. Ergo lux lunæ non extenditur per duo foramina instrumenti, per quæ sumpta est eleuatio rectè: tunc enim distantia eius à uertice capitis esset eadem cum illa, quę est inuenta per computationem: Sed distantia inuenta per computationem, differt à distantia per instrumentum. Ergo lux lunæ non extenditur à cœlo ad aerem per lineas rectas: ergo secundum refractionem. Ex his ergo experimentationibus patet, quod uisus comprehendit omnes stellas, quæ sunt in cœlo refractè Ergo uniuersum cœlum differt a diaphanitate aeris. Restat ergo declarare, quòd corpus cœli differt in subtilitate ab aere: & hoc declarabitur per experimentationem prædictam.

16. Cælum rarius est aere & igne. 50 p 10.

Sit ergo circulus meridiei in loco experimentationis circulus a b g: & zenith capitis b: & polus mundi d: & centrum mundi e: & continuemus b cum e: & sit locus uisus z: & circulus æquidistans æquinoctiali (cuius distantia à poli mundi est illa, in qua inuenitur stella in hora certificationis distantię primæ) circulus h t: & sit locus stellæ in illa hora h: & sit circulus æquidistans æquinoctiali (cuius distantia à polo est illa, in qua inuenitur stella in secunda hora) circulus k b: ille ergo circulus erit ille, in quo requiescet stella secundum uerticationem. Nam cum stella fuerit in uertice capitis, aut ualde prope: tunc uisus comprehendet illam recte: [per 13 n] quia linea recta, quæ transit per uisum & per uerticem capitis, est perpendicularis super concauum sphæræ cœli & perpendicularis super conuexum aeris: & cum sit perpendicularis super utrumq; corpus: ergo uisus comprehendit stellam, quæ est super lineam hanc rectè, siue hæc duo corpora cœli & aeris fuerint diuersæ diaphanitatis, siue consimilis. Cum ergo stella fuerit in uertice capitis, aut prope: uisus comprehendit illam in suo uero circulo æquidistante æquinoctiali, super quę mouebatur ab initio noctis, quousq; peruenit ad circulum meridiei. Circulus ergo k b g est ille, in quo erat stella in experimentatione prima: & sit circulus uerticationis, qui transit per stellam in hora experimentationis primæ circulus b h k: & secet ille circulus circulum k b g in puncto k, & circulum h t in puncto h. Et quia distantia stellę à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quàm in secũda: erit circulus h t propinquior polo, circulo k b g: ergo punctũ h est propinquius zenith capitis, quam punctum k: & continuemus duas lineas h z, k z. Quia ergo stella comprehenditur à uisu in hora experimentationis primę in puncto h: & tunc erat in superficie circuli b h k uerticalis. & stella erat in illa hora in circumferentia k b g: ergo stella erat in illa hora in puncto k: & comprehenditur à uisu in puncto h, & per rectitudinem lineæ z h: uisus enim nihil comprehendit, nisi per uerticationes linearum radialium, per quas formæ perueniunt ad uisum. Visus ergo cõprehendit stellam in puncto h: quia forma peruenit ad illũ in rectitudine lineæ h z. Et cum uisus cõprehendat illam in rectitudine h z: & linea recta, quæ est inter stellam & uisum, sit linea k z: manifestum est ergo, quod uisus non comprehendit stellam, quæ est in puncto k rectè: ergo refractè. Sit ergo locus refractionis m: & continuemus k m: & protrahamus ab m rectà usq; ad z. Forma ergo stellæ, quæ peruenit ad z, ex qua uisus comprehendit stellam: extenditur à stella per lineam k m, & refringitur per lineam m z: & non refringuntur formæ, nisi cum occurrit corpus diuersæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, in quo existit. Ergo corpus, in quo est stella, scilicet cœlum, est diaphanũ differens in diaphanitate ab aere. Et quia locus refractionis est apud superficiem, quæ transit in duo corpora, quæ differunt in diaphanitate: punctum ergo m est punctum in concauitate cœli. Et continuemus lineam inter e, m: & sit diameter sphærę cœli: erit ergo linea e m perpendicularis super superficiem cœli concauam contingentem aerem, & super superficiem aeris conuexam: [ut demonstratum est 25 n 4.] Et cum forma stellæ, quæ est in puncto k, extenditur per lineam m k, & refringatur in aere per lineam m z: patet, quòd hæc refractio est ad lineam, in qua est perpendicularis e m, quæ transit per punctum refractionis, quæ est perpendicularis super superficiem aeris. Et cum refractio in aere sit ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis: ergo corpus aeris est grossius corpore cœli, Patet ergo, quod hoc, quod inuenimus per experimentationé stellarũ, significat demõstratiuè, quòd uisus nõ comprehendit stellas, nisi refractè: & quod corpus aeris est grossius corpore cœli: & quòd corpus cœli est subtilius corpore aeris Ex his ergo omnibus patet, quod omnia, quę cõprehendũtur à uisu ultra corpora diaphana, quorũ diaphanitas differt à diaphanitate aeris (si uisus fuerit obliquus à perpendicularibus egredientibus ex ipsis super superficiem diaphanorum corporum, in quibus consistunt) comprehenduntur refractè.



DE

DE IMAGINIBVS. CAP. V.

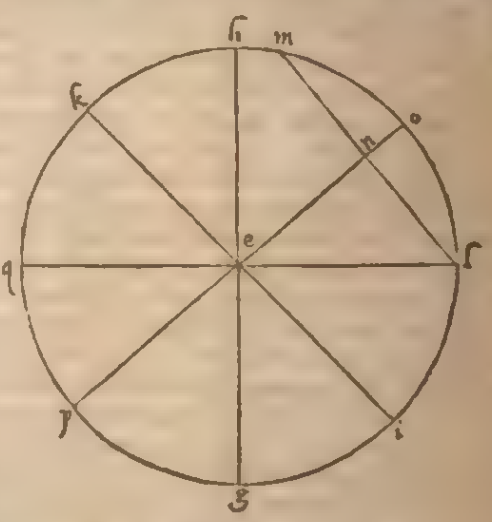
17. Imago (quæ eſt forma refracti uiſibilis à medio diuerſo) extra uiſibilis locum uidetur. in defin. 11 p 10.

IMago eſt forma rei uiſibilis, quam uiſus comprehendit ultra diaphanum corpus, quod differt in ſua diaphanitate à diaphanitate aeris, cum uiſus fuerit obliquus à perpendicularib. exeuntib. ab illo uiſibili ad ſuperficiem illius corporis diaphani. Nam forma, quam cõprehendit uiſus in corpore diaphano de re uiſa, quæ eſt ultra ipſum corpus, non eſt ipſa res uiſa: quoniam uiſus tunc non comprehendit rem uiſam in ſuo loco, neque in ſua forma, ſed in alio loco & in alio modo, ſcilicet refractè: & cum hoc comprehendit illam rem in ſua oppoſitione: hęc autem forma dicitur imago. Hoc autem comprehenditur ratione & experientia. Ratione, quoniam ex prędicto capitulo patet, quòd uiſum, quod eſt in diaphano corpore diuerſę diaphanitatis ab aere, comprehenditur à uiſu refractè, cum uiſus fuerit decliuis à perpendicularib. exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Et cum uiſus comprehendit huiuſmodi uiſum refracte, nec eſt in oppoſitione eius, non cõprehẽdit ipſum rectè, nec ſentit ſe comprehẽdere ipſum refracte: patet, quod comprehendit ipſum extra ſuum locum. Per experientiam uerò ſic poteſt cognoſci. Nam ſi aliquis acceperit uas habens oras erectas perpendiculares, in cuius medio poſuerit aliquod uiſum manifeſtum, ut obolum aut denarium, & ſteterit à longè, quouſq; uiderit rem uiſam in profundo uaſis: deinde elongauerit ſe à re uiſa, quouſque non uideat rem paulatim: tunc in initio occultationis ſtet in ſuo loco, & præcipiat alteri infundere aquam in uas ipſo exiſtente in ſuo loco, nec moueat uiſum, nec mutet ſitum: tunc enim cum aſpexerit aquam, quæ eſt in uaſe: uidebit rem uiſam, poſtquam non uiderat eam, & uidebit eã in eius oppoſitione. Ex quo patet, quòd forma, quam uidet in aqua, nõ eſt in loco uiſi. Nam ſi forma eſſet in loco uiſi: tunc uiſus comprehẽderet rem uiſam non exiſtente aqua in uaſe: uiſus enim in ſecundo ſtatu comprehendit rem uiſam in ſua oppoſitione, ipſa non exiſtẽte in ſua oppoſitione. Hoc ergo modo declarabitur utroque modo, ratione uidelicet & experientia, quòd imago rei uiſæ, quã uiſus comprehendit refractè, non eſt in loco rei uiſæ.

18. Imago uidetur in concurſu linearum refractionis, & perpendicularis incidentiæ. 15 p 10.

DEinde dico, quòd imago cuiuslibet puncti, quod uiſus comprehendit refractè, eſt in puncto, quod eſt differentia communis lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & perpendiculari, exeunti ab illo puncto uiſo ſuper ſuperficiem diaphani cõporis. Hoc autem declarabitur per experientiam hoc modo. Accipiat aliquis circulum ligneum, cuius diameter non ſit minor uno cubito, altitudo duorum uel trium digitorum, & adęquet ſuperficies eius quantumcunque poterit: & inueniat centrum eius, & extrahat in ipſo diametros ſeſe interſecantes quomodocunque uoluerit, & ſignentur ferro, ut appareant, & impleat lineas illas corpore albo, ut ceruſa mixta lacte: & punctum centri ſit nigrum. Hoc autem perfecto, accipiat uas amplum, ut peluim habens oras eleuatas, & ponat uas in loco luminoſo, & infundat in uas aquam claram, & ſit altitudo aquæ minor diametro circuli, & maior ſemidiametro eius, & menſuretur hoc ipſo circulo, quouſque aqua tranſeat centrum circuli aliquot digitis, duabus ſcilicet diametris aut pluribus ſignatis in ipſo uaſe, ſcilicet, ut ſit aqua cooperiens aliquam partem utriuſque diametri, & remaneat altera pars extra aquã, & expectet, donec aqua quieſcat in uaſe, & tunc mittat circulum ligneum in uas, & erigat circulum ſuper oram ipſius, & ponat ſuperficiem ipſius, in qua ſunt lineæ ſignatæ, ex parte uiſus: deinde moueat circulum, donec aliqua ſuarum diametrorum ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: deinde dimittat uiſum ſuum, & erigat uas, quouſque uiſus ſimul appropinquet æquidiſtantiæ ſuperficiei aquæ, & extra oram uaſis, & ſupra ſuperficiem aquæ in tantũm, ut poſsit uidere centrum circuli: experientia enim ſecundum hunc modum erit manifeſtior. Hoc ergo facto, intueatur centrũ circuli & diametrum circuli perpendicularem ſuper ſuperficiem aquæ: tunc enim inueniet centrum circuli in rectitudine diametri perpendicularis. Deinde intueatur diametrum circuli decliuem, cuius pars eminet ſupra aquam: tunc enim inueniet ipſam incuruatam: cuius incuruatio erit apud ſuperficiem aquæ: & illa pars, quæ eſt intra aquam, continet cum illa, quæ eſt extra aquam, angulum obtuſum: & inueniet angulum ex parte diametri perpendicularis: & inueniet illud, quod eſt intra aquam, rectum & continuum. Ex quo patet, quòd forma puncti, quod eſt centrum circuli, ſcilicet forma, quam uiſus comprehendit, non eſt apud centrum circuli. Nam ſi eſſet apud centrum circuli: tunc eſſet in rectitudine diametri decliuis: nam in rei ueritate talem habet ſitum. Cum ergo uiſus comprehendit hoc punctum extra rectitudinem diametri decliuis, & anguli, quem continent partes diametri decliuis, ſequuntur diametrum perpendicularem: tunc punctum, quod eſt forma centri, eſt eleuatum à centro. Et quia uiſus comprehendit hoc punctum in rectitudine diametri, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: erit hoc punctum, quod eſt forma puncti, quod eſt in centro, eleuatum à centro: & cum hoc, eſt in rectitudine perpendicularis, exeuntis à centro ſuper ſuperficiem aquæ. Et declarabitur ex incuruatione diametri decliuis apud ſuperficiem aquæ, & rectitudine eius, quod eſt intra aquam ex diametro, & continuatione eius: quòd omne punctum partis, quæ eſt intra aquã ex diametro decliui, eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde oportet experimẽtatorem reuoluere circulum ligneum, quouſque diameter decliuis fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem

aquæ,& diameter,quæ erat perpendicularis,fiat decliuis:deinde dimittat uiſum ſuum,& intueatur centrum:& tunc inueniet formam centri in rectitudine diametri,quæ nunc eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem aquę,extra cuius rectitudinem erat forma centri, quando erat decliuis:& inueniet formam extra rectitudinem diametri, quæ eſt nunc decliuis, quæ prius erat perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ:& inueniet diametrum decliuem incuruatam apud ſuperficiem aquæ:& angulus incuruationis erit ex parte diametri decliuis. Et ſi fuerint in circulo plures diametri, & reuoluerit experimentator circulum,quouſque unaquęque earum fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ ſucceſsiuè,& fuerit diameter,quæ ſequitur illam diametrum,decliuis,& aliqua pars eius fuerit extra aquam:tunc inueniet formam puncti,quod eſt centrum circuli, ſemper in rectitudine diametri perpendicularis, & eleuatam à rectitudine diametri decliuis, & ſemper inueniet illud, quod eſt intra aquam, rectum. Ex omnibus ergo iſtis patet,quòd forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in corpore diaphano groſsiore corpore aeris:comprehenditur extra ſuum locum & eleuatum à ſuo loco,& in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diaphani:cum linea, quæ continuat centrum uiſus cum illo puncto, non fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani: omne autem punctum comprehenditur à uiſu in eius oppoſitione,& in rectitudine lineæ rectæ,per quam extenditur forma ad uiſum, [per 19.21.38 n 1.13 n.] Puncta ergo,quę comprehendit uiſus refractè,comprehenduntur in eius oppoſitione, & in rectitudine lineæ rectę,per quam forma peruenit ad uiſum. Hoc autem declarabitur per experimentationem comprehenſionis rerum uiſibilium ſecundum refractionem per illud inſtrumentum prædictum. Nam ſi experimentator clauſerit ſecundum foramen, quod eſt in inſtrumento: tunc non comprehendet rem uiſam, quam comprehendebat ſecundum refractionem:& cum clauſerit ſecundum foramen,nihil aliud facit, niſi ſecare lineam rectam imaginabilem, quæ exit à centro uiſus ad locum refractionis. Ex quo patet,quòd forma,quæ extenditur à uiſu in corpore diaphano,in quo res uiſa eſt, & refringitur in corpore diaphano,in quo eſt uiſus: extenditur per lineam rectam, quæ exit à centro uiſus ad locum refractionis:& quod omne punctum, quod comprehenditur à uiſu in corpore diaphano magis groſſo, quàm ſit corpus aeris (ſi centrum uiſus fuerit extra perpendicularem, exeuntem ab illo puncto ſuper corpus diaphanum) comprehenditur in puncto, quod eſt differentia communis lineę, ſuper quam peruenit forma ad uiſum, & perpendiculari, exeunti à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt ex parte uiſus. Si autem experimentator uoluerit experiri imaginem rei uiſæ, cuius forma refringitur à corpore ſubtiliore ad corpus groſsius:accipiat fruſtum uitri, cuius ſuperficies ſint æquatæ & æquidiſtantes, habens in longitudine octo digitos,& in altitudine quatuor,& in ſpiſsitudine quatuor: & accipiat circulum ligneum prædictum, & ſignet in dorſo eius chordam in longitudine decē digitorum,& diuidat illam in duo æqualia, & continuet locum diuiſionis cum cētro circuli linea recta, quæ tranſeat in utramque partem: hæc ergo linea erit perpēdicularis ſuper lineam primam [per 3 p 3.] Deinde continuet alteram extremitatem chordæ cum centro circuli linea recta, quæ etiam tranſeat in utramque partem. Et hæ duæ diametri ſint ſignatę ferro, quarum alteram impleat corpore albo, & aliam alterius modi colore. Deinde ponat uitrum longum ſuper dorſum inſtrumenti circuli lignei,& ſuperponat alteram extremitatem longitudinis eius mediętati chordæ, & diſtinguat de uitro tres digitos, ex quibus duo erunt ex parte diametri decliuis extra circulum, & remanebit de longitudine uitri unus digitus: qui erit ultra diametrum perpendicularem ſuper chordam:& ſit corpus uitri ex parte centri: & applicet uitrum ſecundum hunc ſitum circulo ligneo applicatione fixa. Sic ergo diameter perpendicularis ſuper chordam, erit perpendicularis ſuper extremitates uitri ęquidiſtantes, & altera diameter erit decliuis ſuper has duas ſuperficies. Deinde oportet, ut experimentator ponat oram circuli, in qua eſt extremitas uitri eminens ex parte ſui uiſus, & ponat alterum uiſum in differentia communi circūferentiæ & extremitati uitri,quæ eſt extremitas diametri decliuis,& appropinquet uiſum ſuum uitro, quantum poterit, ita, ut non poſsit per illum uidere ex ſuperficie aliquid,prętęr extremitatem diametri decliuis:reliquus autem uiſus ſit in parte, in qua eſt uitrum & circulus: deinde cooperiat illud,quod opponitur alteri uiſui ex ſuperficie uitri cum bombace: quam applicet ſuper aliquam partem uitri, ita ut comprehendat diametrum decliuem, quæ eſt ultima linea per unum uiſum,qui contingit uitrum:& non uideat ultra hanc lineam, & uideat lineam albam perpendicularem utroque uiſu. Ipſo autem exiſtente in hoc ſitu,intueatur centrum circuli, & inueniet illud in rectitudine lineæ albæ, quę eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri: & intueatur diametrum decliuem, apud cuius extremitatem tenet uiſum ſuum:& tunc uidebit eam incuruatam apud ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte centri, & inueniet angulum incuruationis ex parte circumferentiæ: uiſus autem com-



tem comprehendet partem huius diametri decliuis, quæ eſt ſub uitro in rectitudine. Et quia uiſus tangit ſuperficiem uitri, & diametri perpendicularis una pars eſt ſub uitro, alia extra uitrum ex parte centri, altera extra uitrum ex parte extremitatis diametri: pars igitur, quæ ſub uitro eſt, comprehenditur à uiſu extra uitrum ſecundum refractionem: & pars, quæ eſt parte extremitatis diametri, comprehenditur à uiſu extra uitrum: qui uiſus eſt extra uitrum rectè & ſine refractione: pars autem quæ eſt ex parte centri, comprehenditur ab utroque uiſu ſecundum refractionem. Nam lineæ, quæ exeunt à centro uiſus contingentis uitrum, & extenduntur in corpore uitri, quando perueniunt ad ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte extremitatis centri, omnes erunt decliues ſuper ſuperficiem uitri Pars ergo, quæ eſt ex parte centri ex diametro perpendicularis, comprehenditur à uiſu contingente uitrum ſecundum refractionem. Lineæ uerò, quæ exeunt à reliquo uiſu ad ſuperiorem ſuperficiem uitri, erunt decliues ſuper ſuperficiem uitri ſuperiorem: & cum extenduntur ſuper ſuperficiem aliam uitri, quæ eſt ex parte centri, erunt etiam decliues: reliquus ergo uiſus comprehendit partem diametri perpendicularis, quæ eſt ex parte centri, duabus refractionibus: partem autem, quæ eſt ſub uitro, una ſola refractione: & cum hoc toto, uiſus comprehendit hanc diametrum rectam. Et ſi experimentator cooperuerit alterum uiſum, & aſpexerit per uiſum, qui ex parte uitri: comprehendet perpendicularem rectam. Et ſi elenauerit uiſum ſuum a uitro, & intuens fuerit diametrum perpendicularem ultra uitrum: comprehendet ipſam rectam, cum hoc, quòd comprehendit ipſam ſecundum refractionem. Cauſſa autem huius eſt, quòd omne punctum diametri perpendicularis, quando comprehenditur a uiſu ſecundum refractionem, comprehenditur non in ſuo loco, ſed tamen comprehenditur in loco, qui eſt in rectitudine perpendicularis, quæ exit ab illo ſuper ſuperficiem uitri: & iſta diameter eſt perpendicularis, quæ exit à quolibet puncto eius ad ſuperficiem uitri: & nullum punctum comprehenditur refractè, niſi ſuper ipſam. Cum ergo uiſus comprehendit hanc diametrum rectam, & comprehendit formam centri in rectitudine huius diametri: forma centri, quam uiſus comprehendit ultra uitrum, quando uiſus tangit uitrum, eſt in rectitudine perpendicularis exeuntis à centro ſuper ſuperficiē uitri. Et cum cōprehenderit diametrū decliuem incuruatam: cōprehendet partem eius, quæ exit à centro, quæ eſt ex parte centri, non in ſuo loco: & punctum centri non comprehenditur à uiſu, niſi præter ſuum locum. Et cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ: tunc punctum, quod eſt forma centri, eſt ſub centro. Ex quo patet, quòd imago cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu ultra corpus diaphanum, ſubtilius corpore diaphano, quod eſt in parte uiſus, eſt in rectitudine lineæ, quæ exit ab illo puncto, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt in parte uiſus: & eſt remotior à ſuperficie corporis diaphani, quod eſt in parte uiſus, quàm ipſum punctum. Et omne punctum comprehenſum à uiſu, eſt in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum. Et imago cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu ultra corpus diaphanum, ſubtilius corpore diaphano, quod eſt ex parte uiſus, eſt in differentia communi lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & perpendiculari, quæ exit à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt ex parte uiſus. Ex omnibus ergo iſtis declaratis in hoc capitulo patet, quod imago cuiuslibet puncti uiſi, comprehenſi a uiſu ultra corpus diaphanum diuerſæ diaphanitatis à diaphanitate corporis, quod eſt in parte uiſus (cum uiſus fuerit decliuis à perpendicularib. exeuntibus ab illa re ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt in parte uiſus) eſt in differentia communi lineæ, per quam forma illius puncti peruenit ad uiſum, & perpendiculari, quæ exit ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt in parte uiſus: ſiue corpus diaphanum, quod eſt in parte uiſus, ſit ſubtilius corpore diaphano, quod eſt in parte rei uiſæ: ſiue groſſius. Quare autem uiſus comprehendat rem uiſam in loco imaginis, & quare imago ſit in loco ſectionis inter lineam, per quam forma peruenit ad uiſum, & inter perpendicularem, quæ exit à puncto uiſo ad ſuperficiem corporis diaphani, poſtea dicetur.

19. Imago uidetur tum in linea refractionis, tum in perpendiculari incidentiæ. 12. 13. 18 p 10.

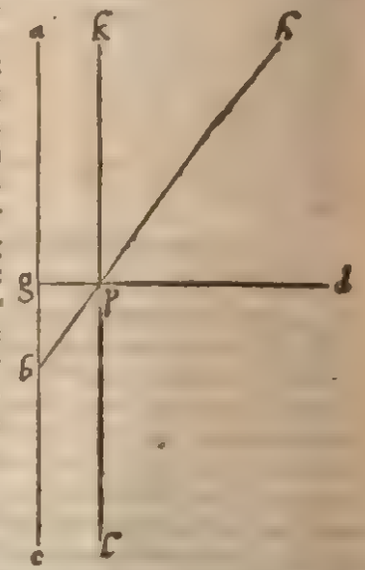
QVòd autem uiſus comprehendat formam puncti uiſi, quam comprehēdit refractè, etiam in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, manifeſtum eſt: & cauſſa eius declarata eſt in prædictis tractatibus: & eſt: quoniam uiſus nihil comprehendit, niſi in rectitudine linearum radiatum: non enim patitur, niſi in uerticationibus illarum linearum. Quare autem comprehendat formam per perpendiculares, exeuntes à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diaphani: eſt: quia, ut in ſecundo libro declarauimus: quando lux extenditur in corpore diaphano, extenditur per motum uelociſſimum: & in quarto capitulo huius tractatus (ſicut declarauimus, quòd motus lucis in corpore diaphano ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis, eſt compoſitus ex motu ſuper perpendicularem, exeuntem a puncto, in quo extenditur lux, ſuper ſuperficiem illius corporis diaphani, & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem. Forma autem, quæ extenditur à puncto uiſo retracte ad locum retractionis (quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto uiſo mixta cum forma coloris) ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Hæc igitur forma extenditur ad locum refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpendicularem, quæ exit a puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diaphani, & ex motu ſuper lineam, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem. Eſt ergo

motus formæ, quæ mouetur, aut ſuper perpendicularem, quæ eſt ſuper ſuperficiem corporis diaphani, & deinde translata eſt ab hac perpendiculari alio motu: aut ſuper perpendicularem, quæ exiſtit ſuper primam perpendicularem, & translata eſt poſt motum ipſius ſuper primam perpendicularem motu compoſito ex prædictis duobus motibus. Hoc autem punctum comprehenditur a uiſu in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum. Forma ergo exiſtens in loco refractionis peruenit ad ipſum per motũ formæ, quæ mouetur ſuper lineã perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani: deinde translata eſt ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum. Forma autem, quæ eſt ſuper perpendicularem exiſtentem ſuper ſuperficiem corporis diaphani: & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uiſum: eſt formæ, quæ extenditur a puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum ſectionis inter hanc perpendicularem, & lineam, per quam forma extenditur ad uiſum. Forma igitur puncti, quam uiſus comprehendit refractè ultra corpus diaphanum, eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis. Viſus autem comprehendit hanc formam ex loco imaginis: quia eſt per motum formæ, quam uiſus comprehendit rectè, & ſine refractione: & eſt locus, qui diſtat tantùm à uiſu, quantùm punctum imaginis: cuius ſitus, in reſpectu uiſus, eſt ſitus formæ, quę eſt in loco imaginis: unde uiſus comprehendit illud punctum ſecundum refractionem in loco imaginis. Hęc autem eſt cauſſa, propter quam uiſus comprehendit rem uiſam ultra corpus diaphanum in loco imaginis, & propter quam imago cuiuslibet puncti rei uiſæ comprehenſæ ſecundum refractionem, eſt in loco, in quo linea, per quam forma peruenit ad uiſum, ſecat perpendicularem, exeuntem à puncto illo ſuper ſuperficiem corporis diaphani.

20. Viſibile refractum à medio (quod ſectum plano, facit communem ſectionem lineam rectam aut peripheriam) unam habet imaginem. 29. 30 p 10.

HOc autem declarato: dicamus quod omne uiſum comprehenſum à uiſu ultra aliquod corpus diaphanũ, quod differt in diaphanitate à corpore, quod eſt in parte uiſus (ſi corpus fuerit ex corporibus communibus) non habet, niſi unam imaginem. Corpora autem diaphana aſſueta ſunt cœlum, & aer, & aqua, & uitrum, & lapides diaphani: & ſuperficies cœli, quæ eſt ex parte uiſus, eſt ſphærica & concaua. Vnde omnis ſuperficies plana, quę ſecat eam, facit in ea lineam circularem, cuius concauitas eſt ex parte uiſus. Superficies autem aeris, quæ tangit illam, eſt ſphærica conuexa. Vnde ſi ſecetur à ſuperficie æquali: fiet in ipſa linea circularis, [per 1 th 1 Sphær.] cuius conuexum eſt ex parte cœli. Superficies uerò aquæ, quæ eſt ex parte uiſus, eſt ſphærica conuexa: & ſi ſecetur à ſuperficie æquali, fiet in ipſa linea circularis: cuius conuexum eſt ex parte uiſus. Vitrorum autem & lapidum diaphanorum figuræ aſſuetæ ſunt rotundæ, aut planæ. Vnde ſi ſecentur à planis ſuperficiebus, fient in illis aut circuli, aut lineæ rectę. Et uniuerſaliter dicimus, quòd omne punctum comprehenſum à uiſu ultra quodcunque corpus diaphanum, (cuius ſuperficies, quæ opponitur uiſui, eſt unica ſuperficies, & ſi ſecetur à ſuperficie æquali, fiat in ſuperficie eius linea recta, aut circularis) non habet, niſi unã imaginem: nec comprehenditur à uiſu, niſi unum punctum tantùm.

21. Si communis ſectio ſuperficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta: uiſibile in perpendiculari ſuper refractiuum à uiſu ducta: rectè, & unum uidebitur. 19 p 10.



SIt ergo uiſus a: & punctum uiſibile b & corpus diaphanum ultra, quod eſt b ſit illud, in cuius ſuperficię eſt g: & ſit diaphanitas huius corporis groſſior diaphanitate corporis, quod eſt ex parte uiſus: & ſit ſuperficies eius, quæ eſt ex parte uiſus, æqualis: & [per 11 p 11] extrahamus ſuper ipſam à puncto a perpendicularem a g c. Punctum ergo b aut erit ſuper lineam a g c: aut extra ipſam. Si ergo punctum b fuerit in linea g c: tunc uiſus a comprehendet b rectè & ſine refractione [per 12 n.] Nam forma b, quando extenditur per b g, exit ad corpus, quod eſt in parte a in rectitudine b g: nam b g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt ex parte uiſus [per theſin.] Viſus ergo a comprehendit b in ſuo loco, & in rectitudine a g b. Dicimus ergo, quòd punctum b extra hãc lineam nunquam refringetur ad a. Quòd ſi ſit poſsibile: refringatur forma b ad a ex puncto p: &, extrahamus ſuperficiem, in qua eſt perpendicularis a g b & punctum p: faciet ergo [per 3 p 11] in ſuperficie corporis diaphani lineam rectam: ſit ergo g p d: & [per 11 p 1] extrahamus à puncto p perpendicularem ſuper lineam d p g: & ſit k p l: erit ergo k p l perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani: [per conuerſionem 4 d 11. Nam a g p refractionis planum eſt ad perpendiculum plano refractiui per 9 n:] & continuemus b p, & extrahamus ad h: erit ergo angulus k p h ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis, exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Quia ergo corpus, quod eſt ex parte a, eſt ſubtilius illo, quod eſt ex parte b: cum b peruenerit ad p, refringetur ad partem contrariam illi, in qua eſt perpendicularis p k, [per 14 n:] nõ ergo perueniet forma refracta ad lineã a b: ſed [ex hypotheſi] eſt refracta ad punctum a: quod eſt impoſsibile. Non ergo refringetur forma b ad

a ex p.

a ex p, neque ex alio puncto: a ergo non comprehendit b, nisi in rectitudine lineæ a g b: non ergo cõprehendit ipsum, nisi puncto uno tantùm.

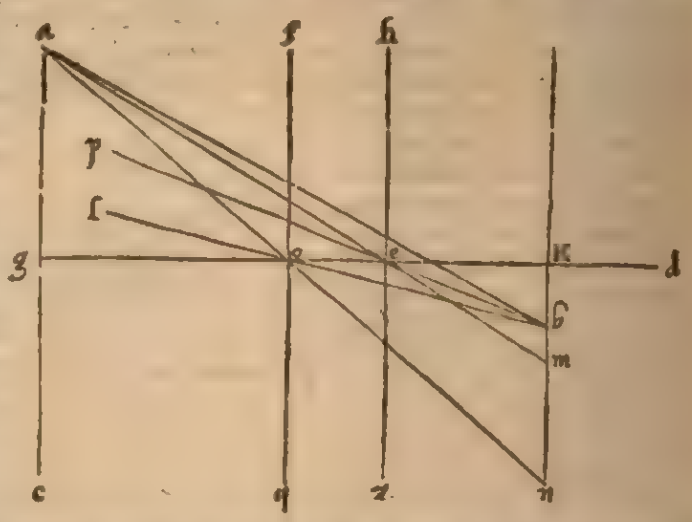
22. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui densioris fuerit linea recta: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, & unam habebit imaginem. 20 p 10.

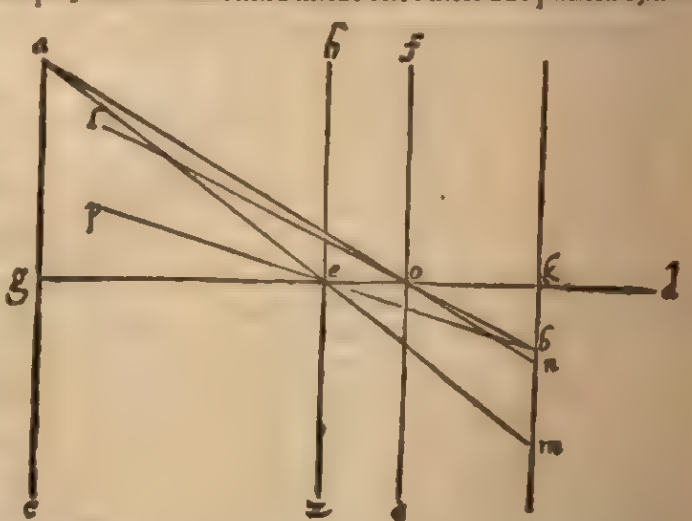
SI uerò b fuerit extra a g c: extrahamus superficiem, in qua est a g c linea, & punctum b: ergo [per 18 p 11] erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: & fiat in superficie huius corporis linea g d sectio communis: ergo [per 3 p 11] g d est recta: non ergo refringetur forma b ad a, nisi in superficie, in qua est g d [per 5. 9 n:] non enim transit per duo puncta a, b superficies perpẽdicularis super superficiem corporis diaphani, nisi superficies transiens per perpendicularem a c: & per punctum b & per pendicularem a c non transit superficies æqualis, nisi una sola tantùm. Forma ergo b non refringitur ad a, nisi ex linea g d. Refringatur ergo forma b ad a à puncto e: & continuemus duas lineas b e, e a: & [per 11 p 1] extrahamus ex e perpendicularem super lineam g e d: sit ergo h e z: erit ergo h e z perpendicularis super duas superficies duorum corporum diaphanorum: [per 9 n & conuersionem 4 d 11] & extrahamus b e rectè ad p: erit ergo e p inter duas lineas e h, e a: nam corpus diaphanum, quod est ex parte a, est subtilius illo, quod est ex parte b, [ex thesi.] Forma ergo b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenerit ad e, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis z e h [per 14 n] ideo erit linea e p inter duas lineas e h e a: & [per 12 p 1] extrahamus ex b perpendicularem super lineam g d: scilicet b k: erit ergo b k perpendicularis super superficiẽ diaphani corporis, quod est ex parte b: [per 9 n & conuersionem 4 d 11:] & extrahamus a e rectè, ut secet angulũ b e k: & secet lineã b k in m: m ergo erit imago puncti b [per 18 n]: & angulus p e a erit angulus refractionis. Dico ergo, quòd b nõ habebit aliã imaginem, præter m. Quoniã enim demõstratum est [19 n] quòd b nõ comprehẽditur à uisu, nisi super perpendicularem b k: Si ergo b aliam habuerit imaginem: erit in linea b k, & inter duo pũcta b, k: corpus enim, quod est ex parte b, est grossius illo, quod est ex parte a. Sit ergo illa alia imago, si possibile est, punctum n: erit ergõ aut inter duo pũcta m, k: aut inter duo puncta m, b: sit inter m, k: & cõtinuemus a n: secabit ergo lineam g d in puncto o: & continuemus b o: & trãseat usq; ad l: erit ergo o pũctũ refractionis: quia linea b o l est illa, per quã extenditur forma, quę est apud b: & erit angulus l o a angulus refractiõis: & [p 11 p 1] extrahamus ex o perpẽdicularem sup lineã g d: & sit f o q: erit ergo linea f o q perpendicularis super superficiẽ corporis diaphani [p 9 n & conuersionẽ 4 d 11] & erit angulus l o f sicut angulus, quẽ continet perpendicularis, & linea, p quã extenditur forma ad locũ refractionis [p 15 p 1.] Si igitur n fuerit inter duo puncta m, k: tũc o erit inter duo pũcta e, k: angulus ergo e b k est maior angulo o b k [p 9 ax.] angulus ergo p e h est maior angulo l o f: [Quia. n. h e z, k b & f o q sunt ppẽdiculares ipsi g d p fabricationẽ: erũt per 28 p 1 parallelę: & p 29 p 1 angulus p e h ęquabitur angulo e b k: eadẽq; de causa l o f ęquabitur o b k. Quare sumptis, p e b k, o b k: ęqualib. p e h, l o f: erit angulus p e h maior angulo l o f] & angulus p e a est angulus refractionis ex angulo p e h: & angulus l o a est angulus refractiõis ex angulo l o f: angulus ergo p e a est maior angulo l o a, ut declaratũ est in tertio capite huius tractatus [12 n:] angulus ergo a e h est maior angulo a o f: qd̃ est impossibile. [Quia. n. anguli h e g, f o g ęquantur p 10 ax: & per 16 p 1 angulus a e g maior est angulo a o g: reliquus igitur a e h minor est reliquo a o f.] Si aũt n fuerit inter duo puncta m, b: tunc punctũ e erit inter duo puncta o, k: & erit an-

gulus e b k minor angulo o b k [per 9 axio.] erit ergo angulus p e h minor angulo l o f: erit ergo angulus p e a, qui est angulus refractionis, minor angulo l o a, qui est angulus refractionis: angulus ergo a e h est maior angulo a o f: quod est impossibile, [ut ꝓximè ostensum est.] Ergo impossibile est, ut punctum n sit imago puncti b. neque aliud punctum est præter m. Ergo punctum b, respectu uisus a, nullam habet imaginem, præterquam punctum m: & hoc declarare uoluimus.

23. Si cõmunis sectio superficierũ refractionis & refracti uni rarioris fuerit linea recta: uisibile extra perpendicularem, à uisu super refractiuum ductã: ab uno puncto refringetur: & unam habebit imaginem. 21 p 10.

ET iterũ: sit corpus grossius ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisę: & sit differẽtia cõmunis inter hãc superficiẽ & superficiẽ corporis diaphani linea g d: & [ꝑ 12 p 1] extrahamus ex b lineá perpẽdicularẽ super lineá g d: & sit b k: erit ergo b k ꝑpendicularis sup superficiẽ corporis diaphani: [per 9 n & cõuersionẽ 4 d 11] & refringatur forma b ad a ex e: & cõtinuemus lineas b e, e a: & extrahamus perpendicularẽ h e: & extrahamus b e rectè ad p: erit ergo a e linea media inter duas lineas e p, e h. Nam prima linea, per quá extẽditur forma ad locũ refractionis, est linea b e p: refractio. n. est ad partẽ perpẽdicularis e h: [ꝑ 14 n] ná corpus, quod est ex parte a, est grossius illo, qđ est ex parte b [ex thesi.] Linea ergo a e est media inter duas lineas e p, e h: & extrahamus a e, directè ad partem e, quousq; occurrat lineę b k: secat. n. h e z. [Itaq; secabit k b ipsi h e z per 6 p 11 parallelã, per lẽma Procli ad 29 p 1] occurrat ergo illi in puncto m: m ergo erit imago púcti b: [per 18 n] ná corpus, qđ est ex parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Dico igitur, qđ b nõ habet imaginẽ, nisi m. Habeat enim n: si possibile est: n ergo erit in perpendiculari b k, [per 19 n] & infra punctũ b: quia corpus, quod est in parte b, est subtilius illo, quod est ex parte a. Est ergo aut inter duo puncta m, b: aut infra m: & cõtinuemus a n: secabit ergo lineá d g in o: o ergo est punctũ refractionis. Et cõtinuemus b o: & trãseat usq; ad l: & [ꝑ 11 p 1] extrahamus ex o perpẽdicularẽ f o q. Linea ergo b o est linea, ꝑ quá extẽditur forma ad locũ retractionis: ergo linea o a erit inter duas lineas o l, o f: refractio enim est ad partẽ perpẽdicularis [ꝑ thesin & 14 n.] Si ergo fuerit n inter duo púcta m, b: tũc punctũ o erit inter duo puncta e, k: ergo erit angulus o b k minor angulo e b k: [ꝑ 9 ax.] ergo angulus l o f est minor angulo p e h, [ut demonstratũ est superiore numero] ergo [ꝑ 12 n] angulus l o a (qui est angulus refractionis) est minor angulo p e a, qui est angulus refractionis: & angulus a o f, qui remanet post angulum refractionis, est minor angulo a e h, qui remanet post angulũ refractionis [per 12 n] sed [per 29 p 1] angulus a o f est æqualis angulo a n k, & angulus a e h est æqualis angulo a m k: ergo angulus a n k est minor angulo a m k: quod est impossibile [& cõtra 16 p 1.] Si aũt n fuerit infra m: tũc erit e inter duo puncta o, k: & erit angulus o b k maior angulo e b k: angulus ergo l o f erit maior angulo p e h: [ut patuit proximo numero] ergo angulus l o a est maior angulo p e a: & angulus a o f est maior angulo a e h: [ꝑ 12 n] ergo angulus a n k est maior angulo a m k. qđ est impossibile: [& cõtra 16 p 1] n ergo non est imago b: nec aliud punctũ, præterquá m: b ergo non habet imaginem, nisi m. Et hoc est, quod uoluimus declarare.

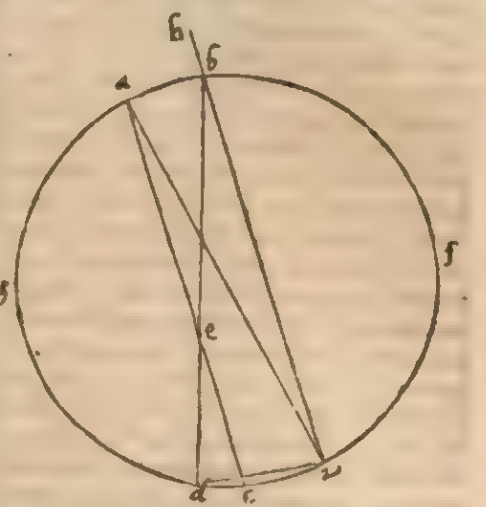


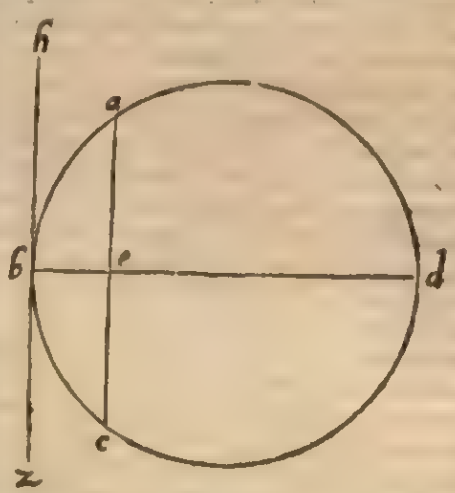


24. Si duæ rectæ lineæ circulo inscriptæ intersecentur: angulus sectionis quilibet æquatur angulo in peripheria, insistẽti in peripheriam æqualẽ duabus peripherijs eidem angulo, & ad uerticem opposito subtensis 54 p 1.

AD duas aũt lineas circulares conuexã & cõcauã prẽmittemus hęc. Cũ duę chordę sese secuerint in circu-

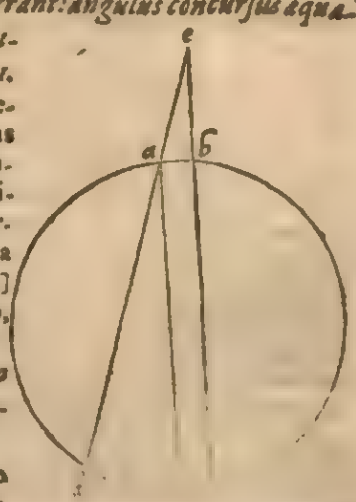
in circulo: angulus ſectionis erit æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quam chordant duo arcus, quos diſtinguunt illæ duæ chordæ. Et ſi duæ lineæ ſecuerint circulum, & ſecuerint ſe extra circulum: angulus ſectionis erit æqualis angulo, qui eſt apud circũferentiam, quã chordat exceſſus maioris illorum duorũ arcuũ, quos diſtinguunt illæ duæ lineæ, ſupra reliquũ. Verbi gratia: in circulo a b c d ſecent ſe duæ chordę a c, b d in e. Dico igitur, quòd angulus a e b eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quam reſpiciunt duo arcus a b, c d: & quòd angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferẽtia, quam reſpiciũt duo arcus d g a, b z c. Extrahamus enim ex b lineam b z æquidiſtantẽ lineæ a c [p 31 p 1] arcus ergo c z eſt æqualis arcui a b [Ducta enim recta a z: æquabitur angulus c a z angulo a z b p 29 p 1: ideoq; peripheria c z peripherię a b p 26 p 3:] & arcus c d eſt cõmunis: ergo arcus d z eſt æqualis duobus arcubus, a b, c d: ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z [p 8 d 3] ergo d z reſpicit arcus æquales duob. arcubus a b, c d: & [p 29 p 1] angulus d b z eſt æqualis angulo a e b: ergo angulus a e b eſt æqualis angulo, qui eſt in circumferẽtia, quã reſpiciunt duo arcus a b, c d. Et hoc eſt quod uoluimus. Itẽ continuemus d z: & producamus z b in h: erit ergo [per 32 p 1] angulus h b d æqualis duob. angulis b d z, b z d, & [per 8 d 3] duo anguli b z d, b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b g d, b f z: angulus ergo h b d eſt æqualis angulo, quem reſpicit arcus d b z: & arcus a b eſt æqualis arcui z c, [ex cõcluſo:] rego arcus d b z eſt æqualis duobus arcubus d g a, b z c: ergo angulus h b e eſt æqualis angulo, quẽ reſpiciunt duo arcus d g a, b z c: & [per 29 p 1] angulus h b e eſt æqualis angulo b e c. Ergo angulus b e c eſt æqualis angulo, qui eſt in circumferẽtia, quã reſpiciũt duo arcus d g a b z c. Et hoc eſt, quod uoluimus declarare. Et ſi linea h b z contingat circulum: tunc [per 32 p 3] angulus e b z erit æqualis angulo cadẽti in portionẽ b a d: & ſic arcus b c d reſpicit angulum apud circumferẽtiam, æqualem angulo e b z: & [per 29 p 1] angulus e b z eſt æqualis angulo b e a: ergo angulus b e a eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quẽ reſpicit arcus b c d: & arcus b c eſt æqualis arcui b a: quia diameter, quæ exit ex b, eſt perpendicularis ſuper lineã a c: [Nã diameter per punctũ b educta, eſt perpẽdicularis tangẽti per 18 p 3: itaq; per 29 p 1 eſt perpẽdicularis ipſi a c ad tangentẽ parallelę] quare [per 3 p 3] diuidit ipſam in duo æqualia: ergo arcus a b æqualis erit arcui b c: [ductis enim rectis a b, b c: erũt ipſæ p 4 p 1 æquales: ideoq; peripheriæ a b, b c ipſis ſubtẽſæ, per 28 p 3:] arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus a b, c d: ergo angulus b e a eſt æqualis angulo, q eſt apud circũferẽtiã, quẽ reſpiciunt duo arcus a b, c d. Et ſimiliter declarabitur, quòd angulus b e c eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam, quem reſpiciunt duo arcus b c, a d. Et hoc eſt quod uoluimus.





25. Si duæ rectæ lineæ circulo inſcriptæ, extrà cõtinuatæ cõcurrant: angulus concurſus æquatur angulo in peripheria, inſiſtenti in peripheriã, qua maior peripheriarum inter inſcriptas cõprehenſarũ exuperat minorẽ. 55 p 1.

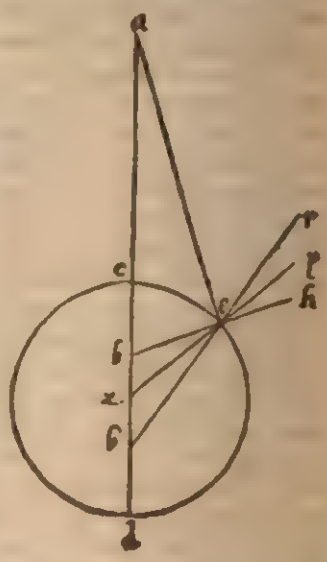
ITem: ſit e extra circulũ a b c d: & extrahamus ex e duas lineas ſecantes circulũ a b c d: & ſint e a d, e b c. Dico ergo, quòd angulus e e d eſt æqualis angulo, q eſt apud circũferẽtiã circuli, quẽ reſpicit arcus exceſſus d c ſupra arcũ a b. Extrahamus enim lineã æquidiſtantẽ lineæ b c [per 31 p 1] erit ergo [ut paulò antè oſtẽſum eſt] arcus f c æqualis arcui a b: erit ergo arcus d f exceſſus arcus d c ſupra arcũ a b: ſed [per 8 d 3] arcus d f reſpicit angulũ d a f: & [per 29 p 1] angulus d a f eſt æqualis angulo c e d: ergo c e d eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam d f. Et hoc eſt quod uoluimus.



26. Si cõmunis ſectio ſuperficierũ refractionis & refractini conuexi fuerit peripheria: uiſibile in perpendiculari à uiſu ſuper refractionem ducta: rectè, & unum uidebitur. 22 p 10.

HIs ergo declaratis, ſit uiſus punctũ a: & ſit pũctum b in aliquo uiſo: & ſit ultra corpus diaphanũ groſsius corpore, qđ eſt in

parte uisus: & sit superficies corporis diaphani, quod est ex parte b, superficies circularis cõuexa ex parte uisus. Ergo p duo pũcta, a, b transit superficies perpendicularis super superficiẽ corporis diaphani, [per 9 n: quia superficies per a & b educta, est superficies refractionis:] & non transit per illa, superficies perpendicularis super superficiẽ corporis, in qua refringitur forma b ad a, nisi una tantùm. Hãc ergo superficiẽ corporis diaphani signet circulus c e d: cuius centrum sit z: & continuemus a c z d: linea ergo c z d erit perpẽdicularis super superficiẽ corporis diaphani [per 4 th 1 sphęricorum: quia perpendicularis est plano tangenti.] Punctum autẽ b aut erit extra lineam c d: aut in ipsa. Si igitur b fuerit in linea c d: tunc uisus a comprehendet b rectè, & sine refractione [per 13 n.] Nam forma, quæ extenditur per lineam c d, extenditur rectè in corpore diaphano, quod est ex parte uisus: quia linea c d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Visus ergo a comprehendit b in suo loco, & rectè. Dico ergo, quòd forma puncti b, quod est in c d linea, nunquam refringetur ad a. Quoniam punctum b aut erit in centro: aut extra centrum. Si ergo fuerit in centro: tunc omnis linea, per quam extenditur forma b ad circumferẽtiam c e d, extenditur in rectitudine eius in corpore diaphano, quod est ex parte uisus. Nam omnis linea exiens à centro circuli c e d est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, [ut ostensum est 25 n 4:] & non exit à centro circuli c e d ad uisum a linea recta, nisi linea z a. Ergo forma puncti b, quod est in centro, non refringitur ad a ex circumferentia c e d. Ergo forma b nunquam refringetur ad a, si b fuerit in centro. Si uerò fuerit extra centrum: aut erit in linea z c, aut in z d: sit ergo primò in linea z c. Dico, quòd forma b non refringatur ad a. Quod si fuerit posibile: refringatur ex ipso e: & continuemus b e: & extrahamus illud ad h: & continuemus z e: & extrahamus ipsam ad p: erit ergo linea z e p perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 25 n 4,] quod est ex parte uisus. Forma ergo b, quando extenditur ad lineam b e, & refringitur in puncto e: transit à perpendiculari p e ad partem h contrariam illi, in qua est perpendicularis [per 14 n:] forma ergo b non perueniet ad a secũdum refractionem, si b fuerit in linea z c. Item sit b in linea d z. Dico ergo, quòd forma b non refringetur ad a. Quod si est posibile: refringatur ex e: & continuemus b e: & extrahamus b e lineam ad r: & continuemus z e, & extrahamus lineam usque ad p: & refringatur forma b ad a per lineam e a: Sic ergo angulus r e a erit angulus refractionis: angulus autem r e p erit angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: angulus ergo r e a est minor angulo r e p [per 12 n, & linea b z aut est minor linea z e, aut æqualis ei: nam b aut est inter duo puncta d, z: aut in puncto d: ergo angulus e b z aut est maior angulo b e z [per 18 p 1] aut æqualis ei: [per 5 p 1] sed [per 16 p 1] angulus a e r est maior angulo e b z: ergo angulus a e r est maior angulo r e p. [Nam quia a e r maior est e b z, qui maior est, uel æqualis ipsi b e z: erit etiam maior ipso b e z: at ipsi b e z æquatur r e p per 15 p 1: quare a e r maior est r e p] quo prius erat minor: quod est impossibile. Ergo forma b non refringetur ad a ex e: nec ex alio puncto circumferentiæ c e d: neque ex alia circumferentia circulorum, qui fiunt in superficie corporis diaphani, in quo est b. Igitur b existente in linea c d: non comprehendetur ipsum à uisu per refractionem. Quare non comprehenditur, nisi unum solum punctum.

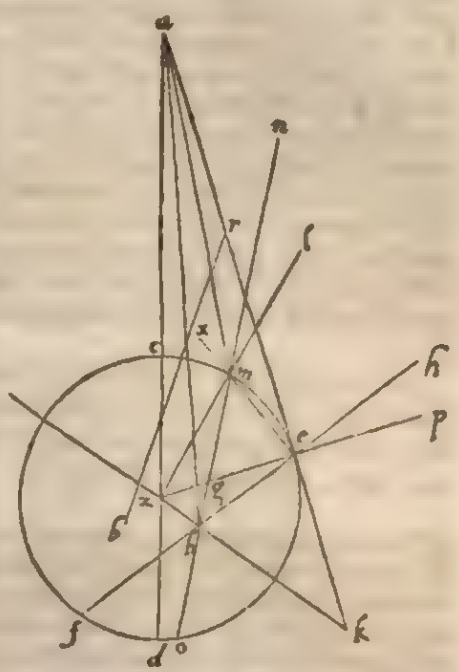


27. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui conuexi densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè, pro uaria uisus uel uisibilis positione, sit am. 23 p 10.

ITem: sit b extra lineam c d: & extrahamus superficiem, in qua est perpẽdicularis, & punctum b. Hæc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani: [per 9 n: quia planum ductum per perpendiculare a c d & uisibile b, est planum refractionis] & punctum b non refringetur ad a, nisi in hac superficie: non enim transit per duo puncta a, b superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a d: & non exit ex linea a d superficies, quæ transit per b, nisi una tantùm. Hæc ergo superficies signet in superficie corporis diaphani circulum c e d: forma ergo b non refringetur ad a, nisi ex circumferentia c e d: refringatur ergo ex e. Dico ergo, quòd nõ refringetur ex alio puncto quàm e. Refringatur enim (si posibile est) ex alio puncto: quod, ut dictũ est, erit in circũferentia c e d: Sit ergo m: & cõtinuemus lineas b e, e a, b m, m a, z e, z m: & secẽt se lineæ b m, z e in pũcto g: & extrahamus b e usq; ad h: & b m ad n: & e z ad p: & z m ad l. Erit ergo angulus h e p ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & angulus h e a erit angulus refractionis: & n m l angulus ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & angulus n m a erit angulus refractionis. Angulus igitur h e p aut erit æqualis angulo n m l: aut erit minor: aut maior. Si æqualis: angulus h e a, qui est angulus refractionis:

erit

erit æqualis angulo n m a, qui est angulus refractionis [per 12 n:] angulus ergo a m b erit æqualis angulo a e b [per 13 p 1. 3 ax.] quod est impossibile. [Ducta enim recta linea a b: erit angulus a m b maior angulo a e b per 21 p 1.] Si minor: erit [per 12 n] angulus h e a minor angulo n m a: angulus ergo a m b erit minor angulo a e b [per 13 p 1] quod est impossibile [& contra 21 p 1.] Si maior: extrahamus lineam e b in partem b ad f: & extrahamus m b usque ad o: angulus ergo b m b erit æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, quem respiciunt duo arcus e m, f o [per 24 n.] Et cum [ex hypothesi] angulus h e p sit maior angulo n m l: erit [per 15 p 1] angulus z e b maior angulo n m l: & cum angulus z e b sit maior angulo n m f: angulus m z p erit maior angulo m b e. [Nam quia in triangulis e b g, m z g, angulus b e g maior est angulo z m g per thesin & 15 p 1: & anguli ad g æquantur per eandem: erit reliquus m z p maior reliquo m b e per 32 p 1:] & excessus anguli m z e supra angulum m b e, erit æqualis excessui anguli z e b supra angulum z m b: nam duo anguli apud g sunt æquales [per 15 p 1. Itaq; cum per 32 p 1 anguli trianguli z m g æquentur angulis trianguli b e g: erunt exuperantiæ angulorum m z e, z e b supra angulos m b e, z m b æquales.] Arcus uero, qui respicit angulum m z e, cũ fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e. [Quia enim angulus m z e duplus est anguli in peripheria, in eandem peripheriam m e insistentis per 20 p 3: ergo angulus m z e in peripheria constitutus, insistet in duplam peripheriam m e per 33 p 6.] Si ergo angulus m z e fuerit maior angulo m b e: tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e, f o: & erit excessus arcus m e duplicati supra duos arcus m e, f o, æqualis excessui arcus m e supra arcum f o [subducta enim communi peripheria m e, superest eadem exuperantia.] Excessus ergo anguli m z e supra angulum m b e est iste, quem respicit apud circumferentiam excessus arcus m e supra arcum f o: sed excessus arcus m e supra arcum f o est minor duobus arcubus m e, f o [per 9 ax.] Ergo excessus anguli m z e supra angulum m b e, est minor angulo m b e [per 33 p 6.] Excessus igitur anguli z e b supra angulum z m b est minor angulo m b e: ergo [per 15 p 1] excessus anguli h e p supra angulum n m l est minor angulo m b e. Ergo [per 12 n] excessus anguli h e a, qui est angulus refractionis, supra angulum n m a, qui est angulus refractionis, est multo minor angulo m b e. Sed excessus anguli h e a supra angulum n m a, est excessus anguli a m b supra angulum a e b [per 13 p 1.] Ergo excessus anguli a m b supra angulum a e b est minor angulo m b e. Sed excessus anguli a m b supra angulum a e b, sunt duo anguli m a e, m b e. [Nam connexa recta a b & continuata e m ultra m in x: æquabitur per 32 p 1 angulus a m x duobus interioribus ad a & e: itemq; b m x duobus interioribus ad b & e. Totus igitur a m b exuperat totum a e b duobus angulis m a e, m b e.] Ergo duo anguli m a e, m b e sunt minores angulo m b e: quod est impossibile [& cõtra 9 ax.] Forma ergo b non refringetur ad a ex alio puncto, præterquam ex e. Et hoc est quod uoluimus. Cum ergo b non refringatur ad a, nisi ex uno puncto: nec habebit, nisi unam imaginem. Sed locus imaginis diuersatur secundum diuersitatem loci, in quo est b. Continuemus enim b z: linea ergo b z aut concurret cum linea e a: aut erit ei æquidistans: & concursus aut erit in parte e b, ut in k: aut in parte a, ut in r. Et cum b z fuerit æquidistans lineæ e a: erit ut linea b z sit media inter duas lineas k b z, b z r. Si uerò concursus harum duarum linearum fuerit in k: erit imago ante uisum, & erit forma manifesta & comprehensa a uisu in k [per 18 n.] Si uerò concursus fuerit in r: erit imago punctum r: & tunc forma comprehendetur à uisu in eius oppositione: sed non tam manifestè, quia comprehenditur à uisu extra suum locum. Hoc autem declaratum est in loco, in quo locuti sumus de reflexiõe [61 n 5.] Si linea b z fuerit æquidistans lineæ e a: tunc imago erit indeterminata, & forma comprehendetur in loco retractionis. Huius autem causa similis est illi, quam diximus in loco reflexionis [61 n 5] cum fuerit reflexio per lineam æquidistantem perpendiculari. Ex prædictis ergo patet, quòd res, quæ comprehenditur à uisu ultra corpus diaphanum grossius corpore, quod est ex parte uisus: nõ habet, nisi unam imaginem, neq; comprehenditur, nisi unum tantùm. Hæc uero retractio est à concauitate corporis diaphani ex parte uisus contingentis conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ. Et hoc est quod uoluimus.



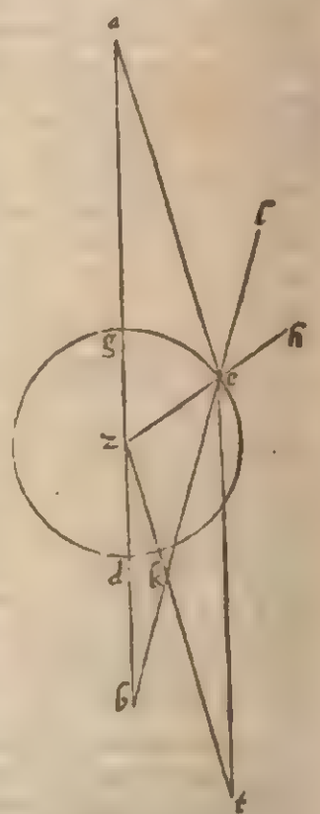
28. Si communis sectio superficierum refractionis & refractui conuexi rarioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractuum ductam: ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uarie pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 24 p 10.

ET si corpus diaphanum fuerit grossius ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ: tunc uisus

uiſus non uidebit niſi unam ſolam imaginem. Nam tunc uiſus erit ut b: & res uiſa ut a. Et cum forma a refringetur ad b: refractio erit in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diaphani [per 9 n] & erit differentia communis inter illam ſuperficiem & ſuperficiem corporis diaphani circulus [per 1 th 1 ſphæricorum,] ut circulus c e d: & erit punctum refractionis, ut c: & erit linea refracta, ut a e k. Sequitur ergo, ut forma, quę extendetur per lineam a e, & refringetur per b e: extendatur ex b per lineam b e, & refringatur per lineam a e. Si ergo forma a refringitur ad b ex alio puncto quàm ex e: ſequetur quòd forma b refringetur ad a ex illo puncto. [Quia lineæ incidentiæ & refractionis eædem permanent, nominibus tantùm mutatis.] Sed iam declaratum eſt [ſuperiore numero] quòd cum forma extenſa fuerit per lineam b e, & refracta per lineam a e: nunquam refringetur, niſi ex puncto uno, nec habebit niſi unam imaginem. Et ſi a fuerit in perpendiculari exeunte ex b ad centrum ſphæræ: tunc b comprehendet a in rectitudine perpendicularis [per 13 n] & patet, quòd forma a non refringetur ad b. Ex quo patuit, quòd forma b, cum fuerit in perpendiculari, nõ refringetur ad a. Cum ergo groſsius corpus fuerit ex parte uiſus, & ſubtilius ex parte rei uiſæ: tunc res uiſa non habebit, niſi unam imaginem & unam formam tantùm.

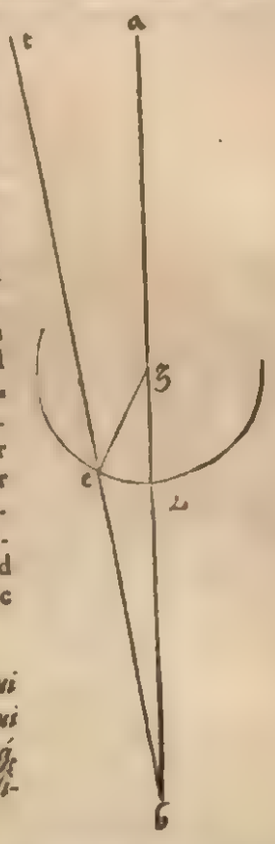
29. Si uiſus ſit extra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, refractionis & refractiui ſphærici conuexi denſioris) linea recta in definito ſitu poteſt à ſegmento peripheriæ nõ magna refringi: & aliquod eius punctum rectè: è reliquis plura refractè uideri: & locus totius imaginis eſt in ipſo uiſu. 25 p 10.

ITem: iteremus figuram ponentes in circumferentia g e d, punctum ex parte g: & ſit e: ex quo extrahamus lineam æquidiſtantem lineæ a b [per 31 p 1:] & ſit linea e t: & continuemus z e, & extrahamus illam uſque ad h: & ſit proportio anguli z e k ad angulum k e t duplicatum maxima proportio, quam angulus, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendiculari, poſsit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus, quò ad ſenſum. [Id autem per 10. 11. 12 n præſtari poteſt, quibus anguli refractionum à medio craſsiore ad ſubtilius & contra, inuenti ſunt.] Anguli enim refractionis, qui fuerint inter duo corpora diuerſa in diaphanitate, à luce tranſeunte per illa diuerſantur: quorum diuerſitas, quò ad ſenſum, habet finem: quem ſi exceſſerit: ſenſus non comprehendet quantitatem refractionis: comprehendet enim centrum lucis in rectitudine lineæ, per quam lux extenditur, cum uidelicet experimentatus fuerit hoc per inſtrumentum. Et ponamus angulum d z t æqualem angulo k e t [per 23 p 1] erit ergo angulus z k e duplus ad angulum k e t. [Quia enim e t, z b ſunt parallelæ per fabricationem: æquatur angulus k b z angulo k e t per 29 p 1: cui iam æquatus eſt k z b: anguli igitur k b z, k z b ſunt æquales: quibus cum æquetur z k e per 32 p 1: erit duplus ad utrumlibet: itaque duplus ad ęqualẽ k e t] & ſit proportio anguli z e k ad angulũ z k e erit maxima proportio inter angulum, quem continet prima linea & perpendicularis, exiens à puncto refractionis, & inter angulum refractionis. Sed linea e k concurret cum linea a d: [per lemma Procli ad 29 p 1] concurrant ergo in b: & extrahamus ex e lineam æquidiſtantem t z: concurret ergo [ut antè] cum z g extra circulum ex parte g: ſit concurſus in a: & extrahamus b ę uſqi ad l: erit ergo [per 29 p 1] angulus l e a æqualis angulo z k e: & [per 15 p 1] angulus l e h æqualis angulo z e k. Erit ergo angulus l e a angulus refractionis, quẽ exigit angulus l e h [angulus enim z e k, qui p 15 p 1 æquatur angulo l e h, talis eſt ex theſi.] Si ergo b fuerit in aliquo uiſo: & corpus diaphanũ, cuius conuexum eſt ex parte a, fuerit continuatum ex e uſque ad b, & nõ fuerit diſtinctum apud circumferentiam g e d ex parte b: tunc forma b extendetur per lineam b e, & refringetur per lineam e a, & comprehendetur à uiſu a per uerticationem a e. Et quia angulus a e h poteſt diuidi pluribus proportionibus earum, quæ fuerint inter angulos refractionis, & angulos, quos continent perpendiculares cum primis lineis, quæ fuerint inter duo corpora diaphana: ſic ergo in linea d b erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum e g, & refringuntur ad a: & forma totius lineæ, in qua ſunt illa puncta, refringetur ad a ex arcu g e. Cum ergo uiſus fuerit in corpore diaphano, & res uiſa fuerit in alio diaphano groſsiore, & fuerit ſuperficies diaphani groſsioris, quæ eſt ex parte uiſus, ſphærica conuexa, & uiſus fuerit extra circulum, cuius conuexum eſt ex parte uiſus, & fuerit ille circulus remotior à uiſu, quàm punctum remotius ex duobus punctis, ſectionis factæ inter perpendicularem & circumferentiam, & corpus diaphanum groſſum, quod eſt ex parte uiſus, fuerit continuum uſque ad locum, in quo eſt res uiſa, & non fuerit deciſum apud circulum, qui eſt ex parte rei uiſæ: tunc uiſus poterit comprehendere illam rem uiſam & refractè



fractè & rectè: & huius rei uisæ imago erit centrum uisus [per 13 n.] Item si fixerimus lineam a g b, & reuoluerimus figuram a e b in circuitu a b, & pars superficiei corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ, fuerit sphærica: tunc punctum e signabit circumferentiam in superficie circulari conuexa, quæ est ex parte uisus, ex qua circumferentia refringetur b ad a: sed imago in tota circumferentia refractionis erit una, scilicet centrum uisus. Imago ergo rei uisæ etiam erit una. Sed ex hac positione accidit, ut uisus comprehendat formam rei uisæ apud locum refractionis ea de caussa, quam diximus in reflexione ex speculis, [61 n 5] cum fuerit reflexio à circumferentia in aliqua sphæra, & fuerit imago centrum uisus. Ergo huius rei uisæ forma à uisu circularis comprehenditur apud circulum refractionis: & punctum eius superius circa d uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per uisum & rem uisam simul. Et hoc est quod uoluimus.

30. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui cani, densioris fuerit peripheria: uisibile in perpendiculari à uisu super refractiuum ducta, recte: & unum uidebitur. 26 p 10.

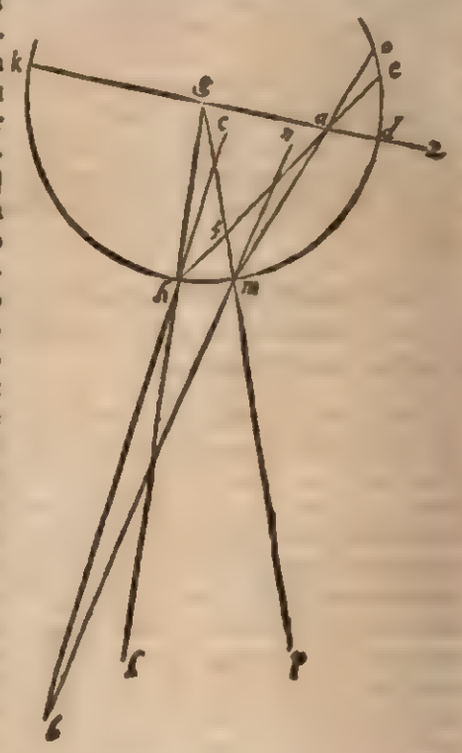


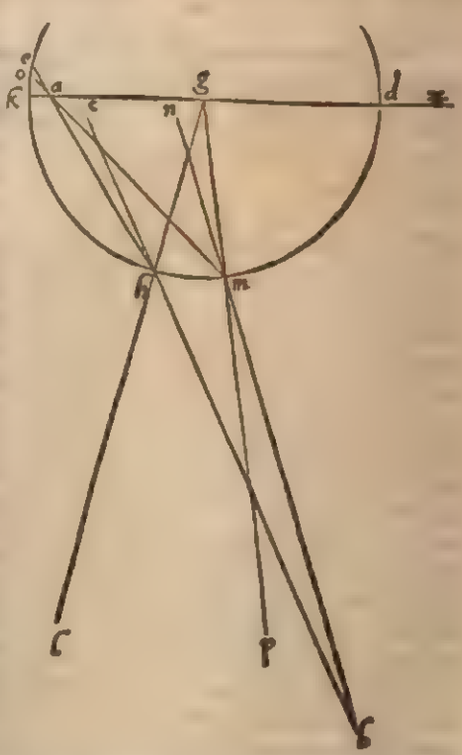
ITem: sit a uisus: & sit b in aliquo uiso, & ultra corpus diaphanum grossius illo, in quo est uisus: & sit superficies corporis, quod est ex parte uisus, circularis concaua: cuius concauitas sit ex parte uisus. Dico ergo, quòd b unam solam habebit imaginem, & unam tàtùm formam apud a. Et sit centrum concauitatis g: & continuemus a g: & extrahamus ipsam rectè usque ad z. Erit ergo a z perpendicularis super superficiem concauam: [ut oltensum est 25 n 4:] & b aut erit in a z, aut extra. Sit ergo primò in linea a z. A ergo comprehendet b in rectitudine a b, cum a b sit perpendicularis super superficiem concauam, & nunquam refractè [per 13 n.] Quòd si est possibile, refringatur forma b ad a ex e, & continuemus b e, g e, & extrahamus b e usque ad t: angulus ergo t e g est ille, quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis e iens à loco refractionis. Et quia corpus, quod est ex parte a, subtilius est illo, quod est ex parte b: erit [per 14 n] refractio ad partem contrariam illi, in qua est e g. Linea ergo e t, quando refringitur, remouetur a linea e g. & non concurret cum linea b a aliquo modo. Forma ergo b non refringetur ad a: non ergo comprehẽdetur refractè, sed rectè: ergo non habebit apud uisum, nisi unam formam tantùm. Et hoc est quod uoluimus.

31. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui cani, densioris fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 27 p 10.

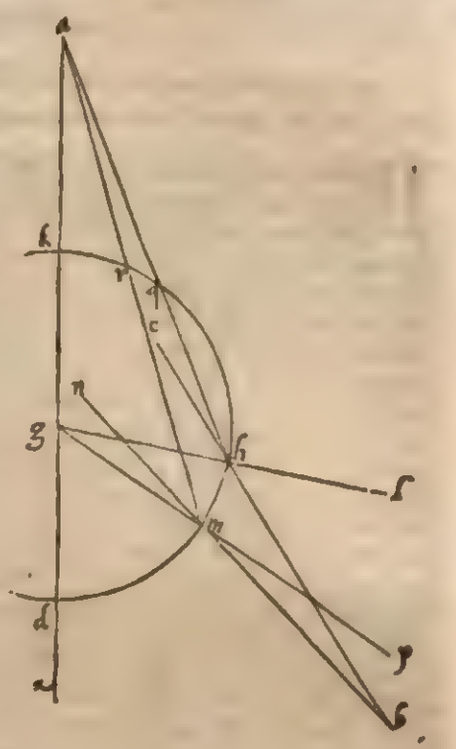
ITem: iteremus figurá, & sit b extra lineam a z, & extrahamus superficiem, in qua est a z b: Hæc ergo superficies erit perpendicularis super superficiem concauam [per 9 n] & non refringetur forma b ad a, nisi in hac superficie. Non enim erigitur perpendicularis super superficiem concauam alia superficies æqualis, quæ transit per a, nisi illa, quæ transit per a z: sed per a z & per b non transit, nisi una sola tantum. Forma ergo b non refringetur ad a, nisi in superficie transeunte per lineam a z, & per b. Et sit differentia communis inter hanc superficiem & superficiem concauam arcus h d e, & refringatur forma b ad a ex h. Dico ergo, quòd l non refringetur ex alio puncto. Quòd si possibile fuerit, refringatur ex m, & continuemus lineas a h, b h, g h, a m, b m, g m, & extrahamus h b rectè usque ad c, & b m rectè usque ad n, & g h rectè usq; ad l, & g m rectè usque ad p, & perficiamus circumferentiam h e d, & secet lineam a g in k. A ergo aut erit in linea k d: aut extrà in parte k, [quia ea pars obiecta est cauæ refractiui superficiei, à qua refractio fit ad uisum a.] si ergo a fuerit in k d, aut erit in g, aut in altera duarum linearum g d, g k. Si ergo fuerit a in g: tunc forma b non refringetur ad a [per præcedentem numerum:] lineæ enim, quæ continuant corpus circulare cum g, sunt perpendiculares super superficiem corporis, [per 25 n 4,] quod est ex parte a: Refractio autem non fit per ipsam perpendicularem, sed extra ipsam. Forma ergo b non refringetur ad a, si a fuerit in g. Et si a fuerit in g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a, h g: & ideo linea n m erit inter duas lineas m a, m g. Nam refractio est ad partem contrariam parti perpendicularis, [per 14 n] nam corpus diaphanum, quod est ex parte uisus, est subtilius illo, quod est ex parte rei uisæ. Et si linea h c fuerit inter duas lineas h a, h g, & a fuerit in linea g d: tunc angulus b h a erit ex parte d: & similiter angulus b m a erit ex parte d: & erit b ultra lineam g h l, uidelicet ex parte k, à linea h g l. Et erit angulus c h g ille, quem continet linea, per quam extenditur forma cum perpendi-

perpendiculari exeunte à loco refractionis: & ſimiliter angulus n m g: & erit angulus c h a angulus refractionis: & ſimiliter angulus n m a. Angulus autem n m g aut erit æqualis angulo c h g, aut maior, aut minor. Si æqualis: erit [per 12 n] n m a æqualis angulo a h c: ergo [per 13 p 1. 3 ax.] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod eſt impoſsibile. [Ducta enim recta b a: erit angulus b m a maior angulo b h a per 21 p 1.] Si maior: tunc [per 12 n] angulus n m a erit maior angulo a h c: & ſic [per 13 p 1. 3 ax.] angulus b m a erit minor angulo b h a: quod eſt impoſsibile [& contra 21 p 1.] Si minor: tunc [per 12 n] angulus n m a erit minor angulo a h c: & ſic totus angulus a m g erit minor toto angulo a h g: & erit [per 12 n] diminutio anguli n m a, ab angulo a h c minor, quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g: Sed diminutio anguli a m g ab angulo a h g, eſt æqualis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: duo enim anguli, qui ſunt in ſectione linearum a h, m g ſunt æquales [per 15 p 1: & per 32 p 1 reliquus ſimul uterque trianguli h g f æquatur reliquo ſimul utrique trianguli m a f. Itaque quantò minor eſt angulus a m g angulo a h g: tàtò minor erit angulus h g m angulo h a m per 32 p 1.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor eſt, quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Et extrahamus duas a h, m a ad duo puncta e, o: erit ergo [per 24 n] angulus h a m ille, quem reſpiciunt in circumferentia duo arcus h m, e o: & angulũ h g m reſpicit in circũferentia arcus h m duplicatus [angulus enim h g m duplus eſt anguli in peripheria conſtituti, & in eandé peripheriã h m inſiſtentis per 20 p 3. Si igitur angulus, æqualis angulo h g m in peripheria conſtituatur: inſiſtet in peripheriam duplá peripheriæ h m per 33 p 6.] Et cum angulus h g m ſit minor angulo h a m: [angulus enim a h g maior eſt concluſus angulo a m g: & ad uerticem æquantur per 15 p 1: reliquus igitur h g m minor eſt reliquo h a m per 32 p 1] erit arcus h m duplicatus minor duobus arcubus h m, e o [per 33 p 6:] & erit diminutio arcus h m duplicati à duobus arcubus h m, e o, ſicut diminutio arcus h m ab arcu e o [quia h m communis eſt.] Ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c erit minor angulo, quem reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o. Sed angulus, quẽ reſpicit apud circumferẽtiam diminutio arcus h m ab arcu e o, eſt minor angulo h a m. Eſt ergo diminutio anguli n m a ab angulo a h c minor angulo h a m. Exceſſus ergo anguli b m a ſupra angulũ b h a eſt minor, quàm angulus h a m. [Nam per 13 p 1 exuperantia anguli b m a ſupra angulum b h a eſt exuperantia anguli a h c ſupra angulum n m a, quæ minor eſt concluſa angulo h a m.] Sed exceſſus anguli b m a ſupra angulum b h a ſunt duo anguli h a m, h b m, [ut oſtenſum eſt 27 n.] Ergo iſti duo anguli ſimul ſunt minores angulo h a m: quod eſt impoſsibile. Et ſi a fuerit in linea g k: tunc linea h c erit inter duas lineas h g, h a: & ſimiliter linea m n erit inter duas lineas m g, m a: Erit ergo angulus b h a ex parte k: & ſimiliter angulus b m a erit ex parte k: & erit b infra lineam g m p, ſcilicet ex parte d, à linea g m p: & uterque angulus c h g, n m g eſt ille, quem continet linea, per quam extẽditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis: & uterque angulus c h a, n m a erit angulus refractionis. Si ergo c h g fuerit æqualis n m g: tunc [per 12 n] angulus c h a erit æqualis angulo n m a: & ſic [per 13 p 1] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod eſt impoſsibile [& contra 21 p 1, connexa recta b a.] Et ſi fuerit maior: tunc [per 12 n] angulus c h a erit maior angulo n m a: & ſic [per 13 p 1] angulus b h a erit minor angulo b m a: quod eſt impoſsibile. Et ſi fuerit minor: tunc [per 12 n] angulus c h a erit minor angulo n m a: & ſic totus angulus g h a erit minor toto angulo g m a: Ergo [ut ſuprà oſtenſum eſt] erit angulus h g m minor angulo h a m. Et erit diminutio anguli h g m ab angulo h a m minor, quàm angulus g m a, ut prius declarauimus. Et diminutio anguli c h a ab angulo n m a eſt minor,





minor, quàm diminutio anguli g h a ab angulo g m a: est ergo minor, quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m: ergo diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor, quàm angulus g m a: Sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulum b m a [per 13 p 1,] qui sunt duo anguli h a m, h b m [ut patuit 27 n.] Ergo isti duo anguli simul sunt minores angulo h a m: qđ est impossibile. Si uerò a fuerit extra lineá k d ad partem k: & corpus, in quo est a, fuerit cõtinuũ usq; ad a: cõtinuabimus duas lineas a h, a m: & secabũt circumferentiá in q & in r. Et si angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tunc [per 12 n] angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod est impossibile [ut suprà.] Et si fuerit maior: tunc angulus c h a erit maior angulo n m a: & sic [per 13 p 1] angulus b h a erit minor angulo b m a: quod est impossibile. Si uerò fuerit minor: tunc angulus c h a erit minor angulo n m a: & totus angulus g h a erit minor toto angulo g m a. Ergo angulus h g m erit minor angulo h a m [ut suprà:] sed angulus h g m est ille, quem respicit apud circumferẽtiam arcus h m duplicatus: & angulus h a m est ille, quem respicit in circumferentia excessus arcus h m supra arcum r q [per 25 n.] Ergo arcus h m duplicatus est minor excessu arcus h m, supra arcum r q: quod est impossibile [& contra 9 ax.] Ergo si punctum b fuerit extra lineá a k g: tunc forma eius non refringetur ad a, nisi ex uno puncto tantùm. Quapropter non habebit, nisi unam imaginem: quæ imago aut erit ante uisum, aut retro, aut in loco refractionis, ut in præcedentibus declarauimus. Et hoc est quod uoluimus declarare.



32. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui caui rarioris, fuerit peripheria: uisibile extra perpendicularem à uisu super refractiuum ductam, ab uno puncto refringetur, unamq; habebit imaginem, uariè pro uaria uisus uel uisibilis positione sitam. 28 p 10.

SI uerò corpus diaphanum grossius fuerit ex parte uisus, & subtilius ex parte rei uisæ, ijsdem manentibus figuris: tunc etiam res uisa non habebit nisi unam imaginem solam: & hoc declarabitur, ut in conuersa septimæ figuræ [quæ fuit 27. 28 n.] Et omnia, quæ declarauimus in refractionibus à conuexo & concauo circuli: sequũtur in superficiebus sphæricis & columnaribus: præter refractionem circularem, à circumferentia circuli, quæ non fit, nisi in superficiebus sphæricis tantùm.

33. Visibile refractum à refractiuo uariæ uel figuræ uel perspicuitatis, uel simul utriusq; uarias & monstrificas uarijs in locis imagines habet. 29. 30 p 10.

HÆc autem, quæ diximus, sunt imagines uisibilium, quæ comprehenduntur à uisu ultra corpora diaphana simplicia, quæ sunt unius substantiæ, & quorum figura, quæ est ex parte uisus, est una figura. Si uerò corpus diaphanum fuerit diuersum, aut non consimilis diaphanitatis: tunc imagines rei uisæ diuersantur. Et si superficies corporis diaphani, quæ est ex parte uisus, fuerit diuersa: tunc loca etiam imaginum rei uisæ diuersantur, cum formę refractionum ex superficie corporis diaphani diuersentur etiam. Et si aliquis respexerit ad paruam sphæram, aut aliquod corpus rotundum paruum, aut columnare uitri aut crystalli, ultra quod corpus fuerit aliquod uisibile: inueniet imaginem illius alio modo, quàm sit res uisa in se: & fortè inueniet rei uisæ imaginem aliam: & sic dubitabitur super ea. Sed huiusmodi refractio non est una, sed duæ: forma enim rei uisæ extenditur à re uisa ad sphæram, aut ad aliud corpus rotundum columnare, & refringitur à conuexo sphæræ aut columnæ ad interius corporis, & extenditur intra corpus, quousque perueniat ad superficiem eius: & deinde refringitur à sphæra aut columna apud concauitatem aeris contingentis sphæram aut columnam. Et sic comprehensio huiusmodi rerum erit duabus diuersis refractionibus. Quapropter imago eius erit diuersa ab imagine eius, quod comprehenditur una refractione. Nos autem loquemur de hoc parum, quando tractabimus de deceptionibus uisus, quæ fiunt per refractionem.

QVOMODO VISVS COMPREHENDAT VISIBILIA SECUNDUM refractionem. Cap. VI.

34. Si uiſus & uiſibile in diuerſis mediis ſua loca inter ſe permutent: nomina linearum incidentia & refractionis mutantur. 9 p 10.

IN præcedentibus iam declarauimus, quòd, cum forma refringitur ab aliquo corpore diaphano, ad aliud corpus diuerſæ diaphanitatis: extenditur per lineam rectam, donec perueniat ad ſuperficiem corporis diaphani, in quo eſt: deinde refringitur in illo alio corpore diaphano per lineam aliam rectam, quæ continet cum prima linea angulum. Et cum forma extenditur per hanc aliam lineam, ſuper quam refringitur forma in ſecundo corpore, alia quæcunque forma ſit in ſecundo corpore uſque ad punctum ſectionis, inter duas lineas rectas, refringetur per primam lineam rectam. Et eſt manifeſtum per experientiam, quòd ſi aliquis inſpexerit aliquod corpus diaphanum, quod differt in ſua diaphanitate à diaphanitate aeris: comprehendet omnia, quæ ſunt ultrà de illis, quæ opponuntur uiſui. Et ſi cooperuerit alterum uiſum, & aſpexerit reliquo: comprehendet etiam, quæcunque ſunt ultra, ſiue illud corpus ſit aer, ſiue aqua, ſiue uitrum. Et ſimiliter ſi homo poſuerit uiſum in aliquo corpore groſsiore aere, ut uitro aut cryſtallo: uidebit omnia, quæ ſunt ultrà de illis, quæ ſunt in aere. Et ſi aſpiciēs mouerit uiſum ſuum dextrorſum aut ſiniſtrorſum, & in omnem partem, & non remouerit ipſum multum à ſuo primo loco: tunc comprehēdet etiam omnia, quæ prius comprehēdebat, ſiue motus uiſus fuerit in aere, ſiue in uitro. Sed iam declarauimus experientia & demonſtratione, quòd uiſus nihil comprehēdit de illis, quæ ſunt ultra corpora diaphana, quæ differunt in diaphanitate ab aere, niſi ſecundum refractionem, præterquam unum punctum, quod eſt in perpendiculari exeunte à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Ergo omne punctum comprehenſum à uiſu ultra corpus diaphanum, præter illud punctum prædictum, comprehenditur ex forma, quæ extenditur ex illo puncto ad ſuperficiem corporis diaphani, ultra quod eſt, & refringitur à ſuperficie illius corporis ad uiſum. Et cum unus uiſus comprehendat omnia, quæ ſunt ultra corpus diaphanum: forma omnis puncti exiſtentis ultra corpus illud diaphanum, extenditur per lineam rectam ad ſuperficiem illius corporis diaphani, & refringitur ad illum uiſum unum, præterquam illud punctum prædictum. Et cum formę omnium punctorum, quæ ſunt in omnibus uiſibilibus exiſtentibus ultra corpus diaphanum, refringantur in eodem tempore ad centrum uiſus unius: forma puncti, quod exiſtit apud centrum uiſus illius, cum fuerit in aliquo uiſibili, refringetur ad omnia puncta, quæ ſunt in omnibus uiſibilibus exiſtentibus ultra corpus diaphanum, oppoſitum uiſui in eodem tempore & eodem modo. Et ſimiliter eſt de omni puncto propinquo puncto, quod eſt apud centrum uiſus. Nam ſi uiſus motus fuerit ad omnem partem, & non fuerit remotus à ſuo ſitu: comprehendet uiſibilia. Ergo forma cuiuslibet puncti cuiuslibet uiſi, cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extendetur ad ſuperficiem corporis diaphani, ultra quod eſt, & refringetur ad uniuerſum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris. Et non eſt aliquod tempus magis appropriatum huic, quàm aliud: ſed hoc eſt proprium naturæ lucis & coloris, quæ ſunt in uiſibilibus: ſcilicet, ut ſemper extendātur à quolibet puncto cuiuslibet corporis lucidi, per lineam rectam, quæ extenditur ab illo puncto, & refringantur in omni corpore diaphano diuerſo, præterquam punctum, quod eſt in perpendiculari. Et omnis forma cuiuslibet puncti uiſibilis exiſtentis in aliquo corpore diuerſo ab aere: extendetur in illo corpore, in quo exiſtit, & refringetur in uniuerſo corpore aeris ſibi oppoſito, & illa forma exit ad quodlibet punctum aeris. Quapropter forma totius rei uiſæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris: & forma totius cuiuslibet uiſi exiſtentis in aliquo corpore diuerſo ab aere, exiſtit apud unumquodque punctum aeris oppoſiti illi rei uiſæ: & forma illa extenditur à quolibet puncto rei uiſæ in corpore, in quo eſt, & refringitur apud ſuperficiem illius corporis, & peruenit ad illud punctum aeris. Et ideo ſi uiſus aſpexerit aliquod corpus diaphanum diuerſum ab aere, ultra quod fuerit aliqua res uiſibilis: uiſus comprehendit illam rem. Nam forma illius exiſtit apud punctum, apud quod exiſtit centrum uiſus. Propter hoc, quòd & ſi uiſus comprehenderit aliquam rem uiſibilem ultra aliquod corpus diaphanum diuerſum ab aere: deinde motus fuerit à loco ſuo dextrorſum, aut ſiniſtrorſum: dum in ſuo motu fuerit oppoſitus corpori diaphano, & rei uiſæ, quæ eſt ultrà: ſemper comprehendet illam rē. Vnde etiam plures aſpicientes comprehendūt unam rem in cœlo, & in aqua, & in uno & eodem tempore. Et hoc etiam eſt in eodem corpore diaphano: ſcilicet, quòd forma uiſi congregatur apud quodlibet punctum corporis, in quo eſt: nam forma puncti cuiuslibet eius extenditur per lineam rectam: & inter quodlibet punctum corporis, in quo eſt uiſus, & quodlibet punctum rei uiſæ, eſt linea recta. Forma ergo cuiuslibet puncti rei uiſæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo eſt res uiſa: & forma cuiuslibet rei lucidæ congregatur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis, in quo exiſtit, & congregatur apud quodlibet punctum corporis cuiuslibet diaphani diuerſi à corpore, in quo exiſtit, quando inter rem uiſam, & illud corpus diaphanum diuerſum non interfuerit aliquod impedimentum. Et forma rei uiſæ, quæ eſt apud quodlibet punctum corporis diaphani, in quo extenditur, extenditur ad illud punctum recte: & forma illius apud quodlibet punctum corporis diaphani diuerſi, extenditur ad illud punctum refractè: quia inter quodlibet punctum aeris & quamlibet rem uiſibilem exiſtentem

ſtentem in aliquo corpore diaphano diuerſo ab aere: ſit pyramis refracta, cuius caput eſt punctum in aere, & baſis eſt illa res uiſa: & erit refractio eius apud ſuperficiem corporis ab aere diuerſi. Omnis ergo res uiſa in corpore diaphano diuerſo ab aere, quando comprehenditur à uiſu: comprehenditur à forma extenſa in pyramide refracta, adunata apud punctum exiſtens in cẽtro uiſus. Hoc ergo modo comprehendit uiſus ea, quæ refractè comprehendit.

35. Imago uiſibilis refracti aſſimilatur figuræ refractiui. 46 p 10.

IN capitulo autem imaginis declarauimus, quod omne uiſum comprehenditur à uiſu ultra imaginem: & locus imaginis eſt punctum, in quo ſecant ſe linea radialis, per quam extenditur forma ad uiſum, & perpẽdicularis exiens à puncto uiſo. Si ergo imaginati fuerimus, quòd ab unoquoq; puncto rei uiſæ exit perpendicularis ad ſuperficiem corporis diaphani, in quo eſt res uiſa: tunc habebimus quoddam corpus, exiens à uiſu ad ſuperficiem corporis diaphani: unde ſequitur quòd iſtud corpus ſecet pyramidem refractam, & illa ſuperficies, in qua ſecãt ſe, eſt imago illius rei uiſæ. Si ergo ſuperficies corporis diaphani, in quo eſt res uiſa, fuerit æqualis: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares, erit æqualis ſuperficiei. Quare imago addit parum ſuper rem uiſam. Et ſi corpus fuerit ſphæricum, & conuexum eius ex parte uiſus, & centrum eius fuerit ſuper illam rem uiſam: tunc corpus imaginatum erit pyramidale, cuius caput eſt centrum ſphæræ: & quantò magis extenditur à ſuperficie corporis ſphærici, tantò magis amplificabitur: & ſi ſectio fuerit inter rem uiſam & ſuperficiem ſphæricam: tunc imago erit amplior illa re uiſa: Si autẽ ſectio fuerit ultra rem uiſam: tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si uerò res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphęricam: tunc corpus imaginatum, erunt duæ pyramides oppoſitæ, quarum caput centrum ſphæræ. Quare cum loca ſectionis inter corpus imaginatum & pyramidem poſsint eſſe diuerſa: forte locus ſectionis, in quo eſt imago, erit maior uiſo, fortè minor, fortè æqualis. Si uerò corpus diaphanum fuerit ſphæricum, & concauitas eius fuerit ex parte uiſus: tunc corpus imaginatum erit pyramis, cuius caput eſt centrum ſphæræ. Quantò ergo magis extenditur hoc corpus in partem ſuperficiei ſpheræ, tantò magis adunatur & conſtringitur, & quantò magis extenditur in aliam partem, tantò magis amplificatur: ſuperficies enim continua parua, erit media inter centrum eius, & ſphæram. Si uero locus ſectionis huius corporis cum pyramide refracta fuerit propinquior centro concauitatis ſphæræ, quam res uiſa: erit imago minor ipſa re uiſa. Si aũt fuerit remotior à centro cõcauitatis, quam res uiſa: erit imago maior, quàm res uiſa. Et cum una res uiſa comprehenditur à pluribus uiſibus in uno momento: omnes imagines, quas illi uiſus comprehendunt, erunt in illo tempore in uno imaginato, quod eſt perpendiculare ſuper ſuperficiem corporis diaphani.

36. Vtroq; uiſu una refracti uiſibilis imago uidetur. 47 p 10.

ET una res uiſibilis comprehenditur ab uno homine in uno tempore, ultra corpus diaphanũ diuerſum à diaphanitate corporis, in quo eſt uiſus, utroq; uiſu: & tamen comprehendit rem illam unam. Si enim homo comprehenderit aliquid de eis, quæ ſunt in cœlo, aut in aqua, aut ultra uitrum, & cooperuerit alterum uiſum: nihilominus cõprehendet illud reliquo. Ex quo patet, quod una res uiſa exiſtens ultra corpus diaphanum, diuerſum ab aere, comprehendetur utroq; uiſu, & altero uiſu. Cauſa autem huius eſt, ut in tertio libro [9.14 n] diximus: quoniã in omni puncto cuiuslibet uiſi comprehenſibilis recte & utroq; uiſu, in quo cõiuncti fuerint duo radij utriuſq; uiſus conſimilis poſitionis, quantum ad duos axes uiſuum: comprehendetur unum: & ſi in ipſo aggregati fuerint radij diuerſæ poſitionis, quantùm ad duos axes uiſuum: comprehendentur duo: & in maiore parte, eorum quæ comprehenduntur, poſitio eſt conſimilis. Hæc autem, quæ ſunt diuerſæ poſitionis, reſpectu utriuſque uiſus, ſunt ualde rara, ut in tertio diximus tractatu. Et illud, quod comprehenditur refractè, comprehenditur in loco imaginis: forma autem, quæ eſt in loco imaginis, comprehẽditur à uiſu recte, poſitio autem huius formæ, quæ eſt imago reſpectu uiſus eſt, ſicut poſitio alterius rei uiſæ earum, quæ uidentur rectè. Vnde poſitio harum imaginum, reſpectu uiſus, eſt in maiore parte conſimilis: & in omni puncto imaginis congregantur duo radij duorum uiſuũ conſimilis poſitionis. Quare una res uiſa uidetur una utroq; uiſu. Et ut hoc euidentius declaretur: dicamus, quod iam diximus: quòd omne punctum eius, quod comprehenditur refractè: comprehenditur in loco imaginis, qui eſt inter punctum ſectionis ex perpendiculari, exeunte ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diaphani, in quo eſt res uiſa, & inter lineam radialem, per quá extenditur forma ad uiſum. Cum ergo aſpiciens comprehenderit punctum alicuius rei utroq; uiſu: imago illius puncti reſpectu utriuſq; uiſus eſt in perpendiculari, exeunte ex illo pũcto, quæ eſt eadem linea. Et cum forma illius puncti peruenerit ad duo puncta ſuperficierũ uiſuũ, quorum ſitus reſpectu axis uiſus eſt conſimilis: tunc duæ lineæ, per quas formę extendũtur ad utrũq; uiſum: peruenient ad duo centra duorum uiſuũ. Sunt ergo axes, aut habentes ex axibus poſitionem conſimilem: & duo axes uiſuũ ſemper ſunt in eadem ſuperficie: & omnes lineæ exeuntes à cẽtro duorum uiſuũ habentes poſitionem conſimilem ab axe communi, erunt in eadem ſuperficie: axis enim communis ſemper eſt in eadem ſuperficie. Nam ſi aliquid comprehenditur utroq; uiſu in eodem tempore uera comprehenſione: tũc axes concurrunt in uno puncto illius rei [per 10. 15 n 3.] Quare ſunt in eadem ſuperficie. Item poſitio uiſuum naturalis eſt conſimilis, & non exit à naturali poſitione, niſi per accidens, aut per uiolentiam: quare axes eorum ſunt in eadem ſuperficie. Principium enim

axium eſt unum punctum, quod eſt in medio concauitatis communis nerui, à quo exit communis axis. Exiſtentibus ergo duobus uiſibus in ſua naturali poſitione, ſemper axes erũt in eadem ſuperficie, ſiue ſint moti, ſiue quieſcentes. Si autem poſitio alterius uiſuũ mutata fuerit, reſpectu reliqui propter aliquod impedimentum: tunc res uiſa uidebitur duplex, ut in primo libro declarauimus. Duo ergo axes in maiore parte ſunt in eadem ſuperficie. Quare omnes duo radij habentes poſitionem ſimilem ex duobus axibus, erunt in eadem ſuperficie. Duæ ergo lineę, per quas extenduntur formę unius puncti ad duo loca cõſimilis poſitionis, ſunt in eadem ſuperficie. Sed imagines illius, reſpectu duorum uiſuũ, ſunt in illis duabus lineis. Ergo ſunt in eadem ſuperficie. Sed imagines illius puncti ſunt in perpendiculari exeunte ex illo puncto. Ergo ſunt in loco ſectionis inter ſuperficiem, in qua ſunt lineę radiales, quę eſt una ſuperficies, & inter perpendicularem, quę eſt una linea. Sectio autem unius ſuperficiei cum una linea eſt unum punctum. Ergo imagines unius puncti, reſpectu duorum uiſuum, quando perueniunt ad duo loca conſimilis poſitionis, ſunt punctum unũ. Ex quo patet, quòd imago totius rei uiſæ, reſpectu duorum uiſuũ, erit una: ſi poſitio imaginis fuerit conſimilis. Quare res comprehenditur una utroq; uiſu. Si uerò poſitio fuerit parum diuerſa: uidebitur res una: ſed non uerè, ſed cauilloſe. Si autem diuerſitas poſitionis fuerit multa: tunc forma rei uidebuntur duæ: ſed hoc fit rariſsimè. Hæc eſt ergo qualitas comprehenſionis uiſus de uiſibilibus ſecundum refractionem.

37. Viſio diſtincta fit rectis lineis à uiſibili ad uiſum perpendicularibus. Et uiſio omnis fit refractè. 17.18 p 3.

HOc autem declarato: dicamus uniuerſaliter, quòd omnia, quæ comprehendũtur à uiſu, comprehenduntur refractè, ſiue uiſus & uiſum fuerint in eodem diaphano, ſiue in diuerſis, ſiue uiſum ſit in oppoſitione uiſus, ſiue comprehendatur ab ipſo reflexè. Nihil enim comprehenditur ſine refractione facta apud ſuperficiem uiſus. Nam tunicæ uiſus, quæ ſunt cornea, albuginea, glacialis, ſunt etiam diaphanæ & ſpiſsiores aere. Et iam declaratum eſt, quòd formæ eorũ, quæ ſunt in aere & in alijs corporibus diaphanis, extenduntur in illis corporibus: & ſi occurrerint corporibus diuerſæ diaphanitatis ab eo, in quo ſunt: refringuntur in illo corpore diaphano: forma ergo eius, quæ eſt in aere, ſemper extenditur in aere. Cum ergo aer tangit ſuperficiem alicuius uiſus: tunc illa forma, quæ eſt in aere, refringitur in ſuperficie uiſus: & tunc refringitur omni modo in corpore corneæ & albugineæ. Refractio enim propriè eſt de numero formarum: recipere autem formas & refractiones eſt proprium corporibus diaphanis. Formæ ergo eorum, quæ opponuntur uiſui, ſemper refringuntur in tunicis uiſus. Et iam patuit, quòd cum formę extenduntur ſuper lineas perpendiculares ſuper ſecundum corpus: pertranſeunt rectè in ſecundo corpore. Formę ergo eorum, quę opponuntur ſuperficiei uiſus, refringuntur omnes in tunicis uiſus: & quæ fuerint ex eis in extremitatibus linearum radialium, perpendicularium ſuper ſuperficiem uiſus, pertranſeunt rectè, cum refractione formarum earum in tunicis uiſus. Parti enim ſuperficiei uiſus, quæ opponitur foramini uueæ, multa opponuntur uiſibilia, quorum alia ſunt apud extremitates linearum radialium, & alia extra. Omnes enim lineæ radiales, quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies tunicarum uiſus, continentur in pyramide, cuius caput eſt centrum uiſus, & cuius baſis eſt circumferentia uueæ foraminis. Et quantò magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uiſu, tantò magis amplificatur: & omnes formæ eorum, quæ ſunt intra pyramidem, extenduntur in rectitudine linearum radialiũ, & pertranſeunt in tunicis uiſus rectè. Et hæc pyramis dicitur pyramis radialis. Lineæ autem, quæ extenduntur in hac pyramide, quarum extremitates ſunt apud centrum uiſus, dicuntur lineæ radiales. Formæ uerò eorum, quæ ſunt extra hanc pyramidem, nunquam extenduntur per aliquam linearum radialium: tamen extenduntur per lineas rectas, quæ ſunt inter ipſam ſuperficiem uiſus, quæ opponuntur foramini uueæ: & formæ, quæ extenduntur per has lineas, refringuntur à diaphanitate tunicarum uiſus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ ſunt intra pyramidẽ radialẽ, extenditur ad ſuperficiem uiſus, quæ opponitur foramini uueæ in pyramide, cuius caput eſt illud punctum, & cuius baſis eſt ſuperficies, quæ opponitur foramini uueæ: & una linea earum, quæ imaginatur in hac pyramide, eſt linea radialis: cæteræ autem omnes, quę non ſunt in hac pyramide, non ſunt radiales: & nulla earum eſt perpendicularis ſuper ſuperficies tunicarũ uiſus. Et forma cuiuslibet puncti eorum, quæ ſunt intra pyramidem radialem, extenditur ſuper lineam omnem, quę poteſt cadere in illam pyramidem, cuius caput eſt illud punctum, & cuius baſis eſt ſuperficies rei uiſę, quę opponitur foramini uueę: & per unam iſtarum linearum tranſit forma, quę extenditur per illã in tunicis uiſus ſecundum rectitudinem: & omnes formę alię extenſę in reſiduo pyramidis, reflectuntur in tunicis uiſus, & non pertranſeunt rectè. Omnia ergo, quę opponuntur parti ſuperficiei uiſus, quę opponitur foramini uueę, ex illis quę ſunt in aere, aut in cœlo, aut in aqua, aut in conſimilibus, & ex illis, quę reflectuntur à terſis corporibus, quæ perueniunt ad hanc partem ſuperficiei uiſus, refringuntur in tunicis uiſus. Et formę eorum, quę ſunt intra pyramidem, pertranſeunt rectè in tunicis uiſus, cum refractione formarum earũ, quę extenduntur ſuper pyramidem, quę remanent in uniuerſo huius partis ſuperficiei uiſus. Reſtat ergo declarare, quòd formę, quę refringuntur in tunicis uiſus, comprehenduntur à uiſu, & ſentiuntur à uirtute ſenſibili. In primo autem tractatu [15.18.19 25 n] declarauimus, quòd ſi membrum ſenſibile ſentiret ex quolibet puncto ſuę ſuperficiei omnem formam ad ſe uenientem: tunc ſentiret rerum formas mixtas. Vnde membrũ ſenſibile non

le non ſentit formas, niſi ex rectitudine linearum perpendicularium ſuper ſuperficiem ipſius tantùm. Quare tranſeunt formæ uiſibilium, nec admiſcentur apud ipſum. In hoc uerò tractatu mõſtrauimus, quòd formæ refractę nunquam comprehenduntur, niſi in perpendicularibus exeuntibus à uiſibilibus ſuper ſuperficies corporum diaphanorũ. Ergo formæ refractæ in tunicis uiſus nõ comprehenduntur à uiſu, niſi in perpendicularibus exeuntibus à uiſibilibus ſuper ſuperficies tunicarũ uiſus: & hæ perpendiculares lineæ ſunt exeuntes à centro uiſus. Formæ ergo omnes refractę in tunicis uiſus comprehendũtur à uiſu in rectitudine linearum exeuntium à centro uiſus. Formæ ergo omnium uiſibilium, quæ opponuntur parti ſuperficiei uiſus, quę opponitur foramini uueæ, & exiſtũt in hac parte ſuperficiei uiſus: refringũtur in diaphanitate tunicarũ uiſus, & peruenĩũt ad membrũ ſenſibile, quod eſt humor glacialis, & cõprehenduntur à uirtute ſenſibili per lineas rectas, quę cõtinuãt centrũ uiſus cũ ipſis uiſibilibus, ſcilicet quòd forma cuiuslibet pũcti cuiuslibet uiſi, oppoſiti ſuperficiei uiſus, quæ opponitur foramini uueæ, exiſtit in uniuerſo ſuperficiei huius partis, & refringitur à tota ſuperficie, & peruenit ad humorem glacialem: & tũc ille humor ſentit formam ad ſe uenientem: & uirtus ſenſibilis comprehendit omnia, quæ peruenĩunt ad glacialem ex forma uiſus pũcti ſuper unam lineam continuantem centrũ uiſus cũ illo puncto. Hoc ergo modo comprehẽdit uiſus omnia uiſibilia. In hoc autem capitulo diximus, quòd eorũ, quæ opponũtur ſuperficiei uiſus, alia ſunt intra pyramidem, & alia extra: & cũ dico ſuperficiem uiſus: intelligere oportet nunc & ammodo partem oppoſitam ſuperficiei uueæ. Viſibilia ergo, quæ ſunt intra pyramidem radialẽ, comprehendũtur à uiſu ex rectitudine linearũ radialiũ rectè, ex formis eorũ, quæ extendũtur ad uiſum in rectitudine harũ linearũ. Et hæ lineæ ſunt perpendiculares, quę exeunt à pũctis uiſibilibus, quæ ſunt intra pyramidem ſuper ſuperficies tunicarũ uiſus: illa autem, quæ ſunt extra pyramidem radialẽ, cõprehendũtur à uiſu ex formis refractis, & in rectitudine linearũ exeuntiũ à centro uiſus, exiſtentiũ extra pyramidẽ radialẽ. Et hæ lineæ, quæ ſunt extra pyramidẽ radialẽ, poſſunt etiam dici lineæ radiales tranſſumptiuè: aſsimilantur enim lineis radialibus in eo, quòd exeunt à cẽtro uiſus. Reſtat ergo declarare per experientiam, quòd uiſus comprehẽdit ea, quę ſunt extra pyramidẽ radialem. Dicimus ergo, quòd manifeſtũ eſt, quòd lachrymalia, & ea, quæ continẽt circulum, ſunt extra pyramidem, cuius caput centrũ uiſus eſt, & cuius baſis eſt circũferẽtia foraminis uueæ, quod eſt paruũ foramẽ in medio nigredinis oculi. Et ſi aliquis ſumpſerit acũ ſubtilem gracilem, & poſuerit extremitatẽ eius in poſtremo oculi, & inter palpebras, & quieuerit uiſus: tũc uidebit extremitatem eius: & ſimiliter ſi poſuerit extremitatẽ acus in lachrymali, & ſi miſerit illã in oculo, & applicauerit extremitatem in latere nigredinis oculi aut prope, uidebit extremitatem acus. Item omnia, quæ æquidiſtant ſuperficiei rei uiſæ, ex locis continentibus uiſum, ſunt extra pyramidem radialẽ. Et cum dico loca continẽtia uiſum: intelligo illa, à quibus lineæ exeuntes ad mediũ ſuperficiei uiſus, ſecant axem pyramidis radialis. Et ſi homo erexerit indicem ſuum ex parte ſuæ faciei & prope palpebram · uidebit indicem. Et ſimiliter ſi applicauerit indicem cum interiore palpebra, ità ut ſuperior ſuperficies eius indicis ſit æquidiſtans ſuperficiei uiſus, quantùm ad ſenſum: uidebit ſuperficiem indicis. Sed omnia iſta loca ſunt extra pyramidem radialem: & hoc patebit. Nam pyramis radialis, quam continet foramẽ uueæ, eſt ualde ſubtilis, & extenditur rectè, & pyramidalitas eius non eſt ampla: unde nihil ex ipſa peruenit ad loca, quæ circundant oculum, & appropinquant corpori oculi, et æquidiſtant ſuperficiei oculi: & inter omnia loca continentia oculum, & æquidiſtantia ſuperficiei uiſus, & inter ſuperficiem uiſus, ſunt lineæ rectæ, propter refractionẽ earũ à corporibus denſis, cum aer, qui eſt inter ipſa & ſuperficiem uiſus, fuerit continuus: tunc forma horum uiſibilium peruenit ad ſuperficiem uiſus ſuper has lineas, quæ ſunt extra pyramidem. Et cum hæc forma peruenĩat ad uiſum non per lineas radiales, & tamen comprehendatur à uiſu: patet, quòd uiſus comprehendat illam refractè. Ex hac ergo experientia patet, quòd uiſus comprehendit multa eorum, quę ſunt extra pyramidem radialem, refractè. Inductione autem poſſumus oſtendere, quòd uiſus comprehendit illa, quæ ſunt intra pyramidem radialem, refractè, cum hoc, quod comprehendit illa rectè, hoc modo. Accipias acum ſubtilem, & ſedeas in loco oppoſito albo parieti, & cooperias alterum oculorum, & ponas acũ in oppoſitione alterius oculi, & facias acum appropinquare, ita ut applicetur palpebræ, & ponas acum in oppoſitione medij uiſus, & aſpicias parietem oppoſitum: tunc enim uidebis acum, quaſi corpus diaphanum, in quo eſt aliquantula denſitas: & uidebis quicquid eſt ultra acum ex pariete, & apud acum quaſi corpus latum, cuius latitudo eſt multiplex ad latitudinem acus. Cauſſa autem huius in ſecundo tractatu declarata eſt: ſcilicet quòd ſi res uiſibilis fuerit multùm propinqua uiſui: uidebitur maior, quàm ſit: & quantò magis fuerit propinqua, tantò magis uidebitur maior. Diaphanitas autem eius eſt, quia uiſus comprehendit quicquid eſt ultrà: acus autem eſt corpus denſum cooperiens, quod eſt ultrà: & quia acus eſt ualde propinqua uiſui: ideo cooperuit de pariete multiplex ad ſuam latitudinẽ. Baſis enim pyramidis (cuius caput eſt centrum uiſus, & baſis eſt altitudo acus) erit multiplex ad latitudinem acus: & cum hoc, uiſus comprehendit quicquid eſt ultra acum, nec cooperitur à uiſu aliquid de pariete, ſed comprehendit quod eſt ultrà, quaſi ultra corpus diaphanum. Et cum acus fuerit oppoſita medio uiſui: tunc nõ cooperiet totam ſuperficiem uiſus, propter ſubtilitatem eius, ſed aliquam partem, quanta eſt latitudo eius: & remanet ex ſuperficie uiſus aliquid a lateribus acus: & exit forma eius ad illud, quod eſt à lateribus acus de ſuperficie uiſus. Forma autem exiens ad acum, nũquam peruenĩet ad uiſum, nec comprehendetur ab ipſo: forma autem, quæ peruenit ad latera ſuperficiei uiſus, refringitur ad

uiſum, cum non rectè perueniat ad centrum uiſus. Si ergo uiſus non comprehenderet illud, quod opponitur ex pariete acui, niſi rectè: tunc illud, quod opponitur acui ex pariete, eſſet coopertum à uiſu. Cũ ergo comprehendatur, & non rectè: patet ipſum comprehendi refractè per formam, quæ refringitur à lateribus acus ex ſuperficie uiſus. Et hoc iam manifeſtatur etiam, quòd ſi experimẽtator poſuerit loco acus aliquod corpus latũ, cuius latitudo ſit maior latitudine foraminis uueæ: tũc enim nihil uidebit omnino de pariete, nec uidebit illud corpus diaphanũ, ſed dẽſum. Ex hoc ergo, quòd paries comprehenditur ultra acum ex gracilitate eius, & non comprehenditur ultra corpus latũ: ſcimus quòd illa comprehẽſio eſt ex forma, quæ peruenit ad acũ ex ſuperficie uiſus, & refringitur in tunicis uiſus. Et quia quicquid à uiſu comprehenditur refractè, comprehenditur in rectitudine perpendicularium: ideo illud, quod comprehẽdit, comprehẽdit refractè ex forma eius, quod opponitur acui per rectitudinem linearũ, exeuntiũ à cẽtro uiſus, cũ eo, quod opponitur acui ex pariete: & hæ lineæ ſecantur acu, & uiſus comprehendit illud, quod eſt ultra acũ etiam in rectitudine harũ linearũ, & comprehendit acũ etiam in rectitudine illarũ. Quare totam formam quaſi comprehendet ultra corpus diaphanũ, in quo eſt aliquãtula denſitas. Et ſi experimẽtator ſcripſerit in bombace ſubtiliter, & applicauerit ipſum parieti, & remotus fuerit à pariete, in quantũ poſsit legere ſcripturam, & poſuerit acũ in oppoſitione medij uiſus, ut primò fecit, & aſpexerit bombacem: tũc poterit legere ſcripturam, ſed tamen uidebit eam quaſi ultra uitrũ aut ultra corpus diaphanũ, in quo eſt aliqua dẽſitas. Si ergo uiſus non comprehẽdit illud, quod opponitur acui de bombace ſecũdum refractionem: tũc aliquid lateret de ſcriptura: acus enim debet cooperire de ſcriptura multò magis ſe in quantitate latitudinis diaphanitatis, quàm tũc comprehendit, propter remotionem bombacis à uiſu. Sed quia uiſui non patet aliquid de ſcriptura: patet ipſum comprehẽdere illud, quod opponitur acui: ſed hoc non poteſt fieri rectè: reſtat ergo, ut fiat refracte. Et ſi experimẽtator abſtulerit acum, non deſtruetur refractio, quę prius erat: non enim propter acum erat refractio, ſed creſcit refractio, eò quòd refringitur ex loco acus. Et cũ experimẽtator abſtulerit acum: comprehẽdet illud, quod opponitur uiſui, manifeſtius. Nam comprehẽdet illud rectè, quod cooperiebatur acu: cũ hoc, quod comprehẽdit illud refractè, ſicut comprehẽdebat cum cooperiebatur: & propter hanc additionem comprehendit illud manifeſtius, quam antequam auferret acum. Ex qua experientia patet, quòd illud quod opponitur uiſui de illis, quæ ſunt intra pyramidem radialem, comprehẽditur refractè & rectè. Ex his ergo omnibus declaratur, quòd omnia, quæ comprehenduntur à uiſu, quorum formæ perueniunt ad uiſum rectè, aut reflexè, aut refractè: comprehenduntur ſecundum refractionẽ factam apud ſuperficiem uiſus: & quòd illorũ quę comprehendũtur ſecũdum refractionem factam à ſuperficie uiſus: quædam comprehẽduntur refracte & rectè ſimul: & ideo illud, qđ opponitur medio uiſus, eſt manifeſtius illo, quod eſt in circuitu medij. Et cum uiſus comprehẽderit aliquid latum, comprehẽdet illud, quod eſt in medio, manifeſtius illo, quod eſt in lateribus. Hoc aũt declaratũ eſt in ſecũdo tractatu, in quo declarauimus, quomodo hoc poſſet experimẽtari: & diximus, quòd cauſſa huius eſt propter lineas radiales: & hoc eſt in illis, quę ſunt intra pyramidem radialẽ: In alijs aũt, quæ ſunt extra, eſt cauſſa refractio. Cauſſa aũt uniuerſalis in hoc, quod illud, quod opponitur medio uiſus, eſt manifeſtius, quã illud, quod eſt in circuitu: eſt: quoniã illud quod opponitur medio uiſus, comprehẽditur recte & refracte ſimul. Hoc aũt, quòd quicquid comprehẽditur à uiſu, comprehendatur refractè, à nullo antiquorum dictum eſt.

DE FALLACIIS VISVS, QVAE ACCIDVNT ex refractione. Cap. VII.

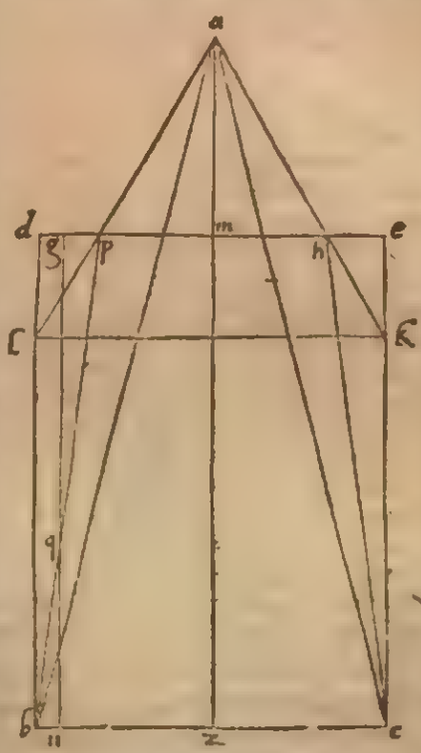
38. Refractio debilitat lucem & colorem uiſibilis: itaq; totam imaginem confuſam uiſui offert. 10 p 10.

FAllaciæ, quæ accidunt ſecũdum refractionem: ſimiles ſunt ijs, quæ accidunt per reflexionem. Quod enim comprehẽditur refractè, comprehẽditur non in ſuo loco, cũ comprehendatur in loco imaginis: quapropter poſitio formæ comprehenſæ erit alia à poſitione rei uiſæ. Item refractio debilitat formam refractam, ſcilicet, formam lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa. Et hoc poteſt intelligi: quoniam ſi aſpexeris aliquid exiſtens in aqua, & tu ſis obliquus à perpendicularibus, exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem aquę multa obliquatione, & intuearis illud uerè, deinde moueris, & moueas uiſum, donec ponas ipſum in aliqua perpẽdiculari, exeunte à re uiſa ſuper ſuperficiem aquæ, & aſpexeris: tunc uidebis illud manifeſtius, quàm cum eras obliquus: & nulla eſt differentia inter duos ſitus, niſi quia in primo, forma, quæ exit ad uiſum, eſt refracta & multùm obliqua: in ſecundo autem forma exit rectè, aut quædam pars ipſius exit recte, & quædam modicũ obliquè aut ferè rectè. Ex hac ergo experimentatione declaratur, quòd refractio debilitat formas refractas. Item ea, quę ſunt in aqua, & ultra uitrum & conſimilia, quando refringuntur ad uiſum, deferũt ſecum colorem corporis, in quo exiſtunt. In illis ergo, quæ comprehendũtur refractè ultra corpora diaphana, accidunt propter refractionem fallaciæ, quæ non accidunt in eis, quæ uidentur rectè, ſcilicet diuerſitas poſitionis & diſtantiæ, & debilitas lucis & coloris. Præterea accidunt eis iſta, quæ accidunt illis, quæ rectè uidentur. Formæ enim eorum, quæ comprehenduntur refractè, comprehenduntur in oppoſitione uiſus & in rectitudine linearũ radialiũ. Quicquid ergo accidit eis, quæ uidentur in rectitudine linearũ radialiũ, accidit iſtis. Et in tertio libro declarauimus oẽs illas fallacias &

cias & cauſſas earum: & quę ſunt etiam cauſſæ iſtarum: ſed in his accidit magis, & citius propter debilitatem harum formarum. Particulares autem deceptiones, quæ accidunt propter figuras ſuperficierum corporum diaphanorum, ſunt multimodæ, ſed accidunt raro uiſui. Ea enim, quę comprehenduntur ultra corpora diaphana, diuerſa ab aere, ſunt ſtellæ, & ea, quæ ſunt in aqua: Illa autem, quæ ſunt ultra uitrum, & lapides diaphanos diuerſarum figurarum raro comprehenduntur à uiſu: & non eſt ita de iſtis corporibus diaphanis, ut de ſpeculis: ſpecula enim ſæpius aſpiciuntur ab hominibus, ut uideant in eis ſuas formas, & habentur in domibus. Et ſimiliter quando homo inſpexerit in quodlibet corpus terſum: etiam uidebit formam eorum, quæ ſunt in oppoſitione. Et ſimiliter ſi aſpexerit aquam: uidebit formam ſuam in ea, & uidebit, quæ ſunt in oppoſitione. Et non eſt ita illud, quod uidebit ultra uitrum, & lapides diaphanos: quia homines raro aſpiciunt ad illud, quod eſt ultra uitrum, & lapides diaphanos. Et quia ita eſt, dicamus de deceptionibus refractionis particularibus, quæ ſemper accidunt & ſine difficultate, ſcilicet quæ accidunt in eis, quę uidentur in cœlo, & in aqua: & dicemus parum de his, quæ uidentur ultra uitrũ, & lapides. Dicamus ergo, quòd ſemp uiſus fallitur in eis, quæ comprehenduntur ultra corpus diaphanum, diuerſum ab aere, præſertim in poſitione & remotione, in coloribus & lucibus eorum, & in magnitudine eorum & figuris quorundam. Ea enim, quæ uidentur in aqua, & ultra uitrum, & lapides diaphanos, uidẽtur maiora: ſtellæ autem, & diſtantiæ inter ſtellas, quandoq; uidentur maiores, quandoque minores.

39. Si communis ſectio ſuperficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta, & uiſus ſit in perpendiculari ducta à medio uiſibilis parallelo communi ſectioni: imago maior uidebitur uiſibili. 31 p 10.

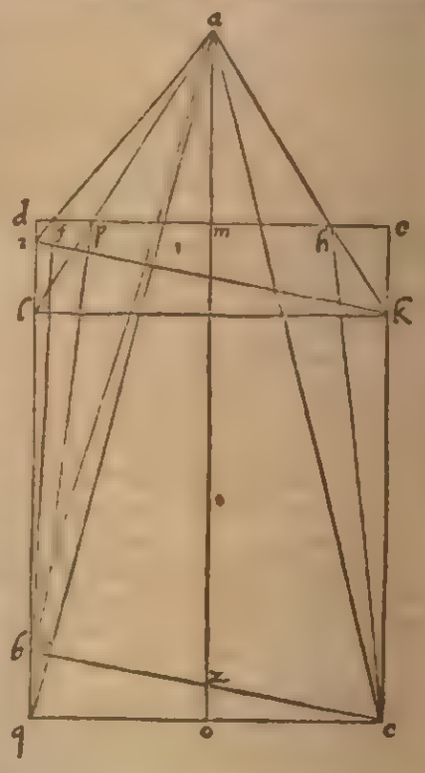
SIt ergo uiſus a: & ſit b c ultra corpus diaphanum, groſsius aere: Dico, quòd b c uidetur maior, quàm ſit. Sit ergo primò ſuperficies corporis diaphani plana. A aut eſt in perpendiculari, exeunte à medio b c ſuper ſuperficiem corporis: aut extra. Sit ergo in primis, in ipſa: & [per 12 p 11] ſit illa perpendicularis a m z: & extrahamus ſuperficiem, in qua ſunt lineæ a z, b c: & faciet in ſuperficie corporis diaphani lineam d m e [per 3 p 11:] & [per 9 n:] ſuperficies, in qua ſunt duæ lineę a z, b c, erit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Et non tranſit per a & per aliquod punctum lineæ b c ſuperficies, quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, niſi illa, in qua ſunt lineæ a z, b c. Non enim tranſit per a ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, niſi illa, quæ tranſit per a z: quæ linea eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis: [per 9 n & conuerſionem 4 d 11] nec exit ex a perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, niſi linea a z. Non ergo per a tranſit ſuperficies, quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, niſi illa, quæ tranſit per lineam a z: & non tranſit per aliquod punctum lineæ b c & per lineam a z, niſi illa ſuperficies, in qua ſunt duæ lineæ a z, b c. Non ergo tranſit per a & per aliquod punctum lineæ b c ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani, niſi illa, in qua ſunt lineæ a z, b c. Non ergo refringetur forma alicuius puncti eorum, quæ ſunt in b c, niſi ex linea d e. Et [per 11 p 1] extrahamus ex b & c duas perpendiculares: cadent ergo in lineã d e in duobus punctis d e, [per lemma Procli ad 29 p 1: quia b c, d e ſunt parallelæ ex theſi] ſcilicet b d, c e. Et ſit b c in primis æquidiſtans lineę d e: & refringatur formæ b a d a ex p: & forma c ad a ex h: & cõtinuemus lineas b p, p a, c h, h a: item a b, a c: & extrahamus a p ad l, & a h ad k. [Nam quòd a p, a h concurrant cum b d, c e patet per lemma Procli ad 29 p 1.] Quia ergo z poſitum fuit in medio lineæ b c, poſitio b ex a erit ęqualis poſitioni c ex a: & ſic diſtantia p ex a erit ſicut diſtantia h ex a. [Quia enim a z biſariam ſecans b c, eſt ad eandem perpendicularis per theſin, ipſaq; a z communis, æquatur ſibijpſi: erit per 4 p 1 a b æqualis a c. Itaque cum b c, d e ſint parallelæ ex theſi, & puncta b & c à uiſu a æquabiliter diſtent: ab eodem æquabiliter diſtabunt refractionum puncta p & h, propter æquabilem in eodem & æquabili medio punctorum omnium diffuſionem. Quare a p æquatur ipſi h a:] & ſic [per 5. 15 p 1] angulus d p l erit æqualis angulo e h k, ſed [per 29 p 1] duo anguli d, e ſunt recti: & linea d p eſt æqualis lineæ e h: quia p m eſt ęqualis m h. [Nam quia per theſin fabricationem & 34 p 1 tota m d ęquatur toti m c: & anguli ad m deinceps recti per 29 p 1, & ad p & h ęquales per concluſionem, latusq; a m commune: æquabitur per 26 p 1 m p ipſi m h. Quare reliqua d p æquabitur reliquæ e h per 19 p 5] ergo [per 26 p 1] d l eſt æqualis e k: & continuemus l k: erit ergo [per 33 p 1] æqualis lineæ b c: angulus ergo c a b erit minor angulo k a l. [Nam recta l k ſecãs latera a b, a c, facit duos angulos exteriores, maiores interioribus oppoſitis ad



sitis ad l & k per 16 p 1: sed angulis exterioribus à rectis a b, a c & secante k l factis æquantur interiores ad b & c trianguli a b c per 29 p 1. Anguli igitur ad b & c sunt maiores angulis ad l & k. Quare per 32 p 1 rel. quus a b c minor est reliquo l a k: & linea l k est diameter imaginis b c. Nam omne punctũ lineæ b c refringitur ab aliquo puncto p h. Nam si forma b refringitur ex p: punctum, quod est inter b & z, refringitur ab aliquo puncto inter p & m: & ponamus super lineam b z punctũ n. Si ergo forma n refringeretur ab aliquo puncto extra lineam m p ex parte d: tunc linea, per quam extenditur forma n, secaret lineam b p: & sic forma puncti sectionis refringeretur ad a ex duobus punctis [p & g,] quod est impossibile, ut diximus in capitulo quinto huius libri de imagine: [19 n] n ergo non refringitur ad a, nisi ex aliquo puncto inter p m. Et similiter omne punctum in z c, non refringetur ad a, nisi ex linea m h. Linea ergo l k est diameter imaginis lineę b c: [per 18 n] forma ergo b c uidebitur in l k. Item iam declarauimus [numero præcedente] quòd forma refracta est debilior recta: ergo forma b c, quę comprehenditur refracte, est debilior forma eius, quę comprehenditur rectè: & propter debilitatem formæ rei, uisus assimilat eam formæ rei, quæ uidetur à maiore remotione: maior enim distantia debilitat formam. Et iam declarauimus in secundo libro [38 n] quòd uisus comprehendit imaginem rei uisæ secundum quantitatem anguli, respectu remotionis & positionis rei uisæ apud uisum: & angulus k a l est maior angulo c a b [ex concluso,] & positio l k est sicut positio c b, & b c uidetur in l k, & l k comprehenditur in maiore quasi distantia, distantia b c, propter debilitatem formæ. Visus ergo comprehendit b c refractè ex comparatione anguli maioris angulo c a b ad distantiam maiorem distantia b c, & ad positionem æqualem positioni b c. Quapropter b c comprehenditur refractè maior: & hoc duabus de causis, scilicet magnitudine anguli, & debilitate formæ. Causa autem magnitudinis anguli, est propinquitas anguli ad uisum: & causa propinquitatis anguli est refractio. Causa ergo, qua b c comprehenditur maior, est refractio.

40. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta, & uisus sit in perpendiculari ducta à medio uisibilis obliqui ad communem sectionem: imago maior uidebitur uisibili. 32 p 10.

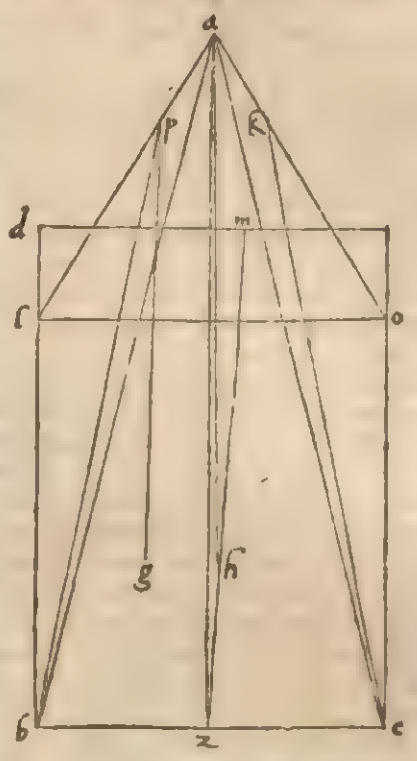
Item: iteremus figurã: & sit b c nõ æquidistans lineę d e: & extrahamus à remotiore extremitatũ b c lineam æquidistantẽ lineæ d e: [per 31 p 1] & sit c q: & extrahamus a z ad o: erit ergo o in medio c q. [Quia enim per fabricationem a z parallela d b, continuata est in o, & d b in q: erit p z p 6, ut b z ad z c, sic q o ad o c: sed b z æquatur z c ex thesi: ergo q o æquabitur o c: o igitur erit medium punctũ lineę q c:] quare z est in medio b c: quia b q est æquidistans z o: & [per 2 p 6] proportio q o ad o c, sicut b z ad z c. Et refringatur forma q ad a ex p: & forma c ad a ex h: & continuemus a p, & pertranseat usque ad l: & continuemus a h, & pertranseat usque ad k: & continuemus l k: erit ergo l k diameter imaginis q c: eritq; angulus k a l maior angulo c a q: [ut ostensum est præcedente numero] a ergo comprehendet imaginem q c maiorẽ q c, ut prius diximus. Linea autem q p secabit lineam b c in r: r ergo refringetur ad a ex p: ergo b refringetur ad a ex puncto inter duo puncta p, d. Nam si refringeretur ex puncto inter p, m: accideret prædictum impossibile [numero præcedente: quod erat, idem punctũ uisibilis à duobus refractiui punctis refringi non posse.] Refringatur ergo b ad a ex f, & continuemus a f, & pertranseat ad i, & cõtinuemus i k: ergo i k erit diameter imaginis b c: & positio i k in respectu a, est similis positioni b c, quia i k aut erit æquidistans ad b c, aut non erit inter illam & æquidistantem diuersitas, quæ mutet positionem: non est enim inter distantiam i k & distantiã b c à uisu grandis diuersitas: quare declinatio i k à linea æquidistante b c, quę exit ex k, erit ualde parua. Ergo angulus i a k est maior angulo b a c: & positio i k est similis positioni b c: & i k comprehenditur quasi remotior, propter debilitatem formæ eius. Linea ergo k i uidetur maior, quã b c, ut in præcedente figura declarauimus: Sed i k est imago b c: ergo b c uidebitur maior, quàm sit: & hoc est quod uoluimus.



41. Si communis sectio superficierum, refractionis & refractiui fuerit linea recta: & uisus sit extra planum perpendicularium à terminis uisibilis, parallelũ communi sectioni super refractiuum ductarum: imago uidebitur maior uisibili. 33 p 10.

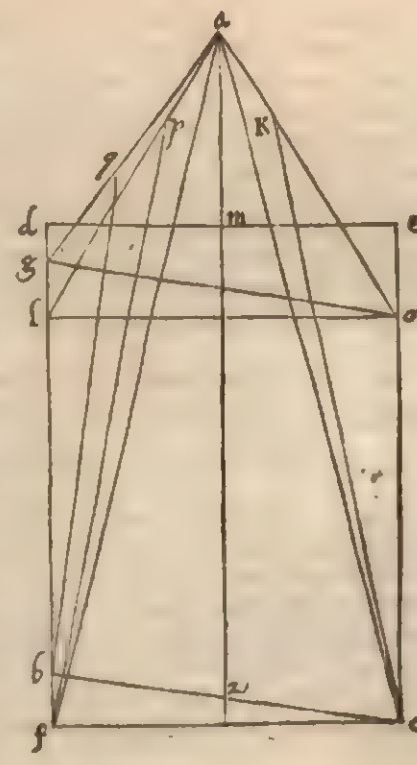
Item: sit uisus a & res uisa b c: extrahamus perpendiculares b d, c e: & continuemus d e: & sit b c æquidistans d e: & sit a extra superficiem b d c e, cum eo quod continuatur cum ipsa: & [per 10 p 1] diuidamus b c in duo æqualia in z: & extrahamus perpendicularem a h super superficiem

ciem b c d e: & cõtinuemus a z: & sit a z posita perpẽdiculariter super b z c. Positio ergo b respectu a est similis positioni c, respectu a: & distantia b ex a est æqualis distantiæ c ex a, [ut 39 n ostẽsum est.] Et refringatur b ad a ex p: & c ad a ex k. Positio ergo p, respectu a, est similis positioni k, respectu a: & distantia p ex a, sicut distantia k ex a: & continuemus lineas b p, p a, c k, k a. Est ergo [per 9 n] superficies, in qua sunt duę lineæ, a p, b p perpendicularis super superficiem corporis diaphani: quia est superficies refractionis: perpendicularis ergo b d erit in hac superficie: & perpendicularis, quæ exit ex p, erit in illa superficie: linea ergo a p secabit b d [per lemma Procli ad 29 p 1:] extrahatur ergo a p, & secet b d in l: & extrahatur a k, & secet c e in o: erit ergo a l, sicut a o: [propter similem positionem punctorum l & o ad punctum a:] & erit b l, sicut c o: & continuemus l o, quæ est diameter imaginis b c: & [per 33 p 1] erit l o æqualis b c: & continuemus a b, a c. Vtraque ergo superficies a l b, a o c est perpendicularis super superficiem corporis diaphani [per 9 n:] & tres superficies perpendiculares super superficiem corporis diaphani, quæ transeunt per puncta b, z, c, [nempe a l b: a m z: a o c] secant se in perpendiculari exeunte ex a super superficiẽ corporis diaphani [per 19 p 11:] & erit angulus b p l angulus refractionis: & linea b l d perpendicularis est super superficiem corporis: ergo [per 13 p 11] linea a l est obliqua super ipsam. Linea ergo a p continet cum perpendiculari exeunte ex p super superficiem corporis angulum acutum ex parte l: & extrahamus perpendicularem: & sit p g: ergo [per 6 p 11] erit ęquidistans l d: angulus ergo p l d est acutus [per 29 p 1:] ergo [per 13 p 1] angulus a l b est obtusus. Linea ergo a l est minor, quàm linea a b [per 19 p 1.] Et similiter declaratur, quòd a o erit minor a c: sed lineæ a l, a o sunt æquales, & a b, a c sunt æquales, & linea l o est ęqualis lineæ c b: ergo angulus o a l est maior angulo c a b: [ut patuit 39 n] & positio l o est consimilis positioni b c: quia linea, quę exit ex a ad medium l o, est perpendicularis super lineam l o, quia [per 29 p 1] l o est æquidistans b c, & b c est perpendicularis super superficiem, in qua sunt a z, d b: ergo [per 8 p 11] l o est perpendicularis super eandem superficiem. Linea ergo l o est perpendicularis super superficiem, quæ continuat a cum medio l o. Positio ergo l o respectu a est, sicut positio b c respectu a: Sed l o comprehenditur remotior, propter debilitatem formæ: ergo l o uidebitur maior quàm b c: sed l o est imago b c. Ergo b c uidebitur maior, quàm sit.



42. Si communis sectio superficierum, refractionis et refractini fuerit linea recta: & uisus sit extra planum perpendicularium à terminis uisibilis obliqui ad communem sectionem, super refractionum ductarum: imago maior uidebitur uisibili. 34 p 10.

ITem iteremus figuram: & sit b c non æquidistans d e: & extrahamus c f æquidistantem lineæ d e: & continuemus a f: & sit p punctum, ex quo refringatur f ad a: b autem refringatur ad a ex q: & continuemus a q: & protrahamus illam ad g. Sic ergo erit g altius quàm l: nam b est ultra lineam a f: unde linea a g est ultra lineam a l: ergo g est altius, quàm l: & continuemus g o: erit ergo g o diameter imaginis b g: & erit [per 19 p 1] g o maior l o [angulus enim g l o est rectus per fabricationem & 29 p 1:] & a g minor a l [per 19 p 1: quia angulus a g l est obtusus, ut ostẽsum est 40 n] & duæ lineæ a g, a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b, a o c: & differentia communis inter duas has superficies transit per a: & duæ lineæ, quæ exeunt ex a perpendiculariter super illam superficiem corporis diaphani, sunt extra hãc communem differentiam in his duabus superficiebus, & sunt altiores duabus lineis a g, a o: ergo angulus g a o est maior angulo b a c: [ut ostensum est 39 n] & remotiones g o, b c ex a non differũt multũ: quia linea g o aut erit æquidistãs b c,

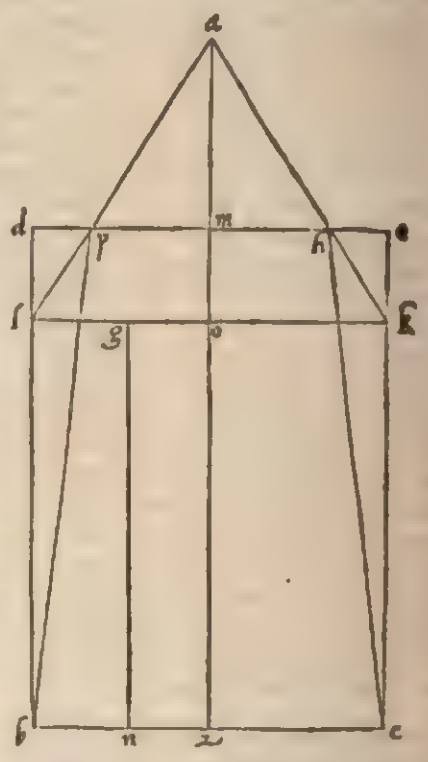


aut non

aut non erit ibi differentia ſenſibilis in poſitione. Poſitio ergo g o, reſpectu a eſt, ſicut poſitio b c, reſpectu a: & inter diſtantias g o, b c reſpectu a, non eſt diuerſitas ſenſibilis. Quapropter g o uidebitur maior quàm b c: ſed g o eſt imago b c. Ergo b c uidetur maior quàm ſit. Et hoc eſt quod uoluimus.

43. Si tota imago refracti uiſibilis à refractiuo plano, uideatur maior uiſibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uiſibilis proportionali. 35 p 10.

ITem: iteremus figuram primam huius capituli: [39 n] & ſit perpẽdicularis, ſecans lineam l k, a m o z: erit ergo l o medietas l k: & punctum z uidebitur in o: quia uiderur in perpendiculari z m: ergo b c uidebitur in linea l k: & b z eſt medietas b c: & l o eſt medietas l k: & l k uidetur maior quã b c. ergo l o uidebitur maior quàm b z. Cauſſa autem magnitudinis b c eſt refractio: ergo cauſſa magnitudinis b z eſt refractio. a autem eſt in perpendiculari a z, quæ exit ab extremitate b z ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Et hoc idem ſequitur in tribus figuris ſequentibus primam, ſcilicet in ſecunda, in tertia, & quarta huius capituli: ſcilicet quòd uiſus comprehendit medietates uiſibilium maiores, quàm ſint: & uiſus eſt in perpendiculari exeunte ab extremitate medietatis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, aut ſuper ſuperficiem tranſeuntem per extremitatem medietatis perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis. Nam punctum, quod eſt medium imaginis, eſt in perpendiculari exeunte à medio rei uiſæ, ſiue res uiſa ſit æquidiſtans ſuperficiei corporis diaphani, ſiue non. Item b n ſit quædam pars lineę b z: & extrahamus perpendicularem n g: imago ergo n erit in linea n g: [per 19 n] ſit ergo g imago n: g ergo aut erit in linea l g, aut prope illam. Quapropter l g aut erit æqualis lineæ b n, aut ferè. Sed in prima figura huius capituli [39 n] declarauimus, quòd b c comprehenditur maior, quam ſit. Et cauſſa huius eſt refractio: & refractiones formarum, quæ remotiores ſunt à perpendiculari, cadente à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diaphani, ſunt maiores refractionibus formarum, quæ ſunt propinquiores perpendiculari: refractio ergo formæ b n ad a eſt maior quàm refractio formę partis z n ad a. Cauſſa ergo, quæ facit imaginem b z uideri maiorem, facit, ut b n habeat maiorem proportionem ad ipſam, quàm illa, quam habet b z ad b n: ergo l g (quæ eſt imago b n) comprehenditur maior, quàm b n. Item ſi a non comprehenderit imaginem b n maiorem, quàm ipſam b n: non comprehendet imagines cæterarum partium lineæ b n, quæ ſunt propinquiores ad z, maiores ipſis partibus. Nam formæ cæterarum partium ſunt minoris refractionis, quàm forma b z: ſed refractio eſt cauſſa magnitudinis imaginis: ergo a non comprehenderet l o maiorem, quàm b z: a ergo comprehendet maiorem b n, quàm ſit. Et idem accidit, ſi a extra perpendicularem eſt exeuntem ex b z ſuper ſuperficiem corporis diaphani, & linea, quæ exit ex a ad mediũ b z, non eſt perpendicularis ſuper b z. Et hoc idem ſequitur in tribus figuris, in ſecunda ſcilicet, tertia & quarta huius capituli: [40. 41. 42 numeris.] Omne ergo, quod comprehenditur à uiſu ultra corpus diaphanum groſsius aere, cuius ſuperficies fuerit plana, comprehenditur maius, quàm ſit, ſiue ſit uiſus in aliqua perpendiculari exeunte ex illo uiſu ſuper ſuperficiem corporis, ſiue ſit extra: & indifferenter, ſiue diameter rei uiſæ fuerit æquidiſtans ſuperficiei corporis, ſiue non æquidiſtans.

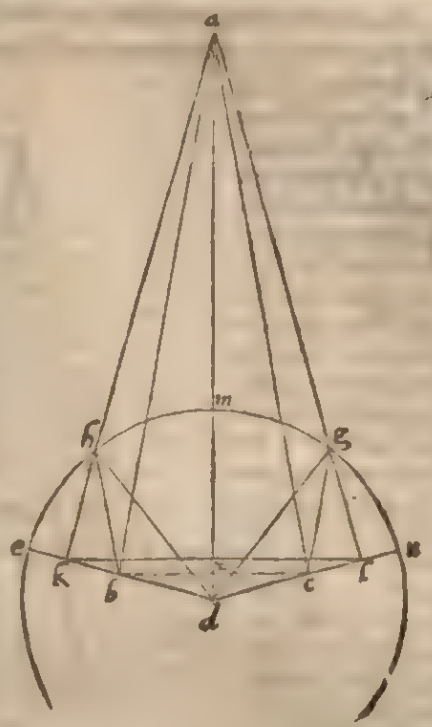


44. Si uiſus ſit in continuata diametro circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficierum, refractionis & refracti inuexi denſioris) uiſibile uerò inter ipſius centrum & uiſum, ab eodem centro æquabiliter diſtet: imago uidebitur maior uiſibili. 36 p 10.

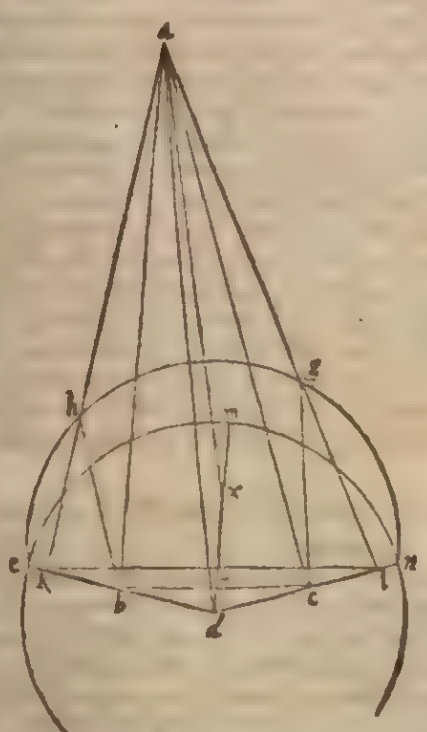
ITem: ſit ſuperficies corporis ſphærica, cuius conuexum ſit ex parte uiſus, & groſsius aere: & ſit uiſus a: & res uiſa b c: & ſit centrum ſphæræ ultra b c, in reſpectu uiſus: & ſit centrum d: z medium b c: & continuemus d b, d z, d c: & extrahamus has lineas, quouſq; concurrant cũ ſuperficie ſphæræ ad e, m, n: & extrahamus z m in parte m: & primò ſit uiſus in linea z m: erit ergo a m z linea recta: & primò ſit b d æqualis ∠ c d: Sic ergo [per 8 p 1. 10 d 1] erit a z perpẽdicularis ſuper b c. Poſitio ergo b, reſpectu a, erit ſimilis poſitioni c reſpectu a. Et extrahamus ſuperficiem, in qua ſunt d e, d n, d m: faciet ergo [per 1 th. 1 ſphęricorum] in ſuperficie ſphęrica arcũ circuli magni: ſit ergo arcus e m n: & hæc ſuperficies eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiem ſphæricá [per 9 n: quia eſt ſuperficies refractionis

fractiõis]nec fit refractio extra hãc ſuperficiẽ:nã a z eſt ꝓpẽdicularis ſup ſupficiẽ ſphæricã corporis.

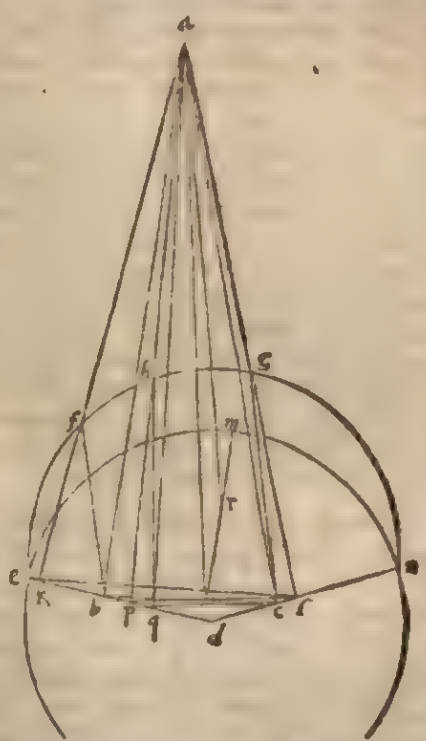
Nõ ergo refringetur forma alicuius partis b c ad a,niſi ex circũferẽtia e m n Refringatur ergo b ad ad a ex h:&c ad a ex g. Poſitio ergo h reſpectu a,& diſtantia eius eſt ęqualis poſitioni & diſtantię g.Et cõtinuemus b h,h a,c g,g a:&extra hamus a h ad k,&a g ad l:&cõtinuemus k l:erit ergo a k ęqualis a l. [Quia enim anguli ad z recti ſunt è cõcluſione, & b z æqualis c z, & z d communis: erunt anguli b d z, c d z æquales per 4 p 1.Et cum puncta h & g à puncto a ęquabiliter diſtent, propter æquabilem punctorum b & c, à puncto a diſtantiam: æquabiliter etiam à puncto m diſtabũt, quia m eſt in peripheria e m n, in recta linea a m z: itaq; peripheria h m æquabitur peripherię g m: & connexis rectis d h, d g: æquabitur angulus h d m angulo g d m per 27 p 3:& per 15 d. 4 p 1 angulus d a h angulo d a g. Quæ cum triangula d a k, d a l habeãt duos angulos duobus angulis æquales ad cõmune latus d a: erunt ipſa æquilatera per 26 p 1: itaque latus a k ęquabitur lateri a l,& d k ipſi d l:] & erit l k imago b c: & erit ęquidiſtans b c: [Nã quia d k æqualis concluſæ eſt ipſi d l,& d b æqualis d c ex theſi: erit b k ęqualis c l:& per 7 p 5 ut d b ad b k, ſic d c ad c l: Itaq; per 2 p 6 l k parallela eſt c b:] erit ergo maior quã b c: [Nam propter triangulorum l d k, c d b ſimilitudinem è 29. 32 p 1 manifeſtũ: eſt, ut l d ad c d, ſic l k ad c b:ſed per 9 ax. l d maior eſt c d:ergo l k maior eſt c b:] & cõtinuemus a b, a c:erit ergo[ut patuit 39n]angulus k a l maior angulo b a c: & erit poſitio k l ſimilis poſitioni b c: & inter l k & c b non eſt differentia in diſtantia,ut in præcedentib. diximus:ergo k l uidebitur maior quàm b c:ſed k l eſt imago b c:ergo b c uidebitur maior,quam ſit:quia imago eius eſt maior ſe:& hoc eſt,quia forma eius eſt debilior,quã uera forma. Et hoc eſt quod uoluimus.



41. Si uiſus ſit in continuata diametro circuli (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficierum refractionis et refractum cõnexi dẽſioris) uiſibile uerò inter ipſius centrũ & uiſum ab eodẽ cẽtro inæquabiliter diſiet: imago uidebitur maior uiſibili. 37 p 10.



SI uerò b d, b c fuerĩt inęquales: tũc a k a l erũt inęquales:&ſic b c k l erunt obliquę ſup lineã a d: erit ergo k l, ut in ſecũda figura huius capitis [40 n] diximus, maior ꝙ b c in uiſu.

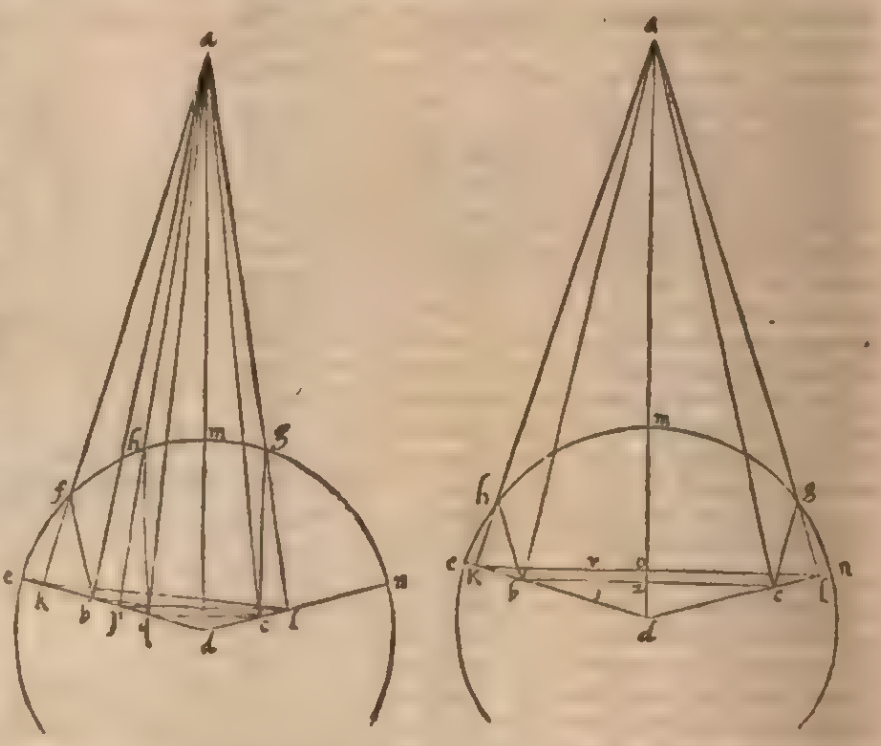


46. Si cõmunis ſectio ſuperficierũ refractionis & refracti cõnexi dẽſioris fuerit ſpheria: et uiſus ſit extra planum perpendicularium ductarũ à terminis uiſibilis inter centrũ refracti & uiſum, ab eodem centro ſiue æquabiliter ſiue inæquabiliter diſtantis: imago uidebitur maior uiſibili. 38. 39 p 10.

ITem: ſi a fuerit extra ſuperficiem b z c: & b d, c d fuerint æquales aut inæquales, declarabitur, ut in tertia

in tertia figura & quarta huius capituli [41.42 n] quòd k l uidebitur maior quàm b c.

47. Si tota imago refracti uisibilis à refractiuo conuexo, uideatur maior uisibili: uidebitur & pars imaginis maior parte uisibilis proportionali. 41 p 10.



SEd secet linea d m lineã k l in o: erit ergo k o imago b z: & erit angulus k a o maior angulo b a z [p 9 ax.] & positio k o est similis positiõi b z: & distantię k o, b a respectu a nõ differunt multũ. Quapropter k o uidebitur maior q̃ b z: Et a est in perpẽdiculari z m exeũte ab extremitate b z super superficiẽ corporis: sit ergo b f pars b z: & sit k r imago b f: Ergo, ut in quinta figura huius capituli [43 n] diximus: patet qd̃ k r uidebitur maior quã b f. Si aũt a est extra superficiẽ, in qua sunt oẽs perpendiculares exeuntes ex b c super superficiem corporis diaphani (nã linea, quæ exit ex a ad medium b c perpendiculariter, non est idcirco perpendicularis super superficiẽ lineæ b c) idem patebit. Nam quia b c, k l sunt erectæ super lineam a z d, aut super superficiẽ, quæ trãsit per lineam m d: & k o est imago b z: & l o est imago c, & angulus, quem respicit k o apud centrum uisus, est maior angulo, quẽ respicit b z apud centrum uisus: & similiter angulus, quẽ respicit o l, est maior angulo, quẽ respicit z c: ergo k o uidebitur maior quã c z: & similiter k r uidebitur maior quã b f. Et omnia hæc declarantur in quinta figura huius capituli [43 n.] Sed in hac positione est quædam additio, scilicet quòd k l, quæ est imago b c, est maior in ueritate quàm b c, & k r est maior b f. In prima aũt positione, scilicet in plana superficie [refractiui: qualis fuit 39.40.41.42.43 n] duæ imagines sunt æquales duobus uisibilib. apparent aũt uisui esse maiores. Imago uerò k l, & imago k o, in superficie sphęrica, à qua fit refractio, sunt maiores in uisu ipsis rebus: & sic sunt in ueritate. Et patet, quòd angulus, quem respicit k l apud centrum uisus, est maior angulo, quem respicit b c apud centrum uisus: & angulus, quem respicit k o apud centrũ uisus, est maior angulo, quem respicit b z, cũ uisus fuerit extra superficiem, in qua sunt d e, d z, ut in quarta figura huius capituli [42 n] diximus. Ergo si uisus comprehenderit aliquid ultra corpus grossius aere, cuius superficies fuerit sphęrica, & cuius conuexum fuerit ex parte uisus, & cuius centrum fuerit ultra rem uisam, quãtùm ad uisum: comprehendet illud maius, quàm sit secundum ueritatem, & etiam secundum apparẽtiam in uisu: siue fuerit uisus in perpendiculari, exeunte à re uisa super superficiem sphæricam, siue extra, siue linea, quæ exit à centro uisus ad mediũ rei uisæ, fuerit perpendicularis super rem uisam, siue obliqua. Et hoc est quod uoluimus declarare.

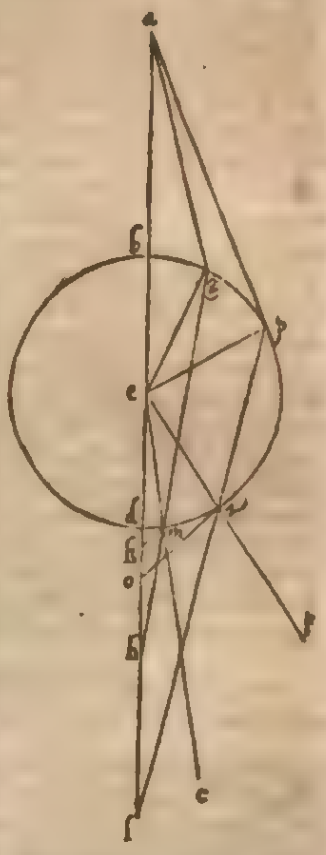
48. Imago refracti uisibilis ab aqua ad aerem, uidetur maior uisibili. 42 p 10.

ET hoc accidit in eis, quæ uidentur in aqua: nam conuexum superficiei aquæ sphæricum est ex parte uisus, & centrum superficiei aquæ est ultra illa, quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere: Sed illud, quod uidetur in aqua, si aqua fuerit clara & pauca, fortè non comprehenditur à uisu esse maius in aqua, quam si esset in aere. Non enim differt quantitas eius tunc, quantùm ad sensum, scilicet quantitas eius in aqua & aere: tunc enim illa additio in aqua erit parua, & ideo sensus non distinguet tunc illam additionem: tamen experientia potest comprehendi hoc modo. Accipe corpus columnare, cuius longitudo non sit minor uno cubito: & sit aliquantæ grossiciei: album: nam albedo in aqua manifestius distinguitur: & sit superficies basis eius plana, ita ut per se stet æqualiter super superficiem terræ. Hoc obseruato, accipe uas amplum, & sit superficies eius plana, & infunde in uas aquam claram in altitudine minore longitudine corporis columnaris: deinde mitte illud corpus columnare in aquam, & pone ipsum super suam basim in medio uasis: erit ergo aliqua pars huius corporis extra aquam: nam altitudo aquæ est minor

nor longitudine huius corporis. Tunc enim, cum quieuerit aqua, uidebis partẽ corporis, quę eſt intra aquã groſsiorem illa, quę eſt extra aquam. Patet ergo ex hac experientia, quòd omne uiſum comprehenſum in aqua, cõprehenditur maius, quàm ſit in ueritate. Item ſit corpus ſphæricũ, cuius conuexum ſit ex parte uiſus, & res uiſa ſit ultra centrum ſuperficiei ſphæricę, & ſit illud corpus groſsius aere: Sed in aſſuetis uiſibilibus non eſt tale aliquid, quod uideatur ultra corpus diaphanũ ſphæricũ groſsius aere, ultra centrũ ſphæræ, & res uiſa cum hoc ſit intra corpus ſphæricũ: hoc enim nõ fit, niſi corpus ſphæricũ fuerit uitreum aut lapideũ, & fuerit totum corpus ſphæricum ſolidum, & res uiſa fuerit intra ipſum, aut ut corpus ſphæricum ſit portio ſphæræ maior ſemiſphæra, & res uiſa ſit applicata cum baſi eius: ſed hi duo ſitus raro accidunt: huiuſmodi ergo res nõ ſunt de aſſuetis uiſibilibus: non ergo debemus occupari circa ea, quæ accidunt huiuſmodi uiſibilibus. Sed ſunt quædam aſſueta, quæ uidentur ultra corpus diaphanum ſphæricũ groſsius aere, cuius conuexum erit ex parte uiſus, cum res uiſa fuerit ultra ſphæram cryſtallinam, aut uitream in aere, non intra ſphæram. Poſitiones aũt huiuſmodi uiſibiliũ ſunt multimodæ: Sed hæc raro cõprehenduntur: & ſi cõprehendantur, raro uidentur. Non eſt ergo cõueniens diſtinguere oẽs illas poſitiones. Sinus ergo cõtenti una ſola poſitione, ſcilicet ut uiſus & res uiſa ſint in eadẽ perpendiculari ſuper ſuperficiẽ corporis ſphærici.

49. Si uiſus, centrum refractini connexi denſioris & uiſibile ultra refractionem poſitum, fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur corona ſeu armilla: & maior uiſibili. 43 p 10.

SIt ergo uiſus a: & corpus ſphæricum b g z d: & centrũ eius ſit e: & continuemus a e, & extrahamus eam rectè: & ſecet ſuperficiem ſphæræ in duobus punctis b, d: & extrahamus ipſam in partẽ d uſq. ad h: & extrahamus ex linea h b a ſuperficiem æqualem ſecantem ſphæram: faciet ergo [per 1 th 1 ſphæricorum] in ſuperficie ſphæræ circulum b g z d. Octaua autem figura in capitulo de imagine [29 n] diximus, quòd in linea b d ſunt plura puncta, quorum formę refringuntur ad a ex circumferentia b g z d: & quòd forma totius illius lineæ refringitur ad a, ſi b g z d fuerit continuum & non fractum in parte b. Refringatur ergo h l ad a ex circumferentia b g z d, & refringatur h ad a ex g: & l ad a ex p: forma ergo h l refringetur ad a ex arcu g p: & continuemus lineas g m h, g a. l z p, p a: h ergo extenditur per g h, & refringitur per g a: & l extenditur per l p, & refringitur per p a: & cõtinuemus lineas e g, e m, e z: & extrahamus e m ad c: & e z ad f. forma ergo, quæ extenditur per a g, refringitur per g h, & peruenit ad h: & forma, quæ extenditur per a p, refringitur per p l, & peruenit ad l: hoc eſt, ſi corpus diaphanum fuerit continuum uſq. ad g. Si uerò corpus ſphæricum fuerit ſignatũ apud ſuperficiem ſphæricam: tunc forma, quæ extenditur per a g: refringitur per g m in partem perpendicularis, quę eſt e h: & cum forma peruenierit ad m: refringetur ſecundo in partem contrariam perpendicularis, quæ eſt e m c: refringatur ergo ad k. Et ideo etiam forma, quæ extenditur per a p, refringitur p p z: & cũ fuerit refracta ad z, refringetur ſecundò ad contrariã partẽ perpendicularis, quæ eſt e z f: ſit ergo refractio formę, quę peruenit ad z, per lineã z o. Forma ergo k extenditur per k m, & refringitur p m g: deinde refringitur ſecũdò per g a. Et ſimiliter forma o extenditur per o z, & refringitur per z p: deinde ſecũdò refringitur p p a. Forma ergo totius k o refringitur ad a ex arcu g p. Et ſi linea a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figurã a g p k circũuolui circa a k o: tunc arcus g p faciet figurã circularẽ, ut armillam, à cuius uniuerſo refringetur forma k o ad a: & erit imago k o apud centrum uiſus, quod eſt a. Forma ergo k o uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractionis, quæ eſt in rectitudine linearum radialium, quæ eſt figura armillæ. Forma ergo k o uidebitur maior ſeipſa: & erit figura formæ diuerſæ a figura k o. Hoc autẽ poteſt experimentari ſic. Accipe ſphæram cryſtallinam aut uitream rotundiſsimam, & accipe corpus paruum: ut granum ciceris uel ceram paruam: nam experientia per corpus paruum erit manifeſtior, & tingas ipſam colore nigro, & ſit figura ceræ ſphærica: deinde ponas ipſam in capite acus, & ponas ſphæram cryſtallinam in oppoſitione alterius oculorum, & claude alterum oculum, & eleua acum ultra ſphærã, & aſpice ad medium ſphæræ, & pone ceram in oppoſitione medij formæ, ita ut ſit oppoſita medio ſphæræ in una linea recta, quò ad ſenſum, & reſpice ad ſuperficiẽ ſphæræ: tunc enim uidebis in illa ſuperficie ſphæræ nigredinẽ rotundam in figura armillæ. Si uerò non uideas eam: moue ceram antè & poſt, donec uideas nigredinem rotundam, tunc aufer ceram, & abſcindetur nigredo: deinde redeat cera ad ſuum locum, & iterum uidebis illam nigredinem rotundam. Ex hac ergo experientia patebit, quòd ſi res uiſa fuerit ultra corpus diaphanum ſphæricum groſsius aere, & uiſus, & res uiſa, & centrum corporis ſphærici fuerint in eadem linea recta: tunc uiſus comprehendit illam rem uiſam in figura armillæ.



50. Si uiſus, centrum circuli in refractiuo cylindraceo conuexo denſiore, & uiſibile ultra re-

fractionum positum fuerint in eadem recta linea: imago uidebitur duplicata. 44 p 10.

Si uerò b g z d fuerit in corpore columnari, & corpus fuerit grossius aere: tunc forma k o uidebitur apud arcum g p & apud arcum sibi æqualem, & sibi respondentem ex arcu b d: Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circumuoluta circa a k: nõ transibit per lineam illam arcus g p per totam superficiem columnarem: Sed refringetur fortè forma ex aliquibus portionibus columnaribus, & erit continua in una parte & similiter in alia. Nam superficies ex l k, quæ etiam transit per axem columnæ, facit in superficie columnę, quę est ex parte a, lineam rectam, quæ transit per b, & extenditur in longitudine columnæ: & non refringitur forma k o ex illa linea recta: nam k b erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda, si fuerit corpus columnare: sed erunt duæ formæ, quarum altera refringitur super alteram. Videbitur ergo k o esse duo, quorum utrumq; erit maius k o: & forma utriusque erit diuersa à forma k o: & tamen illæ duæ formæ erunt apud idem punctum, scilicet centrum uisus. In uisibilibus autem assuetis nihil est, quod comprehendatur à uisu ultra diaphanum corpus, sphæricum, grossius aere, cuius concauum sit ex parte uisus. Nam si fuerit ex uitro aut aliquo lapide: oportet, ut sit portio sphæræ concaua, & ut res uisa sit intra illam sphæram, aut ut superficies eius, quæ est ultra concauitatem, sit plana, & res uisa adhæreat illi. Et illi duo situs non inueniuntur, aut raro: non ergo soliciteinur circa huiusmodi.

51. Stella in horizonte ut plurimum uidetur maior, quàm in medio cœli. 54 p 10.

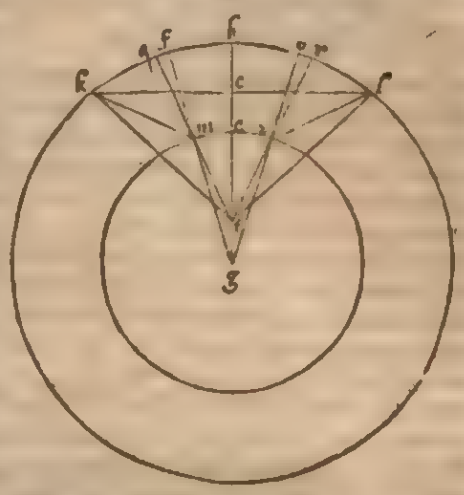
ITem: non inuenitur aliquod corpus subtilius aere, cuius superficies, quæ est ex parte uisus, sit plana aut conuexa. Et nõ inuenitur aliquid subtilius aere, ultra quod comprehendatur aliquid, nisi corpus cœli & ignis. Et non diuiditur à corpore aeris superficies, quæ distinguit unam partem ab alia, sed quanto magis appropinquat aer cœlo, tantò magis purificatur, donec fiat ignis. Subtilitas ergo eius fit ordinatè secundum successionem, non in differentia terminata. Formę ergo eorum, quæ sunt in cœlo, quando extenduntur ad uisum, non refringuntur apud concauitatẽ sphæræ ignis, cum non sit ibi superficies concaua determinata. Nullum ergo inuenitur corpus subtilius aere, in quo extendantur formæ uisibilium, & refringantur apud superficiem eius, nisi corpus cœleste: & corpus cœleste est sphęricum concauum ex parte uisus. Ergo omnes stellæ, quæ sunt in cœlo, extendũtur in corpore cœli, & refringuntur apud cõcauitatẽ cœli, & extenduntur in corpore ignis, & in corpore aeris rectè, donec perueniant ad uisum. Et centrum concauitatis cœli est centrum terræ. Dico ergo quòd stellæ in maiore parte comprehenduntur in suis locis: & quòd semper comprehenduntur non in suis magnitudinibus: & cum hoc diuersatur magnitudo uniuscuiusq. earum, secundum locorum diuersitatem. Diuersitas autem locorum est propter radiorum refractorum positionem, ut prius diximus. Diuersitas autem quantitatum est propter remotionem: nam propter remotionem comprehenduntur minores, quàm sint in ueritate, ut diximus in tertio tractatu, scilicet quòd illa, quæ in maxima remotione sunt, comprehenduntur minora. Diuersitas autem quantitatum secundum diuersitatem locorum, accidit propter refractionem, cuius causam hic declarauimus: & in quarto capitulo 15 n declarauimus, quòd formæ stellarum, quæ comprehenduntur à uisu, sunt retractæ. Dico ergo, quòd omnis stella comprehenditur ex omnibus locis cœli, per quos mouetur, minore quantitate, quàm sit in ueritate, secundum quod exigit remotio eius, (scilicet minor, si uisa fuerit rectè) cum nõ fuerit inter illam & uisum aliqua nubes, aut uapor grossus. Et omnis stella in uertice capitis aspicientis existens uidetur minor, quàm in alio loco cœli: & quantò magis remouetur à uertice capitis, tantò magis apparet maior: ita ut in horizonte appareat maior, quàm in alio loco Et hoc est commune omnibus stellis remotis & propinquis. Item si in aere fuerit uapor grossus, ultra quem fuerit aliqua stella: tunc comprehendetur maior, quàm si esset sine illo uapore: & multoties accidit, ut uapor grossus sit in horizonte. Vnde stellæ in maiore parte uidentur in horizonte maiores, quàm in medio cœli. Et hoc apparet in distantijs, quæ sunt inter illas, magis, quàm in magnitudinibus ipsarum stellarum: nam quantitas stellæ, quo ad uisum, est parua, sed excessus in diuersitate distantiæ inter stellas, cum fuerint in horizonte, est grandis & manifestus sensui, & maxime in distantijs spatiosis, & maximè, si in horizonte fuerit uapor grossus.

52. Diameter stellæ uertici propinquæ, & duarum inter se distantia, refractè uisa, minor: rectè, maior uidetur. 51 p 10.

SIt ergo circulus meridiei in aliquo horizonte, b k: & differentia communis inter hunc circulum & concauitatem cœli, circulus m e z: & sit centrum mundi g: & centrum uisus t: & extrahamus g t in partem t: & occurrat circulo meridiei in b: & secet circulum, qui est in concauitate orbis, in e: erit ergo b uertex capitis, quò ad uisum t. Sit k l diameter alicuius stellæ, aut distantia inter aliquas duas stellas: & linea t b transeat per medium k l, & secet illam in c: ergo erit arcus k b æqualis arcui b l: [Nam quia t b bifariam secans k l ex thesi secat ad angulos rectos per 3 p 3: connexæ igitur rectæ k b, b l æquabuntur per 4 p 1. Quare per 28 p 3 peripheria k b æquatur peripheriæ b l] & continuemus duas lineas t k, t l: erit ergo angulus k t l ille, à quo t comprehendit k l, si rectè comprehenderet: & refringatur k ad t ex m, & l ad t ex z: & continuemus g m, g z: & pertranseant ad f, o: & cõtinuemus lineas k m, m t, l z, z t. Forma, aũt quę extenditur ex k per m k, refringitur p m t:

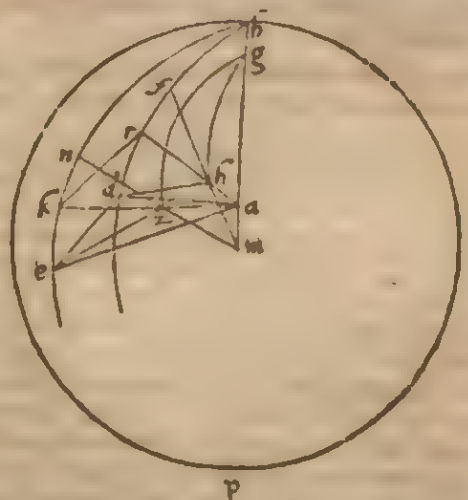
& g m

& g m eſt perpendicularis, exiens ex m (quod eſt punctum refractionis) ſuper ſuperficiem corporis, quod eſt in parte t [ut oſtenſum eſt 25 n 4.] Et quia corpus z m eſt ſubtilius corpore g t [per 16 n] erit refractio m t ad partem perpendicularis m g: [per 14 n] m ergo erit inter duas lineas t b, t k. Nam ſi m eſſet ultra t k: tunc perpendicularis, quæ exit ex g, eſſet ultra t: & forma k cum extenderetur ad illud punctum: refringeretur ad partem perpendicularis g m, & non perueniret ad perpendicularem g e: & ſic non perueniret ad t. M ergo eſt inter duas lineas t b, t k. Et ſimiliter declarabitur quòd z eſt inter duas lineas t b, t l. Et extrahamus t m ad q, & t z ad r: erit ergo arcus q k æqualis arcui l r: [Quia enim puncta k & l æquabiliter à uiſu diſtant per theſin: puncta refractionis m & z in refractiuo m e z æquabiliter à puncto e diſtabunt: ideoq; peripheria m e æquabitur peripheriæ z e: & per 33 p 6 angulus b t q angulo b t r, & peripheria b q peripheriæ b r (eſt enim uiſus t, ut in aſtrologia demonſtratur, tanquam centrum mundi) at tota peripheria b k æqualis concluſa eſt peripheriæ b l: reliqua igitur q k æquatur reliquæ r l] & angulus q t r eſt ille, per quem t comprehendit k l refractè: & angulus k t l eſt ille, per quem t comprehenderet k l, ſi rectè cõprehenderet. Sed remotio k l à uiſu eſt maxima: quapropter quantitas eius non certificatur. Quare t exiſtimat remotionem k l, ſicut in ſecundo libro diximus [24. 25 n.] Sed æſtimatio eius quando comprehendit refractè, nõ differt ab æſtimatione eius quando comprehendit rectè, niſi quòd putat ſe rectè comprehendere cum refractè comprehendat. t ergo comprehendit k l refractè ex angulo minore illo, ex quo comprehendit illam rectè, & ſecundum comparationem ad illam eandem remotionem, ad quam compararet illam, ſi rectè comprehenderet. Sed uiſus comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis [per 38 n 2.] t ergò comprehendit quantitatem k l refractè minorem, quàm ſi comprehenderet illam rectè. Et ſi circumuoluamus figuram k t l circa t b immobilem, faciet circulum: & erũt anguli, qui ſunt apud t, quos continent duæ lineæ k t, t l, & ſui compares, æquales: t ergo comprehendit k l refractè in omni ſitu, in reſpectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorẽ, quàm ſi cõprehenderet eam rectè. Et ſi t b ſecuerit k l in duo æqualia: tunc duo puncta q, r erunt inter duo puncta k, l: & erit angulus q t r minor angulo k t l: & erit omnis angulus eius exiens à puncto t, ſecans ſtellam: & linea, quæ exit ex t in ſuperficie illius circuli, ſecabit circulum, & comprehendetur minor, quàm ſit: & ſic tota ſtella uidebitur minor, quàm ſit. Stella ergo in uertice capitis comprehenditur minor, quàm ſi comprehenderetur rectè. Et ſimiliter diſtantia inter duas ſtellas, cum uertex fuerit inter duas extremitates diſtantiæ, comprehendetur in omnibus poſitionibus minor, quàm ſi rectè comprehenderetur. Et hoc eſt, quod uoluimus.



53. Diameter ſtellæ, uel duarum ſtellarum diſtantia in horizonte, aut inter horizontem & meridianum, ad horizontem parallela, refractè uiſa, minor: rectè, maior uidetur. 52 p 10.

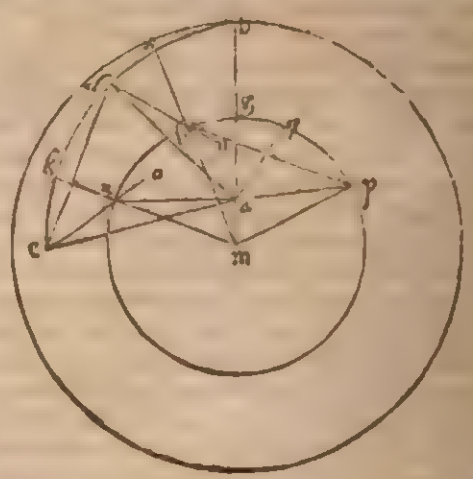
ITem: ſit ſtella ſiue diſtantia in horizonte, aut inter horizonta & uerticem capitis, æquidiſtans horizonti: & ſit uiſus a: & uertex capitis b: & continuemus a b: & ſit diameter ſtellæ aut diſtantia d e æquidiſtans horizonti: & ſit circulus uerticalis, qui tranſit per alteram extremitatem diametri uel diſtantiæ, circulus b d: & ille, qui tranſit per aliam extremitatem, circulus b e: & ſint duæ differentiæ communes inter duos circulos & inter concauitatem orbis duo circuli h g, g z. Forma ergo d refringatur ad a ex h: & e ad a ex z: & continuemus lineas a h, h d, a z, z e, a d, a e: & ſit centrum mundi m: & continuemus m h, m z, & pertranſeant ad f, n: erit ergo m h perpendicularis, exiens ex h ad ſuperficiem corporis diaphani: [ut demonſtratum eſt 25 n 4] & erit h a refracta ad partem h m: erit ergo refracta ad partem contrariam illi, in qua eſt [f h: per 14 n] h ergo eſt altius, quàm a d. Et ſimiliter declarabitur, quòd z eſt altius quã a e: ergo duo puncta f, n ſunt inter duo puncta d, e & zenith capitis: & angulus refractionis, qui eſt apud h, eſt æqualis angulo refractionis qui eſt apud z: poſitio enim duorum punctorum d, e reſpectu a eſt conſimilis. Tantùm ergo diſtat f à d, quantùm n a b e: & extrahamus a h ad t, & a z ad k. Diſtabit ergo t à d tantùm, quantùm k a b e: & continuemus t k: erit ergo æquidiſtans d e: eſt ergo minor: [quorũ utrumq; demonſtratum eſt à Campano 14 p 12] & lineæ a t, a k, a f, a e ſunt æquales: quia a eſt quaſi



centrum mundi & duorum circulorum b d,b e. Duæ ergo lineæ a t,a k ſunt æquales duabus lineis a d,a e,& baſis t k eſt minor quàm baſis d e: ergo [per 25 p 1] angulus t a k eſt minor angulo d a e: & angulus t a k eſt ille, quo d e cõprehenditur refractè: & angulus d a e eſt ille, quo d e cõprehenditur rectè. Si ergo ſtella fuerit in horizonte, aut inter horizonta & circulũ meridiei: & fuerit diameter eius æquidiſtans horizonti: uidebitur minor, quàm ſi uideretur rectè. Et hoc idem eſt de diſtantia inter duas ſtellas, ſi diſtantia fuerit æquidiſtans horizonti.

54. Diameter ſtella, uel duarum ſtellarum diſtantia in circulo altitudinis refractè uiſa, minor: rectè, maior uidetur. 53 p 10.

ITem: iteremus figuram: & ſit diameter aut diſtantia erecta ſcilicet in eodem circulo uerticali: & ſit illa diameter aut diſtantia linea d e in circulo uerticali b d e: & ſit differentia communis inter hunc circulum & inter concauitatem orbis, circulus g h z: & continuemus a d, a e: & refringatur d a d a ex h, & e a d a ex z. Patet ergo, ut in præcedente figura, quòd h eſt altius quàm a d, & quòd z eſt altius quàm a e: & continuemus lineas a h, h d, a z, z e, m h, m z: & extrahamus m h a d t, & m z a d k. Erit ergo angulus a z m ualde paruus. [Nam ſemidiameter terræ ad ſemidiametrũ cœli, rationem ſenſilem nullam habet, ut docetur in aſtrologia] & angulus refractionis erit pars illius. Erit ergo [per 12 n] angulus e z k acutus: & ſimiliter d h t acutus: & [p 13 p 1] uterq; angulus a h d, a z e obtuſus. z autem aut erit in horizonte, aut altius: ſi in horizonte: erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis ex a ſuper a b, aut altius illa: & h eſt altius quàm z: ergo angulus a h m erit minor angulo a z m. [Nam conſtitutis ad puncta m & a angulis a m p, g a q æqualibus angulis z m a, h a g per 23 p 1, connexiſq; rectis a p, h p: erunt anguli m p h, m h p æquales per 15 d. 5 p 1: & a p maior a h: q a per 7 p 3 maior eſt a q: & per 18 p 1 angulus a h p maior angulo a p h. Quare angulus a h m, minor erit angulo a p m, cui æqualis eſt angulus a z m p 15 d. 4 p 1. Itaq; angulus a h m minor erit angulo a z m] ergo [per 12 n] angulus d h t eſt minor angulo e z k: ergo angulus a h d eſt maior angulo a z e [per 12 n. 13 p 1:] & duę lineę m t, m k ſunt ſemidiametri circuli b d e: & duę lineæ m h, m z ſunt ſemidiametri circuli g h z: ergo [per 15 d 1] m t eſt æqualis m k, & m h eſt æqualis m z: ergo [per 3 ax] h t eſt æqualis z k, & angulus d h t eſt minor angulo e z k: ergo linea d h eſt minor quàm e z. [Nam linea æqualis ipſi d h (quę cũ k z continet angulũ æqualẽ angulo d h t) minor eſt linea e z per 7 p 3] & duæ lineæ a d, a e ſunt æquales, ſimiliter duæ a h, a z ſunt æquales: quia a eſt quaſi centrum circuli b d e, & circuli g h z. Ergo circulus, qui continet triangulum a h d, maior eſt circulo, qui cõtinet triangulũ a e z, quia angulus a h d eſt maior angulo a z e, & linea h d eſt minor, ut declaratum eſt, quàm z e. Ergo h d diſtinguit de circulo continente triangulum a h d, arcum minorem arcu, ſimili arcui, quem diuidit z e ex circulo continente a e z: angulus ergo h a d minor eſt angulo z a e: ſit ergo z a d communis: ergo angulus h a z eſt minor angulo d a e: & angulus h a z eſt ille, ſub quo a comprehendit refractè d e: & angulus d a e eſt ille, ſub quo comprehendit d e rectè: ſi comprehenderet: a ergo comprehendit d e refractè minorem, quàm rectè. Et hęc demonſtratio ſequitur, ſi circulus b d e fuerit circulus meridiei. Diameter ergo ſtellæ cum fuerit directa & recta, & diſtantia inter duas ſtellas recta: comprehenditur refractè minor quàm rectè. Et hoc eſt quod uoluimus.



55. Stella uidetur circularis: maior in horizonte, quàm in medio cœli: ſimiliterq; duarum ſic ſitarum inter ſe diſtantia. 54 p 10. Idem 51 n.

ET omnis ſtella in cœlo comprehenditur rotunda: quia diametri eius comprehenduntur æquales. Et cum ſit manifeſtum, quòd utraq; diameter eius recta & tranſuerſa ſecundum latitudinem comprehenditur minor, quàm ſi comprehenderetur rectè: ergo utraq; diameter eius decliuis comprehenditur æqualiter minor, quàm ſi comprehenderetur rectè. Et ſimiliter diſtantiæ inter ſtellas comprehenduntur in omnibus locis & in omnibus ſitibus minores, quàm ſi comprehenderentur rectè. Item diximus [51 n] quòd omnis ſtella in uertice capitis comprehenditur minor, quàm in omnibus alijs partibus cœli: & quantò fuerit remotior à uertice capitis, tantò comprehendetur maior: & quàm maxima comprehenditur, quando comprehenditur in horizonte. Reſtat ergo declarare cauſſam, quare hoc ſit. Dico, quòd in ſecundo tractatu huius libri declarauimus, cum tractauimus de magnitudine [38 n:] quòd ſi uiſus comprehenderit magnitudines uiſibilium: comprehendit illas ex quantitatibus angulorum, quos reſpiciunt uiſibilia apud centrum uiſus, & ex quantitatibus remotionum, & ex comparatione angulorum ad remotiones. Et declarauimus, quod uiſus nunquam comprehendit uiſibilium quantitates, niſi remotiones eorum ſint in rectitudine corporum propinquorum continuorum: &, quòd ſi uiſus non certificant remotiones uiſibilium, non certificabit quantitates uiſibilium. Et declarauimus illic etiam, quòd uiſus, ſi non certificauerit

cauerit distantiam uisi, potest perpendere distantiam eius, & assimilare eam distantijs uisibilium assuetorũ, quibus tale uisibile comprehenditur, in tali forma & in tali figura: deinde cõprehendit magnitudinem illius ex quantate anguli, quem respicit illud uisibile apud centrũ uisus, respectu remotionis, quam perpendit: & remotiones stellarum nõ sunt in rectitudine corporum propinquorum. Quare uisus nõ comprehendit quantitates earum, neq; certificat distantias earum. Visus ergo perpendit distantias stellarum, & assimilat illas distantijs eorum, quæ sunt terrestria, quæ comprehenduntur ex distantia maxima, & perpendit quantitates eorum. Corpus autem cœli non uidetur sensui, quòd sit sphæricum, & concauum eius sit ex parte uisus, neq; uisus sentit corporeitatẽ cœli, neq; uisus sentit de cœlo, nisi colorem glaucum solummodo: corporeitas uerò & extensio secundũ tres dimensiones, & rotunditas & concauitas nullo modo possunt cõprehendi. Et si uisus non certificauerit aliquid: tunc assimilabit ipsum alicui de rebus assuetis: unde comprehendit solem & lunã planos, & corpora conuexa & concaua à maxima distantia, plana: & arcus quorum conuexum aut concauum est ex parte uisus, comprehendet lineas rectas. Nam si non comprehenderit propinquitatẽ medij, & remotionẽ extremitatum in conuexis, & remotionẽ medij & propinquitatem extremitatum in concauis: tunc assimilabit superficies conuexas, & concauas superficiebus planis, & assimilabit arcus lineis rectis: assueta enim uisibilia in maiore parte sunt plana & recta. Nec uisus, cum forma stellę peruenit ad ipsum, sentit quòd illa forma sit refracta, aut quòd refringatur ex superficie cõcaua, & quòd corpus, in quo stella est, sit subtilius corpore, in quo est uisus: sed forma stellæ comprehenditur, sicut formæ aliarũ rerum, quæ comprehenduntur in aere rectè. Et formæ uisibiliũ non refringuntur, quando occurrunt corpori diuerso ab aere, propter uisum: nec uisus sentit refractionẽ eorũ, nec superficiem, à qua refringuntur formæ in corporibus diuersis in diaphanitate, nisi proprietate naturali formę lucis & coloris, quę extenduntur in corporibus diaphanis. Formæ ergo stellarũ refractarũ perueniunt ad uisum, sicut perueniũt formę eorũ, quę sunt in aere, ad uisum, & non comprehenduntur, sicut comprehenduntur in aere. Visus aũt comprehendit colorẽ cœli, nec tamen certificat formã eius nudo sensu. Et cum uisus comprehenderit colorẽ aliquẽ in longitudine & latitudine: super hoc, quod cõprehendit figuram & formã: comprehendet ipsum planũ: assimilabit enim ipsum aliquibus superficiebus assuetis, ut parieti & alijs. Et hoc modo cõprehendit superficies conuexas & cõcauas in remotione maxima. Visus ergo comprehendit planiciem terrę planã omnino, nec sentit conuexitatẽ eius, nisi fuerint ibi montes & ualles. Visus ergo cõprehendit superficiẽ cœli planã, & comprehendit stellas, sicut comprehendit uisibilia assueta separata, quę sunt in locis spatiosis. Et cum uisus comprehenderit aliqua uisibilia assueta in loco aliquo spatioso, & comprehenderit illa angulis æqualibus, & cõprehenderit quantitates distantiarũ uisibiliũ: tunc illud, quod est remotius, comprehendetur maius. Nam quantitates remotionis magnitudinis cõprehenduntur ex comparatione anguli, quẽ respicit illa remotio apud centrũ uisus, ad distantiam remotã: & comprehendit uisus quantitatẽ magnitudinis propinquæ ex cõparatione anguli, quẽ respicit illud propinquũ, qui est æqualis angulo, quem respicit distantia ad distantiã propinquã. Et hoc patet, & esse, testatur ei: scilicet: quòd duorũ uisibilium, quæ à uisu comprehenduntur duobus angulis æqualibus, quorũ distantię sunt diuersæ, sensibiliter: remotius uidebitur maius. Nam si homo opposuerit se spatioso parieti, deinde eleuauerit manum, donec apponat illam uisui, & cooperuerit alterum uisum, & aspexerit reliquo, & posuerit manũ mediam inter uisum suum & illum parietẽ: tunc manus eius cooperiet portionem & latitudinẽ illius parietis, & comprehendet manum suam & parietem simul. Comprehendet ergo manum suam angulo acuto: & in hoc statu comprehendet latitudinẽ parietis maiorem, quã latitudinem manus multiplicem: deinde si mouerit manũ ita, ut detegatur illud, quod manus cooperuerat de pariete, & aspexerit ad manũ: uidebit illud, quod detectũ est de pariete, maius, quàm sit sua manus, multipliciter: & ipse comprehendet manum suam & parietem duobus angulis æqualibus. Ex quo patet, quòd uisus comprehendit magnitudinẽ ex comparatione anguli ad remotionem. Visus ergo comprehendit superficiem cœli planam, nec sentit concauitatẽ eius, & comprehendit stellas separatas in ipso. Comprehendit ergo stellas æquales, separatas inæquales: nam comparat angulum, quẽ respicit stella extrema, propinqua horizonti apud centrum uisus, ad distantiam remotã, & comparat angulum, quem respicit stella in medio cœli, & propinqua medio, remotioni propinquæ. Et similiter comprehendit stellam, quæ est in horizonte aut prope, maiorem ea, quæ est in medio cœli aut prope. Comprehendit ergo eandem stellam & distantiã in diuersis locis cœli, diuersæ quantitatis. Sic ergo comprehendit eandem stellam & distantiã in horizante aut prope. Nam cõparat angulum, quẽ respicit illa stella apud centrum uisus, stella existente in horizonte, distantiæ remotæ: & comparat angulum, quẽ respicit illa stella apud centrum uisus, existente stella in medio cœli, distantiæ propinquę. Sed inter angulum, quẽ respicit stella apud centrũ uisus, stella existente in medio cœli, & inter angulum, quem respicit stella apud centrum uisus, stella existente in horizonte, non est maxima diuersitas, sed duo anguli sunt propinqui, quamuis diuersi: & similiter distantiæ inter stellas. Et cum sensus comparauerit duos angulos propinquos in magnitudine ad duas diuersas distantias in magnitudine: tunc remotior comprehenditur maior. Et quod certificat hanc causam est: quòd anguli, quos eadem stella respicit apud centrũ uisus ex omnibus partibus cœli (cum lineæ, quę continẽt ipsos, fuerint refractæ) sunt quasi anguli, per quos cõprehenderetur rectè: quoniam locus uisus est centrum cœli, & refractiones formarum stellarum nõ diminuuntur ex illis angulis diminutione maxima. Et cum istæ diminutiones non sint maximę: tunc diuersitas inter angulos refractos, quibus stella comprehenditur, & inter remotionẽ inter stellas à locis diuersis cœli,

non erit maxima diuersitas. Et cum diuersitas istorũ angulorum non est maxima: tunc magnitudo stellæ non comprehendetur diuersa maxima diuersitate: & quod demonstrat diminutiones angulorum refractionis ad angulos, quos continent lineæ rectæ, non est maximæ magnitudinis. Et quòd sunt ualde paruę: est: quòd dictũ est in prędicta experientia in capitulo refractionis [15 n] in quo declarauimus, quod uisus cõprehendit stellã refractè, & uidet stellã fixam ex polo mundi, & remotio eius est ab ipso in una reuolutione: nam hæc diuersitas inuenitur parua: ex quo patet, quòd anguli refractionis sunt parui. Vnde per illã diuersitatẽ, quæ est inter ipsos, non diuersantur anguli, quibus stella cõprehenditur in locis diuersis cœli, maxima diuersitate. Sed magnitudo stellæ & distantiæ stellarũ differunt multùm, cum sunt in horizonte & in medio cœli. Ergo causa diuersitatis stellæ & distantiæ in magnitudine, in locis diuersis cœli, non est diuersitas angulorũ refractionis. Et iam declarauimus, quòd uisus comprehendit magnitudinẽ comparando angulos remotionis ad remotiones. Ergo si diuersitas inter angulos fuerit modica, & inter distantias & remotiones multa: tunc res uidebitur ex maiore distantia maior. Causa ergo, propter quam uidentur distantiæ stellarũ in horizonte maiores quàm in medio cœli aut prope: est illud: quòd sensus ęstimat illas distare magis in horizonte, quàm in medio cœli. Et hoc, quòd uisus cõprehendit stellas in diuersis locis cœli diuersas in magnitudine: est error perpetuus: quia causa est perpetua: & est: quoniã uisus comprehendit superficiem cœli planã, nec sentit concauitatẽ eius & æqualitatẽ distantiæ à uisu. Et constat in anima, quòd in superficie plana, quæ extenditur ad omnẽ partem, differũt distantię eius in uisu: & id, quod est propinquius, est illud, quod est proximũ capiti. Comprehendit ergo illud, quod est in horizonte remotius, quàm illud, quod est in medio cœli: & quòd anguli, quos respicit eadẽ stella apud centrũ uisus ex omnibus partibus cœli, non maximè diuersantur: & quòd uisus cõprehendit magnitudinẽ rei ex cõparatione anguli, quẽ res respicit ad remotionẽ illius rei à uisu. Comprehendit ergo quantitatem stellæ, & quantitatẽ distantiæ, quæ est inter stellas, cum fuerint in horizonte aut prope, cõparatione anguli ad distantiã remotã: & cum fuerint in medio cœli, aut prope, ex cõparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad distantiã propinquã: & inter ipsam & inter distantiã horizontis uidetur maxima diuersitas. Hæc est igitur causa, propter quã errat uisus in diuersitate magnitudinis stellarum & distantiarũ: & hæc causa fixa est & perpetua & immutabilis. Et uisus cõprehendit stellas paruas propter remotionẽ earum: respiciunt enim apud centrũ uisus angulos paruos. Sed & sensus nõ certificat quantitatẽ remotionis stellæ, sed æstimat & comparat remotiones stellarũ cum remotionibus uisibilũ assuetorũ, quę sunt in terra: ita quòd opinatur, quòd remotio stellæ est, sicut remotio alicuius maximè remoti in terra. Comparat ergo angulũ, quẽ facit stella apud uisum, qui est paruus ad remotionẽ, sicut remotio est eorũ, quæ sunt in terra. Et sic cõprehendit stellam, propter hanc cõparationem, paruã. Et si uisus esset certus de quantitate remotionis stellæ: tunc cõprehenderet eam magnã. Et similiter est de omnibus, quę sunt super terrã, maximè remotis, si cõprehendantur, parua sunt: quia nõ certificatur remotio eorũ. Et iam declarauimus hoc perfectè in tertio tractatu huius libri [23 n.] Et sicut uisus errat in quantitate remotionis stellæ: quia nõ est certus de ipsa, & assimilat ipsam remotionibus, quę sunt super terrã: sic errat in hoc, quòd distantiæ earũ in locis diuersis cœli sint diuersę, cum sint æquales: quia assimilat eas etiã distantijs diuersis, quæ sunt super terrã, de quibus non est dubiũ eas esse diuersas. Et sicut error in remotione & magnitudine stellę est perpetuus: sic error in diuersitate distantiarũ stellarum in locis diuersis cœli & in diuersitate magnitudinis, est perpetuus. Nam formæ earũ distantiarum non diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed semper sunt eodem modo: & uisus assimilat eas distantijs assuetarũ rerum, quę maximè distant à uisu super superficiẽ terræ. Accedit etiã eis, quæ sunt in cœlo alia causa, ad hoc, quòd uideantur maiora in horizonte, in maiore parte: scilicet uapores grossi, qui sunt oppositi inter uisum & stellam. Et cum uapor fuerit in horizonte aut prope, & nõ fuerit cõtinuus usq; ad mediũ cœli: erit portio sphæræ, cuius centrũ erit centrum mundi, qui cõtinet terrã: & sic abscindetur ex parte medij cœli, & erit superficies eius, quæ est ex parte uisus, plana. Quare formę aut distantię, quæ sunt ultra illũ uaporẽ, uidebuntur maiores, quàm sine illo uapore. In illo enim loco concauitatis cœli, ex quo loco refringitur forma stellæ ad uisum, forma stellę existit, & ex ipso extenditur rectè ad uisum, si in horizonte nõ fuerit uapor grossus. Si uerò fuerit uapor grossus: tunc hęc forma extendetur ad superficiẽ uaporis, quę est ex parte cœli, & existet in illa superficie: & sic uisus cõprehendet illã, sicut comprehendit ea, quę sunt in uapore: scilicet, quòd illa forma extenditur in uapore grosso rectè: deinde refringitur apud superficiem uaporis ad contrariã partem perpendicularis, exeuntis super superficiem uaporis, quæ est plana. Nam aer, qui est ex parte uisus, est subtilior illo uapore: ex quo sequitur, quòd forma uidetur maior, quàm si uideretur rectè, ut in prima figura huius capituli [39 n] diximus: & est, cum corpus subtilius fuerit ex parte uisus, & grossius ex parte rei uisæ, erit superficies corporis grossioris plana. Forma ergo, quę peruenit ad superficiem uaporis, quę est ex parte cœli, est res uisa, & corpus, in quo extenditur forma, est uapor grossus, & aer, in quo est uisus, est subtilior illo. Causa uerò principalis, quare stellę & distantię stellarum uideantur in horizonte maiores, quàm in medio cœli, est illa prædicta: & est fixa & perpetua. Si uerò acciderit, ut sit uapor grossus, crescit magnitudo earum: sed hæc causa est in quibusdam locis semper, & in quibusdam quandoq;. Omnia ergo, quę diximus in hoc capitulo de illis, quę accidunt uisui propter refractionẽ: sunt deceptiones illæ, quę semper accidũt aut in maiore parte: & sufficiunt in hoc, quo indigemus de deceptionibus, quarũ causa est refractio. Nunc autem terminemus hunc tractatum, qui est finis libri.

ALHAZEN FILII ALHAYZEN OPTICAE FINIS.

ALHA-

ALHAZEN FILII

ALHAYZEN DE CREPVSCVLIS ET NVBIVM ASCENSIONIBVS LIBER VNVS.

Gerardo Cremonenſi interprete.

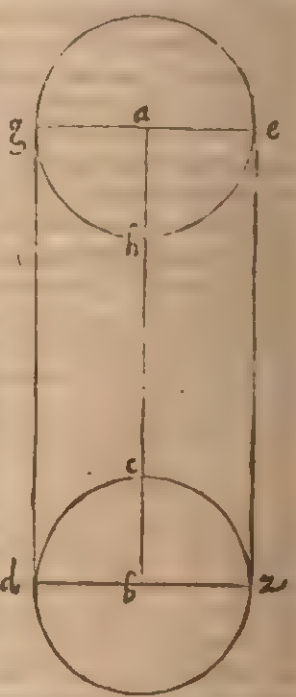
NVMERI.

1. Crepuſculum matutinum incipit, ac veſpertinum deſinit, ſole ante ortum & poſt occaſum ſuum 19 partibus, in peripheria circuli per verticem regionis ſolisq; locum tranſeuntis, ſub horizontem demerſo.

OStendere uolo in hoc tractatu quid ſit crepuſculum, & quæ cauſſa neceſſariò faciens eius apparitionem: inde uerò progrediar ad cognoſcendum ultimum, quod eleuatur à ſuperficie terræ, de uaporibus ſubtilibus aſcendentibus ex ea. Dico ergo, quòd crepuſculum matutinum & crepuſculum ueſpertinum ſunt ſimilis figuræ: unum namq; eorum ex acceſsione luminis ſolis, & alterũ ex ipſius receſsione contingit. Vtrorumq; uerò colores diuerſi ſunt, propter diuerſitatem horizontum, in quibus ſol eſt apparens. Quoniam ſol quando eſt in horizonte orientali, non multum eleuatus, eſt illic color eius alius à colore ipſius in uiſibus, quando eſt ſecundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et ſimiliter radij eius, qui uidẽtur in crepuſculo, & quod uidetur in æthere de luminibus eius. Et ipſe æther coloratus eſt, ſequens illud, ſecundum quod eſt ſol in utriſque partibus eius. Nam qui ex illo eſt in oriente color, eſt albedo & claritas: & qui eſt in occidẽte, ad rubedinem aliquantulùm uergit. Quæres uerò ſit illud illuminans, & qualiter ſit apparens illic, & quæ cauſſa neceſſariò faciat ipſum, ad illud præmittemus propoſitiones, exponentes illud, cuius uolumus declarationem. Ex illo quidem eſt, quòd ſphæra orbis [è terra & aqua conſtantis] tota ſemper eſt ſplendida & luminoſa ex luminari maiori (quod eſt ſol) niſi quantum obtegunt tenebræ contingẽtes ex terra, in figura pyramidis, quæ eſt nox. Et ego non ſignifico in hoc libro per illud, quod accidit de huiuſmodi receptione luminis ex ſphæris ſtellarum, niſi quod cum ſphæra, propter claritatem aeris & ſubtilitatem ætheris, & tenuitatem eius non ſuſpenditur aliquid de lumine ſolis, ſicut uidemus ipſum ſuſpendi cum corporibus altis (quę ſunt ſtellæ) quia illuminantur & deferunt nobis illud, quod recipiunt ex lumine, & conſequuntur ipſum uiſus noſtri in eis: & quamuis diſſentiant in ſtellis, in lumine tamen non diſſentiunt. Viſus autem noſtri non conſequũtur, quod in eis eſt de luminibus: niſi quòd ipſa procul dubio ſunt ſpiſſioris & uehementioris corporeitatis, quàm æther, in quo ſunt. Et hoc patet per ſignificationes, quòd quædam earum tegunt nobis quaſdam, quia eclipſant eas: aer uerò non tegit nobis aliquid ex eis, quæ ſunt poſt ipſum. Et propterea uidemus, quòd tota nox eſt ſecundum habitudinem unam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid: quamuis ſciamus ſecundum ſcientiam noſtram, quòd quàmplurimum eius ætheris eſt luminoſum; non tectum à ſole. Et uidemus quod illud, quod ex eo ſoli apparet, & nihil aliud tegit, eſt in uiſione, ſicut illud; quod terra tegit, quod pyramis tenebrarum continet. Et non facit neceſſariò æqualitatem utriuſq; apud uiſus noſtros, niſi illud, quod diximus de ſubtilitate aeris, & quòd non perducit illuminationem eius, & perducit nobis tenebroſitatem ipſius. Tunc autem non ceſſat habitudo umbræ apparere nobis ſecundum ſimilitudinem ipſius, quouſq; incipiat ab oriente ſplendor diluculi & lumen ſparſum, cuius principium eſt in primis cum ſuperficie horizontis: & illius principij non eſt nobis cauſſa, niſi ſol: cum ſit cauſſa illuminationũ. Et non eſt nobis principium illud ſol ipſe, nec radius eius tantùm, quoniam iam præmiſimus, quòd radij eius pertranſeunt uſq; ad ætherem totum, quem uidemus, aut ad plurimum eius: & nõ eſt diuerſa eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Veruntamen radij eius ſuſpenduntur tunc cum aliquo corpore ſpiſſiore aere: ducit ergo nobis cum ſua ſpiſſitudine radium, quem induit. Et dico, quòd illud, quo ſuſpenſus eſt radius in illa hora, non eſt terra, neq; extremitates plagarum eius diſtinctæ à nobis: quoniam cum uidens eſt ſuper æqualitatem terræ, non peruenit eius uiſus, niſi quaſi ad 23 milliaria [Italica] ab omni parte. Et ſi accidit ei, ut ſit ſuper altiorem montium, qui eſſe poteſt (& ille non pertranſit octo milliaria, ſecundum quod dixerunt ſapientes, intendentes hoc) uiſus non pertranſit tunc, niſi 250 milliaria ferè. Et hoc manifeſtum eſt ex eo, quod noctẽ facit forma terræ: ſed altitudo loci uiſus à ſuperficie eius, hoc eſt ſpatium, quod diximus, abſcondit orbẽ in quarta horæ. Oportet ergo, ut oriatur ſol paululùm poſt crepuſculum matutinum per quartam horæ ad minus: illud ergo, quod eſt inter apparitionem crepuſculi & apparitionẽ ſolis, eſt plus hora multò. Hoc autẽ, quod diximus, nõ eſt, niſi propinquitas, propter eũ, qui non eſt exercitatus in geometricis. In ueritate uerò uiſus nõ peruenit ad punctum terrę, quod iá illuminatũ eſt à ſole, niſi cũ ipſe peruenerit & cõprehẽderit cornu ipſius ſolis: quoniã duæ lineæ contingẽtes unũ punctũ circuli à duabus partib. diuerſis cõiunctæ, ſunt linea una ſecundũ rectitudinẽ [p 14 p 1: quia ſemidiameter circuli ad tactus punctũ ducta, efficiet cũ utraq; angulos rectos p 18 p 3.] Quãdo ergo illuminatũ apparet nobis, tũ non eſt illud terra ipſa, ꝓpter id, quod

diximus:nec eſt aer implens totam ſphęram:quoniam,ut præmiſimus,ſuper totum aerem aut plurimum eius,ſemper cadit radius ſolis nocte & die: & nō apparet illud in ipſo,propter ipſius ſubtilitatem.Et ſuper terram non eſt corpus ſpiſsius aere,niſi uapores aſcendētes,quibus non deeſt ſemper,quin illuminentur à ſole.Tunc uerò,quando pyramis umbræ ab eo remouetur,quod de uaporum ſphæra terram continente uiſus noſtri conſequuntur,& recipit eos corpus ſolis, & cadunt ſuper eos radij eius, ſuſpenditur cum eo radius , & defert ipſum nobis , & conſequuntur ipſum uiſus noſtri,& uidetur à nobis eius lumen,ſicut uidemus ipſum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum aſcendentiū,& ſicut colores,qui in roribus uidentur,in forma portionis circuli,& aliorum modorum. Quādo ergo uolumus ſcire, quanta ſit ultima eleuatio illorū uaporum à ſuperficie terræ: tunc ad eam cognitionem præmittūtur quatuor res,quarum nulla excuſatur,& præter ipſas nulla alia re indigemus,ita ut nō poſsit fieri per minus,nec ſit neceſſarium plus. Illa autem quatuor ſunt:corpus terræ:corpus ſolis:longitudo centri ſolis à centro terræ in omni ſitu : & quanta ſit depreſsio ſolis ab horizonte,donec appareat crepuſculum matutinum. Corpus autem terræ eſt ſicut inſtrumentum omnium aliorum:& quantitas circuli magni continentis eam,ſecūdum quod dixerunt ſapientes , & ſignificauerunt illud per propoſitiones certas , eſt 24000 milliaria. Et dixerunt, quòd per quātitatem , qua medietas diametri terræ eſt pars una,eſt medietas diametri ſolis quinq; partes,& medietas partis : & per eam eſt longitudo centri ſolis à cētro terræ in longitudine media, (non in omni ſitu) mille & centum & circiter decem partes : & quòd depreſsio ſolis ab horizonte, cum oritur crepuſculum,eſt 18 gradus : & iā inuenitur ſuper 19 : & ſuper hoc fabricabo ſupputationem noſtram : quoniā cum narrator rei eſt cū additione in ea,dignior eſt, ut recipiatur ſermo eius, cum non contradicit ei alius: quandoquidem narrator cū additione ſcit, quod non ſcit alius,& conſequitur,quod non conſequitur alius.Nā qui narrat de aliquo,quod uiderit illud,antequam uiderit ipſum alius,dignior eſt,ut conſequatur,quod intendit,quando nō exiſtimatur de eo ſuſpicio. Præmittam igitur ad illud,quod inter manus meas eſt,propoſitiones quaſdam multi iuuaminis.

2. *Si ſphæricū luminoſum illuminet opacum æquale:hemiſphæriū illuminabit. Vitell.2 6 p 2.*



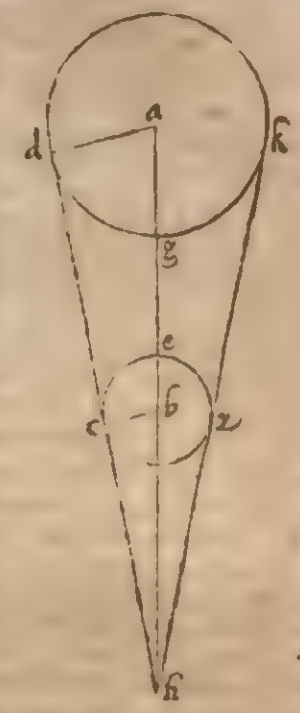
Dico ergo , quòd omnium duarum ſphærarum æqualium , inter quas non eſt aliud corpus,quod unam earum alteri abſcondat: illud , quod ex unaquaq; earum uerſa facie reſpicit alteram , eſt medietas eius æqualiter. Et ſignifico per uerſam faciē unius reſpectu alterius:quòd ſi una earum eſt luminoſa,& altera recipiēs lumen , illuminatur,& relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum eſt, ut ſint duæ ſphæræ a & b æquales : & pono,ut aliqua ſuperficies plana tranſeat per centrū utriuſq; ſecabit ergo duas ſphæras ſuper duos circulos æquales, & in ſuperficie una [per 1 th.1 ſphær. Theodoſij.] Sint ergo illi duo circuli a g h,b d c: & cōtinuabo a cum b : & protrahā duas lineas a g , b d perpendiculares ſuper lineam a b: [per 11 p 1] ergo ipſæ ſunt æquidiſtantes [per 28 p 1] & continuabo g cum d.Et quoniā duæ lineæ a g,b d ſunt ęquales [per 15 d 1:quia ſunt ſemidiametri ęqualium circulorum] & æquidiſtantes [è cōcluſo] duæ lineæ a b, g d ſimiliter erunt æquales & æquidiſtantes: [per 33 p 1] ergo duo anguli ad g & d ſunt recti: [per ſecundam partem 34 p 1] ergo linea g d eſt contingens duos circulos [per conſectarium 16 p 3.] Et quando nos protrahemus g a & b d ſecundum rectitudinem, ad duas circumferentias duorū circulorum,uſq; ad duo puncta e & z,deinde cōtinuabimus e cum z: erit recta linea e z contingens duos circulos [ijſdem de cauſsis,quibus d g tangere oſtenſa eſt:] & erit unaquæq; duarum portionum g h e , d c z, quarum una eſt uerſa facie ad alterā,medietas circuli [per 17 d 1] quoniam unamquamq; earum ſecat diameter circuli. Et ſimiliter cōtingit in omnibus ſuperficiebus planis, quæ tranſeunt per duo centra duarū ſphærarum. Iam igitur declaratum eſt,quòd lineæ egredientes ex una duarum ſphærarum ad alteram, contingunt utraſq; ſimul , & comprehendunt ex unaquaque earum medietatem. Et illud eſt, quod declarare uoluimus.

3. *Si ſphæricum luminoſum illuminet opacum minus: plus hemiſphærio illuminabit. Vitell. 27 p 2.*

QVòd ſi una duarum ſphærarum eſt maior altera:tūc illud,quod ex minore uerſa facie reſpicit maiorem , eſt plus medietate minoris : & quod ex maiore uerſa facie reſpicit minorem, eſt minus medietate maioris.Cuius exemplum eſt,ut ſint duæ ſphæræ a & b:& ſphæra a ſit maior. Protrahā ergo ſuperficiē planā,tranſeuntē per cētra utriuſq;:ſecabit ergo utrāq; earū in duo media ſup duos circulos a g d,b e z [per 1 the.1 ſphęr.] & cōtinuabo a cū b,& protrahā ipſam ſecūdū rectitudinē in partē h:& ponā proportionē medietatis diametri circuli a g d ad medietatē diametri circuli b e z,ſicut ꝓportio a h ad b h.Eius uerò acceptio eſt prōpta ex tractatu ſexto & qnto Euclidis [ſi enim trib. rectis datis,differētia nēpe ſemidiametrorū circulorū a & b:ſemidiametro b c minoris circuli,& ipſa a b,inueniatur p 12 p 6 quarta ꝓportionalis b h:erit p 18 p 5 ut a d ſemidiameter

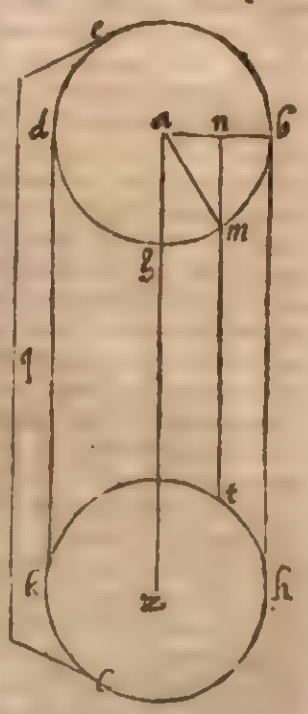
maioris

maioris circuli ad b c semidiametrum minoris b c: sic a h ad b h.] Et protraham à puncto h lineam contingétem circulũ a g d [per 17 p 3] quæ sit h c d. Dico ergo, quòd ipsa contingit etiá circulũ b e z: quod patet: quia cõtinuabo a cum d per lineam a d: ergo est perpendicularis super lineam h d [per 18 p 3] & protraham à puncto b perpendicularem super lineam h c d [per 11 p 1] quæ sit b c. Et quoniam duæ lineæ b c, a d sunt perpendiculares super lineam h d [è fabricatione & conclusio] sunt æquidistantes [per 28 p 1.] Et quia linea b c est æquidistans ipsi a d, quæ est basis trianguli: erit ergo proportio a d ad b c, sicut ꝓportio a h ad h b [per 4 p 6: quia triangula a h d, b h c sunt æquiangula per 29. 32 p 1] & iam posuimus proportionem a h ad h b, sicut proportionem medietatis diametri circuli a g d, ad medietatẽ diametri b e z: ergo linea b c est medietas diametri circuli b e z: ergo punctũ c est super circumferẽtiam circuli b e z [per 17 d 1] & duos angulos ad d & c posuimus rectos: ergo linea h c d contingit minorem circulum [per consectarium 16 p 3] nos uerò iam protraximus eam contingentem maiorẽ: ergo ipsa est contingens utrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto h lineam, contingentem duos circulos similiter in parte z, quæ sit linea h z k. Est ergo, quòd ex circulo a maiore uersa facie respicit circulum b minorem, portio d g k: & est minor medietate circuli: quoniam angulus h a d est minor recto [per 32 p 1] quoniam ipse est in triangulo uno, & est triangulum d a h cum angulo a d h recto. Ergo est portio d g minor quarta circuli [per 33 p 6] & similiter portio g k, æqualis e, quòd autem g k sit æqualis d g, patet, ducta semidiametro a k. Quia enim rectæ d h, k h tangentes æquantur per consectarium 36 p 3 & semidiametri a d, a k per 15 d 1, estq; communis a h: æquabitur angulus h a d angulo h a k per 8 p 1: quare per 26 p 3 peripheria d g æquabitur peripheriæ g k] Ergo portio d g k est minor medietate circuli. Et quoniam linea b c est æquidistans lineæ a d [è conclusio] est angulus c b h æqualis angulo d a h [per 29 p 1] ergo erit portio c l similis portioni d g, & tota portio c l z similis portioni d g k [per 33 p 6.] Ergo unaquęq; earũ est minor medietate circuli: remanet ergo portio c e z maior medietate circuli: & illud est, quod ex circulo minore uersa facie respicit circulum maiorem. Ergo duę portiones c e z, & d g k sunt ex duobus circulis, qui uersa facie se respiciũt. Et significo quidem per hoc, quòd aliquid portionis unius nõ cooperitur ex circulo altero: & portio c e z est maior medietate circuli, & portio d g k minor. Et illud est, quod uoluimus declarare.



4. *Si peripherias duorum circulorum æqualium duæ rectæ lineæ tangant: puncta semiperipheriarum cõnexis partibus se respicientium singula singulis apparent, reliquarum uerò semiperipheriarum connexis partibus se non respicientium latent.*

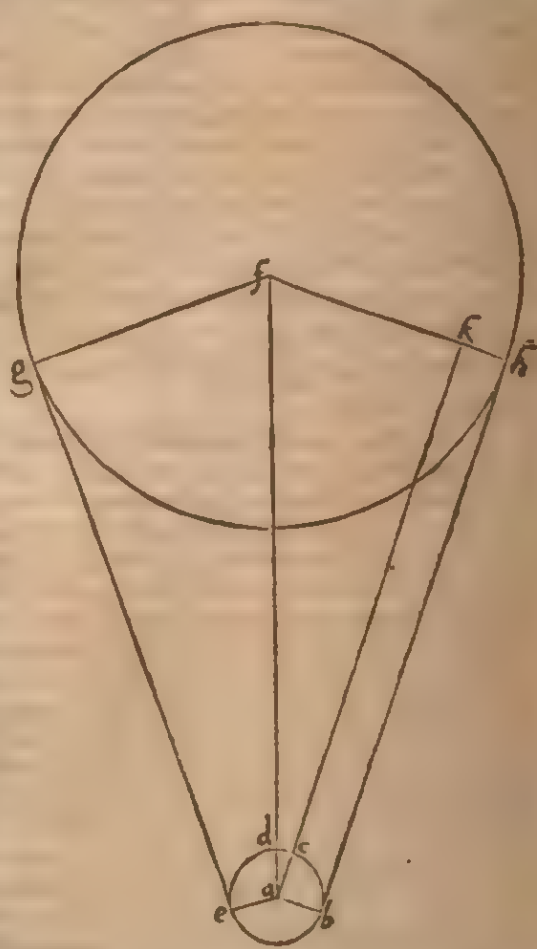
ET dico, quòd quando sunt duo circuli æquales, & protrahuntur duæ lineæ, quarum unaquæq; contingit duos circulos simul, secundum formam, quam præmisimus: tunc in unaquaq; duarum portionum, quarum una uersa facie respicit alteram, non est locus, qui abscõdat aliquid ex circulo uno circulo alteri: & quòd in reliquis duabus portionibus duorum circulorum, quę non facie ad faciem se respiciunt, non est locus, qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quòd sint duo circuli a b g d e, & z h t k l: & protrahantur duę lineæ b h, & d k contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones b g d, & h t k sunt, quæ se facie ad faciem respiciunt: earum portiones b e d, & h l k sunt, quæ se non facie ad faciem respiciunt. Dico ergo, quod non est in portione b g d punctum, quod aliquid ex circulo z h abscondat circulo a b: & quòd non est in portione b e d punctum, quod appareat penitus circulo z h: & quòd tota ipsa portio est abscondita circulo z h: & quòd neq; est in portione h l k punctũ, quod appareat circulo a b. Cuius demonstratio est: quòd ego continuabo a cum z, per lineam a g z, & signabo super arcum b g d punctum, qualiter uelim, quod sit punctũ m. Si ergo fuerit punctum m à puncto g ad partem b: tunc protraham ex puncto m lineã æquidistantem lineæ b h [per 31 p 1] & si fuerit punctum m à puncto g ad partem d: tunc protraham ex puncto m lineam æquidistãtem lineæ d k: sit ergo m t. Dico igitur quòd linea m t tota est extra circulũ b m g d e, de qua nõ cadit aliquid in eo. Cuius demõstratio est: quòd ego cõtinuabo a cũ b, & protrahã lineã m t secundũ rectitudinẽ, donec cõcurrat cũ linea b a super punctũ n [cõcurret aũt per lẽma Procli ad 29 p 1: qa m t parallela ducta est ipsi b h, quę cõcurrit cũ a b in b] ergo duorũ angulorũ ad n unusquisq; est rectus [qa enim angulus n b h rectus est ꝑ 18 p 3, & ipsi b h parallela ducta est t m n: æquabitur per 29 p 1 angulus t n b angulo n b h, ideoq; rectus, & per 13 p 1 a n t rectus] & con-



& cõtinuabo m cũ a. Angulus igitur trianguli a n m est rectus: & iã protractũ est latus n m secundũ rectitudinẽ usq; ad t, & prouenit angulus a m t extra triangulũ, qui est maior recto [per 16 p 1] scilicet angulo n. Et quãdo protrahitur ab extremitate diametri circuli linea, quæ cũ ipsa cõtineat plus angulo recto: tũc illa linea nõ secat circulũ, nec cadit de ea intra ipsum aliquid: ergo de linea m t nõ cadit in circulo a m aliquid. Ergo punctũ m facie ad facié respicit circulũ z, & nõ abscondit aliquid ei: quoniã quando nõ abscondit ei aliquid ex corpore istiusmet sphæræ a m: tunc nulla alia res tegit illud: quoniã nos posuimus, ut inter duas sphæras nõ sit corpus aliud ab eis, quod tegat unam earũ alteri. Et similiter ostẽdetur hoc in omni pũcto sup arcũ h t k. Et dico iterũ, quòd nõ est in arcu b e d punctũ, quod appareat circulo z: nec est possibile, ut continuetur cũ aliquo de circulo z p lineã, nisi & illa linea secet circulũ a b, & cadat intra ipsum. Quod si possibile est: ꝓtrahamus à pũcto e l neam peruenientẽ ad aliqd de circũferentia circuli h t k l: & nõ secet aliqd de circulo a e d: & si fuerit possibile, sit linea e q l: & ꝓtrahã lineã d k in utrasq; partes duarũ extremitatũ eius: necesse est ergo, ut occurrat lineæ e q l in duob locis: quoniã linea d k, quã iã posuimus contingentẽ duos circulos, nõ est possibile, ut secet unũ duorũ circulorum, nec cadat inter utrosq; [per 16 p 3: & quoniã nõ cadit inter ipsos, tunc secabit lineam e l in duobus locis: ergo iam sunt duæ lineæ rectæ continentes superficiem: illud autem est contrarium & impossibile [per 12 axioma.]

5. De peripheria maximi in terra circuli sol illuminat partes 180, scrupula prima 27, scrupula secunda 52. Vitell. 59 p 10.

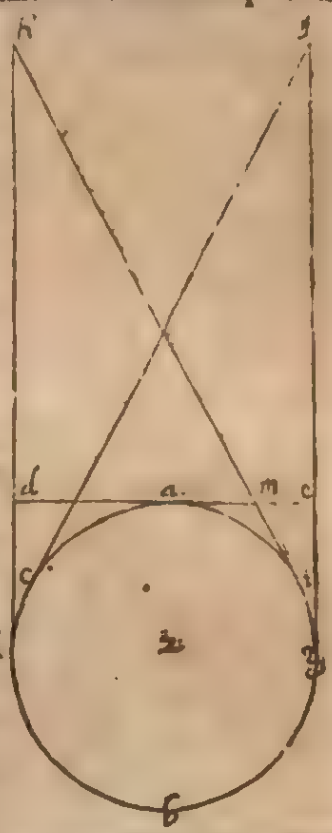
QVod aũt oportet nos facere secundũ illud, quod premisimus, ut inueniamus, quãta sit quãtitas arcus terræ illuminati à sole: quã iã posuimus maiorẽ esse medietate terræ: ponã ergo duos circulos solis & terræ, super quos secat utrosq; una superficies plana, quales sunt a b c d e, f h g. Circulus ergo a sit terræ, & circulus solis f: & protrahã duas lineas contingẽtes unũquenq; eorũ, sicut diximus, quæ sint duæ lineæ b h & e g. Igitur portio b c d e ex terra, est illuminata à sole, sicut iam ostendimus [3 n] & illud est plus medietate circuli. Quando ergo uolumus scire quantitatẽ eius, tũc nos cõtinuabimus a cum b & cũ f, & fcũ h: ergo b a & h f sunt æquidistãtes [per 28 p 1] quoniã utræq; sunt perpẽdiculares super lineã b h, contingentẽ duos circulos [per 18 p 3.] Et secabo ex linea h f, quòd sit æquale lineæ b a [id uerò fieri potest, quia f h ex thesi maior est a b] & sit linea h k: & continuabo à cũ k: ergo a k est perpẽdicularis super h f [per 29 p 1] quoniã est æquidistãs ipsi b h: cũ cõtinuet totũ, quod est inter extremitates duarũ linearũ b a, & h k æqualiũ & æquidistantiũ: ergo angulus k est rectus. Et ꝓpterea quòd linea h f est quinq; partes & medietas partis, p quãtitatẽ, qua linea b a est pars una [ut dictũ est 1 n] remanet linea k f quatuor partium & medietatis unius partis ex illa quãtitate: & per eandẽ inuenitur linea a f 1110, in medijs lõgitudinibus [sole cõstituto.] Ergo per quantitatẽ, qua linea à f subtẽsa angulo recto, est 60 grad est linea k f 14 minuta & tres quintæ unius minuti: ergo angulus k a f est 14 min. excepta tertia parte qntæ partis unius minuti, [id est 13 minu. & 56 sec. Nam secũdum præcepta arithmeticæ quincunx seu qnta pars unius minuti sunt 12 secunda, quorũ tertia pars per diuisionẽ inuẽta, sunt 4 secun. quibus subductis à 14 minutis, rectã 13 minuta & 56 secunda] per quãtitatem, qua angulus rectus est 90 grad. & illud est quãtitas arcus c d: sed arcus b c est 90 grad. quoniã angulus b a c est rectus. Ergo, arcus b d est 90 grad. 14 min. excepta tertia parte quintæ partis unius minuti: & arcus d e est æqualis arcui b d. [Ducta enim à pũcto a parallela ipsi e g: erit angulus à semidiametro e a & parallela cõprehensus, rectus per 29 p 1, & æqualis angulo b a c per 10 ax. Et quia ducta parallela secat de semidiametro f g uersus f æqualẽ ipsi f k p 15 d. 34 p 1. 1 ax: & angulus à parallela & semidiametro f g cõprehẽsus, rectus est per 29 uel 34 p 1: ęquabuntur quadrata parallelæ & sectæ de semidiametro f g uersus f, quadrato f a per 47 p 1, cui per eandem æquantur quadrata ipsarũ a k & k f: subductis igitur quadratis æqualibus ipsarũ f k & sectæ de semidiametro f g uersus f, relinquẽtur quadrata ipsarũ a k & ductæ parallelæ æqualia, ideóq; recta a k æqualis erit ductæ parallelæ: & per 8 p 1 angulus d a c æquabitur angulo a b f a & parallela ad cẽtrum a cõprehenso. Sed angulo c a b æqualis cõcluditur est angulus à semidiametro e a & parallela cõprehen-



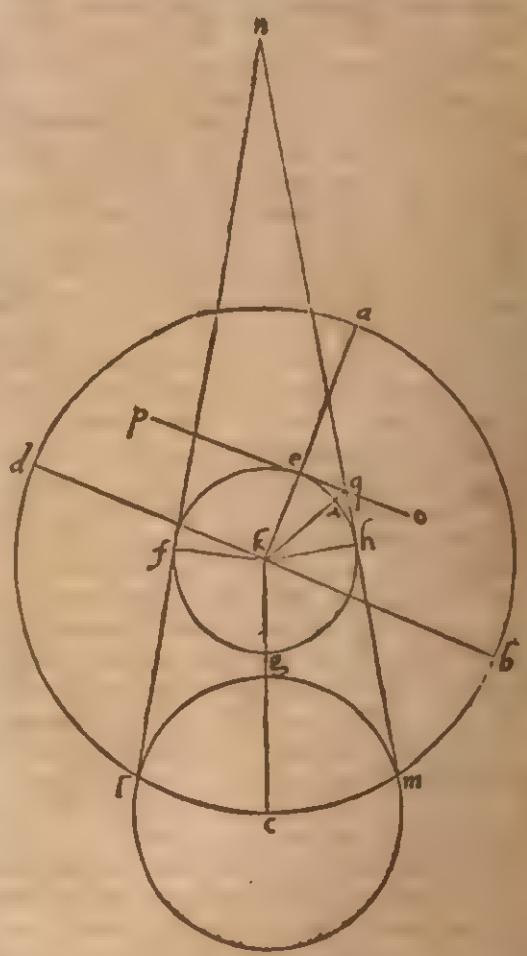
prehẽnſus. Quare ſi æqualibus angulis æquales addãtur, æquabitur per 2 axio: totus angulus b a d toti angulo e a d: & per 26 p 3 peripheria b d peripheriæ e d.] Ergo totus arcus b c d e illuminatus à ſole, eſt 180 partes & 27 minuta & quatuorquintæ & tertia quintæ unius minuti cũ propinquitate [id eſt 52 ſecunda: nã ex arithmeticæ regulis $\frac{4}{5}$ unius minuti ſunt 48 ſcrupula ſecũda, & quinta pars unius minuti ſunt 12 ſcrupula ſecunda, quorũ tertia pars, 4 ſcilicet ſcrupula ſecunda addita cum 48 ſcrupulis ſecundis, efficiunt 52 ſcrupula ſecunda.] Et illud eſt, quòd uoluimus declarare.

6. Poſita peripheria maximi in terra circuli 24000 milliarium Italicorum: erit ſumma uaporum in nubem coactorum à terra altitudo 52000 paſſuum. Vitell. 60 p 10.

INcipiamus ergo nũc ex eo, quod intẽdimus de cauſſa apparitionis crepuſculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipſius in horizonte orientali. Ponam ergo circulũ ſignatum ſuper ſphæra terræ, & ſuper quã abſcindit terra ſuperficies plana, trãſiens per zenith capitũ & per z centrũ terræ & ſolis circulũ a b, & locũ uiſus a: & faciã trãſire ſuper punctũ a lineam contingentẽ circulũ [per 17 p 3] & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, ſuper quas ſint d, e. Manifeſtum eſt igitur, quòd ſuper totũ, quod cadit ſub linea d a e ad partẽ b, nõ cadit uiſus, quoniã terra abſcondit illud nobis: quia extẽſio uiſus nõ eſt, niſi ſuper lineã rectam [per primã hypotheſin opticorum Euclidis.] Et Euclides quidẽ iam declarauit [16 p 3] quòd nõ egreditur à puncto cõtactus linea inter lineã cõtingentẽ & circulũ. Viſus ergo nõ cadit ſub linea d a e, ſed cadit ſuper illud, quod eleuatur ab ea. Et ponã formã pyramidis tenebrarũ euenientiũ ex umbra terræ, parum ante crepuſculum, quãdo eſt depreſsio ſolis plus 19 gradibus per minutũ unũ, uerbi gratia, aut circiter: ſuper quam ſint g, e, f, & totũ enim, quod cadit in hac pyramide deſignata (cuius caput eſt f, & baſis ipſius terra) eſt tectum ſoli, nõ apparẽs ei, neq; illuminatũ ab eo, & eſt in ueritate tenebroſum: & quod cadit exterius ab ea, eſt apparẽs ſoli, & ſuper ipſum cadũt radij eius & lumẽ eius. Veruntamẽ quod ex corporib. eſt ſubtile ualde, nõ perducit ad uiſus noſtros illud, quod ex radio induit, ꝓpterea quòd æquãtur in uiſibus noſtris illud, qđ ex aere ſubtile eſt intra pyramidẽ, & qđ eſt extra ipſum: & uidetur æther totus in forma luminis & tenebrarum. Et nos quidẽ ſcimus, quòd illud, quod cõtinet nos ex aere, & quod eſt propinquũ nobis, eſt tenebroſum, nõ apparẽs ſoli: & quod procedit in inceſſu in altũ, aut dextrorſum, aut ſiniſtrorſum, & anterius & poſterius, eſt luminoſum, apparẽs ſoli: & ſunt ambo cũ illo apud nos æqualiter in tota cõprehenſione uiſus: & nõ apparet aliquid uiſibus noſtris ante ortũ ſolis, & poſt occaſum ſolis, niſi ſit eleuatũ à ſuperficie horizontis, & niſi ſit extra pyramidẽ umbræ, & niſi ſit ſpiſsius aere ſubtili. Manifeſtum eſt igitur, quòd nõ apparet uiſibus noſtris aliquid in habitudine ſplẽdoris & illuminationis, niſi per aggregationẽ triũ conditionum in eo: quarũ una eſt, ut nõ ſit ſub linea d a e: quoniã ſi eſt ſub ea, prohibet ſphæra terræ intẽr ipſum & uiſum: quia nõ comprehendit ipſum uiſus luminoſum neq; tenebroſum. Et alia eſt, ut nõ ſit in pyramide umbræ: hã ſi eſt in ea, eſt tenebroſum, propterea quod priuatũ eſt facie ſolis & illuminatione ſua ab eo. Et alia eſt ut ſit ſpiſsius aere ſubtili implẽte ſphæram: quoniã iam ſciuimus, quòd aer altior extra pyramidẽ, cadit ſuper lineã d a e: & cũ illo non apparet nobis in eo aliquid luminis, propter tenuitatem & ſubtilitatẽ ſuam, & propterea quod uidemus in hoc loco, & eſt parum ante crepuſculũ, illud, quod comprehẽdimus de ſphæra, tectum, nõ illuminatũ, & non diuerſificatur pars eius à parte. Et ſcimus, quòd nõ eſt in eo punctũ neq; locus unus, in quo aggregentur iſtæ coditiones tres. Sed punctum eſt: ubi occurrit ultimo ſtatui pyramidis linea d a e: & iã poſuimus in eo duas conditiones: quoniã nõ eſt ſub linea d a e, nec intra pyramidẽ: ergo cadit ſuper ipſum radius ſolis. Nõ ergo facit neceſſariam tenebroſitatẽ eius in oculis noſtris tũc, niſi priuatio eius à conditione tertia, quę eſt ſpiſſitudo. Iam ergo certificatur, quòd aer, ubi eſt punctũ e, in hoc loco eſt ſubtilis, & non peruenit ad ipſum uapores ſpiſſi, aſcendentes de terra, qui ſunt ſpiſsiores aere. Deinde poſtquã eleuatur ſol parum, & ſit depreſsio eius ab horizonte 19 graduũ tantùm, & ſit forma pyramidis & figura eius, ſicut illã, ſuper quã ſunt i, m, k, k, & apparet in horizõte res luminoſa, & nõ fuerat antè illic res luminoſa: ſcimus quòd ille eſt primus locorũ & hoſpitiorũ, in quo aggregãtur cõditiones tres prędictæ: quoniã ante illud parũ per illud, cui nõ eſt quantitas, nõ fuit illic aliquid de lumine: & primus locorũ, in quo aggregatur, ut non ſit ſub linea d a e, nec intret pyramidem tenebrarum, eſt punctum m. Ergo punctũ m eſt primus locorũ, in quo inuẽta eſt cõditio tertia, & eſt illic ſpiſsitudo aeris. Ergo punctũ m eſt ultimus ſtatus uaporũ, & ſumma aſcẽſio eorũ: & nõ abbreuiãtur ab eo, neq; pertrãſcũt ipſum. Quoniã ſi abbreuiarẽtur ab eo, eſſet punctũ m in aere ſubtili, & nõ appareret nobis in eo aliquid de lumine, ſicut nõ apparet in eo, qui eſt poſt ipſum, ad partem e: & ſi pertrãſirent ipſum, illuminaretur nobis punctũ e ante hoc: quoniã nõ ponimus in eo, quod eſt inter m & e, in his duobus locis rẽ ſenſibilem.



sibilé. Ergo punctũ m est ultimus status, ad quẽ perueniũt uapores ascendentes in altũ, & occursus lineæ d a e cõtingentis sphærã terræ cũ linea h i. Quando ergo uolumus scire longitudiné eius à facie terrę, tũc nos describemus altitudinis circulũ, transeuntẽ per centrũ solis, quãdo eius depressio ab horizõte est 19 graduũ: & illud est apud ortũ crepusculi, super quẽ sint a, b, c, d: secabit ergo sphęram terræ super circulũ e f g h [per 1 the. 1 sphær. Theodosij] & linea a e k pertrãseat per zenith capitum & per centrũ terræ, perpẽdicularis super lineam b k d [per 11 p 1] ergo linea b k d secat terrã in duo media, [per 17 d 1] apparẽs & occultũ. Apparẽs ergo est illud, quod est supra ipsam, ad partẽ a, & occultum, quod est ad partẽ g: & nõ dicimus hoc, nisi dilatãdo & appropinquãdo. Veritas uerò est, quòd apparẽs nõ est, nisi illud, quod est super lineã p e q o protractã, contingentem sphærã super punctũ uisus: ueruntamen nõ est apud hũc orbẽ terræ magna quãtitas. Et ponã arcum b c 19 graduũ, qui sunt depressio solis apud ortũ crepusculi. Super punctũ ergo c est centrum solis: faciã igitur illic super ipsum punctũ, circulũ, cũ lõgitudine quintupli & medietatis eius, quod est æquale lineę e k: qui sit circulus l m: & super ipsum scilicet punctũ c secat solẽ orbis a b c d: & continuabo lineã k g: deinde protrahã duas lineas contingẽtes duos circulos solis & terræ [per 17 p 3] continẽtes illuminatũ terræ à sole, quæ sint m h n, l f n, cõtingẽtes terrã super duo puncta h & f: & sunt termini pyramidis umbrę. Ergo linea m h n occurrit lineæ p o super punctum q [per lẽma Procli ad 29 p 1: quia cõcurrit cũ b k d parallela ipsi p o per 28 p 1] ergo pũctum q, secundũ quod ostẽdimus in figura, quę est ante hãc, est locus luminosus apud ortũ crepusculi: & est ultimus status ascensionis uaporum. Cum ergo uolumus cognoscere longitudinem eius à superficie terræ: tũc continuabimus k cũ q per lineã k r q: & continuabo k cum h. Ergo portio h g f est illuminata: quia facie ad faciẽ respicit solem. Iam ergo ostẽdimus [præcedente numero] quòd ea est 180 grad. & 27 min. & 52 secũd. & arcus g h est medietas eius: [Quia enim l n, m h tangunt peripheriã circuli e f g h in punctis f & h per fabricationem, erunt anguli ad f & h recti per 18 p 3. Si igitur semidiametros k l, k m circuli a b c d ductas cogites: æquabuntur quadrata linearũ f l, f k quadrato semidiametri k l per 47 p 1, per quam etiã quadrata linearum h m, h k æquabuntur quadrato semidiametri k m: subductis igitur quadratis ipsarũ f k, h k per 5 d 1 æqualibus, à quadratis k l, k m similiter per 15 d 1 æqualibus: relinquẽtur quadrata ipsarũ f l, h m æqualia, & iccirco rectę f l, h m æquales. Quare cũ triangula f k l, h k m sint æquilatera, erunt æquiangula, & angulus f k l æqualis angulo h k m per 8 p 1. Rursus si semidiametros l c, m c circuli l m ductas animo concipias: erũt triangula l k c, m k c æquilatera & æquiangula, & angulus l k c æqualis angulo m k c. Quamobrem si angulis f k l, h k m è concluso æqualibus addas angulos l k c, m k c æquales: totus angulus f k g æquabitur toti angulo h k g per 2 axio: & peripheria f g peripheriæ h g per 26 p 3] & est grad. 90 & 13 min. & 56 secun. & illud est quãtitas anguli h k g: & iã fuit angulus b k c 19 grad. quoniã est depressio solis: ergo remanet angulus h k b 71 grad. 13 min. 56 secun. sed angulus e k b est 90: quia rectus existit. Ergo remanet angulus e k h 18 grad. 46 min. 4 secun. Et quia linea k q diuidit eũ in duo media, & illud est manifestũ: [Quia enim e k, h k: item e q, h q æquãtur: illæ per 15 d 1, quia circuli e f g h sunt semidiametri: hæ per secundũ consectariũ 36 p 3, quia ab eodẽ puncto q peripheriã e f g h tangunt: & cõmunis est k q: æquabitur angulus e k q angulo h k q per 8 p 1. Quare angulus e k h bifariã sectus est per rectã q k] angulus igitur q k e est 9 grad. 23. mi. 2 secund. ergo angulus k q e est cõplementũ recti [per 32 p 1: quia angulus ad e rectus est per 18 p 3] & illud est 80 grad. 36 min. 58 secun. Chorda ergo eius, quę est linea e k, est 59 grad. 11 min. 48 secun. per quantitatẽ, qua est linea k q 60 grad. [ut monstrat tabula rectarũ subtensarũ in circulo.] Verum tamen per quantitatẽ, qua est linea k e 60 grad. erit q r k 60 grad. & 48 min. & quinq; sextorũ unius minuti: sed linea k r ex illis est 60 grad. ergo remanet r q 48 min. & 50 secun. & est illud ex miliaribus (quibus circumferentia terræ continet 24000) milliaria, 51 & 47 minut. & 34 secun. & 6 partes ex 11 partib. secundis. Et illud est ultimũ, ad quod eleuantur & perueniũt uapores ascendentes ex terra. Et illud est, quod uoluimus.



FINIS.

VITELLONIS THV-
RINGOPOLONI OPTI-
CAE LIBRI DECEM.

Instaurati, figuris nouis illustrati atque aucti: infinitisq; erroribus, quibus antea scatebant, expurgati.

A'

FEDERICO RISNERO.

BASILEAE.

FEDERICI RISNERI IN VITELLONIS OPTICAM PRAEFATIO AD ILLVSTRISSIMAM REGINAM Catharinam Mediceam, matrem regis Galliæ Caroli noni.

ALHAZENVS opticas suas opes, regina illustrissima, nostris laboribus uigilijsq; explicatas tibi nũcupauit: Vitello Alhazenũ ducem, quamuis antea sibi pro ignoto tacitoq; præteritum, attamen ueluti conscientia præeuntis in eo uirtutis permotus, consequitur, seq; Alhazeni discipulum esse confitetur. Etenim cum opticorum longè maximam nobilissimamq; partem, quam ex Alhazeno desumpsisset, tibi deuotam dicatamq; cerneret, qua tandem coloris specie purpuram eandem, aut quo aëris situ permutatã alijs pro sua uenditaret? Certè ingenua animi liberaliq; inductione tam præstantem patronam potius eandem adoptabit, seq; in regiæ maiestatis tuæ fidem clientelamq; conferet. Ergo iam liberius exponamus quis sit Vitello, & quid in tanto insuper opere contenderit. E' Sarmatarum gente (qui Poloni hodie nominantur) ille fuit. Ait enim libro 10 theoremate 74, in nostra terra scilicet Poloniæ habitabili, &c. Ideoq; in titulo optici operis cognominatur filius Polonorum & Thuringorum, patre uidelicet Polono & matre Thuringa, aut contrà procreatus: qualia cognomenta habent arabicæ inscriptiones Alhazenus filius Alhayzeni & similes. Regiomontanus autem in præfatione Alphragani uidetur eum Germanum efficere, inquit enim, Vitello autem noster Thuringus, &c. inq; eandem opinionem Gualtherus Regiomontani discipulus discedit, cum in suis obseruationibus astronomicis ait, & Vitello noster, &c. uterque tamen commune artis studium, non patriæ commune solum hic spectasse potuit. Sed de tempore, quo Vitello floruerit, res magis controuersa est. Tanstetterus in epistola opticis Vitellonis antea editis præposita opinatur Vitellonem annis abhinc sexcentis uixisse, sed opinione deceptus est. Nam frater Guilielmus de

Morbeta (cui Vitello opticam suam nuncupauit) uixit anno Christi 1269, ut ille ipse de Morbeta testificatur in sua geomantia (quam manuscriptam legimus) eodem etiam anno sectionibus octo collecta, magistroq; Arnolpho nepoti suo dedicata: & in hanc quoque temporis ætatem doctissimi uiri & excellentissimi mathematici Erasmus Reinholdus & Gasparus Peucerus Vitellonem retulerunt. Quapropter locupletioribus testimonijs cõstat Vitellonem incidisse in annum Christi circiter 1270, annis nempe anteactis propemodum trecentis. Verùm id de tempore. Locus autem, ubi studia hæc excoluerit, minimè uidetur Sarmatia fuisse. Quædã sunt in opticis notæ Vitellonem in Italiam uenisse, Italiæq; bibliothecis adiutum fuisse. Etenim Vitello ipse de se testis est libro 10 theoremate 42 se primùm omniũ in Italia ad Cubalum (qui locus est inter Paduam & Vincentiam) contemplatione aquæ tenuissimæ ac limpidissimæ ad opticas artes incensum atq; inflammatum esse: harum enim formarum intuitu (ait) & mirabili transmutatione primum nos amor huius studij allexit: & libro 10 theoremate 67, ubi scribit ex iride, quam in aqua è scopulo Viterbio proximo uehementius præcipitata sæpenumero uidisset, pleraſque iridis affectiones & proprietates sibi animaduersas & obseruatas esse: illud (inquit) nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti negotio studium applicaremus. At quòd Vitello in Italia, quòd Romæ tum cæteris liberalibus honestisq; studijs, tum uerò opticis operam nauarit, maius fortasse argumentũ uideatur, quòd Guilielmo de Morbeta (qui tum romani pontificis pœnitentiarum, ut appellant, Romæ agebat) suasore & hortatore, ut ipse in procœmio testatur, optica primũ conscribenda susceperit, eidemq; absoluta postea nuncuparit. Verumenimuerò fuerit Vitello Sarmata: uixerit tempore nõ admodum literarũ, præsertim tam reconditarum studijs dedito: bibliothecas Italię puluere obsitas, & in ijs sepultos opticos offenderit: attamen quid & quãtum uiribus ingenij perfecerit, pręclara eius monimenta sempiterno testimonio erunt: non solùm in physiologicis, quæ citat libro 5 theoremate 18, & libro 10 theoremate 80: in libris de ordine entiũ: de elementatis cõclusionibus, qui nominantur in præfatione & libro 1 theoremate 28: in libris de scientia motuum cœlestium,

lestiū, quos allegat lib. 10 theor. 53: sed multò maximè in decē libris opticis: quos, ut ex Alhazeno inprimis, deinde è grę corū authorū fontibus hauserit, certè mirandis accessionibus amplificauit. Alhazeni, Euclidis, Ptolemęi axiomata, hypotheses, theoremata omnia collegit: id laboris infiniti fuit. Sed ex Apollonio, Theodosio, Menelao, Theone, Pappo, Proclo & alijs firmamenta permultarū demonstrationū singulari iudicio repetiuit: singulari ordine, maximè naturali, persua genera, speciesq; opticā, catoptricā, mesopticā dispo suit, artēq; totā mirabiliter absoluit. Quid plura? Si artis opifex atq; author habendus sit, qui arti formā, animāq; dedit: Vitello iure optimo opticæ artis author habeatur. Atq; hæc quidē de Vitellone, eiusq; optico opere ita dicta sint: quid uerò ipse operæ, industriæ, ac diligētiæ in eo renouādo atq; instaurādo posuerim, quantūq; in eo restituendo cōformandoq; elaborarim, uix quenquā cogitaturū arbitror, nisi qui uetus exēplar cum nostro cōtulerit. Dicā parcè de me & breuiter. In Vitellone adhuc edito publicatoq; nullū omnino theorema fuit, in cuius demōstratione literæ nō fuerint multifariā permutatæ, nō alię pro alijs repositę: in pleriſq; etiam demonstrationibus ἐκθέσεις atq; expositiones nullæ fuerunt: uerba itē multa, imò uerò integræ etiā clausulæ, eæq; cōplures defuerūt: quæ omnia uetustis exēplaribus manuscriptis, quæ P. Ramus undiq; cōquisierat, adiutus restitui: & in uniuerso opere errata in rebus sentētijsq; 3645 (tot enim animaduertere potui) cęteraq; leuiora, quæ innumera fuerūt, correxi & emendaui. Sed præter literas in demonstrationibus transpositas, præter uoces plurimas, præter etiā totas sententias omissas, figuræ, quæ per se sine literis, sine uocibus, sine scriptis sententijs rem poterant intelligēti demōstrare, pleræq; erāt malè figuratæ, nec demonstrationibus cōgruētes, & quod etiam fœdius est, nō suis, sed alienis theorematis sæpius accōmodatæ: in quibusdam theorematis nullæ omnino fuerunt. Figuras igitur uniuersas de integro conformaui, studioseq; egi, ne qua istarum offensionum remora posset in reliquum optices studiosos remorari: postremò locos ueterum geometrarum & opticorum, unde pleraque desumpta essent, indicaui: denique neruis omnibus contendi, ut opticarum rerum fructus, quanticunque sint, qui sanè maximi sunt (ut Alhazeni præfatio iam prius attigit)

omnes certè non ſolum pleniores atque uberiores, ſed gratiores & faciliores eſſent. Quamobrem, illuſtriſſima regina, ſi laboribus noſtris uota reſponderint, ſpero opticæ artis ſtudioſos te ſummis ac ſempiternis laudibus in mathematico puluere ad cœlum elaturos eſſe: quòd tuis felicibus auſpicijs duos opticos excellentiſsimos Alhazenum & Vitellonem uelut ab inferis excitatos, & publicis priuatisq; ſcholis communicatos habeant.

ERRATA.

Primus numerus paginam, secundus lineam indicat.

Pagina 4. linea 36 lineæ. 10.44 post conuexã tolle comma. Ibidem, ultima, quolibet. Pag. 13 30 post angulo tolle b, & repone post angulus. Ibidem 45 post 17 p 6 adde, Et. 32.39 centrum. 35.51 suarum. Ibidem 55 rotundam. 37.34 post conica pone comma, & adde ubi: & post supremo dele comma. 48.8 proportionem. 54.56 Sint enim ut. 64.54 eidem. 65.ult. terreæ. 67.4 post basis tolle comma, & repone post superficie. 70.25 puncti. Ibidem 54 abscindatur. Pag. 74 in figura 37 theorematis ad concursum lineæ z z cum peripheria h l k pone literam f. Pag. 80.40 ductæ. Ibid. 48 suæ. 82.9 post participans adde de. 89.8 constantis. 90.12 post transiens adde per, & post huius dele comma. 91.2 possint. 92.ulti. pro formæ, forma. Pag. 95.1 pro perunitatem paruitatem. 111.43 utilibilium. 112.7 illarum. 122.10 quantitates. 132.46 diuersitatis. Pag. 141 in ultima figura ducantur lineæ g b & d b. 145.19 quæ. Ibidem 48 post possibile adde ut. 160.21 huius. 181.15 post usu adde ex. 195.25 linea. 200.14 patet. 204.43 lineæ. 222.56 post punctum adde literam e. 238.6 post a b k pone colon. 244.27 alterum signum parentheseos post circulum dele, & pone post circuli. Ibid. post cathetus tolle comma. Pag. 264 in figura continuetur recta z q in l. Pag. 266 figuræ 60 & 61 theorematum permutatæ sunt. 267.56 quomodocunque. 272.15 æquidistante. 282.49 pro 21,1. 290.ult. pro linea repone superficie. 295.24 in qua. 306.48 ergo perpendicularis. 312.40 post &, adde ducatur. 320.56 linea z h. 327.ulti. pro 2,3. 343.28 angulo b g d. 346.58 quodam arcu, simili arcui. Pag. 352 in prima figura litera è regione m obscurior, est r. Ibid. ult. linea uerò. 357.20 pro 11,1. Ibid. in figura litera proximè infra r in linea g r obscurior, est k. 358.43 linea. 326.16 primum signũ parentheseos ante quia inuersum corrige. Ibid. ult. lineæ x g ad lineam g s. 370.19 quod est c. 374.15 ipsa. 379.43 sitque. 380.46 p z k sint. 395.24 tolle literam m. 410.54 super. 415.48 post forma adde extenditur. 438.36 lineæ a k & a l. 472.42 disposita.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILIELMO DE MORBETA, VITELLO FILIVS THVRINGORVM ET *Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fælicem intuitum, & intellectum perspicuum subscriptorum.*

NIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi, ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium: me uoluntas quoq; tua arceat ab affectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori (dū ens intelligibile à primis suis prodiens principijs, entibus indiuiduis sensibilib. per modum causæ, actu mētis coniungeres, & singulorum causas singulas indagares) occurrit diuinarum uirtutum influentiam inferioribus rebus corporalib. per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partium uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis, contractam uirtutem participant, ut possunt: sicut & in alio substantiarum intellectiuarū ordine inferiores substantias per superiorum sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuscuiusque natura fert, per modum intelligibilium influentiarū fieri, mentis acumine perspexisti: Sic, ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita: quarum influentiarum diuinum lumen per modum intelligibilem est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponuntur. Corporalium uerò influentiarum lumen sensibile, est medium, superioribus corporib. perpetuis secundum substantiam solum in potentia ad ubi existentibus, infima corpora (quæ secundum formas, & ubi uariantur) mirificè assimilans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferiorum corporum se applicans, & secum delatas formas diuinorum & indiuisibilium artificum per modum diuisibilem caducis corporibus imprimens, suiq; cum illis incorporatione nouas semper formas specificas aut indiuiduas producens, in quibus resultat per actum luminis diuinum artificium tam motorum orbium quàm mouentium uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formæ actum habet: corporalibus dimensionib. corporum (quibus influit) se coęquat, & extensione capacium corporum se extendit: attamen quia fontem (à quo profluit) habet semper secundum suæ uirtutis exordium: prospicere dimensionem distantiæ (quæ est linea recta) per accidens assumit, sicq; sibi nomen radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali: superficierum uerò passio (quæ per terminantes lineas eis accidit) est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis: & rectis angulis radiorum perpendicularitas est causa. Obliquatio uerò irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causat angulos & obtusos: & secundum huiusmodi luminarium influentiæ uariantur. Cum itaq; tui solertis diligentia ingenij, secundum hæc, cœlestium influētiarum diuinam uirtutem respectu rerum capacium mutari prospiceret, & non solum secundum uirtutes agentes, sed secundum diuersitatem modi actionis, res actas diuersari uideret: placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusq; diligēti inquisitioni studiosam animam applicare. Libros itaq; ueterum tibi super hoc negotio perquirenti, occurrit tædium uerbositatis arabicæ, implicationis græcæ, paucitas quoq; exarationis latinæ, præsertim quia tibi commissum officiū pœnitētiariæ romanæ ecclesiæ, cuius curæ partem geris, credens plus intellectu practico quàm speculatiuo, pœnitētibus succurrere, se cohibuit à multitudine uidendorū:

malúisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succurrere, quam ipsorum hominum ignorantias releuare: meq; putans uacare otio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisq; materijs mihi nondum cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negotij, quòd de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, præsentisq; operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus (quibus hic impar, fateor) adij conscribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in contrarium & in sensum, & quòd lumen sit primum omnium formarum sensibilium, quodq; rerum sensibilium omniū causas efficientes intendamus perquirere, quarum plurimas differētias uisus nobis ostendit: prę missorum per modum entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiris, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negotiū, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantibus, quorum & ego nominationem (ut placitam) approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultissimum pertractādum, ut opus præsens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quòd enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Sensus enim præsentia nihil addit actionibus naturalium formarum. Omnem itaq; modum uisionis mathematica uel naturali demonstratione tranicurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meę possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidēdi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radijq; uisuales non exeunt ad capessendas formas rerum. Vnde si præsentiæ formarum diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, impriment quātum possunt. Tu itaq; ut delideriorum omnis scientialis, boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultum inueneris, perspicaciori ingenio moderetis.

[*Sequentia desunt in uetusto exemplari.*]

TOTIVS OPERIS IN DECEM

Libros diuisio, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS *itaq; negotium decem libris partialibus duximus distinguendū. Volentes enim omne ens uisibile, ut suæ uisibilitati passio accidit, mathematica demonstratione concludere, & hactenus (ut nobis est possibile) certius ambulare: librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his, quæ ex elementis Euclidis, & paucis, quæ ex conicis elementis Apollonij Pergæi dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu post modum patebit. In primo itaque huius scientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria: & in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Apollonio, declaramus. Plurima tamen & horum, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis usa sunt, & quæ ad nos peruenerunt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo libro, de modo projectionis radiorum per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporum diuersas: necnon de projectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his, quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ fiunt non existente sensu. In tertio uerò libro de organo uisus, deq; essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia opticorum. In quarto quoque libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uisui secundum directum modum uidendi per unum medium siue sint passiones mathematicæ, siue etiam naturales. In quinto autē libro nos ad alium modum uidendi, qui fit per reflexiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, transferentes, tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphæricū, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim sunt omnia specula, à quibus*

regularis

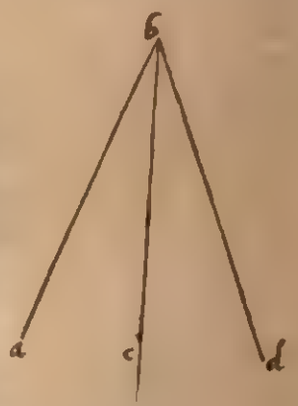
regularis poteſt fieri reflexio, ut nos declarabimus ſuo loco: nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolùm corpora polita artificio, ſed potius per naturam. Quia dum demonſtrationem his ſpeculis applicamus, naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quòd enim in artificialib. corporibus exemplariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculorum diſcurrimus, cæleſtes & omnes naturales influentias à ſubiectis corporibus ſub quodam reflexionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuerſitatibus latens eſt naturæ operatio: & ab eiſdem agentibus, ſecundum huius diuerſitatis modum, ſit diuerſitas formarum, & accidit uiſibus, ſi ad locũ reflexionis deueniant, ut ad ipſos fiat reflexio quoniam uiſibus, ut quodam poſteriori formis naturalibus & corporibus exiſtentibus, ipſorum præſentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; ſpeculorum communes paſſiones, & omnes proprietates ſpeculorum planorum in quinto libro propoſuimus. In ſexto uerò libro demonſtrauimus paſſiones, quæ accidunt uiſibus & rebus ex reflexione factæ à ſpeculis ſphæricis conuexis. In ſeptimo uero poſuimus paſſiones accidentium à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis: & hæc duo ſpecula ſimul coniunximus propter conformitatem plurium paſſionum. In octauo, de reflexionibus, quæ ſiunt à ſpeculis ſphæricis concauis, prolixius tractauimus. In nono quoq;, de his, quæ fiunt à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis: & in eodem de ſpeculis quibuſdam irregularibus, à quorum totali ſuperficie ſit reflexio lucis & uirtutis ad punctum unum (quæ ſpecula comburentia dicimus) adiunximus tractatum. In decimo uerò libro huius ſcientiæ, egimus de tertio modo uidendi, qui eſt per medium alterius diaphani, ut cum per aerem ſit uiſio, ſub aqua, uel ſub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uiſui: nam & ſi uiſus non fuerit, eædem paſſiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus paſſionem ſolis uiſui accidentem ex diuerſitate mediorum, ut eſt impreſſio arcus damonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præſenti ſcientia ortum habet: ſicq; quaſi omnium uiſibilium generalibus paſſionibus pertractatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmiſſis, quòd triplex eſt modus uidendi: quidam per unum medium tantùm, qui eſt uiſio directa: quidam uerò per reflexionem formarum uiſibilium à corporibus politis: quidam uerò per refractionem formarum uiſibilium propter diuerſitatẽ mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi ſignũ ſunt tripliciis actionis formarum & omnium uirtutum cæleſtium & naturalium. Quædam enim agunt directè in obiectum ſuſceptibile, & hæc actio eſt fortior, quoniam eſt directè intenta per naturam, & fit ſecũdum lineas rectas. Accidit aũt illi uirtuti corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipſo acto: ſol enim non adeò calefacit remotiora, ſicut propinquiora calefactibilia, quæ ſunt eiuſdem diſpoſitionis. Alia uerò naturalis actio fit per reflexionem à corporibus aliis, ut radij ſolis à corpore lunæ reflectuntur. quamuis enim propter raritatẽ lunaris corporis quiddam ſolaris tranſeat uirtutis: plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à ſpeculo ſphærico conuexo. Eſt ergo illi actioni conueniens omne, quod diximus in paſſionibus ſpeculorum, aſſimilante ſe figura corporis (à quo fit reflexio) figuræ ſpeculari. Tertia uerò maneries naturalium actionum, eſt per plura media diuerſorum diaphanorum, quæ ſimiliter in ſuo modo agendi diuerſitatem accipit, quam uiſibus accidere diximus. In his itaq; naturalib. actionibus uiſus ſignum eſt, non cauſa, niſi fortè deceptio ſit per ſe proueniens in uiſu: quoniam non exiſtente perceptione uiſiua, eodem modo ſunt omnium naturalium actionum. His itaque præmiſſis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro elementorum Euclidis arguimus, ſola nominatione numeri libri & theorematis contenti ſumus: dum uerò aliquid ex hoc noſtro libro adducimus, & numerum & theorema huius libri nominamus.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

VAE uerò per modum principiorum huic primo libro præmittimus, sunt ista. 1. Cathetum dicimus lineam perpendicularē super superficiem aliquam, erectam. 2. Polum dicimus omnem punctum lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. 3. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 4. Lineam cōcauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. 5. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planam superficiē in puncto suæ incidentiæ superficiem conuexam uel concauam contingentem est erecta. 6. Circuli seinuicem secantes dicuntur, quorum diametris est aliqua linea communis, uno reliquum non continente. 7. Circulus magnus sphęræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. 8. Minor uerò circulus sphæræ dicitur, qui neque transit centrum sphæræ, neque diuidit ipsam in duo æqualia. 9. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. 10. Sphæras uel circulos se inuicem continentes, ęquidistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauum maioris sunt æquales. 11. Sphæras se inuicem cō tingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus nō secant. 12. Sphęras seinuicem intersecantes dicimus, cùm sphęris se non continentibus, diameter unius per alteram resecatur. 13. Sphęras intrinsecus se intersecantes dicimus, quarum maior pars unius in altera continetur. 14. Superficiem planam sphæram contingere dicimus, quæ cum sphæram tangat, ad omnem partem educta, non secat. 15. Denominatio proportionis primi ad secundum, dicitur quantitas, quę ducta in minorem producit maiorem: uel quæ maiorem diuidit secundum minorem. 16. Proportio dicitur componi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationum illarum proportionum, unius in alteram.

PETITIONES.

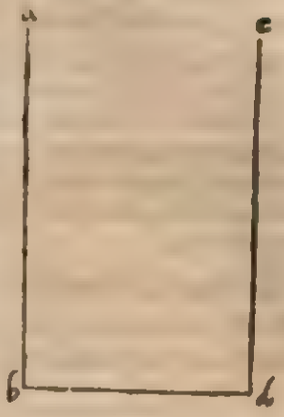


Petimus autem hæc. 1. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum: ut si anguli a b c, & c b d sint æquales, & linea a b & b d sint æquales: tantum distabit linea a b à linea b c, quātum linea b d distat ab eadem linea b c. 2. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. 3. Item, cum duæ planæ superficies se contingunt, unā ex eis fieri superficiem. 4. Item duas planas superficies corpus non includere. 5. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere denominationes.

THEORE-

THEOREMATA

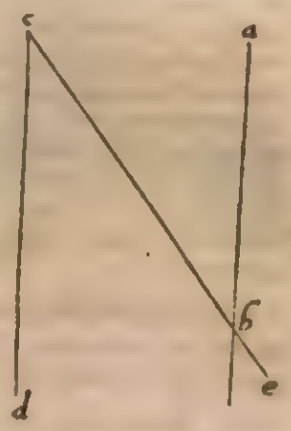
1. Omnes lineæ æquidiſtantes in eadem ſuperficie plana neceſſariò conſiſtunt. E' 35 definit. 1 element.



Sint duæ lineæ æquidiſtantes, quæ a b & c d utcunque diſpoſitæ: dico quòd ipſæ ſunt in eadem ſuperficie plana: copulentur enim per lineam b d. Quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur: palàm quoniam ipſæ ſunt in eadem ſuperficie per 2 p 11. Similiter, quia lineę c d & b d angulariter coniunguntur, erunt ipſæ in eadem ſuperficie: Sed linea b d eſt in una tantum ſuperficie plana, quoniam ipſius partem eſſe in ſublimi, partem in plano, eſt impoſsibile p 1 p 11. Palàm ergo, quoniam lineę a b & c d neceſſariò conſiſtunt in eadem plana ſuperficie contenta inter eas & inter lineas, extremitates illarum linearum copulantes: quod eſt propoſitum.

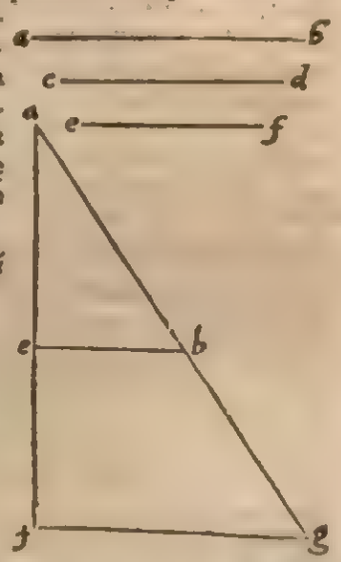
2. Lineam à puncto unius linearum æquidiſtantium in eadem ſuperficie protractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere eſt neceſſe. Lemma Procli ad 29 p 1 element.

Sint duæ lineæ æquidiſtantes, quæ a b & c d: quarum unam, ſcilicet a b, ſecet linea b e in puncto b. Dico, quòd linea b e ſecabit etiam lineam c d. Quia enim linea c d indefinitæ quantitatis eſſe ſupponitur, protrahatur uerſus ipſam linea b e: quę ſi concurrit cum c d, habetur propoſitum. Si non concurrat: palàm per definitionem æquidiſtantium linearum, quoniam linea b e eſt æquidiſtans lineæ c d: & quia lineæ a b & b e ambę ſunt æquidiſtãtes lineę c d: erit per 30 p 1 linea e b æquidiſtans lineę a b: ſed palã ex hypotheſi, quoniam concurrunt, ut in puncto b: non ergo æquidiſtat linea b e lineę c d: ergo neceſſariò cõcurrit linea b e cum linea c d: quod eſt propoſitum.

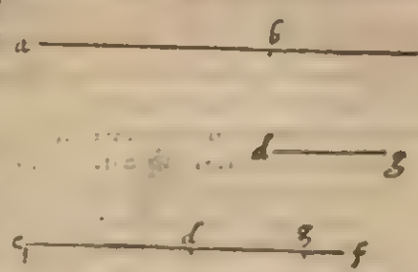


3. Datis tribus lineis, cuilibet tertiæ ſecundum proportionẽ aliarum duarum proportionalem inuenire. E' 12 p 6 element.

Sint datæ tres lineæ, quę ſint a b, c d, e f, quarum uni ut a b, ſecundum proportionem aliarum duarum, quę ſunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaque lineæ æquales duabus lineis, quæ ſunt c d & e f, ab una linea continua abſcindantur, quę ſit a e f per 3 p 1, & illi lineę a e f angulariter tertia data ſcilicet a b coniungatur in puncto a: & à puncto communi diſtinguẽte duas lineas reſectas, (quod ſit punctum e) ducatur linea e b ad extremitatem tertię datarum, quę eſt a b: & à puncto f ducatur linea æquidiſtans lineę e b per 31 p 1, quę ſit f g. Deinde protrahatur linea a b in cõtinuum & directum, quouſque ſecet lineã f g: ſecabit aũt per præmiſſam: ſit itaq; punctus cõcurſus g. Dico, quod per 2 p 6 eadem eſt proportio lineę a b ad lineam b g, quę eſt lineę a e datę ad lineam e f datam. Similiter quoq; de qualibet aliarum reſpectu reliquarum duarum demonſtrari poteſt: patet ergo propoſitum.



4. Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis, æqualiũ linearum facta fuerit additio: maioris ad minorẽ minuitur proportio. Ex 8 p 5 element.

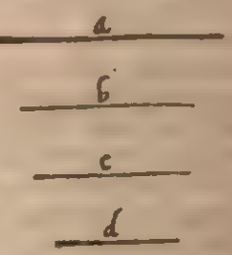


Sint duæ lineæ a b & c d inæquales, notæ proportionis: ſitq; linea a b maior quàm linea c d: addatur quoq; linea b e ipſi a b, & linea d f ipſi c d: ſintq; lineę b e & d f æquales. Dico, quòd minor eſt proportio lineę a e ad lineam c f, quàm lineę a b ad lineam c d. Quoniam enim datę ſunt tres lineę, quę ſunt a b & c d & b e: inueniatur per præcedẽtem linea proportionalis lineę b e, ſecundum proportionem linearum a b & c d, quę ſit d g. Quia ergo linea a b eſt maior quàm linea c d, patet, quia linea b e eſt maior quã linea d g: ergo & linea d f eſt maior quã linea d g. Abſcindatur ergo per 2 p 1 è linea d f æqualis ipſi d g. Quia ergo eſt proportio lineę a b ad lineam c d, ſicut lineę b e ad lineam d g: erit per 15 p 5 proportio totius lineę a e ad totalem lineã c g, ſicut lineę a b ad lineam c d: ſed per 8 p 5 minor eſt proportio lineæ a e

ad lineam c f maiorem, quàm ad lineam c g minorem: est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d, quàm lineę a e ad lineam c f: & hoc est propositum.

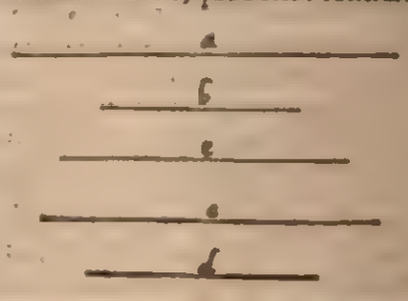
5. Cum fuerit proportio primi ad secundum, tanquam tertij ad quartũ: erit è contrario proportio secundi ad primum, sicut quarti ad tertium. E` 13 def. & consectario 4 p 5 element.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum: & sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico, quòd erit è contrario proportio b ad a, sicut d ad c. Quoniam enim est proportio a ad b, sicut c ad d: erit per 16 p 5 permutatim proportio a ad c, sicut b ad d: est ergo proportio b ad d, sicut a ad c: ergo iterum per 16 p 5 erit permutatim proportio b ad a, sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum, sicut quarti ad tertium: quod est propositum.



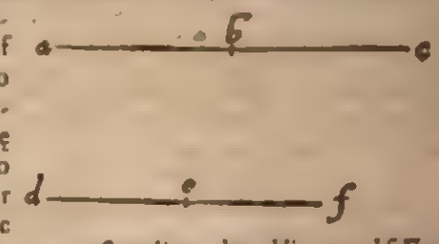
6. Cum fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secundã maior, quã tertiæ ad quartam: erit è contrario minor proportio secundæ ad primam, quàm quartæ ad tertiam. 26 p 5 element. in Campano.

Esto proportio lineæ a ad lineam b maior, quàm lineæ c ad lineam d. Dico, quòd erit è contrario minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm lineæ d ad lineam c. Sit enim per 3 huius, ut, quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b. Quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b, quàm lineæ c ad lineam d ex hypothesi: patet, quòd minor est proportio lineæ e ad lineam b, quàm lineę a ad lineá b: ergo per 10 p 5 linea a est maior quá linea e. Et quia est proportio lineæ e ad lineam b, sicut lineę c ad lineam d, erit per præmissam eadem proportio lineę b ad lineá e, quę lineæ d ad lineam c. Est autem per 8 p 5 minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm ad lineam e: est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a, quàm lineę d ad lineam c: quod est propositum.



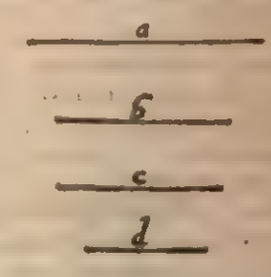
7. Si quatuor quantitatum proportionalium prima fuerit maior quã secunda, & tertia maior quã quarta: erit euersim eadem proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam. E` 16 definit. & consectario 19 p 5.

Sint quatuor lineę proportionales a c primá: b c secunda: d f tertia: & e f quarta. Sitque linea a b maior quàm linea b c, & linea d f maior, quàm linea e f: excedat quoque linea a c lineam b c, in linea a b, & linea d f lineam e f, in linea d e. Dico, quòd eadem erit proportio lineę a c ad lineam a b, quę lineę d f ad lineam d e. Quoniam enim est proportio lineę a c ad lineam b c, sicut lineę d f ad lineam e f: est ergo per 16 p 5 permutatim proportio lineę a c ad lineam d f, sicut lineę b c ad lineam e f: ergo per 19 p 5 erit proportio lineę a b ad lineam d e, sicut lineę a c ad lineam d f: ergo per 16 p 5 erit proportio lineę a b ad lineam a c, sicut lineę d e ad lineam d f. Ergo per 5 huius erit proportio lineę a c ad lineam a b, sicut lineę d f ad lineam d e: quod est propositum.



8. Si quatuor quantitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta: erit maior proportio primæ ad quartam, quàm secundæ ad tertiam. Consectarium ex 8 p 5 element.

Sint quatuor lineę a, b, c, d: & sit a prima maior quàm b secũda, & sit c tertia maior, quàm d quarta. Dico, quòd maior est proportio lineæ a, ad lineam d, quàm lineę b ad lineam c. Quia enim linea c est maior quam linea d ex hypothesi: patet per 8 p 5: quoniam maior est proportio lineę a ad lineam d, quàm ad lineam c: minor uero est proportio lineę b ad lineá c, quàm lineę a, ad lineam c per eandem 8 p 5: quoniam ut præmissum est, linea a est maior quàm linea b. Et quoniam quicquid est maius maiore, est maius minore: patet, quòd maior est proportio lineę a ad lineam d, quàm lineę b ad lineam c: patet ergo propositum.

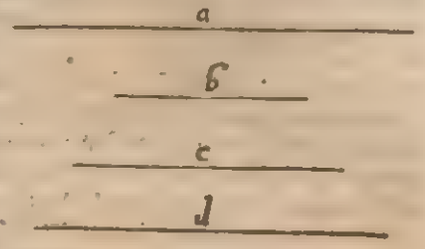


9. Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior quàm tertia, & secunda minor quàm quarta: maior erit proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Consectarium ex 8 p 5 element.

Sint quatuor lineę a prima: b secũda: c tertia: d quarta: sitq; a maior quàm c, & sit b minor quã d.

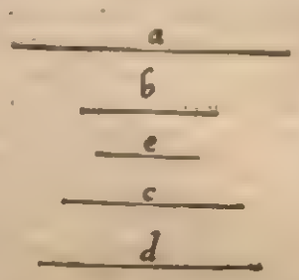
Dico,

Dico, quòd maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Quoniã enim lineã a est maior quàm linea c, patet per 8 p 5, quoniã maior est ꝓportio lineę a ad lineã b quàm lineę c ad lineam b: sed quia ex hypothesi linea b est minor quàm linea d: patet per 8 p 5, quoniam maior est proportio lineæ c ad lineam b, quàm ad lineam d. Est ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineã b secũdã, q̃ lineæ c tertię ad d quartã: & hoc est propositũ.



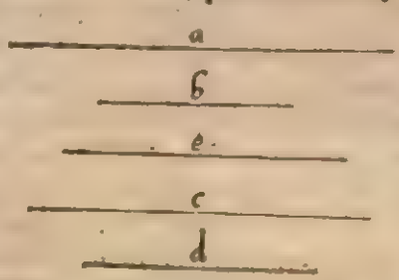
10. Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio prima ad secundam, quàm tertia ad quartam: erit permutatim maior proportio prima ad tertiam, quàm secunda ad quartam. E` 12 definit. 16 p 5. 27 p 5 elem. in Campano.

Sint quatuor lineæ a, b, c, d: sitq; proportio a ad b maior, quàm c ad d. Dico, quòd erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineę b ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineæ e ad lineã b, sicut lineæ c ad lineam d: erit ergo ex hypothesi & ex 10 p 5 linea e minor quã linea a: ergo per 8 p 5 maior est proportio lineæ a ad lineam c, quàm lineæ e ad lineam c. Est autem ex præmissis & per 16 p 5 proportio lineę e ad lineam c, sicut lineę b ad lineam d. Palàm ergo, quoniã maior est proportio lineę a ad lineã c, quàm lineę b ad lineã d: quod est propositum.



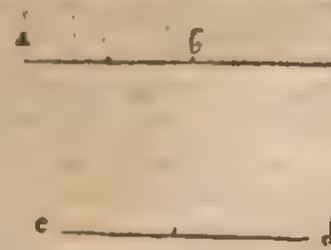
11. Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio prima ad secundam quàm tertia ad quartam: erit coniunctim maior proportio prima & secunda ad secũdam, quàm tertia & quarta ad quartã. E` 14 definit. 18 p 5 element. 28 p 5 ele. in Campano.

Esto quatuor linearum a, b, c, d maior proportio a ad b, quàm c ad d. Dico, quòd totius lineę a b ad lineã b maior erit proportio, quàm totius lineę c d ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineę e ad lineam b, quæ lineę c ad lineam d: est ergo ex hypothesi maior ꝓportio lineę a ad lineam b, quàm lineæ e ad lineam b: ergo per 10 p 5 linea a est maior quàm linea e. Tota ergo linea a b est maior quàm tota linea e b: ergo per 8 p 5 maior est proportio totius lineę a b ad lineã b, quàm totius lineę e b ad lineã b: per 18 uerò 5 est proportio lineę e b ad lineam b, quę lineę c d ad lineam d: est enim ex pręmissis proportio lineę e ad lineam b, sicut lineę c ad lineam d. Est ergo maior proportio lineę a b ad lineã b, quàm lineę c d ad lineam d: quod est propositum.



12. Si quatuor quantitatum proportio prima & secunda ad secundam sit maior, quàm tertia & quarta ad quartam: erit disiunctim maior proportio prima ad secundam, quàm tertia ad quartam. E` 15 definit. 17 p 5 element. 29 p 5 elem. in Campano.

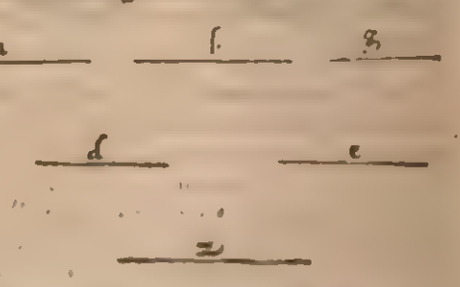
Sit proportio totius lineę a b ad eius partem lineam b maior, quàm totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, quòd erit disiunctim proportio lineę a ad lineam b maior, quàm lineę c ad lineam d. Sit enim per 3 huius proportio lineę e b ad lineam b, sicut lineę c d ad lineam d: erit ergo ex hypothesi maior proportio lineę a b ad lineam b, quàm lineę e b ad eandem lineam b: ergo per 10 p 5 erit linea a b maior quàm linea e b: ablata ergo utrobique lineã b communi, relinquitur linea a maior quàm linea e. Est ergo per 8 p 5 maior proportio lineę a ad lineam b, quàm lineę e ad eandem lineam b: sed per pręmissa est proportio lineę e b ad lineam b, sicut lineę c d ad lineam d: ergo per 17 p 5 est proportio lineę e ad lineã b, sicut lineę c ad lineam d. Erit ergo maior proportio lineę a ad lineam b, quàm lineę c ad lineam d: & hoc est propositum.



13. Quarumlibet trium quantitatum quocunq; ordine disp̃ositarum, quarum media ad utramq; extremarum nota sit proportio: erit proportio prima ad tertiam composita ex proportione prima ad secundam, & secundæ ad tertiam. Ex quo patet, quòd proportio extremorum ad inuicem componitur semper ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema. E` schelio Theonis

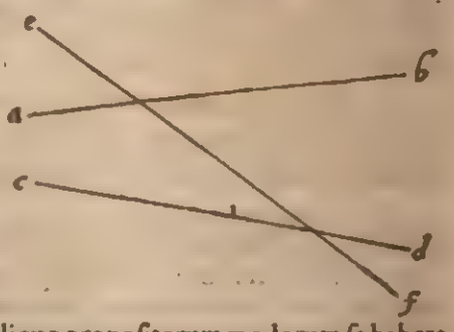
lio Theonis ad 5 definit. 6 element. & commentarijs in 1 librum magnæ cõstructionis Ptolemæi. Item è commentarijs Eutocy in 8 theor. 2. de sphæra & cylindro Archimedis.

Sint extra gradus tres lineæ, quæ a,b,g, quarum prima (quæ est a) sit maior quàm media (quæ est b) & b sit maior quàm tertia, quæ est g: sitq; ipsius b ad ambas extremas proportio nota. Dico, quòd proportio lineæ a ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex proportione lineæ b ad lineam g. Quoniam enim proportio lineæ a ad lineam b est nota: sit quantitas d denominatio illius proportionis: & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota: sit denominatio illius proportionis quantitas e: & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineam g. Dico, quòd ex ductu e in d fit z. Quoniam enim per 15 definitionem huius ex ductu z denominationis proportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem, quàm sit a, fit linea a: & similiter ex ductu d in lineam b fit linea a: ponatur itaq; z primum & d secundum, linea b tertiũ & linea g quartũ. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu primi in quartum, est æquale ei, qđ fit ex ductu secũdi in tertium: patet per 16 p 6 quoniam est proportio primi ad secundum, sicut tertij ad quartum: est ergo proportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g: ergo denominatio proportionis z ad d ex 5 suppositione est eadẽ cum denominatione proportionis lineæ b ad lineam g: sed denominatio proportionis lineæ b ad lineam g est quantitas e: ergo denominatio proportionis z ad d est idẽ e: ergo ex ductu e in d fit z. Quia ergo denominatio proportionis lineę a ad lineam g, quæ est z, producitur ex ductu denominationis proportionis lineæ a ad lineam b in denominationem proportionis lineæ b ad lineam g: patet per 16 definitionem huius, quoniam proportio lineæ a primæ ad lineam g tertiam componitur ex proportione lineæ a primæ ad lineam b secundam, & ex proportione lineæ b secundæ ad lineam g tertiam: quod est propositum primum. Eodem quoq; modo potest faciliter demonstrari de quotcunq; medijs inter quęlibet duo extrema collocatis: semper enim proportio extremorum ad inuicem componitur ex omnibus proportionibus mediorum ad inuicem, & ad ipsa extrema. Similiter demonstrandum uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum: patet ergo propositum.



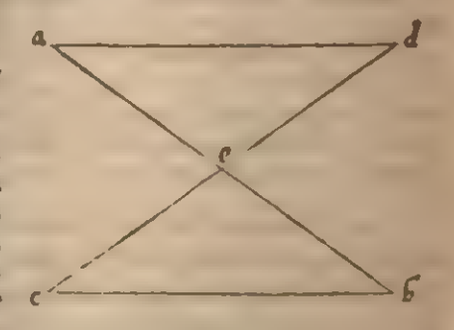
14. Si linea recta super duas rectas ceciderit, fecerit q; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco: illas duas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uerò partem impossibile: & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorum se habere. E 27.28 p 1 element. Lemma Procli ad 16 p 1 elem.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundum quod proponitur. Dico, quoniam lineæ a b & c d concurrent. Si enim nõ concurrant, patet quod sunt æquidistantes: ergo per 29 p 1 sequitur contrarium hypothe. quòd est inconueniens: concurrunt ergo. Ad partem uerò minorum angulorum cõcurrere est necessarium: quoniam si ad partem maiorum angulorum concurrant, sequetur angulum extrinsecum trigoni contenti fieri minorẽ angulo intrinseco: & est contra 16 & 32 p 1. Et quia per præmissas probationes ad partes minorum angulorum concurrunt: si ex concesso ad partes maiorum angulorum concurrerent, sequeretur duas rectas lineas superficiem includere: quod est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorum concurrant: quod est propositum primum. Sed & si detur, quòd illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositorum modorum se habere per 32 p 1: patet ergo totum, quod proponebatur, seruata semper hypothesi.



15. Cum lineis, se inter duas lineas æquidistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus, ex utraq; parte sectionis partes eiusdẽ lineæ inter se fuerint æquales: necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

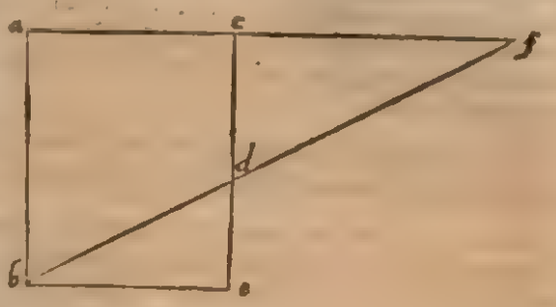
Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquidistantes, à quarũ terminis producũtur, quę sint a d & c b, secent se in puncto e, ita, quòd linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, quòd linea a d est æqualis lineæ c b. Quoniam enim per 15 p 1 angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4 p 1 linea a d æqualis lineæ c b: quod est propositum.



16. Si

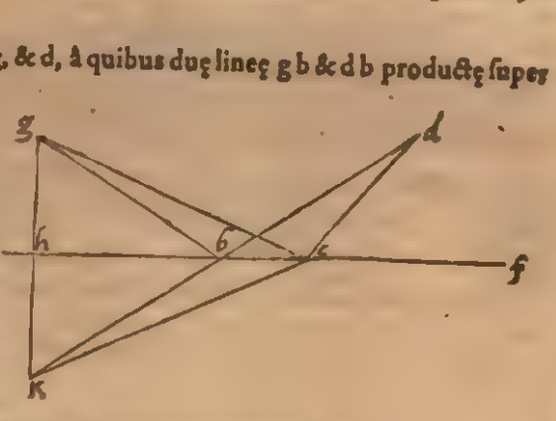
16. Si per terminos duarum linearum æquidistantium & inæqualium, rectæ producantur, illæ ad partem minoris lineæ concurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes & inæquales: sitq; linea c d minor quàm linea a b: producáturq; per terminos ipsarum, lineę a c & b d. Dico, quòd illæ lineæ a c & b d concurrent ultra lineam c d. Producatur enim linea c d ultra punctum d ad punctum e, fiatq; per 3 p 1 linea c e æqualis lineę a b, & ducatur linea b e. Hic itaque linea b e per 33 p 1 est æquidistans lineę a c: ergo per 2 huius cum linea b d concurrat cum linea b e in puncto b: patet, quòd ipsa concurret cum linea a c, quę æquidistat lineę b e: sed & ad partem lineę c d, quę est minor quàm linea a b, concurrere est necesse per 14 huius, uel per 2 p 6: patet ergo propositum: punctus enim concursus eius, (qui sit f) erit ultra lineam c d.



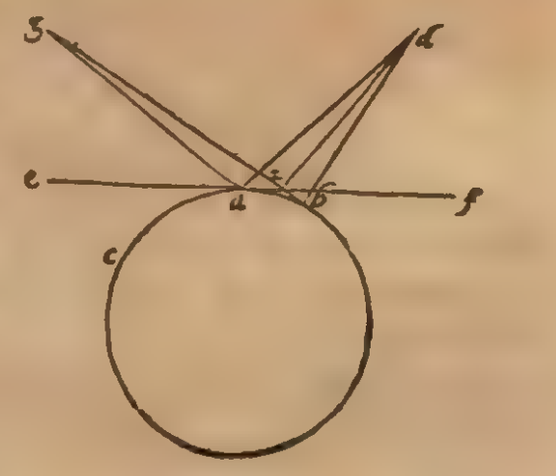
17. Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales, simul iunctis.

Sit linea recta, quę a b c f: & sint duo puncta g, & d, à quibus duę lineę g b & d b productę super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, quòd si à púctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f (quod sit e) lineę ductę contineant inęquales angulos, ita, ut angulus g e a sit minor angulo f e d: quòd lineę g b & b d simul iunctę sunt minores duabus lineis g e & d e simul iunctis. Ducatur enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12 p 1, quę sit g h: & producatur linea g h ultra punctum h: & producatur d b, donec concurrat cum linea g h producta: concurrent autem per 14 huius: sit ergo punctus concursus k: & coniungatur linea k e. Et quoniam angulus d b e est æqualis angulo g b h ex hypothesi, & angulo h b k, ex 15 p 1: palàm, quòd angulus h b k est ęqualis g b h: sed anguli g h b & k h b sunt ęquales: quia recti: ergo per 32 p 1 trigoni g h b & k h b sunt ęquianguli. Ergo per 4 p 6, cum linea h b sit communis & ęqualis sibijpsi, erit linea g b ęqualis lineę k b, & linea g h ęqualis lineę h k. Et eadem ratione per 4 p 1 erit linea g e ęqualis lineę k e. Quia uerò per 20 p 1 linea k d in trigono k d e minor est ambabus lineis d e & k e simul iunctis, & linea g b ęqualis est lineę b k, & linea g e ęqualis est lineę k e: palàm, quia ambę lineę g b & d b simul iunctę, minores sunt ambabus lineis d e & g e simul iunctis. Similiter quoque de quibuscunque lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandum: patet ergo propositum.



18. Linea recta continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales, simul iunctis.

Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineę d a & g a, continentes angulos ęquales, ita, ut angulus c a g sit ęqualis angulo b a d. Dico, quòd si ducantur alię lineę à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inęquales cum linea a b c: quòd ambę lineę g a & d a simul iunctę erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iũctis. Ducatur enim linea e f, cõtingẽs

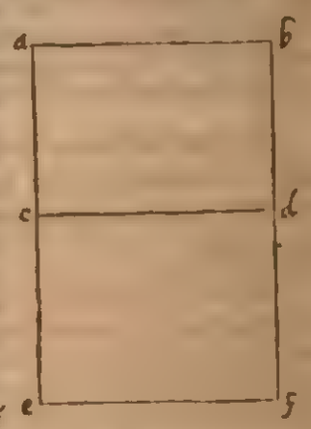


arcum

arcum a b c in puncto a per 17 p 3: anguli ergo contingentiæ, qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 16 p 3: sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi: erunt ergo anguli g a e & d a f æquales. Et ad punctum, ubi linea g b secat lineam e f (quod sit z) ducatur linea d z: ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z: cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16 p 1. Sed linea g b est maior quàm linea g z, ut totum parte, & linea d b est maior quàm linea d z per 19 p 1, quoniam angulus d z b est maior angulus sui trigoni. Patet ergo propositum in arcu circuli conuexo: & eodem modo demonstrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali sectione secũdum ipsius conuexum: patet ergo propositum.

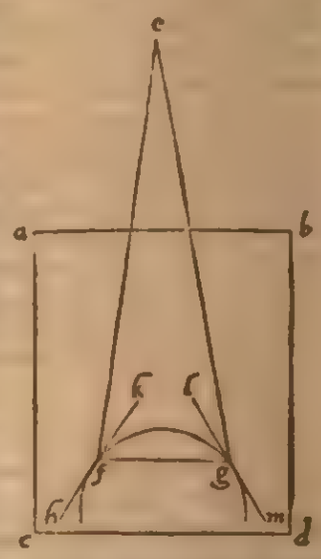
19. Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est, ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent. E 3 p 11 element.

Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f: in quarum utraque sit linea c d. Dico, quòd illæ duæ superficies secant se super lineam c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineam c d, ut ad communem terminum per modum unius superficiei continuè copulentur: tunc patet, quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies: quod est contra hypothesim. Quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminum copulentur: palàm per 3 p 11, cum ipsæ ad inuicem se secent, quòd ipsis aliqua linea est communis. Aut ergo secant se super lineam c d: & habetur propositum: aut super aliam quamcunque datam: & tunc, cum illa sit ambabus propositis superficiebus communis per prænominatam 3 p 11, & eisdem sit linea c d communis ex hypothesi: sequetur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacentes corpus includat: quod est impossibile, & contra 4 suppositionem huius: patet ergo propositum.



20. Ab uno puncto in aere dato, super unamquamq; substratã planam uel conuexam superficiem, una tantũ perpendicularis duci potest. E 11 & 13 p 11 elem.

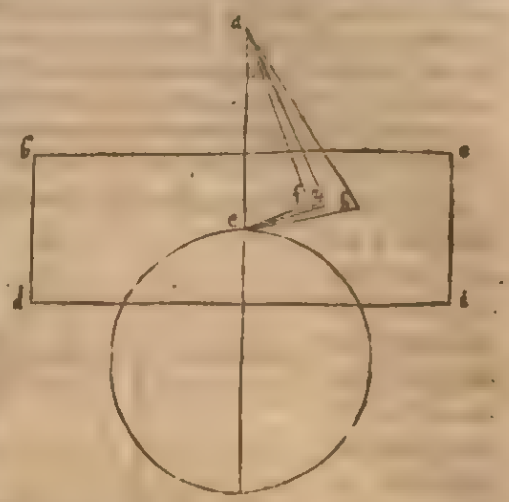
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aere punctus e. Dico, quòd à puncto e ad substratam superficiem, unam tantùm perpendicularem duci est possibile. Si enim possibile, sit ut super superficiem planam datam, quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sint e f & e g. Quia itaq; lineę e f & e g angulariter cõiunguntur in puncto e, patet per 2 p 11, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie: & quoniam lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, erecta super superficiem a b c d. Huius itaq; superficiei & superficiei a b c d communis sectio est linea f g per præmissam: in trigono itaque e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per definitionem lineæ erectæ super superficiem 3 definit. 11: hoc autem est impossibile, & contra 32 p 1. Hoc autem etiam patet in superficiebus conuexis: quia enim, per 5 definitionem huius omnis linea perpendicularis super quamcunque superficiem conuexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam conuexam, superficiem in puncto incidentię lineę illius contingentem: patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphærica cõuexa, in qua sit arcus f g: sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea l g m. Palàm ergo ex præmissis, quia anguli e f k & e g l sunt recti. Producta quoq; chorda f g: palam quia anguli e f g & e g f sunt maiores duobus rectis, quod est impossibile. Non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiẽ planam uel conuexam. Patet ergo propositum: quoniam in quibuscunque alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.



21. Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis. Alhazen 5 n 5.

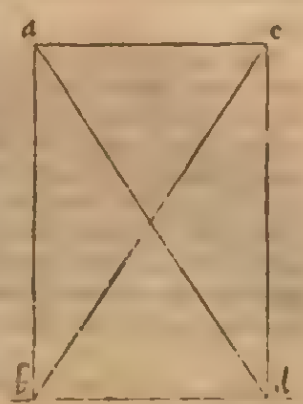
Esto superficies plana b c d i: & punctum extrà signatum a, à quo ducantur plurimæ lineæ ad superficiem datam, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, quòd linea a e est omnium aliarum breuissima. Ducantur enim lineæ e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia. Palam itaque (cum per 32 p 1 angulus rectus sit maior in qualibet trigono orthogo-

orthogonio) quoniam linea a e per 19 p 1 breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiam aliarum quarumcunq; sic productarum: patet ergo propositum in planis. Sed & in conuexis patet idem: quoniam si perpendicularis super conuexam superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingens superficiem conuexam secundum punctũ e, ducanturq; lineæ a f, a g, a h super superficiem planam: erunt omnes illę maiores perpendiculari: ergo eædem productæ ad superficiem conuexá sunt multo maiores: patet ergo propositum.



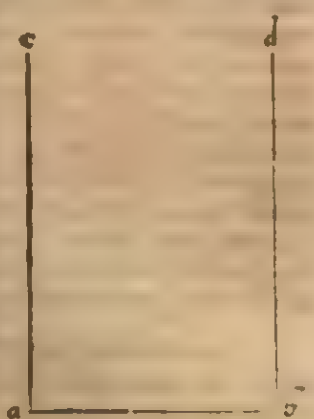
22. Ducta linea à supremo termino lineæ super superficiem erectæ, ad lineam perpendicularẽ cuicunq; lineæ à puncto incidẽtiæ lineæ erectæ in subiecta superficie protractæ: necesse est protractã lineam superiacenti perpendicularem esse. Lemma ad 37 theorema opticorum Euclidis: item 42 theor. 6 libri μαθηματικῆς συναγωγῆς Pappi.

Sit punctũ in aere datum, quod sit a, à quo ad superficiem planã subiectam, quæ sit b c d, erigatur linea per 12 p 11, quæ sit a b, incidens datæ superficiei in puncto b: & in superficie b c d ducatur linea d c, ut placuerit, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam d c, quæ sit b d: & copuletur linea a d. Dico, quòd a d est perpendicularis super lineã d c. Sumatur enim in linea d c quodcunq; punctũ, ut c, & ducantur lineæ a c, b c. Quia itaq; linea a b est erecta super superficiẽ b c d, patet p definitionẽ lineę erectę 3 defin. 11, quoniã angulus a b c est rectus: ergo p 47 p 1, quadratũ lineę a c est æquale duob. quadratis linearũ a b & b c: sed & quadratũ lineę b c est æquale duob. quadratis c d & b d per 47 p 1, quia linea b d est perpẽdicularis super lineam c d ex hypothesi. Quadratum itaq; lineæ a c est æquale tribus quadratis trium linearum, quæ sunt a b & b d & c d: sed quadratum lineæ a d est æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b d: quadratum ergo lineæ a c est æquale duobus quadratis duarum linearum a d & d c. Ergo per 48 p 1 angulus a d c est rectus. Patet ergo, quod linea a d est perpendicularis super lineam d c: quod est propositum.



23. Duabus planis superficiebus æquidistantibus, una linea recta incidente, quæ ad alteram earũ erit perpendicularis, erit quoq; ad reliquã perpendicularis. Conuersa 14 p 11 elem.

Sit, ut duabus superficiebus planis & æquidistantibus incidat una linea, quæ a b, uni ipsarum in puncto a, & reliquæ in puncto b. Dico, quòd si linea a b fuerit perpendicularis super unam istarum superficierum, quòd erit perpendicularis & super reliquam. Nam à puncto a ducatur in altera superficierum illarum linea recta, quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d. Palàm itaque, quoniam lineæ a c & b d æquidistant: in infinitum enim protractæ non concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrunt. Si itaque alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus: palàm semper per 29 p 1, quoniam & reliquus ipsorum erit rectus. Et quoniam eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis à punctis a & b: patet, quòd linea a b cum singulis sibi conterminalibus lineis in utraque superficierum illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b perpendicularis super alteram superficierum, palàm, quia erit perpendicularis super reliquam ipsarum: & hoc est propositum.

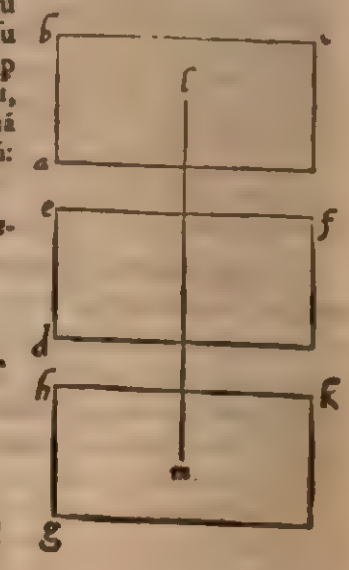


24. Si duæ superficies uni superficiei æquidistantes fuerint, eædem inter se erunt æquidistantes: superficies quoque concurrens cum una æquidistantium superficierum & cum reliqua concurret. E 30 p 1 & 9 p 11 elementorum.

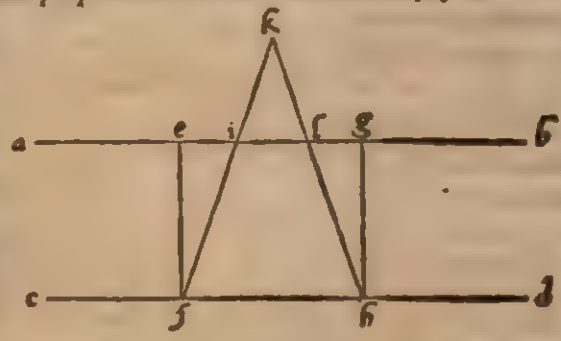
Sint duæ superficies a b c & g h k æquidistantes uni superficiei, quæ d e f. Dico, quòd illæ duæ superficies a b c & g h k necessariò adinuicem æquidistabunt. Educatur enim à puncto l superficiei a b c linea perpendicularis super illam superficiem per 12 p undecimi, quæ

sit

sit l m. Palàm itaque per præmissam, quoniã illa linea l m erit perpendicularis super superficiẽ d e f æquidistantẽ superficiei a b c. Producta ergo linea l m ultra alterutrũ suorũ terminorũ, erit ipsa p eandẽ præmissam ppendicularis super superficiẽ g h k, æquidistãtẽ supficiei a b c. Quia itaq; una linea l m sup duas superficies a b c & g h k orthogonaliter insistit, patet per 14 p 11, quòd illę duę superficies, etiam si in infinitũ protrahantur, nunquã concurrent. Sunt ergo ęquidistantes: patet ergo propositum primũ: & per hoc & per 2 huius patet etiam secundum propositum.

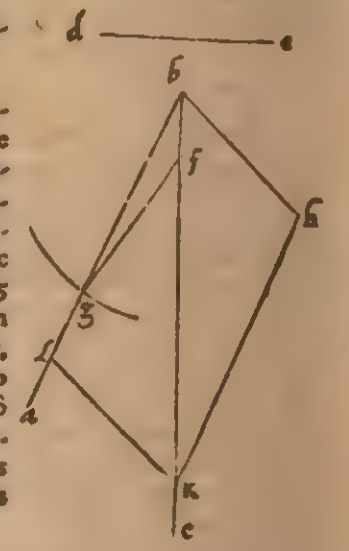


25. Omnes lineæ perpendiculares inter lineas uel superficies æquidistãtes ductæ, sunt æquidistantes & æquales: & si lineæ rectæ lineis uel superficiebus æquidistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.



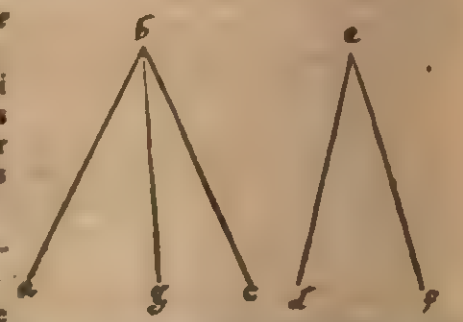
Sint duę lineę a b & c d æquidistãtes, inter quas ducãtur lineę perpẽdiculares, quę sint e f & g h. Dico, quòd lineæ e f & g h sunt ęquidistantes & æquales. Quòd enim sunt ęquidistãtes, hoc patet p 28 p 1: quòd etiã sunt ęquales, patet per 34 p 1. Et eodẽ modo demonstrãdũ est, si lineę a b & c d sint in superficiebus ęquidistantibus signatę. Quòd si lineę e f & g h non perpendiculariter, sed ad angulos ęquales incidãt, ductis lineis uel superficiebus, ita, ut angulus g h c sit ęqualis angulo e f d, erũt etiam lineę g h & e f ęquales: concurrent enim per 14 huius: sit ergo punctus concursus k. Quia itaque angulus k f h est ęqualis angulo k h f, ex hypothesi: erit per 6 p 1 trigoni k f h latus k f ęquale lateri k h. Sed per 29 & 26 p 1 erit trigoni k i l latus k i ęquale lateri k l: relinquitur ergo linea i f ęqualis lineæ l h: quod est propositum. In superficiebus quoq; æquidistantibus signatis lineis a b & c d eadem est demonstratio: patet ergo illud, quod proponebatur.

26. Cuilibet angulo dato basim, æqualem datæ lineæ, subtendere.



Esto angulus datus a b c, & linea data d e: separetur itaque à linea b c, ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3 p 1, & in puncto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatem semidiametri d e: hic itaq; secabit necessariò latus b a per 20 p 1, cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto g, & ducatur linea g f: hęc itaque necessariò erit æqualis lineæ d e per circuli definitionem 15 defin: 1 elemen: patet ergo propositum. Potest & idem aliter demonstrari. A' puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit, super lineam a b, quæ per 3 p 1 fiat æqualis datæ lineę d e: & à puncto h ducatur æquidistans lineę a b per 31 p 1, quæ per 2 huius necessariò concurret cum linea b c. Sit punctus concursus k, & à puncto k ducatur linea æquidistans lineæ b h, quæ sit k l: erit quoque superficies b h k l æquidistantium laterum: ergo per 34 p 1, linea l k est æqualis lineæ b h: ergo & lineæ datæ, quæ est d e: patet ergo propositum.

27. Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare. E' 23 p 1 element.

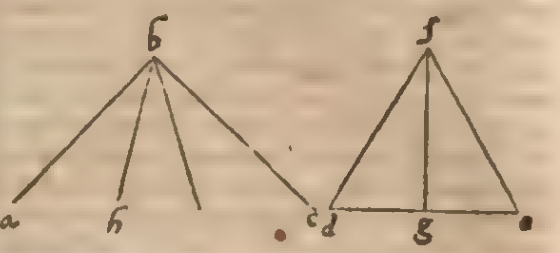


Sint duo anguli dati a b c, d e f: sit a b c maior & d e f minor. Propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f: hoc autem fiet per 23 p 1, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g: & hoc est propositum.

28. Datum angulum rectum in tres partes æquales dividere.

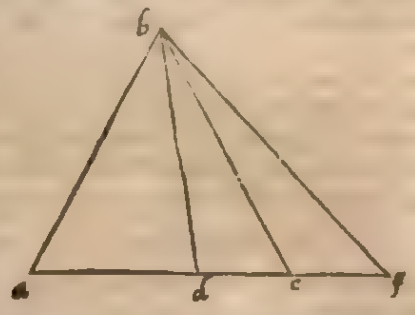
Nõ indiguimus quò ad præsens propositum divisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solum recto: & ob hoc non proponimus hic, nisi de recto:

recto: in uniuerſaliori ſcientia, ut in ea, quę de elementatis concluſionibus, uniuerſaliorem dignã propoſitione exiſtimantes. Sit itaque angulus rectus a b c, quem in partes tres ęquales uolumus diuidere: aſſumatur ergo linea quęcunque, & ſit d e: ſuper quam conſtituatur trigonũ ęquilaterum per 1 p 1: quòd ſit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per ęqualia per 9 p 1 ducta linea f g: erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipſe ſit ſexta pars duorum rectorum per 32 p 1: ergo per prędecedentem ab angulo recto a b c reſecetur angulus a b h ęqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per ęqualia per 9 p 1: patet ergo propoſitum.



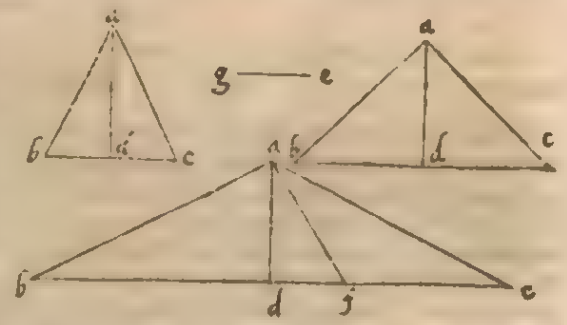
29. Linea diuidens angulum alicuius trigoni, producta, baſim ſubtenſam illi angulo neceſſariò ſecabit: & ſi linea ſecans baſim, ad punctum concurſus laterum trigoni producatur: illa angulum baſi oppoſitum ſecabit.

Sit, ut linea b d ſecet angulum a b c trigoni a b c. Dico, quòd eadem linea b d producta, neceſſariò ſecabit baſim a c illi angulo ſubtenſam. Si enim non ſecabit baſim a c, concurret tamen cũ producta a c per 14 huius: ideo quia anguli b a c & a b f ſunt minores duobus rectis ex hypotheſi & per 32 p 1: ſit ergo concurſus in puncto f ultra punctum c. Eſt ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16 p 1: erit ergo per 32 p 1 angulus a b f maior angulo a b c: non ergo ſecat linea b f angulum a b c: cadet itaq; neceſſariò inter puncta a & c: & ita ſecabit baſim a c: quia ſi etiam caderet in punctũ a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c: patet ergo ꝓpoſitum primum. Patet etiã & reliquum propoſitorum: quoniam ſi linea b d ſecet baſim trigoni a b c, & applicetur puncto b, quod eſt punctus concurſus laterum a b & c b: patet, quòd linea b d ſecabit angulum a b c: ſit enim per 16 p 1 angulus a d b maior angulo b a c b: ſed angulus a c eſt cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d: ergo per 32 p 1 angulus a b d eſt minor angulo a b c. Eſt ergo ſectus angulus a b c per lineam b d: quod eſt ſecundum propoſitorum.



30. Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad baſim producta, ſi rectangulum ſub partibus baſis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis: neceſſe eſt angulum (à quo fit ductio) obtuſum eſſe: ſi minus, acutum: ſi æquale, rectum.

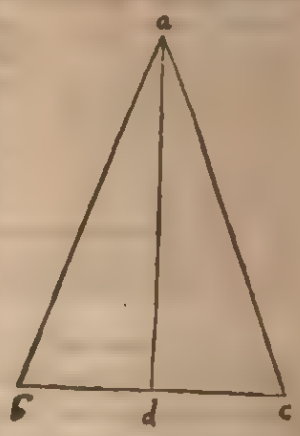
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis ſuper baſim b c: ſecetq; ipſam in puncto d: & ſit a d: ſitq; illud, quod fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quòd angulus b a c eſt obtuſus. Patet enim per 17 p 6, quia non eſt proportio lineæ b d ad lineam a d, quæ lineæ a d ad lineam d c, ſit ergo per 12 p 6, ut quæ eſt proportio lineæ b d ad lineam a d, eadem ſit lineæ a d ad lineã g e: erit ergo illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam g e æquale quadrato lineæ a d per 17 p 6: quia illud, quod fit ex ductu lineę b d in lineam d c, eſt maius quadrato lineę a d: patet, quòd linea g e eſt minor quàm linea d c per 1 p 6. Abſcindatur ergo à linea d c æqualis lineę g e per 3 p 1, & ſit d f, ducaturq; linea a f. Quia itaq; illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d f, eſt æquale quadrato lineæ a d: patet per 17 p 6, quoniam eſt proportio lineæ b d ad lineã a d, ſicut lineæ a d ad lineã d f: erit ergo per conuerſam 8 p 6 angulus b a f rectus. Ergo angulus b a c eſt eſt maior recto. Similiterq; demonſtrandum, quòd ſi illud, quod fit ex ductu b d in d c ſit minus quadrato a d, quoniam angulus b a c eſt acutus: nam per eadem fit demonſtratio. Patet etiam per eandem conuerſam 8 p 6, quoniam ſi illud, quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d c, ſit æquale quadrato lineæ a d, quoniam angulus b a c eſt rectus: patet ergo propoſitum.



31. Ab angulo iſoſcelis ducta perpendicularis ſuper baſim in duos partiales ſimiles trigonos diuidit iſoſcelem. Ex quo patet, quòd linea perpendicularis ad medium punctum baſis neceſſariò pertingit.

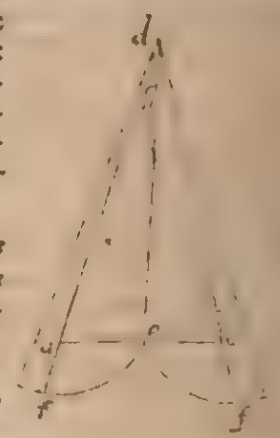
Sit iſoſceles a b c, cuius latera a b & a c ſint æqualia: & ab angulo b a c ducatur ſuper ba-

sim b c perpendicularis a d. Dico, quòd propositus isosceles diuisus est in duos trigonos partiales similes. Quoniam enim per 5 p 1 angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per definitionem perpendicularis 10 defin. 1. elem. anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti: patet per 32 p 1, quòd anguli b a d & c a d sunt æquales. Ergo trigoni a b d & a c d sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera illorum trigonorũ æquos angulos respicientia, sunt proportionalia: sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per definitionem similium trigonorum: patet ergo propositum primum. Et quoniam illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cõmune: patet, quòd etiam latera c d & b d sunt æqualia. Linea ergo ꝓpendicularis, quę a d, necessariò pertingit ad medium punctum lineæ b c: quod est propositum secundum.



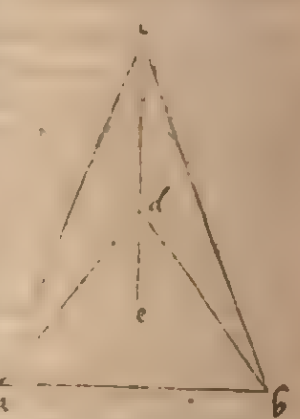
32. Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonum secans latus ab illo puncto remotius, & propinquius illi necessariò secabit.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d: & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, quòd d e necessariò secabit latus b c. Si enim non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuum & directum: secabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineam d e: quoniam cum linea d c exeat â puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad pũctum c interiacens punctum e, necessariò illam secabit: sit punctus sectionis f. Palàm itaq;, quoniam duæ rectæ lineæ, quæ sunt d f & d e f includunt superficiem: quod est impossibile. Idem quoque accidit, si linea d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a: quod est propositum.



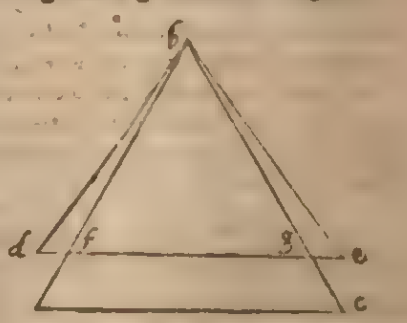
33. Si à punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctum unum conueniant: erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, à cuius unius laterum a b punctis terminalibus, quæ sunt a & b, ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrant in puncto d. Dico, quod angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c b d. Quòd enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet per 21 p 1. Producatur itaq; linea c d ultra punctum d usq; ad punctum e. Est itaq; per 32 p 1 angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c: & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b. Totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulis d a c & d b c: quod est propositum.



34. Linea æqualis & æquidistans basi alicuius trigoni, uicinior angulo supremo, maiori angulo necessariò subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c: uicinior angulo a b c ducatur linea æqualis & æquidistans, quæ sit d e. Dico, quòd si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quòd angulus d b e est maior angulo a b c. Quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palàm, quòd ipsa sic producta secat lineas a b & b c, argumento 16 huius: quod etiá patet ex aliis. Nam omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquidistans, est minor basi per 29 p 1 & 4 p 6. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g. Quia itaque per 16 p 1 angulus b g f est maior angulo b e g: erit per 29 p 1 angulus b c a maior angulo b e d: & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e: necessariò ergo per 32 p 1 erit angulus d b e cum angulis minoribus ualens duos rectos, maior angulo a b c, ualente cum duobus angulis maioribus duos rectos: patet ergo propositum.

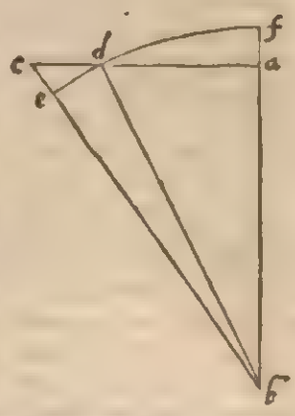


35. In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basim: erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor proportio, quàm

partis

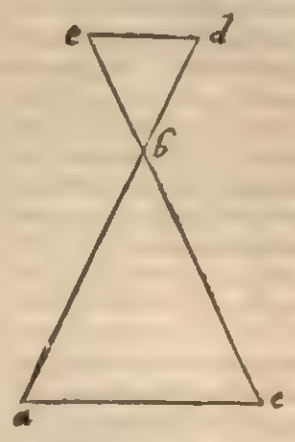
partis baſis remotioris ad propinquiorem. 5 p geometriæ Iordani.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c ſit rectus: & à puncto b ducatur ad latus a c (quod eſt baſis anguli a b c) linea recta, quæ ſit b d. Dico, quòd minor eſt proportio anguli c b d remotioris ab angulo recto, ad angulum d b a propinquiorem ipſi recto, quàm partis baſis remotioris ab angulo recto (quæ eſt c d) ad latus d a propinquius ipſi angulo recto. Quoniam enim angulus b a c eſt rectus, patet, quia angulus b d a eſt acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1, angulus b d c eſt obtuſus: ergo per 19 p 1 latus b d eſt maius latere a b, & minus latere b c. A' centro itaque b ſecundum quantitatem ſemidiametri b d deſcribatur arcus circuli ſecans lineam b c in puncto e: & ad ipſum producatur linea b a, in punctum f: factiq́ue erunt duo ſectores b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a. Et quoniam eſt proportio ſectoris ad ſectorem, ſicut arcus f d ad arcum d e, ut patet per modum demonſtrationis 1 p 6: quoniam omnes ſectores eiuſdem circuli, ſunt eiuſdē altitudinis, & æquemultiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipſorum ſectorum: proportio uerò arcus d f ad arcum d e eſt ſicut anguli d b f ad angulum d b e per 33 p 6. Cum itaque trigonum c d b ſit maius quàm ſector e d b, & ſector f d b ſit maior trigono a d b: erit per 9 huius trigoni c d b primi ad trigonum d b a ſecūdum maior proportio, quàm ſectoris e b d tertij ad ſectorem d b f quartum. Eſt autem per 1 p 6 trigoni c b d ad trigonum d b a, ſicut baſis c d ad baſim d a: ſectoris uerò e d f ad ſectorem d b f, ut patet ex præmiſſis, eſt proportio ſicut anguli c b d ad angulū d b f. Patet ergo, quòd maior eſt proportio lineæ c d ad lineam d a, quàm anguli c b d ad angulum d b a. Ergo minor eſt proportio anguli c b d ad angulum d b a, quàm lateris c d ad latus d a: quod eſt propoſitum.



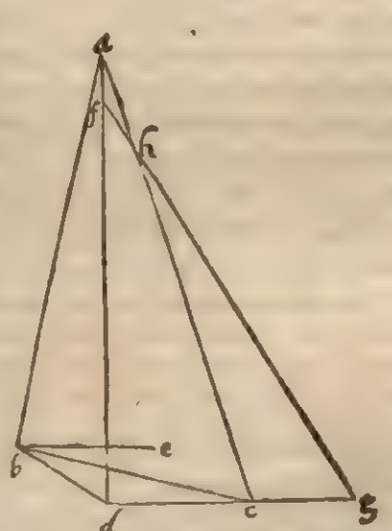
36. Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum prioris ſimile principiant, lateribus poſitione & ſitu tranſmutatis.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b ſit dextrum, & latus b c ſiniſtrū, quæ producantur ultra punctum b: & proportionaliter prioribus lateribus abſcindantur per 12 p 6, linea ſcilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e: & coniungatur linea d e. Erit itaque trigonum d b e ſimile trigono a b c: ſed & latus d b erit ſiniſtrum, & latus e b dextrū. Sunt itaque latera iſtorum trigonorum poſitione, & ſitu tranſmutata: quod eſt propoſitum.



37. Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquum uerò minus reliquo: erit angulus acutus unius maius latus reſpiciens, maior angulo alterius ſuum relatiuum latus reſpiciente.

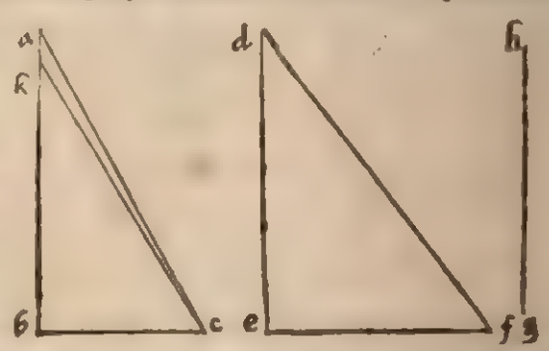
Verbi gratia: ſint duo trianguli rectanguli a b c & a c d: ſintq́; anguli a b c & a d c recti: & ſit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquum laterum rectos angulos continentium a b unius ſit minus reliquo latere alterius, quod eſt a d, ut patet in propoſita figuratione, ſi linea a b intelligatur erecta ſuper lineam b c & ſuperficiem eius, & linea b d intelligatur perpendicularis ſuper lineam d c in eadem ſuperficie iacentem: tunc enim erit linea a d perpendicularis ſuper lineam d c per 22 huius: quod etiam patet, ſi in ſuperficie iacente ducatur linea b e æquidiſtanter lineæ d c per 31 p 1. Et quoniam linea a b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem iacentem, in qua ſunt lineæ b d, d c, b e, palàm per definitionem lineæ erectæ, quoniam angulus a b e eſt rectus: ſed & angulus e b d eſt rectus per 29 p 1, cum angulus b d c ſit rectus per 22 huius, & lineæ b e & d c æquidiſtēt: ergo per 4 p 11 linea b e eſt erecta ſuper ſuperficiem trigoni a b d: ergo per 8 p 11 linea d c eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem trigoni a b d: angulus ergo a d c eſt rectus: ſed & latus a d maius eſt latere a b per 19 p 1: quoniam angulus a b d eſt rectus. Dico ergo, quòd angulus a c d eſt maior angulo a c b. quoniam enim latus a d eſt maius latere b a per 19 p 1, cum angulus a b d ſit rectus: patet, quòd præſens figuratio eſt cōformis hypotheſi. Reſecetur ergo per 3 p 1



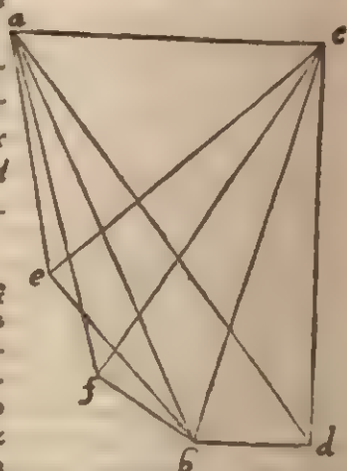
à latere d a æquale lateri b a, quod ſit linea d f. Et quia linea d c eſt minor latere b c per 19 p 1: quoniã angulus b d c eſt rectus: protrahatur linea d c, & reſecetur in pũcto g taliter, ut ſit linea d g æqualis lineæ b c. Quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g ſunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis eſt angulo a b c: quia uterq; rectus: erit per 4 p 1 baſis f g æqualis baſi a c, & reliqui anguli reliquis angulis: angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b. Quia uerò puncta a & f ſunt in linea a d, & puncta c & g ſunt in linea d g: palàm, quia lineæ a c & f g ſunt in una ſuperficie, quæ eſt a d g per 2 p 11: ergo interſecant ſe lineæ g f & c a: ſit earũ interſectio in puncto h. Quia uerò in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16 p 1, quoniã angulus h c d maior eſt angulo h g c: ergo & eius æquali, ſcilicet angulo a c b: angulus ergo a c d maior eſt angulo a c b: quod eſt propoſitũ. Similiterq; demonſtrandũ in alijs: ſi enim trigona propoſita fuerint in diuerſis locis conſtituta, palàm, quia ipſis æqualia & æquiangula trigona ſic poſſunt ordinari, ut in figura diſponuntur, & demonſtratio facta de ijs ſe extẽndit ad alia Patet ergo uniuerſaliter propoſitum. Et ex hoc patet, quòd angulus b a c eſt maior angulo d a c per 32 p 1.

38. Omnium duorum trigonorum rectangulorũ, quorũ latus ſubtenſum recto angulo unius ad minus latus eiuſdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus ſubtenſum recto angulo alterius ad minus latus eiuſdem: erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis: & econuerſo.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f ſint recti: ſitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e: ſitq; maior proportio lineæ a c ad lineam f e. Dico, quòd angulus a c b maior eſt angulo d f e. Quia enim maior eſt proportio lineæ a c ad lineã c b, quàm lineæ d f ad lineam f e: ſed per 47 p 1 quadratũ lineæ a c ualet quadrata duarum linearũ a b & c b: & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearum, quæ ſunt d e & f e: & quia per 20 p 6 proportio quadratorũ eſt proportio duplicata laterũ: patet, quòd maior eſt proportio quadrati a c ad quadratum c b, quàm quadrati d f ad quadratũ f e: eſt ergo per 11 huius maior proportio amborũ quadratorũ linearũ a b & b c ad quadratũ b c, quàm amborũ quadratorũ linearũ d e & f e ad quadratũ f e: ergo per 12 huius maior eſt proportio quadrati a b ad quadratum b c, quàm quadrati d e ad quadratũ e f: eſt ergo per 22 p 6 maior proportio lineę a b ad lineam b c, quàm lineæ d e ad lineã e f. Eſto, ut, quæ eſt proportio lineæ d e ad lineã e f, eadẽ ſit alicuius lineæ, ut g h ad lineam c b per 3 huius: erit ergo linea g h minor quàm linea a b per 10 p 5. Reſecetur ergo per 3 p 1 ex linea a b æqualis lineæ g h: & ſit b k, & continuetur linea c k: erunt ergo per 6 p 6 trigona d e f & k b c æquiangula: angulus itaq; b c k eſt æqualis angulo e f d: ſed angulus b c a eſt maior angulo b c k, totũ parte. Angulus itaq; a c b maior eſt angulo d f e: & hoc eſt ꝓpoſitũ: ex quo etiã patet, quòd eius cõuerſa eſt uera: quoniã in talibus trigonis lineæ maiores angulos continentes, maiorem habent ad ſeinuicem proportionem.



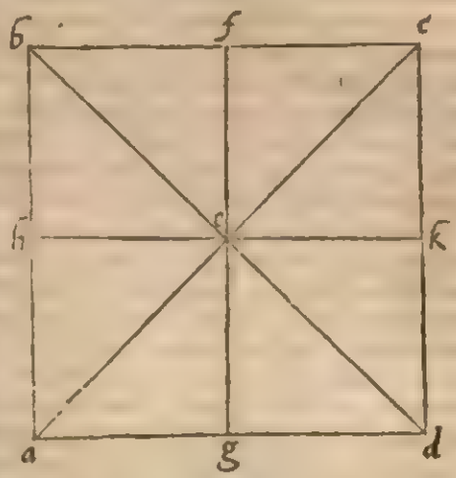
39. A puncto in aere dato ad ſubſtratam planã ſuperficiẽ una linea perpendiculariter, alia obliquè incidente, & linea rectã inter pũctã incidentiæ in ipſa ſuperficie protractã: erit angulus à non perpendiculari cũ rectã linea contentus, minimus omnium angulorum ſub illa obliqua & quacunq; linea in ſubſtrata ſuperficie protractã contentorum: & omnis angulus illi propinquior, eſt minor remotiore: & duo ex utraq; parte æqualiter approximantes ſunt æquales. Lemma ad 37 the. opticorum Euclidis. 43 theor 6 libri συναγωγῆς μαθηματικῆς Pappi.



Sit punctus in aere datus a, cui ſit ſubſtrata ſuperficies plana, quę b c d, ſuper quã ab illo puncto ducatur obliquè linea a b, ducaturq; perpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, quòd angulus a b c eſt minimus omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua a b, & ſub unaquaq; linearũ à puncto b ductarũ in ſuperficie b c d: & quòd ſemper propinquior ipſi eſt minor quàm remotior: & quòd duo anguli æquales ſolũ ex utraq; parte ipſius cõſiſtunt. Ducatur enim in data plana ſuperficie, utcunq; contingit, linea b d, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea perpendicularis ſuper lineam b d per 11 p 1, quæ ſit c d, & copuletur à puncto a linea a d: eſt itaq; per 22 huius linea a d perpẽdicularis ſuper lineam b d. Et quoniam angulus a c d eſt rectus, palàm per 19 p 1, quoniam obliqua linea a d maior eſt catheto a c: linea itaq; b a ad lineam a c maiorẽ habet proportionẽ quàm ad lineã a d per 8 p 5: & anguli b c a & b d a ſunt

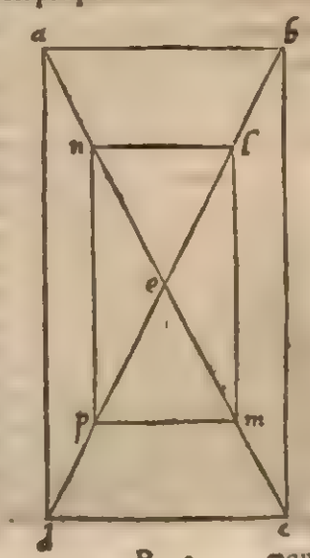
b d a ſunt recti: erit itaq; p præcedẽtẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d: erit ergo per 32 p 1 angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniã angulus a b c minimus eſt omniũ angulorũ cõtẽtorũ ſub linea obliquè incidẽte à pũcto a lineę b c, & ſub ipſa linea b c. Propinquior quoq; illi eſt minor remotiore. Ducatur enim à pũcto b in ſubiſtrata ſuperficie linea, ut cõtingit, quę ſit b e, & à pũcto c ducatur in eadẽ ſuperficie linea ppẽdicularis ſuper lineã b e, q̃ ſit linea c e, & ꝓducatur linea a e, quę p 22 huius erit perpẽdicularis ſuper lineã b e. Et quoniã angulus b d c eſt rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior eſt angulo b c e per cõuerſam præmiſſæ, quoniã linea e c ad lineã c b maiorẽ habet ꝓportionẽ q̃ linea d c ad lineã c b. Linea itaq; e c eſt multò maior q̃ linea c d: ſed cathetus a c ꝓpendiculariter incidit lineis c e & c d p definitionẽ lineę erectæ: maior ergo eſt linea a e q̃ linea a d p 47 p 1: linea enim c e eſt maior q̃ linea c d. Linea itaq; b a ad lineã a d maiorẽ habet proportionẽ q̃ ad lineã e a p 8 p 5: & anguli a d b & a e b ſunt recti: angulus itaq; b a d eſt maior angulo b a e per præcedentẽ: ergo per 32 p 1 angulus a b d minor eſt angulo a b e. Similiter quoque demonſtrandũ, quòd ſemper angulus propinquior, minor eſt remotiore: ſolũ uerò duo ex utraque parte æquales cõſtituunt: ſuper punctũ enim b terminũ lineæ c b in ſubiecta ſuperficie conſtituatur angulus æqualis angulo d b c per 23 p 1, qui ſit c b f: & à puncto c ducatur linea c f perpendiculariter ſuper lineã b f per 12 p 1, & ducatur linea a f. Quia itaq; angulus c b d eſt æqualis angulo c b f ex hypotheſi, & angulus c d b eſt rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b eſt cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f: palàm per 26 p 1, quoniam latus b d eſt æquale lateri b f, & latus d c eſt æquale lateri c f: ſed quia linea a c eſt cathetus ſuper ſuperficiẽ b c d, eſt perpendicularis ſuper ambas lineas d c & f c. Eſt itaq; linea a d æqualis lineæ a f. Quoniã itaq; æqualis eſt linea d b lineæ b f, & linea b a eſt cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ a f, erit angulus a b d æqualis angulo a b f per 8 p 1. Similiter quoq; demonſtrandũ, quoniã angulo a b d non erit aliquis alius æqualis. Eſt ergo angulus a b c minimus, &c. ut proponitur: patet itaq; intentum.

42. Omnium ſuperficierum æquidiſtantiũ laterũ diagonij per æqualia ſe ſecãt: ex quo patet, quòd punctum interſectionis diagoniorum eſt medium punctum eiuſdem ſuperficiei.



Sit ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, ſiue ſit quadrata, ſiue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagonij, quæ ſint a c & b d, ſecantes ſe in puncto e. Dico, quòd diagonij ſecant ſe adinuicem per æqualia: & quòd punctũ e eſt mediũ punctũ ſuperficiei a b c d. Palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15 & 29 p 1 ſunt æquiangula: & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quę ſunt coalterni. Similiter quoq; angulus e c b, eſt æqualis angulo e a d: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b e ad lineam e d, ſicut lineæ c e ad lineam e a: & ſicut lineæ b c ad lineã a d: ſed linea b c eſt æqualis lineæ a d per 34 p 1. Linea ergo b e eſt æqualis lineę e d, & linea c e æqualis lineę e a. Illę ergo diagonij diuidũt ſe adinuicẽ per æqualia. Et p hoc manifeſtũ eſt corollariũ: punctũ enim e æqualiter diſtat ab omnibus extremis: in quo tñ ſi aliquod dubiũ fuerit, ducãtur à pũcto e lineę æquidiſtantes lateribus ſuperficiei propoſitę per 31 p 1, quę ſint f g & h k: ſequeturq; propter æqualitatem partiũ ipſarũ diagoniorũ modo prædicto argumẽtãdo, lineã f e æqualẽ fieri lineę e g, & lineã h e æqualẽ fieri lineæ e k. Patet itaq;, quoniã ſecundum omnem modum, punctum e æqualiter diſtat à punctis extremarum linearum: directè igitur oppoſitum eſt: ergo medium inter illa: quod eſt propoſitum.

43. Datæ ſuperficiei æquidiſtantium laterũ ſimilem ſuperficiẽ, cuius latera æquidiſtent datæ ſuperficiei lateribus, inſcribere.

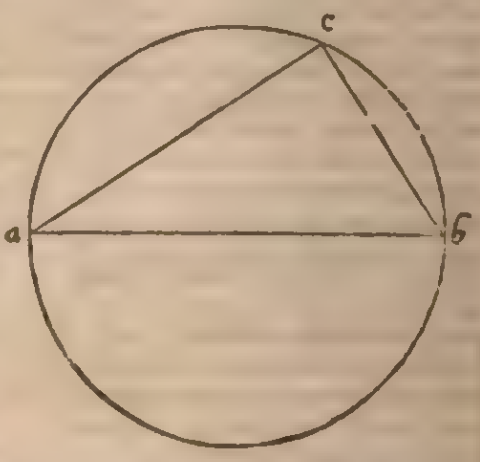


Data ſuperficies æquidiſtãtiũ laterũ, cui altera inſcribi modo prędicto debeat, ſit a b c d, in qua ducãtur diagonij a c & b d, ſecãtes ſe in puncto e: palamq; per proximã præcedentẽ, quoniã illæ diagonij per æqualia ſe ſecant in puncto e: ſed & ipſæ adinuicẽ ſunt æquales: & ſi quidẽ data ſuperficies fuerit rectangula: tunc patet per 34 & 47 p 1, quoniã ipſarũ diagonij ſunt æquales, & ipſarũ medietates æquales. A punctò itaq; e, à medietatibus diagoniorũ partes æquales abſcindantur p 3 p 1. Et ſi data ſuperficies nõ fuerit rectangula: tũc erũt diagonij forſitan inæquales: ab illis ergo partes proportionales reſecentur, ſecundũ 3 huius: utcunq; autẽ hoc contingat, abſcindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ ſint e l, e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p. Dico itaq;, quod ſuperficies l m p n eſt datæ ſuperficiei ſimilis, & quod latera ipſius æquidiſtant lateribus datę ſuperficiei. Quoniã enim in trigono b e c reſecta ſunt latera b e & c e in punctis l & m, & eſt proportio b l ad l e, ſicut c m ad m e: patet ergo per 2 p 6, quoniam linea l m æquidiſtat lineæ b c. Similiter quoq; linea l n

æquidistat lateri a b, & linea n p lateri a d, & linea p m lateri c d. Ergo p 29 p 1 anguli superficiei l m p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6. Patet ergo, quòd illæ superficies sunt similes: & hoc proponebatur faciendũ: patet ergo propositum.

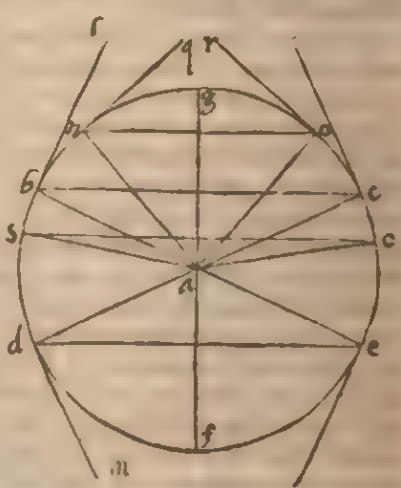
42. Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiam circuli contẽtus, necessariò est acutus. Alhazen 60 n 5.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcunq; contingit. Dico, quòd angulus b a c necessariò est acutus. Producatur enim linea b c ad peripheriam in pũctum c. Et quoniã angulus a c b est rectus per 31 p 3, patet per 32 p 1, quia angulus b a c est acutus: & similiter angulus a b c. Patet itaq; propositum: & de hoc theoremate nõ seruimus intellectui, sed breuitati, quia hanc demonstrationem toties, ut occurrit, repetere, tædium fuit.



43. Omnes angulos æqualium uel similium portionum eiusdem circuli sub arcu & recta contentos æquales: angulos uerò cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet, omnes angulos semicirculorum æquales esse.

Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f: & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis chordis b c & d e. Dico, quòd anguli g b c, & f d e, sub arcubus & chordis contenti sunt æquales. Ducatur enim à puncto b linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit b l, & à puncto d linea d m: & ducantur à centro lineę a b, a c, a d, a e, eruntq; per 5 p 1 anguli a b c & a c b æquales: & anguli a d e & a e d æquales: sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4 p 1: angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, per 27 p 3: angulus quoq; a b l est æqualis angulo a d m, quoniam uterq; eorũ est rectus per 18 p 3: sed angulus contingentiæ l b g est æqualis angulo contingentiæ m d f: quoniam uterq; ipsorum est minimus acutorum per 18 p 3. Relinquitur ergo angulus g b c a b arcu b g, & recta b c contentus, æqualis angulo f d e, ab arcu f d, & recta d e contento: sed & angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione: similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. Sit quoq; arcus minor arcu b c, qui refecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducãtur lineæ a n, a o: ducatur quoq; chorda n o: & ducantur contingẽtes n q & o r. Quia itaq; trigoni a n o anguli ad basim sunt æquales per 5 p 1, & angulus o a n minor angulo c a b, per 33 p 6: erit per 32 p 1 quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorum a b c & a c b. Sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a: sed angulus contingentię q n g est æqualis angulo cõtingentię l b g: relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sint æquales: quia uterq; rectus per 18 p 3. Sit iam arcus maior arcu b c, qui sit s c, & ducatur chorda s c: & quia angulus c a s est maior angulo c a b per 23 p 6: patet tũc, quòd angulus a s c est minor angulo a b c: & ita concludetur, ut prius, quoniã angulus g s c contentus sub arcu g s, & chorda s c est maior angulo g b c: ergo & angulo g n o. Patet & hoc idem de similibus arcubus quibuscunq; eorundem circulorum, quoniam per definitionem similium arcuũ ipsi angulos suscipiunt æquales per 10 defin. 3. Ex quo patet corollarium, quoniam omnes anguli semicirculorum sunt æquales: omnes enim semicirculi sunt similes: & eiusdem circuli similes & æquales: hoc itaq; proponebatur.

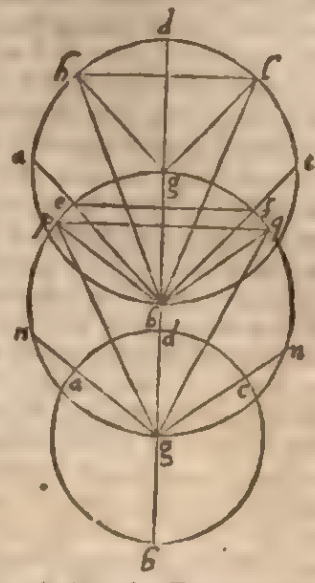


44. Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriã constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uerò inæqualibus illorũ arcuum proportio ad suas totales peripherias duplicatur.

Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g: & alius e f g, cuius centrum b, punctum peripheriæ circuli a b c d: & producantur lineę a b & c b, secantes circulum e g f in punctis e & f. Palàm itaq;, quoniam angulus a b c erit super peripheriam circuli a b c & super centrum circuli e g f. Dico, quòd arcus a d c capiens angulũ a b c super circũferentiam sui circuli, est duplus arcui e g f, capienti eundẽ angulũ super eius centrũ b. Sit enim, ut linea b a secet circulũ e g f in puncto e, & linea b c in puncto f: ducatur quoq; linea e f, & ducta linea g h super centrũ g, fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a b c, qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circumferentiam circuli a b c d: & ducantur lineę b h, b l, h l. Palam itaq; per 20 p 3, quoniam angulus h g l est duplus angulo h b l: ergo etiam angulus a b c est duplus eidem; ergo per 33 p 6 arcus a d c est duplus arcui h d l: sed arcus h d l

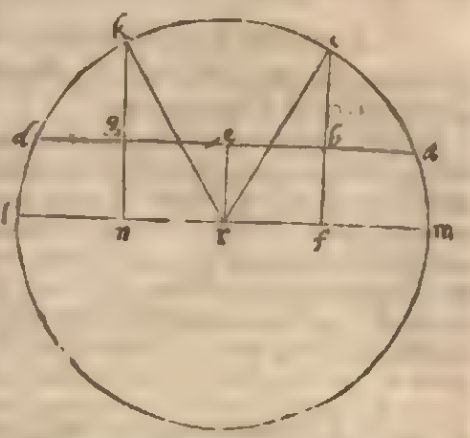
est

est æqualis arcui e g f per 26 p 3: erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f: quod est propositum primũ. Quòd si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrum b, per 23 p 1 æqualis angulo a g c, & ductis lineis g p, g q, b p, b q: erit angulus p b q duplus anguli p g q, per 20 p 1. Ergo angulus a g c est duplus anguli p g q. Proportio itaq; arcus m f n ad sui totam circumferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totam sui peripheriam. Quoniã enim angulus m g n est duplus anguli p g q, erit per 33 p 6 arcus m f n duplus arcui p f q: sed arcus p f q eiusdem est proportionis ad sui peripheriã, cuius est arcus a d c ad suam: arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circumferentiæ: erit arcus m f n decem partium respectu suæ peripheriæ: & hoc est propositum.



45. A terminis lineæ intra circulum collocatæ partib. æqualib. resectis, & à punctis sectionum perpendicularibus super illam lineam ad circumferentiam productis: necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales: necessariũ est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

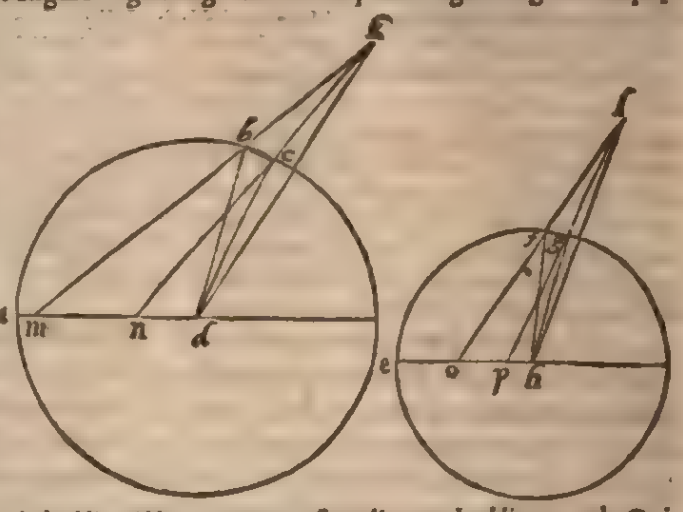
Sit circulus a k d, cuius cẽtrum r: in quo circulo collocata sit linea a d: à cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales: & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpẽdiculares super lineã d a, quæ productæ ad circumferentiã, sint g k & b c. Dico, quòd linea g k est æqualis lineæ b c. Ducatur enim à centro r linea æquidistans lineæ a d per 31 p 1. quæ sit l m diameter: & diuidatur linea d a in duo æqualia in puncto e per 10 p 1, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12 p 1: hæc ergo per 1 p 3 transibit cẽtrum circuli, quod est punctũ r: eritq; linea e r. Educatur aũt linea k g ultra punctum g ad diametrum l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽtur lineæ k r & c r. Quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e, & lineæ d g & b a ex hypothesi sunt æquales: remanet ergo linea g e æqualis lineæ e b: sed per 34 p 1, linea g e est æqualis lineæ n r, & linea e b æqualis lineæ r f: sunt ergo lineæ n r & r f æquales: sed per 47 p 1, quadratum lineæ r k ualet duo quadrata linearum k n & r n: quia ex præmissis angulus k n r est rectus: & similiter quadratum lineæ c r ualet duo quadrata linearũ c f & r f: est aũt quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea k r est æqualis lineæ c r per definitionem circuli: & quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. Relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. Est ergo linea k n æqualis lineæ c f: sed per 25 huius linea g n est æqualis b f. Relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b: quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione, ut prius. Quia enim linea g n est æqualis lineæ b f per 34 p 1, & linea k g æqualis lineæ c b ex hypothesi: erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. Ergo per 47 p 1 erit linea n r æqualis lineæ r f. Ergo & linea g e ipsi lineæ e b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a: quod est propositum secundum. Patet ergo, quod proponebatur.



46. In duobus circulis inæqualibus duobus similib. arcubus sumptis, productisq;, præter illos, ad arcus alios similes, semidiametris: si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus ab utriusq; extremitatibus amborum arcuum, per terminos similium arcuum, lineæ ad diametros ducantur: pars diametri interiacens lineas arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

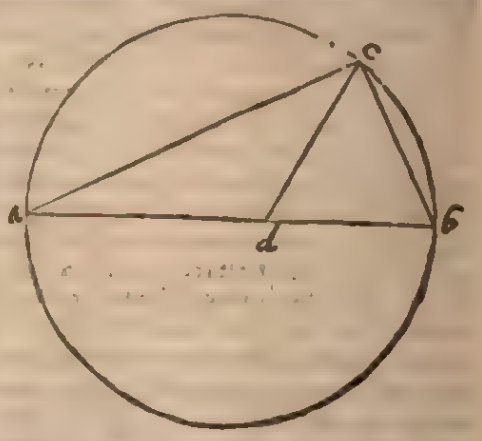
Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a: minor uero sit e f g cuius centrum h, & semidiameter h e: signenturq; in ipsis arcus similes, in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g: sitq; arcus a b similis arcui e f: sitq; punctũ k extra circulũ maiorem, & punctum l extra circulum minorem, taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a, ad semidiametrum h e distent ab utrisque terminis dictorum arcuum: erit ergo proportio lineæ k b ad lineam l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametri a d ad h e: & producãtur lineæ ad semidiametros, k b in punctum m, & k c in punctum n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctum o, & l g in punctum p. Dico, quod linea m n, pars semidiametri a d, est maior quã linea o p pars semidiametri e h. Ducantur enim chordæ b c & f g: & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g: palamq; propter inæqualitatem circulorum, quoniam linea d b est maior quã linea h f: sed propter similitudinem arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g: ergo per 5 p 1 trigona b c d & f g h sunt æquiangula. Ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: est ergo proportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ b d ad lineam f h: ergo ex hypothesi & per 11 p 5, sicut k b ad l f, & sicut k c ad l g:

ergo per 5 p 6 angulus b k c est ęqualis angulo f l g: & angulus k b c æqualis angulo l f g: sed ex prę-
misis anguli d b c & h f g sunt ęqua-
les: est ergo angulus d b k æqualis
angulo h f l. Ducătur ergo lineæ d k
& h l. Quia itaq; in trigonis b d k &
f h l anguli ęquales (qui d b k & h f l)
sunt laterib. ꝓportiōalib. cōtēti, pa-
tet p 6 p 6, quoniā illa trigona sunt
æquiangula: ergo angulus b k d est
ęqualis angulo f l h, & angulus b d k
ęqualis angulo f h l: sed angulus a d
b est æqualis angulo e h f ex hypo-
thesi, propter similitudinem arcuū
a b & e f. Totus ergo angulus m d k
est æqualis toti angulo o h l: ergo p
32 p 1 trigona d k m & h l o sunt ęqui
angula, & angulus k m d est ęqualis
angulo l o h: ergo per 4 p 6 erit pro
portio lineę m k ad lineā o l, sicut lineę k d ad lineā l h: ergo ꝑ 11 p 5 sicut lineę a d ad lineam e h. Quia
itaq; ex prę̄misis angulus m k n est ęqualis angulo o l p, & angulus k m n ęqualis angulo l o p: patet
per 32 p 1, quoniā trigona k m n & l o p sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 est ꝓportio lineę m n ad li-
neam o p, sicut lineæ m k ad lineā o l: ergo per 11 p 5, sicut lineæ a d ad lineā e h. Quia itaq; a d semidia
meter maior est semidiametro e h: erit linea m n maior quā linea o p: patet ergo propositum.



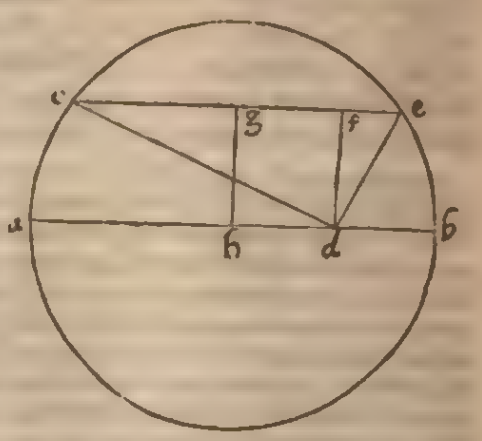
47. A quocunq; puncto diametri circuli ducta linea ad peripheriam, si maior, quā illa, fuerit una pars diametri: erit pars illa, maior reliqua sui parte: & si minor, minor.

Esto circulus a b c, cuius diameter a b: in qua sumatur punctū d, utcunq; cōtingit: & ducatur linea d c ad
circūferentiam, ita quòd pars diametri, quę est a d, sit
maior q̄ linea d c. Dico, quòd linea a d est maior quā li
nea d b, quę est reliqua pars ipsius diametri: quod pa-
tet, si copulētur lineę a c & b c. Quia itaq; linea a d ma
ior est quā linea d c ex hypothesi: ergo ꝑ 18 p 1 angulus
a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus
per 31 p 3: palā ergo per 32 p 1, quoniā angulus c b d ma
ior est angulo d c b. Quia enim angulus c b d cū angu-
lo c a b ualet rectū, & angulus d c b cū angulo a c d, qui
est maior angulo c a d, ualet rectū: patet, quòd angu-
lus c b d est maior angulo d c b: ergo per 19 p 1 erit la-
tus d c maius latere d b: sed latus a d est maius latere d c. Ergo multo maius erit latus a d quā latus
d b. Et hoc est unum propositorum. Eodem quoq; modo demonstrandum, si pars diametri, quæ est
a d, sit minor quā linea d c: quoniā erit linea a d minor quā linea d b: & hoc proponebatur.



48. Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ (quarum semper una sit maior reliqua) ad circuli peripheriā ducantur: erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

Sit circulus a b e c, cuius diameter sit a b: in qua su-
matur punctus d, ut libuerit: ducanturq; à puncto d li-
neę, d c maior & d e minor: sit aūt c superior uersus a,
& e inferior uersus b. Dico, quòd pars diametri, quę est
a d, maior est quā d b. Ducatur enim linea c e, & super
lineam c e ducatur à puncto d per 12 p 1 linea perpēdi-
cularis, quę sit d f. Quia itaq; quadratū lineę d c per 47
p 1 ualet ambo quadrata linearū d f & f c, & quadratū
d e ualet ambo quadrata duarū linearū d f & f e, qua-
dratū uerò lineę d c maius est quadrato lineę d e: ideo,
quia linea d c est maior q̄ linea d e: ablato itaq; quadra
to lineæ d f: relinquitur quadratū lineæ c f, maius qua-
drato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æqua
les in puncto g per 10 p 1, & ab illo puncto g ducatur
linea g h ad diametrum æquidistanter lineæ d f per 31 p 1: erit itaque per 29 p 1 linea h g perpendicu-
laris super lineam c e: secat autem h g ipsam c e in duo ęqualia: transit ergo linea h g ꝑ centrū circuli

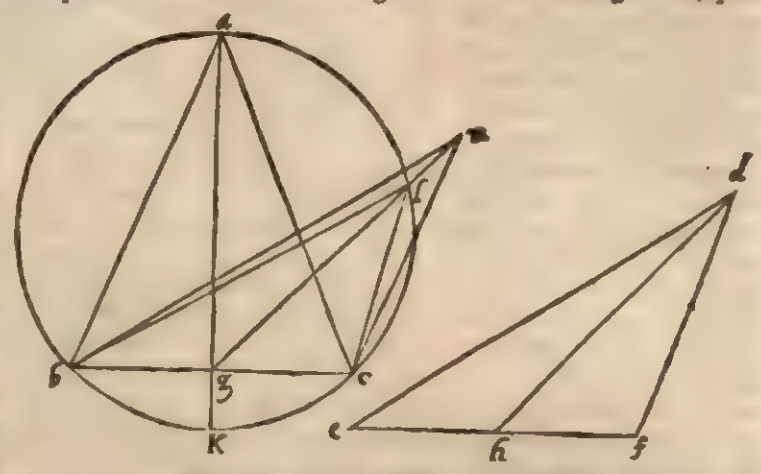


per

per 1 p 3. Et quoniam punctum h cadit in diametrum a b: palàm, quia ipsum punctum h est centrum circuli. Est ergo linea a d, pars diametri a b, maior quàm linea d b: & hoc est propositum.

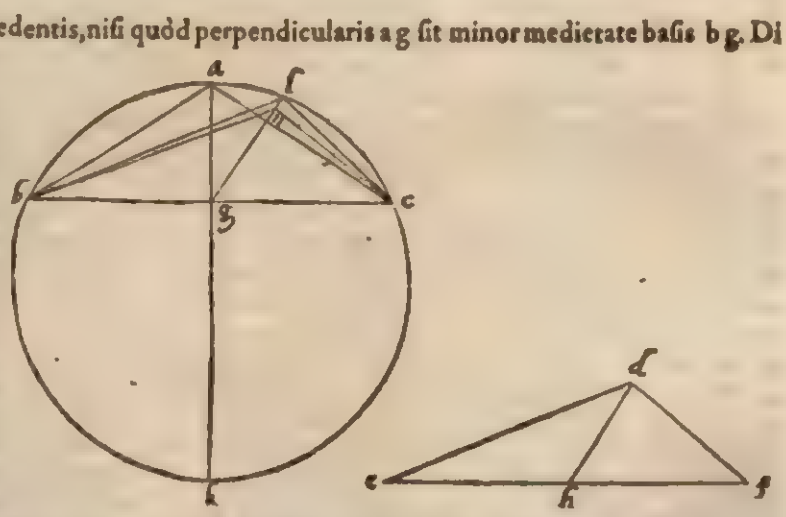
49. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarũ basiũ æqualiũ una perpendiculariter, alia obliquè æquales lineæ ducantur, sitq; qualibet ductarum maior medietate suæ basis: erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, maior angulo alterius trigoni, à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b c, & e f, sint æquales: quæ secentur per 10 p 1 in partes æquales, b c in puncto g, & e f in puncto h: & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h, quæ sint æquales: sitq; linea a g perpẽdicularis super lineã b c, linea uerò d h nõ sit perpẽdicularis sup lineã e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte basis: item obliqua d h maior linea e h parte basis. Dico, quòd angulus b a c est maior angulo e d f. Circũscribatur enim trigono a b c circulus per 5 p 4, & producatur linea a g ad circũferentiã in punctũ k: hoc aũt possibile. Quoniã uerò suppositũ est lineã a g esse maiorẽ linea g b, erit per 47 huius linea a g maior q̃ linea g k: ergo per 1 p 3 centrũ circuli est in linea a g inter pũcta a & g: & erit a k diameter, & per 7 p 3 linea g a est lõgissima omnium linearũ à puncto g ad circũferentiã productarũ: & linea g k erit omniũ linearũ illarum minima: & quælibet propinquior lineę g a est maior remotiore. Fiat itaq; per 23 p 1 super punctũ g termini lineę, c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e, qui sit l g c, producta linea g l usq; ad peripheriã circuli. Palã itaq; ex 7 p 3, quoniã linea g a est maior q̃ linea g l: ergo & linea d h, quę ex hypothesi est æqualis lineę a g, est maior q̃ linea g l. Producatur itaq; linea g l, quousq; sit æqualis lineę d h per 3 p 1, & sit linea g m æqualis lineę d h: & ducantur lineę m b & m c: angulus itaq; b m c est æqualis angulo e d f ex hypothesi per 4. 13 p 1. Sed angulus b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineę b l & c l: palã, quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21 p 1: sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c maior angulo b m c: ergo & angulo e d f: & hoc proponebatur.



50. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualium una perpẽdiculariter, alia oòliquè, æquales lineæ ducantur, sitq; qualibet ductarum minor medietate basis suæ: erit angulus trigoni, à quo ducitur perpendicularis, minor angulo alterius trigoni, à quo linea ducitur obliqua.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quòd perpendicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico, qd̃ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim, ut prius, angulus c g l æqualis angulo d h f. Et quoniã linea a g est minor quã linea b g, & linea a k est diameter: palã per 47 huius, quoniam cẽtrũ circuli est inter pũcta g & k: ergo per 7 p 3 linea g a est minima omniũ linearũ à puncto g ad peripheriã circuli productarũ: est ergo linea g l maior q̃ linea g a: ergo & maior quã linea d h. Fiat itaq; per 3 p 1 linea g n æqualis lineæ d h: & copulẽtur lineę b n & c n: erit itaq;, ut in præmissa, angulus e d f æqualis angulo b n c: sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21 p 1, & angulus b l c æqualis angulo b a c per 21 p 3. Erit ergo angulus b a c minor angulo b n c: ergo & eius æquali, angulo e d f: & hoc est propositum.

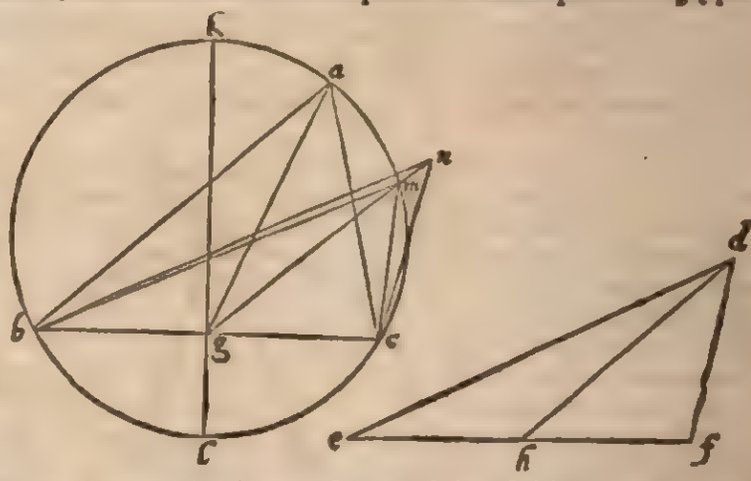


51. Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualium duæ lineæ æquales, obliquè incidant ad angulos inæquales, & si qualibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis: erit angulus superior illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angu-

lum

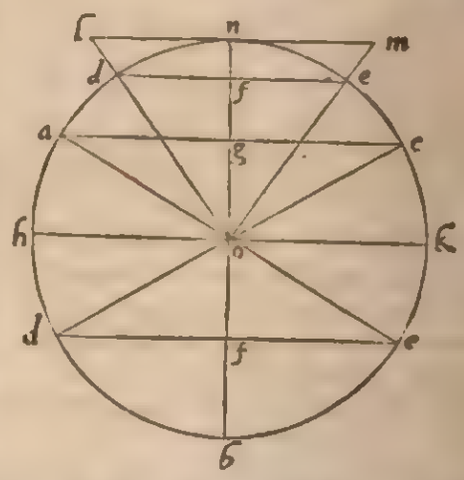
lum cum baſi continet, maior angulo ſuperiori alterius: & ſi minor, minor.

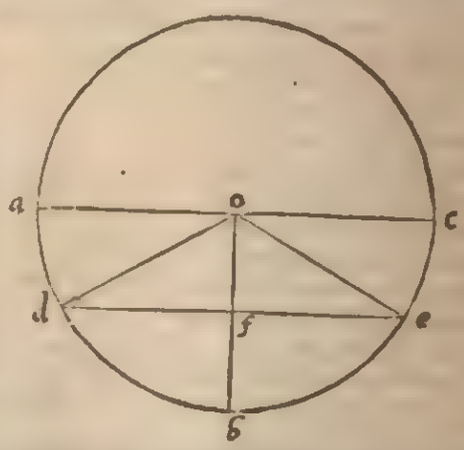
Sint ité duo trianguli a b c & d e f, habentes baſes b c & e f æquales: diuidaturq; baſis b c p̃ æqualia in puncto g, & baſis e f in pũcto h: & ducátur lineę a g, d h, quę ſint æquales, & utraq; ipſarum incidat obliquè ſuæ baſi: ſit aũt angulus a g c maior angulo d h f. Dico, quòd ſi maior ſit linea a g, q̃ linea g c: erit angulus b a c maior angulo e d f: & ſi linea a g ſit minor, q̃ linea g c, erit angulus b a c minor angulo e d f. Circumſcribatur enim per 5 p 4 trigono a b c circulus: & ducatur à puncto g perpendicularis ſuper lineá b c per 11 p 1: quæ producta ad circúferentiam, ſit g k. Erit itaq; g k per 1 p 3 pars diametri circuli propoſiti, quę cõpleta, ſit k l. Sit itaq;, ut prius, linea a g maior q̃ linea g c: eſt aũt linea k g maior, q̃ linea g l per 48 huius. In linea ergo g k eſt centrũ circuli: eſt ergo linea k g maior q̃ linea a g per 7 p 3: ergo & maior q̃ linea d h, quę eſt æqualis ipſi a g ex hypotheſi. Fiat itaq; per 23 p 1 ſuper punctũ g terminũ lineę g c, angulus æqualis angulo d h f, qui ſit m g c: cadatq; pũctũ m in peripheriá circuli. Eſt itaq; p 7 p 3 linea a g maior q̃ linea m g: ergo & linea d h eſt maior q̃ linea m g. Producatur itaq;, donec linea g m ſit æqualis lineę d h: & ducátur lineę n c & n b. Erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f: ſed angulus b m c eſt maior angulo b n c: eſt ergo angulus b a c maior angulo e d f per modum præoſtenſum. Similiter quoq; demonſtrandũ, ſi linea a g ſit minor q̃ linea g c, quod minor eſt angulus b a c angulo e d f: quod proponebatur demonſtrandũ.



52. Si duas lineas rectas ſecantes circulũ, æquales arcus interiaceant, illæ neceſſariò ſunt æquidiſtantes: idemq; accidit, ſi una earum fuerit ſecans & alia contingens.

Sit circulus a b c, cuius centrum ſit punctum o: ſecentq; duæ lineę a c & d e illum circulum taliter, ut arcus d a ſit æqualis arcui e c. Dico, quòd lineæ a c & d e ſunt æquidiſtantes. Aut itaq; o centrũ circuli eſt in altera illarum linearum, aut in neutra: & tunc uel inter utraſq;, uel extra utraſq;. Si ſit in altera ipſarum: eſto quòd ſit in linea a c, & à centro o ducatur linea perpẽdicularis ſuper a c per 11 p 1, & producatur ad circũferentiã, ſitq; o b ſecans lineá d e in puncto f: & ducantur lineę o d, o e, quę cum ſint æquales, erunt per 5 p 1, anguli o d f & o e f æquales: ſed angulus f o a eſt æqualis angulo f o c, qa ſunt recti: angulus uerò d o a æqualis eſt angulo e o c per 27 p 3, cum ex hypotheſi arcus d a ſit æqualis arcui e c: erit ergo angulus d o f æqualis angulo e o f: ergo per 32 p 1 erit angulus d f o æqualis angulo e f o: eſt ergo linea o f perpendicularis ſuper lineã d e. Erunt ergo per 28 p 1 lineę d e, & a c æquidiſtãtes. Si uerò centrũ o fuerit inter ipſas lineas a c & d e: ductis lineis à centro perpẽdicularib. ſuper utranq; illarũ, quę ſint o f, & o g, & ductis lineis ad terminos linearum a c & d e, à cẽtro o, quę ſint o a, o c, o d, o e, & diametro h k: fient ex utraq; parte centri o quatuor anguli æquales duobus rectis ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter: ſed angulus c o c eſt æqualis angulo d o a per 27 p 3: remanet ergo angulus d o e æqualis angulo a o c: per definitionẽ ergo circuli & per 6 p 6 trianguli d o e & a o c ſunt inuicẽ æquianguli: ergo erit angulus g c o æqualis angulo o d f: ſed angulus o g c eſt æqualis angulo o f d: quia uterq; rectus ex præmiſſis: ergo per 32 p 1 trigona g o c, d o f ſunt æquiangula: ergo per 14 p 1 lineę d o & o c conjunctæ ſunt linea una: quia anguli c o h & d o h ex præmiſſis ſunt æquales duobus rectis. Ergo per 27 p 1 patet propoſitum. Quòd ſi centrum o fuerit extra utraſque: ducatur perpendicularis à centro o ſuper ipſarum alteram. & ſit linea o g perpendicularis ſuper lineam a c, quæ diuidet



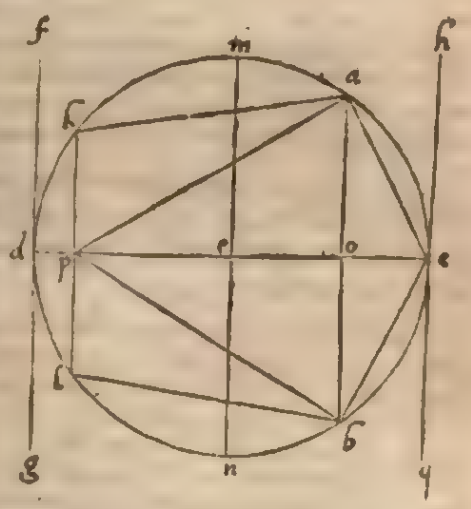


ipſam

ipſam a c in duo æqualia per 3 p 1, producaturq; linea o g, ut ſecet lineam d e in puncto f: & ductis lineis o a, o c, o d, o e. palàm per 4 p 1, cum in trigonis a g o & c g o duo latera a g & g c ſint æqualia, & latus g o commune, & anguli ad g recti ex hypotheſi: quòd angulus a o g eſt æqualis angulo c o g: ſed angulus a o d æqualis eſt angulo c o e per 27 p 3: relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e: ſed latus d o æquale lateri e o, & latus o f commune: erit ergo per 4 p 1 angulus o f d æqualis angulo o f e: uterq; ergo eſt rectus. Eſt ergo angulus o f d æqualis angulo o g a: ergo per 28 p 1 lineæ d e & a c ſunt æquidiſtantes: quod eſt propoſitum primum. Quòd ſi una illarum duarum linearum ſecet circulum, & alia ipſum contingat: ſi ſecans tranſit centrũ, & ſit diameter, quæ h k, & linea l m contingat in puncto n: ſitq; arcus n h æqualis arcui n k: palàm, quod illorum arcuum quilibet eſt quarta circuli: ducatur itaque linea n o: ergo per 18 p 3 angulus l n o eſt rectus: ſed & angulus n o h eſt rectus: ergo per 28 p 1 lineæ l m & h k æquidiſtant: quod eſt ſecundũ propoſitum. Quòd ſi linea l m circulum contingente in puncto n, linea d e ſecet circulum nõ per centrũ: ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus, quod eſt n, ducatur linea o n ſecàs lineam d e in puncto f. Quia itaque arcus n d eſt æqualis arcui n e: erit per 27 p 3 angulus l o n æqualis angulo m o n: ſed per 18 p 3 angulus o n l eſt æqualis angulo o n m: quia ambo ſunt recti. Item per 4 p 1 angulus o f d eſt æqualis angulo o f e: ſunt ergo recti. Ergo per 28 p 1 patet propoſitum tertium.

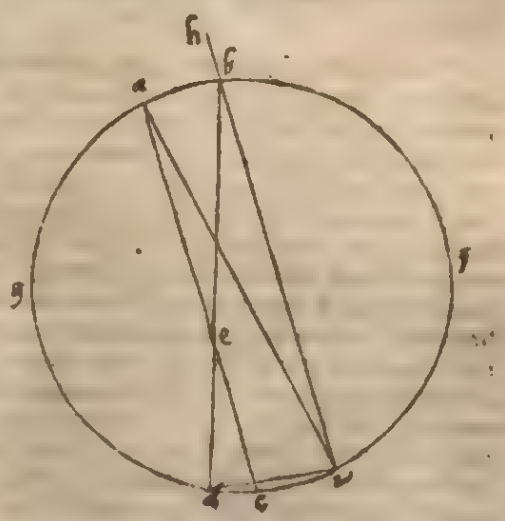
53. Lineas æquidiſtantes trans circuli ſuperficiem productas, ſive amba ſecent, ſive amba cõtingant, ſive una ſecet & alia contingat, arcus interiacent æquales.

Sit circulus a c b d, cuius centrum e: contingantq; ipſum duæ lineæ æquidiſtãtes f g in puncto d, & h q in puncto c: & à puncto contingentiæ, quod eſt d, ducatur linea d e ad centrum e. Eſt ergo per 18 p 3 linea d e perpendicularis ſuper lineam in illo puncto contingentem, quæ f g. Ducatur quoque linea c e à puncto cõtingentiæ ad centrum e: erit ergo linea c e perpendicularis ſuper lineam h q contingentem in puncto c. Ducatur quoq; à centro e linea æquidiſtans lineæ f g per 31 p 1, quæ ſit n m: hæc quoq; etiam æquidiſtabit lineæ h q per 30 p 1: ergo per 29 p 1 angulus m e d eſt æqualis angulo m e c: ergo per 14 p 1 lineæ d e & e c cõiunctæ, ſunt linea una: eſt ergo linea d c diameter circuli, cum tranſeat per centrum e: arcus itaque d a c eſt ſemicirculus æqualis ſemicirculo d b c. Sed & ſi linea a b ſecet circulum æquidiſtans lineæ h q contingenti in puncto e, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b. Quia enim ſemidiameter e c ſecat lineam contingẽtem, quæ h q: palàm per 2 huius, quoniam ſecabit & eius æquidiſtantem, quæ eſt linea a b: ſit, ut ſecet ipſam in puncto o. Et quia angulus h c e eſt rectus per 18 p 3, palàm per 29 p 1, quoniam angulus b o e eſt rectus: ergo per 2 p 2 linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. Ducantur itaq; lineæ a c & c b: palamq; per 4 p 1, quoniã illę erunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a c eſt æqualis arcui b c. Quòd ſi linea æquidiſtans lineę b a ſecet circulũ: quæ ſit k l: palàm, quoniam ſemidiameter e c producta ſecabit lineam k l per æqualia per 29 p 1. 3 p 3: ſecet ergo ipſam per æqualia & orthogonaliter in puncto p: & ducãtur lineæ p a, p b, k a, l b: erit ergo in trigonis p a c, p b c p præmiſſa, & 4 p 1 latus p a æquale lateri p b: & angulus p b c æqualis angulo a p c: relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l: ſed linea k p eſt æqualis lineæ p l: erit ergo per 4 p 1 linea k a æqualis lineæ l b. Ergo per 28 p 3 erit arcus k a æqualis arcui l b: quod eſt propoſitum.



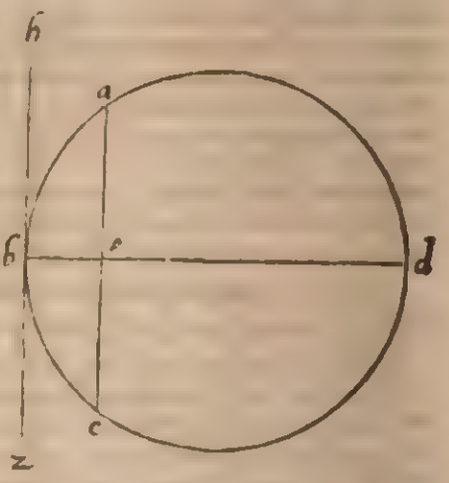
54. Duabus chordis in aliquo circulo ſe ſecantibus: erit quilibet angulus ſectionis æqualis angulo apud circumferentiam, cadenti in arcum æqualem duobus arcubus ſi illuc eidem angulo & ſuo cõtrapoſito ſubtenſis. Alhazen 24 n 7.

Sit circulus a b c d, in quo ſecẽt ſe duæ chordę a c & b d: & ſit pũctũ ſectionis e. Dico, quòd angulus a e b eſt æqualis angulo, qui eſt in circumferentia, quam ſubtẽdunt duo arcus a b & c d: & quòd angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferẽtia, quã ſubtendunt duo arcus d g a & b z c. Ducatur enim à puncto b linea b z æquidiſtanter lineę a c per 31 p 1. Si ergo linea b z ſecat circulum, palã, quia arcus c z eſt æqualis arcui a b per præcedentem: arcus itaq; z d æqualis eſt ambobus arcubus a b & d c: quoniam arcus d c utrobiq; eſt cõmunis: ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z,



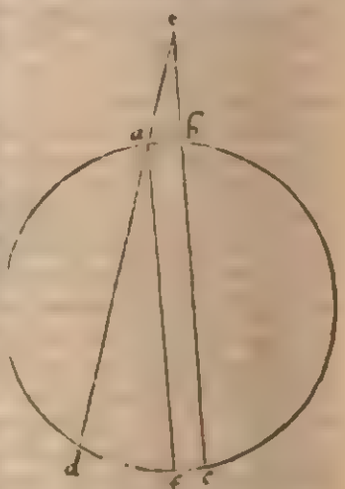
qui eſt

qui eſt æqualis angulo a e b per 29 p 1: angulus itaque a e b eſt æqualis angulo in circumferentia, cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a, & c d. Item d ducatur linea d z & producatur linea z b extra circulum in punctum h: erit ergo angulus h b d extrinſecus æqualis duobus angulis intrinſecis b d z, & b z d per 32 p 1: ſed duo anguli b z d & b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b g d, & b f z: angulus ergo h b d eſt æqualis angulo, quem reſpiciunt duo arcus b g d & b f z: hic autem eſt arcus d a z: ſed arcus a b eſt æqualis arcui z c: arcus itaque d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaque per 29 p 1 angulus h b e ſit æqualis angulo b e c: patet, quia angulus b e c eſt æqualis angulo, quem in circũferentia reſpiciunt duo arcus d g a & b z c. Quòd ſi linea h b z contingit circulum, & non ſecat: tunc patet per 32 p 3, quia angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli, quę eſt b a d, & angulus e b h eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli b e d: ſed angulus e b z eſt æqualis angulo b e a per 29 p 1. Angulus itaque b e a eſt æqualis angulo, qui apud circumferentiam cadit in arcum b e d: ſed arcus b c eſt æqualis arcui b a per proximam præcedentem: arcus ergo b e d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d. Angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo, qui apud circumferẽtiam reſpicit duos arcus a b & c d: quoniam angulus cadens in arcum b e d eſt conſiſtens in portione circuli, quæ eſt b g d. Similiter quoque poteſt declarari, quòd angulus b e c eſt æqualis angulo apud circumferentiam, quem reſpiciũt duo arcus b e & a d: quoniam angulus b e c eſt æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 32 p 3 cadit in portionem circuli b e d, hoc eſt in arcum b a d: eſt autem ex præmiſſis arcus a b æqualis arcui b c: patet itaque propoſitum.



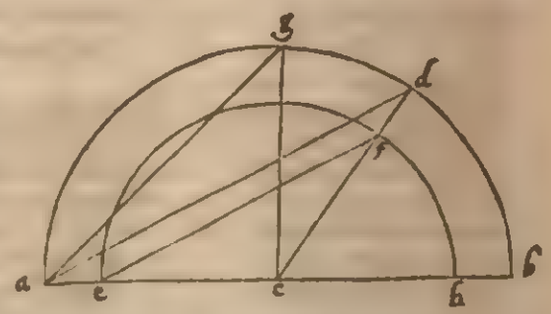
55. Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato, circulum ſecantibus contentus, æqualis eſt angulo ſuper circumferẽtiam cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas lineas comprehenſus, excedit minorem. Alhazen 25 n 7.

Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e: & ducantur a puncto e duę lineę ſecantes circulum, quæ ſint e a d & e b c. Dico itaq;, quòd angulus d e c eſt æqualis angulo, qui eſt apud circumferentiam circuli, quem reſpicit arcus, in quo arcus d c excedit arcũ a b. A' pũcto enim a ducatur per circulum linea a f æquidiſtans lineę b c per 31 p 1: erit ergo per 53 huius arcus f c æqualis arcui a b. Eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b: ſed angulus d a f apud circumferentiã exiſtens cadit in arcum d f: & angulus d a f eſt æqualis angulo d e c per 29 p 1. Ergo angulus d e c eſt æqualis angulo cadenti ſuper circumferentiam in arcum d f: quod eſt propoſitum.



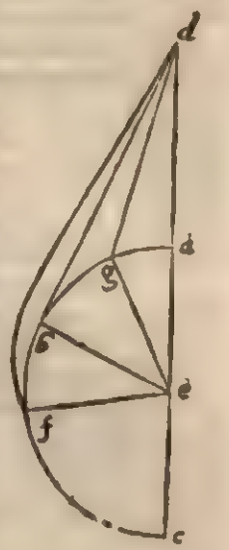
56. In dato ſemicirculo ad unum punctũ circumferentia, duabus lineis: una à termino diametri, & alia à centro ductis: ab eiſdem punctis ad aliud punctum quodcunq; ſemicirculi datis lineas duas prioribus duabus proportionales duci eſt impoſsibile: in diuerſis uerò ſemicirculis hoc eſt poſsibile.

Eſto datus ſemicirculus a d b: cuius diameter a b: centrum uerò c: & ſit aliquod punctum circũferentiæ d: & ducatur à puncto a termino diametri ad punctum d linea a d: & à cẽtro c linea c d. Dico, quòd ſi à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum ſemicirculi ducantur: quòd illę duę ductę lineę duabus lineis a d & c d proportionales non erunt. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duę lineæ a g & c g, & quę eſt proportio lineę a d ad lineam c d, eadem ſit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16 p 5 proportio lineæ a d ad lineam a g, ſicut lineę c d ad lineam c g: ſed linea c d eſt æqualis lineę c g: quoniã ambę ſunt ex cẽtro ſemicirculi: ergo linea a d æqualis erit lineę a g: hoc aũt eſt impoſsibile ex 7 p 3 & 19 p 1: maiori enim angulo ſubtẽditur linea a d q̃ linea a g: & eſt uicinior diametro. Patet ergo ꝓpoſitũ primũ: quia à quocũq; pũcto alio dato idẽ accidit impoſsibile, & eodẽ modo deducẽdũ. In diuerſis uerò ſemicirculis



micirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerint: tunc in centro alterius semicirculi super semidiametrum constituto æquali angulo a c d, per 23 p 1, compleatur propositum ex 4 p 1, & 4 p 6. Quòd si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo: inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum: eritq; æquidistans primo, & in punctum, ubi linea c d ipsum secabit, (quod sit f) ducatur linea à termino suæ semidiametri, quæ sit e f: & patet propositum per definitionem circuli & 29 p 1, & 4 p 6. Quòd si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquidistàter eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctum d, quousq; tangat peripheriam alterius semicirculi, & coniungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri: & deinde compleatur, ut prius, demonstratio: & patet propositum.

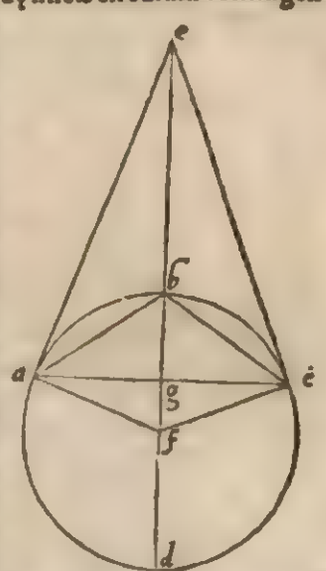
57. A puncto uno ad datum semicirculum unam tantum lineam contingentẽ possibile est duci. Ex quo patet, quòd omnis linea ab eodẽ puncto sub contingẽte ducta, secat semicirculũ in uno pũcto supra punctũ cõtingẽtiæ, & in alio sub ipso.



Esto datus semicirculus a b c, cuius cẽtrum e: & sit extrà datus punctus d: à quo ad semicirculũ ducatur linea contingẽs, quæ sit d b. Dico, quòd a puncto d ad semicirculum a b c, aliam contingẽtem, quàm lineam d b duci est impossibile. Si enim hoc sit possibile, ducatur: hæc ergo contingens aut cadet ultra punctum b, aut citra: sit primo, ut cadat ultra punctum b, uersus c in punctũ f, & sit d f: ducantur itaq; à centro e ad puncta contingentiæ, lineæ e f, e b, & producatur diameter c e a usq; ad punctum d. Palam ergo per 18 p 3, quoniam angulus e b d est rectus: similiter angulus e f d est rectus. Sunt itaq; æquales, & cadunt in trigonum e f d: quod est contra 21 p 1. Iuẽ quoq; accidit impossibile, si linea contingẽs ducta à puncto d ad semicirculum a b c, cadat inter puncta b & a: ut linea d g. Palam ergo corollarium: quoniam enim linea d g non contingit semicirculum: ergo ipsa producta secat ipsum: & hoc est propositum.

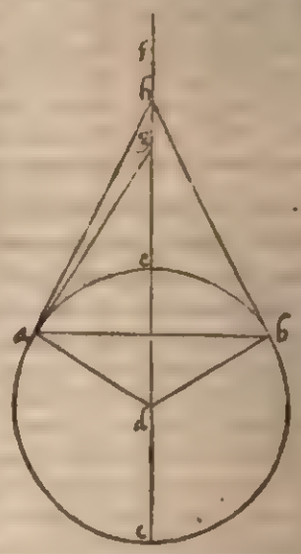
58. Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulum contingẽtes, sunt æquales: & arcus interiacens puncta contingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulum illarum per æqualia: & arcum interiacentem diuidit per æqualia: & linea per æqualia diuidens arcum, hæc productæ per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum. Consectarium secundum Campani ad 36 p 3.

Sit circulus a b c, cuius centrum f: & sit, ut à puncto e ducantur duę lineæ circulum contingentes per 17 p 3, quæ sint e a & e c. Dico, quòd lineæ e a, e c sunt æquales: & quòd arcus a b c interiacens puncta contingentiæ est minor semicirculo: & si producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulum a e c per æqualia: dico, quòd linea e b in puncto b diuidet arcum a c per æqualia: & si linea d e diuidat arcum a c per æqualia, diuidet etiam angulum a e c per æqualia. Ducatur enim primò linea e f diuidens a e c, quæ producta secabit circulũ: secet ergo ipsum in punctis b & d. Palam itaq; per 36 p 3, quoniam illud, quod fit ex ductu lineæ d e in lineam e b, æquale est quadrato lineæ a e: & eadẽ ratione quadrato lineæ e c. Ergo quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ e c. Ergo & linea a e est æqualis lineæ c e: & hoc est primum propositorũ. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 18 p 3: sunt ergo æquales: ergo per 4 p 1 linea f e diuidit angulum a e c per æqualia. Et quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e: palàm per 32 p 1, quoniã anguli e f c & e f a sunt minores duobus rectis. Arcus ergo a b c est minor semicirculo per 33 p 6: quod est secundum. Ducatur quoq; linea a c secans lineam e d in puncto g: & ducantur lineæ a b & a c. Quia ergo linea e g secat angulum a e c per æqualia: patet per 4 p 1, cum linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit commune, quoniã linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cõmune: ergo per 4 p 1 erit linea a b æqualis lineæ b c: ergo per 28 p 3 arcus a b est æqualis arcui b c. Eodem quoq; modo patet, quòd si linea g e secat arcum a c per æqualia in puncto b, quòd ipsa etiam diuidet per æqualia angulũ a e c. Quia enim trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet: palam ergo per 8 p 1, quoniam angulus a e b est æqualis angulo c e b: & hoc est totum quod proponebatur.



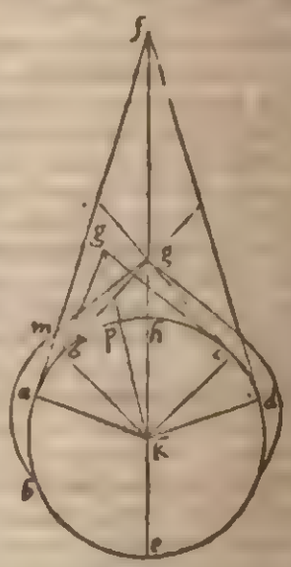
59. Arcubus æqualibus, minoribus quolibet, quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis: à terminis illorũ arcuum ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse: & ab uno puncto diametri ductas contingẽtes in terminis æqualiũ arcuum contingere est necesse. Ex quo patet, quoniam omnem angulum & arcum à lineis contingentibus contentum diuidit diameter educta per æqualia.

Esto circulus a b c, cuius centrum sit d, & eius diameter c e, quæ producatur indefinitè ad punctum f: & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales: & à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 17 p 3. Dico, quòd illæ duę lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f. Quòd si dicatur ipsas nõ concurrere in puncto uno diametri, concurrent tamen ambæ contingentes cũ diametro d f: productis enim lineis d a, d b: erũt anguli ad puncta a & b recti: sed anguli e d a & e d b sunt acuti per 33 p 6: arcus enim a e, b e sunt minores, quilibet, quarta circuli: ergo per 14 huius linearũ contingentium utraq; concurret cum linea d f. Si itaq; non fit hoc in eodem puncto: sit, ut linea contingẽs ducta à puncto a, concurrat cũ linea d f in puncto g: & contingens ducta à puncto b concurrat cum d f in puncto h, quod sit ultra punctum g: & ducatur linea a h: eritq; per 27 p 3, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b: ergo per 4 p 1 erit angulus h a d æqualis angulo h b a: & per 18 p 3 uterq; ipsorũ est rectus. Quia itaq; angulus d a g est rectus per 18 p 3: patet, quòd ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est communis: erit ergo per 32 p 1 angulus a g d æqualis angulo a h d, extrinsecus scilicet intrinseco in trigono a h g: quod est contra 16 p 1 & impossibile. Patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducantur duæ lineæ circulum contingentes in punctis a & b: erunt arcus a e & b e æquales: trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentẽ: ergo sunt æquiangula per 8 p 1: est ergo angulus a d h æqualis angulo b d h. Ergo per 26 p 3 arcus a e est æqualis arcui b e: quod est propositum: & patet corollarium.



60. Si intra duas lineas circulum contingẽtes ab uno puncto ductas, aliæ duæ lineæ eundem circulum contingentes ducantur. cadent puncta contingẽtiæ interiorum intra puncta contingentiæ exteriorum: & si arcus hinc inde interiacentes puncta contingentiæ, fuerint æquales, erit utrarum 3, concursus semper in eadẽ diametro circuli eductæ: interiores quoq; ad utramq; partem productæ cum exterioribus necessariò concurrent.

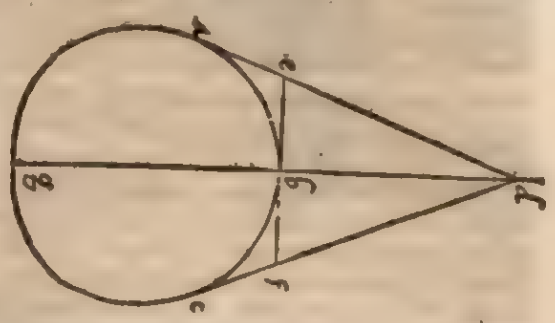
Esto circulus a b c d e, cuius cẽtrũ k: & eius diameter e h educatur: & sit, ut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d contingentes circulũ ducantur: & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c. Dico, quòd puncta b & c cadent intra pũcta a & d. Si enim nõ cadunt intra puncta a & d: aut cadũt in illa puncta aut extra: si in illa, ducãtur lineæ k a & k d à cẽtro k ad puncta contingentiæ a & d: erit itaq; per 18 p 3 angulus k a f rectus: & similiter angulus k a g rectus: & sic rectus maior recto. Itẽ inter contingentẽ f a & circulum, alia linea capitur, ut g a: hoc autẽ est cõtra 16 p 3. Palàm ergo, quoniã impossibile. Si uerò detur, quòd puncta b & c cadant extra pũcta a & d: sit punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b producta lineam f a per 14 huius. Et quoniã est contingẽs solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ: sit ille punctus m. Palàm itaq;, quoniã lineæ m a & m b ab uno pũcto m productæ semicirculũ contingunt: quod est contra 57 huius. Non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra. Similiterq; demonstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctum d. Cadũt ergo puncta contingẽtiæ interiorum intra puncta contingẽtiæ exteriorũ. Sed & arcubus a b & c d existẽtibus æqualibus, punctũ g necessariò cadit in diametro e h f. Si enim extra illã, ducatur linea k g secãs circũferentiã in pũcto p. Quia ergo arcus b p est æqualis arcui p c per præcedentẽ: arcus quoq; a b est æqualis arcui c d ex hypothesi: remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b: sed arcus h b est maior arcu p b: ergo arcus c h est maior arcu c p, pars suo toto: qd̃ est impossibile. Nõ ergo cadit pũctũ g extra diametrũ e h f. Palàm etiã est p 14 huius, quoniã linea g b producta ultra pũctũ b, necessariò cõcurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra pũctũ c, cõcurret necessariò cũ linea f d: linea enim k c rectũ angulũ cõtinẽs cũ linea a g, cõtinet acutũ cũ linea f d: patet ergo ꝓpositũ.



61. Si ad mediũ punctũ arcus interiacẽtis puncta contingẽtiæ duarũ linearũ, ab uno puncto ad circulũ productarũ, linea cõtingens circulũ ad alias contingẽtes producatur: illa in puncto suæ contingentiæ per æqualia diuiditur: & ab alys lineis cõtingentib. partes abscindit æquales.

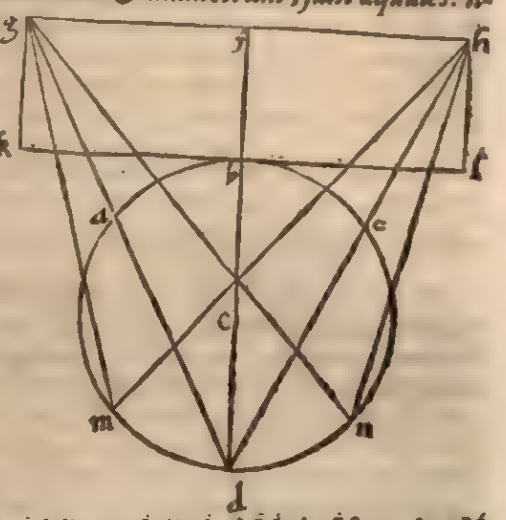
Sit circulus a b c, quẽ contingãt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ: producatur ergo diameter g b d: & palàm p 59 huius, quoniã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in pũcto b. A puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 17 p 3: hæc itaq; quoniã est orthogonalis super diametrum g b, ut patet per 18 p 3: palàm per 14 huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c: sit ergo ut secet lineam d a in puncto e, & lineam d c in puncto f. Quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59 huius, & anguli d b e & d b f sunt recti: palàm, quia trigona e b d & f d b sunt æqui-

æquiangula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera sunt proportionalia: sed latus d b est æquale sibi: erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. Quod etiam sic patere potest. Quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ contingentes circulum, scilicet e a & e b, patet per 58 huius, quòd ipsæ sunt æquales. Omnes ergo lineæ a e, e b, b f, f c sunt æquales. Ergo lineæ e d & f d sunt æquales: patet ergo propositum.



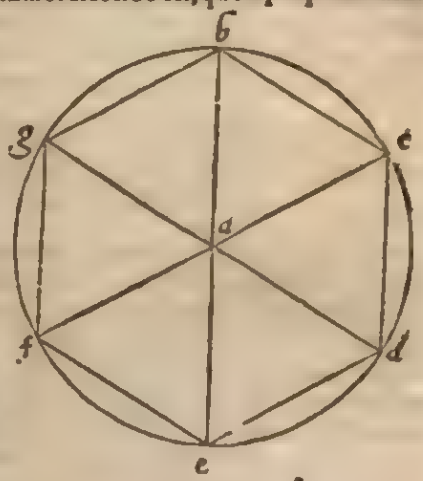
62. A duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri, & à linea circulum in termino propiore diametri cõtingente, duabus lineis ad alium terminũ diametri productis: arcus interiacẽtes illarum linearum alteram & diametrum, sunt æquales: illis verò ad alium punctum circumferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e: diameterq; eius d b educatur ad punctũ f: sintq; duo puncta g & h æqualiter distãtia à pũcto f eductę diametri: ducãturque duę lineę g d & h d ad aliũ terminũ diametri secãtes circulũ: linea g d in pũcto a, & linea h d in pũcto c: & à puncto b ducatur linea cõtingens circulũ, quę sit k b l, à qua æqualiter distẽt pũcta g & h. Dico, quòd arcus a b & b c sunt æquales. Ducatur enim linea g f h: erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineę h f: ideo, quia puncta g & h æqualiter distãt à puncto f: & ducãtur lineę h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l cõtingẽtẽ, p 12 p 1: erũt ergo ex hypothesi & illę æquales: ergo p 33 p 1 linea g h æq̃ distat lineę k l. Ergo p 18 p 3 & 29 p 1 anguli d f h & d f g sunt recti: ergo p 4 p 1 anguli g d f & h d f sunt æquales. Ergo p 26 p 3 arcus a b est æqualis arcui b c. Patet quoq; manifestè, quòd si à pũctis g & h lineę ad aliud pũctũ circũferentię qũlibet ad pũctũ d, pducãtur, ut ad pũcta m uel n: quòd illę lineę arcus resecabũt inæquales: quælibet enim illarũ, quę secat diametrũ, abscindit minorẽ arcum, & aliã maiorẽ: & hoc est, quod proponebatur.



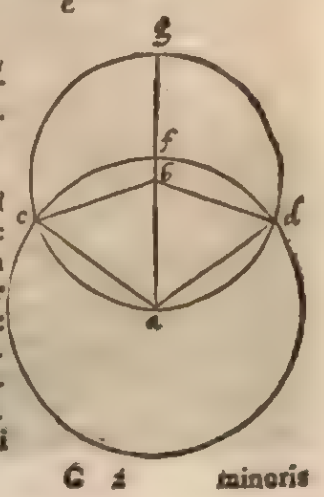
63. Diameter circuli dividens hexagonum, eidẽ circulo inscriptum, ab oppositis angulis per æqualia, duob. lateribus medijs hexagoni erit æquidistans.

Sit circulus, cuius centrũ sit punctũ a: inscriptus hexagonus, qui b c d e f g: & ab oppositis angulis illius hexagoni ducatur diameter b a e. Dico, quòd illa diameter æquidistat duobus medijs lateribus hexagoni, quæ sunt c d & g f. Ducantur enim lineæ a c & a d. Quia itaque lineę b c & c d, (quę sunt latera hexagoni) sunt inter se æquales, & utrunq; ipsorũ est æquale semidiametro circuli per 15 p 4: patet ergo, quòd trigona a b c & a c d sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 ipsa sunt æquiangula: erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d. Ergo per 27 p 1 lineæ a b & c d æquidistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g. Patet ergo, quoniam diameter b e æquidistat medijs lateribus hexagoni: quod est propositum.



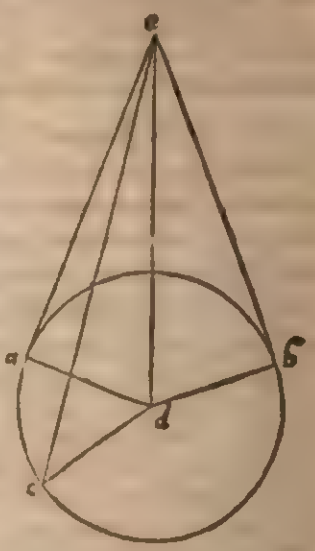
64. Duobus circulis inæqualibus se secantibus, ita ut minor pertrãseat centrum maioris: arcum minoris interiacentem peripheriã maioris in centro maioris per æqualia dimidi est necesse.

Sint duo circuli c f d maior, cuius centrũ sit a: & c g d minor, cuius centrum sit b: secentq; se hi circuli in punctis c & d: transeatq; minor (qui c g d) per centrũ maioris, quod est a: eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra peripheriam maioris. Dico, quòd arcus c a d dividitur per æqualia in puncto a. Ducatur enim linea copulans centra, quę sit a b: & hęc producta compleat diametrũ minoris circuli, quæ sit a b g: & ad pũcta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b c. Quia itaque in trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus laterib. a b & b d alterius: quoniam omnes sunt rectę ex puncto b centro circuli



minoris ductæ ad peripheriam, & basis a c est æqualis basi a d: quoniam sunt ex centro circuli maioris. Ergo per 8 p 1 anguli æquis lateribus contenti sunt æquales: angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b: ergo per 26 p 3 arcus c g est æqualis arcui d g: reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales. Arcus ergo c a d diuiditur per æqualia in puncto a: quod est propositum.

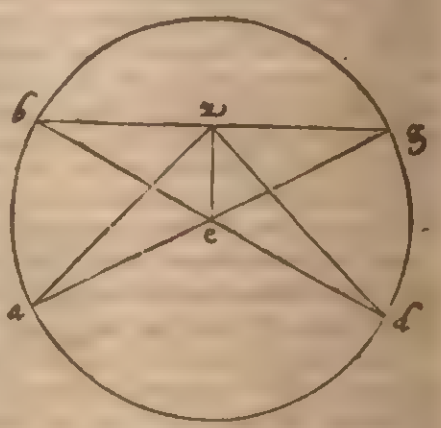
65. Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad peripheriam sui circuli sunt æquales. 5 def. 1 sphæ. Theodo.



Esto circulus a b c, cuius centrum d: & erigatur perpendiculariter super circulum à centro linea d e, ita, ut per definitionem polus circuli sit punctũ e: & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, quòd ipsæ oẽs sunt æquales. Ducantur enim lineę a d, b d, c d. Quia itaq; quadratũ lineę a e est æquale quadrato lineæ e d & lineę d a: quadratum quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b per 47 p 1: quadratum uerò lineæ e d est æquale sibijpsi, & quadratũ lineę d a æquale quadrato lineæ d b per circuli definitionem: palàm quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineę b e, & similiter quadrato lineæ c e. Palàm ergo, quoniam lineę a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ, sunt æquales: & hoc est propositum.

66. Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpẽdicularis super superficiem illius circuli. 7 & 23 th. 1 sphæ. Theodo.

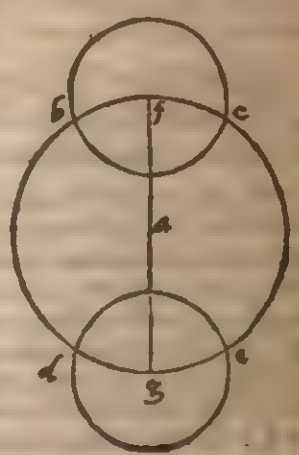
Sit centrum sphærę punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z e. Dico, quòd linea z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d. Ducantur enim lineę a e, b e, quę productæ cõpleant duas diametros circuli, quæ sint a g, & b d: & ducantur lineę z a & z b & z d & z g, quę omnes erunt æquales per definitionem sphæræ: sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per definitionem circuli: linea itaq; z e existente communi, patet quòd trigona z a e, z b e, z d e, z g e omnia sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales. Oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æquales: sunt ergo recti. Eodemq; modo potest demõstrari de omnibus angulis contentis sub linea z e & omni semidiametro circuli a b g d. Linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d: & hoc est propositum.



67. A centro sphæræ ductã perpendicularẽ sup superficiẽ circuli non magni ipsius sphæræ, eiusdẽ circuli cẽtro incidere est necesse. Cõsectarium secundũ 1 th. 1 sphæ. Theo.

Sit, ut in præmissa, centrum sphęræ punctum z: sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphęrę, qui sit a b g d: & ducatur à puncto z centro sphærę linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g d, quæ sit z e. Dico, quòd punctum e est centrum circuli a b g d. Ducantur enim lineæ z a, z b, z g quæ erũt æquales per definitionẽ sphęrę. Quoniã ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti: patet per 47 p 1 quoniam quadratũ lineę z a ualet quadrata linearum a e & z e, & quadratum lineę z b ualet ambo quadrata linearum b e & z e: & similiter quadratũ lineę z g ualet ambo quadrata linearum g e & z e: lineę uerò z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarum æqualia: ablato itaq; quadrato lineę z e omnib. cõmuni, relinquitur ut quadrata linearum a e, b e, g e sint æqualia: ergo & ipsę lineę a e, b e, g e sunt æquales. Ergo per 9 p 3 punctum e est centrum circuli a b g d: quod est propositum.

68. Æquidistantium in sphæra circulorum centra in eadẽ diametro sphæræ consistere est necesse. Ex quo patet, quòd omnes circuli in sphæra æquidistantes eosdem habent polos: & si eosdem habent polos, sunt æquidistantes. 1 & 2 th. 2 sphæ. Theodo.



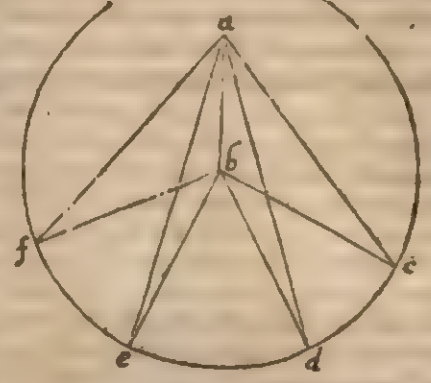
Sit sphęra, cuius centrũ sit punctũ a, & in ipsa sint duo circuli æquidistãtes: b c, cuius cẽtrũ sit f: & d e, cuius cẽtrũ g: & ducatur linea a f, quę p ducta erit diameter sphęrę, cũ ipsa trãseat centrũ sphęrę a: ergo p 66 huius linea a f est erecta sup supficiẽ circuli b c: ergo p 23 huius erit ea dẽ diameter erecta sup supficiẽ circuli d e: ergo p primam ipsa trãsit p centrũ circuli d e. Sunt ergo centra illorũ circulorũ in eadẽ diametro sphęrę: qd̃ est ꝓpositũ. Et ex hoc patet, qd̃ illi circuli eosdẽ habẽt po-

los pe

los per definitionẽ poli. Et ſi aliqui circuli eoſdẽ habent polos, patet per 14 p 11, quòd ipſi ſunt æquidiſtantes: & hoc proponebatur. Quòd ſi etiã reliquus circulorũ æquidiſtantium eſſet circulus magnus, eadem eſſet demonſtratio. Duo uerò circuli magni eiuſdem ſphęræ ſibi inuicem æquidiſtare non poſſunt: quoniam amborum illorum eſt idem centrum, quod eſt centrum ſphæræ.

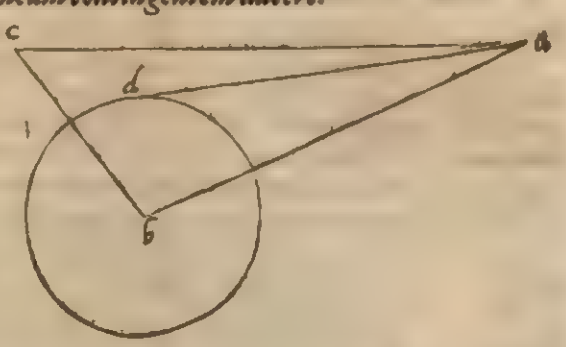
69. Si plana ſuperficies ſecet ſphærã, cõmunis ſectio erit circulus. Ex quo patet, quoniã à quolibet punctο in diametro uel ſuperficie ſphærica dato, eſt poſſibile totali ſuperficiei ſphæricæ circulum circumduci, aly etiam circulo illius æquidiſtantem. 1 th. 1 ſphær. Theodoſij.

Sit ſphęra, cuius centrũ a, ſeceturq; per planam ſuperficiẽ. Dico, quòd cõmunis ſectio ſuperficiei ſphęricæ & planæ eſt circulus. Si enim fiat ſectio p centrũ a: tũc patet, quòd oẽs lineæ ductæ à cẽtro a ad ſphæræ ſuperficiẽ, quę ſunt in illa plana ſupficie ſecãte, & terminantur ad cõmunem terminũ illorũ, ſunt æquales per definitionẽ ſphęræ: ergo per definitionẽ circuli, illa cõmunis ſectio eſt circulus. Si aũt ſuperficies plana ſecet ſphærã datã nõ per centrũ a: ducatur per 11 p 11 à centro a perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſecantẽ, quę ſit a b, & cõtinuẽtur lineæ a c, a d, a e, a f, & quot quis uoluerit ad illã ſectionem communem à cẽtro ipſius ſphęræ: ducãtur quoq; lineę c b, d b, e b, f b, in ipſa ſuperficie ſecãte, ad puncta, quibus incidũt lineę ex centro ſphęræ ductæ. Palàm ergo per 47 p 1, quoniã quadratũ lineæ a c eſt ęquale duobus quadratis linearum a b & b c: & ſimiliter quadratum lineę a d eſt æquale duob. quadratis linearũ a b & b d: ſed quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ a d: quoniã linea a c eſt æqualis lineæ a d per definitionẽ ſphęræ, & quadratũ lineæ a b eſt ęquale ſibijpſi: relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b: eſt ergo linea c b æqualis lineæ d b: & ſimiliter erit linea d b æqualis lineis e b & f b: eadẽ enim eſt demonſtratio, quotcunq; alijs lineis à cẽtro ſphęrę a ad illam communẽ ſectionem productis. Omnes itaq; lineæ à puncto b ad illã communem ſectionẽ ductæ, ſunt æquales: ergo per 9 p 3 & per definitionẽ circuli, ut prius, punctũ b eſt centrũ circuli. Cõmunis ergo ſectio iſtarũ ſuperficierũ eſt circulus: & hoc eſt propoſitũ. Patet etiã ex hoc corollariũ: quoniã à pũcto dato per 12 p 1 producta perpẽdiculari ſuper diametrũ ſphęræ, imaginetur ſuperficies plana ſecãs ſphærã ſecundũ illã perpendiculariter: & patet propoſitũ per præmiſſa. Quòd ſi alicui circulo in ſphęra ſignato æquidiſtãs duci debeat: à dato pũcto ducatur perpẽdicularis ſuper ſphęræ diametrũ tranſeuntẽ circuli centrũ, cui æquidiſtãs debet duci circulus, & ꝓducatur in continuũ uſq; ad aliã ſphęræ ſuperficiẽ, & ducatur alia linea à pũcto diametri utcũq; ſup productã, & orthogonaliter ſuper diametrũ ſphęræ, imagineturq; ſuperficies plana trãſiens terminos iſtarũ linearũ in ipſa ſuperficie ſphęræ faciẽs ſectionẽ: quę per præmiſſa neceſſariò erit circulus: quia p 4 p 11 diameter ſphęrę, ſuper quã ducitur linea à pũcto dato, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ in punctis illis, ut præmittitur, ſphæram ſecantem: unde à centro ſphæræ ductis lineis, ut prius, patet quod proponebatur.



70. A dato punctο ad datam ſpharam lineam contingentem ducere.

Sit enim datũ punctũ a, & centrũ datę ſphęræ ſit punctũ b: & ducatur linea a b: & à cẽtro ſphæræ, quod eſt b, ducatur linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea a c: palamq; p 2 p 11, quoniam trigonũ a b c eſt in una ſuperficie plana: hęc itaq; per præcedẽtem ſecabit ſphęrã ſecũdũ circulũ, cui per 17 p 3 à pũcto a ducatur cõtingẽs in pũcto d, quæ ſit a d: & patet ꝓpoſitũ.



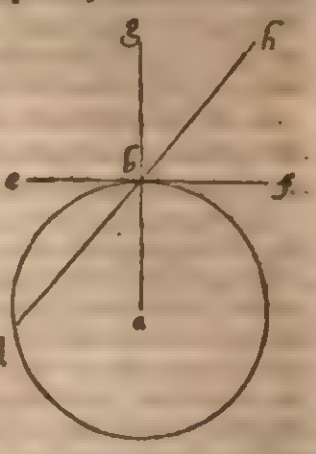
71. Omnis ſuperficies plana contingens ſpharam, ſecundũ unicum punctum eſt contingens. 3 th. 1 ſphær. Theodoſij.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram, linea recta trans locum cõtactus, & in ſuperficie ſphęræ circulus magnus. Si ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundum aliud quàm ſecundum punctum, & linea recta continget circulum ſecundum idem: non ergo ſecundum punctum continget linea recta circulum: quod eſt contra 16 p 3: palàm ergo propoſitum.

72. A dato pũcto ſupficies ſpharica ſupficiẽ planã cõtingentẽ ducere. Ex quo patet, ꝙ omnis linea centrũ ſphæræ trãſiens, eſt perpẽdicularis ſup eius ſuperficiẽ: & ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem, neceſſariò tranſit centrũ ſphęræ. E 4 th. 1 ſphær. Theodoſij. Alh. 25 n 4.

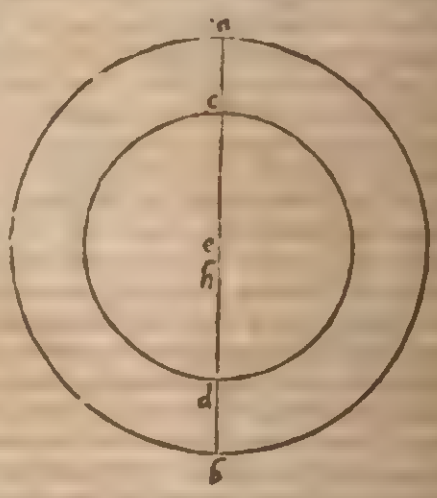
Eſto ſphęra, cuius centrũ ſit a, & circulus eius magnus b d c: ducaturq; linea a b a cẽtro ad circũferentiã: & à pũcto b ducatur linea cõtingẽs circulũ, quę ſit f b e p 17 p 3: erũt ergo anguli a b e & a b f recti. Imaginatis quoq; p 69 huius circulis quotcũq; in ſupficie ſphęrę ſecantib. ſe in pũcto b, & ductis lineis, cõtingentib. illos circulos in pũcto b: palàm p 18 p 3, quoniã linea b a cũ omnib. illis lineis cõtinet angulos rectos. Ergo oẽs illę lineæ ſunt in una ſupficie plana p 2 p 11. Illa itaq; ſupficies con-

tingit ſphęrã p definitionẽ ſupficiei planę ſphęrã cõtingẽtis. Ex hoc itaq; patet, quoniã omnis linea à cẽtro ſphęræ ducta, ſit erecta ſup planã ſupficiẽ, ſphęrã ipſam in pũcto ſuæ incidẽtię cõtingenté, & anguli incidẽtiæ ſint æquales: quoniã ipſa eſt perpẽdicularis ſup ſphęrę ſuperficiẽ, p definitionẽ perpẽdicularis: anguli enim ſemicirculorũ oẽs ſunt æquales p 43 huius. Et quoniã linea a b ꝓducta ad punctũ g, eſt adhuc erecta ſup ſupficiẽ planã, ſphęrã cõtingentẽ in pũcto b: palã, qa linea g b, & quęcũq; alia ppẽdicularis erigi poteſt ſup ſupficiẽ planã in pũcto b, cõtingẽtẽ ſphęrã, trã ſit cẽtrũ ſphęræ a: qa ſi à pũcto b poſsit alia linea erigi ſup ſupficiẽ cõtingẽtẽ, nõ tráſiẽs cẽtrũ ſphærę a: ſit illa h b d, & ſit angulꝰ h b e rectus: ſed angulꝰ g b e eſt rectus p 13 p 1, cũ angulꝰ a b e ſit rectꝰ ex hypotheſi: erit itaq; rectus maior recto: qd eſt impoſsibile: patet ergo ꝓpoſitũ.



73. Omnium ſphærarum, quarum conuexæ ſuperficies æquidiſtant, uel ſecundũ ſe totas ſe contingunt, neceſſariò eſt idẽ centrum.

Sint d ię ſphęræ quarũ cõuexæ ſupficies æquidiſtẽt, ſectæ p æqualia p unã planã ſupficiẽ: cõmunis ergo ſectio ſuperficierũ illarũ ſphæricarũ & huius planæ erũt circuli: ſitq; magnus circulus maioris ſphęræ a b, & centrũ eius e: minoris uerò ſphęrę circulus magnus ſit c d. Dico, quòd idẽ punctũ e etiã erit cẽtrũ circuli c d. Ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e nõ ſit cẽtrũ amborũ circulorũ, linea tñ a e b tráſeat p ambo cẽtra (qd poteſt fieri cõtinuatis cẽtris p lineã rectã) & ꝓducta illa ad pipheriã maioris ſphęrę: hęc itaq; erit diameter circuli a b. Et quoniã circuli a b & c d ſunt in eadẽ ſupficie: ſit ut diameter a b ſecet pipheriã circuli c d in pũctis c & d: eritq; recta c d diameter circuli c d. Quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulorũ linea a c eſt æqualis lineæ b d, & linea a e eſt æqualis lineæ e b: remanet linea c e æqualis lineę e d. Et qa diameter c d diuiditur p æqualia in pũcto e: patet, quòd pũctus e eſt cẽtrũ circuli c d. Si enim nõ ſit pũctus e centrũ circuli c d: ſit cẽtrũ eius pũctus h: eritq; p definitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c: erit ergo linea h a æqualis lineæ h b: ſed linea b a eſt maior quàm linea a e: ergo h b eſt maior quã linea e b, pars ſuo toto: quod eſt impoſsibile. Eſt ergo pũctus e neceſſariò cẽtrum circuli c d. Et quia circulus c d eſt magnus circulus ſuę ſphęræ, patet quòd æquidiſtantium ſphęrarum eſt idem cẽtrum: quod eſt propoſitum primum. Et eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus, eſt demonſtrandum. Lineæ enim ductæ à centro ad concauum maioris & ad cõuexum minoris, ſunt ęquales: patet ergo illud quod proponebatur.



74. Si duæ ſphæræ fuerint æquidiſtãtes, uel ſecundũ totas ſupficies ſe cõtingẽtes: quacũq; linea ſup unius earũ ſuperficiẽ perpẽdicularis fuerit, ſup alterius quoq; ſuperficiẽ perpẽdicularis erit.

Illud faciliter patet. Quoniã enim ex præmiſſa tales ſphęræ idẽ centrum habere neceſſariò comprobantur: ergo per 72 huius linea perpendicularis ſuper alteram iſtarum ſphęrarum, centrũ ipſius tranſit: ſed centrum ipſius eſt cẽtrum alterius. Ergo per eandem 72 huius ſuper alterius etiã ſphæræ ſuperficiem illa linea perpendicularis erit: & hoc eſt propoſitum.

75. Si duæ ſphæræ cẽtra diuerſa habuerint: impoßibile eſt, ut lineæ ꝓpẽdiculares ſup unius ſuperficiẽ, ſint perpẽdiculares ſuper alterius ſuperficiẽ, niſi una tantũ, quæ tráſit cẽtra ambarum.

Quocũq; modo ſe habẽtibus adinuicẽ ſphęris, ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe cõtingẽtibus, uel etiam ſe nõ contingẽtibus, uel etiã ſe adinuicẽ ſecãtibus, ſemper patet ex 72 huius, quoniã linea tranſiens per cẽtra ipſarũ, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſq; alià quoq; lineã ſuper utriuſq; ſuperficiẽ perpendiculare eſſe, eſt impoſsibile. Si enim ſit poſsibile: ducatur aliqua alia perpẽdiculariter ſuper utriuſq; ſphęræ ſuperficiẽ: palamq; erit ex eadẽ 72 huius ipſam per utriuſq; centrũ tráſire: quod eſt oppoſitũ hypotheſi. Patet ergo, quoniã nullã aliam lineã, præter eã, quę tranſit centra ambarũ, perpẽdiculariter duci ſup utriuſq; ſphęrarũ ſuperficies eſt poſsibile. Et hoc eſt propoſitũ.

76. Si ſphæra ſphærã intrinſecꝰ aut extrinſecꝰ cõtingat: in uno tãtũ pũcto cõtingere eſt neceſſe.

Si enim ſphęræ contingẽtes ſe intrinſecus, nõ in puncto ſe contingant: neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos non ſe in puncto contingere: quod eſt contra 13 p 3, & impoſsibile. Quòd ſi ſphęræ extrinſecus ſe contingentes, non ſe contingant in puncto: etiam hoc eſt contra naturam circulorum extrinſecus ſe contingentium, & contra eandẽ 13 p 3. Poteſt & hoc aliter demonſtrari. Si enim inter illas ſphęras, quę ſe extrinſecus contingunt, imaginata fuerit ſuperficies plana: palàm ex 71 huius, quoniam utraq; illarum ſphęrarum illã ſuperficiem planam contingit in puncto. Ergo & ſeinuicem in puncto contingẽt: & propinquior eſt utriq; ſphærarum ipſa plana ſuperficies interpoſita, quàm ſphæræ inter ſe. Et hoc eſt propoſitum.

77. Sphæ-

77. Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarum à puncto contactus duo circuli maiores per 69 huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra, & per puncta contactuum. Et quia centra horum circulorum sunt centra sphærarum suarum per definitionem circulorum magnorũ: hos autem circulos centra diuersa habere est conclusio 6 p 3. Patet ergo propositum.

78. Centrorum, sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositam ex ambarum sphærarum semidiametris: intrinsecus uerò se contingentium, secundum excessum semidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palàm est.

Hoc patet per 76 huius. Quoniam enim contactus sphærarum fit secundum unum tantùm punctum: punctus uerò est, cui pars nõ est: tunc euidẽs est, quòd punctus ille cõmunis in utraq; intersectione nihil admit de diametrorum quantitate: indiuisibile enim (cum non sit pars quanti) nec addit nec minuit aliquid de quanto. Et sic patet propositum.

79. Si concauũ alicuius sphæræ, superficiem aliquam secundum eam totam contingat: necesse est superficiem contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit, ut aliqua sphæra secundũ suum concauũ contingat aliquã superficiem secundũ oẽs illius partes, sicut uas sphæricũ superficiem aquę contentę. Dico, quòd uerũ est quod proponitur. Ducantur enim lineę plurimę à centro sphærę ad locum contactus sui cum illa superficie. Et quia omnes lineę productæ ad cõcauũ sphærę sunt æquales inter se ex definitione sphæræ, & sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactę: patet ex dicta definitiõe, quoniã illa supficies est pars sphærę: & quælibet intellecta extendi secundũ cõcauũ ambientis sphærę, sphærã minorẽ cõplebit. Est ergo pars minoris sphærę. Linea quoq; in illa superficie signata, est pars circuli ex 9 p 3, idem habens centrum cum circulo, cui applicatur. Et sic illa superficies est pars minoris sphærę. Quod est propositũ.

80. Si sphæra sphæram intersecet, communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium erit peripheria circuli.

Quod hic proponitur, patet. Imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineã cõmunẽ sectionis sphærarũ, qualiscũq; fuerit. Hæc ergo superficies propter similitudinẽ corporũ se intersecantiũ plana erit: cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusq; sphærarũ erit circulus per 69 huius. Palàm ergo, quòd cõmunis linea intersectionis superficierũ sphærarum illarum erit peripheria circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus communis illi sectioni: quoniam aliàs corpus, quo utræq; sphærę communicant, est corpus cõmune sphærarum intersectioni: & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum & diuersis, secundum dispositionẽ se intersecantium sphærarum. Patet ergo propositum.

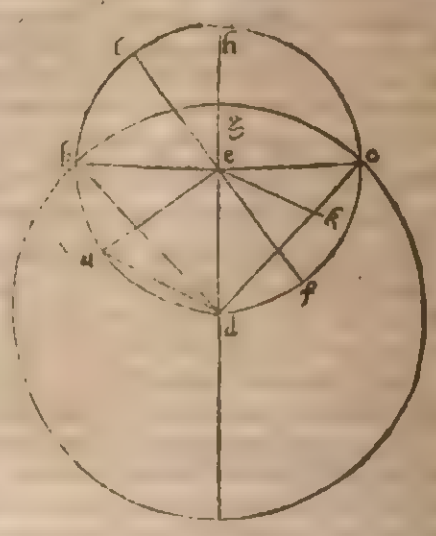
81. Sphærarum se intersecantium, maiores circulos se inuicem secare palàm est. Ex quo patet intersecantium se sphærarum centra diuersa esse.

Primum patet ex definitione sphærarum se intersecantium. Quoniam enim intersecantibus se sphæris, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorum circulorũ diametri sunt etiam diametri suarum sphærarum: diuidunt enim circuli magni suas sphæras per æqualia) tunc patet, quòd circulis unius sphæræ & alterius se intersecantium aliqua linea est cõmunis. Cum ergo unus circulus aliũ non cõtineat, quia nec una sphæra sphæram aliam continet: palàm, quia tales circuli se inuicem secant ex definitione talium circulorũ. Quia uerò ex 5 p 3 circulorũ se inuicem secantiũ centra esse diuersa necesse est, & idem est centrũ sphærę, quod est centrũ circuli magni in illa sphæra: patet corollarium, scilicet, quia intersecantium se sphærarum centra sunt diuersa. Et hoc proponebatur.

82. Si sphæra sphæram intersecet: linea, quæ centra illarum sphærarum transit, centrũ circuli peripheriæ cõmunis sectionis transire, & super ipsius superficiem perpendiculariter esse, necesse est.

Circulus cõmunis sectiõis sphærarũ aut est circulus maior alterius sphærarũ se intersecantiũ, aut minor: si maior: hoc erit solũ, cũ maior sphæra minorẽ intersecat. Si enim æquales sphærę secundũ circulũ maiorẽ se intersecarẽt, nõ esset sphærarũ intersectio, sed unius sphærę ex duobus hemisphæriis æqualibus cõpositio. Si ergo circulus cõis sectionis sphærarũ sit circulus maior, nõ erit ille circulus maior, nisi in sphæris inæqualibus se intersecãtibus, circulus sphærę minoris: quoniã ipsum esse circulũ maiorẽ ipsi sphærę, maioris est impossibile: quoniã maior circulus sphærę maioris nõ potest cadere in superficiẽ sphęrę minoris. Sit itaq; circulus talis a b c: & sit centrũ maioris sphærę d: sphærę uerò minoris e: erit quoq; e centrũ circuli a b c ex hypothesi. Ducatur ergo linea d e: & patebit propositum primum. Item ducantur lineę d a, b d, d c, & lineę a e, b e, c e: eruntq; triangulorum d a e & d b e latera æqualia: ideo, quoniam linea d e latus est commune, & latus d a æquale est lateri d b ex definitione sphærę: latus quoque a e æquale est lateri b e ex definitione circuli: ergo per 8 p 1 anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. Angulus ergo d e b æqualis erit angulo d e a: similiter angulus d e c erit æqualis angulo d e b: & uniuersaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineę ad e centrum sphærę, anguli super centrum e semper erunt æquales. Et quia super eandem diametrum oppositis punctis signatis linea d e æquales angulos constituit: patet per definitionem perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit. Ergo per 4 p 11 linea d e super superficiem circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis. Si uerò circu-

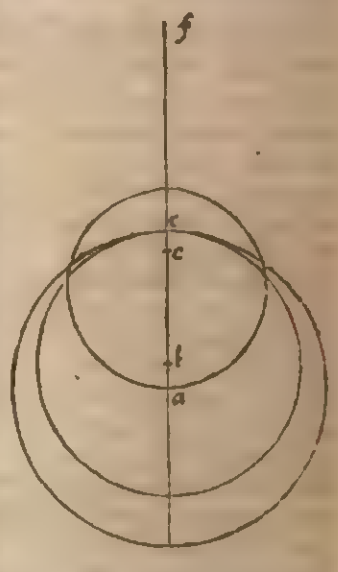
lus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarũ ſe interſecantiũ, ſed minor: intelligatur in ipſo protracta diameter, quæ ſit l f per pũcta l & f, & utraq; ſphærarum imaginetur ſecta per ſuperficiem planam trans centrũ, & p puncta f & l, quę ſunt in ſuperficie utriuſq; ſphærę. Erit ergo per præmiſſa quilibet illorum circulorum circulus maior in utraq; ſphærarum ſe interſecantiũ, ſecabitq; circulum a b c uterq; illorum circulorũ maiorum per æqualia: quoniam arcus f l eſt medietas circumferentię circuli a b c: tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, quod eſt e. Imaginẽtur item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphæris, quorum quilibet ſecet portionẽ circuli maioris ſuę ſphærę erectã ſuper circulum a b c per æqualia: quod fieri poterit ex 30 p 3, diuiſo arcu f l utriuſq; circuli ſphærarum ſe interſecantium per æqualia, & à puncto ſectionis utriuſq; circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphærę utriuſq;. Fiat itaq; ſectio arcus ſphęrę maioris in puncto g: & ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h: & ſiue hi circuli maiores cum illis circulis, quos ſecãt, angulos æquales ſphærales uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra ſphærarum ambarum tranſeant, quoniam ambo ſecabunt circulum a b c per æqualia. Tranſibunt ergo per centrum ipſius, quod eſt e. Linea ergo d g, quę per definitionem maiorum circulorum, & 3 p 11 eſt communis ſectio duorum circulorum maiorũ in ſphęra maiori ſe ſecantium, tranſit per centrum e: quoniã cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illorũ circulorum, neceſſe eſt, ut ſit in linea cõmuni utriſq;. Similiter etiã linea e h (quę eſt cõmunis ſectio circulorum maiorũ in ſphæra minori ſe interſecantiũ) tranſit per centrũ e. Sed quia lineę e h, & lineę d g per definitionem circulorũ ſe ſecantiũ, eſt aliqua linea recta cõmunis, ut e g, erit illa per 1 p 11 in eadẽ ſuperficie cum illis: ergo erunt linea una. Tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ, & per centrum circuli, qui eſt cõmunis ſectio, cuius centrum eſt in peripheria cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphęricarum ſe interſecantium. Patet ergo propoſitum primum. Secundũ uerò patet ex præmiſſis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulum minorem orthogonaliter eum ſecant, & eorum communis ſectio, ut linea d h per 19 p 11 ſuper eundem circulum perpendicularis erit. Et hoc eſt propoſitum. Poteſt & idem per 66 & 67 huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.



83. Si ſphæra ſphærã interſecet: lineã tranſeuntẽ centrũ circuli peripheria cõmunis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentẽ, ambarũ ſphærarũ centra tranſire neceſſe eſt.

Hęc eſt cõuerſa præcedẽtis, nec oportet in ipſius demonſtratiõe aliter immorari. Si enim ſit poſsibile, ducatur linea per e centrũ circuli cõmunis ſectiõis ſphęrarũ, (qui eſt a b c) perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad aliũ aliquẽ punctũ, præter centum ambarũ, uel alterius ſphęrarũ: & ſit linea e k: & ducatur item per centra ambarũ ſphęrarũ alia linea, quę ſit d h. Patet aũt per præcedentẽ, quoniam hęc erit tranſiens per centrũ e, & erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c. Ab eodem ergo pũcto ſuperficiei circuli a b c, utpote centro e, duę exeũt perpendiculares ſuper eandẽ circuli ſuperficiem a b c, quę ſunt e d & e k: quod eſt contra 13 p 11, & impoſsibile. Patet ergo propoſitum.

84. Si ſphæra ſphærã intrinſecus interſecet: neceſſe eſt centra illarũ ſphararũ, reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ peripheria circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare: centrumq; ſphæra continentis plus profundari.



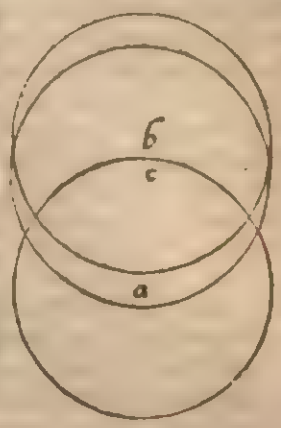
Sphærę datę interſecare ſe debẽtes, ſi æquales fuerint, & taliter ad inuicẽ collocentur, ut nõ ſe interſecẽt: tunc ipſarũ idẽ erit centrũ: facta uerò interſectiõe ipſarũ, cẽtra diuerſantur per 81 huius: & ſecundũ quod circuli pipheria, quę eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ ſphęricarũ, fit maior uel minor: ſecũdũ hoc plus uel minus diſtabũt centra. Quòd ſi ſphęrę fuerint inæquales, quarũ una alterã intrinſecus cõtingere poterit: tunc in ſitu ſuę cõtingentię centrorũ ſuorũ diſtantia p 78 huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphęrę maioris ad ſemidiametrum minoris. Demtus ergo, quòd centrum maioris ſit a, centrũ minoris b, punctus cõtactus ſit c. Et quia cõtactus fit in puncto per 76 huius, interſectio uerò fit ſecundũ circulũ per 80 huius: palã, quia facta interſectione ſphærarum, abſcindet ſphęra a diametrũ b c in puncto alio quàm in termino ſuo, qui eſt punctus c. Sit ergo punctus, in quo ipſum abſcindit, punctus e: ponaturq;, ut linea f e ſit æqualis diametro ſphęrę b. Quoniam itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b: linea uerò f e eſt æqualis ſemidiametro b c: quoniam ſunt ſemidiametri eiuſdem ſphęrę. Linea ergo a c excedit lineam

ſein

f ein linea a b: ſed linea f e eſt maior quàm linea e c: ergo a e, in qua linea a e excedit lineam e c, eſt maior quàm linea a b. Plus ergo diſtant centra ſphærarum in interſectione, quàm in ſitu contactus: & ſecundum quòd peripheria circuli, quæ eſt communis ſectio ſuarum ſuperficierum, minoratus, ſecundum hoc diſtantia centrorum augetur: & ſecundum quòd illa peripheria augetur, ſecundum hoc diſtantia centrorum minuitur: & reſpectu partis uniuerſi, ad quam fit interſectio, plus profundatur centrum ſphæræ continentis, reſpectu contactus, in tanto, quantò linea a e fit maior quàm linea a b. Et hoc eſt, quod proponebatur.

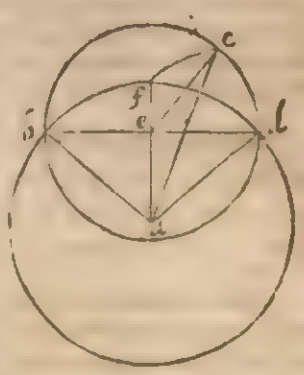
85. Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundum circulũ æqualem circulo maiori ſphæræ, intra quã fit interſectio, ſe interſecent: utraq; illarum ſphærarum ſphæram, intra quam fit interſectio, interſecabit: et omniũ illarũ ſuperficierũ ſphæricarũ cõmunis ſectio erit peripheria circuli unius.

Verbi gratia: ſit, ut ſphæra, cuius centrum a, interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b, intra ſphæram, cuius centrum ſit c, ſecundum circulũ æqualẽ circulo maiori ſphęrę c. Dico, quòd ſphæra a & ſphæra b interſecabũt ſphæram c: & omniũ ſuperficierum ſphæricarum illarum ſphærarum erit communis ſectio peripheria circuli illius, ſecundum quẽ ſphærarum a & b fiebat interſectio, hoc eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c. Quoniam enim circulus maior diuidit ſphæram per æqualia, quia tranſit per centrũ eius ex definitione: tũc patet, quod æqualis eidẽ, (undecunq; contingat eũ in ſphæra produci) diuidet eã per æqualia: & ſic interſecabit ſecundũ illum circulum utraq; ſphærarum, ſcilicet a & b ſphæram c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b, communis ſectio eſt peripheria circuli per 80 huius: diuidit autem iſte circulus ſphæram c per æqualia: ergo interſecat. Eſt ergo eius peripheria in ſuperficie ſphærę c: ſed & eadem peripheria eſt in ſuperficiebus ſphærarum a & b. In omniũ ergo ſphærarum illarũ triũ ſuperficieb. eſt illa circuli peripheria. Eſt ergo ipſa cõmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum. Quod eſt propoſitum.



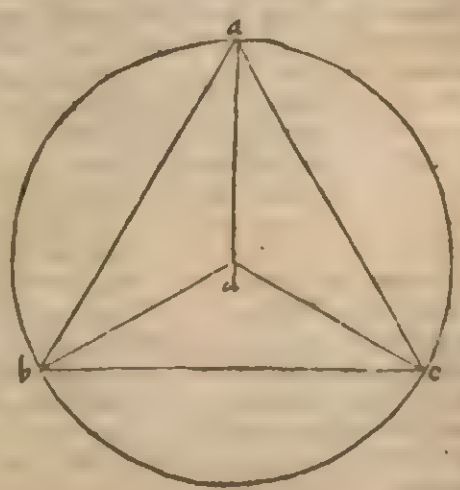
86. Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis, orthogonaliter ductam medio abſciſſæ portionis eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra, cuius centrum a, & ſit circulus b c d, cuius centrum ſit e, abſcindens portionem ſphærę: ducaturq; linea a e, & producatur uſq; ad ſuperficiem ſphæricam, cui incidat in puncto f. Dico, quòd linea a e neceſſariò applicatur puncto, qui eſt medium abſciſſę portionis ſphærę in conuexo uel concauo ipſius: & quòd hoc eſt punctum f. Ducantur enim lineæ a b, a c & a d, & copulentur lineę e b, e c, e d: erunt itaq; trigona a e b, a e c & a e d omnia ſecundum latera æquales angulos reſpicientia adinuicem proportionalia: quoniam illa ipſorũ latera ſunt adinuicẽ æqualia, ut patet per ſphęrę & circuli definitiones, & quia latus a e eſt omnibus commune: anguli itaq; b a e, c a e, d a e omnes ſunt æquales per 5 p 6: ergo per 26 p 3 arcus b f, c f, d f ſunt æquales. Et quoniam productis quibuslibet lineis à centro ſphæræ a ad peripheriam circuli b c d, idem ſemper accidit: palàm, quia punctus f eſt in medio portiõis abſciſſę de ſphęra. Et hoc proponebatur.



87. Proportionem partis ſuperficiei ſpherica ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ, ſicut anguli ſolidi in ipſum à centro ſphæræ cadentis, ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe. E` Nicolao Cabaſilla in 3 librum magnæ conſtructionis Ptolemæi.

Verbi gratia: ſit a b c pars ſuperficiei ſphæricę alicuius ſphærę, cuius centum ſit d: & ducantur lineæ a d, b d, c d: & in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b, b c, a c: fietq; pyramis, cuius uertex eſt punctum d, & baſis a b c. Palàm quoq;, quoniã angulus circa punctum d eſt ſolidus, tribus angulis ſuperficialibus cõtentus. Dico, quòd quę eſt proportio illius anguli ad 8 rectos angulos ſolidos, qui replent locum ſolidum circa centrum d, eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ, quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſuperficiem ſuę ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei, non ſecantes ſe ſuper illam. Patet itaq;, quoniã aliqui arcus illorum circulorũ determinãtur per lineas terminales illius ſuperficiei: omniũ aũt illorũ arcuũ partialiũ ad totos ſuos circulos eſt ꝓpor

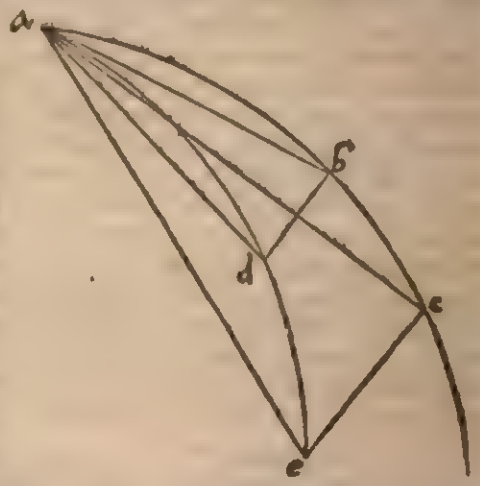


tio, ſicut

tio, ſicut angulorum contentorum ſub lineis à centro d ad ipſorum terminos productis ad 4 rectos ſuperficiales per 33 p 6. Patet ergo propoſitum. Et etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpõdet illi parti ſuperficiei ſphæricæ: ſic reſiduum 8 ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet: ergo per 16 p 5 erit permutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18 p 5 coniunctim, & per 5 huius è contrario patet propoſitũ.

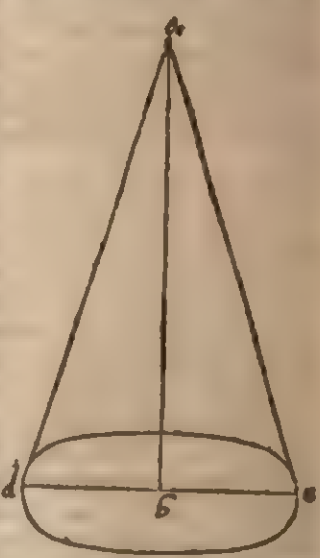
88. Si inter duas quartas circulorũ æqualium in ſphæra ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur: illæ crũt æquidiſtantes: & remotior à puncto ſectionis erit longior. E` 14 p 12 ele. in Campano.

Sint arcus magnorum circulorũ in ſuperficie alicuius ſphæræ ſe ſecantiũ, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a: in quibus ſignentur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c ſit æqualis arcui d e, & cõtinuentur lineæ rectæ, quæ ſint b d & c e. Dico, quòd lineæ c e & b d ſunt æquidiſtantes: & quòd linea c e eſt maior q̃ linea b d. Quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d: palàm p 29 p 3 & per 65 huius, quoniã punctus a eſt polus circuli tranſeuntis per pũcta d & b: ideo quòd rectæ lineæ, quæ a d & a b, ſunt æquales: & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte per pũcta c & e. Circũducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d, b circulus erectus ſuper diametrũ ſphæræ per 69 huius, & ſimiliter per puncta e & c. Erũt ergo illi circuli æquidiſtãtes per 14 p 11. Erunt ergo lineæ c e & b d æquidiſtantes per 16 p 11, imaginata ſuperficie plana, in qua ſunt puncta b, c, d, e, circulos ſecundum illas lineas ſecãte. Sed & linea c e eſt maior quàm linea d b. Si enim ſit æqualis, cũ ſit æquidiſtãs: palàm, quia circuli a b c & a e d æquidiſtantes erunt: quod eſt cõtra hypotheſim: ſupponũtur enim ſe ſecare in puncto a: aut ſequetur circulum tranſeuntẽ per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus eſt punctum a: quod iterum eſt impoſsibile. Et ſi linea c e ſit minor quàm linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius quàm ultra lineam b d. Eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectiõis. Quod eſt propoſitum hypotheſis.



89. Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales: & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes. Ex quo patet omnem pũctum uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis: omnemq; lineam longitudinis eſſe in eadẽ ſuperficie cum axe: ipſumq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere. E` 18 defin. 11 elemens.

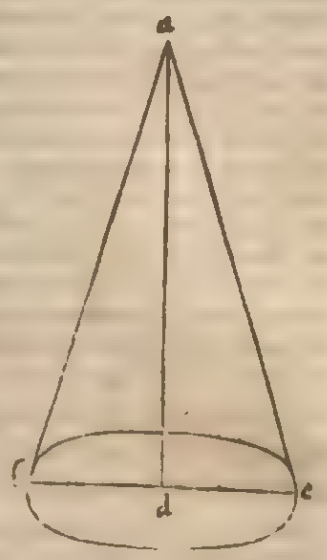
Quoniã enim per principium 11 Euclidis pyramis rotunda fit per trãſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorum laterum rectum angulum continentiũ fixo, donec ad locum ſuum, unde incœpit, redeat, triangulo ipſo circumducto: qui triangulus, ſi fuerit duorum laterum æqualium: & unum laterũ æqualium rectum angulum continentium fuerit fixum, cauſſabitur pyramis rectãgula: ideo, quòd angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus per 5 & 32 p 1. Et ſi fixũ latus fuerit minus latere moto, erit pyramis amblygonia: quoniã per 19 p 1 angulus ad uerticem fit obtuſus. Et ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxygonia: quia per eandem 19 p 1 angulus eius ad uerticem remanet acutus, adiuuãte ſemper 32 p 1. Sic ergo diuerſantur formæ pyramidum ſecundum diuerſitatem proportionis lateris fixi ad alterum latus motum rectum angulum cõtinens cum fixo. Et quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſſat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide: palàm, quòd omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ ſunt æquales ei, ſcilicet q̃ in trigono rectangulo opponitur angulo recto. Ergo & oẽs inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſſans pyramidẽ, ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus: erit per 32 p 1 angulus a c b acutus: & eſt a c b angulus, cui omnes anguli cõtenti à lineis lõgitudinis & ſemidiametris baſis, ſunt æquales: & hoc proponebatur. Patet etiã ex ijs, quoniã punctus uerticis pyramidis cuiuslibet eſt polus circuli ſuę baſis per 65 huius. Et quoniã linea a c eſt in eadẽ ſuperficie trigona cum linea a b, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis ſunt in eadem ſuperficie cum axe a b. Et quoniam linea b c motu ſuo deſcribit circulum baſis, patet, quòd axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8 p 1: quia ex circuli definitione & prima parte præſentis, axe



tis, axe existente cõmuni, omnes anguli ad centrum b cõstituti sunt æquales. Patet ergo propositũ.

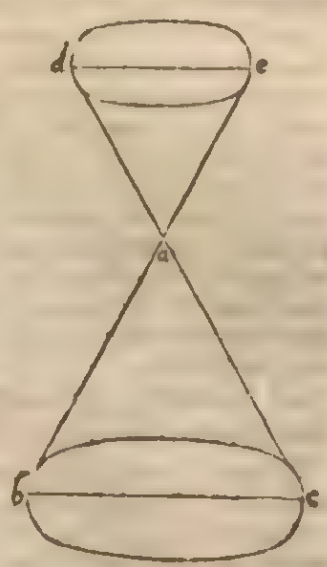
90. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinem & superficiei conicæ communis sectio est trigonum duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ. Ex quo patet, quoniam illa superficies diuidit pyramidem per æqualia: & quòd superficies, quæ pyramidem secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessario secabit. E` 18 defin. 11 element. item 3. theor. 1 Conicorum Apollonij.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a: & diameter basis b c: & sit centrum basis d. Et palàm per præmissam, quoniã linea a d est axis illius pyramidis. Superficies itaq; plana secans pyramidem rotundam secundum axis longitudinem, pertranſit puncta a & d: erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta super basim pyramidis per 18 p 11. Communis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planę est linea recta per 3 p 11, quæ est diameter basis: & sit hæc b c. Trigonũ itaq; a b c est in superficie secante: sed & idem trigonum est in superficie conica pyramidis. Et quoniam trigonum orthogonium b a d est illud, ex cuius pertransitu describitur pyramis a b c, & trigonum a b c est duplum illi per 1 p 6, patet illud, quod primo proponitur de pyramide rotunda. Patet etiam, quod illa superficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per æqualia: quoniam transiens uerticem & conclusa diametro, per æqualia diuidit & basim. In laterata uerò pyramide, aut superficies plana secans transit latus aùt angulum: eritq; productis lineis ad terminum axis pyramidis, illa communis sectio semper trigonus maior uel minor. Patet ergo propositum: quoniam & conuersa per se & ex præmissis patet.



91. Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ lõgitudinis super axem in uertice tantùm se interſecant: productæ quoq; aliam ſimilem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionem & ſitum prioris pyramidis modo contrario ſe habent. E` 18 defin. 11 elemen. item 2 defin. 1 Conicorum Apollonij.

Quòd omnes lineę longitudinis pyramidis cuiuscunq; productę se super axem in uertice secent, euidens est, quoniam concurrant omnes in illo puncto uertici. Et quoniam omnes sunt æquales. per 8 huius: patet, quia citra uerticem nulla ipsarum aliam interſecat. Quòd etiam producte aliam pyramidem priori ſimilem principient, patet. Secet enim ſuperficies plana pyramidem ſecundũ axis longitudinem: erit ergo per præcedentem communis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei conicę pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectangulũ pyramidem cauſſantis: ſed palàm per 36 huius, quod latera cuiuslibet trigoni producta principiant alium trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrarium habent. Et quoniam tot poſſunt imaginari planæ ſuperficies trans axem pyramidem ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis imaginabiles in medietate pyramidis, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidem priori ſimilem, lineis longitudinis à dextro prioris prodeuntibus in ſiniſtrum poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrũ poſterioris, & è conuerſo. Patet ergo propoſitum.



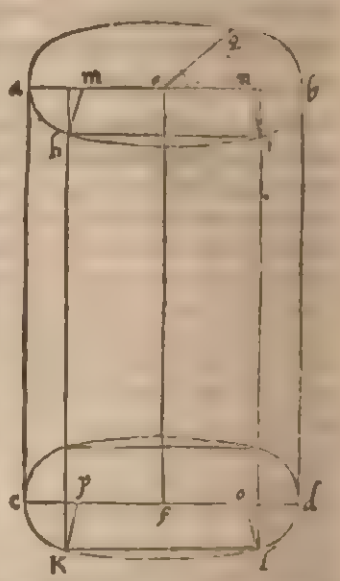
92. Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes. Ex quo patet, quoniam axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit. E` 21 defin. 11 element.

Hoc non indiget demonſtratione alia, niſi ſimili illi, quæ fit in 89 huius. Sicut enim trigonum orthogonium altero laterum rectum angulum continentium fixo, per reuolutionem ſuam cauſſat pyramidem rotundum: ſic quadrilaterum rectangulum altero ſuorum laterum fixo manente, alijs tribus, quouſque ad locum ſuum redeant, circumductis, cauſſat motu ſuo figuram columnarem rotundam. fiet ergo probatio omnium eorum, quæ proponuntur hìc, ut in illa: quia patet totum euidenter.

93. Omnis

93. Omnis superficiei planæ secantis columnam rotundam secundum axis longitudinem & superficiei columnæ communis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contentum. Ex quo patet, quoniam illa superficies per æqualia diuidit columnam. E` 21 defin. 11. element.

Columna rotunda sit, cuius axis e f: secetq; ipsam per e f superficies plana, sitq; communis sectio secundum puncta a, b, c, d. Dico, quòd sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris basium contenta. Ducatur enim linea e a in basi columnæ & in superficie secante: hæc est ergo semidiameter circuli basis columnæ. Producatur itaq; taliter, ut linea e g compleat diametrum basis columnæ, cadetq; linea e g in superficie plana columnam secante. Si enim linea e g nõ est ducta in superficie plana columnam secante: ducatur linea b e in illa superficie secante. Lineæ ergo b e & e a sunt linea una: quoniam sunt in una superficie productæ ambæ orthogonaliter super axem e f cõtinuè: similiterq; quia linea e g complet diametrum a e, non in superficie secante, sed alia: erit ergo lineæ a g pars in plano, pars in sublimi: quod est contra 1 p 11. Palàm itaq;, quoniam linea a b est diameter basis, & quòd punctus g cadit super punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniam est diameter alterius basis. Lineæ quoq; a c & b d sunt lineæ longitudinis columnæ. Quod est propositum. Ex hoc itaq; patet, quoniã cum illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, quòd etiam diuidit per æqualia columnam.

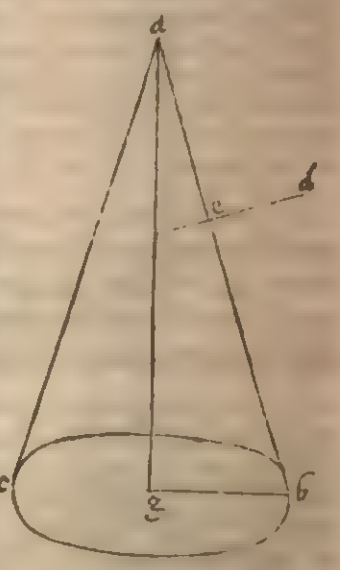


94. Superficiei secantis columnam rotundam æquidistanter superficiei per axem secanti & superficiei columnaris, cõmunis sectio est rectangulum sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basium contentum. E` 21 defin. 11 elem.

Sit, ut in præcedenti propositione, columna secta per planam superficiem secundum sectionem, rectangula a b c d: cuius axis sit e f: sitq; nunc superficies plana columnã secans, æquidistans superficiei a b c d, cuius communis sectio cum superficie columnæ sit h i k l: ducanturq; à punctis h & i lineæ perpendiculares super diametrum a b per 12 p 1, quæ sint h m, i n. Erit itaq; linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34 p 1: lineæ enim a b & h i sunt æquidistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquidistantes per 28 p 1. Est ergo linea h i minor diametro a b. Similiter quoq; l k minor est diametro c d, ductis perpendicularibus lineis, quæ l o & k p: sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ. Patet ergo propositum.

95. Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam: secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundum punctũ contingit superficies plana proposita corpora sicut sphæram: quoniam in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra: sed nec contingit ipsa secundũ superficiem: quoniam cum in quolibet utrorum corporũ sint infiniti circuli suis basibus æquidistantes & ipsæ bases: accideret illos secundum lineas in superficie plana contingente ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundum punctũ, sed secari: quod est contra 16 p 3, & impossibile. Non ergo continget superficies plana proposita corpora secundũ superficiem. Restat ergo, ut secundũ lineam contingat. Et quia contingit in pyramide uerticem & basim & in columna ambas bases: patet, quòd utrunq; illorum secundum lineas suarum longitudinum est contingens. Patet ergo propositum.



96. Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ: necessariò trãsit per ipsarũ axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b: & eius axis a g: & sit linea d e perpendicularis super curuam illius superficiẽ. Dico, quòd linea e d transit per axem a g. Ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g. Quia ergo linea e d est perpendicularis super curuam superficiem propositam: palàm per definitionem, quoniã linea e d est perpendiculariter erecta super superficiem contingentem pyramidem secundum aliquam lineam suę longitudinis: sit hoc secundum lineam a b. Cadit ergo linea e d super lineam a b. Palàm ergo per 2 p 11, quoniam lineę d e & a b sunt in eadem superficie. Et quia linea d e est perpendicularis super curuam superficiem pyramidis: patet, quod illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. Producta ergo trans pyramidem, secabit ipsam secundũ lineam longitudinis a b per æqualia diuidens pyramidem, & transibit per

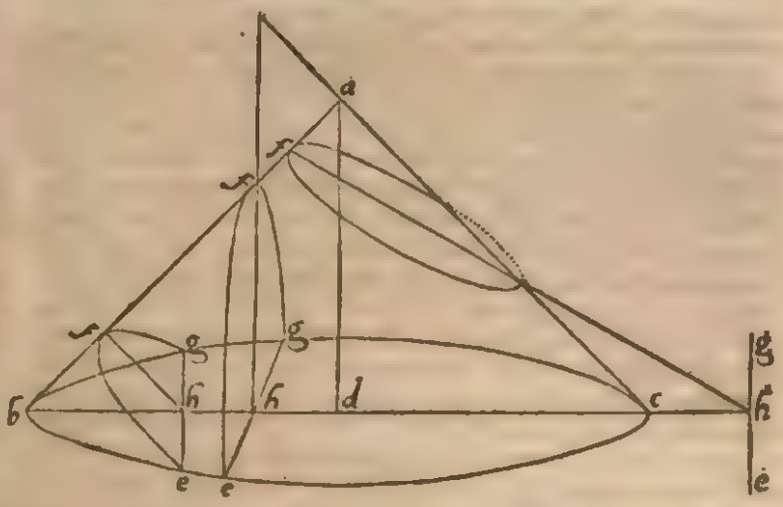
bit per axem a g per 90 huius. Trigonum ergo a b g cum linea d e est in eadem superficie. Quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, quod est a b, continet angulũ rectum, qui est d e a: angulus uerò e a g est acutus: palàm, quia linea d e concurret cum linea a g per 14 huius. Transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundę. Quod est propositum: quoniá in columna rotunda eodem modo demonstandũ. In illa enim, quia linea longitudinis a b æquidistat axi, & lineę d e & a b & axis sunt in eadem superficie: patet per 2 huius, quia linea d e concurrẽs cum una linearum æquidistantium, ideo cum a b & cum axe necessariò concurret. Et hoc proponebatur.

97. Omnis superficies plana superficiei contingenti pyramidem uel columnam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessariò secat pyramidem uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana. Palàm ergo per 95 huius, quoniá continget illam secundũ lineá longitudinis. Superficies itaq; huic superficiei orthogonaliter in loco contactus insistẽs, est perpendicularis super superficiẽ curuam pyramidis uel columnę: & ipsarũ cõmunis sectio est linea longitudinis, super quá in superficie erecta ducantur perpendiculares. Eæ itaq. lineæ per præmissam transibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ. Ergo & superficies illa axem transiens, secabit pyramidẽ uel columná secundum axem. Et hoc proponebatur.

98. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam non per uerticẽ, & superficiei conicæ pyramidis communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrũ basis d, & axis a d, quá secundum axis longitudinem secet superficies plana secundum trigonũ a b c per 90 huius: secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonũ a b c, nõ per uerticem, secundum sectionẽ, quæ sit e f g, cuius supremus pũctus sit f, & sit linea e g æquidistãs alicui diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h: & ducatur linea f h à supremõ puncto sectionis ad mediũ suæ basis. Et quia linea e g est linea recta, quę est æquidistãs diametro basis pyramidis, & punctũ f signatum est in superficie conica in supremo, superficies e f g secat conicam superficiẽ. Si itaq; sectio e f g sit trigonũ scilicet



rectilineum: patet, quoniá duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sunt e f & g f, concurrunt in puncto f, præter uerticem pyramidis, quod est impossibile & cõtra 91 huius. Trigonũ quoq; curuilineũ fieri est impossibile: quoniá superficies secans supponitur esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex definitione. Erit ergo linea e f g linea una. Cum itaq; illa sectio sit linea una: dicatur sectio conica uel pyramidalis. Si itaq; axis pyramidis, qui est a d, sit æqualis semidiametro basis, quæ est d b: palàm, quia pyramis a b c est orthogonia, quoniam angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quæ est communis sectio superficiei e f g, & trigoni a b c æquidistet lineæ a c, quæ est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis: palàm per 29 p 1, cum angulus b a c sit rectus, quòd etiam angulus b f h erit rectus: & similiter angulus h f a: tunc itaq; sectio e f g dicetur sectio rectangula, uel parabola: & est illa, quam Arabes dicunt mukefi. Si uerò lineæ h f & a c non æquidistent, sed concurrant: si concursus fiat ad partem puncti a, qui est uertex pyramidis: tunc patet per 14 huius, quod angulus h f á erit obtusus: & tunc sectio e f g dicetur amblygonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uerò lineæ h f & a c concurrant uersus punctum c, qui non est uertex pyramidis: tunc per 14 huius erit angulus h f a acutus: & tunc sectio e f g dicetur oxygonia, uel ellipsis uel mukefi diminuta. Et secundum hunc modum istæ sectiones & earum passiones amplissimè uariantur.

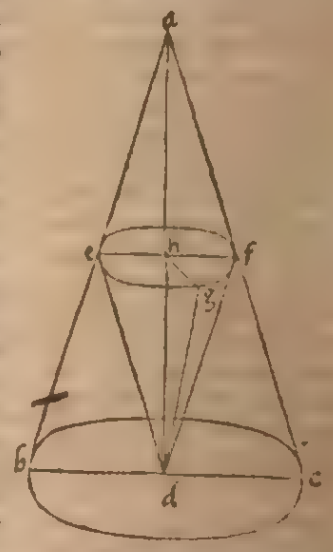
99. Omnis superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam lateratã trans axem æquidistanter basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cõmunis sectio est similis peripheriæ basis: & si illa sectio peripheria basis est similis, superficies secans æquidistat basi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa sectio basi æquidistat, omnes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigonii sunt æquianguli per 29 p 1. Patet ergo per 4 p 6, quòd tota peripheria sectionis est similis basi pyramidis, quoniam omnia latera trigonorum totalium & partialium erunt proportionalia. Et si illa sectio est basi similis, est etiam basi æquidistans. Quoniam si nõ est æquidistans, erit alia secundum idem punctum secans axem, æquidistans basi, similis peripheriæ basis per præmissa, Sequitur itaq; ut una similis, alia quoq; non similis, secundum idem punctum secent axem pyramidis. (Alia uerò

æquidistans basi fieri poterit per 31 p 1, ducta ab uno puncto primæ sectiõis linea æquidistante alicui linearum basis pyramidis, & à terminis illius alijs lineis æquidistantibus reliquis lineis basis productis.) Ex hoc autem accidit impossibile, quonia sequitur ex hypothesi angulum extrinsecum propter trigonorum similitudinem æqualem fieri intrinseco: cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui fiunt per lineã aliquã longitudinis & per lineam aliquã peripheriæ basis. Patet ergo propositum in pyramidibus. Et eodem modo demonstrandũ est in columnis lateratis, & facilius propter æqualitatem linearum per 34 primi.

100. Omnis superficies planæ secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem æquidistanter basi, & curuæ superficiei pyramidis uel columnæ communis sectio est circulus: & si illa sectio est circulus, superficies secans est æquidistans basi. Ex quo patet, quod omnis plana superficies æquidistanter basi secans pyramidem uel columnam, nouam pyramidem constituit uel columnam. 4 theor. 1 Conicorum Apollony, & 5 the. Cylindricorum Sereni.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a: diameter basis b c, & centrũ basis d: secetq; ipsam superficies plana æquidistanter basi: & sit cõmunis sectio superficiei illius & superficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, quòd linea e f g est peripheria circuli. Secet enim alia superficies plana pyramidem per uerticem & per axem, qui est a d. Cõmunis itaq; illius superficiei & pyramidis sectio est trigonũ (quod fit a b c) per 90 huius: secetq; superficies e f g axem a d in puncto h: & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f. Erit ergo linea e h æquidistans lineæ b d per 16 p 11: est ergo per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ b a ad e a, sicut lineæ c a ad lineam a f: ergo per 7 huius erit euersim proportio lineę b a ad lineam b e, sicut lineę c a ad lineam c f: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineę b a ad lineam c a, sicut lineę b e ad lineã e f. Sed linea b a est æqualis ipsi c a per 89 huius: ergo erit linea b e æqualis lineę c f. Ducantur itaq; lineæ d e, d f. Et quoniã per 89 huius, anguli, quos continent lineę longitudinis pyramidum cum semidiametris basium, sunt æquales: palàm per 4 p 1, quia linea d e est æqualis lineæ d f: & angulus e d b est æqualis angulo f d c. Quia uerò angulus h d b æqualis angulo h d c: quoniã ambo sunt recti: & angulus e d b æqualis angulo f d c: remanet angulus e d h æqualis angulo f d h: quoniã sunt residuę partes rectorũ super angulos æquales. Palàm ergo per 4 p 1 quoniã linea e h est æqualis lineę h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & cõpleta, prout in præmissis, figuratione, declarabitur, quoniã linea f h est æqualis lineæ g h: sunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti. Ergo per 9 p 3 punctum h est centrũ circuli. Est ergo e f g linea circũferentia circuli. Quod est propositũ. Et si sectio e f g est circulus, palàm quoniã superficies plana secundum illum circulum secans pyramidem, est æquidistans basi: erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h: erit itaq; linea longitudinis, quę est e a, æqualis lineę f a per 89 huius: sed & linea b a æqualis est ipsi c a: remanet ergo linea b e æqualis ipsi e f. Erit quoq; linea e d æqualis lineę f d per 4 p 1. Et quia trigona e h d & f h d sunt æqualia inter se latera habentia: ergo per 8 p 1 angulus e h d est æqualis angulo f h d. Ergo per definitionem lineæ super superficiem erectę patet, quod linea d h erecta est super superficiem e f g: sed eadem linea h d est erecta super basim pyramidis, cuius diameter est b c. Ergo per 14 p 11 superficies e f g est æquidistans basi datę pyramidis. Quod est propositum: quoniam simpliciter secundum præmissum in pyramidibus modum, in columnis quoq; rotundis potest demonstrari, & propter æquidistantiam linearum longitudinis columnę facilitas accedit demõstrationi. Fiunt enim lineę d f, d g, d e æquales: ergo & lineę h e, h g, h f: eritq; sectio e g f circulus per 9 p 3. Et conuersa simpliciter patet per 14 p 11, ut prius. Et hoc proponebatur. Per hæc itaq; patet manifestè, quoniam omnis plana superficies secans quamcunq; pyramidem æquidistanter suę basi, nouã constituit pyramidem, cuius in pyramide rotunda, basis est circulus, & in laterata pyramide superficies similis basi illius sectę pyramidis, ut patet per 99 huius. Semper tamen uertex illius pyramidis abscissę est idem cum uertice prioris, & axis abscissę, pars axis ipsius prioris datę: basis quoq; æquidistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis: superficies enim æquidistanter basibus secans quamcunq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratam: imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam: quod non accidit in pyramidibus. Patet ergo totum, quod proponebatur.



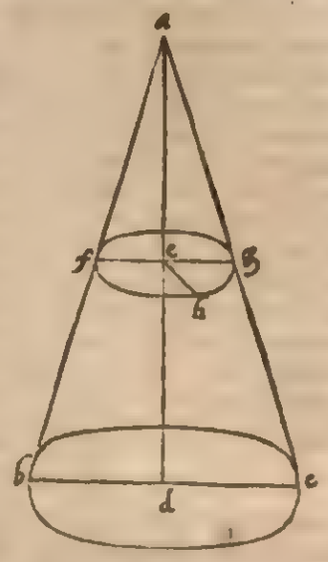
101. In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere. 7 theo. Cylindricorum Sereni.

Imaginetur enim superficies plana secãs pyramidem uel columnã trans illius punctum & trans axem: quod fiet, si a puncto dato ducatur linea recta super axẽ: illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2 p 11: quę superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctum transeuntem per 90 huius: columnam quoq; per 92 huius. Patet ergo propositum.

102. A dato puncto, sine in axe, sine in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel colũnæ, circulum circumducere.

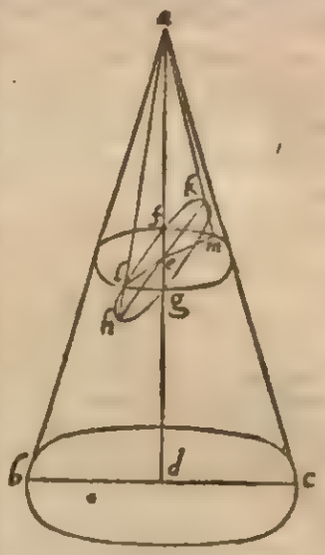
Esto

Esto pyramis, cuius uertex punctũ a, axis uerò a d: in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulum totali superficiei conicæ circunducere. Sit itaq; ut superficies plana secet pyramidẽ secundũ axem a d trans punctũ e: cõmunis itaq; sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ erit trigonum per 90 huius: cuius basis sit b c, quę erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficie per 11 p 1 ducatur à puncto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ producta ad conicã superficiem sit e f: & item ab eodẽ puncto e ducatur linea e g perpendiculariter super axẽ a d: cadatq; punctũ g in conica pyramidis superficie: & similiter ducatur linea e h perpendiculariter super axem a d: cadatq; punctus h in conica superficie. Quia ergo linea a e super cõmunem terminum linearũ e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palàm per 5 p 11, quoniã illæ lineę sunt in una superficie: eritq; per 4 p 11 linea a e perpẽdiculariter erecta super illã superficiẽ f g h. Et quoniã linea a d erecta est perpendiculariter super basim pyramidis per 89 huius, & per definitionẽ pyramidis: patet per 14 p 11, quoniã superficies f g h æquidistat basi pyramidis. Est ergo per 100 huius f g h circulus. Quòd si pũctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f: & ducatur à puncto f perpendicularis super axem a d, quę sit f e, per 12 p 1: educanturq; à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d per 11 p 1: & deinde, ut prius, compleatur demonstratio. Patet itaq; propositum: quoniã simpliciter eodem modo negotiandum est in columnis.



103. Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnã rotundam trans axem non æquidistanter basibus, & superficiei curuæ communem sectionem circulum esse est impossibile. 5 theo. 1 Conicorum Apollonij. item 9 theor. Cylindricorum Sereni.

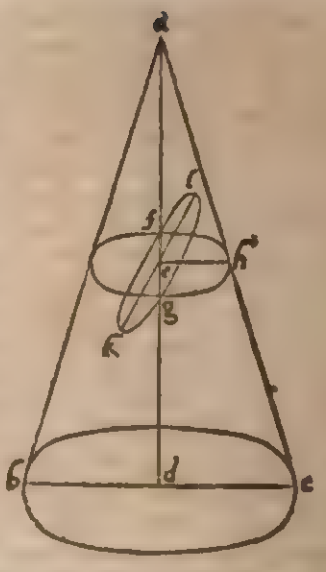
Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c: & centrum basis d, & axis a d: secetq; ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e, nõ æquidistanter basi: & sit cõmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ linea f g h k. Dico quòd hæc sectio non est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie ducatur circulus per præmissam: hic itaq; æquidistabit basi per 100 huius: sitq; f g l m: & signentur lineę longitudinis pyramidis à f, a g, a l, a m. Eæ itaq; omnes erunt æquales per 89 huius, ideo quòd superficies æquidistans basi pyramidis nouã pyramidem abscindit per 100 huius. Et quoniã sectio f g h k nõ æquidistat basi pyramidis, patet quod non æqualiter distat à uertice pyramidis, qui est punctus a: sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l producta, & punctus k sit propinquior uertici a, & cadat in linea a m. Erit itaq; linea a h maior quàm linea a l, & linea a k minor est quàm linea a m: & continuentur lineę h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m. Et quoniã angulus a l e est acutus per 89 huius, erit angulus h l e obtusus per 13 p 1. Ergo per 19 p 1 latus h e trigoni h e l est maius latere e l: sed latus e l est æquale lateri e f per definitionẽ circuli. Linea uerò e f uenit à puncto axis ad punctũ sectionis: quia est cõmunis sectio circuli & superficiei obliquè pyramidem secantis: inæquales itaq; lineę ab hoc puncto e producuntur ad peripheriã sectionis. Non est ergo sectio illa circulus per circuli definitionẽ. Dicemus ergo illam sectionẽ in pyramidibus pyramidalem, & in columnis columnalem. Est tamẽ illa sectio in pyramidibus in 98 huius prius dicta sectio oxygonia uel ellipsis. Et quoniam talis sectio est figuræ oblongæ, patet quòd ipsa habet diametros plurimas omnes inæquales, & per idem punctum axis secti corporis transeuntes, ipsam quoq; sectionem per æqualia diuidentes: quarum maxima est, quæ transit longitudinem sectionis, minima uerò est, quæ pertransit latitudinem: & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta. Patet itaq; propositum.



104. Omnium duarum planarum superficierũ secantium pyramidem uel columnam rotundam trans idem punctum axis, si una æquidistanter basi, & alia nõ æquidistanter secuerit: communis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnam, orthogonalis super axem. Ex quo patet, quòd siue circuli peripheria, siue sectio alia quæcunq; non in eadem superficie, quamcunq; secuerit sectionem, in duobus tantùm punctis ipsam intersecabit.

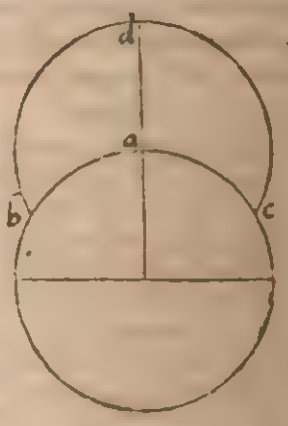
Sit, ut pyramis, cuius uertex a: & axis a d secetur secundum punctum axis e, per duas planas superficies, quarum una secet æquidistanter basi, ut f g h, alia uerò non æquidistanter, ut f g k l. Dico, quòd communis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem, orthogonalis super axem, ut est linea f e g. Quòd enim illæ superficies se intersecent, patet per hoc, quòd aliquæ li-

neæ in ipſis productę, ad unum communem terminum copulantur, & in illo ſe interſecant, ut in puncto e. Quòd enim illarum ſuperficierum communis ſectio ſit linea recta, patet per 3 p 11: quòd autem illa linea (quæ eſt illarum linearum communis ſectio) ſit orthogonalis ſuper axem pyramidis, qui eſt a d: patet: quoniam per 14 p 11 axis a d eſt ꝓpendicularis ſuper baſim pyramidis & ſup ſuperficiē f g h: quoniam illæ ſuperficies ſunt ex hypotheſi æquidiſtantes. Ergo per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in ſuperficie f g h eſt perpendicularis ſuper axem a d. Linea uerò, quę eſt communis ſectio illarum ſuperficierū ſecantium, neceſſariò cadit in ſuperficie f g h: alioquin nō eſſet cōmunis ſectio. Palàm ergo propoſitum primum: quoniam communis ſectio ſuperficierum taliter, ut proponitur, pyramidem ſecantium, eſt orthogonalis ſuper axem pyramidis. Et eodem modo demonſtrando, idem patet in columnis rotundis. Ex quo patet & corollarium: quoniam communis ſectio talium ſuperficierum eſt linea recta. In duobus autem tantùm punctis, qui ſunt termini illius lineæ, fiet interſectio illarum ſectionum, quamuis in pluribus punctis hoc ſit fieri poſsibile, cum ſe interſecant in eadē plana ſuperficie. Patet ergo propoſitū.



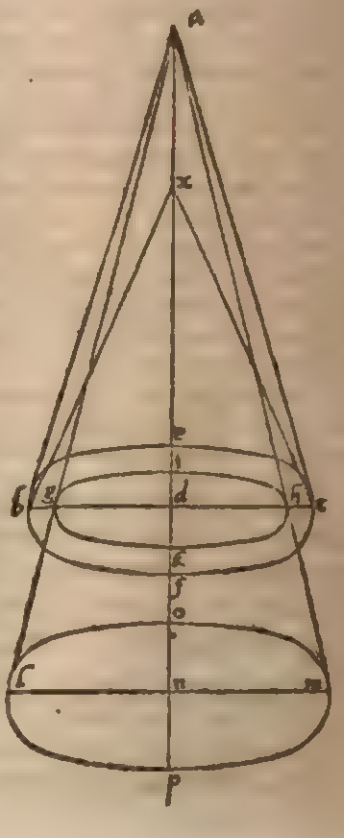
105. Ex aliquo puncto baſis peripheria columnæ rotundæ ſemicirculo in ſuperficie cōnexa uel cōcaua columnari circumducto: neceſſe eſt lineam ſemicirculum illum per æqualia diuidentem ad ſuperficiem baſis erectam eſſe.

Sit, ut ex aliquo puncto peripheriæ baſis colūnæ rotundę, qđ ſit a, circumducatur ſemicirculus in ſuperficie columnæ concaua uel conuexa, qui ſit b c d, & eius centrum erit punctum a: ſitq; ita, ut linea a d diuidat illum ſemicirculum per æqualia in puncto d. Dico, quòd linea a d eſt erecta ſuper ſuperficiem baſis columnę. Quoniam enim arcus d b eſt æqualis arcui d c: patet, quòd angulus d a b eſt æqualis angulo d a c per 27 p 3. Eſt igitur linea a d pars unius linearū longitudinis colūnę. Eſt ergo erecta ſuper baſim per 92 huius. Patet ergo propoſitū.



106. Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiuſdem uel diuerſæ altitudinis inſcribere. Ex quo patet inſcripta angulum ad baſim, angulo circumſcribentis maiorē eſſe: & ſi inſcripta pyramis ad aliam baſim priori baſi æquidiſtantem producatur, anguli producta ad baſim, angulus datæ pyramidis maiores erunt: & quantumcunq; anguli ad baſim augmentantur, tantum anguli aduerticem minuuntur.

Eſto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiuſdem altitudinis dēbet inſcribi, ſit orthogonia, & ſit a b, a c, a e, a f lineis ſuæ longitudinis ſignata: & axis eius ſit a d: abſcindatur itaq; ſemidiameter baſis, quæ eſt d c, ut libuerit, & ſit abſciſſa in puncto h: producaturq; linea a h, & habetur triāgulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locū, unde moueri incœperūt, ꝓuenietq; pyramis a g h i k, cuius axis a d. Et ſic poteſt fieri inſcriptio ad quodcūq; punctū lineæ d c. Et hoc eſt, qđ ꝓponebatur primū. Quod ſi diuerſę altitudinis pyramidē ad baſim cōmunē inſcribere placuerit ſimilem priori datæ: ſignato puncto, ubi uolueris, in linea axis a d, uel extra: tum intra corpus pyramidis, quod ſit x, producantur lineæ à puncto x ad totam peripheriam, ut x b, x c, x e, x f. Et patet propoſitum. Similiter erit faciendum, ſi quis inſcribere uoluerit pyramidem ad baſim minorem baſi pyramidis datæ. Patet autem ex præmiſsis, cum omnes anguli cuiuſcunq; pyramidis ad baſim ſint æquales per 89 huius, quoniā ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli cauſſantur: palàm, quòd quicquid in triangulo cauſſante maiorem pyramidem reſpectu trianguli cauſſantis minorem pyramidem proueniet, in omnibus ſimilibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad ſimiles triangulos minoris prouenire neceſſe eſt. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d ſit per 16 p 1 maior angulo a c d trianguli d c a: quòniā eſt extrinſecus: patet, quòd omnes anguli pyramidis a g h i k ad baſim

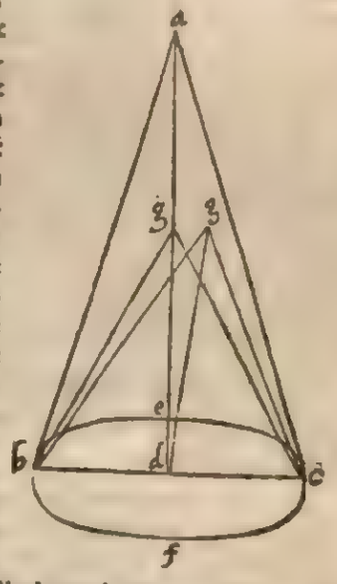


ſunt

sunt maiores omnibus angulis pyramidis a b c e f ad basim existentibus. Et eodé modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k. Et hoc est secundum propositũ. Quòd si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq; angulus a n m rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n: patet tertium propositũ, quòd anguli productæ pyramidis, qui fiunt ad basim, erunt maiores angulis ad basim primæ datæ pyramidis: quoniam ex 29 p 1 angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a: ergo angulus n m a maior est angulo d c a. Omnes ergo anguli ad basim pyramidis a l m o p angulis ad basim pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet scilicet suo correspondenti. Eodem autẽ modo demonstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basim dictæ pyramidis priori basi æquidistantem: est enim idem modus. Patetq; ex prædictis ultimum propositũ, scilicet, quia quantùm anguli ad basim ampliantur, tantùm anguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur: quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32 p 1: angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum: quod ergo in uno illorum additur, necesse est, ut in reliquo minuatur. Et hoc est totum quod proponebatur.

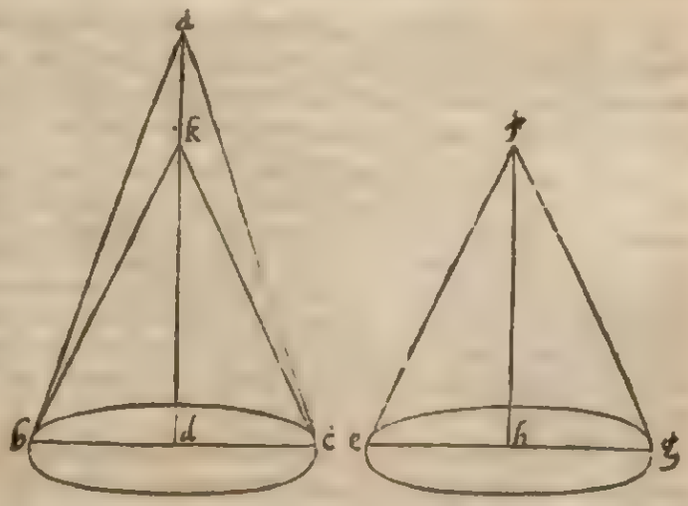
107. Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur sic, ut ambarum eadem basi existente diuersi sint axes: centrũ axis, & uertices ambarũ pyramidum in eadẽ linea cõsistere est necesse.

Esto pyramis data, quæ sit a b c e f: cuius basis sit circulus b c e f: & eius centum d: sitq; axis pyramidis a d: & sit exempli gratia orthogonia: inscribaturq; ei per præcedentem ad eandem basim pyramis breuioris axis taliter, quòd intra illam cõtineatur. Dico, quòd centrum circuli basis ambarum pyramidum, quod est d, & uertex datæ pyramidis, qui est a, & uertex inscriptæ pyramidis, qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d. Et hoc quidem patet de punctis a & d. Quòd autem punctum g in eadem sit linea, probatur. Si enim non est in eadem: ergo ad aliquam partem extra illam lineam declinat: sit ergo nunc eius declinatio ad partem dextram uersus lineam a c in superficie trianguli a d c. Producatur linea g d. Quia itaq; per 89 huius omnes lineæ longitudinis eiusdem pyramidis sunt æquales: patet, quòd latera g b & g c sunt æqualia: sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cõmunis: ergo per 8 p 1 angulus g d c est æqualis angulo g d b: uterq; ergo est rectus. Sicut autem angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus. Ergo rectus est pars recti: hoc autem est impossibile. Patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidat impossibile, quoniam punctus g necessariò erit in linea a d. Quod est propositum. Quòd si à puncto g ad basim pyramidis productus axis dicatur nõ cadere in punctum d, centrum circuli basis: sequetur aliud impossibile contra hypothesim, scilicet quòd ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta: quod est cõtra præmissa: uel sequetur, quod lineæ ductæ à centro ad circumferentiam non sint æquales: quod totum est impossibile. Patet ergo illud quod proponebatur.



108. Duarum pyramidum rotundarũ uel lateratarum æqualium basium & inæqualium altitudinum, uerticem altioris acutioris angulo esse necesse est.

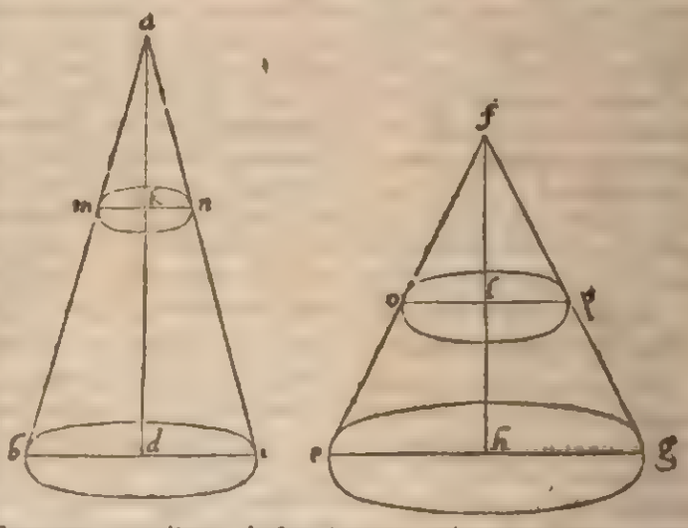
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a: & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit basior: sintq; ipsarum bases b c & e g æquales: & axis f h breuior axe a d. Dico, quòd angulus b a c est minor angulo e f g. Resecetur enim ab axe a d æqualis axi f h: qui sit d k: & ducãtur lineæ b k & c k: erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g: secetq; superficies plana ambas pyramides a b c & b k c per axem: eruntq; per 90 huius communes ipsarũ sectiones trigoni. Sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c: erit ergo angulus b k c maior angulo b a c, per 33 huius: ductisq; alijs superficiebus secantibus: erũt semper trigona istis æqualia & æquiangula. Patet ergo propositum.



109. Si à uerticibus duarũ pyramidum rotundarũ uel lateratarũ inæqualium altitudinũ & æqualium basium, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindantur: necesse est basim py-

ramidis abscisse ab altiori, basi alterius abscisse minorem esse.

Duarum pyramidū rotundarum ambarū, uel lateratarū ambarum, equaliū basium, sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a: & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f: abscindaturq; ab axe a d linea a k æqualis lineę f l abscissæ ab axe f h. Secetur itaq; pyramis altior per superficiē planā per axem: eritq; per 90 huius sectio cōmunis trigonus, qui sit a b c. Et similiter secetur altera pyramis per axem: & sit sectio trigonus e f g: & à puncto k ducatur linea k m æquidistanter basi b d. Et similiter à puncto l ducatur linea l o æquidistanter basi e h per 31 p 1: eritq; per 29 p 1 & 4 p 6 proportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineā a k: & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineę h f ad lineam f l: est aūt linea a k equalis lineę f l, & linea d a maior quàm linea f h ex hypothesi. Ergo per 8 p 5 maior est ꝓportio lineę d a ad lineā a k, q̄ sit linea h f ad lineā f l: est ergo maior proportio lineę b d ad lineam m k, q̄ lineæ e h ad lineā o l: sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypothesi. Ergo per 10 p 5 linea o l est maior q̄ linea k m. Et similiter producta m k ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequetur lineā l p esse maiorē, q̄ sit linea k n: & tota linea o p erit maior, quàm linea m n. Circūducātur itaq; per 102 huius pyramidibus datis duo circuli, quorū unius diameter sit m n, & alterius o p: eritq; circulus o p maior circulo m n. Et q̄ circuli illi æquidistant basibus pyramidum, patet ꝑ per 100 huius, quoniā à uerticibus abscindunt pyramides, quarū axes sunt a k & f l, quę ex prēmissis sunt æquales. Idemq; penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquidistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datę pyramidis & lineis ad axes æquidistātibus, q̄busdā lineis ꝓductis à terminis laterū basiū ipsarū pyramidum ad punctum terminantē axem super basim. Patet ergo propositū per 99 huius.



110. Si pyramis rotunda sphæram interfecet, nec eius conica superficies à superficie sphæra intersecetur: communis sectio superficierum sphæra & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69 huius superficies plana secundum circulum secat sphærā, basisq; pyramidis superficies plana est, quia circulus: palàm, quod illa basis sphæram secundum circulum intersecabit: intersecat autem pyramis sphæræ superficiem secundum totam suam basim: quia superficies eius cōuexa conica à superficie sphæræ non intersecatur, ut patet per hypothesim. Patet itaq;, quòd communis sectio superficierum dictarum erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesq; illa circumferentia conterta (quæ est circulus, qui est basis pyramidis) erit superficies communis: quamuis aliàs corpusculum (quod est pars sphæræ) resectum à sphæra per illam superficiem, sit corpus utriq; dictorum corporum commune.

111. Si pyramis sphæram intersecet sic, ut circulus basis pyramidis in sphæræ superficie circulo maiori sphæræ æquidistet: diametrum sphæra super illum circulum maiorem erectā, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est. Ex quo manifestum est, diametrum sphæra & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam.

Quia enim per præcedentem circulus (qui est basis pyramidis) communis est sphæræ, sicut pyramidi: tunc per 68 huius patet propositum. Quia enim circulus (qui est basis pyramidis) æquidistat circulo magno sphæræ, & ij circuli æquidistātes sunt ambo in superficie sphærę: erit diameter sphæræ centrū circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens: transit enim orthogonaliter centra amborum illorum circulorum. Et quoniam à termino alicuius lineæ ductæ à centro communis circuli ad circumferentiam, exeunt duæ lineæ orthogonaliter super ipsam insistentes, scilicet axis pyramidis, ut patet per 89 huius, & diameter sphæræ, ut præmissum est: patet ex 14 p 1, quoniam illę duæ lineæ coniunctæ, sunt linea una. Diametrum ergo sphærę & axem pyramidis coniuncta esse lineam unam necesse est. Et hoc est quod proponebatur.

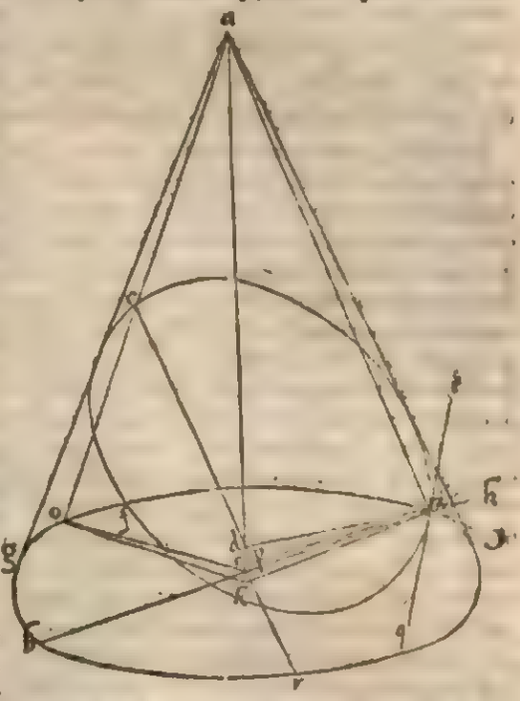
112. Omnium linearum perpendicularium super peripheriam oxygoniæ sectionis productarum trans eius superficiem, unica est perpendicularis super secti corporis axem: & ipsa est minima diametrorum sectionis.

Sicut enim patet per 104 huius, communis sectio superficiei ipsius sectionis oxygoniæ & circuli secundum idem punctum axem secantium, est linea orthogonalis super axem secti corporis: in aliis autem

autem omnibus punctis ſectionis perpendiculares ſuper ſectionẽ productæ obliquè incidunt axi: quoniam ſi aliqua ipſarum ipſi axi perpẽdiculariter inciderit: tunc per 4 p 11 axis ſuper ſuperficiem ſectionis perpendicularis erit: quod eſt contra naturam ſectionis. Patet ergo propoſitum.

113. In ſectione pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularem in ſuperficie ſectionis ductam ſuper ſuperficiem pyramidis, cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionem contingentem, ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe: dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari ducta à puncto ſuperiori ſuper axem pyramidis, angulum contineat acutum. Alhazen 30 n 6.

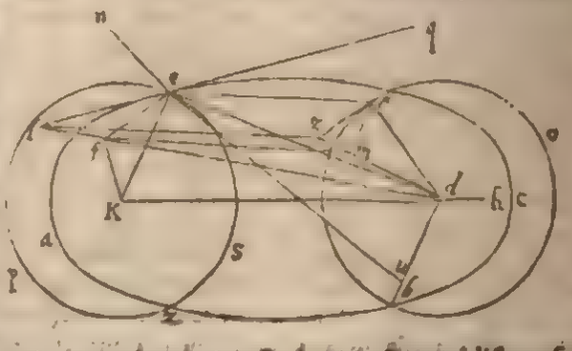
Eſto pyramis, cuius uertex ſit a, & eius axis ſit a c k: ſitq; in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e, quem pertranſeat ſectio pyramidalis, quæ ſit e f z, in qua etiam ſit punctus z remotior à puncto a uertice pyramidis; quã ſit punctus e: contineatq; linea ducta à puncto z ad axem cum perpẽdiculari ducta à puncto e angulum acutum. Dico, quòd ſi ducatur à puncto z linea perpendicularis ſuper lineam in illo puncto z ipſam ſectionem oxygoniam contingentem: & alia perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto e ducatur à puncto e, quòd illæ duæ perpendiculares concurrent ſub axe a c k. Sit enim, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſuper punctum z æquidiſtanter baſi: & hæc quidem per 100 huius ſecabit eam ſecũdum circulum: ſit ille circulus g b r z, cuius cẽtrum ſit c: communisq; ſectio huius circuli & ſectionis oxygoniæ ſit diameter ut chorda circuli, qui eſt g b r z per 104 huius: & à pũcto uerticis pyramidis per 101 huius ducantur per ſignata in ſuperficie pyramidis puncta e & z lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint lineæ a z & a e: & producatur linea a e, donec ipſa ſit æqualis lineæ a z. Veniet quidem ad circulum, eò quòd eſt linea longitudinis, & quia punctus e propinquior eſt uertici pyramidis, quàm ſit punctus z. Cadat ergo linea a e producta in punctum circuli o: & à pũcto dato (qui eſt e) ducatur linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem: hæc quidẽ per 96 huius concurret cum axe pyramidis, qui eſt a c k. Concurrat ergo in puncto d: & ſit illa perpendicularis e d: copuletur quoq; linea z d, cõtinens angulum acutum cum perpẽdiculari e d, qui ſit angulus z d e. Et quoniam linea d z eſt in ſuperficie ſectionis per 1 p 11, ſicut & puncta d & z: tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur perpẽdicularis ſuper lineam a o per 11 p 1, & ducatur à cẽtro circuli g b r z, qđ eſt c, ſemidiameter c o. Quia ergo per 89 huius angulus c o a eſt acutus, patet, quòd perpendicularis ſuper lineam a o ducta à puncto o, cadet ſub cẽtro circuli, quod eſt c, in aliud punctum axis. Sit ergo ut cõcurrat cum axe in puncto k: & erit o k æquidiſtans lineæ e d per 6 p 11: & ducatur linea k z: & ducatur linea cõtingens ſectionem in puncto z, quæ ſit t q: & ducatur alia contingens circulum b g z in puncto z per 17 p 3, quæ ſit ż y: & ducatur diameter circuli, quæ ſit b c z: & à centro c ducatur ſemidiameter perpendicularis ſuper diametrum b c z, quæ ſit c r. Et quia axis a c k orthogonaliter erigitur ſuper centrum circuli b g z per 89 huius, erit linea c r perpendicularis ſuper axem a c k, quoniam eſt ſemidiameter circuli. Ergo per 4 p 11 linea c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z ſecantem pyramidem per axem: ſed & linea c r eſt æquidiſtans lineæ contingenti circulum in puncto z, quæ eſt y z, per 28 p 1. Ergo per 8 p 11 linea z y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a c z. Linea ergo t q contingens ſectionem oxygoniam e f z in puncto z, continet angulum acutum cum linea y z. Et quia linea t q continet angulum acutũ cum y z: patet, quòd linea t q non eſt perpẽdicularis ſuper illam ſuperficiẽ a c z. Verùm, quia punctus k (qui eſt punctus axis) ut patet per 89 huius & per definitionẽ poli factã in principio, eſt polus ad circulũ b r z: palàm per 65 huius, quia lineæ k o & k z ſunt æquales, & axis a k cõmunis: ſed & linea a o eſt æqualis lineæ a z per 89 huius, cũ ſint lineæ longitudinis, ut patet per præmiſſa. Ergo per 8 p 1 trianguli a o k & a z k ſunt æquianguli: erit ergo angulus a o k æqualis angulo a ż k. Et quoniã angulus a o k eſt rectus, ideo quòd linea o k ducta eſt perpẽdiculariter ſuper lineã a o, ut patet p præmiſſa: erit ergo etiã angulus a z k rect us. Cum ergo linea k z ſit perpẽdicularis ſup lineã a z, quæ eſt linea lõgitudinis pyramidis: palàm, quia linea k z erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem pyramidẽ ſecundum lineã a z lineã longitudinis: ſed linea t q eſt in ſuperficie illa contingẽte, quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingẽtis & ſuperficiei ſectionis e f z, quoniã eſt in ſuperficie contingente pyramidẽ, ducta contingens ſectionem. Eſt igitur linea k z perpendicularis ſuper lineam t q per definitionem lineæ ſu-



per ſuperficiem erectæ. Ducatur quoq; à puncto z in ipſa ſuperficie ſectionis per 11 p 1 perpendicularis ſuper lineam t q, quæ ſit linea z h. Cum itaq; linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis cõcurrens cum linea h z in puncto z: palàm, quòd ipſa ſecabit lineam h z, nec erit una linea cum illa per 1 p 11. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una ſuperficie per 2 p 11. Superficies ergo k z h ſecat ſuperficiem ſectionis ſuper lineam eis ambabus communem, quæ eſt h z, per 19 huius: & ſecat lineam t q in puncto z: & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam communem ambabus illis ſuperficiebus, quæ eſt linea h z p. Verùm linea d z eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſuprà patuit, & ſecatur à linea k z in puncto z: & punctus t eſt ſupra ſuperficiẽ k z h, & punctus q infra illam: & ita ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z q ſuper lineam communem, quæ eſt perpendicularis ſuper lineam t q: & eſt linea z h: quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, & ſuper eam eſt perpendicularis linea t q, ut patet ex præmiſſis. Et quoniam ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q, & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, ſit ex parte ſemidiametri z c: erit linea, quæ eſt cõmunis ſectio illarum ſuperficierum (& eſt linea h z p) cadens inter lineas q z & d z. Et ita linea z h, quæ eſt à puncto z ducta perpendiculariter ſuper lineam ſectionem oxygoniam e f z in illo puncto contingentem, concurret cum perpendiculari e d ſub axe a c k. Quoniam perpendicularis e d ſecat axem pyramidis, quæ eſt a c k in puncto d. Quòd autem concurrant, patet per 14 huius. Producatur enim linea h z ultra punctum z intra ſectionem in punctum p. Quia ergo angulus z d e eſt acutus, & angulus d z p acutus: palàm, quoniam concurrent lineæ z h & e d ſub puncto d: & ſit concurſus punctum p. Patet ergo propoſitum.

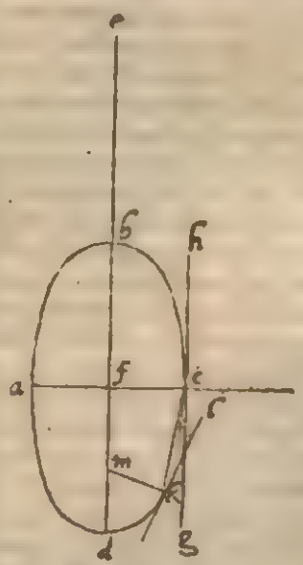
114. Ab altero duorum punctorum in ſectione columnari ſignatorum ducta perpẽdiculari ſuper axem columnæ in ipſa ſuperficie ſectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulum cum illa perpendiculari ſuper axem columnæ continente: ſi ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis ſuper ipſam ſectionem: hæc concurret cum priori perpendiculari ſub axe, & ſub puncto concurſus prioris lineæ cum perpendiculari. Alhazen 24 n 6.

Sit ſectio columnaris, quæ a b c e: in qua ſignati ſint duo puncti, qui ſint b & e: ſitq; columnæ, in cuius ſuperficie cadit illa ſectio, axis linea h d k: & ab altero ſignatorum punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipſa ſuperficie ſectionis linea b d, perpendiculariter ſuper axem incidens puncto d: & ducatur item in ſuperficie ſectionis à reliquo datorum punctorum, quod eſt e, linea e d acutum angulum continens cũ perpendiculari d b, qui ſit e d b: ſitq; linea cõtingens ſectionẽ in puncto e, quæ ſit exempli cauſſa, linea l e q. Dico, quòd perpendicularis à puncto e ducta ſuper lineam l e q, concurret cum perpendiculari b d ſub axe h k, & ſub puncto d, qui eſt punctus cõcurſus lineæ e d cum perpendiculari b d. Fiat enim per 102 huius ſuper punctũ ſectionis, quod eſt b, circulus æquidiſtans baſibus columnæ, qui ſit b t o, cuius centrũ ſit d: & ducatur à puncto e linea longitudinis columnæ per 101 huius, quæ ſit e t: & à puncto d per 11 p 1 ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d in ipſa circuli ſuperficie. Palàm ergo, quòd ſuperficies h d g cum per axem tranſeat (qui erectus eſt ſuper circuli ſuperficiem) perpendicularis eſt ſuper eandem circuli ſuperficiem per 18 p 11. Superficies uerò contingens columnam in puncto b, erit æquidiſtãs ſuperficiei b d g. Ideo enim, quia linea lõgitudinis columnæ ducta à puncto b eſt æquidiſtãs axi h k per 92 huius, & 28 p 1, & linea circulum b t o contingens ſuper punctũ b, eſt æquidiſtans lineæ d g per 28 p 1: angulus enim g d b eſt rectus ex præmiſſis, & angulus contentus ſub linea d b, & ſub linea contingente in puncto b eſt rectus per 18 p 3. Ergo illæ ſuperficies æquidiſtant per 15 p 11. Igitur ſuperficies, in qua ſunt lineæ l e & e t non eſt æquidiſtans ſuperficiei b d g per 24 huius: quoniam ſuperficies contingẽs ſectionem oxygoniam in puncto b, non eſt æquidiſtans ſuperficiei contingenti eandem ſectionem in puncto e, in qua ſunt lineæ, l e q contingens ſectionem, & linea longitudinis, quæ eſt e t: angulus enim e d b eſt acutus ex hypotheſi. Superficies ergo b d g non æquidiſtat ſuperficiei l e t. Ergo concurret cum illa. Concurrat ergo in linea l g per 3 p 11: & ducatur linea g t: quæ neceſſariò erit contingens circulum b t o, cuius ſuperficies, in qua ipſa ducitur, columnam ſit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per 18 p 3: quoniam linea t d eſt ſemidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t. Fiat quoq;, ut prius, ſuper e punctum ſectionis circulus æquidiſtans baſibus columnæ, qui ſit e s z p, & cẽtrum huius circuli ſit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem ſecabit ſuperficiem e s p: ſecet ergo illã in puncto f. Quia itaq; punctũ d eſt in ſuperficie ſectionis, ut patet ex præmiſſis & ex hypotheſi, & punctũ l, quod eſt punctũ lineæ contingẽtis ſectionem, eſt in eadẽ ſuperficie ſectionis: ergo per 1 p 11 tota linea d l eſt in ſuperficie ſectionis. Punctũ ergo f eſt in ſuperficie ſectionis & circuli e s z p: ſed & punctum e eſt in eiſdem ambabus ſuperficiebus: ergo per 1 p 11 linea e f producta erit in ambabus illis ſuperficiebus. Ergo per 19 huius ſecundum lineam e f ſecant ſe ſuperficies ſectionis & circuli e s z p. Ducatur itaq; linea k f: & à puncto f ducatur linea perpendicularis



ſuper

ſuper ſuperficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ ſit f m: cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmiſsis: & ducatur linea t m. Palàm ergo, quoniam linea k d æqualis & æquidiſtans eſt lineæ f m per 25 huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli b t o & ſuper ſuperficiem circuli e s z p: quoniam illi circuli æquidiſtant per 24 huius: utraq; enim ipſarum æquidiſtat ambabus baſibus columnæ per 100 huius. Quia itaq; linea f m eſt æqualis & æquidiſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis: ergo per 33 p 1 linea k f æqualis & æquidiſtans eſt lineæ d m. Et ſimiliter erit linea f m æqualis & æquidiſtans lineæ longitudinis, quæ eſt e t per 30 p 1: quoniam linea e t eſt æqualis & æquidiſtans axi k d per 92 huius, cũ ſit linea longitudinis: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidiſtans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquidiſtans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam ſuperficies k d l (quia tranſit axem columnę, & angulus g d b eſt rectus) eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem ſectionis oxygoniæ a e c b, per definitionem ſuperficiei erectę ſuper ſuperficiem: & eadem ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p. Quoniam enim illa ſuperficies k d l trãſiens per axem, per 18 p 11 erecta eſt ſuper baſes columnæ: ergo & ſuper ſuperficiem circuli e s p æquidiſtantem baſibus columnæ, erecta eſt eadem ſuperficies k d l. Quia itaq; dicta ſuperficies k d l eſt erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxygoniæ & circuli e s p: ergo per 19 p 11 eſt ipſa orthogonalis ſuper linea n communem dictæ ſectioni & circulo, quæ eſt linea e f. Et quia linea e f eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f: igitur per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, angulus e f k eſt rectus: ergo angulus t m d eſt rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continẽtia in æquidiſtantibus circulorum ſuperficiebus protracta, æqualia ſunt & æquidiſtantia, ut patet ex præmiſsis. Cum ergo angulus d m t ſit rectus, & angulus g d t ſit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta eſt ab angulo ad baſim perpendicularis, quæ t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d m in lineam g m eſt æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o; cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingẽtiæ, quod eſt t: palàm, quoniam linea l g eſt æquidiſtans axi k d. Quoniam enim ſuperficies ſecũdum lineam longitudinis columnam continges, quæ eſt l e t g, & ſuperficies ſecans columnã trans axem, quæ eſt h d g l, ſunt erectæ ſuper baſium columnæ ſuperficies per 92 huius, & per 18 p 11. Ergo per 19 p 11 earum communis ſectio, quæ eſt in propoſito, linea l g, ſuper eaſdem ſuperficies baſium perpendicularis erit. Aequidiſtabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam æquidiſtat lineæ f m per 30 p 1. Quia ergo in trigono l d g linea t m æquidiſtat baſi l g, patet per 2 p 6, quòd linea f m ſecat illa latera proportionaliter: eſt ergo proportio lineæ d t ad lineam t l, ſicut lineæ d m ad lineam m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad lineã d m, ſicut lineæ f l ad lineam m g: ſed linea d f maior eſt quàm linea d m per 19 p 1, quoniam in trigono f d m angulus f d m eſt rectus per 8 p 11: ergo & linea f l eſt maior quàm linea m g. Ergo illud, quod fit ex ductu lineæ f d in lineam f l, maius eſt illo, quod fit ex ductu lineæ d m in lineã m g. Ergo & quadrato lineæ t m: ſed linea t m eſt æqualis lineæ e f, ut patet ex præmiſsis. Ergo illud, quod fit ex ductu lineæ d f in lineam f l maius eſt quadrato lineæ e f. Eſt ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 huius: quia ſi eſſet rectus, cum linea e f ſit perpendicularis ſuper lineã d l: eſſet per 8 & 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. Reſtat ergo ut linea perpendicularis ſuper lineam contingẽtem ſectionem a e c b (quæ eſt q l, ducta à puncto e) cadat ſub linea e d, nõ perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis linea e u. Et quia angulus e d b eſt acutus, & angulus d e u eſt acutus: quoniam angulus u e q eſt rectus. Ergo per 14 huius lineæ e u & d b productæ concurrent in puncto aliquo ſub axe h k, & ſub concurſu lineæ e d cum linea d b: quod eſt euidens. Patet ergo propoſitum: perpendicularis enim ſuper lineam ſectionem contingentem, eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem columnarem per 5 definitionẽ factam in principio huius libri.



115. Omnis recta perpẽdicularis ſuper oxygoniam ſectionem, producta aliter diuidet ſectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantùm ſit punctus, à quo ducta contingens æquidiſtet ipſi perpendiculari.

Eſto ſectio oxygonia, quę a b c d: quã perpẽdicularis e b d ſecet in duas partes, quæ ſint b c d & b a d. Dico quòd in unaquaq; illarum partium eſt unicus tantùm punctus, à quo ducta contingens æquidiſtat perpendiculari e b d. Quoniam enim perpẽdicularis e b d diuidit ſectionem, diuidatur eius pars b d cadens intra ſectionem per æqualia per 10 p 1 in puncto f: & ab illo pũcto f erigatur per 11 p 1 perpendicularis ſuper lineam b d: quę producta ad peripheriam ſectionis in punctum c, ſit f c: & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper lineam f c, quæ ſit g c h: eritq; linea g c h contingens ſectionem: quoniam ad utranq; partẽ producta non ſecabit illam. Palàm itaq;, quoniam linea g c h æquidiſtat perpendiculari ſuper ſectionem, quæ eſt e b d per 28 p 1. Quòd ſi ab alio aliquo puncto partis ſectionis, quæ b c d, ut à puncto k, producatur linea contingens ſectionem, quæ ſit k l: patet, quoniam illa concurret cum linea g c h per 14 huius: quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illum alium punctum k: fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo quòd angulus f c g eſt rectus, & linea k l cũ aliqua linea ſecante lineam b d, con-

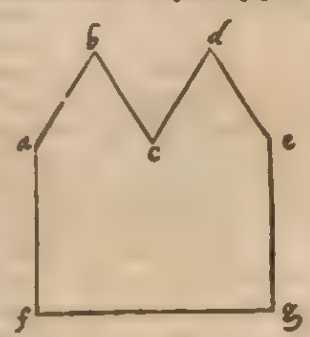
b d, continet angulum rectum, ut fortè cum linea k m. Quia itaq; anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis: concurret linea k l cum perpendiculari h c g per 14 huius. Ergo per 2 huius illa linea contingens, quę k l, concurret cum perpendiculari e b d. Similiter quoq; in parte sectionis, quæ est b a d, facta deductione, patet propositum.

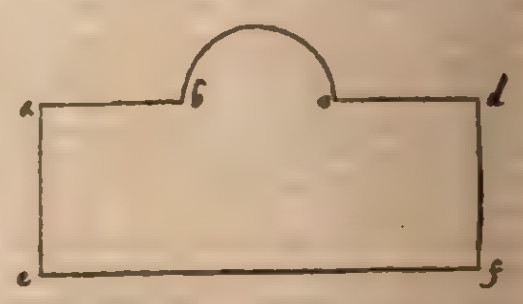
116. Omnes oxygonia pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyramidis: quod nõ accidit in columnis.

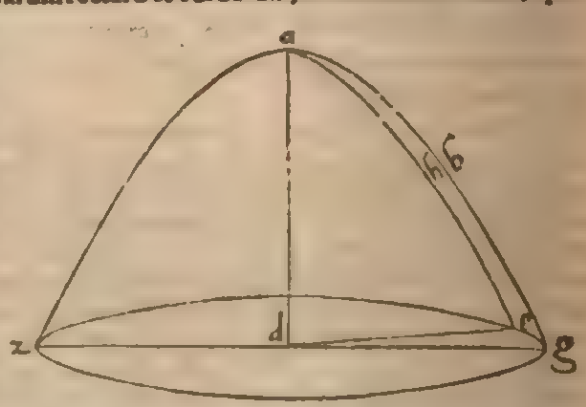
Hoc quod proponitur, accidit propter corporis pyramidalis acuitatẽ, & propter columnarum æqualitatem. Si enim secundum punctum axis pyramidis, cui incidit linea perpendicularis super sectionem pyramidalem, circumducatur pyramidi circulus per 102 huius, & imaginetur columna, cuius basis sit ille circulus: patet, quòd inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorem partem pyramidis: & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorem partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris cõtinebit superiorem sectionis partem pyramidalis. Partes autem sectionis columnaris sunt æquales propter æqualitatem corporis & angulorum super axem per 92 huius. Patet ergo propositum.

117. Omnis superficiei plana super axem fixum revolutæ, donec ad locũ, unde exiuit, redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similem, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, communis sectio est linea similis motæ lineæ illam superficiem causſanti.

Quod hic proponitur, patet satis euidenter in lineis rectis motis: quælibet enim illarum linearum circa axem aliquem mota describit superficiem, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ causſanti motu suo illam superficiem. Hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnam rotundã, cuius superficiei & superficiei planę columnam per axem secantis, communis sectio est linea similis lineæ priori motæ. Et hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum, fixo tertio, efficit pyramidem rotundam: &, ut patet per 90 huius, omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidem per axem & superficiei conicæ pyramidis, communis sectio est triangulus continens lineas similes prioribus lineis motis & axi. Hoc idem etiã in semicirculo moto, cuius diametro fixa describitur sphæra, & omnis superficiei planæ secantis sphæram per axem, qui est diameter, & superficiei sphæricæ communis sectio est circulus, ut patent hæc omnia ex principijs lib. 11. Quòd si linea mota circa axem fixum (qui sit f g) fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continẽtibus angulos a b c, b c d, c d e: uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectę, quarũ media b c utrãq; rectarum illarũ copulans, sit curua, fiatq; motus circa axẽ fixum, qui e f, fiet adhuc superficies corporis descripti similes habẽs lineas ipsis lineis causſantibus illam rotundam superficiem motu suo. Quòd si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarũ & curuarum, ut sunt multæ lineæ, quæ fiunt per motũ, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis parabolæ medietas, quæ mouetur, sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d perpẽdicularis super ipsum axem a d, figaturq; axis a d, & reuoluatur sectio a b g, donec redeat ad locum, à quo exiuit: tũc fiet ex motu illius lineæ superficies cõcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus proueniens ex motu lineæ rectæ, quæ est d g: sitq; ille circulus g e z, & eius centrum est punctum d; quoniam punctum g motu suo illius circuli peripheriam describit, eritq; uertex illius causſati corporis pũctum a. Egrediatur quoq; ex axe illius corporis, qui est a d, superficies plana, utcũq; id sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiẽ. Palàm itaq; per 3 p 11, quoniã illius superficiei & superficiei corporis cõmunis est linea, quę sit a h e. Dico, quòd linea a h e est sectio parabola æqualis & similis sectioni a b g. Ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axẽ a d. Cum ergo punctũ g puenit ad punctũ e, cooperit tota supficies a b g d totã superficiẽ a h e d, & fiẽt supficies una. Et quoniã sectio a b g d facit euenire supficiẽ concauã uel cõuexam: palàm, quoniam







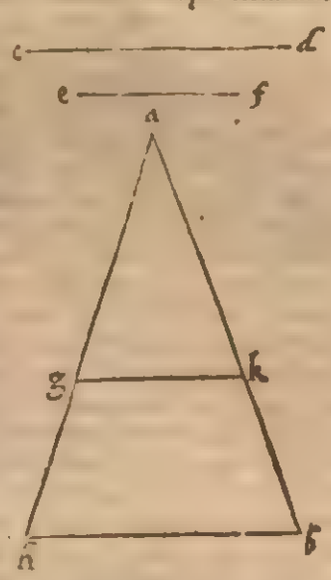
quoniam linea a b g d ſemper, ubicunq; reuoluatur ſectio, eſt cõmunis differẽtia inter ſuperficiem ſibi continuam & inter ſuperficiem planam ſecantem. Cum itaq; ſuperponitur ſectio a b g d ſectioni a h e d, erit communis ſectio inter ſuperficiem ſecantem & ſuperficiem corporis linea a b g d: ſed & eadem cõmunis ſectio eſt linea a h e d. Linea ergo a b g d & linea a h e d ſibi adinuicem ſuperpoſitæ ſunt linea una. Linea ergo a h e eſt peripheria ſectionis parabolæ æqualis & ſimilis lineæ a b g. Superficies ergo a h e d eſt ſectio parabola. Et idẽ patet in omnibus lineis illius corporis, quę ſunt communes ſectiones ſuperficiei planæ ſecãtis corpus per axem a d, & omnis ſuperficiei illius corporis Patet ergo propoſitum in illis ſectionibus conicis quibuſcunq;. Patet etiam eodẽ modo propoſitum de quacunq; linea regulari uel irregulari. Et hoc eſt propoſitum principale.

118. Omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis, aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ: aut columnæ: aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis, quę uniformis eſt in qualibet ſui parte, aut eſt circulus: aut linea recta. Circulus uerò motu ſuo facit ſphæram: quoniam ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio 11. Linea uerò recta una motu ſuo non poteſt cauſſare niſi pyramidem, cum eſt latus trigoni, uel columnam, cum eſt latus quadranguli: quoniam in omnibus alijs figuris motis, uno latere remanente fixo, eſt angulus cauſſans diuerſitatem formæ in ſuperficie figuræ productæ. Non ergo efficit conuexam ſuperficiem uel concauam regularem. Patet ergo, quòd omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis eſt talis, ut proponitur.

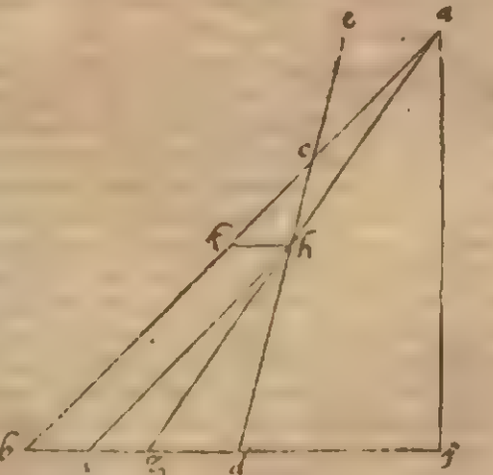
119. Lineã datam ſecundũ quamlibet proportionẽ duarum datarũ diuidere. 10p 6 element.

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi ſecundũ proportionem duarum datarum linearum c d & e f. A punctо itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinitè angulariter coniuncta cum linea a b: & à puncto a incipiendo abſcindatur æqualis lineæ c d per 3 p 1, quę ſit a g, & à puncto g incipiendo abſcindatur linea g h æqualis lineæ e f: & ducatur linea b h: & à puncto g ducatur linea æquidiſtanter lineæ b h per 31 p 1: hęc itaq; producta ſecabit lineam a b per 2 huius: ſecet ergo in puncto k. Linea itaq; a b indiuiſa propoſita erit diuiſa ſecundum modũ diuiſionis lineæ a h diuiſæ: erit enim per 2 p 6 proportio lineæ a k ad lineam k b, ſicut lineæ a g ad lineam g h. Ergo ſicut lineæ c d ad lineam e f per 7 p 5. Et hoc eſt propoſitum.



120. Dũctа à punctо dato linea, aliam lineam ſecũdum datam proportionem partium illarum linearum ſecãte: ab eodem punctо inter eaſdem rectas, quæ prius diuiſam ab eiſdem terminis ſeruat a denominatione proportionis, ſecundum eandem proportionem ſecet, aliam lineam duci eſt impoſsibile.

Verbi gratia: ſit, ut linea a b ducta à dato puncto a, ſecet lineam d e in puncto c ſecundum aliquam datam proportionem. Dico, quòd à puncto a non poteſt duci alia linea ad lineam d c, quę ipſam ſecet ſecundum eandem datam proportionem, ita, ut denominatio proportionis, ſeruetur ab eiſdem terminis lineæ d e. Si enim a puncto a lineam aliam duci taliter ſit poſsibile, fiat ſuper punctum d terminum lineæ e d per 23 p 1 angulus maior recto uerſus punctum b terminum lineæ a b: & producatur linea b d, fiatq; angulus e d b obtuſus: & producatur linea d b in continuum uerſus punctum a: & à puncto a ducatur linea perpendicularis ſuper lineam d b, quæ ſit a f: & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ proportionem priùs datam, quę eſt lineæ d c ad lineã c e: & ducatur linea h i æquidiſtans lineæ c b per 31 p 1. Erit itaque linea h i maior quã linea h g per 19 p 1. Angulus enim i g h eſt maior recto b f a per 16 p 1: angulus uerò b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32 p 1: ſed angulus g i h eſt per 29 p 1 æqualis angulo f b a: angulus ergo i g h eſt maior angulo g i h. Ergo per 19 p 1 linea i h eſt maior quàm linea h g. Et ducatur à puncto h linea h k æquidiſtans lineæ d b: erit ergo per 34 p 1 linea b k æqualis lineæ i h: ſed linea b c eſt maior quàm linea k b: ergo linea c b eſt maior quàm linea h i: ergo c b eſt maior quã linea h g: ſed & linea h e maior eſt quã linea c e, quoniã totũ maius eſt ſua parte: erit ergo per 9 huius maior proportio lineæ b c ad lineam c e, quàm lineę g h ad lineã h e. Non eſt ergo eadẽ proportio: quod eſt contra hypotheſim: aut ſequetur lineam e c eſſe maiorem quàm ſit linea e h per 14 p 5: quod totũ eſt impoſsibile. Faciliter uerò idẽ patet in linea d e, cũ linea d h ſit minor quã linea d c, & h e ſit maior quã c e: per 9 ergo huius cõcludatur, ut priùs. Nõ eſt ergo poſsibile à puncto a duci aliã lineã ſecantẽ lineã d e ſecundũ datã proportionẽ. Quod eſt ꝓpoſitũ.



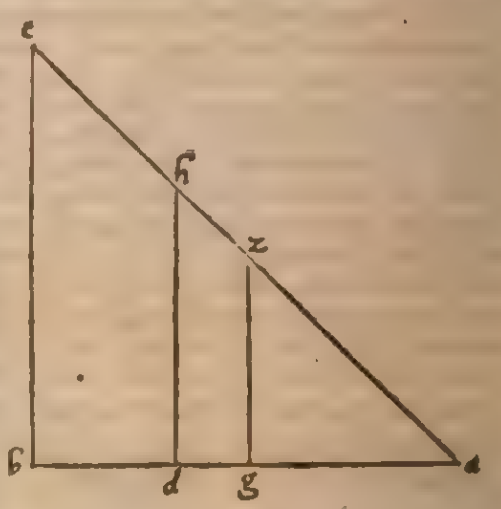
121. Lineam

121. Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unã suarum extremarum partium sit similis proportioni alterius extremæ partis ad eam partẽ, quæ utrasq; interiacet sectiones. E 10 p 6 element.

Esto data linea a b, quam secundum modum propositum debemus diuidere. Diuidatur itaq; secundum proportionem, quam libuerit: & sit diuisa in puncto c: & sit pars eius a c maior quàm pars eius c b. Quia itaq; propositæ sunt nobis tres lineæ a b, a c, c b: diuidatur ergo per 119 huius linea a c secundum portionem lineæ a b ad lineam c b: fiatq; diuisio in puncto d ita, ut sit proportio lineæ a d ad lineam d c, sicut lineæ totius a b ad lineã c b. Palàm ergo, quòd linea a b est modo proposito diuisa: est enim proportio totius lineæ a b ad unam extremarum suarum partium, quæ est c b, sicut reliquæ suæ partis extremę, quæ est a d, ad partem, quę utrasq; interiacet sectiones, quę est d c. Patet ergo factum esse, quod proponebatur.

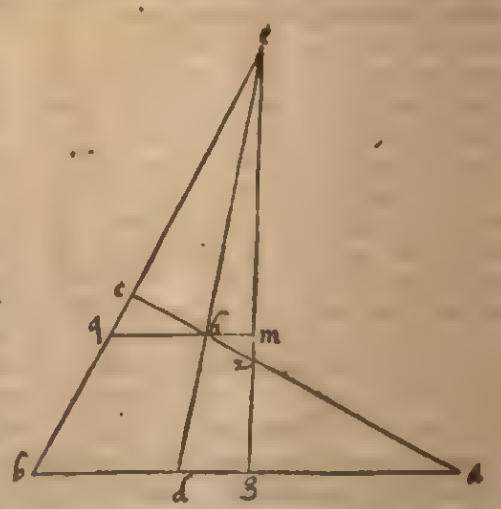
122. Diuisa linea recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarũ partium sit similis proportioni partis alterius extremæ ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectiones: si fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis sectionum æquidistantes inter se: à terminoq; reliquo datæ lineæ producatur linea secans illas tres æquidistantes: erit linea producta secundum eandem proportionem diuisa. Alhazen 10 n 6.

Sit linea a b diuisa in punctis g & d taliter, ut lineę a b ad lineam d b sit proportio, sicut lineæ a g ad lineam g d: & ab uno termino datę lineæ, qui est b, & à punctis sectionũ g & d per 31 primi ducantur lineæ ad inuicem æquidistantes, quæ sint b c, d h, g z: & ab altero termino datæ lineæ, quę est a, producatur linea secans illas æquidistantes in punctis z, h, c, quæ sit a z h c. Dico, quòd linea a c secundũ hanc proportionem erit diuisa. Cũ enim linea d h sit æquidistans lineæ g z ex hypothesi, erit ex 2 p 6 proportio lineæ a z ad lineã z h, sicut lineæ a g ad lineam g d. Et cum linea b c sit æquidistans lineæ d h, erit per eandem 2 p 6 & 18 p 5 proportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a c ad lineam c h: sed ex hypothesi fuit proportio lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam d g. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam z h. Linea ergo a c, quæ producitur à puncto a termino lineæ datæ, secat ductas lineas æquidistantes b c, d h, g z, & secatur per illas secundum proportionem partium diuisionis lineæ datæ à b. Et hoc est propositum.



123. Linea in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem, quæ utrasq; interiacet sectionęs: si ab uno termino illius linea, & à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas: erit linea producta secundum prædictum modum proportionaliter diuisa. Alhazen 8 n 6.

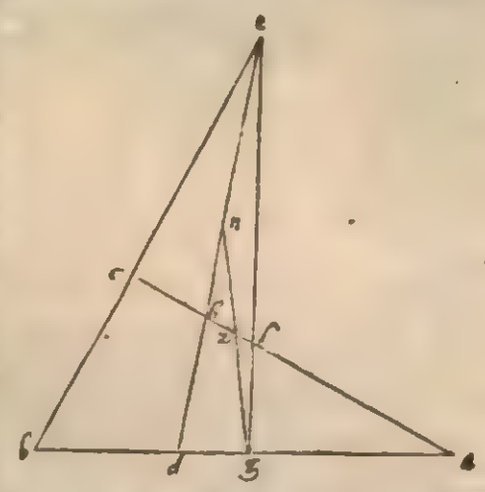
Esto linea proposita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d: & à puncto b, & à punctis sectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e, quę sint g e, d e, b e: & à pũcto a ducatur linea, quæ sit a c, secãs illas tres lineas, scilicet g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico, quòd erit proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineã z h. Ducatur enim à puncto h linea æquidistans lineæ a b per 31 p 1, quę sit q h. Palàm ergo per 13 huius, quoniã proportiõ lineæ a b ad lineam b d, constat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q, & lineæ h q ad lineã b d. Sed quoniam linea q h ęquidistat lineę a b, erit per 29 p 1 angulus c q h ęqualis angulo c b a: sed angulus c b a est communis ámbobus trigonis a b c & q h c: ergo per 32 p 1 illa trigona sunt ęquiangula. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę a b ad lineam q h, sicut lineę a c ad lineam c h. Similiter quoq; trigona q e h & b e d sunt similia. Est ergo proportio lineę q h ad lineam b d, sicut lineę h e ad lineam d e. Proportio ergo lineę a b ad lineam b d per 13 huius componitur ex



tur ex proportione lineæ a c ad lineam e h,& lineę h e ad lineam e d. Producatur itaque in directum linea q h ad lineam g e,quâ secet in puncto m. Proportio itaq; lineę a g ad lineam g d per 13 huius cõstat ex proportione lineæ a g ad lineâ h m,& lineæ h m ad lineam g d. Sed cũ angulus e m h sit æqualis angulo z g d per 29 p 1,erit per 13 & 29 p 1 angulus h m z æqualis angulo z g a: ergo per 15 & 32 p 1 triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ a z ad lineam h z,sicut lineæ a g ad lineam h m:sed triangulus h e m,ut suprà patuit,similis erit triangulo g e d:erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,sicut lineę h e ad lineam d e. Ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex proportione lineę a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d: sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam g d. Proportio igitur lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d:constabat autem ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d. Ablata ergo utrinque proportione lineæ h e ad lineam d e:restat, ut sit eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, quæ lineæ a z ad lineam z h. Et hoc est propositum. Non tamẽ oportet,quòd lineę a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarum partium: quoniam cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio,quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q h sit minor quâ linea b d per 4 p 6: palàm per 8 p 5,quoniã minor est proportio lineæ a b ad lineam b d quàm sit lineę a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionales secundum generalem similitudinem proportionis. Eadem quoque demonstratio est, quęcunq; lineæ ducantur à puncto a,secantes illas tres lineas à tribus punctis a, d, g ad quodcunque punctũ productas,ut supra e,uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineę a b: semper enim linea ducta à puncto a secans illas tres lineas,secabitur modo dicto. Patet ergo propositum.

124. Duabus lineis angulariter coniunctis,diuisisq; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarum partium sit, sicut alterius extrema partis ad illã sui partem,quæ utraſq; interiacet sectiones: si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius,non æquidistantes ad inuicẽ,neq; basi: necesse est productas lineas ambas concurrere cum basi,producta in puncto uno. Alhazen 9 n 6.

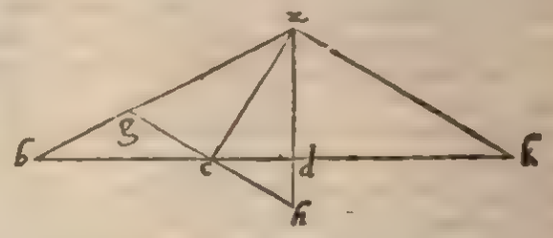
Sit data linea a b taliter,ut proponitur, diuisa in punctis d & g scilicet, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,sicut lineę a g ad lineam g d,adiunctaq; sibi angulariter linea a c eodem modo diuisa in punctis h,z ita,ut sit proportio lineæ a c ad c h, sicut lineæ a z, ad z h: si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directum, & ducantur lineæ à punctis sectionum unius ad pũctum sectionis alterius,ut d h,g z,protrahanturq; omnes illæ lineę in continuum & directum. Dico, quòd omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sint æquidistantes ex hypothesi,patet quòd necessariò concurrent: concurrant ergo in puncto,quod sit e:linea quoque g z necessariò concurret cum illis: cum non æquidistet alicui illarum. Aut ergo ad idem punctum e. Et sic habemus propositum. Aut ad alium punctum cum aliqua illarum concurret:sit illud punctum n,in quo concurrit cum linea d e. Ducatur itaque linea e g: secabit ergo linea e g lineam a c in alio pũcto, q̃ in puncto z:quoniã in pũcto z secat ipsam linea n g:sit illud pũctũ l. Erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineã c h,sicut lineæ a l ad lineã l h: fuit aũt ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h,sicut lineę a z ad lineã z h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineã z h: ergo per 18 p 5 erit proportio lineæ a h ad lineã h z,sicut lineæ a h ad lineã h l: erit ergo per 9 p 5 linea h z æqualis lineæ h l,maior minori: quod est impossibile. Idẽ etiã patet per 120 huius,quoniã à puncto g ,pductæ sunt duæ lineę secantes lineã a h. Palàm ergo, quòd linea g z nõ concurret cũ lineis b c, d h in alio puncto quã in puncto e. Quod est propositum. Similiter si ponatur quòd linea g z concurrat cũ linea d h in puncto e: erit prædicto modo demonstrandum,quod linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. Et si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, cõcurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e. Patet ergo propositum.



125. Linea taliter diuisa,ut sui totius ad alteram suarum extremarum partiũ sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partem,quæ utraſq; interiacet sectiones: si à puncto concursus linearum à termino,& à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos cõmentium,linea ad alium eius terminũ ducatur: necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

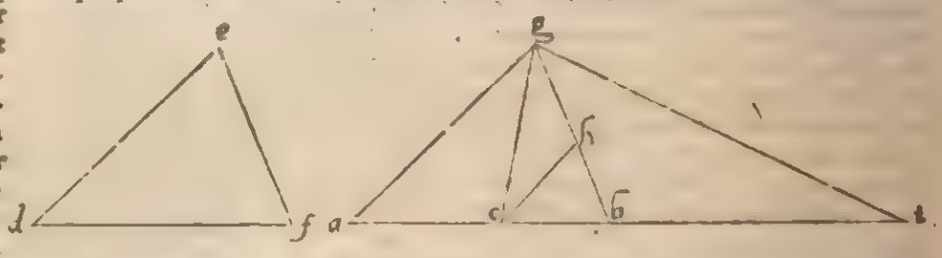
Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa,ut proponitur: sitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineę b c ad lineam c d: producanturq; a punctis b,c,d lineę nõ æquidistantes: quę per proxi

mam concurrent in puncto uno: sit punctus concursus z: & lineæ productę sint b z, c z, d z: sitque angulus b z c ęqualis angulo c z d: & ducatur linea z k. Dico, quod angulus c z k est rectus. A punctο enim c ducatur per 31 p 1 linea ęquidistãs lineę z k, quæ sit c h: quæ producta secabit lineam z b per 2 huius: secet ergo ipsam in puncto g: & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h (concurret autem per 2 huius) & sit cõcursus puncto h. Quia igitur ex hypothesi est proportio lineę b k ad lineam k d, sicut lineę b c ad lineam c d, erit per 16 p 5 permutatim proportio lineę b k ad lineam b c, sicut lineę k d ad lineam d c: sed per 29 p 1 trigona b z k & b g c sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineę b k ad lineam b c, quę est lineę z k ad lineam g c: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z k ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d c: sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d c, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15 & 29 p 1 & per 4 p 6: quia trigona k d z & c d h sunt æquiangula. Habet itaque linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionem: ergo per 9 p 5 linea g c est æqualis lineæ c h: sed per 3 p 6 est proportio lineæ g c ad lineã c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z c diuidat angulum g z h per æqualia. Est ergo linea g z æqualis lineę z h. Et quoniam linea g c est æqualis lineæ c h, & linea g z ęqualis lineæ z h, & latus c z est commune ambobus trigonis g z c & h z c: erit per 8 p 1 angulus z c h æqualis angulo z c g: uterque ergo ipsorũ est rectus. Ergo per 29 p 1 angulus k z c est rectus: lineæ enim z k & c h sunt æquidistantes. Patet ergo propositum.



126. Diuisa linea per inæqualia: possibile est minori suæ parti lineam adiungi, ita, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

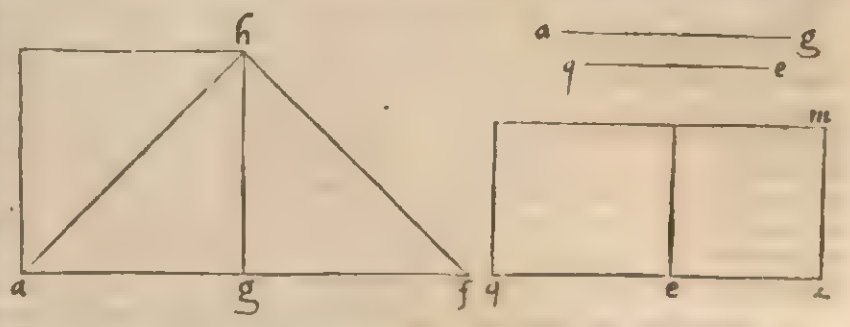
Sit data linea a b diuisa per inęqualia in puncto c: sitq; linea a c maior quã linea b c. Dico, quòd est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc, quod fit ex ductu lineę compositæ ex linea a b, & ex adiecta in ipsam adiectam sit æquale quadrato lineæ, quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta. Assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandam aliam lineã per 3 huius: quæ sit e f: assumatúrque linea d f ęqualis lineæ a b. Et quoniam ex lineis d e, e f, d f quęcunq; duę simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulum per 22 p 1. Constituatur ergo, & sit d e f. Super terminum itaque lineæ a b, qui est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23 p 1, qui sit g a b: & resecetur linea a g ad ęqualitatem lineæ d e, & ducatur linea g b. Ergo per 4 p 1, cum linea d f sit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineę d e, & angulus g a b sit ęqualis angulo e d f: erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f. Ducatur itaq; linea g c. Et quoniam proportio lineæ d e ad lineã e f, sicut lineæ a c ad lineam c b: erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7 p 5: ergo per 3 p 6 angulus a g b diuisus est per æqualia: palã autem, quòd angulus g c b est acutus: si enim sit rectus, tunc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32 p 1, quoniam ad punctum g duo ipsorum anguli sunt æquales: ergo latera eorum sunt proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lateris a c ad c b, sicut lateris g c ad seipsum: æqualis est ergo linea a c lineę c b: quod est contra hypothesin & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus, maior angulo g c a, palã per 32 p 1, quoniam angulus g b c est minor angulo g a c. Ergo per 19 p 1 in trigono a g b latus g b maius est latere a g. Et quia est proportio lineę b g ad lineam g a, sicut lineę b c ad lineam c a: erit per 5 huius, per proportionem scilicet, e contrario latus b c maius quàm latus a c: quod est contra hypothesim. Palàm ergo, quoniam angulus g c b est acutus. Ducatur itaque per 31 p 1, à pũcto c linea c h ęquidistans lineę g a, secans lineam g b in puncto h: erit ergo per 29 p 1 angulus g c h æqualis angulo c g a: ergo & angulo c g h: erit quoque angulus h c b ęqualis angulo g a c. Super punctum itaque g terminum lineę b g fiat per 23 p 1 angulus ęqualis angulo g a c: ergo & angulo h c b, qui sit b g i. Et quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32 p 1: erit angulus i g c ęqualis angulo g c b. Et quoniam angulus g c b est acutus: palã ergo per 14 huius, quoniam lineę g i & c b concurrẽt: sit punctus concursus i. Ergo per 6 p 1 erit latus g i ęquale lateri c i. Quia itaq; angulus b g i est ęqualis angulo g a i, & angulus g i a communis ambobus trigonis a g i & b g i: erit per 32 p 1 angulus a g i æqualis angulo g b i. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę a i ad lineam i g, sicut lineæ i g ad lineam b i: sed

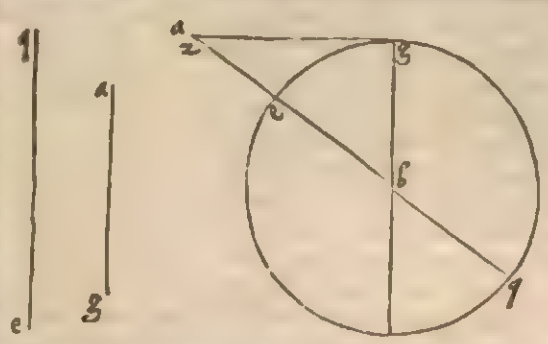


b i:sed linea i c est æqualis lineæ g i:ergo per 7 p 5 est proportio lineę a i ad lineam c i, sicut lineę c i ad lineam b i. Ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a i in lineam b i est æquale quadrato lineę c i: est autem linea b i lineę b c adiecta. Palàm ergo propositum.

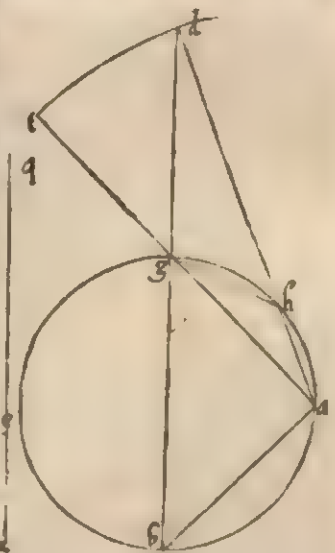
127. Propositis duabus lineis: possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud, quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam, æquale sit quadrato reliquæ datarũ. E' 36 p 3 element.

Verbi gratia, proponantur duæ lineæ q e & a g. Dico, quòd possibile est uni ipsarum, ut lineę q e, adiungere quàdam aliam lineam cuiuscũq; sit quàtitatis, ita quòd id, quod fit ex ductu lineę q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctã, æquale sit quadrato lineæ a g. Quadretur ergo linea a g per 46 p 1, & sit eius quadratum a h: & linea a g producta resecetur in pũcto f ita, ut linea g f sit æqualis lineæ a g: ducaturq; linea h f. Palã, quoniam triangulus a h f æqualis est quadrato a h: est enim parallelogrammum a h duplum trigoni a h g per 41 p 1, & trigonum a h f est duplum eiusdem trigoni a h g per 1 p 6. Hac ergo triangula superficie proposita, & linea q e, possibile est per 29 p 6 super datam lineam q e datę superficiei trilaterę a h f æquum parallelogrammum constituere, quod addat super cõpletionem datę lineæ q e superficiem quadratã, dato quadrato a h simílem. Sit ergo constituta, & parallelográmum sit q m æquale trigono a h f constitutum super lineã q e, addés super cõpletionem datę lineę q e quadratũ e m, simile quadrato a h. Palã ergo, quòd illud, quod fit ex ductu datę lineę q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f. Ergo & eius æquali, scilicet quadrato a h. Et hoc est propositum: quoniam linea e z est lineę q e taliter, ut proponitur, adiuncta. Potest & idẽ aliter demonstrari. Describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius cẽtrum b, ducaturq; linea contingens circulum, ut contingit in puncto g per 17 p 3: & resecetur ad æqualitatem lineę a g: & sit g a: & ab eius termino a ducatur linea per centrũ b secans peripheriam circuli in punctis e & q. Quia ergo id, quod fit ex ductu lineę q a in lineam a e, est æquale quadrato lineę a g per 36 p 3: patet, quòd lineę q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.





128. Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri: possibile est ab eodem puncto ad diametrũ eductã extra circulum, ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulum usq; ad concursum cum diametro, sit datæ lineæ æqualis.

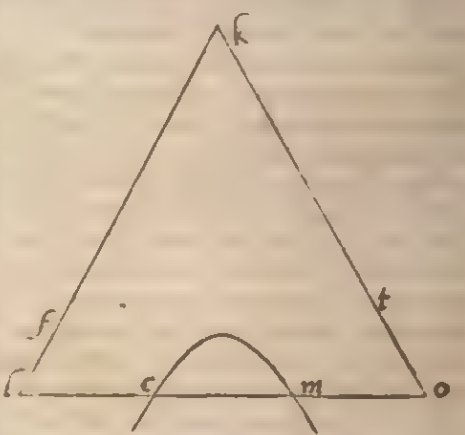


Esto data linea q e: sitq; g b diameter dati circuli, qui sit a b g: & sit a punctus datus in circuli circũferentia æqualiter distans ab extremis terminis diametri, qui sunt g & b. Dico, quòd possibile est ab a pũcto peripheriæ circuli duci lineã usq; ad eductã diametrũ g b, quę sit æqualis datę lineæ q e. Ducantur. n. duæ lineæ a b & a g: illæ ergo necessario erunt æquales ex hypothesi, quoniã punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b: & adiũgatur lineæ q e linea talis, ut illud, qd fit ex ductu totius lineę cũ adiuncta in adiunctã, æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentẽ proximã: & sit adiũcta e z. Cũ ergo id, quod fit ex ductu q z in e z sit æquale ei, qd fit ex ductu lineę a g in seipsam: erit linea q z maior q̃ linea a g, & linea e z minor illa. Si enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineę a g, tũc est impossibile, ut id, qd fit ex ductu lineę q z in lineã e z, sit æquale quadrato lineę a g: quoniã linea q z est maior q̃ linea e z, ut totũ parte. Si aũt linea e z sit minor q̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior q̃ linea a g: producatur ergo linea a g, donec fiat æqualis lineę e q per 3 p 1: & sit a g t. Posito ergo pede circini sup pũctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g t, qui circulus secabit diametrũ b g eductam: secet ergo

ipſum in punctо d: & ducatur linea a d, quæ neceſſariò ſecabit circulũ: quoniã concurrit cũ diametro: ſi enim non ſecet circulum, cõtingens erit & æquidiſtans diametro g b, nunquã cõcurrens cum eadem: quia ex hypotheſi linea a g & a b ſunt æquales, & punctum a æqualiter diſtat ab utriſq; terminis diametri, ſcilicet b & g. Secet ergo linea d a circulum a g b in puncto h: & ducatur linea g h. Palã ergo, quòd cum ſuperficies a b g h ſit quadrangulum intra circulũ deſcriptum, quòd duo eius anguli oppoſiti, ſcilicet a b g & a h g ualent duos rectos per 22 p 3: ſed a g b angulus æqualis eſt angulo a b g per 5 p 1: angulus ergo a g b cũ angulo a h g ualet duos rectos. Cũ itaq; p 13 p 1 anguli s d g a cũ angulo a g b ualeat duos rectos: palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a: & angulus h a g cõmunis eſt totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui eſt h a g: reſtat ergo per 32 p 1, ut angulus h d g ſit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiángulus triangulo g h a. Ergo per 4 p 6 latera ipſorũ æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia. Eſt ergo proportio lateris d a ad latus a g, ſicut lateris a g ad latus a h. Illud ergo qd̃ fit ex ductu lineę d a in lineã a h, eſt æquale quadrato lineę a g per 17 p 6: ſed linea d a eſt æqualis lineæ a t per definitionem circuli. Ergo linea d a eſt æqualis lineę q z, quoniã linea t a ex præmiſsis eſt æqualis lineę q z. Quia uerò illud, quod fit ex ductu lineę d a in lineã h a eſt æquale quadrato lineę a g, quod ex præmiſsis eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineę q z in lineã e z: patet, qd̃ id, qd̃ fit ex ductu lineę a d in lineã h a, eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineę q z in lineã e z: & linea d a eſt æqualis lineę q z: relinquitur ergo, ut linea a h ſit æqualis lineę e z. Erit ergo linea d h æqualis ipſi lineę q e, quę eſt data linea: eſt autem à dato in peripheria circuli puncto a ad cõcurſum diametri b g ſic producta. Patet ergo propoſitum.

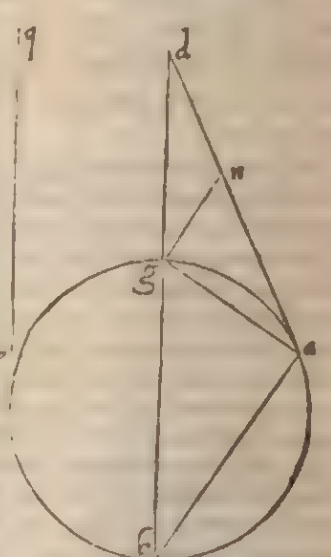
129. Inter duas rectas angulariter cõiunctas à dato puncto rectã ducere, cuius una partium interiacens unã cõiunctarũ, & datũ punctũ, ſit cuicunq; datæ lineæ, & inſuper reliquæ ſuæ parti, datũ punctũ & alterã conjunctarum interiacenti æqualis. 4 theor. 2 conicorũ Apollony.

Exempli cauſa, ſit, ut duę lineę rectę in puncto uno angulariter coniungantur: quę ſint f k, & t k, cõcurrentes in punctо k, inter quas ſit datus punctus m, & ſit data linea m c: proponitur nobis, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas f k & t k, ſecans illas in punctis o & l ita, ut eius pars, quę eſt l m, ſit æqualis datę lineæ m c, & inſuper reliquę ſuę parti, quæ eſt m o. Ad hoc aũt p lineas rectas uel circulares demonſtrandũ, lõgus labor & multæ diuerſitatis nobis incidit, & nõ fuit nobis hoc poſsibile cõplere p huiuſmodi lineas abſq; motu & imaginatione mechanica, ita ut cũ lineę t k & t k datę ſint nobis indefinitę, linea l o fixa in puncto m, imaginetur moueri, quouſq; nobis accidat res quęſita. Hoc tñ Apollonius Pergęus in libro ſuo de conicis elementis libro ſecũdo, ppoſitione quarta, p ductionẽ ſectionis amb ygonię a dato punctо inter duas lineas aſymptotas, nullã earũ linearũ ſecãtis demonſtrauit: cuius nos demonſtrationem, ut à multis ſui libri principijs præambulis dependentẽ hic ſupponimus, & ipſa utimur ſicut demonſtrata.



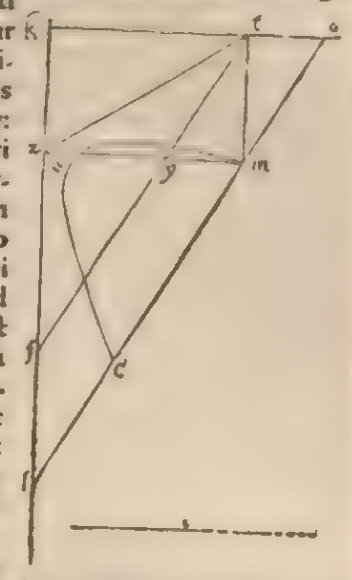
130. Sumpta circuli diametro, & ſumpto in circũferẽtia puncto inæqualiter diſtante à terminis diametri: poſsibile eſt à ſumpto puncto ad eductã diametrũ lineam ducere, q̃, uel cuius pars interiacẽs pipheria et diametrũ ſit datæ lineæ æqualis. Alha. 30 n 5.

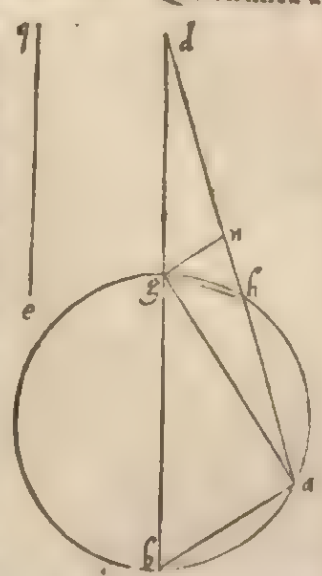
Diſponantur omnia, ut in 128 huius, niſi quod punctus datus in circumferentia circuli, qui ſit a, inęqualiter diſtet à terminis diametri, q ſint g & b: eruntq; lineę a b & a g inęquales: ideo quod punctũ a inæqualiter eſt diſtans à punctis g & b. Protrahatur ergo à punctо g linea æquidiſtans lineę a b per 31 p 1, quę ſit g n, & ſumatur linea quęcunq;, utpote z t, & fiat ſuper punctum eius z angulus æqualis angulo a g d per 23 p 1, qui ſit angulus t z f, ducta linea z f: & ducatur à puncto t linea æquidiſtans lineę z f, ut prius, quę ſit t m: & ex angulo t z f, ſecetur angulus æqualis angulo d g n per 27 huius, qui ſit t z m, ducta linea z m, quę per 2 huius neceſſariò cõcurret cũ linea t m, cũ ſit ducta inter æquidiſtantes: ſit ergo punctus concurſus m: reſtat ergo ut angulus m z f ſit æqualis angulo a g n. A punctо itaq; t ducatur linea æquidiſtãs lineę z m, quę ſit t o: hęc quoq; neceſſariò cõcurret cũ linea t z per 2 huius: ſit ergo earum cõcurſus in puncto k. Sumatur quoq; per 3 huius linea, cuius proportio ad lineã z t, ſit ſicut diameter g b ad lineã q e lineã datã: & hęc ſit linea i. Deinde à punctо m dato inter duas lineas k f & k o ducatur per præmiſſam linea, quę ſit l c m o ſecans lineã l k in punctо l, & lineã k o in punctо o, ita, ut eius pars c m ſit æqualis datæ lineę i, & eius pars l c ſit æqualis lineę m o: & à puncto t ducatur linea t f æquidiſtãs lineę l o per 31 p 1: hęc quoq; per 29 huius ſecabitur à linea z m: ſit ergo punctus ſectionis y. Fiat ergo ſupra punctum a terminũ lineę g a (punctũ ſcilicet, qui eſt in circumferẽtia circuli) angulus d a g



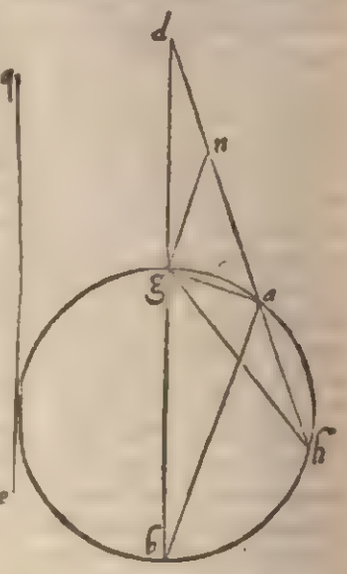
æqualis

æqualis angulo z f t per lineam a n d. Palàm autem, quòd hęc linea concurret cum producta diametro g d. Cũ enim angulus d a g sit ęqualis angulo z f t, & angulus a g n æqualis angulo f z m, & angulus d g n est æqualis angulo t z m, totusq; angulus a g d æqualis toti angulo f z t, & cũ lineę f t & z t cócurrãt: ergo & lineę a d & g d cócurrẽt: ergo linea a d aut cõtinget circulũ, aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primò contingens circulum in puncto a. Cum ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f t, & angulus a g n sit ęqualis angulo f z y: palàm per 32 p 1, quia angulus a n g erit ęqualis angulo z y t: eritq; triangulus a g n ęquiangulus triangulo z f y: ergo est per 4 p 6 proportio lineę a n ad lineam a g, sicut lineę f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z t, & angulus g a d ęqualis angulo z f t: erit per eandem triangulus a g d similis triãgulo f z t: ergo ut prius, quæ est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineę f z ad lineam z t. Si ergo, quę est proportio lineę a n ad lineam a g, eadẽ est lineę f y ad lineam f z, & quę est proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineę f z ad lineam z t: erit ergo per ęquam proportionalitatem per 22 p 5, ut quę est proportio lineę a n ad lineam g d, eadem sit lineę f y ad lineam z t. Quia uerò linea t m est ęquidistans lineę f l, & linea f t ęquidistans lineę l m: erit superficies l f t m ęquidistantibus contenta lateribus: palà ergo per 34 p 1, quoniam linea f t est ęqualis lineę l m. Quare erit linea f t ęqualis lineę c o, quoniam linea m o est ęqualis ipsi l c per præmissam: linea ergo c m addita utriq;, adhuc erũt æquales: eritq; linea l m ęqualis lineæ c o: sed linea m o est ęqualis lineæ y t per 34 p 1, & linea y m est æqualis lineæ t o: restat ergo, ut linea f y sit ęqualis lineę c m: sed linea c m ex præmissis est ęqualis lineæ 1. Quare f y est æqualis 1: est autem ex præmissis & per 5 huius proportio lineę i ad lineam z t, sicut diametri b g ad lineam e q: erit ergo per 7 p 5 proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diametri b g ad lineã e q. Quia uerò est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineam e q. Verùm angulus g a n est ęqualis angulo g b a per 32 p 3: sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29 p 1, quia linea n g ęquidistat lineę b a: igitur angulus n g d ęqualis est angulo n a g: & angulus n d g est communis ambobus trigonis n d g & a d g: ergo per 32 p 1 erit angulus d n g æqualis angulo d g a: sunt ergo dicti trianguli æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a d ad d g, sicut lineæ g d ad n d. Ergo per 17 p 6 erit id, quod fit ex ductu lineę a d in d n ęquale quadrato g d: sed id, quod fit ex ductu lineæ b d & d g, per 36 p 3 est æquale quadrato d a: quadratum uerò lineæ d a est æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a d in d n, & a d in n a per 2 p 2: & id, quod fit ex ductu lineę b d in d g, est ęquale quadrato lineę d g, & ei quod fit ex ductu b g in d g per 3 p 2. Ablatis ergo æqualibus hinc inde (quæ sunt quadratũ g d & rectangulum a d n) restat ut id, quod fit ex ductu lineę a d in a n, sit ęquale ei, quod fit ex ductu lineę b g in d g, eritque per 16 p 6 proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundam, sicut lineę b g tertiæ ad lineam a d quartam: ostensum est autem suprà, quòd est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ b g ad lineam e q. Erit ergo per 9 p 5 linea e q æqualis lineæ a d. Quod est propositum: quoniam ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis: interiacet autem peripheriam circuli & eductam diametrum, eò quòd est contingens circulum. Quòd si linea a d non sit contingens, sed secans circulum: aut igitur linea a g est maior quàm linea a b: aut è contrario. Sit autem nunc linea a g maior quàm linea a b: palàm, quia linea à puncto a ad diametrum b g extra circulum ducta secabit circulum in arcu a g. Sit ergo, ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea h g. Palàm itaq;, cũ quadrangulum a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 22 p 3 sunt ęquales duobus rectis. Ducatur quoque linea g n ęquidistans lineę b a: erit ergo per 29 p 1 angulus n g d ęqualis angulo g b a: ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis: sed per 13 p 1 angulus n h g cũ angulo a h g qualet duos rectos: ergo angulus n g d est ęqualis angulo n h g: angulus uerò n d g est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d: erit ergo tertius angulus, qui est d n g, ęqualis tertio, qui est d g h per 32 p 1. Ergo per 4 p 6 latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia: est igitur proportio lineę h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n. Ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est ęquale quadrato d g: & illud, quod fit ex ductu a d in d h est ęquale ei, quod fit ex ductu b d in d g per 36 p 3. Item illud, quod fit ex ductu a d in d h est ęquale ei, quod fit ex ductu d h in d n, & d h in a n per 2 p 2: illud uerò quod fit ex ductu b d in d g est ęquale ei, quod fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 2 p 2. Ablatis igitur ęqualib. ab utrisq; (scilicet quadrato d g ex una parte, & illo, quod fit ex ductu d h in d n ex altera) restat ut illud, qd fit ex ductu d h in a n, sit ęquale ei, quod fit ex ductu b g



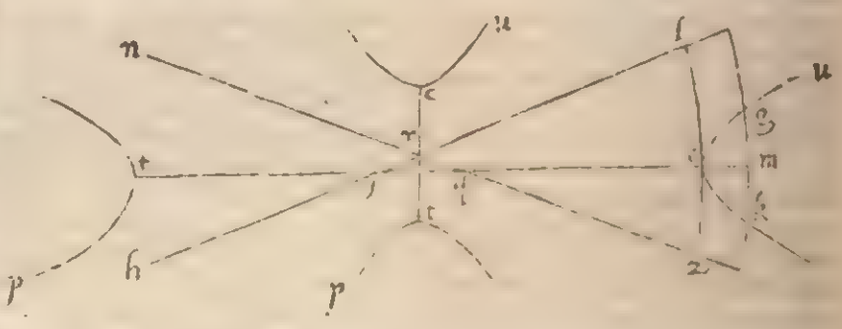


in d g: erit ergo per 16 p 6 proportio a n primi ad g d secundum, sicut b g tertij ad d h quartũ: sed probatum est in præcedentibus, quòd proportio lineæ a n ad lineam d g est, sicut diameter b g ad lineã e q. Igitur per 9 p 5 linea d h est æqualis lineę e q. Quod est propositum. Si uerò linea a g sit minor q̃ linea a b, secabit linea d a circulum in arcu a b. Sit ergo ut secet ipsum in puncto h: & ducatur linea g h & linea g n, æquidistans lineę b a. Palã ergo p 29 p 1, quoniã angulus n g d est ęqualis angulo a b g: sed angulus a b g est ęqualis angulo a h g per 27 p 3: quoniã ambo cadunt in arcũ g a, & sunt sup circumferentiã circuli: ergo angulus n g d est æqualis angulo a h g: & angulus n d g cõmunis est ambobus trigonis, scilicet n d g & d h g est ergo tertius d n g ęqualis tertio, scilicet d g h p 32 p 1. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineę h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu h d in d n est ęquale quadrato lineę g d: sed illud, qd̃ fit ex ductu b d in d g p 36 p 3, est ęquale ei quod fit ex ductu h d in d a: illud aũt, quod fit ex ductu h d in d a, est p 1 p 2 ęquale ei, qd̃ fit ex ductu lineę h d in d n, & lineę h d in n a: illud uerò quod fit ex ductu lineę b d in d g, per 3 p 2 ualet illud, qd̃ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo ęqualibus hinc inde, erit illud, quod fit ex ductu h d in n a ęquale ei, quod fit ex ductu b g in g d: erit ergo, ut prius, proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineę b g ad lineã h d. Sed iã ostensum est suprà, quòd est proportio lineę a n ad lineã d g, sicut lineę b g ad lineã e q. Igitur linea e q est æqualis lineę h d per 9 p 5. Quod est propositum: quoniã à puncto a dato ducta est linea secãs circulũ, cuius pars à pũcto sectionis usque ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ. Patet ergo quod proponebatur.



131 Inter duas rectas se secantes ex una parte à puncto dato hyperbolẽ, illas lineas nõ cõtingẽtem ducere, ex alia parte cõmunis punctũ illarũ linearũ hyperbolẽ priori oppositã designare. Ex quo patet, quòd cũ fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, et producatur linea minima ab una sectione ad aliã: erit pars illius lineæ interiacens unã sectionũ, & reliquà lineam æqualis suæ parti aliam sectionem, & reliquam lineam interiacenti. 4. 5th. 2 conicorum Apollonij.

Quod hic proponitur, demonstratum est ab Apollonio in libro suo de conicis elementis: dicuntur aũt sectiones amblygoniæ hyperbolæ oppositæ, qñ gibbositas unius ipsarũ sequitur gibbositatẽ alterius, ita ut illæ gibbositates se respiciãt, & imbarum diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: sit, ut duæ lineæ h l & z n secẽt se in puncto x, & ex una parte ipsarum, scilicet sub angulo h x z, uel sub angulo h x n à dato puncto, qui sit t, ducatur sectio amblygonia, quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l ducatur sectio illi opposita, quæ sit c u, ita, quod diametri quarumlibet oppositarum imbarum sectionum illarũ sint in una linea, quæ t c, a uertice unius ad uerticẽ alterius producta: quę necessariò est minima omnium linearum inter illas duas sectiones productarum. Et ex ijs declaravit Apollonius illud, quod corollariuè proponitur, scilicet, quod si linea t c secet lineam h l in puncto t, & lineã z n in puncto q, quòd linea t q erit ęqualis lineæ c t: & si linea t c pertrãseat punctum x, erit linea t x ęqualis lineę x c: & nos utimur hoc illo, ut per Apollonium demonstrato, & propter conformitatẽ portionis sectionum respectu linearum se interfecantium. Patet ergo propositum.



132. In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini immobili, secundum quantitatem lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, describatur circulus sectionem reliquam continget: secundum uerò maiorem, in duobus tantùm punctis reliquam secabit.

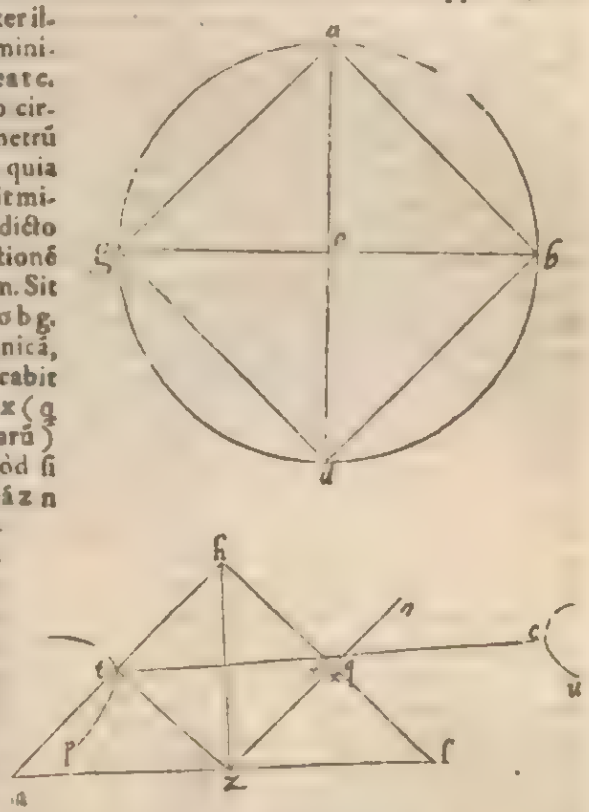
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratione. Sint ut enim in præcedenti propositione duæ sectiones conicæ oppositæ adinuicẽ, quę sint t p & c u, inter quas linea minima uertices, scilicet ambarum sectionum continuans, sit linea t c: & posito in altero punctorum t uel c pede circini, utpote in puncto t, describatur circulus secundum quantitatem diametri t c. Hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̃ã linea t c: sunt ergo maiores semidiametro circuli: secabuntur ergo oẽs per circulũ, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in puncto c. Patet ergo primũ propositorũ. Qd̃ si linea t c semidiameter circuli sit maior q̃ linearũ minima, inter oppositas sectiones p̃ductarũ,

ut

ut est t c: patet, quoniá illa minima linea intra superficiem sectionis producetur ad peripheriam circuli, ut in punctum m: aliqua ergo superficies cómunis erit circulo & sectioni: circulus ergo & sectio se secabunt. Hęc itaq; sectio nô erit nisi in duobus tantũ punctis g & k: quod per modum 10 p 3 conuinci potest. Patet ergo propositum.

133. A pũcto dato in circuli circũferẽtia extra diametrũ: possibile est ducere lineã p diametrũ ad circũferentiã, ita, ut pars eius interiacẽs diametrũ & reliquã partẽ circũferẽtiæ, sit æqualis linea datæ eidẽ circulo inscriptibili præmisso modo: sed harum linearum æqualium ab eodẽ punctο dato in eodem circulo producibiles sunt tantùm duæ. Alhazen 34 n 5.

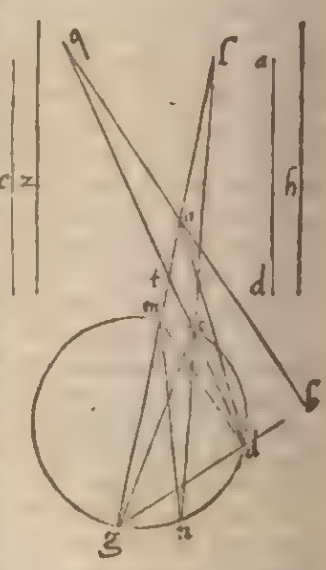
Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g: & punctus datus in sui circũferentia sit a: & sit h z linea data minor diametro b g, pręmisso modo possibilis inscribi circulo. Dico, quòd à pũcto a possibile est ducere lineá transeuntẽ per diametrũ b g, cuius pars interiacens diametrũ b g & circũferentiam sit ęqualis lineę datę, quę h z. Ducantur enim in circulo lineę b a & a g: & super punctũ h lineę datę h z fiat angulus ęqualis angulo a g b: qui sit m h z, ducta linea m h, & super idẽ punctũ h fiat angulus æqualis angulo a b g, qui sit l h z, ducta linea h l: & à puncto z ducatur linea æquidistans lineę h m, quę sit z n: quę quidẽ secabit lineá h l: sit, ut secet ipsam in puncto x: & à pũcto z iterũ ducatur alia linea æquidistans lineę h l, quę sit z t, secans lineá h m in puncto t: secabit autem per 2 huius: & à puncto t ducatur sectio conica, quæ sit t p, sicut præmissum est in 131 huius. Hæc itaq; sectio non continget aliquam linearũ z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti oppositа, inter easdem lineas ex parte alia, quę sit c u: & inter illas sectiones omnium linearum ductarum minima ducta à puncto t ad sectionem c u, sit linea t e. Hæc ergo linea t e si fuerit æqualis diametro circuli b g: circulus factus secundum semidiametrũ t e (posito pede circini in puncto t) palàm, quia sectionem c u cõtinget. Si uerò linea t e fuerit minor diametro b g: circulus factus modo prędicto secundum quantitatem lineæ b g secabit sectionẽ c u in duobus punctis, ut patet per pręmissam. Sit ergo nunc primùm linea t e ęqualis diametro b g. Cum ergo linea t e ducatur ad sectionem conicá, quæ interiacet lineas h l & z n: necessariò secabit linea t e illas ambas lineas: quas si in puncto x (q est pũctus communis sectionis illarum linearũ) secuerit, erit linea t x æqualis lineæ x e: quòd si ipsas in alijs punctis secuerit: secet ergo lineá z n in puncto q, & lineam h l in puncto o: & ducatur à puncto z per 31 p 1 linea æquidistans ipsi lineæ t e: quæ per 2 huius secabit lineas h m & h l, sicut etiam sua ęquidistans t e: secet ergo eas in punctis m & l: & sit ipsa linea m z l. Super diametri ergo g b terminum g per 23 p 1 fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d: & ducantur duæ lineæ a d, d b. Patet ergo, cum angulus g a b sit rectus per 31 p 3, quòd alij duo anguli trianguli g a b, scilicet a g b & a b g ualent rectũ per 32 p 1: angulus ergo l h m (qui æqualis est illis duobus angulis) est rectus: ergo æqualis angulo g d b: angulus uerò h l m est æqualis angulo d g b: ergo per 32 p 1 angulus tertius unius, trigonorum g b d & h l m erit ęqualis angulo tertio alterius, scilicet angulus h m l, angulo g b d: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h. Sit aũt pũctus, in quo linea a d secat diametrũ b g, punctus e. Quia ergo p 27 p 3 angulus a d b est æqualis angulo b g a: quia cadũt in eundẽ arcũ (qui a b) & angulus b g a æqualis angulo m h z ex pmissis: erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z: & patuit prius, qđ angulus d b g est æqualis angulo h m z: erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32 p 1 ęqualis tertio angulo trigoni m h z, scilicet angulus d e b angulo m z h. Quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4 p 6 proportio lineę b d ad d e, sicut lineę m h ad h z. Ostẽsum est aũt superius, qđ est ꝓportio lineę g b ad b d, sicut lineę l m ad m h: ergo p 22 p 5 erit g ęquá ꝓportionalitaté ꝓportio lineę b g ad d e, sicut lineę l m ad h z. sed sicut p 131 huius declarauimus est, patet, qđ linea q t est ęqualis lineę f c: sed linea t q est ęqualis lineę m z p 34 p 1, cũ parallelogrãmũ m t q z sit ęquidistantiũ laterũ, ut patet ex pręmissis: est igitur linea m z ęqualis lineę f c: sed per 4 p 1 linea z l est æqualis lineę t t. Est igitur totalis linea m l æqualis totali lineę t c: ergo p 7 p 5 erit ꝓportio lineę t c ad h z, sicut lineę l m ad h z. Est ergo ꝓportio lineæ g b ad lineá d e, sicut lineę t c ad h z: & permutatim. Cũ ergo linea t e sit æqualis lineę g b, erit linea e d æqualis ipsi h z datę lineę. Quod est propositũ. Si autem linea t e sit minor diametro b g: producatur ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro

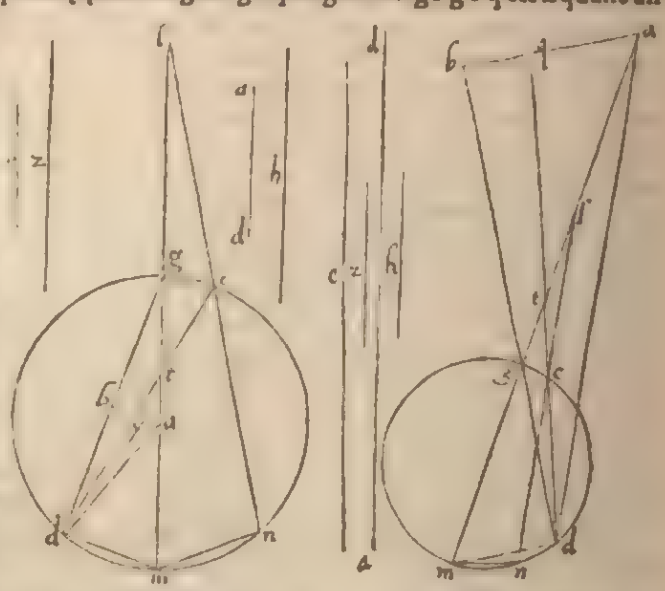


b g,& ſecundum quantitatem eius fiat circulus. Palàm per premiſſam, quòd ille ſecabit ſectionem ſn punctis duobus, qui ſint c & u: à quibus lineæ ductę ad punctum t erunt æquales lineę b g per definitionem circuli:& tunc à puncto z ducatur linea æquidiſtans alteri illarum, & item alia æquidiſtans alteri: & tunc erit ducere à puncto a per modum prędictum duas lineas e d æquales lineæ datę:& erit idem penitus probandi modus,qui ſuprà. Patet ergo propoſitum.

134. Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno ſuorum laterum angulum rectum continentium:poſſibile eſt ducere à puncto illo ad aliud laterum continentium angulum rectum lineam ſecantem baſim ita,quòd pars ductæ lineæ interiacens punctum ſectionis, & latus, in quo non eſt punctus datus,ſe habeat ad partem baſis, quæ eſt à ſectione ad latus,in quo eſt punctus datus,ſicut data linea ad datam lineam. Alhazen 35 n 5.

Eſto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g ſit rectus: & in latere illius b g ſit pũctus datus, qui ſit d,extra triangulum aut intra. ſintq; datę lineę duę e & z. Dico,quòd à puncto d poſsibile eſt ducere lineam ſecantem baſim a g,& concurrentem cum latere a b, ita, quòd pars lineæ ſecãtis interiacens latus a b & baſim a g, ſit eiuſdem proportionis ad partem baſis a g, quę eſt ab illa linea uſq; ad punctum g, cuius eſt data linea e ad datam lineam z. Sit enim primò pũctus d in ipſo trigono a b g: & ducatur ab eo linea æquidiſtans lineę a b per 31 p 1, quę ſit d m: & fiat circulus per tria puncta g,d, m per 5 p 4: eritq; linea g m diameter huius circuli per 31 p 3:ſubtenditur enim angulo recto per 29 p 1: & protrahatur linea a d. Et quia per eandem 29 p 1 angulus g m d eſt æqualis angulo g a b: palàm, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b ſit maior angulo g a d:ſecetur ergo ex angulo g m d angulus æqualis angulo g a d per 27 huius, ducta linea m n ad peripheriam circuli:ſitq; angulus d m n:quę autem eſt proportio lineę e ad lineam z, eadẽ ſit per 3 huius proportio lineę a d ad lineã h:& à puncto n, qui eſt punctus in peripheria circuli, ducatur linea ad diametrum g m, quę ſit n l,ſecans circulum in pũcto c, ita, ut eius pars interiacens peripheriam circuli & diametrum,quę eſt c l, ſit æqualis lineę datę h per 128 uel per 130 huius:& ducatur linea g c:& à pũcto d ducatur linea ad punctũ c, quę cũ cadat inter duas lineas æquidiſtantes,quę ſunt d m & b a,tenens angulum acutũ cum earum altera,ut cũ m d,ſi producatur, neceſſariò concurret cũ reliqua per 2 huius:cõcurrat ergo in puncto q. Quia itaq; per 27 p 3 angulus g m d eſt æqualis angulo g c d, & angulus g m d eſt æqualis angulo g a b per 29 p 1:palàm,quòd angulus g c d eſt æqualis angulo g a b:ergo per 13 p 1 erit angulus g c q æqualis angulo b a l:ſed angulus b a l per 15 p 1 eſt æqualis angulo g a q:angulus ergo g c q eſt æqualis angulo g a q. Sit autẽ t punctus,in quo linea d q ſecat lineam a g: erit ergo per 15 p 1 angulus g t c æqualis angulo a t q. Quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli ſunt æquales, erit & tertius tertio æqualis: trianguli ergo a t q & t c g ſunt æquianguli: ergo p 4 p 6 erit proportio lineę q t ad t g, ſicut lineę a t ad t c:uerùm angulus n m d ex præmiſſis eſt æqualis angulo t a d. Quia enim anguli g m d & t a b ſunt æquales:& anguli g m n & d a g æquales:relinquitur n m a æqualis angulo t a d: ſed & angulus n c d p 27 p 3 eſt æqualis angulo n m d: quare angulus n c d eſt æqualis angulo t a d:ergo p 15 p 1 angulus t c l, qui eſt contra poſitus angulo n c d,eſt æqualis angulo t a d. Quia ergo angulus t c l eſt cõmunis duobus trigonis, ſcilicet trigono t c l & trigono t a d,& anguli t c l & t a d ſunt æquales:erũt p 32 p 1 trigoni t c l & t a d æquianguli:ergo p 4 p 6 eſt ꝓportio lineę t a ad lineã t c,ſicut lineæ a d ad lineã l c. Fuit aũt oſtẽſum ſuperius, qđ eſt ꝓportio lineę t q ad lineã t g, ſicut lineę a t ad lineã t c:ergo p 11 p 5 erit proportio lineę a d ad l c, ſicut lineę q t ad t g: ſed linea l c eſt æqualis lineę h, & proportio lineę a d, ad lineam h eſt, ſicut proportio lineæ e ad z. Ergo p 7 & 11 p 5 erit ꝓportio lineæ q t ad lineã t g, ſicut lineę e ad lineã z. Quod eſt ꝓpoſitũ. Si uerò d pũctus datus ſit in latere trigoni, qđ eſt b g, extra triangulũ ꝓducto: ducatur prius à puncto d linea æquidiſtãs lineę a b: & ſit d m: & ducatur linea a g, donec cõcurrat cũ linea d m in pũcto m:&

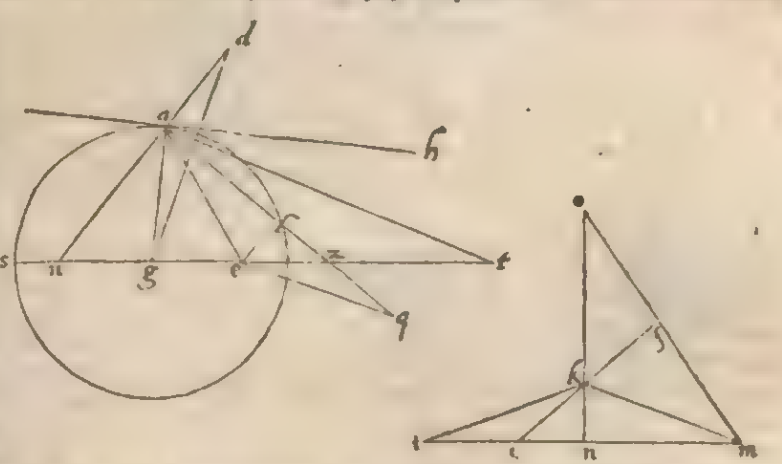




m: & fiat, ut prius, circulus trãsiens p tria pũcta g, d, m: erit ergo, ut prius, m g diameter istius circuli: & ducatur linea a d: erit q; dẽ angulus g a d maior angulo g m d p 16 p 1: fiat ergo, ut prius, sup pũctũ m lineæ d m angulus æqualis angulo g a d p lineã m n, q; sit angulus d m n: & à puncto n, q; sit in circũferẽtia circuli, ducatur, ut prius, p 128 uel p 130 huius linea ad eductã diametrũ m g, cõcurrens cũ ipsa in pũcto l, & secãs peripheriã circuli in pũcto c, ita, ut linea c l sit ęqualis lineę h assumptę, ut prius, scilicet ut p 3 huius sit ꝓportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineę datę e ad lineã datã z: & ducatur linea d c secans lineã a g in pũcto t, & lineã a b in puncto q. Cũ ergo angulus n m d, & angulus n c d per 22 p 3 sint æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palàm ex 13 p 1, quoniam erit angulus t c l æqualis angulo t a d: erunt ergo duo trianguli t c l & t a d per 15 & 32 p 1 æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d a ad lineam c l, sicut lineæ t a ad lineã t c. Cum autem per 27 p 3 duo anguli g c d & g m d sint æquales, quoniam cadunt in eundem arcum, qui est d g, angulus uerò t a q per 29 p 1 est æqualis angulo g m d: erit angulus t a q ęqualis angulo t c g: sed & anguli q t a & g t c sunt ęquales p 15 p 1: erũt ergo trigoni g t c & t a q ęquianguli p 32 p 1: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a t ad lineam t c, sicut lineæ q t ad lineam t g. Est ergo ex præmissis & per 11 p 5 proportio lineę a d ad lineam c l, quę est æqualis lineæ h, sicut lineæ q t ad lineam t g. Est ergo per 11 p 5 proportio lineæ e ad lineam z, sicut lineę q t ad lineam t g. Quod est propositum.

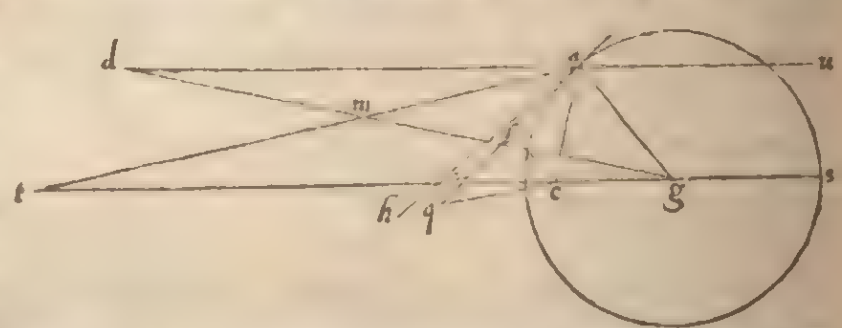
135. Datis duobus punctis, uno in circulo, alio extra circulum, uel utroq; extra circulum: possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens. Alhazen 36 n 5.

Sunto duo pũcti dati, qui e & d, quorũ primò unus, q; sit e, sit in circulo, & reliquus extra illũ: & sit datus circulus, cuius centrũ sit g. Dico, quod possibile est in peripheria circuli g inuenire pũctũ, in quo linea cõtingens circulũ ducta, secet angulũ cõtentũ à lineis à pũctis d & e ad i'lũ punctũ ductis per æqualia. Ducatur enim a pũcto e ad cẽtrũ g linea e g: & ꝓducatur usq; ad circumferentiã, & sit e g s: deinde ducatur linea d g: eritq; ex præmissis linea e g minor q̃ linea d g. Assumatur quoq; linea m i, quę in puncto c taliter diuidatur, ut ꝓportio lineæ i c ad lineã c m sit, sicut lineę d g ad lineã g e p 119 huius: diuidaturq; linea m i p æqualia in puncto n: à quo super lineã m i ducatur perpẽdicularis p 11 p 1, q̃ sit n o: & super punctũ m p 23 p 1 fiat angulus ęqualis medietati anguli d g s diuisi per 9 p 1 p æqualia: ducaturq; linea m o. Palam aũt, quòd angulus i m o erit minor recto, quoniã angulus d g s est minor duob. rectis: sed angulus o n m est rectus: igitur per 14 huius linea m o concurret cum linea n o: sit autem punctus concursus o: à puncto uerò c ducatur linea ad triangulum m n o, quę sit c k f, ita, ut proportio lineę k f ad lineã f m sit, sicut proportio lineæ e g ad lineam g s: quod fieri poterit per præcedentẽ. Ducatur quoq; linea m k: & super punctũ g terminũ lineę e g p 23 p 1 fiat angulus ęqualis angulo m f k, p lineã usq; ad circumferentiã productã: q̃ sit a g: & sit angulus a g e: & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico, quòd a est quęsitus punctus. Ducatur enim linea e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & ꝓportio lineę k f ad lineã f m, est, sicut ꝓportio lineæ e g ad lineã g s: ergo p 7 p 5 erit ꝓportio lineę k f ad lineã f m, sicut lineę e g ad lineam g a, æqualem g s, quia ambę ex cẽtro: erit triangulus a g e similis triangulo m f k p 6 p 6: igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f. Igitur à pũcto a ducatur linea tenẽs cũ linea a e angulũ æqualẽ angulo o m k: & sit linea a z, q̃ necessariò cõcurret cũ linea e g: quoniã est proportio e g ad g a, sicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c: fuit enim prius angulus e a g ęqualis angulo f m k. Sicut ergo linea m o cõcurrit cũ linea k f in pũcto f, sic cõcurret linea a z cũ linea g e. Sit ergo cõcursus in pũcto z: & ꝓducatur linea a z usq; ad pũctũ q: donec linea a z se habeat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i p 3 huius: erit ergo ꝓportio lineę a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad lineã g e: & ducatur linea e q. Deinde à pũcto a ducatur linea æquidistãs lineę e q, q̃ sit linea a t p 31 p 1, & erit angulus a q e æqualis angulo q a t p 29 p 1, quoniã duo anguli z e a & e a t sunt minores duobus rectis, ideo, quia p 29 p 1 anguli q e a & e a t ualẽt duos rectos: cõcurret linea a t necessariò cũ linea e z p 14 huius. Sit ergo pũctus cõcursus t. Quia uerò angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut suprà patuit: ducta a pũcto e linea ppẽdiculari sup lineã a z p 12 p 1, q̃ sit e l, erũt trigoni a e l & n m k æquianguli p 32 p 1: erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k n, & angulꝰ a l e ęqualis angulo m n k, qa uterq; est rectꝰ: sed l etiã angulꝰ a e g est ex pmissis ęqualis angulo m k f: reliqua ergo p 32 p 1, ut angulꝰ l e z sit ęqualis angulo n k c, & angulꝰ c l z rectus est ęqualis angulo k n c recto: erit ergo p 32 p 1 angulꝰ e l z



æqualis

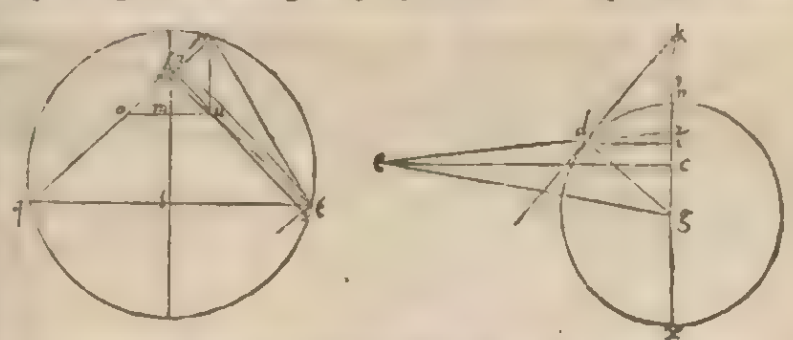
æqualis angulo k c n. Igitur per 13 p 1 erit angulus e z q æqualis angulo k c i. Palàm ergo ex præmiſsis, quòd triangulus a e g eſt æquiangulus triangulo f m k: & triangulus e a l æquiangulus eſt triangulo k m n: & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c: & triangulus e a z æquiangulus triangulo k m c. Eſt igitur per 4 p 6 proportio a z ad e z, ſicut m c ad c k: eſt autem proportio q z ad z a, ſicut proportio i c ad c m, ut patet ex præmiſsis: erit ergo per 22 p 5 proportio q z ad z e, ſicut i c ad c k: eſt ergo triangulus q z e per 6 p 6 æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z ſit æquiangulus triangulo k n c: erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n: eſt ergo per 4 p 6 proportio e l ad l q, ſicut k n ad h i: & ſimiliter eſt proportio a l ad l e, ſicut m n ad n k: erit ergo per 22 p 5 proportio n m ad n i, ſicut a l ad l q: ſed linea n m eſt æqualis n i ex hypotheſi: ergo linea a l eſt æqualis lineæ l q: ergo per 4 p 1 linea e q erit æqualis lineæ e a: & angulus l q e æqualis angulo l a e: ſed & angulus e q z per 29 p 1 eſt æqualis angulo t a l: angulus ergo e a l eſt æqualis angulo t a l: quia angulus e q z eſt æqualis angulo t a l: & angulus e z q eſt æqualis angulo a z t per 15 p 1: igitur tertius tertio: eritq; triangulus z e q æquiangulus triangulo z a t. Eſt ergo per 4 p 6 proportio q z ad z a, ſicut e z ad z t, & ſicut e q ad a t: eſt autem ex præmiſsis linea e q æqualis lineæ e a: ergo per 7 p 5 eſt proportio q z ad z a, ſicut a e ad a t: ſed q z ad z a eſt ex præmiſsis, ſicut e g ad g d. Igitur p 11 p 5 eſt ꝓportio lineę a e ad a t, ſicut e g ad g d. Fiat aút ſuper pûctũ a angulus ęqualis angulo g a e: qui ſit u a g, ꝓducta linea a u, ſi poſsibile fuerit, uſq; ad lineá g s. Palàm ergo ex præmiſsis, quoniá angulus g a l eſt medietas anguli u a t: cũ enim angulus e a q ex præmiſsis & p 5 p 1, ideo, quia lineę a e & e q ſunt æquales, ſit æqualis angulo a q e, qui per 29 p 1 eſt æqualis angulo q a t: patet, quòd angulus e a l eſt æqualis angulo l a t: ſed angulus g a e eſt ęqualis angulo u a g. Eſt ergo angulus g a l medietas anguli u a t: ſed angulus g a l cum ſit ex præmiſsis ęqualis angulo f m c, qui conſtitutus eſt ęqualis medietati anguli d g s, ęqualis eſt medietati anguli d g u. Angulus ergo u a t eſt ęqualis angulo d g u: ſed anguli t a u & t u a ſunt minores duobus rectis argumento 32 p 1, cum lineę a t & u t concurrant in puncto t. Quare duo anguli t u a, d g u ſunt minores duobus rectis. Igitur linea a u concurret cum linea d g per 14 huius. Dico autem, quòd concurrent in puncto d: efficiet enim linea u a producta ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum ſimilem triangulo a u t: quoniam iſti trigoni habent angulum a u g communem, & angulus t a u eſt æqualis angulo d g u: erit ergo tertius tertio æqualis: ergo per 4 p 6 eſt proportio a u ad a t. ſicut u g ad lineam, quá ſecat a u ex g d: & ꝓportio e a ad a u eſt, ſicut e g ad g u per 3 p 6: quia angulus u a g eſt ęqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmiſsis eadem ſit proportio e a ad a t, quę e g ad g d: & proportio e a ad a t ſit compoſita ex proportione e a ad a u, & a u ad a t: (quoniam per 13 huius proportio extremorum componitur ſemper ex proportione cuiuſcunq; medię ad ambas extremas) erit proportio e g ad g d cõpoſita ex eiſdẽ proportionibus. Quare erit cõpoſita ex proportione e g ad g u, & g u ad lineá, quá ſecat u a ex linea g d: ſed eſt cõpoſita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d. Igitur linea, quá ſecat a u ex g d, eſt linea g d. Ergo a u ſecat g d in pûcto d. Producatur ergo per 17 p 3 à pûcto a linea cõtingens circulũ, quæ ſit a h: erit ergo angulus g a h rectus per 18 p 3: ſed angulus g a l eſt medietas anguli d g u, ut patet ex præmiſsis. Igitur angulus l a h eſt medietas anguli d g e: ideo, quia anguli d g u & d g e uatent duos rectos per 13 p 1, & angulus g a h eſt rectus. Sed cũ angulus t a u ſit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per 13 p 1. Igitur angulus l a h eſt medietas anguli t a d, & angulus e a l eſt medietas anguli e a t. Igitur angulus e a h eſt medietas anguli e a d. Quare patet, quòd linea a h cõtingens circulũ, diuidit angulũ e a d per ęqualia: quod eſt propoſitũ. Cũ uerò angulus u a g ſuper punctũ a terminũ lineæ g a factus, fuerit æqualis angulo g a e: túc ſi linea a u nõ cadit ſuper lineá e s extra circulũ uel intra circulum: palã, quia linea a u eſt ęquidiſtãs lineæ e s: quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit: erit quoque per 29 p 1 angulus u a g æqualis angulo a g e: ſed per præmiſſa angulus g a e eſt æqualis angulo u a g: ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e. Ergo per 6 p 1 in trigono a g e latus a e eſt æquale lateri e g. Similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29 p 1: ſunt enim coalterni linearum æquidiſtantium ex hypotheſi: ſed iam oſtenſum eſt, quod angulus t a d eſt æqualis angulo d g t. Igitur angulus a t g eſt ęqualis angulo d g t. Et ſimiliter duo anguli a d g & d g t ſunt æquales per 29 p 1: ergo duo anguli a d g & a t g ſunt æquales. Sequitur ergo ex ijs, quod linea, quá ſecat a u ex linea g d, ſit æqualis lineæ a t: & iam præoſtenſum eſt, quòd linea e g eſt æqualis ipſi a e, eſt ergo p 7 p 5 ꝓportio lineæ e g ad lineá, quá ſecat a u ex d g, ſicut a e ad a t: ſed oſtẽſum eſt, qđ a e ad a t eſt, ſicut e g ad g d. Igitur linea, quam ſecat a u ex g d, eſt g d. Et cũ ex præmiſsis angulus t a d ſit ęqualis angulo d g t: erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut ſuprà patuit: & angulus e a l medietas anguli e a t. Erit ergo e a h medietas anguli e a d. Quod eſt ꝓpoſitũ. Eodéq; modo demõſtrádũ, ſi ambo



si ambo puncta e & d data sint extra circulum. Patet ergo totum propositum.

136. Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum: possibile est à dato pũcto ad diametrum ducere lineam, secantem circulum sic, quòd pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrũ. Alhazen 37 n 5

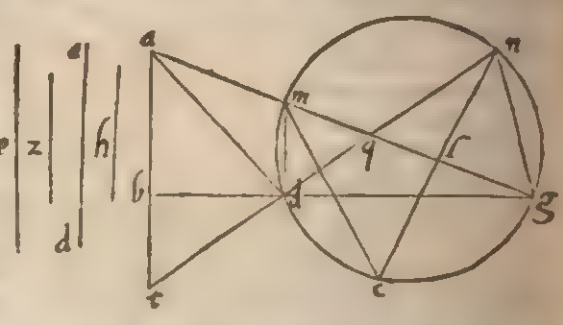
Esto datus circulus, cuius centrum sit g: & in eo data diameter sit x g b: sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico, quòd possibile est duci à puncto e ad diametrum x g b lineam secantem circulum secundum prædictum modum. Ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrum x g b per 12 p 1, quæ sit e c: & sit exempli causſa, ut cadat illa perpendicularis super semidiametrum b g, & ducatur linea e g: & assumatur linea q t æqualis lineę e c; & fiat per 33 p 3 super lineam q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadens in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b: & compleatur circulus: & à medio puncto l, lineę q t, quod sit super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10 & 11 p 1, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiam circuli: erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli illius per 1 p 3: & à puncto q ducatur linea ad hanc diametrum, secans ipsam in puncto f: & producatur usq; ad p punctum circumferentiæ, ita, ut eius pars, quę f p, sit æqualis medietati lineę g b semidiametro dati circuli: quod fiet per 113 huius: & ducantur lineę p t & t f: & ducatur à puncto p linea p u ęquidistans diametro, concurrens cum linea t f in puncto u (concurret autem per 2 huius) & à puncto u ducatur linea æquidistans lineę q t, quę sit u o, secans diametrum f l in puncto m, & lineam p q in puncto o: & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam p q per 12 p 1, quę sit t n: & à puncto t ducatur linea æquidistãs lineę p q per 31 p 1, quę sit t s: & à puncto u ducatur perpendicularis super lineam p q, quę sit u h. Deinde ex angulo b g e fecetur angulus æqualis angulo q p u per 27 huius, qui sit b g d, ducta linea g d ad peripheriã circuli: & à puncto e ducatur linea e d z. Dico, quòd linea d z est æqualis parti diametri, q̃ est z g, sicut proponitur. Ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quę sit d i: & ducatur à pũcto d linea contingens circulũ per 17 p 3, quę sit d k. Palã itaq; (cũ ex præmissis diameter f l sit perpendicularis super lineam q t, & super eius æquidistantem o u per 29 p 1, linea uerò p u sit æquidistans illi diametro) quòd angulus o u p erit rectus per eandem 29 p 1. Et cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales, & orthogonaliter per 29 p 1. 4 p 6 & 22 p 5, eò quòd linea q t sibi ęquidistans similiter est diuisa: erũt per 4 p 1 trianguli o f m & u f m ęquianguli: ergo per 4 p 6 cum latus f m sit ęquale sibijpsi, erit o m ęquale m u, & f o ęquale f u. Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32 p 1, ideo quòd angulus p u o est rectus, ut patet ex premissis & 29 p 1, erit angulus f u p ęqualis angulo f p u: ideo, quia, ut premissum est, angulus f o u ęqualis est angulo f u o: sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut pręostensum est: ergo angulus f p u cum angulo f u o ualet unum rectum: est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u, quia si ab ęqualibus ęqualia demas, quę relinquuntur, &c. Ergo per 6 p 1 latus f p ęquale erit lateri f u: erit ergo f p ęquale ipsi f o. Sic ergo erit linea p o ęqualis semidiametro g b, ergo & ipsi g d per definitionẽ circuli: & ita erit per 7 p 5 proportio lineę e c, quę est ęqualis lineę q t, ad lineam g d, sicut lineę q t ad p o ęqualem g d. Sed cum angulus k d g sit rectus per 18 p 3, ęqualis est ipsi angulo recto g i d, & angulus i g d est communis: erit ergo per 32 p 1 triangulus i g d ęquiangulus triangulo k g d: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę g d ad d i, sicut lineę g k ad k d: sed angulus k g d est ęqualis angulo q p u, & angulus g d k, qui rectus est per 18 p 3, est ęqualis angulo recto o u p: erit ergo per 32 p 1 tertius tertio ęqualis, & triãgulus k d g ęquiangulus triangulo o u p: est ergo per 4 p 6 proportio lineę g k ad k d, sicut lineę o p ad o u. Et quoniã ex premissis est proportio lineę g k ad k d, sicut lineę g d ad d i: ergo per 11 p 5 est proportio lineę g d ad d i, sicut lineę o p ad o u: fuit autem ex premissis proportio lineę e c ad g d, sicut lineę t q ad p o: ergo per 22 p 5 erit ꝓportio lineę e c ad d i, sicut lineę q t ad o u: sed proportio q t ad o u est, sicut t f ad f u per 29 p 1, & per 4 p 6, cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u. Verũm angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29 p 1, est enim coalternus illi inter lineas ęquidistantes, quę sunt h q & s t: sed & angulus u s t est rectus ęqualis angulo f h u recto, & angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15 p 1: erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineę t f ad f u, sicut lineę s h ad h u: sed linea t n ęqualis est lineę s h per 34 p 1: ergo per 7 p 5 erit proportio lineę t n ad lineã h u, sicut lineę t f ad f u. Sed, sicut patuit ex premissis, quę est proportio lineę t f ad f u, eadem est lineę q t ad o u per 4 p 6. Ergo per 11 p 5 proportio lineę q t ad o u est, sicut lineę t n ad h u: ergo & proportio lineę e c ad d i est, sicut lineę t n ad u h. Sed cum angulus g i d sit rectus, est ęqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex pręe-



ex præmiſsis: erit ergo tertius tertio æqualis p 32 p 1: eſt ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u: eſt ergo p 4 p 6 proportio lineæ i d ad d g, ſicut lineæ h u ad u p: quare erit p 22 p 5 proportio lineæ e c ad g d, ſicut lineæ t n ad u p. Sed cũ angulus c g e ſit æqualis angulo n p t ex hypotheſi, & angulus g c e rectus, æqualis angulo p n t: erit trigonorũ n p t & g c e angulus reliquus reliquo æqualis. Ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ e g ad e c, ſicut lineæ p t ad n t: eſt igitur proportio lineæ g e ad g d, ſicut lineæ p t ad u p per 22 p 5: ſed & angulus d g e æqualis eſt angulo u p t ex hypotheſi: quia enim angulus q p t eſt æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo b g d: remanet angulus u p t æqualis angulo d g e. Igitur triangulus d g e eſt æquiangulus triangulo u p t per 6 p 6: ergo angulus g d e æqualis eſt angulo p u t: reſtat ergo per 13 p 1, ut angulus g d z ſit æqualis angulo f u p: ſed in trigonis g d z & p f u eſt angulus d g z æqualis angulo u p f: quare tertius tertio per 32 p 1: eſt ergo p 4 p 6 proportio lineæ d z ad z g, ſicut lineæ u f ad f p: ſed linea u f eſt æqualis ipſi f p ex præmiſsis. Igitur linea d z æqualis eſt ipſi z g. Quod eſt propoſitũ. Eſt aũt uniuerſalis hęc propoſitio ſiue intra circulũ ad aliquá partẽ diametri fiat ductio, ſiue ad ipſam peripheriá circuli, ita, ut lineæ ductę pars intra circulum fiat æqualis ſemidiametro: ſiue fiat ductio ad aliquem punctum diametri extra circulum ſic, quòd linea à puncto, quo tangit circuli peripheriam, ſit æqualis parti diametri, quam abſcindit. Patet ergo, quoniam hęc omnia eueniunt ſecundum quantitatem anguli k g d. Et hoc eſt propoſitum.

137. Dato trigono orthogonio, datoq; aliquo puncto in maiore ſuorum laterum rectum angulum continentium: poſsibile eſt à dato puncto ducere lineam ad baſim ex alia ſui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ ſe habeat ad inferiorem partem abſciſſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam. Alhazen 38 n 5.

Sint datę duę lineæ, z minor & e maior: & ſit datum trigonum orthogonium a b g, cuius angulus a b g ſit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli cauſſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico, quòd poſsibile eſt à puncto d ad baſim g a ducere lineam ſecantẽ baſim a g in puncto q, & ex alia ſui parte cum linea a b concurrentem in puncto t, ſic ut ipſa totalis linea t q habeat proportionem ad lineam q g illam, quã habet linea e ad lineã z. Ducatur enim à puncto d linea æquidiſtans lineæ d a per 31 p 1, quę ſit d, m, & fiat circulus tranſiens per tria puncta d, m, g per 5 p 4. Et quoniã angulus g d m eſt rectus per 29 p 1, quoniam angulus a b g eſt rectus, erit linea m g diameter circuli per 31 p 3: & ducatur linea d a. Sit quoq; h quædam linea, ad quam ſe habeat linea d a, ſicut linea e ad z per 3 huius. Et cum per 29 p 1 angulus d, m, g ſit æqualis angulo b a g: fecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27 huius: & ſit angulus c m d: & ducatur m c, donec ſecet circumferentiam in puncto c: & à puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & uſque ad circumferentiam, quę ſit linea c n, ſecans diametrum m g in puncto l: aliter, quòd linea l n ſit æqualis lineæ h datę per 133 huius: & ducatur linea n g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c ſit æqualis angulo d n c per 27 p 3: cadunt enim in eundem arcum, qui eſt d c: palam, quia erit angulus q n l æqualis angulo d a q & angulus n q l eſt æqualis angulo d q a per 15 p 1: erit ergo per 32 p 1 triangulus n q l æquangulus triangulo d q a: igitur per 4 p 6 erit proportio lineæ a q ad q n, ſicut lineæ a d ad n l. Sed cum angulus d m g ſit æqualis angulo d n g per 27 p 3: quia cadunt in eundem arcum d g: eſt autem per 29 p 1 angulus d m g æqualis angulo t a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo t a g. Sit itaque t punctus, in quo linea d n concurrit cum a b: eritq; per 15 p 1 angulus t q a æqualis angulo n q g: ergo per 32 p 1 erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ a q ad lineam q n, ſicut lineæ t q ad lineam q g: eſt igitur per 11 p 5 proportio lineæ t q ad lineam q g, ſicut lineæ a d ad lineam n l: ſed linea n l eſt æqualis h aſſumptæ lineæ, & proportio lineæ a d ad lineam h eſt, ſicut lineæ e ad lineam z. Eſt ergo proportio lineæ t q ad lineã q g, ſicut lineæ e ad lineam z. Quod eſt propoſitũ. Et ſi contingat quod à puncto c poſsint duci duæ lineæ ſimiles lineæ c l n: erit poſsibile à puncto d duci duas lineas ſimiles lineæ t q, ita ſcilicet, ut utriuſque ad partem, quam ſecat ex baſi a g, ſit proportio, ſicut lineæ e ad lineam z: & erit eadem demonſtratio. Plures autem huiuſmodi lineas quàm duas nó eſt poſsibile duci, ut patuit per 133 huius. Patet ergo propoſitum. Et licet hoc, quod hic proponitur, non uideatur penitus uniuerſale, quantum ad quælibet puncta data, & quaslibet lineas datas, ad quarum proportionem fieri debeat ipſius baſis proportio: nos tamen hoc propoſito theoremate non, niſi modo conuenienti & poſsibili in ſequentibus utemur.



VITELLONIS FI-
LII THVRINGORVM ET PO-
LONORVM OPTICAE LIBER SECVNDVS.

NIuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis: in hoc secundo libro (ut promisimus) uniuersali actioni sensibilium formarum quædã præambula naturalia præmittentes, de modo proiectionis luminis per mediũ unius diaphani, uel pluriũ super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggredimur tractatum, ut de ijs, sine quibus sermonẽ uisibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodum patebit: quæ uerò præmittimus, ut nota sensui, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Corpus luminosum, dicitur omne corpus, quod est sui luminis diffusiuũ. 2. Corpus diaphanum dicitur omne corpus, per quod lumini patet transitus. 3. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. 4. Lux prima dicitur illa, quæ efficit secundã, sicut lux intrans domũ per fenestrã, & illuminãs domũ residuã in loco, cui incidit, dicitur prima: in angulis uerò domus dicitur lux secunda. 5. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, nõ habebit amplius actũ lucis. 6. Radius dicitur linea luminosa. 7. Linea radialis dicitur linea, per quam fit diffusio formarũ. 8. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulũ continẽt. 9. Pyramis radialis dicitur pyramis, cuius basis est in superficie corporis suã formã diffundentis, & uertex in puncto alterius corporis cuiuscunq;. 10. Pyramis illuminatiõis dicitur illa, cuius uertex est in pũcto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatę.

PETITIONES.

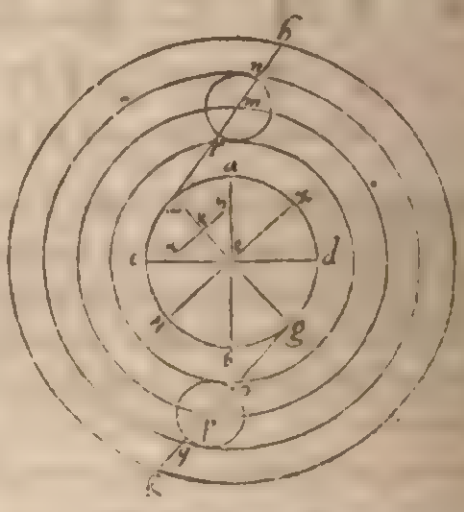
Petimus autẽ hæc, ut per se sensui nota: 1. Lucẽ cõpressam fortiorẽ esse luce disgregata. 2. Item lucem fortiorem uehementius illuminare, & lõgius se diffundere. 3. Item in absentia luminis umbram fieri. 4. Item in allatione luminis umbram deficere. 5. Item aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. 6. Item lucẽ ad omnẽ positionis differentiam æqualiter diffundi. 7. Item lucẽ res coloratas pertrãseuntẽ illarũ coloribus colorari, ut patet de luce trãseunte uitreas fenestras, quę illorũ uitrorũ colorib. informat, secũ formas illorũ colorũ super obiecta corpora deferendo. 8. Itẽ quòd natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMATA.

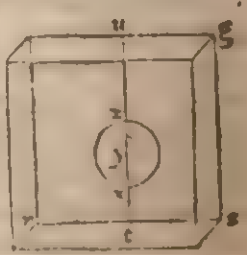
1. Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur. Alhazen 2 n 7.

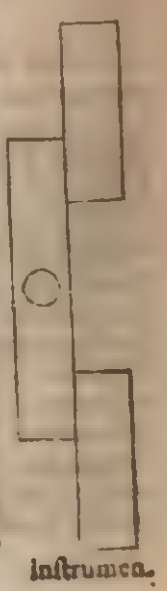
HOc quod hic proponitur, non demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari: diuersitas tamen antiquorũ ad hoc probandũ pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uerò utimur isto, quod hic subscribimus, quòd regularius huic ꝓpositio credimus cõuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundũ cõuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorũ digitorũ perpẽdicularis super basim uasis: & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectũ aliquod corpus plurimũ rotundũ columnare, cuius longitudo sit æqualis latitudini trium digitorũ, latitudo uerò eius sit minor uno digito: & ponatur hoc uas secũdũ sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousq; peripheria eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare, quod est in medio dorsi, fiat rotundũ. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duæ diametri orthogonaliter se secantes, quæ sint a b & c d: palàm, quoniam illę diametri transeunt per centrum circuli fundi, quod sit e: deinde signetur in basi oræ illius uasis, quæ est circulus a c b d, in distantia extremitatis alterius diametrorum productarum, ut diametri a b, secundum latitudinem unius digiti punctum,

ctum, quod sit f: & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrũ e, quę sit f g: & à duob. termi-



nis istius diametri f g ducãtur duę lineę in intrinseca superficie orę uasis: quę necessariò erunt perpẽdiculares super superficiẽ fundi laminę, ideo, qd' superficies orę, in qua perpẽdiculares istę ꝓducuntur, sunt erectę super superficiẽ fundi, ut patet suprà. Illę quoque perpendiculares sint f h & g k: & in altera istarũ linearũ, ut in f h, signentur tria puncta æquidistantia secundũ quãtitatẽ medietatis grani hordei, quę sint l, m, n, quorũ primũ, qd' est l, sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatẽ medietatis grani hordei. Et deinde reducatur uas ad tornatorium, & signẽtur in ipso tres circuli æquidistãtes, transeuntes p illa tria pũcta l, m, n: q circuli diuident lineã g k isti diuisę lineę, quę est f h, oppositã, ꝓportionaliter prius diuisę per 17 p 11, sintq; diuisiones lineę g k puncta o, p, q: & fient in in unoquoq; istorũ triũ circulorũ duo pũcta opposita, q̃ sunt extremitates alicuius diametri illorũ circulorũ: ut pũcto diuisionis lineę f h (qd' est punctũ l) opponitur in linea g k punctũ o, & fit linea l o diameter circuli æquidistantis circulo a c b d: & similiter linea m p fit diameter alterius circuli, & linea n q fit diameter circuli tertij. Diuidatur itaq; medius istorũ circulorũ in 360 partes, & si possibile fuerit, ꝓminuta: deinde super lineã f h alterã duarũ linearũ perpẽdicularium, quę sunt f h & g k, punctũ mediũ, qd' est m, perforetur foramẽ rotundũ: & sit medietas diametri foraminis secundũ quantitatẽ distantię circulorũ, quę est linea m l: attinget ergo foramẽ illud ambos circulos extremos, & medius circulorũ diuidet circulũ foraminis p æqualia, quoniã trãsit p centrũ foraminis. Deinde accipiatur lamina ænea plana aliquantulum spissa, & sit eius spissitudo sicut orę ipsius instrumẽti, & eius lõgitudo sit duorũ digitorũ, sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit ęquidistantiũ superficierũ: planeturq; adeò, ut cõmunis sectio superficierũ suę latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quę sit r s, diuidaturq; in duo æqualia p 10 p 1: & ab eius medio puncto, qd' sit t, ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineã r s in superficie latitudinis, quę sit t u: & hęc, ut patet ex pręmissis & per 29 p 1, necessariò ęquidistabit ambabus lineis lõgitudinis, diuidens superficiẽ tabulę per ęqualia: & in hac linea perpendiculari, quę est t u, à parte lineę r s, cui superstat, incipiendo, signentur tria puncta ęqualiter distantia ab inuicẽ secũdũ quãtitatẽ medietatis grani hordei, quę sint x, y, z, & à medio istorũ pũctorũ, quod est y, ꝑforetur lamina foramine rotũdo: sicq; foraminis peripheria ad alia duo puncta pertinget, eritq; hoc foramen ęquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo ęqualia diuidatur semidiameter uasis fundi, quę est f e, cuius extremitati in ora uasis superstat una linearũ perpendiculariũ, quę est f h: sitq; punctus diuisionis t: & ab hoc puncto medio t ducatur linea perpendicularis super eandẽ diametrum, quę sit r t s: deinde ponatur basis paruę laminę super hãc lineã, donec linea, quę est differẽtia cõmunis latitudinis & ꝓfunditatis laminę, quę est r t s, supponatur lineę isti perpendiculari ductę super diametrũ, quę similiter est r t s: sitq; punctus diuidens lineã laminę, quę est cõmunis differentia superficierum latitudinis & profunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semidiametro uasis: deinde cõsolidetur parua lamina fundo uasis: erit quoq; tũc foramẽ x y z, quod est in parua lamina, quę est r u s, directè oppositũ foramini l m n, qd' est in uasis ora: & erit linea recta, quę est m y, copulãs cẽtra istorũ foraminũ in superficie circuli medij triũ circulorũ prius signatorũ, cuius diameter est linea m p: eritq; linea m y ęquidistans diametro uasis, quę est f e. Deinde resecetur ex ora uasis pars interiacẽs duas diametros orthogonaliter se secãtes, quę sit pars quarta proximè sequẽs quartã illã, in qua est foramẽ, cui foramẽ laminę opponitur: & est in circulo a c b d, correspõdens arcui a d, & planetur locus sectionis, donec fiat una superficies cũ superficie fundi uasis. Et ducta quarta circuli, quę sit a d, secundũ quãtitatẽ circuli orę diuidatur in 90 grad. & diuidantur grad. in minuta: & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomẽ instrumẽti. Deinde accipiatur regula ænea quadrãgula, cuius lõgitudo sit unius cubiti, & sint quatuor superficies ipsam cõtinentes, latitudinis duorũ digitorũ, & adęquẽtur superficies eius, donec fiant ęquales rectãgulę. Deinde in medio pũcto lõgitudinis regulę, & in medio alicuius illarũ superficierũ fiat foramen rotundũ, cuius amplitudo sit capax corporis, qd' est in dorso instrumẽti: & sit foramen perpẽdiculare super superficiẽ regulę trãsiens ad aliã partẽ superficiei oppositę, fiatq; taliter, qd' reuoluatur in ipso instrumentũ nõ leui reuolutione, ponaturq; instrumentũ super regulã immisso corpore, qd' est in eius dorso in foramẽ regulę, donec superficies instrumẽti cõiungatur superficiei regulę: eritq; lõgitudo regulę ęqualis diametro





instrumẽ.

instrumenti: fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ, sed lõgitudinis plusquã unius digiti, quę cõsolidẽtur super extremitates regulę, ita, quòd ipsorũ præeminẽtia super extremitates regulæ sit unius digiti, uel parũ plus, uel minus, & pinnulę illæ cõsolidatę sint super superficiẽ regulę nõ perforatã. Et quia latitudo regulę est duorũ digitorũ, altitudo uerò corporis in dorso instrumẽti est triũ digitorũ, ille tertius digitus, quo corpus prę eminet regulæ, perforetur, sicut in astrolabio, & immittatur culpis cõtinens regulã cũ instrumẽto. Deinde assumatur alia regula ænea, cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini, spissitudo uerò sit æqualis diametro foraminis, qđ est in ora instrumẽti, & lõgitudo eius sit æqualis medietati cubiti, fiatq; hæc regula recta & uera, & eius superficies æquales & æquidistãtes. Deinde secetur illa regula in una sui parte obliquè, donec finis lõgitudinis eius cõtineat cũ termino latitudinis angulũ acutũ, ut facilius ualeat moueri. In parte uerò altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finẽ lõgitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia, & à puncto sectionis ducatur linea æquidistans lineis lõgitudinis: quę erit perpendicularis super lineã latitudinis per 29 p 1. Cũ itaq; hæc regula fuerit superposita superficiei fundi instrumẽti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundũ instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumẽti: tũc erit eius superior superficies in superficie circuli medij triũ circulorũ in ora instrumenti protractorum, cuius diameter est linea m p: ideo, quia spissitudo regulę est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis, quę est n l, est æqualis lineæ perpẽdiculari exeunti à cẽtro foraminis super superficiẽ planã instrumẽti, quę est linea m t, cui adiacet linea spissitudinis regulę, æqualis ipsi. Cũ itaq; propositã conclusionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumẽtum præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso circunq;, uel etiã candelæ, & applicetur cẽtrum foraminis instrumẽti, qđ est punctum m, oppositi corporis luminosi, secundum qđ melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus cẽtra amborũ oppositorũ foraminũ unius in ora instrumẽti, & alterius in tabella perforata existentium, quę sunt in & y: describeturq; circulus luminosus in parte orę instrumẽti opposita foramini l m n directe per diametrũ m p: transeatq; cẽtrum illius circuli luminosi in puncto p: quod faciliter patẽre potest, si à puncto p ad utranq; partẽ peripheriæ circuli medij illorũ trium circulorũ secundũ gradus & minuta diuisi, partes interiacẽtes luminosi circuli peripheriã cõputentur: inuenientur enim æquales numeri hinc inde. Est ergo punctũ p cẽtrum illius circuli luminosi · linea itaq; m p, secundum quã incidit radius, trãsiẽs per cẽtrum circuli utriusq; foraminis, & per centrũ circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorũ trium circulorũ, & est diameter illius circuli. Est ergo linea recta. Et si aliquod corpus forti colore medio coloratũ, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumẽ solis uel alterius corporis transiẽs per illud corpus, postmodũ incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illã: tunc, ut patuit per 7 præmissarũ suppositionũ, circa pũctũ p in ora instrumẽti describetur circulus luminis colorati illo colore. Color ergo mixtus cũ lumine diffundit formã suã secũdũ lineas rectas, sicut & ipsũ lumẽ. Patet ergo, qđ radij quorũcũq; luminũ & multiplicatiões formarũ secũdũ lineas rectas ꝓtendũtur. Et hoc est ꝓpositũ.

2. Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est defferri. a

Sit linea proportionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mũdi diameter, quę sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. Si ergo dicatur, qđ lumẽ in tẽpore defertur per lineã a b c d, & nõ in instãti: ergo in parte illius tẽporis defertur per lineã a b, & in minimo tẽpore sensibili feretur p minimã partẽ sensibilẽ lineę a b: quoniã si in tempore sensibili ferretur per spatium insensibile, cõtingeret spatium sensibile ex insensibilibus cõponi, sicut tẽpus mẽsuratum potest illud spatium cõpositum ex tẽporibus sensibilib. in suis partibus: feretur ergo in tẽpore minimo sensibili per minimum spatiũ sensibile: sed in eodẽ tẽpore feretur per idẽ spatium forma luminosi corporis debilioris illo corpore fortiori lumi noso: quoniã minimo spatio sensibili nõ est aliquod spatiũ sensibile minus: etiã minimo tempore sensibili nõ est aliquod sensibile tẽpus minus. Æqualis ergo uirtutis erunt lumẽ fortius & debilius: quod est impossibile, quoniã implicãtur cõtradictoria. Est ergo impossibile lumẽ in tẽpore per proportionatum sibi medium diffundi: necesse est ergo, qđ illa diffusio fiat in instãti. Quod est ꝓpositum. Ad hoc etiã aliquę deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit, percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum. b c

3. Omnis linea, qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositum, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda. Alhazen 16 n 4. d

Lux enim nõ procedit nisi à corpore, quoniã nõ est nisi in corpore: unde patet, quia in minima luce, quę sumi potest, est latitudo: quoniã minimã lucẽ dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia nõ erit uisibilis, sed utraq; pars extinguetur quia neutra pars eius erit lux, neque apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secũdum quã fit diffusio luminis, aliqua latitudo, propter quã inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginabilis, cui oẽs aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquidistantes erunt. Et quoniã lux minima procedit ad minimã corporis partẽ, quã lux occupare potest: necesse est, quòd processus eius sit secundum lineam

mathematicâ, quę est in medio lineę sensibilis, & secundum lineas extremas equidistantes lineę media: neq; cadit lux minima in punctum mathematicum corporis opaci, et impossibile correspondentę omnibus punctis mathematicis indiuisibilibus, ad quos linea mathematica finitus lineæ sensibilis possunt terminari: & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus sequentibus figuratione linearum mathematicarum in processu.

4. Corpora diaphana sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui transmutatione. Alhazen 28 n 1.

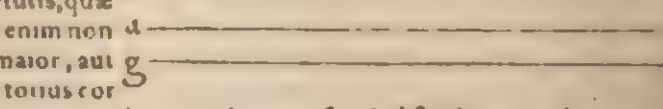
Hęc enim corpora proprietatę habęt, ut nõ prohibeant formas lucis & coloris se penetrare: attamẽ nõ mutantur à luc:bus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa: sed fit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per huius: quarum aliquæ sunt equidistantes, aliquę secantes se, & quædã diuersi situs: & omnium istarum linearum distinctio fit per distinctum situm corporis luminosi, à quo fit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extẽ æ à corpore lucis diuersis in eodẽ diaphano, extenduntur quęlibet ipsarum secundum lineam rectã, & pertranseunt ad corpora opposita. Corpus uero diaphanũ nõ tingitur per luces uel colores, sed solum penetratur: neq; enim talia corpora propter luces & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa: quia in eis non remanent formę lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsorum oppositione. Non ergo transmutantur illa corpora essentiali transmutatione per luces & colores. Quod est propositum.

5. Luces & colores in corporibus diaphanis non admiscentur adinuicem, sed penetrant distincti. Alhazen 29 n 1.

Huius rei experimẽtaliter declarãdæ caussa, ponãtur in loco aliquo candelæ multæ localiter distinctæ: & sint oẽs oppositę uni foramini pertrãleunti ad locũ obscurum, & op ponatur foramini in loco obscuro aliquod corpus non diaphanum. Luces itaq; cãdelarum apparent super illud corpus distinctę secundum numerum candelarũ, & quælibet illarum apparet opposita uni candelę secundum lineã rectã transeuntẽ per foramẽ & per medium luminis candelæ: & si cooperiatur una cãdela, destruetur unum lumẽ oppositum illi cãdelæ tantùm, & discooperta cãdela, reuertitur lumẽ. Patẽt itaq;, qd luces in medio foraminis, ubi se intersecãt oẽs uel plures in puncto uno, nõ admiscentur in eodẽ puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarum essentias: & ob hoc cum ulterius prędauerint, tunc secundum locorum, quibus incidũt, diuersitatẽ localiter distinguuntur. Et quoniã luces coloratas pertransiẽs, illarum coloribus coloratur, ut suppositum est: palãm, si lumẽ penetrat diuisum, & colores, qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti. Patet ergo propositum.

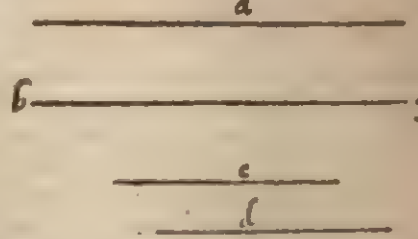
6. Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totum corpus luminosum est, sicut determinatæ partis uirtutis ad partem corporis sibi proportionalem.

Sit corpus aliquod luminosum a b. Dico, quod proportio uirtutis totius corporis a b ad totũ corpus a b est, sicut proportio partis uirtutis, quæ est a, ad partẽ corporis, quę est a. Si enim non



est istorum eadẽ proportio: aut ergo maior, aut minor: sit primũ maior: & sit uirtus totius corporis a b signata per lineã g d: sitq; g uirtus partis corporis, quæ est a, & d sit uirtus partis corporis, quæ est b: quę est ergo proportio g d ad a, eadẽ est proportio d ad b: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim g d ad a b, sicut g ad a. Si ergo proportio g ad a est maior proportione g d ad a b: erit quoq; maior proportio g d ad a b, q̃ g d ad a b: quod est impossibile: nõ enim poterunt esse unius rei ad aliã duę proportiones, quarum una sit maior alia. Idẽ quoq; accidit impossibile danti, qd minor sit proportio g partis uirtutis ad partẽ corporis, quę est a, q̃ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est proportio g ad a, q̃ g d ad a b: & quę est g ad a, eadẽ est d ad b: erit ergo per 18 p 5 cõiunctim proportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b, minor proportione g d ad a b. quod est impossibile. Est ergo proportio g ad a, sicut g d ad a b. Et hoc est propositum: & est uniuersale, nisi forte aliquid cõferat unio uirtutũ: quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto, agunt in ipso toto non actualiter distinctę: cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes: quia nomen partis, id quod dicit philosophus, signat potentiam, non actum: & de hoc completus in alijs sermo fuit.

7. Omnis corporis luminosi in transmutabilis secundũ formã & situ, in corpus aliud æquale et homogeneũ idẽ immediatè uel per medium uniforme oppositũ, est semper actio æqualis & uniformis.



Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a: & sit corpus æquale & homogeneũ eidẽ oppositũ b g: & sit impressio uirtutis a in b g corpus signata p c. Dico, quòd a semper imprimit in corpus b g impressionẽ c, quę est semper æqualis sibiipsi & uniformis. Si enim detur, quòd a quãdoq; imprimit in corpus b g impressionem, quę est c, quãdoq; uerò nõ imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d: tũc cũ corpus obiectũ sit homogeneum

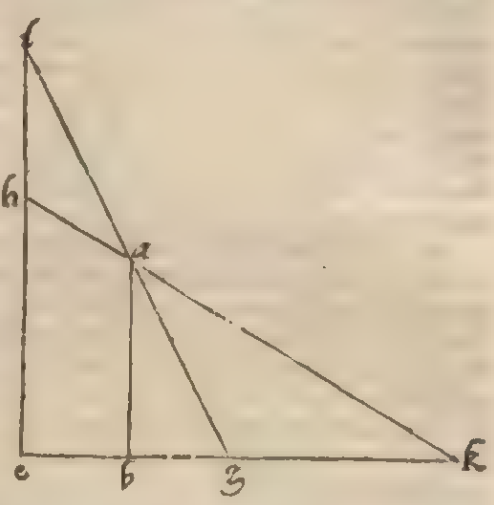
geneum & uniforme: erit diuersitas impressionis nō à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se: hoc aūt est impossibile, cū corpus luminosum positum sit intransmutabile secundum formam & situm. Est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidē immediatè uel per medium uniforme oppositum. Et hoc est propositum.

8. Necesse est terminum longitudinis cuiuslibet umbræ radium luminosum esse.

Quod hic ꝓponitur, satis patet ꝑ ꝓmissa principia. Quoniā enim ꝑ 3 suppositionē solū in absentia luminis fit umbra, & ꝑ 4 suppositionē in allatione luminis umbra deficit: tūc necessariò oportet in tanto spatio umbrā causari, in quāto lumē deficit: & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo lōgitudinis cuiuslibet umbrę cum sit linea: patet, quòd oportet, ut illa linea sit luminosa. Est ergo illa linea radius luminosus per 6 definitionem. Patet ergo propositum.

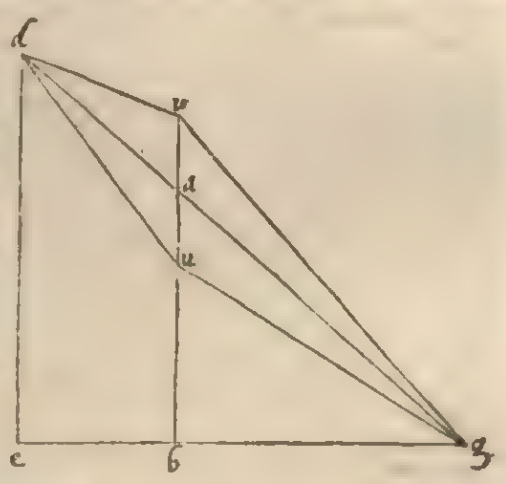
9. A terminis aquidistātiū altitudinū corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ cōcurrētes, sunt suis altitudinib. proportionales. Ex quo patet, quòd eadē altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proiicit umbram quàm ex lumine altiori.

Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscūq; linea a b: & sit altitudo alia illi æquidistās ipsius corporis luminosi, quæ sit d e: sitq; linea d e maior quàm linea a b: ꝓducāturq; lineæ e b & d a, quę ꝓtractæ concurrent ad aliquam partē in puncto g per 16 t 1 huius. Dico, quòd erit ꝓportio lineę g b ad lineā g e, & lineę g a ad lineā g d, sicut lineæ a b ad lineā d e. Quia enim linea b a æquidistat lineæ d e ex hypothesi: palàm ergo ꝑ 29 p 1, quoniā angulus g b a est æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e: angulus quoq; b g a cōmunis est ambobus trigonis d g e & a g b: ergo ꝑ 4 p 6 est ꝓportio lineæ g b ad lineā g e, sicut lineæ b a ad lineā e d: ergo ꝑ 5 t 1 huius, erit è cōtrario proportio lineę g e ad lineā b g, sicut lineę ę d ad lineā a b. Palàm ergo est ꝓpositū: quoniā eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d. Et ex hoc patet, quoniā eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori lōgiorē proiicit umbram q̄ ex lumine altiori. Esto enim qd̄ aliquod corpus luminosum sit in puncto h: cadatq; radius h a in punctū lineæ e g, qd̄ sit k: eritq; ꝑ prę̄missum modū ꝓportio e k ad b k, sicut h e ad a b: sed ꝑ 8 p 5 ꝓportio h e ad a b est minor q̄ d e ad a b: sed ꝓportio d e ad a b est, sicut ꝓportio e g ad b g, ut patuit: ergo ꝑ 11 p 5 ꝓportio e k ad b k est minor q̄ e g ad b g. Multū ergo excreuit umbra b k respectu umbrę b g, ut patet ꝑ 10 p 5 & per 4 t 1 huius. Et ex hoc accidit, quòd umbræ lunares semper sunt lōgiores quàm umbrę solares: & ita est de aliis corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunq;. Patet ergo propositum.



10. Omnem radium luminosum per medium uniusdiaphani trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

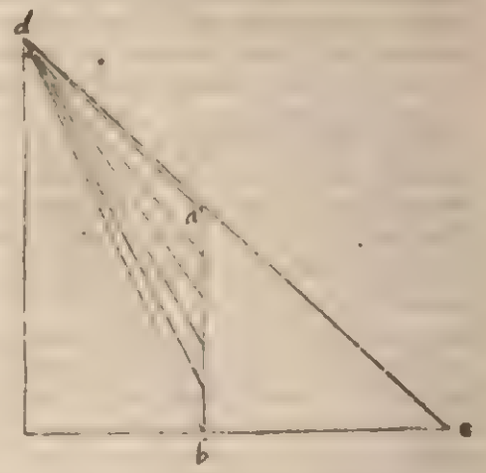
Remaneat totalis dispositio proximæ præcedētis, & sit punctus g finis umbrę. Quia itaq;, ut patet ꝑ 8 huius, cuiuslibet umbrę terminus est radius luminosus: dico, quòd ille radius terminās umbrā est linea recta, ut est in proposita figura linea d a g. Si enim nō est recta linea d a g, tūc cū d a linea sit recta ꝑ 1 huius, ideoq; nullā habet causam impediméti in ꝓgressu, & linea a g similiter est recta ꝑ idē: cōiūguntur ergo lineę d a & a g angulariter in pūcto a: subtēdatur ergo illi angulo, utcūq; cōtingat, basis à pūctis d & g: & sit linea d u g recta: & ꝓtrahatur uel abscindatur linea a b: trigonū itaq; e d b g diuiditur ꝑ lineā b u æquidistātē lineæ e d: ergo ꝑ 29 p 1 erūt trigoni e d g & b u g æquianguli: ergo ꝑ 4 p 6 erit ꝓportio lineę g e ad lineā g b, sicut lineæ e d ad lineā b u: sed ꝑ proximā ꝓmissam est ꝓportio lineæ g e ad lineā g b, sicut lineæ d e ad lineā b a. Est ergo ꝑ 11 p 5 eadē proportio lineę d e ad ambas lineas b u & b a: qd̄ est cōtra 8 p 5 & impossibile: ad minorē enim maior, & ad maiorem minor est proportio: uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minorī ꝑ 9 p 5: hoc autem est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta. Quod est propositum.



11. Omnia corpora densa non diaphana in partem luminoso corpori aduersam, umbrā proiiciunt usq; ad incidentiam radij per res densæ uerticem producti.

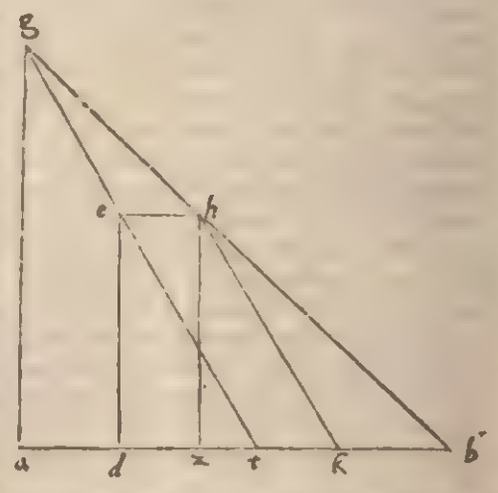
Quia enim in corporibus dēsis nō diaphanis natura diaphanitatis & transparentiæ est impedita ꝑ admixtionē corporū opacorū terreorū: sunt enim omnia talia naturæ terre à dño: necesse est ergo, ut

go,ut trâsitũ luminis impediãt:ergo p 3 petitionẽ in absentia luminis umbrositaté efficiũt in ea parte,in qua p ipsas luminis accessus impeditur: hoc aũt est in parte aduersa corpori luminoso. Sit aũt aliqnod talium umbrosorũ corporũ, cuius altitudo ab horizõte sit a b, & eius uertex a:& sit corpus luminosum altius q̃ linea a b,cuius aliquis supremus punctus sit d: radij itaq; in tota linea a b incidẽtes, impediuntur à trâsitu ꝓpter corporis opacitatẽ:cadat uerò radius d e proximus supra radiũ d a:hic ergo radius,qa nõ impeditur, trâsit ultra corpus a b:in sua ergo incidentia,q̃ sit e,affert lumen. Deficit ergo umbra. Et patet propositum.



12. Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altieri propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus pũctus corporis luminosi g,qđ sit altius duob.corporibus umbrosis:cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g: sintq; duorũ corporũ umbrosorũ æquales altitudines erectę super lineã a b, ꝓductã in ipsa superficie horizõtis,q̃ sint d e & z h:quarũ d e sit ꝓpinquior corpori luminoso a g, & z h remotior:ducaturq; p uerticẽ corporis d e radius g e t,q erit linea una p 10 huius: & p uerticẽ corporis z h ducatur radius g h b: erit itaq; p p̃missam corporis d e umbra d e t: & corporis z h umbra z h b. Dico,qđ umbra d e t est minor q̃ umbra z h b. Ducatur enim à pũcto h linea æquidistãs lineæ e t p 31 p 1, q̃ sit h k: palãq; p 2 t 1 huius,quoniã linea h k cõcurret cum linea a b, cũ qua cõcurrit eius æquidistãs,q̃ est linea e t. Et quoniã lineę h b & e t cõcurrũt in pũcto g supremo pũcto coporis luminosi: cadet ergo punctũ k p 2 & 14 t 1 huius inter duo pũcta t & b. Copuletur ergo linea e h, q̃ p 33 p 1 & ex hypothesi æqualis & æquidistãs erit lineæ d z: sed per 34 p 1 lineę e h & t k sunt æquales: lineę ergo t k & d z sunt æquales. Addita ergo linea z t utriq;, erit linea d t æqualis lineæ z k: ergo per 1 p 6 umbra z h k est æqualis umbrę d e t: quoniam sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi: sed umbra z h k est minor quàm umbra z h b: quoniam est pars eius. Ergo & umbra d e t est minor quàm umbra z h b. Patet ergo propositum.



13. Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corporis densi nulla est: eleuatæ uerò est linearis: apparet autem punctualis.

Si enim p suppositionẽ 3 in absentia luminis fit umbra:tũc patet, qđ si lineã mathematicã naturalis corporis superficiei infixã accidat luminoso corpori ꝓpendiculariter offerri,nõ impedietur,nisi unica linea radialis à trâsitu cũ alijs lineis radialibus,q̃ trâseunt ad superficiẽ illius corporis:nulla uerò aliarũ linearũ radialiũ impedit.tur ꝓpter obiectũ illius lineę:aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cũ una linea ꝓpendiculari ipsis obiecta in uno pũcto cõcurrere: qđ est impossibile, qa indiuisibilia in nullo se excedũt. Cũ aũt radius nõ sit aliud q̃ linea luminosa, ut patet p 6 diffinitionẽ: palã,qđ radius ad modũ lineę incidit superficiei corporis secũdũ pũctũ:ergo & impeditur secũdũ pũctũ: sed in allatione luminis umbra deficit p 4 suppositionẽ. Quia ergo unicus radius est impeditus,& ille incidit secũdũ pũctũ: palã,qđ nõ manet aliqua umbra. Cũ uerò linea eleuatur super dẽsi corporis superficiẽ,ubicũq; sub linea ponatur dẽsa superficies,umbra inuenitur:& si p diuersa puncta fiat descẽsus,palã qa umbra proijcitur linearis, eò, qđ inter quælibet duo pũcta est lineã mediã ducere:apparet aũt semper punctualis in cõcursu sui cum superficie corporis densi: quia ibi solùm cum umbra densitatis superficiei commiscetur. Patet ergo illud,quod proponebatur.

14. Vmbra superficiei planæ cuiuscunq; figuræ perpendicularis super superficiẽ corporis luminosi, infixæ corpori denso nulla est: eleuatæ uerò est superficialis: sed apparet linearis recta.

Hoc patet p p̃cedẽtẽ: ad quẽlibet enim pũctũ lineę terminãtis quãcunq; datã superficiẽ corpori luminoso ꝓpẽdiculariter oppositã,cõtingit ducere lineã ꝓpẽdiculariter oppositã corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarũ linearũ,superficie ꝓpposita existẽte infixa corpori denso,nulla est:ergo neq; umbra totius superficiei fit aliqua. Eleuata uerò superficie opposita ab illo dẽso corpore,umbra cuiuslibet illarum linearũ p præcedentẽ propositionẽ est punctualis: aggregata uero talia puncta uidentur lineam constituere: apparet ergo umbra superficiei taliter eleuatæ umbra linearis. Et quoniam superficies circulares ex suis diametris uel alijs perpendiculariter super corpus luminosum productis, non accipiunt nisi puncta umbrarum, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitum rectæ lineæ, fit ipsarum umbra linearis recta: non enim cauillantur umbræ à

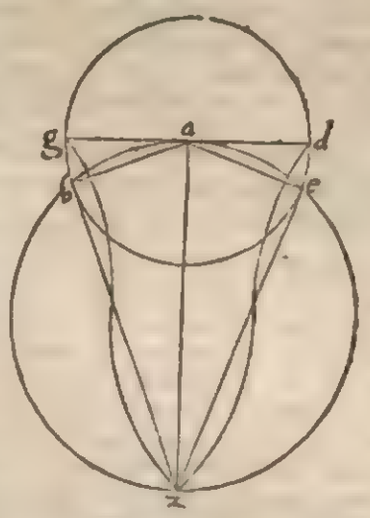
bræ à figura quorumlibet obiectorum, nisi secundum quod transitus luminis impeditur. Cuiuscunque ergo figuræ fuerit proposita superficies, umbra apparēs semper erit superficialis: uidebitur autem linearis propter præmissas causas. Patet ergo propositum.

15. Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis, contrapositæ sibi superficie perpēdiculariter corpori luminoso oppositi, infixi corpori denso umbra nulla est: eleuati uerò est corporalis: uidetur autem superficialis.

Verbi gratia: sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior superficie illius eiusdem corporis contrapositæ ipsi basi, si ipsius corporis superficies nō terminetur ad unum punctum, ut est in pyramide, quod infigatur superficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso: dico, quòd uerū est, quod proponitur. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basis, & aduersę corpori luminoso, patet, quoniam radij luminosi ex omni parte secundum lineas longitudinis perueniunt ad basim: nulla ergo fit umbra. Et idem patet, si illud corpus sit pyramidale: uel si basis sit maior sibi contrapositæ superficie aduersa corpori luminoso: tunc enim lumen nullatenus impeditur, quod tamen accideret, si superficies aduersa corpori luminoso, esset amplior ipsa basi corporis umbrosi: tunc enim impedito transitu luminis, caussaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existēte, si ipsum eleuetur ab alio corpore, cui fuit infixū, apparebit umbra superficialis: superficies enim secantes corpus, & perpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituūt lineārē per præmissam. Et quia tota superficies corporis oppositæ luminoso corpori per tales supficies exhauritur, lineę uero tales cōiunctę superficiē constituūt: palā, omnis corporis sic dispositi umbram superficialem apparere: erit autem illa umbra necessariò corporalis: quoniam erit dimensionata dimensionibus corporis: quod potest declarari, ut prius. Patet ergo propositum.

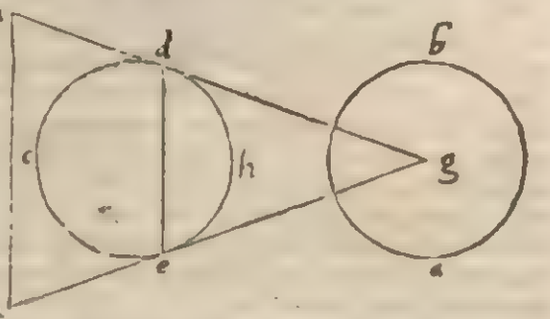
16. Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotundę, qui d g: cuius centrum sit punctum a, & diameter d g. Et quoniam lumen ad omnem differentiam positionis se diffundit, sicut patet per 6 suppositionem: sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundat super circulum d g: ducaturq; linea z a à pūcto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli: & secundum diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b: & copulentur radij z e, z b. Dico, quòd radij z e & z b sunt contingentes sphæram, uel aliud aliorum corporum: & quòd nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire. Ducantur enim à centro circuli d g (quod est punctum a) ad puncta sectionum b & e, lineę a e & a b. Palàm ergo per 31 p 3, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti: ergo per 16 p 3 patet, quòd lineæ z e & z b contingunt circulum d g: productæ ergo non secabunt circulum d g: sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineę, quę à puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, quòd aliqui longiores radij duci possint à puncto z ad illa corpora: patet per 8 p 3, quòd illę non cadent in arcum e b: ipsæ ergo productę secabunt lineas z e & z b prius, quàm perueniant ad arcus e d uel b g: duę itaq; lineę rectę includent superficiem: quod est impossibile. Et hoc quidem non solùm demonstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis: quia & ab illis longior radius in obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens. Patet ergo propositum.



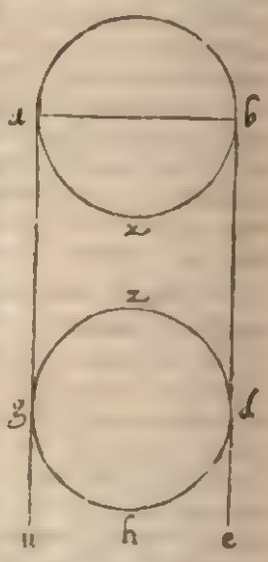
17. Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantùm à centro corporis luminosi. Ex quo patet, quòd necesse est à quolibet puncto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur, quòd radij luminosi tantùm egrediuntur à centro corporis luminosi: sit corpus luminosum circulus a b: cuius centrum g: sitq; corpus illuminatum circulus d e: & à centro g corporis luminosi egrediantur duo radij longissimi, qui possunt ab illo puncto g corpori illuminando incidere, qui per præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quę sint g d u, & g e z: & puncta contactuū, quæ sint d & e, copulentur per lineā d e: & ei æquidistanter ducatur linea u z per 31 p 1, eritque pars corporis illuminati, super quam cadit lumen, pars d b e: & pars obscura, super quam non cadit lumen, quæ d c e. Et quia pars, supra quam



non cadit radius, non illuminatur: ergo pars contenta sub terminis u d c e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquidistantes: sunt itaq; per 29 p 1 trigoni u g z & d g e æquianguli: quia angulus d g e est communis ambobus trigonis. Est ergo per 4 p 6 proportio lineæ g e ad lineã g z, sicut lineæ d e ad lineam u z: sed linea z g est maior quàm linea e g: ergo linea u z est maior quàm linea d e. Vmbra ergo corporum omnium (cuiuscunq; sint proportionis ipsarum diametri ad diametros corporis luminosi) semper est maior corpore umbroso, & semper augmentantur secundum modum, quo elongantur ultra corpus umbrosum, cuius contrarium notum est sensui. Vnde fuit suppositum in principio aliquam umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Palàm ergo est propositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solùm à centro, ut ostendimus, manifestum est corollarium: quoniam à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda: corpus enim luminosum secúdum quodlibet sui punctum unigeneum est: unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum. Patet ergo propositum.

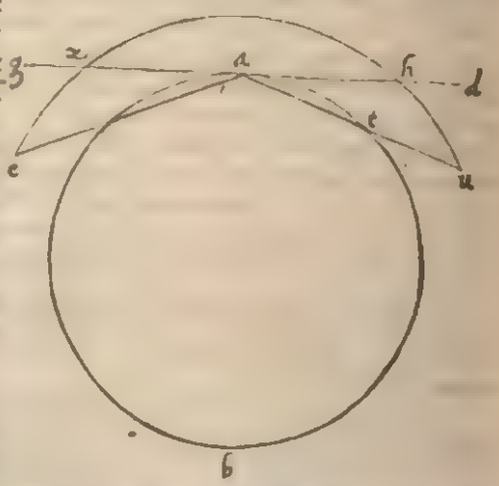
18. Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solùm æquidistanter corpori illuminando incidentes.



Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b: & corpus illuminatum d g: & producantur à corpore luminoso duo radij longiores, qui per 16 huius erunt duę lineę contingentes fines corporis g d: quę sint a g u & b d e, & sint æquidistantes ex hypothesi: pars quoq; illuminata, super quã cadit lumen, sit g z d, & pars super quã cadit umbra, sit g h d. Vmbra ergo continetur à duabus lineis e d & u g, quę sunt æquidistantes. Si ergo unicuiq; corpori illuminando correspondeat æqualis sibi pars corporis illuminantis (tunc enim solum secundum lineas æquidistantes radij incidẽt per 33 p 1) patet ergo, quòd omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ: igitur non augebitur umbra, neq; minuetur, sed protendetur semper in infinitum: quod est contra suppositionem: habet enim aliqua umbrarum terminum acutum: est ergo hoc impossibile: oppositum est ergo necessarium. Et hoc est propositum.

19. Omnis punctus corporis luminosi eam partem corporis umbrosi illuminat, ad quã ab eodem pũcto rectas lineas possibile est produci. Ex quo patet, quòd unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus: non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminent, & non ab alia: non tamen ab uno puncto corporis luminosi ad quodlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ produci: & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b: quem contingat linea d g super punctum a per 17 p 3: sitq; corpus illuminatum concauum arcus e u, & secet ipsum linea d g super duo pũcta z & h. Dico, quòd possibile est omnem arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi: quoniam, ut patet, possibile est, ut ab omni puncto arcus z h ducatur linea recta ad punctũ a: sed ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile per 16 p 3: quoniam inter lineam g d contingentem circulum, & inter ipsum circulum a b aliquam lineam rectam intercipi est impossibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctorum illorũ arcuũ ducatur ad punctũ a, illa necessariò secabit circulum, sicut linea u a secat circulum a b in puncto t, priusquà perueniat ad pũctũ a. Et similiter est de omnib. lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctũ a productis: oẽs enim secant circulũ a b in alio puncto ab ipso puncto a, priusquà perueniãt ad punctũ a. Radius itaq; exiẽs à puncto a, nõ illuminat ambos arcus u h & z e, sed solũ arcũ h z: sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quib. ad eosdem arcus rectę possunt produci lineę, nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq. corporib. illuminatis: quoniã si corpora cõcaua (de quibus plus uidetur, quòd possint ab uno puncto illuminari) nõ illuminantur ab uno puncto corporis luminosi: ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia conuexa, possunt ab uno puncto luminosi corporis illuminari. Patet ergo propositum & eius corollarium.



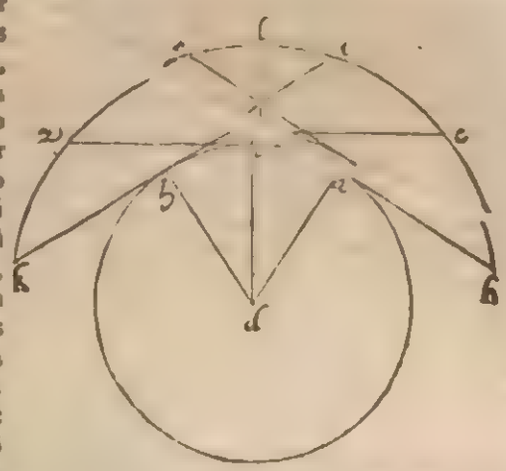
20. A punctο cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam,

neam, quæ ab illo puncto ad oppositam superficiem duci potest: unica tantùm linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente. Ex quo patet, lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quòd enim lux cuiuslibet puncti corporis luminosi diffundatur secundum omnem lineâ ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti, ad omnem positionis differentiâ, hoc patet per præmissam. Quòd autem unica tantû linearum ab aliquo uno puncto corporis luminosi productarû ad superficiê unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20 11 huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ: omnes uerò aliæ lineæ ab eodem puncto productæ incidunt obliquè. Patet ergo ex hoc, quod cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundum pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in puncto corporis luminosi & basis in superficie corporis obiecti: & hoc quidem instrumêtaliter patet per 1 huius. Lumine enim trâseunte foramen instrumenti, cuius cêtrum est punctum m, & diffuso ipso in partem oppositam oræ instrumenti secundum circulum, cuius centrum est punctum p: erit circulus p maior circulo m: qd̃ sentibiliter potest uideri, computatis hinc inde partibus in ora instrumenti, quæ interiacêt peripherias illorum circulorum & centra. Patet ergo propositum.

21. Corporis umbrosi pars, quæ à pluribus partibus corporis luminosi lumen incidit, plus illuminatur, quàm pars, cui à pauciorib. Ex quo patet, unum: quodq; umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentem plus illuminari.

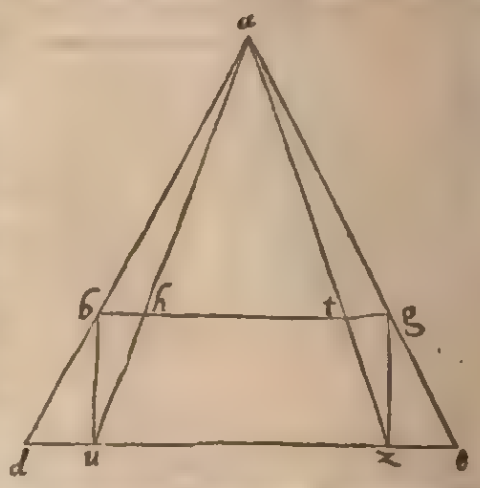
Sit corpus luminosum circulus a b g: cuius centrum sit punctû d: sitq; arcus sui cõuexitate respiciens corpus illuminandum (qui a b g) diuisus per æqualia in puncto b: & ducatur linea z c contingens circulum in puncto b per 17 p 3: & in puncto g contingat circulum linea i k, & in puncto a linea t h: sitque corpus umbrosum arcus k z t i c h: ducatur quoq; linea d b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum: eritq; hæc perpendicularis super lineâ c z, contingêtem circulû in puncto b per 18 p 3: unaquæq; igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19 huius: punctus ergo l illuminatur à puncto a. Similiterq; arcus k i illuminatur à puncto g: ergo & punctus l, totusq; arcus z c illuminatur à pũcto b: ergo & punctus l: punctus itaq; l illuminatur à tribus punctis corporis luminosi, scilicet punctis a, b, g, & totus arcus t i est communis illuminationi trium punctorum a, b, g: arcus uerò c i est cõmunis duabus tãtùm illuminationib. punctorum a & b: arcus quoq; z t est similiter cõmunis duabus tãtû illuminationib. punctorum b & g: quoniam est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis: arcus uerò h c illuminatur tãtùm ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantû puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatum habet lumen, quod arcus z t & c i habent duplum, & quod arcus c z & z k habent simplû: magis ergo omnib. alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineam perpendicularẽ, quæ est l d: & illuminatio duorum arcuũ z t & c i est æqualis: quoniam à totidem punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius: ipsorû uerò amborum illuminatio maior est illuminatione duorum arcuum c h & z k: eritq; semper proportio excessus illuminationis secundum numerum punctorum corporis illuminantis, respicientis partem corporis illuminati. Patet itaq; ex iis, quoniã semper id, quod est propinquius perpendiculari, fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari: super ipsum namq; plus luminis cadit, quòd à pluribus luminosis partibus illuminatur. Quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corporum quocunq;: exemplificauimus aût istum in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari. Patet ergo propositum.



22. Omne corpus umbrosum puncto luminoso propinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

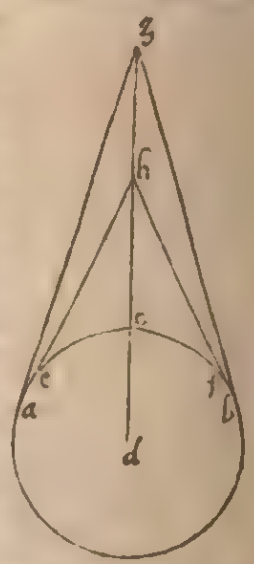
Sit corpus luminosum in puncto a: & corpus illuminatum sit apud lineâ b g: & copulentur lineæ a b & a g. Virtus itaq; corporis a illuminans corpus b g, illuminat etiã aerẽ mediũ, qui continetur in triangulo a b g: & ducatur linea d e æquidistans lineæ b g per 31 p 1: sitq; linea b g propinquior corpori luminoso in puncto a existenti cui corpus d e. Dico, quòd corpus b g fortius illuminatur quã corpus d e. Sit enim, ut radius a b cadat in punctum d, & radius a g in punctum e: & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis, quæ sit b u: & a puncto g perpendicularis, quæ sit g z per 12 p 1. Erit ergo per 34 p 1 linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ g z. Ducãtur itaq; lineæ u a & z a: hæ ergo secabunt lineam b g per 21 huius: secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t. Quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g est diffusa per totum triangulũ a b g: uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori b g, est diffusa solùm per trigonum a h t: & quia

quia per 1 p 6 triangulus a b g est maior triángulo a h t, quoniam basis b g est maior basi h t: plus itaq; luminis diffusum est in trigono a b g, quàm in trigono a h t: in quolibet enim istorum triangulorum puncto est lumen æqualiter diffusum. Lumen ergo incidens corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quá corpus b g: quia paucius sibi lumen incidit: proportio enim uirtutis luminis incidentis lineę h t ad impressionẽ suá in corpus u z, est minor ꝓportione uirtutis incidentis lineę b g ad impressionẽ suam in corpus u z per 8 p 5: quoniam, ut patet ex prę missis, lumen incidens lineę b g, est plus lumine incidente lineę h t. Proportio uerò uirtutis incidẽtis lineę h t ad impressionẽ suam in corpus u z, est sicut proportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionẽ suam in corpus b g per 6 huius: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio uirtutis peruenientis ad lineá h t, ad uirtutẽ peruenientẽ ad lineá b g, sicut impressionis factę in corpus u z ad impressionẽ factá in corpus b g: sed ꝑ ꝓmissa lumẽ pueniens ad lineá h t est debilius lumine pueniẽte ad lineá b g. Ergo impressio pueniẽs à linea h t in corpus u z, est debilior impressiõe pueniẽte à uirtute luminis incidẽtis lineę b g in corpus b g. Corp⁹ itaq; ꝓpinqus corpori luminoso fortiꝰ illuminatur q̃ remotius ab eodẽ. Et hoc est ꝓpositũ.



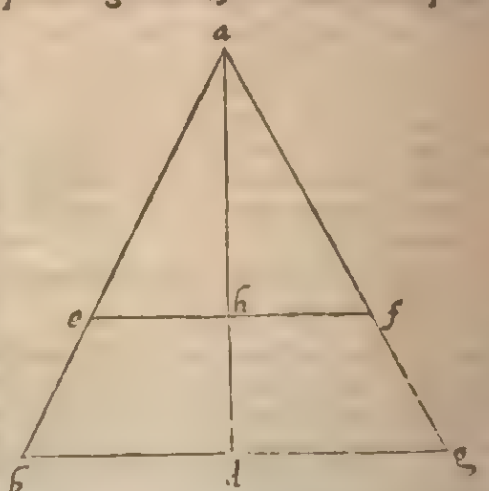
23. Punctо remotiori à corpore luminoso incidunt radij à plurib. punctis corporis luminosi, quàm punctо propinquiori.

Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius centrum d: & ducatur perpendicularis d g, in qua signentur duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico, quòd puncto remotiori, qui est g, incidunt radij à plurib. punctis corporis luminosi, q̃ ipsi puncto h. Ducántur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctum g. Et similiter ducantur radij lógissimi à corpore luminoso ad punctũ h: erunt itaq; per 16 huius illi radij cótingentes sphęrá. Contingant itaq; radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes pũcto h, contingant sphæram in punctis e & f: palamq; per 60 11 huius, quoniam puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta a & b. Quia itaq; punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs: punctũ uerò g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositũ: quoniam punctũ g illuminabitur a superficie corporis luminosi, quá per æqualia diuidit arcus a c b: & punctum h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quá per æqualia diuidit arcus e c f: tamen propter radiorum fortitudinem, quæ consequitur ipsorum breuitatem, fortius illuminabitur punctũ h a paucioribus radijs, quá punctum g a plurib. multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorum obliquè incidentium & debilium, sed in puncto propinquiori fortificatur lux ex breuitate radij, secundum quam à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



24. Omne corpus luminosum minus spatium, à quo non egreditur, fortius illuminat quàm spatium maius illo.

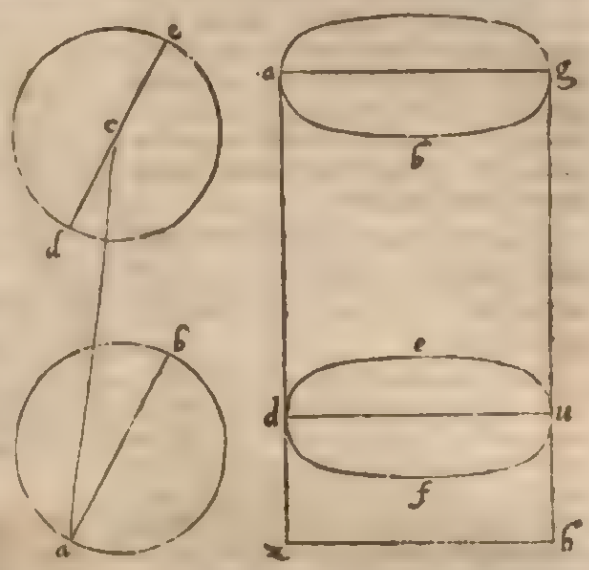
Quod hic proponitur, satis patet per exemplũ: una enim candela paruam cameram fortius illuminat quá domum uel cameram maiorem: potest tamen idem figuraliter demonstrari. Esto enim, ut sit pũctus aliquis corporis luminosi a: à quo per spatiũ magnũ, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d: & sit radius a d perpendicularis super lineam b g: illuminatur itaq; spatium totum b g secundum has lineas à puncto a sibi incidentes. Abscindatur itaq; à linea a b linea a e, ut placuerit, & à linea a g abscindetur lineá a f æqualis lineæ a e: productaq; linea e f secet lineam perpẽdicularẽ, quę est a d, in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spatium, ne lumen ultrà pertranseat, erit illud spatium minus spatio terminato p lineam b d g per 2 p 6. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniunt ad lineam e f: plus ergo aggregantur radij in spatio e f quá in spatio b g: fortiores ergo fiunt, cum sint uirtutis plus unitæ: magis ergo agunt quá in spatio b g, in quo sunt diffusiores. Plus ergo illuminatur spatium minus, cùm ad eius terminos uirtus luminis terminatur, quàm spatium maius illo. Et hoc est propositum.



25. Omnis

25. Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi: alicui diametro illius corporis æquidistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens superficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrũ sit punctum c. Dico, quòd linea a b æquidistat alicui diametrorũ corporis c. Ducatur enim linea a c à termino lineę a b ad centrum corporis luminosi: & super punctum c terminum lineæ a c fiat angulus æqualis angulo b a c per 23 p 1, qui sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni: lineę ergo d c & a b æquidistant adinuicem per 27 p 1. Et quoniam linea c d est ducta à cẽtro corporis luminosi: patet, quòd ipsa est pars diametri sphærici illius corporis. Producta ergo diametro d c e, patet, quòd ipsa æquidistat lineæ a b. Et hoc est propositum.

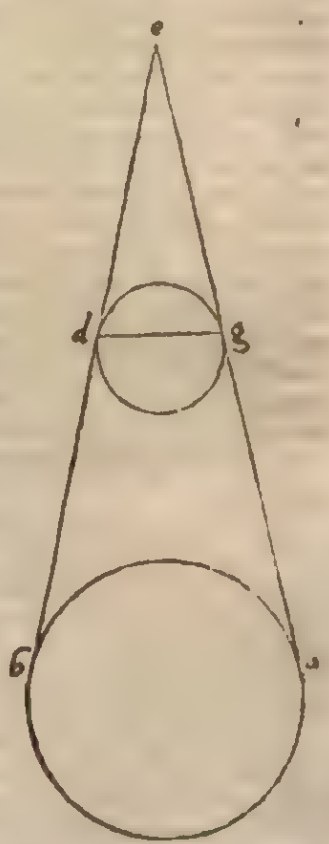


26. Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminãdi: tantũ eius medietas illuminatur: & umbra sit æqualis rei in infinitum protensæ. Aristarchus Samius in libro de magnitudinib. & interuallis solis & lunæ.

Esto corporis illuminantis diameter a g: cuius pars aspiciens corpus illuminandũ sit a b g: diameter uerò corporis illuminandi sit d a ęqualis ex hypothesi, & per pręmissam ęquidistãs diametro a g: & superficies illuminata sit d e u. Dico, quod d e u est medietas superficiei corporis illuminandi. Ducantur enim radij a d & g u. Quia itaque diameter a g est æqualis & ęquidistans diametro d u per hypothesim & per pręmissam: palàm, quod radij a d & d u sunt æquidistantes & æquales per 33 p 1: ergo in infinitum protracti nunquá cõcurrent. non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrũ d u. Eius ergo corporis tantum medietas illuminatur: protenditur enim umbra in infinitum æqualis diametri cum diametro corporis: & est extenta inter lineas d z & u h, & est linea z h ęqualis lineæ d u. Portio itaque arcus d f u, quę est medietas totius superficiei corporis d e u: & linea d z & u h continent umbram æqualẽ rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum. Patet ergo propositum.

27. Diametro corporis luminosi sphærici existẽte maiore diametro corporis sphærici illuminandi: plus medietate corporis illuminatur: & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati, concurrens ad punctum unũ retro corpus. Aristarch⁹ Samius in libro de magnitudinib. et interuallis solis et lunæ.

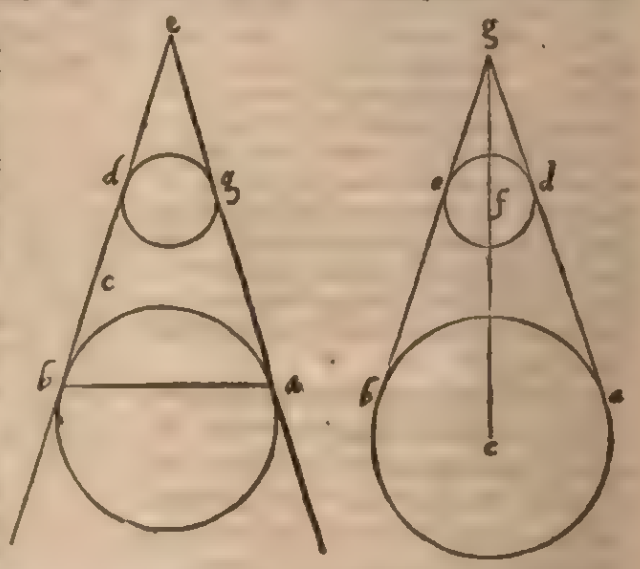
Sit corpus luminosum contentum circulo a b: & sit corpus umbrosum illuminandũ contentũ circulo g d: & sit diameter circuli a b maior diametro circuli g d: & sint radij incidentes a g & b d: ij ergo radij necessariò cõcurrent ultra corpus g d. Si enim nõ cõcurrant, tunc æquidistabunt: necessariũ ergo erit diametros a b & g d esse æquales, quod est cõtra hypothesim: cõcurrant itaq; in pũcto e: patet ergo, quòd radij a g & b d nõ transeunt terminos diametri circuli g d: si enim transeãt, palá, cũ illi radij per 16 huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erũt recti per 18 p 3. In triãgulo ergo g d e sunt duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32 p 1: palá ergo, quod radij a e & b e nõ transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos cõtingunt superficiẽ corporis illuminãdi: magis ergo medietate corporis illuminatur. Et quia minor circulus illius sphærici corporis cõtinet umbram, patet, quòd basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati. Quod est propositum.



28. Diametro corporis luminosi sphærici existẽte minore diametro corporis illuminandi sphærici. minus medietate illuminatur: & est umbra multò maior corpore illuminato in infinitũ ptẽsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g: & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b: & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b: concurrent itaque radij g a & b d ultra corpus luminosum g d per præmissam

missam diametrorum proportionem: concurrant ergo in punctο e ultra diametrum corporis d g: ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b: quia si sic erunt, ut in præmissa per 16 & 18 p 3 trigoni a b e duo anguli recti: quod est impossibile: minus ergo medietate corporis a b illuminatur. Et quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra ultra illum protensa semper dilatatur, cum per 14 t 1 huius radios g a & g b ad illam partem cõcurrere sit impossibile: patet, quòd umbra extẽdetur in infinitum. Et hoc est quod proponitur. Et per hęc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidib. potest demonstrari: idem enim in illis est demonstrandi modus.

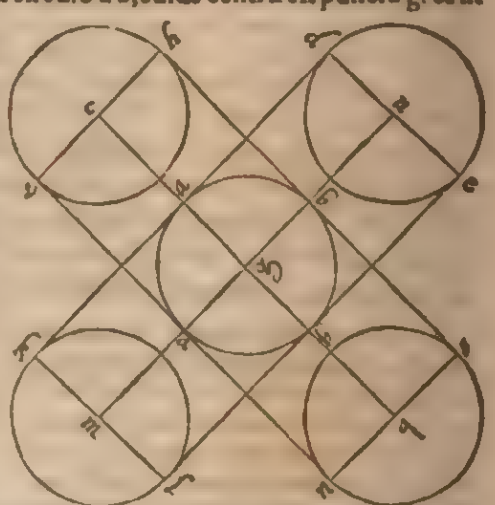


29. Superficiem planam super mediũ umbræ erectam, corpus umbrosum & corpus luminosum, per æqualia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum c: & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f: sitq; punctus in medio umbrę, qui sit g: & copuletur linea f g: cadet itaq; linea f g in mediũ umbrę: superficies itaq; erecta super medium umbræ, necessariò erit erecta sup lineam g f: transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi: necessariò ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea, quæ ostensa sunt in principio huius. Patet ergo propositum.

30. Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse. Ex quo patet, tot esse umbras eiusdẽ umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super quod cadit lumen, quod cõtinetur à circulo a b, cuius centrũ est punctũ g: & sit unum corporũ luminosorũ contentũ à circulo d e, cuius centrũ est u: sitq; aliud corpus luminosum cõtẽtũ à circulo z h, cuius cẽtrũ est c: uidebitur itaq; umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cũ ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia: illa necessariò trãsibit p lineã u g m: secabit ergo per æqualia ipsam umbrã: quia perpẽdiculariter erecta trãsit per ipsius corporis centrũ, quod est punctũ g. Similiter quoq; supficies diuidẽs per æqualia ambo corpora z h, & a b transit per lineam c g ductã per centra illorũ corporum: sed eadem pertransit centrũ umbrę cõtentę sub lineis a n & b s secundum punctũ medium ipsius, qui sit q. Illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet etiã umbram per duo æqualia. Et quoniã superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde p æqualia sunt diuisæ: patet quòd secundũ ipsas numerantur etiam & umbrę: patet ergo propositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbrę eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.



31. Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit: propinquioris uerò magis.

Quoniam enim, ut patet per 22 huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso propinquius, illuminatur fortius corpore plus distãte: patet, quòd umbra corporis propinquioris plus priuat luminis: radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet nigrior, & plus umbrescit: quoniã radij terminantes illas umbras, sunt plus luminosi, propter quod etiam plus apparent umbræ in præsentia illorũ: Corporis uerò remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis: radij quoque continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis: umbra ergo inter illos radios apparet debilior: minus ergo umbrescit. Patet ergo propositum.

32. Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unũ corpus umbrosum obiectũ pluribus corporib. luminosis: palã ergo per 30 huius, quoniam tot erunt umbræ eiusdem corporis umbrosi, quot ipsum opponitur corporib. luminosis. Si itaq; accidat, ut umbrę se intersecent: dico, quòd umbra multiplicata plus umbrescit: quęlibet enim umbrarum aufert aliquod lumen: multiplicata ergo umbra plura auferet lumina, quæ remanent

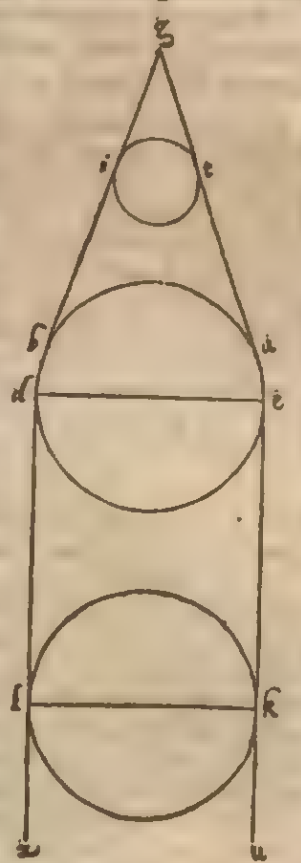
remanẽt in alijs partibus medij, in quibus umbra nõ multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra. Ergo illa simplex pfunditur aliquo lumine, qđ ad umbrã multiplicatã nõ ptingit. Multiplicata ergo umbra plus umbre ſcit: quoniã plurimo lumine priuatur locus illius umbræ. Patet ergo ꝓpositum.

33. Duo corpora, quorum unum obumbrat reliquum ſecũdum ſui medium, in eadem ſuperficie erecta ſuper corpus luminoſum conſiſtere neceſſe eſt: & ſi in eadem ſuperficie, propinquæ adinuicem conſiſtunt: unum reliquum ſecundum ſui medium obumbrabit.

Hoc, quãtùm ad primam partem, patet per 30 huius: quoniam enim ſuperficies plana corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidens eſt erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, & ipſa erigitur ſuper medium umbræ rei umbroſæ: umbra uerò cadit ſuper lumẽ corporis obumbrati: ergo oportet, quòd illud corpus obumbratum ſecundum ſui medium ſit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi. Ex hoc etiam patet ſecunda pars præſentis theorematis: quoniam ſi duo corpora propinqua adinuicem ſecundũ ſui partes medias in eadẽ ſuperficie erectã ſuper ſuperficiem luminoſi corporis conſiſtunt, unum reliquum obumbrabit: quoniam remotius à lumine, quando fuerit propinquum illi, quod plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, quod eſt propinquius lumini: ut quando idem radius tranſiens uerticem propinquioris, tranſit etiam uerticem remotioris, uel punctum aliquod, quod ſit altius illo. Patet ergo propoſitum.

34. Æquidiſtantia linearum radialium uel ipſarum concurſus non eſt totaliter per ſe ex natura radiorum, ſed ex proportione diametri corporis luminoſi ad diametros corporum umbroſorum. Ex quo patet, quòd lumen diffunditur uniformiter per aerem circumſtantem.

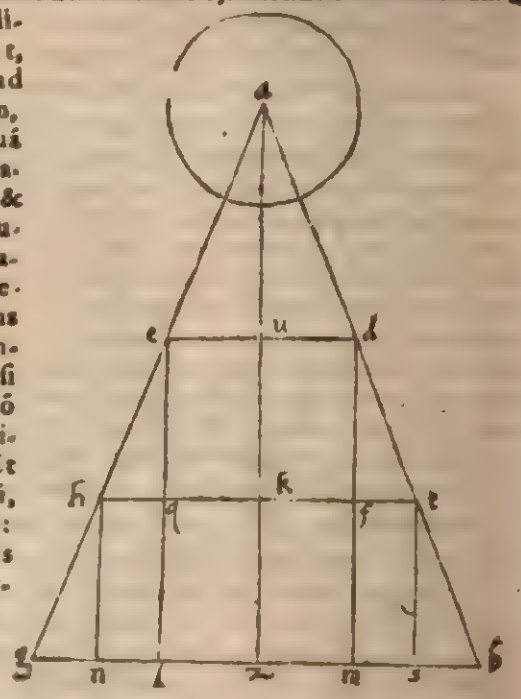
Hoc patet per 17 & 18 huius: & poteſt ſic exemplariter declarari. Sit enim corpus luminoſum circulus a b: & una linearum radialium ab ipſa egredientium ſit linea a g, & alia linea b g, & cõcurrant illæ in pũcto g: ſit item una linea e u, & alia d z: & ſint e u & d z æquidiſtantes, ſicq; corpus unum (cuius diameter ſit minor diametro corporis luminoſi) ſuper quod cadit lumen, poſitum inter duas a g & b g ſe contingentes, cuius maior circulus ſit t i: & contingat ipſum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t: & corpus aliud æquale corpori luminoſo, ſuper quod cadit lumen, ſit poſitum inter duas lineas æquidiſtantes e u & d z, illud corpus contingentes, cuius diameter ſit k l: contingaturq; à linea e u in puncto k, & à linea d z in puncto l. Vmbra itaq; proueniens à corpore t i, minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27 huius, ideo quia radij contingentes corpus t i, qui ſunt a g, b g, concurrunt in puncto g: umbra ergo corporis t i cõtinetur à duabus lineis i g & t g, & ſuperficie corporis t i, quæ eſt à parte g. Vmbra ergo finitur apud punctum g. Vmbra uerò corporis k l protenſa inter lineas æquidiſtantes l z & k u, ut patet per 26 huius, non terminatur ad aliquod punctum: quoniam illæ lineæ continentes umbram in infinitum protractæ non concurrunt. Si uerò corpus t i motum extra lineas a g & b g ponatur intra lineas e u & d z, concurrent lineæ e u & d z, & uariabitur umbra ab ipſis prius contenta ſecundum diuerſitatem proportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrum corporis luminoſi. Et ex hoc patet, quòd radij per ſe non ſunt lineæ neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquidiſtantes, neq; concurrentes: ſed accidit eis lineatio per reſpectum ad corpora, quibus incidunt: & æquidiſtantia & concurſus accidunt eis per proportionem diametrorum corporum umbroſorum ad diametros corporis luminoſi. Diffunditur ergo lumẽ uniformiter per totum aerem circumſtantem, ita, ut omnis punctus aeris, à quo poſsibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctum corporis luminoſi, illuminetur à lumine corporis luminoſi, ut patet per 19 huius. Patet ergo propoſitum.



35. Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecũdum linearum longitudinem ad æquidiſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

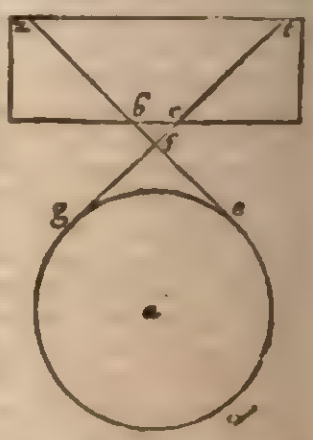
Eſto, ut à puncto medio corporis luminoſi (quod ſit a) egrediantur radij a b & a g æquales: copuletur quoq; baſis b g. & ducatur linea d e ſecans trigonum a b g citra medium ſui lateris a g æquidiſtanter baſi b g per 10 & 31 p 1: protrahaturq; à puncto a linea a z perpendiculariter ſuper baſim b g per 12 p 1, quæ ſecet lineam d e in puncto u: diuidaturq; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10 p 1, & linea d b in puncto t: ducaturq; linea h t: linea ergo h t erit æquidiſtans baſi g b per 2 p 6: ſecabit ergo lineam u z per 2 t 1 huius: ſit punctus ſectionis k. Ducãtur item à punctis e, d, h, t lineæ perpendiculares ſuper baſim b g: quæ ſint e l, d m, h n, t s: ſecabit quoq; perpendicularis e l lineam h t: ſit punctus ſectionis q, & punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f: erit ergo linea q f æqualis lineæ e d per 34 p 1: patet ergo, quòd linea h t eſt maior quàm linea e d. Quia itaq; trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29 & 32 p 1: erunt per 4 p 6 latera ipſorum proportionalia. Quia ergo, ut patuit ſuprà, linea a e eſt maior quàm linea e h: erit ergo linea e u maior quàm linea h q: ſed linea h t eſt maior quàm linea e d, ut præoſtenſum eſt: ergo per 9 t 1 huius maior eſt proportio lineæ e u ad lineam e d,

quàm lineæ h q ad lineam h t: est enim proportio lineæ e u ad lineam e d, sicut lineæ h k ad lineam k t per 4 p 6 & per 11 & 16 p 5: sed linea h q est pars lineæ h k: ergo per 8 p 5 minor est proportio h q ad h t, quàm h k ad h t. Minor est ergo proportio lineę h q ad h t, quàm e u ad e d. Eodemq; modo demonstrãdum, quod lineæ g n ad lineã g b minor est proportio, quã lineæ h q ad lineã h t: excessus itaq; basis g b super basim h t est minor excessu basis h t super basim d e: & quãtò bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tantò excessus remotiorum basium super bases uicinores plus minuẽtur. Palàm ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquidistantiam plus procedunt: & cũ quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis: tunc lineæ radiales erunt quasi æquidistãtes. Quoniam enim linea b g sensibiliter nõ excedit lineã h t: tunc erunt h g & t b radij quasi ęquidistantes secũdum sensum. Et hoc est propositum. Et fortè ad istud multũ cooperatur proprietas radiorũ, quę semper, ut potest, approximat suæ perpẽdiculari: propter quod radij omniũ punctorũ totius corporis luminosi semper concurrunt in quolibet puncto corporis illuminãdi: & sic cõstituunt pyramidẽ radialẽ.



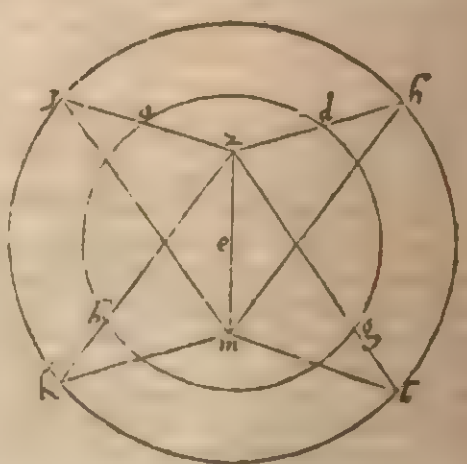
36. Lumine incidente per fenestram super corpus oppositum solidũ: erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.

Esto corpus luminosum, cuius centrum a: & circulus magnus d e g: & sit diameter fenestræ b c et sitq; linea t z in superficie corporis solidi oppositi lumini, cui incidit radius: producantur quoq; lineæ radiales tangentes peripheriã fenestræ: quæ sint e b & g c: hæ itaq; lineæ secabunt se in aliqua parte medij: sit pũctus cõmunis sectionis f: & hæ lineæ producte incidãt superficiei corporis oppositæ lumini: cadatq; linea e b in punctũ z, & linea g c in punctũ t. Quia itaq; in trigono f t z, latus t z est maius latere b c: quoniam trigonum f t z maius est trigono f c b. Et quoniã per omnem punctum peripheriæ fenestræ sic incidũt radij se secãtes: ideo quòd à quolibet pũcto corporis luminosi in totam fenestrã fit missio luminis p 20 huius: palàm, quoniã perimeter luminis incidẽtis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ. Et hoc ꝓponebatur.



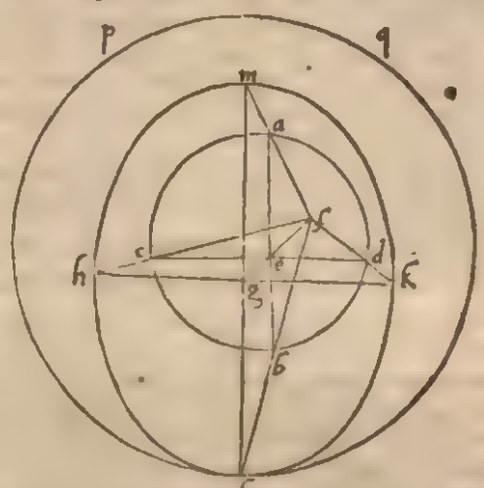
37. Ad centrũ circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpẽdiculariter incidẽte: lumen in superficie densi corporis æquidistante superficiei foraminis est uerè circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius cẽtrum e: cui sit ęquidistans superficies solidi corporis f h k l: & erigatur à centro e linea e z, perpendiculariter super superficiem a b g d circuli: in quocunq; itaq; puncto lineæ e z sit centrum corporis luminosi, dico, quòd lumen incidẽs superficiei f h k l, est uerè circulare. Palàm enim per 6 5 t 1 huius, quoniam omnes lineę z a, z b, z g, z d ductæ à polo z ad circumferentiam, sunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 p 1. Producatur itaq; linea z e ultra punctũ e ad superficiem æquidistãtem circulo foraminis, quæ est f h k l: incidetq; perpendiculariter super illam per 14 p 11: sit ut incidat in punctum m: producaturq; linea z b ad superficiem f h k l in punctum k, & linea z a in punctũ f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l: eruntq; lineæ a f, b k, d h, g l per 25 t 1 huius æquales propter æquidistantiam superficierum & æqualitatem angulorum: tota ergo linea z f erit æqualis toti lineæ z h: & z k æqualis lineæ z l. Ducantur quoq; lineæ f m, h m, k m, l m. In trigono itaq; f m z basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4 p 1: eodemq; modo erit linea k m ęqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m. Palàm ergo per 9 p 3, quoniam superficies f h k l est circularis: & ipsa est, ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestram a b g d: quoniam de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio. Patet ergo propositum.



38. Per centrũ circularis foraminis radio luminoso obliquè incidẽte superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis: lumẽ incidẽs erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestræ, & super superficiẽ corporis substrati.

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrum e: cui sit superficies æquidistans h m k l: & sit f centrum corporis luminosi: sitq; primò ut linea f e obliquè cadat super superficiem circuli a b c d: hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter obliquè propter æquidistantiam superficierũ, argumento 23 t 11 huius: incidat itaq; in punctum g: & ducatur linea a e b diameter circuli: sit itaq; angulus a e f acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus b e f obtusus: ducãtur ergo lineę f a, f b. Et quia quadratum lineæ f a ualet minus duobus quadratis linearum e f & e a, per 13 p 2, & quadratum lineæ b f est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e per 12 p 2: quadratũ uerò lineæ b e æquale est quadrato lineæ a e: quia sunt æquales semidiametri: & quadratum lineæ f e est commune: patet, quòd quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a: ergo linea f b est maior quàm linea f a: productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l: si linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l: erit linea f l maior quàm linea f m per eadem, quæ prius: copulatisq; lineis l g & m g ad punctum g, cui incidit radius trãsiens centrum foraminis fenestræ: erit quoq; per 2 p 6 & per 11 p 5 proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a: quoniã utrarumq; illarum proportio est adinuicẽ, sicut lineæ g f ad lineam f e: est ergo per 16 p 5 proportio lineæ l g ad lineam m g, sicut lineæ b e ad lineam e a: sed linea b e est æqualis lineæ e a: ergo linea l g est æqualis lineæ g m. Ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continuentur lineæ f c, f d: producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k: & ducatur linea h g k. Et quoniam superficies, in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestræ, quoniam omnes alię superficies, in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei obliquè (sic enim accipimus lineam a b) erit ergo superficies a f b erecta super superficiẽ circuli fenestræ. Palàm ergo, quia angulus f e d est æqualis angulo f e c: est ergo per 4 p 1 linea f d æqualis lineæ f c: ergo, ut prius, erit linea h g æqualis k g, & linea f h æqualis lineæ f k, & f g est communis: & quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineam f g: palàm per 4 p 11, quòd linea h g est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ f g & m g: ergo per 18 p 11 erit superficies h m k l erecta super superficiem f m g: ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l. Imaginetur ergo à puncto g termino axis, qui est f g, circumduci pyramidi illuminationis circulus per 102 t 11 huius: erit ergo per 100 & 89 t 11 huius axis f g erectus super illum circulum, & ipse est obliquus super superficiẽ h m k l: erit ergo per 103 t 11 huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l. Patet ergo propositum. Et si superficies fenestræ circularis sit basis pyramidis illuminationis, ita quòd cẽtrum corporis luminosi sit polus circuli fenestræ, & axis erectus sit super superficiẽ fenestræ, superficies uerò solidi corporis excipientis radios luminis, non fuerit æquidistans superficiei fenestræ: adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis: quod est præmisso modo demonstrandũ: ducta enim per 102 t 11 huius à pũcto l termino longioris radij, qui est f l, superficie æquidistante superficiei fenestræ: patet per 100 t 11 huius, quòd illa superficies secabit pyramidẽ illuminationis secundũ circulum, qui sit l p q. Ergo superficies h m k l secat ipsam secundũ pyramidalem sectionem. Patet ergo propositum.



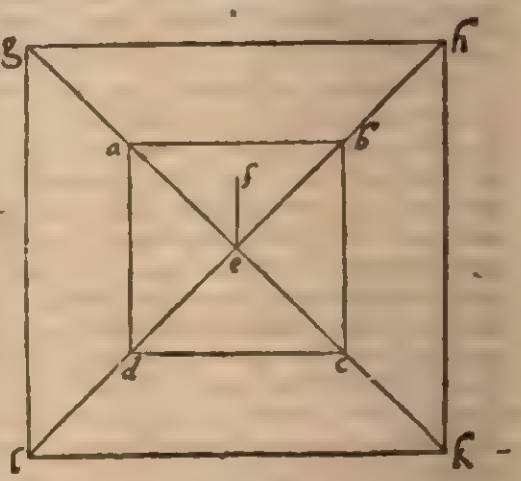
39. Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

Quod hic proponitur, patet per 35 huius. Quoniam enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt: patet, quòd radij secundum foraminum angularium dispositionem ipsis angulis incidẽtes, se applicant æquidistantiæ radij perpẽdiculariter uel circa superficiei foraminis incidentis: retrahunt ergo se ab angularitate, & sic lumen superficiei foramini obiectæ incidẽs incipit rotundari. Et quoniam, ut patet per 20 huius, à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem lineam, quæ ab illo pũcto ad oppositam superficiẽ duci potest: omnes enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt: patet, quòd ipsi in quolibet puncto se intersecent, & radij inferiorum punctorum ipsius corporis luminosi in punctis linearũ fenestrę alios radios superiorum punctorum secant, & ultrà protenduntur: & sic lumen huiusmodi fenestras pertransiens rotundatur: quod non adeò accideret, si solùm ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes. Patet ergo propositum.

40. Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente: lumen superficiei corporis æquidistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatem aliquam accedens.

Sit centrum corporis luminosi e: & foramẽ quadratum sit a b c d: cuius puncto medio (qui sit f)

incidat perpendiculariter radius e f: sitq; superficies corporis densi æquidistans superficiei foraminis, quæ est g h k l. Dico, quòd lumẽ incidens illi superficiei, erit figuræ quadratæ: fiunt enim duæ pyramides unum uerticem habentes punctum e, quarũ maioris basis est g h k l, minoris uerò basis est a b c d, & earum bases sunt æquidistantes: sunt ergo similes per 99 t 1 huius. Quia ergo basis a b c d ex hypothesi est quadrata, patet, quod & basis g h k l est quadrata. Et est hoc propositum primum. Quoniã uerò per 35 huius radij longiores ad aliquam æquidistantiam accedunt: accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem, propter compressionem radiorum, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearũ terminatium fenestras, ut diximus in præmissa. Patet ergo propositum.



41. Per medium quadrati foraminis radio obliquè incidente superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis: lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis æqualiter arcuatis.

Esto, ut in præmissa, centrũ corporis luminosi punctũ e: & peripheria quadrati foraminis a b c d, cuius medio puncto, qui sit e, obliquè incidat radius e f: sitq; superficies corporis densi substrati illi foramini, quæ g h k l, cui similiter obliquè incidat radius. Dico, quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior. Quoniam enim illæ superficies non sunt bases pyramidum illuminationis, sed solum secantes illas pyramides obliquè, patet per 99 t 1 huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l (siue earum superficies æquidistent, siue non æquidistent) sunt figuræ altera parte longiores: quoniam illæ figuræ, quę secundum illa puncta, quibus axis e f propositis superficiebus obliquè incidit, pyramides terminant, sunt ambæ quadratæ: reliquæ uerò obliquè secundum illa pũcta axi incidentes, sunt ambæ altera parte lõgiores. Patet ergo ꝓpositũ primũ. Et quoniã, ut patet per 35 huius, radij longiores quasi ad aliquã æquidistantiam accedũt, patet, quòd anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, sicut & in duabus præmissis declaratũ est. Et hoc est propositũ.

42. Per medium secundi diaphani densioris primo radius perpendicularis ductus à cẽtro corporis luminosi super superficiẽ ebn. It corporis semper penetrat irrefractus. Alhazen 3 n 7.

Huius propositionis probatio plus experientiæ instrumẽtorum innititur, quàm alteri demonstrationum. Cum ergo quis experiri uoluerit modum fractionis radiorum luminosorum in medio secũdi diaphani densioris primo, ut in aqua, quæ est densior aere: assumat uas rectarũ orarum qualiscunq; uoluerit materiæ uel figuræ, dum tamẽ sit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non minor diametro instrumenti, quod faciendum præmisimus in prima huius: & planẽtur oræ illius uasis, donec superficies per eius oras transiens sit æqualis plana: & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratum uisibile, ut aliquod numisma uel res picta diuersi coloris: deinde impleatur uas aqua clara. Cùm ergo quieuerit motus aquæ, si aspiciens uisum perpendiculariter proiecerit super medium numismatis, uel picturæ: inueniet figuram & colorem & ipsorum situm & partium ordinationem eo modo, quo sunt secundũ se ordinata, si in aere uiderentur. Cõsideret ergo experimentator illũ sui corporis situm, siue sit stans siue sedẽs, & sui distantiam à uase, & situm ipsius uasis, & omnia circumstatia illam uisionem. Ponatur itaq; uas illud plenum aqua clara in loco, in quo splendet sol, & sistatur uas taliter, ut superficies circumferẽtiæ uasis sit æquidistãs horizonti: hoc autẽ potest perpẽdi ex hoc, si superficies aquę sit æquidistãs peripheriæ uasis. Deinde imponatur instrumentũ in hoc uas, ita quòd pinnulæ super extremitates regulæ existẽtes superponãtur oræ uasis ex utraq; parte: tũc ergo medietas instrumenti cũ tota regula erit intra uas: deinde auferatur aqua, donec superficies aquæ secet cẽtrum instrumẽti: & reuoluatur instrumẽtum in circuitu uasis, donec oræ super aquã obumbrent alias sub aqua: & tunc retẽta regula cum altera manuum, reuoluatur instrumẽtum cum reliqua manu in circuitu sui centri, donec lumẽ solis pertranseat foramẽ l m n, quod est in ora instrumẽti, & foramẽ laminæ quadratæ, & perueniat ad superficiẽ aquæ, quia lumẽ pertransiens foramen rotundũ ampliatur semper per 36 huius. Sistatur quoq; taliter instrumentum, ut lumen cadens super laminam secundi foraminis, quod est x y z, situm habeat æqualẽ: & tunc experimẽtator reductis manibus ab instrumento, secundum omnem situm & modum, quo prius aspexit numisma, inspiciat ad fundũ aquæ ex parte quartæ instrumẽti, cuius ora est abscissa, quæ est a d: inueniet q; lumẽ pertransiẽs ex duobus foraminibus super superficiem oræ alterius, quæ est intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium circulorum æquidistanter signatorum, aut addens super distantiam illorum circulorum modicũm: & erit additio æqualis ex duobus lateribus circulorum. Ex quo patet, quòd medium punctum huius luminis cadit in aliquod punctum circumferẽtiæ medij circuli illorum trium circulorum, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignũ minutum in interiori parte foraminis oræ instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter, & tunc inspiciẽti, ut prius, uidebitur umbra acus in medio

dio lucis oppoſitæ,per n huius,diuidens eum per æqualia. Deinde retrahatur acus,donec acumen eius ſit in medio foraminis,& erit umbra extremitatis acus in medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquę, & eius,quæ eſt intra aquam: & uniuerſaliter ſecundum quam proportionem acus peripheriam foraminis ut chorda abſcinderit; ſecundum eandem proportionem umbra acus peripheriam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindet:acu uerò penitus remota,lumẽ reuertetur. Palàm ergo ex his,quòd punctus,qui eſt in medio lucis intra aquam exiſtẽtis,exit à punctο medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis: & quòd punctus medius huius lucis exit à luce; quæ eſt in centro foraminis ſuperioris. Lux ergo,quæ peruenit ad cẽtrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per duo puncta m & y,quę ſunt centra amborum foraminum, tranſeuntis:& hęc linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorũ:& eſt pars diametri illius circuli,quæ eſt m p,cũ ſit æquidiſtans diametro circuli in baſi inſtrumenti exiſtẽtis,quæ eſt f e g. Punctus ergo,qui eſt in medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ,eſt in ſuperficie huius medij circuli: ſed & punctus in medio lucis intra aquam exiſtentis,eſt in circumferentia medij circuli:hæc ergo duo puncta erũt in ſuperficie medij circuli:ergo & tota illa linea erit in ſuperficie medij circuli per 1 p 11. Quòd ſi lux,quę eſt in ſuperficie aquæ,non fuerit manifeſta:mittatur regula minor in aquam,& ſuperficies eius,in qua ſignata eſt linea; diuidens ſuperficiem eius latitudinis per æqualia,applicetur ſuperficiei aquæ, ut fiat una ſuperficies cum illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumẽti. Palàm ergo ex præmiſſis in 1 huius,quia linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ,eſt in ſuperficie medij circuli per m & y centrà duorum foraminum tranſeuntis: apparebitq; lux,quæ eſt in ſuperficie aquæ,ſuper ſuperficiem regulæ, & mediũ illius lucis ſuper lineam, quæ eſt in medio regulæ. Et ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris,obumbrabitur linea, quæ eſt in medio regulæ: & ſi acumen acus ponatur ſuper cẽtrum foraminis,cadet umbra acuminis acus in medio lucis,quæ eſt ſuper regulam,& ablata acu redibit lumen. Sic ergo apparebit lumẽ cadens ſuper ſuperficiem aquæ,apparitione manifeſta: & patebit,quòd lux incidens cẽtro foraminis ſuperioris, ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centra duorum foraminum. Et quoniá ſuperficies aquę tranſit centrum inſtrumenti,& ſuperficies regulæ eſt una cum ſuperficie aquæ: ſuperficies itaq; regulæ tranſibit centrum inſtrumenti. Erit ergo remotio centri lucis à centro inſtrumenti,æqualis medietati latitudinis regulæ,quæ eſt æqualis perpendiculari, cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti: erit ergo centrum lucis,quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ,cẽtrum medij circuli. Reuoluatur ergo regula,donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrũ inſtrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulũ eius per æqualia,ſit in centro luminis,quod eſt intra aquam:acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij: punctus ergo lineæ ſuperficiei ſuperioriẽ regulæ,qui eſt in ſuperficie aquæ,eſt centrũ medij circuli,& lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ:& erit illa linea ſemidiameter circuli medij. Immittatur ergo acus longa in aquam ita,ut acumen ipſius ſit in punctò anguli regulæ,ſecabitq; umbra acus lucem,quæ eſt intra aquam, eritq; umbra acuminis acus ad finem regulæ, quæ eſt in medio lucis. Et ſi fixo acumine acus,moueatur acus: umbra acus mutabit ſitum ad diuerſas partes lucis: umbra tamen acuminis non mutata à medio lucis: ablata uerò totaliter acu,redibit lux totalis. Idem quoq; accidit,in quocunq; punctò lineæ, quæ eſt in ſuperficie regulæ, poſitum fuerit acumen acus. Ex quo patet,quòd lux exiſtens in aliquo punctò lucis intra aquá,procedit à punctò ſibi ſimili in luce,quæ eſt in ſuperficie aquæ,& quòd à medio punctò lucis, quæ ſuper aquam ad medium punctum lucis intra aquam protenditur radius ſecundũ lineam rectam, quæ eſt medium regulæ. Ex quo patet, quòd tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per 1 p 11 Et hoc eſt,quod circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare.

43. In medio ſecũdi diaphani,quod eſt denſius primo diaphano, fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diaphani ſecundi ad perpendicularem, exeuntem à punctο refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. Alhazen 4 n 7.

Experimentaliter etiá & hoc propoſitũ theorema poteſt declarari. Oppoſito enim foramine ſuperioris inſtrumenti obliquè ipſi corpori ſolari, ita, ut radius obliquè incidat ad oram inſtrumẽti oppoſitá foramini,& perforato per modũ,quo in præmiſſa,centro lucis,quę eſt intra aquá:ſignetur illud per puncturam ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumẽti, & inuenietur illud centrũ non in linea g k perpendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſita lineæ f h,in quá eſt foramẽ oræ inſtrumenti;ſed declinabit ab illa linea ad partem,in qua eſt ſol: eritq; inter hoc centrũ lucis & pũctum p, (quod eſt communis differentia lineæ g k,perpendicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti,& circũferentiæ circuli medij tranſeũtis per m & y cẽtra foraminũ) diſtantia ſenſibilis. Mittatur itaq; regula in aquam,& applicetur ſuperficies laminæ,ita,quòd terminus latior regulæ ſit ſupra centrũ laminæ: & moueatur regula,quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ,quo ad ſenſum:erit itaq; centrum lucis,quod eſt intra aquam, inter acumẽ regulæ, & lineam g k perpendicularem ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti. Patet ergo ex hoc,quòd hęc refractio eſt ad partẽ perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ. Hoc ita inuento ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatorum circulorũ ſuper punctũ extremum perpendicularis, exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ, ſignum fixũ per ferri duri puncturam. Et quia patuit per præmiſſam, quòd inſtrumento directe ſoli

oppoſito,& radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente,lux,quæ peruenit ad cẽtrum lucis, quæ eſt intra aquam,eſt lux extenſa ſecundũ rectitudinem lineæ continuantis duo centra foraminum, quę linea peruenit ad centrum medij circuli æquidiſtantis ſuperficiei baſis inſtrumenti,& eſt diameter illius : ſi hæc linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti : tunc erit totaliter æquidiſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineam g k perpendicularem ſuper diametrum f g, in interiore parte oræ inſtrumenti ductam. Et quando centrum lucis,quæ nunc eſt intra aquam, nõ eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam:tũc patet,quòd lux extenſa à medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ,non extenditur ad medium lucis, quæ eſt intra aquam , ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, ſed refringitur ab illa : declaratum eſt autem per 1 huius,quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis,quæ eſt in ſuperficie aquæ, ad mediũ lucis , quæ eſt intra aquam. Eſt ergo huius lucis refractio apud ſuperficiem aquæ.Quod eſt propoſitum.

44. Per medium ſecundi diaphani rarioris primo,radius perpẽdiculariter incidens , à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiem corporis obiecti penetrat irrefractus. Alhazen 6 n 7.

Inſtrumentali ſimiliter experiẽtia propoſitum theorema poteſt declarari. Aſſumatur enim uitri clari uel cryſtalli fruſtum figuræ cubicæ ,longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumenti: & fiant planę ſuperficies eorum æquales & æquidiſtantes,& latera ipſorum ſint recta,& multũ poliantur: deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta , tranſiens per centrum ipſius,quod eſt e,perpendiculariter ſuper ipſius diametrũ,quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſunt in ora inſtrumenti productæ duę perpendiculares f h & g k:& producatur illa linea in utranq; partem ſuperficiei circuli baſis,& ſit z e x. Ponatur itaq; unum uitrorum iſtorũ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ, quæ eſt z e x,taliter, ut medium lateris uitri ſit uerè ſuper punctum e centrum inſtrumẽti : & ſit totum corpus uitri ex parte foraminum , ſcilicet inter foramina oræ & tabulæ , & inter centrum inſtrumenti, quod eſt e. Tranſit ergo dicta diameter inſtrumẽti (quæ eſt f g) per medium ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti. Applicetur itaq; uitrum baſi inſtrumẽti forti applicatione per bitumen firmum,taliter tamen,quòd poſsit auferri, quando placuerit:deinde ponatur alterũ uitrum ultra primũ ſcilicet,ex eadẽ parte foraminũ : & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa:deinde tertiũ uitrum applicetur ſecundo,& adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterum ſecundi uitri , & applicetur baſi inſtrumẽti, & ſic fiat de pluribus uitris, quouſq; perueniant uitra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti aut prope,ſcilicet uerſus punctum t. Cum itaq; uitra fuerint applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum : palàm quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti (quæ eſt f g) tranſibit per medium omniũ ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorũ baſi inſtrumenti: & altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis : diameter uerò foraminis eſt æqualis perpendiculari m f exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g:unaquæq; ergo perpendicularium,exeuntium à centris ſuperficierum uitrorum perpendicularium ſuper diametrũ baſis inſtrumenti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti. Linea ergo,quæ tranſit centra amborum foraminum,tranſibit centra ſuperficierum uitrorum perpendicularium ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti. Accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formam præmiſimus: & erigatur ſuper oram inſtrumenti in ſuperficie baſis inſtrumẽti : & ponatur ſuperficies regulæ, in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e cẽtrum baſis inſtrumenti: & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter ut linea,quę eſt in ſuperficie regulæ,ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta,tranſiens per centra amborum foraminum,& per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ perpendiculariter , & tranſibit ad punctum g. Tunc itaq; ponatur inſtrumentũ in uas prædictum uacuum aqua,& ponatur uas in ſole directè oppoſitum centro ſolis,ut accipiat radium perpẽdicularẽ:hoc aũt pteoſt fieri,ſi moueatur inſtrumentũ, quouſq; lux ſolis trãſeat per ambo foramina,& fiat apud ſecundũ foramẽ lux æqualis: & aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro,& uidebitur lux exiens à duobus foraminibus ipſius inſtrumẽti, extenſa ſuper ſuperficiẽ ipſius regulæ: & illud umbroſum,quod circumdat lucẽ in ſuperficie regulæ,obumbrabitur per umbrã oræ inſtrumẽti:eritq; centrũ uiſus ipſius aſpicientis ſup lineã,quæ eſt in ſupficie regulæ. Deinde acus ſubtilis ponatur ſup ſuperius foramẽ,ita quòd extremitas acus ſit perpẽdicularis ſuper centrũ foraminis:cadetq; tũc umbra extremitatis acus ſup centrũ lucis in linea,quæ eſt in ſuperficie regulæ. Tũc itaq; ſignetur pũctus illius umbræ cũ incauſto ſubtiliter:& auferatur acus à ſuperiori foramine : & eius extremitas ponatur ſuper centrũ inferioris foraminis : cadetq; iterũ umbra extremitatis acus ſuper punctũ ſignatum in ſuperficie regulæ : ablata quoq; acu lux reuertitur. Ex quo patet,quoniã lux,quæ eſt ſup punctũ,quod eſt in ſuperficie regulæ,tranſit per cẽtra amborũ foraminum. Deinde cũ incauſto ſignetur nota nigra in pũcto medio ſuperficiei uitri ex parte regulæ (poteſt aũt ille pũctus inueniri per 40 1 huius , quoniã ille pũctus eſt cõmunis ſectio duarũ diametrorũ ſupficiei uitri) & tũc intuens lucẽ,quæ eſt ſuper regulã,inueniet umbrã puncti,qui eſt in medio uitri ſup punctum,quod eſt in ſuperficie regulæ Patet ergo ex hoc,quoniã lux,quæ trãſit per centra duorũ foraminum, tranſit per punctum , quod eſt in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primum , quod eſt

ſupẽt

ſuper centrũ inſtrumenti, punctũ e: & in ſuperficie ſecundi uitri ſignetur punctũ medium, ut prius factum eſt in ſuperficie uitri primi: & componatur inſtrumentũ ſecundò, & moueatur, quouſq; lux tranſeat per duo foramina, peruenietq; lux tranſiens per centra duorum foraminũ ad centrũ lucis, quod eſt in ſuperficie regulę. Patet itaq; ex hoc, quod lux pertranſiẽs centra duorũ foraminũ, tranſit per punctum, quod eſt in medio ſuperficiei ſecundi uitri: & quòd lux, quę tranſit per centra duorum foraminũ in prima experimentatione, tranſit etiá per punctũ, quod eſt in medio ſecundi uitri. Extrahatur itaq; ſecũdũ uitrum, & opponatur tertiũ, & ſic de cęteris uſq; ad ultimũ. Et patet uniuerſaliter, quòd lux tranſiẽs per centra duorũ foraminũ, peruenies ad ſuperficiem regulæ, tranſit etiã per centra ſuperficierũ uitrorũ omniũ, poſitorũ ſuper ſuperficiẽ laminę: & ſunt omnia centra ſuperficierum uitrorũ omniũ in una linea recta cõtinuante centra duorũ foraminũ. Lux itaq; pertranſiẽs centra foraminũ tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aere, extenditur ſecundũ lineam rectã continuantẽ centra duorũ foraminũ: & eſt illa linea m p, perpendicularis ſuper ſuperficies omniũ uitrorum oppoſitas foramini p 14 p 11: illa enim linea m p eſt æquidiſtans lineę f g, diametro laminæ, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitrorũ, cum ſit perpendicularis ſuper differentiã cõmunem ſuperficiei uitri, & ſuperficiei laminę. Et ſi omnibus uitris uel ipſorũ aliquo præmiſſo modo ſuper ſundum inſtrumẽti diſpoſito, infundatur aqua uaſi uſq; ad concauũ ſuperficiei uitri: accidet tamen idẽ quod prius, quoniã radius perpẽdicularis ſemper penetrat irretractus. Itẽ ne putet aliquis, quòd rectitudo radiorũ perpendicularium adiuuetur per cubicã figurã uitri: accipiatur medietas ſphærę uitreæ clarę uel cryſtallinæ, cuius ſemidiameter ſit minor diſtantia, quę eſt inter punctũ c & centrum laminę, qd̃ eſt punctũ e: & inueniatur cẽtrũ baſis eius, ſuper qd̃ ſignetur linea ſubtilis cũ incauſto. Deinde ex hac linea ex parte centri ſphærę ſeparetur linea æqualis l n diametro foraminis orę inſtrumẽti: erit ergo hæc linea æqualis lineę m r, quę eſt inter m centrũ foraminis, qd̃ eſt in ora inſtrumẽti, & ſuperficiẽ laminę: deinde ſup extremitatẽ huius lineę ſeparatę à diametro, producatur perpẽdicularis ad utramq; partẽ ſuperficiei ſphæricę, qd̃ poteſt fieri per 11 p 1: & ſecetur ſphæra uitreã ſecundũ illã lineã, planeturq; ſuperficies uitri ſecti, donec ſit penitus æqualis, fiatq; perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem planã hemiſphęrij (quod per angulũ rectum corporeum poterit menſurari) erit ergo tunc cõmunis differentia iſtius ſuperficiei erectę, & ſuperficiei baſis ſphærę linea recta, ſuper quã erit perpendicularis linea prius à centro ſphærę producta: ergo etiã erit perpendicularis ſuper ſuperficiem erectã. Deinde in medio illius lineæ, quæ eſt cõmunis ſectio, fiat ſignum incauſto: deinde uitrũ illud politũ optimè ſuper hanc ſuperficiem ſectã, ponatur ſuper ſuperficiem laminę inſtrumenti, ita quòd gibbolitas eius reſpiciat foramina, & mediũ lineę, quę eſt cõmunis ſectio duarum ſuperficierum planarum uitri, applicetur centro laminæ, & figatur uitrum ſuper laminã, ne cadat. Deinde ponatur regula ſubtilis ſuper ſuperficiem laminę inſtrumenti, ſicut in experimentatione uitrorũ cubicorum, ita quòd ſuperficies regulæ, in qua eſt linea recta latitudinis ſit ex parte uitri, & prope illud. Deinde imponatur inſtrumentũ in uas prædictũ, & ponatur uas in ſole uacuum aqua, & moueatur inſtrumentũ, donec lux ſolis tranſeat ambo foramina: cadetq; lux ſuper ſuperficiem regulę. Deinde ponatur extremitas acus uel ſtili ferrei ſuper centrum ſuperioris foraminis: cadetq; umbra extremitatis acus ſuper centrum lucis: ablato quoq; ſtilo, reuertetur lumẽ ad locum ſuũ. Idem quoq. accidit ponenti extremitatẽ acus ſuper centrum foraminis ſecundi. Deinde ponatur extremitas acus ſuper centrũ ſphærę uitreę: cadetq. umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis. Ex quo patet, quia lux tranſiens per centra duorũ foraminũ, tranſit etiã per centrũ ſphærę uitreę, & per mediũ ſuperficiei lucis, quę eſt in cõuexo uitri. Patet etiã ex his, qd̃ lux tranſiens in corpus uitri, extenditur ſecundũ rectitudinẽ lineę tranſeuntis per centra duorũ foraminũ: & eſt illa linea diametro foraminis & lineę exeunti à centro foraminis perpendiculariter ad ſuperficiem laminę: & quoniam hę duę perpendiculares cadunt ſuper diametrum laminę: palàm, quòd linea tranſiens per centra duorũ foraminũ, cum extenditur in rectitudinẽ, peruenit ad centrum ſphærę uitreę: eſt ergo in illa linea diameter huius ſphærę uitreę: eſt ergo perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ huius ſphęrę p 72 t huius: quoniã enim trãſit centrũ ſphęrę, patet quòd ipſa eſt perpẽdicularis ſuper conuexã ſuperficiẽ ſphærę, ſicut ſuperius patuit in uitris cubicis. Auferatur itaq; regula ſubtilis applicata ad ſuperficiem laminæ, & ponatur inſtrumentũ ſecundò in uas, ut prius, & moueatur quouſq; lux tranſeat per duo foramina: inuenieturq; lux ſuper oram inſtrumenti, & inuenietur centrũ lucis in puncto p, quod eſt differentia cõmunis inter circumferentiã circuli medij, & lineam g k, perpendicularẽ in ora inſtrumẽti: hoc eſt in extremitate diametri circuli medij, quæ eſt m p, tranſeuntis per centra duorum foraminum m & y. Ex quo patet, quoniã lux tranſiens in corpus uitri, & peruenies ad centrũ eius, prodiensq. in corpus aeris, extenditur ſecundũ lineã, quę extendebatur in corpore uitri. Cum enim linea recta tranſiens centra amborũ foraminũ, perpendicularis ſit ſuper ſuperficiẽ uitri: patet quòd ipſa neceſſariò eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ aeris tangentis uitri ſuperficiẽ. Itaq; ſi uaſi infundatur aqua, remanente uitro in ſua poſitione, donec aqua ſuperfluat centro uitri: adhuc inuenietur centrũ lucis ſuper extremitatẽ diametri circuli medij: & ſi ſphæra uitrea tranſuertatur, ità ut cõuexũ eius ſituetur ad ſecundũ foramẽ, & plana ſuperficies ad centrũ inſtrumẽti, ſcilicet punctũ e, ſiue aqua ſuperfundatur, ſiue nõ, adhuc omnia alia accidẽt, quę in priori ſitu accidebãt: quoniã ſemp radius trãſiens per cẽtra amborũ foraminũ, tranſibit etiã per centrũ ſphærę. Ex his omnibus p uitra

cubica & ſphærica patet, quòd ſiue medium ſecundi diaphani fuerit denſius uel rarius, dum tamen linea, per quam extenditur radius, fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecũdi corporis, quod lux extenditur in ſecundo corpore ſecundum rectitudinẽ lineæ, per quam extendebatur in corpore primo. Patet ergo propoſitum: corpus enim uitri eſt denſioris diaphanitatis, quàm corpus aeris, & etiam quàm corpus aquæ.

45. In medio ſecundi diaphani rarioris primo diaphano, ſit refractio radiorum obliquè incidentium à poſteriore ſuperficie ſecundi diaphani, à perpendiculari exeuntis à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. Alhazen 7 n 7.

Hoc quod nunc hic proponitur, eſt cõformiter prioribus per inſtrumentalẽ experientiã declarandum. Aſſumatur enim illud uitrũ ſphæricũ, quo iam in præcedenti ꝓximo theoremate uſi ſumus, & ponatur ſuper laminã inſtrumẽti, ita qđ ſuperficies plana ipſius reſpiciat foramina, & quòd mediũ lineæ rectę, quæ eſt in ipſo, ſit ſuper centrũ laminę, & linea, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ planarũ uitri, cadat obliquè ſuper diametrũ laminæ quacũq; obliquatiõe. Palàm ergo, quòd linea tranſiens centra duorũ foraminũ, obliqua eſt ſuper ſuperficiẽ planã uitri. Cõiungatur itaq; uitrũ laminę inſtrumẽti ſecundũ hunc ſitũ firmiter: & ponatur inſtrumentũ in uas, & uas in ſole, moueaturq; inſtrumentũ, donec lux tranſeat per duo foramina: cadetq; lux in interiori ora inſtrumenti: & centrũ lucis erit in circunferẽtia mediꝝ circuli, ſed extra illũ punctũ p, qui eſt cõmunis differẽtia circũferentię mediꝝ circuli, & lineę ſtanti in ora inſtrumenti, quę eſt g k: & erit declinatio eius ad partẽ, in qua eſt ſol: erit ergo ad partẽ perpendicularis exeuntis à loco refractiõis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã uitri. Et quoniã hæc lux extenditur in aere ſecundũ rectitudinẽ lineę tranſeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per 1 huius: & hæc linea in hoc ſitu puenit ad centrũ ſphærę uitreę: & eſt obliqua ſuper ſuperficiẽ ſphærę planã: palã ergo, quia terminatio extenſiõis illius lucis eſt in centro uitri. Extenditur ergo lux in corpus uitri ſecundũ lineã rectã, exeuntẽ à cẽtro ſphærę ad circunferentiã, quę linea cũ ſit diameter, palàm per 72 t 1 huius, quoniã ipſa eſt perpẽdicularis ſuper ſphęricã ſuperficiẽ uitri: ergo & ſuper concauã ſuperficiẽ aeris continentis ſphærã uitri: nõ ergo refringitur in aere ſecundo, ſicut neq; in primo, ſed neq; refringitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipſius: refringitur ergo apud centrum uitri, quia fuit obliqua ſuper ſuperficiem eius planã, in qua eſt centrũ uitri. Palàm itaq; ex his experimentationibus illud, quod eſt etiã ſuperius declaratũ, ſcilicet quoniã lux, ſi fuerit extenſa in corpore ſubtiliori obliquè incidens ſuperficiei corporis groſsioris, refringetur ab ipſo: & erit eius refractiõ ad partẽ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã corporis groſsioris, ſicut ꝓ 43 huius patuit: ut ſi fiat refractio ex aere ad aquã, erit illa refractiõ ad partẽ perpẽdicularis exeũtis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractiõ ad perpendicularẽ. Quòd ſi uitrũ è conuerſo ſituetur, ſcilicet ut ſuperficies eius ſphęrica conuexa reſpiciat ſuperius foraminẽ, & punctũ mediũ lineę (quę eſt cõmunis differentia ſuperficierũ planarũ) quod eſt centrũ ſphærę uitreę, ſit ſuper centrũ inſtrumenti, cadatq; hæc linea obliquè ſuper diametrũ laminæ: ducaturq; in ipſa ſuperficiẽ laminæ à centro laminæ linea perpendicularis ſuper lineã, quæ eſt cõmunis ſectio illarum planarũ ſuperficierũ, quę neceſſariò erit perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri erectã ſuper ſuperficiem laminæ: ponaturq; inſtrumentũ in uaſe ſine aqua, & moueatur, quouſq; lux pertranſeat duo foramina: cadet centrum lucis in circunferentia mediꝝ circuli extra punctum p, quod eſt differentia cõmunis mediꝝ circuli, & lineæ g k perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ ducta in ora inſtrumenti, quod punctum p eſt extremitas diametri mediꝝ circuli, quæ eſt m p: eritq; declinatio lucis ad partem contrariam illi, in qua eſt perpendicularis educta à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri. Hæc autẽ lux extenditur in uitro ſecundum rectitudinẽ lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum: quoniã illa linea cum per centrum ſphæræ uitreæ tranſeat, eſt illa diameter ſphæræ uitreæ: fit itaq; refractio lucis apud centrum ſphæræ uitreæ: quoniam lux tranſiens centra amborum foraminum fit obliqua ſuper ſuperficiem planam uitri, & ſuper ſuperficiem aeris contingentis uitrum. Et ſi aqua infundatur uaſi, quouſq; ſuperemineat centro inſtrumenti: cadet adhuc centrũ lucis in circumferentia mediꝝ circuli extra extremitatem ſui diametri obliquè ad partem contrariam illi parti, ſuper quam cadit perpendicularis. Et quoniã aer eſt ſubtilior quàm aqua, & aqua ſubtilior uitro: maior fiet diſtantia centri lucis ab extremitate diametri mediꝝ circuli in aere, quàm in aqua. Quòd ſi uitrum ponatur aliter in ſuperficie laminæ, ſcilicet ut linea; qũæ eſt communis differentia duarum ſuperficierũ planarum ipſius uitri, ſit ſuper lineam perpendiculariter diametrum laminæ ſecantem, non tamen ſit eius medius punctus (qui eſt centrum ſphæræ uitreæ) ſuper centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figatur regula ſubtilis ſuper ſuperficiem laminę erecta ſuper oram eius, ſitq; ſuperficies eius, in qua eſt linea, ex parte uitri: & terminus regulæ ſecet diametrum laminæ perpendiculariter: palam, quia linea tranſiens per centra foraminum duorum, non tranſit per centrũ ſphæræ, ſed per aliud punctum ſuperficiei planæ ipſius uitri: & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem per 72 t 1 huius. Ponatur itaq; inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole, & moueatur inſtrumentum, quouſq; lux tranſeat per centra duorum foraminum: & non cadet lux directè ſuper ſuperficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ, ſed declinabit obliquè extra lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum ad partem, in qua eſt centrum uitri, hoc eſt ad partem contrariam perpendicularis, exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam: eritq; linea pertranſiens centra duorum foraminum

raminum perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri planá per 8 p 11: quoniá illa linea eſt æquidiſtans lineæ f g diametro laminæ,quæ ex hypotheſi eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri. Si ergo lux tranſiret per centra duorum foraminũ,& extenderetur ſecundũ rectitudinem ad planá uitri ſuperficiem:palàm,quòd tunc extenderetur ſecundũ rectitudinem in aere:ſed centrũ lucis,quæ eſt in regula,cum nõ cadat in rectitudiné huius lineę:patet, quòd lux nõ extenditur in eius rectitudine ad ſuperficiem planá uitri:eſt ergo lux refracta,ſed nõ refringitur in aere,neq; in corpore uitri. Refringitur itaq; apud ſphæricá ſuperficiem uitri:incidit enim obliquè ſuper ſphæricá ſuperficiem, quoniá linea tranſiens centra duorũ foraminũ,nõ tranſit per centrũ uitri:& hæc lux egrediẽs à plana ſuperficie uitri,quoniá obliquè aeri incidit,plus refringitur. Quòd ſi uitrũ è cõtrario diſponatur, ut eius ſuperficies plana opponatur foramini primo ſic, quòd cõmunis differentia ſit ſuper lineam ſecantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ ſit extra centrum laminæ:tunc ergo linea pertranſiens centra duorũ foraminum non tranſit per centrum uitri, ſed per alium punctũ illius planę ſuperficiei,& eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem. Moueatur itaq; inſtrumentũ in ſole,donec lux tranſeat per ambo foramina:cadetq; centrum lucis,quę cadit in interiore parte oræ ipſius inſtrumenti in peripheria medij circuli, extra punctũ p, quod eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt linea m p, ſed declinabit ad partẽ, in qua eſt centrũ uitreæ ſphærę:& linea,quę egreditur à centro huius ſphærę in imaginatione ad locum refractionis,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem huius ſphærę: eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris contingentis ſuperficiem ſphærę uitreæ. Hæc itaq; refractio eſt ad partem contrariá illi, in qua eſt perpendicularis,exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aeris cõtingentis ſphæram. Lux uero tranſiens centra duorum foraminũ, pertranſit corpus uitri rectè, cũ ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem planam uitri:ſed non eſt perpendicularis ſuper ſuperficié conuexam, cum non pertranſeat centrũ ſphæræ: ergo etiam non eſt hæc lux perpendicularis ſuper ſuperficiem aeris contingentis conuexũ uitri: & quia hæc lux refracta inuenitur:refringitur ergo apud cõuexam ſuperficiem ſphæræ uitreæ. Quòd ſi aqua tunc infundatur uaſi infra centrum laminæ:inuenietur etiam lux refracta ad partem, in qua eſt centrum uitri:hoc autem eſt ad partẽ contrariam illi,in quam cadit perpendicularis,exiẽs à loco refractionis,quæ extenditur in corpore aeris perpendicularis ſuper concauam ipſius aeris ſuperficiem conuexam uitri contingentem. Et hoc eſt propoſitum.

46. Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana ſuperficie conſiſtere eſt neceſſe. Alhazen 5 n 7.

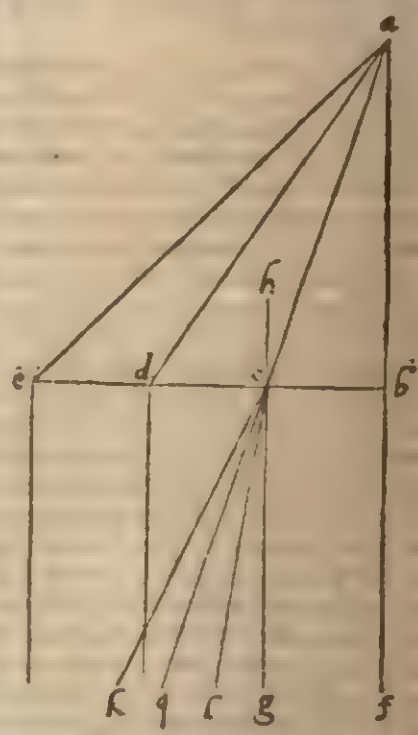
Sed & id, quod nunc proponitur,poteſt experimẽtaliter declarari. Quoniá enim omnibus diſpoſitis, ut in 43 huius, lux incidens centro lucis, quę eſt in ſuperficie aquæ, & à centro lucis exiſtentis ſuper ſuperficiem aquæ,quod eſt centrum medij circuli,incidens centro lucis intra aquam exiſtentis,quod eſt in circumferentia circuli medij,tranſit per centra amborũ foraminũ, quæ ſimiliter ſunt in ſuperficie medij circuli:palàm,quoniá linea,ſecundũ quá lumẽ incidit ſuperficiei aquę per mediũ aerẽ,& ſecundũ quá refringitur in aquę medio,ſunt in eadem ſuperficie: quoniá utraq; ipſarũ eſt in ſuperficie medij circuli trium aſſignatorũ circulorum. Inuenitur autẽ hæc refractio in radio ſolari, quando radius ſolaris tranſiens per centra foraminum, fuerit obliquus ſuper aquæ ſuperficiem,nõ quãdo fuerit perpendicularis:& propter obliquitatẽ ſitus inſtrumenti à centro ſphærę aquæ, nunq; fiet hæc linea radialis perpendicularis ſuper ſuperficié aquæ, niſi ſol fuerit perpendiculariter ſuper zenith capitis:ſole uero ultra uel citra zenith capitum exiſtente, ſatis euidens eſt hæc experimentatio omni tẽpore. Patet ergo id,quod proponebatur. Et hanc ſuperficiẽ dicimus ſuperficié refractionis. Patet itaq; ex iis omnibus quinq; præmiſsis propoſitionibus, quoniá omnis lux pertrãſit quæcunq; corpora diaphana ſecundũ lineas rectas: & quãdiu lineę ſunt ppendiculares ſup ſuperficies corporũ,quantũcunq. etiã diuerſę ſint diaphanitatis, ſemper extẽditur ſecundũ rectitudinẽ eiuſdẽ lineę,& nõ refringitur. In corpore uero diuerſę diaphanitatis omnis lux ſuperficiei ſecũdi corporis obliquè incidẽs,refringitur ſecundũ lineas rectas alias ab illis, ſecundũ quas incidebat primo corpori:quę tamẽ lineę ſemper erũt in eadẽ ſuperficie plana, imaginatæ ſecare utrunq; illorũ corporũ: & hæc ſuperficies in inſpectióe inſtrumẽti eſt medius circulus triũ circulorũ ſignatorũ in interiore parte oræ inſtrumẽti,cuius diameter eſt linea m p. Cũ uerò lux obliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſsius: refringetur ad partẽ ppendicularis exeũtis à loco refractionis,quę eſt ppẽdicularis ſuper ſuperficié groſsioris ſecũdi corporis:& cũ lux obliqua exiuit à corpore groſsiori ad ſubtilius,refringetur ad partẽ cõtrariá prędicto modo ductę ſup ſuperficié corporis ſecundi,ſcilicet ſubtilioris.

47. Radio perpendiculari omne corpus diaphanũ penetrante, radius obliquè incidens in medio ſecũdi diaphani denſioris refringitur ad perpẽdicularẽ ductã à pũcto incidẽtiæ ſuper ſecundi diaphani ſuperficiẽ: & in medio ſecundi diaphani rarioris refringitur ab eadẽ. Alhazen 8 n 7.

Illud,quod particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatũ eſt, naturali demonſtratióe intendimus adiuuare. Omnes enim motus naturales,qui fiunt ſecundũ lineas perpendiculares,ſunt fortiores, quoniá coadiuuãtur uirtutẽ uniuerſali cœlesti ſecundũ lineá rectã breuiſsimã, omni ſubiecto corpori influẽtę. Impulſiones, iectationũ factarũ perpendiculariter,ſunt fortiores eis,quę fiunt obliquè:& ſimiliter percuſsiones,quę fiunt perpendiculariter,ſunt omnibus obliquis percuſsionib. fortiores:& inter oẽs obliquas,fortiores ſunt illę,quæ plus accedũt ad perpẽdicularitatẽ. Quia itaq; omnis corporis dẽſitas impedit tranſitũ luminis,neceſſe eſt lumẽ imaginari repelli à

tranſitu

transitu per resistentiã corporis densi,& plus per resistentiã corporis densioris:& per hanc resistentiam qualitatis passiuæ, quæ est densitas ad qualitatẽ actiuam, quæ est lumen,intelligimus quendã modũ motionis luminis per medium corporũ resistentiũ, quæ secundũ plus & minus capacia sunt impressionis luminaris, nõ quòd in transmutatione locali ipsius luminis sit aliquis motus, ut patet per 2 huius:sed quia lumen in eodẽ instanti secundũ diuersitatẽ mediorũ se plus comprimit uel diffundit:& hoc uocamus hic motũ ipsius lucis. Omnis itaq; lux pertrãsiẽs corpus diaphanũ,motu uelocissimo & insensibili pertrãsit:sic tamẽ, quòd per magis diaphana uelocior fit motus q̃ per minus diaphana. Omne enim corpus diaphanũ plus & minus resistit penetrationi lucis,secundũ quod est participans diaphanitate plus uel minus:grossities enim corporũ resistens est semper luminis penetrationi. Cũ ergo lux pertransiuerit corpus aliquod diaphanũ obliquè,& occurrerit corpori alij diaphano grossiori: tũc corpus grossius resistit luci uehementius, q̃ prius corpus rarius resistebat:necesse est ergo,quòd ꝓpter resistentiã illius corporis densioris motus lucis trãsmutetur:& si resistentia fuerit fortis,tunc motus ille ad partẽ contrariã refringetur:quia uerò nõ resilit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ, ad quã mouebatur. Si uerò resistentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diaphani:tũc lux incidens nõ refringetur ad contrariã partẽ, nec poterit per illã lineã ꝓcedere, per quã inceperat,sed mutabitur in situ:cũ uerò ppendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diaphanis & quantũcunq; diuersæ diaphanitatis,nõ mutabitur, sed directè omnia penetrabit:quoniã perpendicularis fortior est omnibus,& obliqui uiciniores perpẽdiculari, sunt fortiores omnibus remotioribus. Cũ itaq; corpori diaphano grossiori lux incidit obliquè,extenditur secundum lineã rectam approximantẽ ad perpendicularẽ,exeuntẽ à puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diaphani grossi,productã super superficiẽ corporis grossioris,ideo,quia facilimus motuũ est secundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit super lineã perpendicularẽ, transibit rectè ꝓpter fortitudinẽ motus super perpendicularẽ:& si radius inciderit obliquè,tunc nõ poterit transire ꝓpter debilitatẽ motus super lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partẽ aliquã,per quã facilior sit transitus, q̃ per illam partẽ,ad quã per lineam incidentię mouebatur:facilior aũt motuũ,& plus adiutus cœlesti influentia est super lineã perpendicularẽ:quod enim uicinius est perpendiculari,facilioris est transitus,q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij quàm plures per mediũ a b super superficiem alterius diaphani corporis,in qua sit linea b c d e:& sit b f linea profunditatis illius corporis: & sit linea a b perpendicularis super illam superficiẽ. Palàm itaq; secundũ rationẽ præmissam fortitudinis perpendicularium, & per experientias instrumẽtales p 42 & 44 huius, quoniã radius incidẽs secundũ lineã a b perpẽdiculariter, penetrat totũ corpus b e f. Radius uerò incidens secundũ lineã a c, si directè trãseat corpus b e f:tunc nõ erit diuersitas in diaphanitate corporũ a b e & b e f: qd̃ est cõtra hypothesim: linea itaq; a c ꝓpter diuersitatẽ resistentiæ nõ erit linea cõtinuã. Sed si per corpus minus resistẽs mouebatur liberè per lineã a c, nõ potest in corpore plus uel minus resistẽte per eandẽ lineã moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, quòd difficilior est trãsitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpẽdiculari,ducta à puncto c super superficiẽ corporis b c d e, quę sit c g,debilitabitur,nec ad aliquid perueniet effectus eius: frustra ergo incidebat:natura aũt frustrã nihil agit,sicut in principio suppositũ est:linea ergo a c (ut etiã ostensum est experimentaliter p 43 huius) refringitur necessariò ad partẽ perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius:similiter quoq; est de radijs incidentib.secundũ lineas a d & a e. Qd̃ si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diaphanitatis rarioris, q̃ sit corpus a b e, adhuc ꝓpter fortitudinẽ actionis, radius perpendicularis, q est à b, penetrat irrefractus, radius uerò secundũ lineã a c transiens corpus densius,& in puncto c incidens superficiei corporis rarioris,nõ inuenit resistentiã quã prius. Et quia formarũ propriũ est semp se diffundere secundũ amplitudinẽ omnis capacis materię: patet, quod radius a c nõ ꝓcedit secundũ lineã a c: quia sic dispositio diaphanorũ corporũ secundũ resistentiã ad receptionẽ luminis esset uniformis,qd̃ est contra hypothesim:refringitur ergo radius à c,sed nõ ad perpendicularẽ c g:quoniã illa refractio nõ fit propter resistentiã materię, sed ꝓpter uictoriã formæ agentis super materiã plus dispositã q̃ prius: unde forma diffundit se uirtute ꝓpria ab incepto ꝓgressu secundũ lineã a c,& ad partẽ cõtrariã ipsius perpendicularis c g,& eius æquidistantis,quę b f:& similiter est de omnib.alijs obliquis radijs ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis obliquè secũdũ lineã a c in corpore secũdi diaphani densioris,qd̃ est b e f, cõponitur ex motu in partẽ ppendicularis a b,trãseuntis per corpus b e f,in quo est motus,& ex motu facto super lineã c b,quæ est perpẽdicularis super lineã c g. Quoniã enim trãsitus perpẽdicularis est fortissimus & facillimus motuũ,&densitas corporis resistit termino motus,ad quẽ intẽdebat,linea a c necessariò mouebitur



ad per-

ad perpendicularem c g, exeuntem à puncto c, in quo radius a c occurrit ſuperficiei corporis denſioris. Et quoniá illi motui reſiſtitur propter groſsitiem medij, & etiam propter naturá alterius motus, qui eſt ſuper lineam c b, qui propter reſiſtentiá medij non omnino dimittitur, ſed tantùm impeditur: declinabit ergo lumen uerſus punctum b, ſemper approximans perpendiculari a b f: fit itaq; in medio ſecundę diaphanitatis groſsiore medio primo, refractio radij a c ſecundũ lineam c l, propinquiorẽ perpendiculari c g, exeũti à puncto c, in quo occurrit corpori denſiori, quàm linea a c, per quam incidebat ſuperficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctũ h, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctũ c ad punctum h. ita, ut angulus a c h ſit maior angulo l c g: non concurret tamen cum perpendiculari b f uerſus punctum f, ſed uerſus punctum a per a c i huius, quoniá concurrit cũ eius æquidiſtante linea c g in puncto c. Cum uerò radius a c exiuerit à corpore groſsiore ad ſubtilius: tunc quia minus habet reſiſtentiæ, erit motus eius uelociter & magis ſui diffuſiuus. Et quoniam reſiſtentia medij denſioris impellit ſemper lucem obliquam, ut coadunetur ad perpendicularẽ lineam à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem illius corporis producta, quæ eſt c g: patet, quòd in medio rarioris diaphani illa reſiſtentia erit minor quàm prima: fit ergo motus lucis ad partem, à qua per reſiſtentiá repellebatur motus maior. Mouetur ergo lux in corpore diaphano rariore plus ad partem contrariá parti perpendicularis, ita, quòd angulus g c k ſit maior angulo a c h: fit tamẽ ſemper motus lucis a c in refractione à corpore ſecundo rarioris diaphani quàm primum, inter lineas c g & c e: quoniam cum angulus g c e ſit rectus, angulus g c k nunquam poteſt fieri rectus. Patet ergo propoſitum.

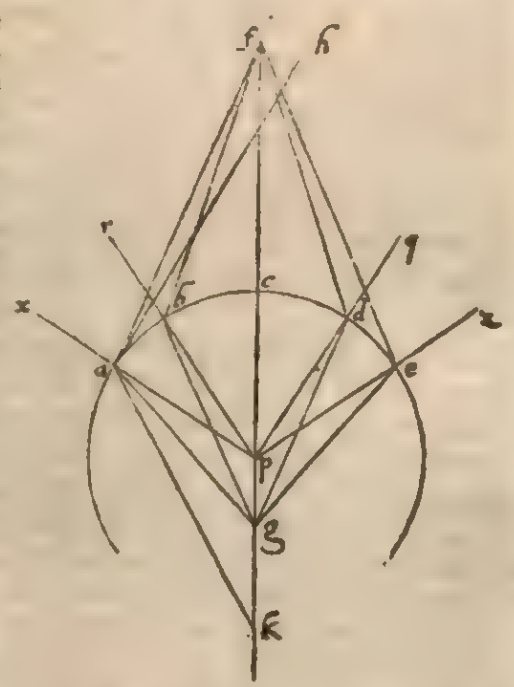
48. A' ſuperficie plana corporis diaphani omnium radiorum illi ſuperficiei incidentiũ, non eſt poſsibile fieri refractionem ad aliquod punctum unum.

Quoniá enim, ut patet per præmiſſas, in omni corpore diaphano ſemper fit refractio uel ad ipſas perpendiculares ductas à punctis incidentię radij ſuper ſuperficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: uel ab illis perpendicularibus (quomodocunq; autem hoc contingat) patet, cum illę perpendiculares ſuper planam ſuperficiem ſint æquidiſtantes per 6 p 11, quoniam ſiue ad ipſas perpendiculares, ſiue ab ipſis fiat refractio: non eſt poſsibile, ut omnium radiorum illi planæ ſuperficiei incidentium refractio fiat ad punctum unum. Patet ergo propoſitum.

49. Nulla refractio tranſmutat ſitũ partiũ formæ refractæ, ſed ſolũ auget uel minuit figurã.

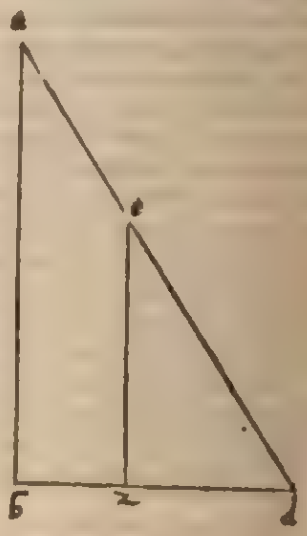
Quoniam enim, ut patet per 47 huius, omnis refractio fit in medio ſecundi diaphani, & in rariori à perpendiculari, in denſiori uerò ad perpendicularẽ: palàm, quod ſemper dexter radius remanet dexter, & ſimiliter ſiniſter: & ſimiliter de alijs differentijs poſitionis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, ſed ſemper permanẽt: modo aũt ſuo: cum à perpendiculari fit refractio, augetur forma ſecundum dilatationem: & cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur: quoniam anguli ipſam continentes, anguſtantur. Patet ergo propoſitum.

50. In omni ſimili ſuperficie eiuſdem diaphani, radij ſecundum æquales angulos incidentes, ſecundũ æquales angulos refringuntur: & ſi maiores ſunt anguli incidentiæ, maiores ſunt anguli refractionum, & ſi minores, minores.



Siue enim refractionis modus attendatur à parte ſuperficierum corporũ, in quibus fit refractio: quoniam alia fit refractio à ſuperficie ſphærica, & alia à plana: ſiue à parte diſpoſitionis diaphanorum: quoniam alia fit refractio à rariori diaphano, alia à denſiori, ut patet per plures propoſitiones libri huius: ſiue attendatur à parte angulorum incidentiæ, patet ſemper quòd angulis incidentiæ exiſtentibus æqualibus, ſecundum modum propoſitum nulla ſubeſt cauſſa diuerſitatis modi refractionis. Fiet ergo ſemper refractio ſecundum angulos æquales. Et hoc eſt propoſitũ primum. Et eſt huius exemplum, ut ſit corpus ſphæricum diaphanum denſius ipſo aere, in cuius ſuperficie ſit circulus a b c d e: cuius centrũ ſit p: & à puncto f corporis luminoſi incidant lineæ radiales, quæ ſint a f, b f, c f, d f, e f: incidatq; radius f c perpẽdiculariter, & alij obliquè: patet, quòd omnes radij incidentes obliquè in ſuperficie illius corporis diaphani, refringentur per 47 huius. Sit ergo exempli cauſſa & breuitatis figuratiõis & denominatiõis linearũ, ut oẽs illi radij refracti cõcurrãt in puncto g: & ducãtur ꝓpendiculariter ſup ſuperficiẽ corporis lineę, quę ſint p d q & p b r & p a x & p e z. Dico, quòd ſi angulus incidẽtię (qui eſt f d q) ſit ęqualis angulo f b r, quòd angulus g d p erit æqualis angulo g b p, ꝑ præmiſſa, ꝑpter uniformitatẽ omniũ prędictarũ conditio-

conditionum. Similiter quoq; dico, quòd si angulus f d q sit maior angulo f a x, quòd angulus p d g erit maior angulo p a g. Fiat enim super punctũ a terminũ lineę x a angulus æqualis angulo f d q per 23 p 1, qui sit angulus h a x: refringaturq; radius h a in puncto a: concurratq; cum linea f g in puncto k: eritq; per primam partem huius, angulus p a k æqualis angulo p d g: est autẽ angulus p a k maior angulo p a g: non enim est æqualis, quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales, quod est contra hypothesim, sunt enim supposiți esse inęquales: sed neq; minor: quoniã sic fieret refractio irregularis: quod est cõtra 43 & 45 huius: est ergo maior: ergo & angulus p a g est maior p a g. Idẽ quoq; potest demõstrari facilius, ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8 p 2, utpote si arcus a c & c e assumantur æquales: tũc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissa ęquales: angulus uerò p d g minor est angulo p e g: quod patet etiã, si anguli refractiõis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summariẽ loquimur, quoniã ipsam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet, perfectius persequemur. Patet ergo propositum.



51. Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente. Euclides 18 theo. opticorum.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparẽte: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b: & incidat radius solaris per uerticem a b (qui sit a) ipsi pũcto d: & sit a d: ergo per 11 huius, erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b: erigaturq; nota linea e z inter umbrã b d & radiũ a d æquidistanter altitudini a b, ut si z e sit baculus notæ quantitatis. Erit ergo trigonus d z e per 29 p 1 æquiangulus trigono a b d: ergo per 4 p 6, uel per 9 huius, erit proportio d z ad z e, sicut d b ad b a: sed d z ad z e proportio est nota: quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbræ suæ, quæ est z d, modica mensuratione fieri nota: ergo d b ad b a proportio est nota: sed d b potest mensurando fieri nota. Ergo & a b erit nota. Quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spatia umbrarum.

VITELLONIS FILII
THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER TERTIVS.

IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi consequentia intendimus declarare. Volentes autem formarum naturalium actiones sub triplici uidendi modo prosequi, scilicet illo, qui fit per simplicem uisionem, & eo, qui per reflexionem, & illo, qui per refractionẽ: in hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionem propriam organi uisiui. Supponimus autem hæc, quæ sequuntur, in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota.

PETITIONES.

1. Visionem non compleri, nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. 2. Item quòd per se uisibilia sunt tantùm duo, scilicet lux & color: quoniam lux ex se ipsa uidetur: & ipsa est hypostasis colorum: alia uerò per accidens uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corporeitas, figura, continuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diaphanitas, densitas, umbra, obscuritas, pulchritudo, deformitas, cõsimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solùm uisu, sed alijs sensibus comprehenduntur. 3. Item petimus lucem fortem lædere uisum diutius intuentem. 4. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. 5. Item rem uisam secundum situm, figuram & ordinẽ suarum partium uideri. 6. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. 7. Item ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. 8. Itẽ quòd color nõ est motiuus uisus, nisi secundũ actũ lucidi. 9. Itẽ sine contactu uisionẽ nõ fieri, sicut nec aliquã actionẽ naturalẽ. 10. Item uirtutẽ uisiuam finitã esse, & non extendi in infinitũ.

THEO-

THEOREMATA.

1. Visibili lucem actu non participante: ipsum impossibile est uideri. Alhazen 39 n 1.

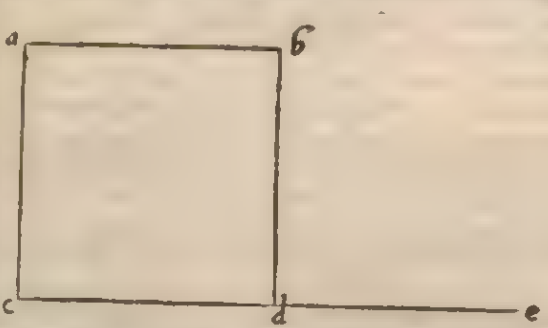
Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia: sunt lux & color: lux autē non est uisibilis, præterquam ex seipsa: & etiam lux cum sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce: forma enim coloris est forma debilior, quàm sit forma lucis: cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo nō recipit formam coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris: & propter hoc alterantur colores multarum rerum apud uisum per alterationem lucis orientis super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi: patet, quòd omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri. Patet ergo propositum.

2. Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctū superficiei uisus produci posse rectas lineas est necesse, ut res actu uideatur. Ex quo patet, solùm in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem. Alhazen 21 n 1.

Visio enim siue fiat ex eo, quòd radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, quòd formę punctorum rei uisę per lineas radiales perueniunt ad superficiē organi uisiui: semper necesse est inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu. Vnde cum hæ lineę secundū quemcunq; propositū modū produci possunt, fit uisio: nisi fortè propter alterius impedimenti resistentiá uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam: & cū aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cū reuertetur ad oppositionē, reuertetur sensus: quoniá ab alijs partibus q̄ ab oppositis directè non potest linea produci à punctis uisibiliū ad puncta superficiei uisus. Patet ergo ꝓpositū.

3. *Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse. Alhazen 35 n 1.*

Si enim non sit sphæricum: dico, quòd non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ: tunc enim nō uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale. Siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui: patet, quòd semper perpendiculares sunt breuiores per 21 t 1 huius: unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisa directè secundum ipsas perpendiculares uidetur, nō per aliquas lineas obliquas, quæ refringantur: quia ut patet per 48 t 2 huius, in corporibus planis nō potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum: eò quòd in talibus nullus punctus est omnibus communis. Sola ergo illa ab organo uisiuo superficiei planæ uideri possunt, quæ sine refractione directè perueniunt ad ipsum: hæc autē sunt secundum perpendiculares lineas perueneientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b: & sit in superficie plana alicuius rei uisę æquidistantis uisui, & lineæ a b, linea recta, quę c d e: & à pūcto c ducatur perpēdicularis super superficiē uisus per 11 p 11, quæ incidat in punctū a, & sit c a: & à puncto d ducatur similiter sup superficiē uisus perpendicularis, quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquidistātes & equales per 25 t 1 huius: ergo per 33 p 1 linea a b æqualis erit lineæ c d. Et quoniá linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior quàm linea c d: ergo nō uidetur simul tota linea c d e: qa in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatē superficiei uisus. Et quoniá hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui: quoniam possibilē est rem maiorem ipso oculo uideri: palàm, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana: sed neq; alterius figuræ quàm sphæricæ: quia sem per accident impossibilia inæqualitatis uisionis. Necessariò ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat cōcursus linearum radialium ex longè maiori magnitudine quàm sit ipsum organum uisiuum. Patet ergo propositum.



4. Oculus est organum uirtutis uisiuæ sphæricum, ex tribus humoribus & quatuor tunicis à substantia cerebri prodeuntibus sphæricè se intersecantibus compositum. Alhazen 4 n 1.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuę organum, negotio alterius partis philosophiæ relinquimus: quòd aūt sit sphæricus, necessariū est per præcedentē propositionē: & etiá ex eo, quòd est naturę aqueæ, cuius proprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratū. Quòd aūt sit oculus ex tribus humoribus & quatuor tunicis cōpositus, diligens anatomizantiū cura edocuit. Primus itaq; humorū istorū dicitur crystallinus uel glacialis, qui propriè est organū uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs: estq; sphæra parua, alba, humida, humiditatis receptibilis formarū uisibiliū, in qua est diaphanitas nō intensa ualde, cū sit in ea aliqua spissitudo: unde diaphanitas eius assimilatur diaphanitati crystalli uel glaciei: & ob hoc dicitur humor crystallinus uel glacialis. Quia uerò eius humoris diaphanitás mutatur in sui parte posteriori uersus cerebrū, à qua parte totus oculus recipit nutrimētū, quod anteq̄ perfectè uniatur humori crystallino (qui principaliter intenditur nutriri) nondū plenè m formis substantialibus & accidentalibus eidē assimilatū, necessariò est alterius diaphanitatis ab

illo:& ob hoc dicitur alter humor: & uocatur uitreus: quia aſsimilatur uitro quaſi fruſtato Et quia in omni,qđ nutritur, ſemper purũ ab impuro ſeparatur:illud, qđ ab humore cryſtallino nutrito,ut ſuę puritati incõueniẽs,ſeparatur ad partẽ oppoſitã parti nutrimẽtali,hoc eſt,ad anterius cryſtallini humoris ꝓfluit:& quia eſt diaphanũ,quoquo modo aſsimilatũ humori cryſtallino,nondũ tamẽ ſuæ pertectę cõſiſtentię in denſitate,eo quod eſt ſuperfluũ nutrimẽti corporis denſioris:patet, quod neceſſario eſt diaphanũ liquidũ:unde uocatus eſt humor albugineus, qa ſimile eſt albumini oui in tenuitate & albedine & diaphanitate:eſt enim humor albus, clarus,tenuis,diaphanus:& hunc humorem ad partẽ anteriorẽ,ſicut uitreũ humorẽ ad partẽ poſteriorẽ pro cuſtodia humoris cryſtallini,ne ab extrinſecis occaſionib.uel intrinſecis citius patiatur,& cadat ab officio organi uiſiui,naturę ſaga citas deputauit.Cõtinet aũt primos duos humores,ſcilicet cryſtallinũ & uitreũ tela ualde tenuis & ſubtilis,ſeparãs eos ab albugineo,& circundãs ambos eos,cuius etiã telę aliqua pars deſcendẽs per mediũ ſeparat cryſtallinũ à uitreo:& hęc tela ꝓpter ſui ſubtilitatẽ tela aranea nominatur Cũ aũt humor albugineus ſit liquidus, per ſe nõ conſiſtens,neceſſariũ fuit ipſum per aliquod ſolidũ pro oculi cuſtodia retineri:circũdedit ergo ipſum natura pelle uiſcoſa ſolida forti,nõ multũ diaphana,quę ſui denſitate melius retineat,& ſui caliditate humorẽ albugineũ temperet,ne cryſtallinus cõgeletur,& fiat inhabilis receptioni uiſibiliũ formarũ.Et qa ꝓpter eius tunicę denſitatẽ & uiſcoſitatẽ formę uiſibiles ad humorẽ cryſtallinũ undiq; tali tunica circundatũ nõ peruenirent:ideo in anteriori parte oculi,ubi eſt locus receptionis formarũ uiſibiliũ,natura hanc tunicã intercidit,factumq; eſt foramen rotundum,cuius diameter eſt quaſi æqualis lateri cubi inſcriptibilis intra illã ſphærã, uel lateri quadrati inſcriptibilis circulo magno illius ſphærę:& eſt hoc foramen ideo rotundũ,ut ſit magis aptum ſuſceptioni omniũ formarũ pertranſiẽs uſq; ad eiuſdẽ tunicę concauũ:& ob hoc hęc tunica dicta eſt uuea,quia aſsimilatur uuæ in aſpectu:& eſt hæc tunica plurimũ nigra,ſæpe tamẽ uiridis,& quãdoq; glauca:& corpus illius tunicę eſt tenue denſum nõ rarũ. Ne uero humor albugineus effluat ex foramine uueę,& ut nõ impediatur operatio uirtutis uiſiuę,neceſſariũ fuit naturę foramini uueæ ſupponere uelamẽ diaphanũ ſolidũ ad modũ cornu albi clari:dictaq; eſt hæc tunica cornea. Vbi uero coniungitur hęc tunica aliis partibus corporis circũpoſitis oculo,ibi ceſſat diaphanitas,fitq; alterius diſpoſitionis tunica ſolidior q̃ cornea nõ diaphana,cũ ipſa tamẽ cornea cõplẽs ſphærã unã,quę eſt ſphæra totius oculi, & illius ſphærę poſterior pars nõ diaphana,ſed carnoſa fit alia tunica:& hæc dicitur cõiunctiua uel conſolidatiua,quoniã cõiungit oculũ & cõſolidat ipſum cũ partibus corporis uicini. Erit ergo tunica cornea humor albugineus & humor glacialis & humor uitreus ſe ad inuicẽ conſequentes:& omnia iſta ſunt diaphana propter melioré formarũ uiſibiliũ receptionẽ A ſubſtantia cerebri prodeũt humores & tunicę oculi, quoniã ex anteriori parte cerebri à duabus partibus ipſius creſcũt duo nerui optici,id eſt cõcaui cõſimiles habentes duas tunicas ortas à duab.telis cerebri, & procedunt ij nerui ad mediũ anterioris partis cerebri,ubi efficitur neruus unus opticus,qui in proceſſu iterũ diuiditur in duos neruos opticos cõſimiles & æquales, q̃ tranſmutatis ſuis ſitibus,ita,ut dexter fiat ſiniſter, & ſiniſter dexter,ſunt procedẽtes ad cõcaua duorũ oſsiũ concauorũ cõtinentiũ oculos,quoniã in mediis iſtorũ duorũ oſsiũ cõcauorũ ſunt duo foramina æqualiter perforata, quæ dicuntur foramina gyrationis neruorũ cõcauorũ: & quoniã illa duo foramina ſunt rotunda,pũctus medius cuiuslibet illorũ foraminũ dicitur centrũ illius foraminis.Illi ergo nerui intrãt iſta duo foramina,& exeũt ad cõcauitatẽ duorũ oſsiũ prædictorũ,& illic dilatãtur & ampliãtur,& efficitur extremitas cuiuſq; ipſorũ quaſi inſtrumentũ ponendi unũ in dolijs,hoc eſt ad modũ pyramidis rotundę cõcauæ:& q̃libet oculorũ cõponitur ſup unã extremitatẽ illius nerui,& cõſolidatur cũ ipſo.Cõſimiliter & à tunicis iſtorũ neruorũ oriuntur tunicę oculorũ:nã tunica cornea oritur ex tunica extrinſeca duarũ tunicarũ illius nerui:& tunica uuea oritur ex tunica intrinſeca duarũ tunicarũ duorũ neruorũ:intra illã tunicã uueã ordinatur humor cryſtallinus ſup extremitatẽ cõcauitatis nerui mediante uitreo humore, q̃ ambo ex medullari ſubſtãtia cerebri oriuntur: & inter humores iſtos & tunicã uueã ex ſubtiliſsimis filis tunicę ueę cõtexitur tela aranea, quã alij uocãt tunicã retiuã qa eſt cõtexta ad modũ retis Sphęricè ſe interſecãt humores & tunicę oculi:quia enim tunica uuea nõ puenit intra oculũ ad cõplemẽtũ ſphęrę,cũ, ſicut pręmiſsũ eſt,in anteriori ſui parte ſit foramẽ rotundũ,qđ tegitur à cornea tunica: ſphæra ergo tunicę corneę neceſſario interſecat ſphærã uueæ:& cõis ſectio ſuarũ ſuperficierũ ſphęricarũ eſt circũferẽtia illius foraminis: & eſt linea circularis p 80 t 1 huius.In anteriori quoq; humoris cryſtallini ꝓpter melioré formarũ receptionẽ eſt cõpreſsio ſuperficialis parua minoris curuitatis,q̃ ſit ſuperficies cornea cõtinẽs illã: ſphęricitas .n. ſuperficiei humoris cryſtallini aſsimilatur cõpreſsioi ſuperficiei lenticulę,ut patet cõſiderãtib.anatomiã oculi Superficies ergo anterior ipſius eſt portio ſuperficiei maioris ſphęrę,q̃ ſit ſphęra uuea continẽs ipſam: & hęc cõpreſsio æqualiter deflectitur ad oppoſitionẽ foraminis,qđ eſt in anteriori parte uueę:quia ſitus eius ab eo eſt cõſimilis. Sicut aũt foramẽ rotundũ, quod eſt in anteriori parte uueę, eſt directè oppoſitũ extremitati cõcauitatis nerui,ſup quẽ collocatur oculus: ſic etiã in parte poſteriore cõcauitatis uueę eſt foramen rotundũ,quod eſt ſuper extremitatẽ cõcauitatis nerui:& foramẽ,quod eſt in anteriori uueę, eſt oppoſitũ foramini concauitatis nerui: quoniã neruus opticus interſecat tunicã coniunctiuã & ueam.& penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphærã cryſtallinã, quæ pyramidẽ nerui interſecat, ſicut & humor uitreus, qui in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur:itaq; cõmunis ſectio pyramidis nerui optici,& ſphærę cryſtallinæ,eſt circulus per 110 t 1 huius:ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate cõcauitatis nerui optici,& in foramine poſteriori uueæ rotundo. Extremitas

ergo

ergo nerui continet medium ſphærę glacialis: & eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit nutrimentũ ad oculum, & diffunditur in illo per uias nutrimenti: & eſt in interſectiõe huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiẽs & dijudicãs omne uiſibile: & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo continente foramen rotundum in poſteriori uueæ. Interſecãt quoq; ſe ſphæræ illæ duæ, ſcilicet glacialis & uitrea neceſſariò: cum cõuexum unius obuiet cõuexo alterius: ſicut enim ſunt diuerſę naturę & diaphanitatis, ſic ſunt portiões diuerſarum ſphærarum ſe ſecantium: cõmunis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus per 80 et 1 huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici, & interſectionis eiuſdem pyramidis, & ſphærę cryſtallinæ, & conſolidationis uueæ ſphæræ cum ſphæra cryſtallina, & fortè interſectionis earundẽ ſphærarũ. Corpus uerò conſolidatiuę continet partẽ pyramidalem nerui, quę eſt intra foramen oſsis, per quod tranſit neruus, & intra circumferentiam ſphærę glacialis: & continet ſphæram uueam. Ex his itaq; patet humorẽ glacialem propriè eſſe organũ uirtutis uiſiuę: nam huius ſolius diaphanitas eſt receptibilis formarum uiſibiliũ: & eſt in medio omnium & humorũ & tunicarũ collocatus: & ſi alij cuicũq; tunicę uel humori accidat læſio, ſaluo glaciali humore, ſemper aũxilio medicinę recipit oculus curationem, & ſanatur ac reſtituitur uiſus: ipſa uerò corrupta, corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutiõis per auxiliũ curę medicinalis. Eſt itaq; humor cryſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuę organũ: propter quod eſt diligentius conſeruatũ. Et cõſtituit natura duos oculos propter perfectionẽ bonitatis uiſionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quòd humores & tunicę oculi ſphærice ſe interſecant: & patet declaratio definitionis propoſitæ oculi ſecundũ omniũ eorũ experientiã qui de ipſius anatomia hactenus ſcripſerũt. Hæc aũt omnia, quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa: nunc ſummatim in figura mathematica adiecta ſpectanda proponimus.

VERA OCVLI DESCRIPTIO
atq; effigies è recentioribus anatomicis libris deſumpta.

5. Impoſsibile eſt uiſum rebus uiſis applicari per radios ab oculis egreſſos. Alhazen 23 n 1. item 23 n 2.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uiſiua rebus extra cõiungitur: aut illi radij ſunt corporei, uel incorporei. Si corporei, tũc cum uiſus uideret ſtellas & cœlum: neceſſarium eſt, ut à uiſu corporeũ exiẽs impleat totũ ſpacium uniuerſi, quod eſt inter uiſum & partẽ cœli uiſam præter diminutionẽ ipſius oculi: quod & impoſsibile eſt fieri, & etiã tam citò fieri (ſubtilitia & quantitate oculi manente ſalua.) Si uerò detur, quòd radij ſint incorporei, cum ſenſus nõ ſit niſi in re corporali: tunc ipſi radij nõ ſentirent rem uiſam: ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non ſentiente poterit ſentire: nec enim talia incorporea reddunt aliquid uiſui, quo uiſus poſſet comprehendere rem uiſam, cum uiſus non fiat, niſi per contactũ uiſus cum forma uiſa: quia ſine cõtactu nõ fit actio. Radij ergo procedentes ab oculo ſi nihil reddunt uiſui: tunc non fiet per ipſos uiſio: ſi uerò aliquid reddunt uiſui, hæc erunt luces uel colores, quę per ſe uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uiſum. Radij ergo nõ ſunt cauſſa applicationis uiſus cum rebus uiſis, ſed aliquid aliud, quod ſe multiplicat ad uiſum, eſt per ſe cauſſa uiſiõis. Impoſsibile eſt ergo radios per ſe eſſe cauſſam uiſionis, niſi fortè radij dicantur lineæ deſcriptę per puncta formarũ multiplicata à ſuperficiebus rerum uiſarum ad uiſum: quoniam, ut patet per 2 huius, inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus neceſſe eſt poſſe produci lineas rectas, ut res actu uideatur: tales uerò radij ab oculis non egrediuntur. Patet ergo propoſitum.

6. Viſio fit ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & ex paſſione uiſus ab hac forma. Alhazen 1. 2. 3. 14 n 1.

Formas uiſibiles agere in uiſum ex 2 & 3 ſuppoſitione patet: læditur enim uiſus ex forti luce, ut in

aſpectu corporis ſolaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uiſus taliter, ut à ſua cadat operatione, quouſq; per uirtutem intrinſecam naturalem fuerit reſtitutus. Sed & uiſus patitur à ſenſibilibus formis: retinet enim quandoq; in ſe fortes earũ impreſsiones. Viſus enim poſtquá diu inſpexerit fortem lucem uel colorẽ, ſi poſtea aſpiciat locũ obſcurũ uel locũ debilis lucis: inueniet fortè illud uiſibile, quod prius inſpexerat in ſe ipſo cũ luce, colore, & figura ſua: & quandoq; color fortis impreſſus uiſui permiſcebitur coloribus rerũ uiſarũ in obſcuro, & uidebuntur res illæ alio colore mixto coloratę, ut fortè uiride uiſum facit res albas poſtea uiſas in loco obſcuriori mixtim uirides apparere: & ſi claudatur oculus, nihilominus occurret uiſui forma prius uiſa. Formæ ergo uiſibiles agunt in uiſum, & uiſus patitur ab illis. Et quia uiſibilia per ſe ſunt lux & color, & lux eſt hypoſtaſis colorũ: lux aũt ſemper ſphęricè diffunditur ad omnẽ poſitionis differentiá: palàm ergo, ſic etiá colores diffundi. Cũ itaq; uiſus opponitur alicui rei illuminatę uel coloratę, tunc multiplicatur lumẽ uel per ſe, uel cũ illo colore rei oppoſitæ uiſui, & peruenies ad uiſus ſuperficiem & agit in uiſum, & uiſus patitur ab illo. Cum itaq; lux & color ueniunt ſimul ad ſuperficiem uiſus, & agunt in illũ, & uiſus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionẽ formarum uiſibilium cum ſuo organo fit cognoſcẽs: tunc fit uiſio propter præſentiam uiſibilium formarũ agentium in uiſum: & fit hæc actio & paſsio modo aliarum actionũ naturalium: quoniá totum agens agit in quodlibet paſsi punctũ, etiá in indiuiſibile, & totũ paſſum patitur à quolibet puncto agẽtis. Forma ergo lucis & coloris, quę ſunt in aliquo punctorũ rei uiſibilis, perueniunt ad totá ſuperficiem oculi: & formę omniũ punctorũ ſuperficiei rei uiſibilis perueniunt ad punctum unum ſuperficiei oculi: & ſic fit actio & paſsio inter iſta. Non fit aũt actio formarum uiſibilium in uiſum, niſi forma uiſibilis ſit potens ad agendũ & completæ hypoſtaſis ex luminis præſentia, & niſi mediũ extrinſecũ oculo & rei uiſibili ſit lucidum actu, & niſi organũ uiſus ſit receptiuũ formarũ per tunicas medias, & humores diaphanos ſuæ propriæ diaphanitatis. Pars enim tunicæ corneæ ſuperpoſita foramini uueę, quę primò aeri extrinſeco cõiungitur, & humor albugineus implens foramẽ uueæ, ſi à propria ceciderit diaphanitate, utpote mutata qualitate ſibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiá ipſe humor glacialis ſi per nimiam congelationẽ, uel alio modo à formarũ receptione fuerit impeditus, nõ fit uiſio: quia forma ſenſibilis organo uiſiuo imprimi nõ poteſt. Forma itaq; uiſibilis ueniens à re uiſa per medium lucidũ uſq; ad ſuperficiẽ uiſus, tranſit per diaphanitatẽ tunicarũ uiſus, & peruenit ad uirtutẽ uiſiuam ex foramine, quod eſt in anteriori uueę, & peruenit ad glacialem, & pertranſit in eo ſecundũ modum ſuæ diaphanitatis: & ob hoc natura omnes tunicas oculi diaphanas ordinauit, ut à formis ſenſibilibus actũ lucidi habentibus patiantur. Viſus uerò licet patiatur à formis uiſibilibus: nõ tamen tingitur à forma lucis uel coloris poſt receſſum præſentię corporis lucidi uel colorati, ſicut uniuerſaliter oſtendimus hanc paſsionẽ conuenire omni corpori diaphano per 4 t 2 huius: & licet quandoq; propter fortitudinẽ lucis & coloris fiat alia impreſsio in uiſum, & alteratio ſecundum illas luces & colores: nõ tamen illę remanent in uiſu, niſi tempore modico: nõ eſt ergo talis alteratio fixa. Viſus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa, formis ſenſibilibus agentibus in uiſum. Patet ergo propoſitum.

7. Centrum ſphæræ totius oculi: & centrũ glacialis: & centrum ſuperficierum extrinſecæ & intrinſecæ corneæ: & centrũ conuexæ ſuperficiei humoris albuginei neceſſe eſt idẽ eſſe. Ex quo patet, quoniá ſuperficies intrinſecæ corneæ ſuperficiei ſuæ extrinſecæ æquidiſtat. Alhazen 12 n 1.

Reſumpta figura oculi, quam præmiſimus in 4 huius: dico, quod uerum eſt, quòd hic proponitur, quoniá punctũ a eſt cõmune centrum propoſitarũ ſphærarũ. Si enim detur, quòd centrũ ſphærę totius oculi (quod eſt punctũ a) non ſit centrum ſphærę glacialis, palam per 75 t 1 huius, quoniá lineæ rectę perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphærę oculi, non ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphærę glacialis, niſi ſolùm illa, quæ tranſit per ambarum centra: cæterę uero omnes, quę erunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ uiſus, erunt declinantes ſuper ſuperficiem glacialis. Si ergo glacialis comprehendat formas rerũ uiſarum ſecundũ incidentiá illarum linearũ, quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, & obliquantur declinantes ſuper ſuperficiem glacialis: tunc neceſſario glacialis comprehendit oẽs formas rerum uiſibiliũ obliquatas, & declinantes à ſuo ſitu & figura, quam habent extrà in ſuperficiebus rerũ uiſibiliũ, quod eſt contra 5 ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio huius libri. Et quoniá formę incidentes medio ſecundi diaphani denſioris ſecundũ lineas non perpendiculares refringuntur ad perpendicularẽ, ut patet per 47 t 2 huius: ſubſtantia uerò humorũ & tunicarũ oculi denſior eſt aere circũſtante, & ſubſtantię diuerſę diaphanitatis inter ſe, ut patet per 4 huius: palàm, quòd in ipſa ſuperficie glacialis fiet refractio alia quàm in ſuperficie corneæ: nõ uiſtinguet ergo glacialis aliquid in rebus uiſis propter refractionẽ formarũ in ſua ſuperficie factarũ: manifeſtum eſt enim, quòd lineæ oblique incidentes ſuperficiei uiſus, magis obliquántur in ſuperficie glacialis: cum glacialis ſit alterius diaphanitatis à cornea uel albugineo humore: eſt enim in glaciali aliqua diaphanitas, propter quá recipit formas, & aliqua ſpiſsitudo prohibens tranſitũ formarũ: & ob hoc figuntur formę in eius ſuperficie & corpore. Nullam ergo formarũ uiſibilium cõprehendit glacialis ſecundum eius ſitum, & figurá, quam habuit extra uiſum: hoc autẽ eſt impoſsibile: quoniá patet manifeſtè per 5 ſuppoſitionẽ, quod glacialis cõprehendit formas rerũ uiſibilium ſecundũ ſitum & figurá, quę habent in rebus extrà. Eſt ergo neceſſariũ, quòd lineę, quę ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis: erunt ergo ſuperficies oculi, & glacialis

cialis ſuperficies ſphærarum contentarum habentes idem centrum, & extremitates omnium linearum imaginatarũ produci à quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ oculi, cõcurrunt in hoc centro per 72 t 1 huius: & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis per 72 t 1 huius. Et quoniã ſuperficies corneæ anterius cõplet oculi ſuperficiem ſphæricã, & fit cum illa una ſuperficies ſphærica: patet, quoniã centrum oculi eſt centrũ corneæ per definitionẽ ſphærę. Patet itaq; quoniã centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneę ſunt idem centrum. Quia ergo centrum oculi (quod eſt centrum ſuperficiei exterioris ipſius corneæ, & centrum ſphærę glacialis) ſunt unum cum centro totius oculi ex omnibus ſuis humoribus & telis cõſtante: conuenientius naturæ eſt, ut centrũ glacialis ſit ipſum centrum ſuperficiei interioris corneæ, ita quòd centra omnium ſuperficierũ oppoſitarũ foramini uueæ ſit unum punctum cõmune, & ſuperficies concaua corneæ ſphæræ fiat æquidiſtãs eius ſuperficiei conuexæ: ſic enim per 72 & 74 t 1 huius erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper omnes ſuperficies oppoſitas foramini, & augebitur bonitas uiſionis: & erit totus oculus rotundus propter unitatẽ centri corneę cum toto oculo. Et quoniã per 73 t 1 huius ſuperficies intrinſeca corneæ æquidiſtans eſt ſuperficiei extrinſecę ipſius, cum ipſarum ambarum ſit idem centrum: humor uerò albugineus ſecundum eius conuexum contingit concauum corneæ, ut præmiſſum eſt per experientiam anatomizantium in 4 huius: ergo per 79 t 1 huius ſuperficies conuexa humoris albuginei erit pars ſuperficiei ſphæricæ ſecundum eius conuexum ſuperficiem concauam ſphærę corneæ contingentis. Patet ergo per 73 t 1 huius, quoniam conuexæ ſuperficiei humoris albuginei & concauę ſuperficiei corneę eſt idem centrum. Et hoc eſt propoſitum. Et patet corollarium.

8. Sphæram uueam neceſſe eſt toti oculo eccentricã eſſe, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere: centrum uerò oculi amplius profundari. Ex quo patet, centrum uueæ centris omnium tunicarum & humorum anterioris partis oculi amplius eleuari. Alhazen 8 n 1.

Cum enim (ut patet per 4 huius, & per præcedentem) ſphęra cornea ſecundum eius ſuperficiem manifeſtam ſit continua cum ſuperficie totius oculi, & pars ſphæræ ipſius, & totus oculus ſit ſphæra maior quàm ſphæra uueæ: quoniam intra ſe cõtinet maximũ circulum ſphærę uueæ: patet per definitionem ſphærarũ ſe intrinſecus interſecantiũ, quòd ſuperficies ſphærę corneę eſt maior ſuperficie ſphæræ uueæ: palàm ita q; ex definitione ſphærę maioris, quoniam ſemidiameter corneæ eſt maior ſemidiametro uueæ. Et quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuperpoſita foramini uueę, eſt ſuperficies concaua ſphærica æquidiſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, eò quòd tota cornea eſt æqualis ſpiſsitudinis, ut oſtenſum eſt in præcedenti, ideo quòd centrum ſuperficiei intrinſecæ corneæ idem eſt cum centro ſuperficiei manifeſtæ conuexæ eiuſdem corneę: ſed ſuperficies concauà corneæ ſecat ſuperficiem ſphærę uueæ ſuper circumferentiam foraminis, quod eſt in anteriori parte uueę, ut præmiſſum eſt in 4 huius. & declaratum per 80 t 1 huius: ergo per 84 t 1 huius centrum ſphærę corneæ continentis ſphæram uueam neceſſe eſt remotius eſſe in profundo quàm centrum ſphærę uueę. Patet ergo, quoniã ſphæram uueam neceſſe eſt toti oculo eccentricam eſſe, centrumq; eius ad anterius oculi plus accedere, centrum uerò oculi amplius profundari: quòd eſt principale propoſitũ. Et ex hoc etiam patet corollarium, quia cum ſphæra uueę non ſit in medio cõſolidatiuę, ſed anteriuſ ad partẽ ſuperficiei manifeſtę oculi, & cũ ſuperficies manifeſta ipſius oculi ſit pars ſphęræ maioris: palàm, ut præmiſſum eſt, quia centrum eius erit remotius in profundo centro uueæ. Manifeſtum uerò oculi eſt ſuperficies ipſius corneæ extrinſeca cõuexa, cui æquidiſtat eiuſdem ſuperficies intrinſeca concaua. Centrum ergo tam ſuperficiei concauæ quàm ſuperficiei conuexæ ipſius corneæ plus profundatur in oculo quàm centrum uueæ. Et quia ſuperficies concaua corneæ contingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anteriori foraminis uueæ, & ſuperponitur ei: patet ex præmiſſa, & per 79 t 1 huius, quoniam ſuperficies conuexa humoris albuginei eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrum eſt centrum ſuperficiei ſibi ſuperpoſitæ. Superficies ergo conuexa corneæ, & ſuperficies concaua ipſius, & ſuperficies conuexa humoris albuginei, attingens concauum corneę; cum ſint ſuperficies ſphæricę æquidiſtantium ſphærarũ, palàm per 73 t 1 huius; quia centrum ipſarum omnium eſt unus punctus, qui amplius profundatur centro uueę. Et quia ſuperficies anterioris glacialis eſt ſphærica concentrica totali oculo per præcedentẽ: & etiam quia ſuperficies ſphærę glacialis cõuexa ſecat ſuperficiem ſphærę uueæ intrinſecus: patet per 84 t 1 huius, cum ſuperficies glacialis ſit portio ſphærę maioris; quàm ſuperficies ſphærę uueę, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uueæ. Centrum itaq; uueæ centris omnium tunicarum & humorum oculi, qui ſunt anterioris partis oculi ad partem aeris extrinſecam reſpicientes, amplius eleuatur. Quod eſt totum propoſitum.

9. Inter centrum oculi & centrum uueæ productã lineam rectã centrum circuli ſectionis uueæ, & medium concauitatis nerui optici neceſſariò penetrabit. Alhazen 7 n 1.

Oſtenſum eſt per 7 huius, idem eſſe centrum totius oculi & centrum corneæ: ſed linea, quæ continuat duo centra corneę & uueę (quæ in præmiſſa figura oculi in 4 huius eſt linea a f) hæc producta peruenit ad centrum circuli communis earũ ſectionis per 82 t 1 huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uueę, ſecundum cuius peripheriã illæ ſphærę ſe interſecant: ſuperficies enim concaua corneæ, & ſuperficies conuexa uueę ſunt duę ſuperficies ſphæricę ſecantes ſe ſecundum peri-

pheriam foraminis uueæ, ut patet per 4 huius: palàm quoq; per 86 t 1 huius, quòd eadem linea producta peruenit ad duo media duarum superficierum corneæ inter se æquidistantium superpositarũ illi foramini uueæ, cuius foraminis peripheria est circumferentia circuli sectionis. Et quoniam foramen, quod est in anteriori uueæ, est directè oppositum foramini, quod est in posteriori uueæ, quod est extremitas concauitatis nerui: palàm per 111 t 1 huius, quoniam eadem linea producta medium concauitatis nerui optici necessariò penetrabit: & hoc est centrum circuli basis pyramidis nerui optici concaui. Patet ergo propositum.

10. Inter centra sphærarum glacialis & uueæ linea recta producta ad centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uueæ necessariò pertinget: & super illius circuli superficiem erecta erit. Alhazen 9 n 1.

Patuit ex præmissis in 4 huius, quoniã sphæra glacialis intersecat intrinsecus sphæram uueam: linea ergo per centra istarum sphærarum transiens 82 t 1 huius, erit perpendicularis super centrum circuli cõmunis sectionis ipsarũ. Iste uerò circulus sectionis, aut est circulus distinguens finem consolidationis harum sphærarũ ad inuicẽ, aut æquidistans ei: superficies enim, quæ est in anteriori parte glacialis, opposita est foramini, quod est in anteriori parte uueæ, & situs eius ab eo est situs consimilis, ut patuit in 4 huius: terminus ergo istius superficiei, qui est circulus sectiõis inter duas superficies sphæræ glacialis & uitreæ, aut est ipse circulus consolidationis istarũ sphærarũ cum uuea, aut æquidistãs ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis scilicet sphæræ & uitreæ fuerit ipse circulus cõsolidationis ipsarũ cum uuea: iste ergo circulus, est circulus sectionis inter superficiẽ glacialis & uueę: & tũc, ut prius, per 82 t 1 huius patet ꝓpositũ. Quòd si circulus sectionis inter superficiẽ sphæræ glacialis & superficié sphæræ uitreæ nó fuerit ipse circulus cõsolidationis sphærarum crystallinæ & uitreę cũ sphæra uuea, sed fuerit æquidistãs circulo cõsolidationis earũ cũ uuea: tunc superficies sphæræ glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id, quod forma naturalis suæ sphæræ extenditur, secabit sphæram uueę super circulum æquidistantẽ isti circulo sectionis sphæræ glacialis & uitreę: quoniã iste circulus æqualem habet situm à circunferentia sphæræ uueæ: & quia iste circulus est æquidistans circulo consolidationis: erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficié uueæ, aut ipse circulus consolidationis, aut æquidistans ei. Quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palàm per 82 t 1 huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum uueæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eò quòd iste circulus est circulus sectiõis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquidistans circulo consolidationis, & est æquidistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem uueę: est ergo cum circulo sectionis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquidistans circulo dictę sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquidistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessariò transibit perpẽdiculariter centrũ alterius, ut patet per 68 & 66 t 1 huius. Linea igitur quæ transibit per centrũ uueę & per centrũ glacialis transit per centrũ circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreę cum uuea secundum omnes dispositiones sphærarũ & illorum circulorũ: est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66 t 1 huius. Quod est propositum. Sunt tamen necessariò hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si fuerint diuersi circuli, & æquidistantes, eadem proposita omnibus occurrunt: secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambę illę secant uueam, & consolidantur secundũ eundem circulum cum illa: & est ille circulus basis concauitatis nerui optici: & sic ille unus circulus obtinet officium quatuor circulorum.

11. Sphæram uitream necesse est sphæra glaciali eccentricã esse: centrumq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere. Alhazen 10 n 1.

Quia enim superficies sphæræ glacialis, & superficies sphæræ uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se: centrum ergo superficiei anterioris respectu manifesti oculi, est remotius in profundo, quam centrum superficiei posterioris per 84 t 1 huius, posterior uerò harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut prætensum est in 4 huius. Patet ergo propositum.

12. Lineam transeuntem centrum glacialis & uueæ, centrũ quoq; uitreæ, & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire. Alhazen 11 n 1.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & uueę, producta super centrum circuli consolidationis glacialis cum uuea, perpendicularis est super superficiem circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uuea, ut patet per 10 huius. Huic autem circulo aut idem est circulus intersectionis glacialis cum uitrea, aut æquidistans ei: quocunq; uerò istorũ modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulũ sectionis sphæræ glacialis cum uitrea: palàm ergo per 82 t 1 huius, quoniam ipsa transit per centrum sphæræ uitreæ. Quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82 t 1 huius, quòd ipsa necessariò centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit. Extenditur ergo in medio cõcauitatis nerui optici, super quẽ componitur oculus: quoniã circulus consolidationis est basis, & extremitas cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4 huius. Quia uerò ostensum est suprà per 9 huius, quòd inter centrum oculi & centrum uueæ producta linea centrum circuli sectionis uueæ, & medium concauitatis nerui optici necessariò penetrat,

netrat,cùm ab eodem puncto, ut à medio nerui optici ſuper eandem ſuperficiem plures perpendiculares non poſſunt produci,ut patet per 20 t 1 huius : palàm quoniam linea eadem per cẽtrum circuli ſectionis ſphæræ uueæ & glacialis,& centrum uueæ & centrum oculi,& ſphęræ glacialis & uitreæ,& per centrum circuli conſolidationis eſt tranſiens. Patet itaq; ex præmiſsis,quòd una & eadem linea tranſit per medium cõcauitatis nerui optici & per duo media omnium tunicarum oppoſitarum foramini uueæ: & eſt ipſa per 74 t 1 huius,perpendicularis ſuper ſuperficies omnium tunicarum oppoſitarum foramini uueæ:& eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem foraminis uueę:& eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli cõſolidationis:& extenditur in medio concauitatis nerui optici,ſuper quẽ componitur oculus: & ipſa eſt axis totius oculi : qui in propoſita ſuperius figuratione eſt in rectitudine literarum f a,extenſa per medium concauitatis nerui optici.

13. Viſus non cõprehendit res uiſas niſi corpore medio diaphano exiſtẽte. Alhaz.22.41 n 1.

Quia enim,ut patet per 6 huius,uiſio non eſt niſi ex actione formę uiſibilis uenientis à re uiſa ad uiſum:formæ uerò non extenduntur niſi in corporibus diaphanis conſimilis diaphanitatis,in quibus fit lucis & formarum extenſio ſecundum lineas rectas,ut patet per 1 t 2 huius. Cum ergo lineas productas à rebus uiſibilibus ad uiſum nõ abſcindit aliquod corpus medium non diaphanum: tũc perueniunt formæ ad uiſum, & uiſio completur : quòd ſi aliquod corpus non diaphanum interuenerit,impeditur multiplicatio formæ ad uiſum. Patet ergo propoſitum.

14. Non fit uiſio corpore uiſibili exiſtẽte ſimilis diaphanitatis cum medio. Alhazen 42 n 1.

Si enim corpus uiſibile ſit diaphanum: tunc non eſt coloratum,nec eſt habens formam lucis,ſed ſolum lucidi:ergo non uidetur,quoniam ut patet per 4 t 2 huius,lux non figitur in corporibus diaphanis taliter,ut ipſa tingat,uel quòd eis præſtet actum uiſibilitatis Cum ergo diaphanitas corporis uiſibilis fuerit ſimilis diaphanitati aeris:tunc erit eius diſpoſitio ſicut diſpoſitio aeris,& non apprehenditur à uiſu,ſicut nec aer. Et ſimiliter eſt de alio medio quocunq;:nullum enim talium uidetur,cum diaphanitas rei uiſæ non fuerit ſpiſsior corporis medij diaphanitate. Si uerò corpus uiſum fuerit diaphanum,ſed minus quàm medium:ſicuti cryſtallus reſpectu aeris: tunc res uiſa, quoniam habet aliquem colorem reſpectu ſuæ ſpiſsitudinis, uidebitur per mediũ aerem ueluti res colorata: quoniam cum lux oritur ſuper ipſum,figetur in ipſo aliqua fixione, ſcilicet ſecundum id, quod eſt in ipſa de ſpiſsitudine,& pertranſibit in eo ſecundũ ſuam diaphanitatem:& erit in eo forma in aere ſecundum colorem & lucem, quę ſunt in ſua ſuperficie,& illa forma cum peruenerit ad uiſum,operabitur in uiſum,& ſentiet uiſus rem uiſam. Patet ergo propoſitum.

15. Inter uiſibile & oculi ſuperficiẽ diſtantiam mediam neceſſariũ eſt eſſe. Alhazen 37 n 1.

Non enim apprehendit uiſus rem uiſibilem, niſi quãdo fuerit in ea aliqua lux media per 1 huius: hoc autem non eſt niſi per mediam diſtantiam. Quando ergo uiſibile fuerit ſuperpoſitum uiſui ſine medio, tunc ipſum non uidetur:res enim per ſe luminoſæ non poſſunt immediatè ſuperficiei uiſus applicari:talia enim ſunt,ut ſtellæ & ignis,quæ uiſui immediatè non poſſunt applicari:quoniam ex eorum applicatione ſequeretur corruptio uidentis. Reliqua uerò corpora nõ luminoſa ſi uiſui applicentur,illa ſine lumine non uidebuntur:requiritur ergo media diſtãtia inter illa corpora,& inter ſuperficiem ipſius uiſus, in qua ſe diffundant corporum illorum formæ mediante luce. Et etiã corporibus uiſibilibus ipſi uiſui immediatè applicatis : tunc corpus oculi ſecundum ſitum ſuum prohibetur à uiſuali operatione. Quia enim uiſio non fit,niſi ex parte oppoſita foramini uueæ,ut patet per 4 huius:ſi ergo uiſus comprehendat rem uiſibilem per immediatam applicationem: non comprehendet illam niſi ſecundum partem applicatam foramini uueæ, & nõ comprehendet reſiduum rei uiſæ : & ſi imaginetur res uiſa moueri ſuper oculi ſuperficiem quouſq; uiſus totã illam rem contingat,non propter hoc erit iudicium per uiſum, ſed potius per tactum : nec enim ſic aget in uiſum forma uiſibilis,quę eſt forma multiplicata extra rem ſenſibilem,ſed res ipſa. Non ergo erit uiſio,niſi inter uiſibile & oculi ſuperficiem ſit aliqua media diſtantia. Et hoc proponebatur.

16. Viſio non fit ſine dolore & paſsione à ſubſtãtia oculi abyciente. Ex quo patet,uiſum oportere conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc,ut completè exerceat uiſionem. Alhazen 26. item 1.2 n 1.

Quoniam enim glacialis recipit formam lucis & coloris : & lux & color operantur in glacialem: erit neceſſariò illa operatio non ſine dolore,quãuis quandoq; non ſentiatur ille dolor, ut cum non eſt ualde fortis. Luces uerò fortes anguſtiant uiſum,& lædunt ipſum manifeſtè,ut patet in luce ſolis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uiſum. Et quia operatio omnis lucis in uiſum eſt ex uno genere, non diuerſificata niſi ſecundum magis & minus : & maior operatio cuiuslibet lucis in uiſum eſt ex genere doloris, & non diuerſificatur in hoc niſi ſecundum magis & minus, ſic etiam quod quandoq; latet dolor ipſum ſenſum: ſemper tamen illa paſsio quantumcũq; inſenſibilis abijcit à ſubſtantia oculi. Ex hoc ergo patet,quòd oportet uiſum conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc,ut complete exerceat uiſionem : quoniam ſemper comprehẽſio uiſibilium à uiſu eſt ſecundum fortitudinem uiſus : quia ſenſus uiſus oculorum diuerſificatur ſecundum uigorem & debilitatem ipſorum:humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus,& ſicci minus. Et hæc uoluimus declarare.

17. Visio distincta fit solùm secũdum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas. Ex quo patet, omnem formam uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Alhazen 1.18 n 1.

Licet enim, ut ostensum est in 6 huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus: quia tamen per 20 t 1 huius forma tantùm unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidit uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctũ superficiei uisus super lineas declinantes per 13 p 11, & in quolibet puncto superficiei uisus transeunt in eodem tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorum uisui in illo tempore: quoniã suppositum est in principio huius 6 suppositione, uisum simul diuersa uisibilia uidere: sola uerò forma puncti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus, per 47 t 1 huius transit rectè per diaphanitatem omnium tunicarum oculi: formæ uerò omnium aliorum punctorũ refringuntur, & transeunt per diaphanitatem tunicarum uisus secundum lineas declinantes super superficiem uisus: & etiam ex quolibet puncto superficiei glacialis erit una tantùm perpendicularis super superficiem uisus: quoniam cũ sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrũ, ut patet per 7 huius: quęcunq; linea fuerit perpendicularis super superficiẽ unius, & super alterius superficiem, perpendicularis erit per 74 t 1 huius: sicut autem ex eodem puncto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeũt lineæ infinitæ ad superficiẽ uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus: sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo exit perpendicularis super superficiem uisus, & pertransit foramen uueæ, exeũt lineæ aliæ infinitę transeuntes in foramen uueæ, & peruenientes ad superficiẽ uisus declinantes. Et sicut radij imaginati egredi à uisibus quãdo fuerint imaginati refringi secundũ modũ differẽtiæ diaphanitatis corneæ à diaphanitate aeris, per 47 t 2 huius perueniunt ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibilium oppositarũ uisui in uno tempore, & nulla istarum linearũ occurrit puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis. Sic etiam secundũ nos ponentes radios non egredi, sed formas diffundi ad uisum, formæ punctorũ uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum, extenduntur secundum rectitudinem harum linearũ, & perueniũt ad superficiem uisus, & per 47 t 2 huius refringuntur ad idem punctũ superficiei glacialis: solus autem punctus, qui est apud extremitatem perpendicularis, non refringitur, sed semper extenditur secundũ rectitudinem perpẽdicularis, & pertransit ad illum punctũ glacialis. Si itaq; glacialis secundũ lineas non perpendiculares sentiat: tunc puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nunquã ordinabuntur in sensu secundũ modum ordinis sui in superficie rei uisæ: quoniam in eodem puncto occurrũt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & nõ distinguetur aliquid in illis: sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantùm sentiet: tunc distinguentur in eo puncti, qui sunt in superficiebus uisibilium, nec erit differẽtia situs & ordinationis formarum uisibilium in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, quæ sunt extrà. Quoniam autem secũdum 5 suppositionem nostram formæ uisibilium perueniunt ad uisum sub figuris, quas habẽt in rebus extrà: patet quòd secundũ solas perpendiculares lineas fit uisio: tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Patet ergo propositum. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarumcunq; uisarum formarũ, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarũ uisus, continẽtur in pyramide, cuius uertex est centrũ uisus, & cuius basis est circulus foraminis uueæ, uel pars superficiei illius circuli: & quantò magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tantò magis amplificatur: & omnes formæ rerum cadentiũ intra illam pyramidem, extendũtur in rectitudinem linearũ radialiũ, & pertranseunt tunicas oculorũ refractæ: & hãc pyramidem dicimus pyramidem radialem. Formæ uerò rerum uisibiliũ, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunquam incidũt per aliquam illarũ linearũ perpendiculariũ, sed fortè accidit ipsas extẽdi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiẽ uisus oppositam foramini uueæ, & illæ formę refringũtur à diaphanitate tunicarũ uisus, & nõ perueniũt ordinate ad uirtutem uisiuam: unde non fit distincta uisio secundũ illas: ueruntamẽ illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistinctè, in cõcursu scilicet ipsarum cũ lineis perpendicularibus à cẽtro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nũc superficiem uisus illã partem superficiei oculi, quæ est oppositа superficiei foraminis uueæ. Quod autem uisus comprehendat quãdoq; illa, quæ sunt extra pyramidẽ radialem, patet experimentaliter. Extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lachrimali quiescente uisu, uidebitur, cũ tamen illa extremitas sit extra pyramidem radialẽ. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem, quæ ualde subtilis est, quoniam pyramidalitas eius nõ est ampla: unde nihil sui peruenit ad loca, quæ circũdant oculũ, uidebitur tamen superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorũ uisibiliũ perueniet ad superficiẽ uisus per lineas obliquas, quæ sunt extrà pyramidẽ radialẽ. Patet ergo, quòd formæ rerũ taliter situatarũ respectu pyramidis radialis, peruenũt ad superficiẽ uisus prefractionẽ factã in superficie uisus ab aere, q est rarioris diaphani, quã sint tunicæ ipsius uisus. Quod aũt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarũ oblique uisui incidẽtiũ, patet etiã in illis, quorũ formæ nisi prohiberẽtur, caderẽt intra pyramidẽ radialẽ. Si enim acus uel alia res subtilis minuta directè oppositа foramini uueæ interponatur uisui & parieti albo: uidebitur tñ forma totius parietis, cũ secũdũ ueritatẽ formæ

partis

partis parietis directè oppositæ acui & uisui, directè nõ perueniat ad superficiem ipsius uisus, peruenit autem, ut patet, quoniam uidetur. Palàm ergo, quoniam peruenit per refractionem factam in superficie ipsius uisus: omnia autem hæc uidẽtur indistinctè: unde reductis ipsis intra pyramidem radialem, & ablato quolibet corporé interposito, uidebuntur illarum formæ distinctè & perfectius quàm prius. Fit ergo uisio distincta solùm secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas: indistincta uerò uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

18. Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidem, cuius uertex est in centro oculi, basis uerò in superficie rei uisæ. Ex quo patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri. Euclides 2 hypothe. opt. Alhazen 19 n 1.

Cum per 6 huius omnis uisio fiat ex actione formę uisibilis in uisum: & quælibet pars formæ uisibilis & pũctus se multiplicet per medium extrinsecum ad oculi superficiem totam: & tota superficies rei uisæ ad unum punctũ oculi: quia tamen oculorũ tunicæ sunt alterius diaphanitatis quàm aer extrinsecus: solæ illæ lineæ formarum à superficie rei uisibilis ad superficiẽ oculi productæ, quę protractæ centrum oculi penetrant, cum sint perpendiculares super superficiem oculi, non refringuntur in medio diaphani ipsius corneæ, ut patet per 72 t 1 huius, & 47 t 2 huius, & per præmissam: aliæ uerò lineæ omnes refringuntur, quia incidunt obliquè: unde nõ fit uisio secundum illas. Quoniam autem solus glacialis proprié est organum uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphęræ corneæ: oportet necessariò ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniãt ad glacialem. Et quia non est possibile, ut uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando apprehendit formam unius puncti rei uisæ ex uno tantùm puncto suæ superficiei: quoniam, ut in præmissa ostẽsum est, omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Nõ est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit colorem uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantùm puncto superficiei uisus uenientem ad se. Et cum centrum oculi & centrum sphæræ glacialis, sicut patet per 7 huius, sit idem punctum: necesse est, quòd omnes lineæ perpendiculariter productæ à punctis uisibilium super superficiem oculi diaphanam concurrant in centro glacialis: eruntq; quidé diametri in superficiebus tunicarum oculi perpendiculares super ipsas tunicas oculi: eritq; quælibet perpendicularis occurrẽs superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glacialis in puncto uno: & una tantùm perpendicularis transit per punctum aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiem corneæ superpositam illi puncto glacialis, quæ sit perpendicularis super superficiem rei uisæ: quoniam per 20 t 1 huius ab aliquo puncto super superficiem unam una tantùm perpendicularis duci potest. Vnde cum superficies rei uisæ fuerit æquidistãs superficiei ipsius uisus, erit per 23 t 1 huius illa linea perpendicularis super superficiem uisus & super superficiem rei uisæ: aliæ uerò lineæ omnes sunt obliquæ super superficiem rei uisæ, quamuis productæ ad centrum uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis. Forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundum lineam unam perpendicularem productam ab eo ad superficiem uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctum, super quem non occurrit ei aliqua formarum punctorum aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet pũcto superficiei rei uisibilis ad cẽtrum oculi lineis: palàm, quoniam istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi, superficiẽ sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent: quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno corpore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctum, qui est centrum oculi, terminantur. Palàm ergo, quoniam omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramide uerticem habente in cẽtro oculi & basim in superficie rei uisæ: erit enim forma cuiuscunq; puncti superficiei rei uisæ extensa secundum rectitudinem lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis, qui est centrum uisus: & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quoniam formæ penetrant per illas: & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hãc pyramidem quasi æquidistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis quasi noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glacialis & uertex, ubi prius, & bases illarũ pyramidum fiunt quasi ſimiles, ut patet per 99 & 100 t 1 huius. Et ex hoc patet, omne quod uidetur, sub angulo uideri, quem continent lineæ radiales concurrentes in centro uisus. Patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarum uisus ad locum gyrationis concaui nerui, super quem componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12 huius, transit per centrũ uisus & per centrum foraminis, quod est in anteriori uueæ, & per centrum ipsius uueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis: aliæ uerò lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

19. Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quãtitatis respectu superficiei uisus, ad hoc, ut actu uideatur. Alhazen 40 n 1.

Iam enim ostensum est, quoniã uisio semper fit per pyramidẽ, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam: & quod ista pyramis distinguit ex superficie mẽbri sentientis paruã partẽ, in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet per 17 huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars distincta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primum membrum sentiens, erit quasi punctus uel ualde parua: sed membrũ sentiens non sentit formã, nisi

quando

quando pars ſuæ ſuperficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis ſenſibilis, reſpectu totius oculi, quoniã uirtutes ſenſus ſunt finitæ, & nõ extenduntur in infinitum: unde ſunt ſecundũ unum aliquẽ terminum, ad quẽ peruenire poteſt uirtus ſenſitiua. Cum ergo pars membri ſentiẽtis, ad quã peruenit forma, nõ eſt quantitatis ſenſibilis apud totum membrũ ſentiens: tunc nõ ſentit membrũ actionem, quã agit forma rei uiſibilis in illa parte ꝓpter paruitatẽ ipſius: quare nõ cõprehendit formam rei tam paruę. Solæ itaq; res ſunt ſenſibiles actu, quarũ pyramides inter uiſum & centrũ uiſus diſtinguunt ex ſuperficie glacialis partẽ aliquã ſenſibilis quãtitatis, reſpectu totius ſuperficiei glacialis: illæ ergo res oportet ut ſint alicuius quãtitatis reſpectu ſuperficiei uiſus. Et hoc eſt ꝓpoſitũ.

20. Viſio non completur, niſi cum ordinatio formæ recepta in ſuperficie glacialis, ad neruum peruenerit communem. Alhazen 25 n 1.

Quoniam enim, ut patet in 4 huius, in concurſu amborũ neruorum opticorum in anteriori parte cerebri conſtituta eſt uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile, propter quod in uno uidente eſt unitas ſenſus uiſus, ob cuius unitatem ambobus uiſibus unam & eandẽ rem ſimul accidit uideri: patet quòd uiſio nõ cõplebitur niſi cũ forma uiſibilis uniatur uirtuti ſentiẽti, quę eſt in cõcauo cõmunis nerui: oportet enim cognoſcibile ſemper uniri ipſi cognoſcẽti. Quia uerò per 17 huius formarum uiſibiliũ fit ordinatio in ipſius oculi ſuperficie, ſicut ordinatæ ſunt in ſuperficie rei uiſæ, & ex 5 ſuppoſitione huius res uiſa ſecundum ſitum, figuram & ordinẽ ſuarum partium uidetur: neceſſe eſt ergo fieri ordinationem formæ in ipſo neruo communi ſecundum modum ordinationis, quo eſt recepta in ſuperficie glacialis, & aliter non complebitur uiſio. Patet ergo propoſitum.

21 Humorem uitreum alterius diaphanitatis à glaciali neceſſarium eſt eſſe. Alhaz. 2 n 2.

Si enim diaphanitas iſtorum duorum, corporum glacialis ſcilicet humoris & uitrei, ſit conſimilis: tunc (ut patet per 11 t 2 huius, & per 17 huius & per 72 t 1 huius) formę uiſibiles receptæ in ſuperficie glacialis non refractæ ſecundum lineas radiales concurrent in cẽtro oculi propter conſimilitudinem diaphanitatis, & ibi ſe interſecãtes ulterius ſe diffundent. Quia uerò, ut patet per præmiſſam, uiſio non completur, niſi poſtquam ordinatio formæ, quæ recipitur in ſuperficie glacialis peruenit ad neruum communem: ſitus autem partium formæ ſecũdum ſuum eſſe in ſuperficie glacialis non poteſt peruenire ad neruum communem, niſi per extenſionem eius in cõcauo nerui, ſuper quem componitur ſphæra glacialis, quia aliter eſt ipſum impoſsibile peruenire: forma uerò nõ poteſt extendi à ſuperficie glacialis ad concauum nerui communis ſecundum extenſionem linearum rectarum, & cõſeruare ſitus ſuarum partium ſecundum ſuum eſſe, niſi natura alterius diaphani clarioris ſibi occurrat, antequã peruenirat ad cẽtrum oculi: quoniã ſi non ſit medium alterius diaphani cõmunis, iſtæ lineæ cõcurrent apud cẽtrum oculi, & efficietur quaſi unũ punctum. Et quia hoc cẽtrum oculi eſt ante locum unionis neruorum opticorum, patet per 91 t 1 huius, quòd ſi illę lineæ ultra cẽtrum oculi debeãt extẽdi, neceſſariò erit linearum illarum interſectio in cẽtro, & poſt cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionem & ſitum priori pyramidi modo contrario ſe habebunt. Cõuertetur ergo totus ſitus figuræ rei uiſæ, quem habet in ſuperficie rei uiſæ & in ſuperficie glacialis, taliter, ut illud, quod eſt in ſuperficie glaciali dextrũ, fiat ſiniſtrum apud ſenſum, & econtrariò, & ſuperius fiat inferius, & econtrariò: nec perueniet aliquid formæ directè ad neruum communem, niſi ſolum unum punctum, quod eſt in extremitate axis pyramidis. Omnes ergo res ſecundum modum ſuo naturali ſitui contrarium uidentur: quod eſt contra 5 ſuppoſitionem, & manifeſtè contra id, quod accidit in ſenſu. Patet ergo quod neceſſarium eſt, quòd iſti humores ſint diuerſæ diaphanitatis. Quod eſt propoſitum.

22. Superficiem communis ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ ad anterius cẽtro oculi ſitam eſſe: humoremq; uitreum & ſpiritum uiſibilem eiuſdẽ quaſi diaphanitatis, & utrag; plus diaphana humore glaciali neceſſe eſt eſſe. Alhazen 30 n 1. Item 4. 5. 6 n 2.

Quoniam, ut patet per 20 huius, omnis forma rei uiſæ ſecundum ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium peruenit ad neruum communem: palàm ſicut in præmiſſa oſtẽſum eſt, quòd neceſſarium eſt, quòd fiat aliqua refractio ante peruentum formę ad centrum oculi: quia etiam ſi fiat refractio poſt centri tranſitum, erunt neceſſariò formæ cõuerſæ: quoniã & tunc per 91 t 1 huius erit mutatus ſitus partium formę. Refractio uerò cum ſolum fiat ad perpendicularẽ, uel à perpẽdiculari, ut patet per 47 t 2 huius: palàm, quia non tranſmutat ſitum partium, ſed ſolum auget uel minuit figuram per 49 t 2 huius. Quia uerò glacialis, ad quem perueniunt formæ ſecundum rectitudinẽ, totus eſt unius diaphani: refractio uerò nõ fit niſi medio alterius diaphani: palàm, quia nõ poteſt fieri refractio formarum niſi apud humorem uitreum, cuius corpus, ut in præcedẽti oſtenſum eſt, diuerſæ eſt diaphanitatis à corpore glacialis. Hic ergo humor neceſſariò antecedit cẽtrum oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipſum, priuſquã perueniãt ad ipſum cẽtrum oculi, quod eſt idẽ cẽtrum humoris glacialis per 7 huius: quia aliàs enim in centro illo fieret cõcurſus omnium linearum radialiũ per 72 t 1 huius: quia illæ lineæ ſunt omnes perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis: accideret quoq; illis formis ulterius progrediẽtibus tranſmutatio ſecundum ſitum per 91 t 1 huius, ut premiſſum eſt: & qa hoc eſt impoſsibile, patet ergo, quod humor uitreus antecedit cẽtrum glacialis. Quãuis itaq; glacialis, in quo eſt principiũ ſenſus, indigeat lineis radialib. extẽſis ſecũdũ rectitudinẽ, eò quòd impoſsibile eſt, ut forma rei uiſę ſit ordinata in ſupficie uiſus ꝓpter magnitudinẽ rei uiſę & p

unitatem

unitatem ſuperficiei corporis uiſus niſi per iſtas lineas, per quas completur comprehenſio rei uiſæ ſecundum ſuum eſſe: peruentus tamen formarum ad ultimum ſentiens non indiget tantum extenſione formarum ſecũdum rectitudinem iſtarum linearum: quoniã receptio formarum in membro ſentiente non eſt omnino ſimilis receptioni formarum in corpore diaphano: membrum enim ſentiens recipit iſtas formas propter ſuam diaphanitatem, & ſentit eas propter eius uirtutem ſenſibilem: & ſic recipit formas ſecundũ receptionem ſenſus, cum alia corpora diaphana recipiãt formas tantùm ad repreſentandũ ipſas uiſui, non aũt ad ſentiendum. Qualitas ergo receptionis formarum in humore uitreo ſecundum lineas refractas, eſt propter diuerſitatem ſuæ diaphanitatis à corpore glacialis, & propter qualitatẽ receptionis ſenſibilis, quæ non eſt completa in humore glaciali. Sed & corpus ſubtile, quod eſt in concauitate nerui inter humorẽ uitreum & neruum cõmunem, quod corpus nominatur ſpiritus uiſibilis, quoniam in ipſo primo diſcurrunt ſpiritus uiſibiles, neceſſe eſt diaphanum eſſe: quoniã formæ rerum uiſibilium quando perueniunt in corpus humoris uitrei, extenditur ſenſus ab illo in corpus ſentiens extenſum in concauo nerui continuati inter uiſum & anterius cerebri, & ſecundum extenſionem ſenſus extendũtur formæ ordinatæ ſecundũ ſuam diſpoſitionem. Patet ergo, quod ordinatio partium corporis ſentientis formas, & ordinatio uirtutis ſentientis æqualiter eſt neceſſariò in corpore uitreo, & in omni corpore ſubtili extenſo in cõcauo nerui. Cum enim forma peruenit ad aliquod punctum ſuperficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius ſitus in concauitate nerui, in quo extenditur corpus ſentiens, & erunt formæ omnium punctorum conſimilis ordinationis adinuicem. Corpus itaq; ſentiens, quod eſt in concauo nerui, erit neceſſario diaphanum propter receptionem formarũ uiſibilium: eritq; diaphanitas eius quaſi eadem cum diaphanitate humoris uitrei, ut nõ obliquentur uel fiant monſtruoſæ formæ: quod peruentum earum ad ultimam ſuperficiem uitrei uicinantem corpori, quod eſt in concauo nerui. Pertranſeunt ergo formæ in iſto corpore ſubtili ratione diaphanitatis, & apparent uirtuti ſenſitiuæ ratione ſpiſsitudinis eiuſdem corporis. Sentiens itaq; ultimum, quod eſt in neruo cõmuni, comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorem ex eius coloratione, quoniã horum formæ tranſeunt & figuntur in ipſo. Fit autẽ refractio formarum apud humorẽ uitreum tam propter diuerſitatẽ qualitatis receptionis ſenſus, quàm propter diuerſitatẽ diaphanitatis humoris glacialis & uitrei. Et ſi diaphanitas duorũ corporum eſſet cõſimilis: eſſet forma extenſa in corpore uitreo ſecundum rectitudinem linearũ radialiũ propter conſimilitudinẽ diaphanitatis, & eſſet refracta propter diuerſitatẽ qualitatis ſenſus inter hęc duo corpora: & ſic fieret forma aut monſtruoſa, aut eſſent duæ formæ. Quãdo uerò propter diaphanitatis diuerſitatẽ fit refractio, & diuerſitas qualitatis ſenſus affirmat illã refractionẽ aut obliquationẽ: tunc erit forma poſt obliquationẽ refractionis, forma una ordinata ſecũdum ſuarũ partium ſitum, figurã, & ordinẽ, qua habet forma in re extra, & uirtus ſenſitiua ſentit formam rei uiſæ ex toto corpore ſentiente extento à ſuperficie uiſus primo ſentiẽtis & ſenſibiles formas recipiẽtis uſq; ad cõcauũ nerui cõmunis, quod eſt ultimũ corpus ſentiẽs: quoniam in ipſo cõſtituta eſt uirtus ſenſitiua. Sunt itaq; humor uitreus & corpus, quod eſt in cõcauitate nerui, eiuſdẽ quaſi diaphanitatis: quia inter ipſa nõ fit refractio aliqua ſenſibilis diuerſa, ſed regulariter per unitatẽ uirtutis ſenſitiuę ad unitatẽ ſimplicis extẽſionis formę poſt refractionẽ in ſuperficie uitreæ. Et quoniã in ijs ambobus corporib. fit ꝓgreſsio formarũ ultra centrũ oculi: patet, quòd illa refractio facta eſt a ꝓpẽdiculari erecta à ꝓncto refractionis ſup ſuperficiẽ glacialis: utrũq; ergo illorũ corporũ eſt pius diaphanũ corpore ipſius glacialis ꝑ 45 uel 47 t 2 huius. Patet ergo ꝓpoſitũ.

23. *Superficiem communis ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ neceſſe eſt planã eſſe: aut partem ſphæræ maioris, quàm ſit ſphæra glacialis, & eccentricam ſuperficiei oculi. Alhazen 3 n 2.*

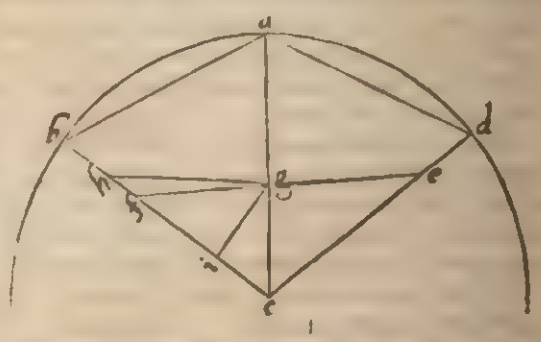
Iſtarum ſphærarum glacialis ſcilicet & uitreæ cõmunis ſectionis ſuperficies eſt neceſſariò plana, aut talis, qualis ponitur: quoniã oportet ſuperficiẽ huius ſectionis eſſe ſimilis ordinationis, ita quòd eius extremitates ordinẽtur in cõſimili & eadẽ diſtantia à cẽtro oculi, ut nõ appareãt formæ monſtruoſæ poſt refractionẽ. Superficies cõſimilis ordinationis, aut eſt plana, aut eſt ſphærica: hæc autẽ ſuperficies nõ poteſt eſſe ex ſphæra cõcentrica oculo: tũc enim eſſent lineæ radiales, quæ ſunt perpẽdiculares ſup ſuperficiẽ glacialis: perpẽdiculares etiã ſuper ipſam ex 74 t 1 huius: & nõ fieret refractio formarũ, ſed cõcurrerent in cẽtro, & fierent formæ monſtruoſæ, ſicut per præmiſſam oſtẽſum eſt. Eſt ergo illa ſuperficies, ſi fuerit pars ſphæræ, neceſſariò eccentrica oculo: ergo non poteſt eſſe ex ſphæra minore quàm ſit ſphæra eccẽtrica oculo: quoniã ratione diuerſitatis cẽtri formæ cõcurrerẽt ante peruentũ ſuum ad centrũ oculi: minoris enim ſphæræ minor eſt diameter quantũ eſt de natura ſphæricitatis, & propter maiorẽ diaphanitatẽ ſphæræ uitreæ ſuper glacialẽ, quę oſtẽſa eſt in præmiſſa, refringerẽtur formæ ab ipſa perpendiculari per 47 t 2 huius, ratione rarioris diaphani, cui incidũt: ratione uero ſphæræ minoris in ſuperficie cõmunis ſectionis frangerẽtur ad perpendiculare. Sic ergo efficerẽtur formæ monſtruoſæ, quoniã procederẽt ad perpendiculare ratione ſuæ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã, quæ perpẽdiculares ſemper tranſeũt per centrũ per 72 t 1 huius, & refringerẽtur a perpẽdiculari. Iſta ergo ſuperficies eſt aut plana aut ſphærica, utpote pars ſphæræ alterius bonæ quãtitatis, ita quòd ſphæricitas eius cõueniat ordinationi ſecundũ proportionẽ refractionis a perpẽdiculari, quæ fit ꝓpter naturã alterius diaphanitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in ſuperficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis ſecundũ rectitudinẽ linearũ radialiũ, quouſq; peruenerint ad illã ſuperficiẽ: tunc refringũtur apud ipſam ſecundũ lineas cõſimilis ordinationis ſecãtes lineas radiales. Forma itaq; peruenies in aliquod pũctum ſuperficiei glacialis,

ſemper

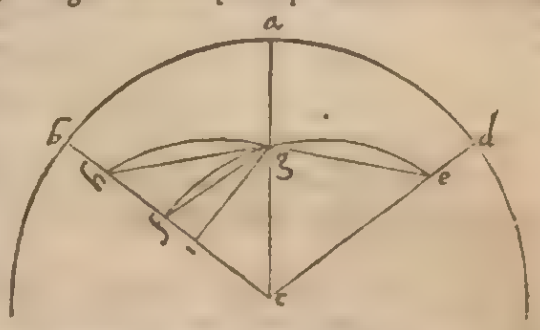
ſemper extenditur ſuper eandem incidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus,& ad idem punctum loci nerui communis:à quibuslibet ergo duobus punctis cõſimilis ſitus in reſpectu duorum neruorum extenduntur duæ formæ ad idem punctum in neruo communi, donec fiat perfecta unitas formarum.

24. Inter omnes lineas pyramidis radialis neceſſe eſt ſolum axem tranſeuntem per centrum foraminis uuea ſuper ſuperficiem communem glacialis & uitreæ, & ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe. Alhazen 7 n 2.

Axis enim hic,ſi non fuerit perpendicularis, ſed declinãs ſuper aliquam iſtarum ſuperficierum, accidet diuerſificatio ordinationis formarum peruenientium ad illam ſuperficiem, & mutabuntur diſpoſitiones illarum formarum propter declinationem axis: ſolùm enim tũc,cum axis fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis, peruenient forma rei uiſæ in ſuperficiem glacialis ordinata ſecũdum ordinem partium ſuperficiei rei uiſæ, & peruenient forma puncti, quod eſt apud extremitatem axis in ſuperficie rei uiſæ, ad punctũ, quod eſt ſuper axem in ſuperficie glacialis,ut patet per 17 huius. Et quia axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialis, palàm ex 18 p 11,quoniam omnes ſuperficies planæ exeuntes ab axe,& ſecantes ſuperficiem glacialis,erunt perpẽdiculares ſuper iſtam ſuperficiem. Et quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiem glacialis,quæ eſt cõmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ,ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana,aut ſphærica, & centrum eius non eſt centrum uiſus: ſi ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiem, & non eſt perpendicularis ſuper ipſam, non exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiem,niſi una tantũ ſuperficies,illa ſcilicet,quę tranſit per inæqualitatem maximam angulorum,quæ patet per 30 t 11 huius:& omnes ſuperficies reſiduæ exeuntes ab axe,erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duę ſuperficies uel plures exeuntes ab axe,ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiem, cum illæ ſuperficies de neceſsitate ſe interſecent, & ſua communis differentia ſit axis pyramidis radialis: erit per 19 p 11 axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem:datum autem fuit,quòd eſſet declinans. Sit itaq; centrum oculi punctũ c: in ſuperficie quoq; oculi ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7 huius & per 73 t 11 huius æquidiſtat ſuperficiei ipſius oculi,ſit linea b a d: & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialem ſit linea e g f:ſitq; axis pyramidis radialis linea a c. Imaginemur ergo ſuperficiem a b c d exeũtem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialis tranſeuntẽ per centrum oculi,quod eſt c: & hæc ſuperficies erecta ſit etiã ſuper ſuperficiem humoris uitrei, quæ eſt e g f: ſitq; communis ſectio huius ſuperficiei erectę a b c d cum ipſa ſuperficie glacialis linea b a d: & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à pũcto a, quòd ſit terminus axis pyramidis uiſualis: & ſit cõmunis ſectio eius cum ſuperficie humoris uitrei linea e f: exeant quoq; duæ lineæ à centro c,quæ ſint c b & c d:erunt ergo iſtæ duę lineæ c b & c d cum axe c a in ſuperficie communi perpendiculari ſuper ſuperficiem e g f per 1 p 11: quoniam omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie:eruntq; ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d ęquales:quod patet per 8 p 1,ſi illis arcubus b a & a d ſubtendãtur chordæ b a & d a: ſint quoq; lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt communis ſectio dictæ ſuperficiei erectę & ſuperficiei uitreæ ſuper duo pũcta f & e:ſecetq; axis c a eandem lineam e f ſuper punctum g. Si ergo ſuperficies, quæ eſt communis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ,eſt plana: erit differẽtia communis,quæ eſt e g f,linea recta: & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiem uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiem e g f: tunc neceſſariò erit axis c a declinans ſuper lineam e f: erunt ergo anguli e g c & f g c inæquales: quoniam linea à puncto g perpendiculariter producta ſuper lineam e g f ex 11 p 1 faciet angulos æquales cum linea e f. Cum itaq; anguli e g c & f g c ſint inęquales:angulus quoq; c g f ſit exempli cauſſa,minor angulo c g e,& duo anguli a c b & a c d ſint æquales:erunt per 24 p 1,duæ lineæ e c & e f inęquales: eſt enim linea e f breuior quàm linea e c:ſi enim illæ lineæ ſint æquales,cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c communis ambobus triangulis: erũt per 4 p 1 anguli e g c & f g c æquales,quod eſt contra datum:cum axis a c ſit declinans ſuper lineam e f. Sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, & ducatur linea h g,quæ per 4 p 1 & ex præmiſsis erit æqualis lineæ e g:& à puncto g ducatur perpendicularis g i ſuper lineam c h per 12 p 1. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitũ angulo recto in triangulo h i g,eſt maius latere g i:ergo per 19 p 1 erit linea g h maior quàm linea g f:cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g i f recto:palàm,quòd angulus g f h eſt obtuſus: eſt ergo maior angulorum trigõni f g h: ergo linea e g,quæ eſt æqualis lineæ g h,maior eſt quàm linea g f: erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ a puncto g: & iſta duo puncta e & f ſunt illa,ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis,ſcilicet b & d,quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe. Puncta itaq; æqualiter diſtantia ab axe in ſuperficie glacialis, inæqualiter diſtant à puncto axis incidẽtis ſuperficiei uitreæ: quod cum ita ſit,palàm,quia cum forma peruenerit à ſuperficie glacialis ad ſuperficiẽ humoris



humoris uitrei,erit ordinatio formæ non ſecundum eſſe,quod habet in ſuperficie glacialis,nec ſecundum ſuum eſſe in ſuperficie rei uiſæ.Quando ergo axis fuerit declinãs ſuper ſuperficiẽ planam, quę eſt cõmunis ſectio ſuperficiei glacialis & uitreæ:erit linea, quę eſt differentia cõmunis cuiuslibet ſuperficiei,exeuntis ab axe,erectæ ſuper ſuperficiẽ uitreę,& ſuperficiei ipſius uitreę, cõtinẽs cũ axe duos angulos inæquales,pręterquã in una tantùm ſuperficie,quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntem per decliuitatem axis:quoniam huius tantũ ſuperficiei cõmunis differentia continebit cum axe angulos rectos.Et cum duo anguli prædicti fuerint inæquales,& anguli apud centrum glacialis æquales:erunt duę partes differentię cõmunis,quę eſt in ſuperficie uitrei, inæquales.Formę ergo ſecundum iſta puncta,quæ ſunt in extremitatib.iſtarum differentiarũ peruenientes ad ſuperficiem uitreę,erunt diuerſæ diſtantiæ à puncto axis, quod eſt in iſta ſuperficie: ſed quia puncta iſtarum linearum in ſuperficie glacialis æqualiter diſtant à puncto axis:in eadẽ ſuperficie uidebuntur formæ non ſecundum ſuam ordinationem in ſuperficie glacialis & in rei uiſæ ſuperficie.Similiter quoq; demonſtrandum,ſi ſuperficies uitreę fuerit ſphærica, & fuerit axis declinans ſuper ipſam:tunc enim axis non tranſibit per centrum uitreę, & tamen tranſibit per centrum glacialis:lineę ergo quę exeunt à centro glacialis ad puncta,quorum diſtantia à puncto axis in ſuperficie glacialis eſt æqualis,continent cũ axe apud centrum glacialis angulos æquales: & quia centrũ glacialis non eſt centrũ uitreę,ut patet per 11 huius,diſtinguẽt iſtæ lineę ex ſuperficie uitreæ arcus inæquales. Cum enim linea e c, ut prędictum eſt,ſit maior q̃ linea c f: ſit linea c h æqualis lineę c e: & protrahatur linea g h, ſuper quã deſcripta portio circuli e g f, quæ ſit g h, erit æqualis portioni e g p 24 p 3:ideo q̃ chorda e g eſt æqualis chordę g h per 4 p 1: producta ergo perpendiculari g i,erit, ut prius, chorda g h maior q̃ chorda g f: ergo arcus g h erit maior arcu g f per 28 p 3: ergo & linea recta, quę eſt e g æqualis lineę g h, erit maior quàm linea g f recta: arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 28 p 3:nullę ergo lineę cõtinentes cum axe angulos rectos & exiſtentes cum linea a c in eadem ſuperficie,diſtinguunt ex ſuperficie uitreę duos arcus æquales,niſi duę tantùm lineę,quæ ſunt in ſuperficie ſecante orthogonaliter ſuperficiem erectam ſuper ſuperficiẽ uitreæ. Cũ ergo axis fuerit declinans ſuper ſuperficiẽ uitreę,formæ peruenientes ad ſuperficiẽ uitreę,erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreę plana,ſiue ſphærica.Cũ uerò axis fuerit perpendicularis ſuper ſuperficiem uitrei,erit perpendicularis ſuper omnes differentias quarumcunq; ſuperficierum planarum ductarum per lineã a c, & ſuperficiei ipſius uitreę: & erunt quęlibet duę lineę,exeuntes à cẽtro glacialis, quod eſt unus pũctus axis, continentes cũ axe angulos æquales,& diſtinguentes ex differentia cõmuni,quę eſt in ſuperficie uitreę,duas partes æquales,ſiue ſit ſuperficies illa plana,ſiue ſphęrica: & comprehenduntur formæ à ſenſu ſecundũ ſuam ordinationem in ſuperficie glacialis & in ſuperficie rei uiſæ.Et quia talis eſt cõprehenſio formarum,ut patet ex 5 ſuppoſitione:palã,quia ſemper axis pyramidis uiſualis eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem humoris uitrei anteriorem & poſteriorem: quoniam eadẽ eſt cauſſa & eodem modo demonſtrandum. Omnes uerò alię lineę erunt declinãtes ſuper has ſuperficies, quoniam procedunt,ac ſi ſecare poſsint axem ſuper centrum glacialis, & nulla ipſarum tranſit per centrum uitreę,ſi fuerit ſphęrica,niſi axis tãtùm per 72 11 huius: quoniam ſolus ille eſt perpendicularis ſuper ipſam.Patet ergo propoſitum.



25.Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſsibili:non eſt poſsibile ſitum ſuarum partium mutari. Alhazen 5. 13 n 1.

Oſtenſum eſt in 4 huius,foramẽ eſſe in concauo oſsis,per quod tranſit neruus opticus: ſed inter hoc foramen oſsis & inter circũferentiam glacialis cõiunctam cũ uuea, eſt ſpatium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo ſpatio ex fine foraminis uſq; ad circũferentiã glacialis ſecundum pyramidalitatem,& amplificatur quouſq; perueniat ad circumferentiam ſphærę glacialis,cum qua conſolidatur. Cum ergo iſte neruus declinatur,erit eius declinatio apud foramen cõcauitatis ipſius oſsis. Et quoniam cõcauitas oſsis continet totum oculum,declinato ſic neruo, etiam oculus mouebitur ſecundum ſe totũ in iſta cõcauitate:conſolidatiua enim,quę conſolidatur cũ eo,quod eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motum oculi non eſt niſi a poſteriore totius oculi: non eſt ergo poſsibile ſitum partiũ oculi mutari,quoniam ut per 7 huius patuit,centrum ſuperficierũ tunicarum uſus oppoſitarum foramini uueę & corneę,eſt idẽ cũ centro oculi. Sicut ergo cum mouebitur oculus,non mutabitur centrũ oculi,quoniam ſphęra aliqua aliqualiter mota,nõ propter hoc mutatur ſitus centri:ſic nec centrum ſuperficierũ tunicarum oppoſitarũ foramini uueę mutatur: ergo neq; ſitus tunicarũ oculi mutatur. Quia enim linea tranſiens per centra omniũ tunicarũ & humorũ oculi, tranſit per medium cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta ſup baſim pyramidis nerui,ut patet per 9 huius,& linea,quę tranſit orthogonaliter per centrũ circuli baſis alicuius pyramidis, neceſſario attingit uerticẽ pyramidis p 89 11 huius:in pyramide uerò concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur: ne-

ceſſe eſt moto oculo ſecundum ſe totũ, partes eius nullo modo mutari: quoniã linea, quæ trãſit per centra illarum partium, tranſit per mediũ concauitatis nerui optici per 9 huius. Ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui ſup ſuperficiẽ circuli cõſolidationis eſt ſemp declinatio cõſimilis: partes ergo oculi ſecundũ ſuum ſitũ non mutantur. Et hoc eſt propoſitum. Et quoniã oculi ambo ſunt cõſimilis diſpoſitionis in ſuis tunicis & partib. & in figuris ſuarũ tunicarũ, & in ſitu cuiuslibet tunicarum reſpectu totius oculi: patet, quòd nõ eſt diuerſitas inter illos, quo ad hoc, quod proponitur de ſuarũ partium ſitus mutatione, ipſis oculis motis: ſitus enim linearum ambarum tranſeuntium per centra tunicarũ uiſus in utroq; oculorũ eſt ſemper ſitus conſimilis in omnibus diſpoſitionibus oculorum. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

26. Vno oculo moto, neceſſe eſt alium eidem conformiter moueri.

Quoniam enim ſitus partium oculi non mutatur in utroq; oculorum, & motus unius oculi fit p motum nerui optici in centro foraminis oſsis, motus uerò nerui partialis procedit à puncto nerui communis: quoniam ſemper illud, quod mouetur in partib. aliarum, mouetur circa aliquod fixum: motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõmunis ambobus neruis opticis amborum oculorum, in quo eſt uirtus animæ ſentientis & mouentis. Et quoniam illa uirtus eſt indiuiſibilis & uniformis & principium, quo primo mouet, eſt corpus naturale ſecundum ſui formam naturalẽ indiuiſibilem: palàm, quòd mouendo unum oculum mouet & alterum: nec enim eſt maior ratio, qua unum oculum moueat, q̃ qua alterum: uno itaq; oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouetur: ut ſicut ab eodem principio motus amborum incipit, ſic ad eundem terminũ terminentur ambo motus, & ſicut ab uno indiuiſibili incipiũt, ſic ad unum diuiſibile terminentur. Palàm eſt ergo illud, quod proponebatur.

27. Duobus uiſibus uno uiſibili directè oppoſitis: neceſſe eſt duas figurari pyramides, quarum communis baſis eſt ſuperficies rei uiſæ, & axis cuiuslibet tranſit per centrum foraminis uueæ, et per centrum ſui uiſus.

Quoniã enim, ut patet per 17 huius, ſitus partiũ ſuperficiei rei uiſæ peruenit ad ſuperficiẽ utriuſq; uiſus, & in illa figuratur ſecundum lineas perpendiculares ab omnib punctis ſuperficiei rei uiſæ ad oculi illius ſuperficiẽ productas, quarũ omnium cõcurſus ſecundũ puncta ſuarũ incidentiarũ reſpicit centrũ oculi, cuius ſuperficiei incidit, & demũ poſt refractionẽ quælibet illarũ figurarũ peruenit ad mediũ punctum nerui communis: ambarũ itaq; illarum formarũ concurſus fit in puncto medio nerui communis, cui incidunt. Quia itaq; centra duorũ uiſuum ſunt duo, palã, quia in uiſione eiuſdem rei a duobus oculis duæ pyramides uiſuales modo propoſito figurantur. Superficies enim rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis, ab utroq; oculorũ prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſæ æqualiter ad uiſum, & axis cuiuslibet earum tranſit per centra foraminis uueæ ad centrum ſui uiſus. Sicut enim uiſibile directè opponitur uni uiſui, ſic directè opponitur & alteri, ex hypotheſi: & quoniam ambo uiſus æqualiter mouentur ad aliquid uidendum, per præmiſſam, patet, quòd ſemper in uiſione unius rei medium punctum ſuperficiei uiſus oculi opponitur medio puncto ſuperficiei rei uiſæ, uel propinquo illi: medium autem punctũ ſuperficiei uiſus uel oculi eſt centrum foraminis uueę per 4 huius. Forma ergo illius puncti medij ſuperficiei rei uiſę uel puncti propinqui illi, per centrum foraminis uueę peruenit ad centrum ſui uiſus. Et hoc eſt propoſitum.

28. Duobus exiſtentibus oculis, unius rei unam tantùm formam accidit uideri. Alhazen 27 n 1. Item 9 n 3.

Quoniam enim, ut prius pluries dictum eſt, forma recepta in ſuperficie glacialis, pertranſit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus ſubtile, quod eſt in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo eſt ſentiens ultimum, quod eſt uirtus ſenſitiua, comprehendens ſenſibilia, cuius uirtutis oculus eſt inſtrumentum, recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo ſentienti, ſic quòd apud neruũ communem ambobus oculis, cuius nerui ſitus a duobus oculis eſt ſitus conſimilis, demum completur uiſio: licet ergo duę formæ perueniant in duobus oculis ab una re uiſa: illæ tamen formę ambę q̃ perueniunt ad neruũ communem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harum formarum comprehendit ultimum ſentiens formam rei uiſæ, & ſic unius rei tantùm unam formam accidit uideri: niſi fortè per aliquam occaſionem interuenientem accidat formas duobus oculis acceptas non uniri, eò quòd non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum: tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aſpicies mutauerit ſitum unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus. Quando uerò ſitus duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia ſitus ipſorũ ab una re uiſa eſt ſitus conſimilis, peruenit forma ab una re uiſa in duo loca conſimilis ſitus, & cũ ſitus unius oculorum fuerit declinans, tunc diuertatur ſitus oculorum ab illa re uiſa, & ſic perueniunt duę formę illius rei uiſæ diuerſi ſitus: ſed hoc non ineſt uiſui naturaliter, ſed ſolũ per uiolentiam, quã facit uoluntas uel naturalis debilitas conſuetudini naturæ. Quando itaq; ſitus oculorum fuerit naturalis, tunc ſemper ambobus uiſibus unius rei unam formam accidit uideri. Quod eſt propoſitum. Duæ ergo formæ uiſi puncti infiguntur in duobus mediis duarum ſuperficierum amborum uiſuũ, & quilibet punctus alius formæ uiſæ infigetur in duobus locis conſimilis poſitionis in duobus uiſibus:

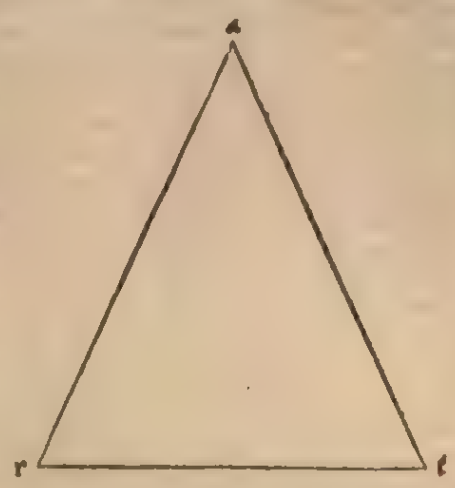
ſibus: deinde formæ uiſæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniũt duæ formę, quę ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarũ duarum pyramidum radialiũ, ſecundum quas fit uiſio, ad punctum, quod eſt in communi axe, & efficiuntur una forma: & quęlibet duę formę, quę ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſib. peruenient ad idem punctum punctorum circumſtantium punctum, qui eſt in axe communi. Sic ergo duæ formę totius rei uiſę ſuperponuntur ſibi, & efficiuntur una forma: & ſic uiſum comprehenditur unum.

29. Omnem punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuum per axes radiales, ad centrum foraminus gyrationis nerui concaui pertingere eſt neceſſe.

Quoniam enim quilibet axium tranſit per centrũ foraminis uueę ad centrum uiſus, ut patet per 27 huius: ergo & pertranſit centrũ ipſius ſphęrę uueę per 8 huius: omnis uerò linea recta producta inter centrum oculi & uueę, centrũ circuli ſectionis uueę & medium punctum concauitatis nerui neceſſariò penetrabit per 9 huius: palã ergo, cũ perpẽdicularis ſemp maneat irrefracta per 47 t 2 huius, quòd omnem punctum formę incidentem ſuperficieb. uiſuum per axes radiales ad centrum gyrationis nerui communis pertingere eſt neceſſe: ab hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis: & quoniam medius punctus nerui communis eſt tantùm unus: palam, quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt. Patet ergo propoſitum.

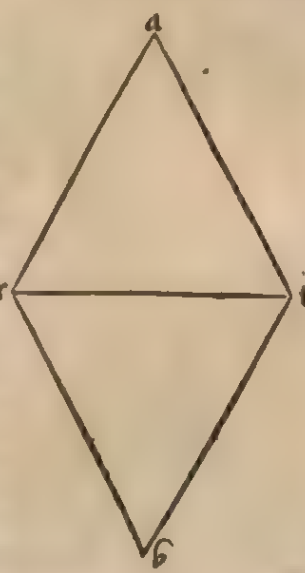
30. Si à terminis linea inter duo centra foraminum gyrationis neruorum concauorum producte duæ rectæ lineæ ad medium communis nerui producantur: neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſim æquales eſſe. Ex quo patet, quòd lineæ illæ productæ ſunt æquales. Alhazen 6 n 3.

Sint duo cẽtra foraminum gyrationis neruorum concauorũ r & t, inter quę producatur linea r t: ſitq; medius punctus nerui communis a: & cõſtituatur triangulus r a t: dico, quòd angulus a r t eſt æqualis angulo a t r. Cum enim poſitio duorum neruorũ in reſpectu concauitatis nerui communis ſit poſitio conſimilis: quia concauitas nerui unius eſt omnino ſimilis concauitati alterius per 4 huius: ergo & medium concauitatis unius eſt ſimile medio concauitatis alterius: unde axis nerui unius æqualis eſt axi nerui alterius: ſed per eandem 4 huius poſitio duorum neruorum in reſpectu duorum foraminum, eſt poſitio conſimilis, in quorum neruorum medio ferũtur lineę r a & t a, ut axes. Palàm ergo, quoniam poſitio duarum linearum r a & t a apud lineã r t eſt poſitio conſimilis: hoc autem eſt impoſsibile, niſi anguli a r t & a t r ſint æquales: quoniam ad inæqualitatem iſtorum angulorum ſequitur inæqualitas poſitionis medij axis ipſorum neruorum concauorum: & ex conſequenti ipſorum neruorum. Sunt ergo illi anguli ad baſim æquales: ergo per 6 p 1 lineę illæ productę ſunt ęquales, ſcilicet linea a r lineæ a t. Patet ergo propoſitum.



31. Vno puncto rei uiſæ, ſuperficiebus amborum uiſuum perpendiculariter incidente: neceſſe eſt axes radiales in centris foraminum gyrationis neruorum concauorum angulariter refringi.

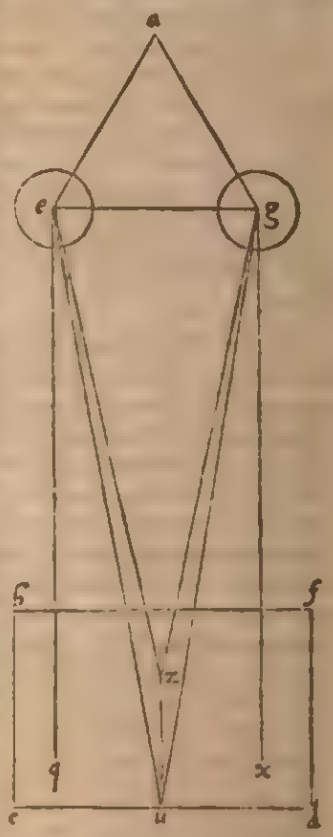
Quoniam enim, ut patet per 27 huius, quilibet illorũ axium pertranſit centrum foraminis uueæ & centrum oculi: motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis gyrationis nerui optici: patet, quoniam ſecundum motum oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus ſunt ſemper eædem ſemidiametri oculorum, quæ ſcilicet ab ipſorum centris ad centra foraminum uueæ protenduntur: partes autem ſuperiores illorum axium, quibus à centris foraminum gyrationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum mędium nerui communis, ſemper manent ſecundum modum unum. Cum itaque aliæ partes illorum axium ſemper ſint immobiles, & alię ſemper mobiles, cum per ipſas unus punctus uidetur: patet per 1 p 11, quoniam illę lineę nõ ſunt linea una: utpote ſi forma puncti b uideatur ſecundum ambos axes b r & b t, & ſicut factũ eſt in præmiſſa, ducantur lineæ r a & t a ad medium punctum nerui communis, qui ſit a, patet per 1 p 11, quoniam lineę b r & r a, non ſunt



linea una: eius enim partem in sublimi, partē in plano accideret esse: quod est impossibile. Patet ergo, quoniam angulariter coniunguntur: quod est propositum. Et licet axes præmisso modo refringantur: formatio tamen pyramidum uisualium fit, ac si axes integri ad uerticem peruenirēt, neque accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

32. Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum uueæ, semper coniungi in uno punctō superficiei rei uisæ, etiam motus uisibus per superficiem rei uisæ. Alhazen 2 n 3.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam: tunc uterque uisus erit in oppositione illius rei uisæ per 2 huius, & utraque pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali, propter uisuum æqualitatem per 4 huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g: & sit medius punctus nerui communis punctus a: & sit superficies rei uisæ b c d f, quę sit exempli causa ęquidistans lineę, centra uisuum connectenti, quæ sit e g. Palàm ergo, quoniā à centris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f productæ, sunt ęquidistantes per 6 p 11, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f signetur punctus, qui sit u: dico, quòd propter ęqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionib. si alter uisus fuerit motus ad uidendum pūctum u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u: ita quòd axes ambarum pyramidum uisualium transeuntes per centra foraminū uueę coniungentur in punctō u, uno ipsorum ibi pertingente. Si enim uno illorum axium incidente in punctō u, alius incidit in alio punctō: sit illud punctum z: erūtq; duo axes e u & g z, inter quorū terminos linea z u producatur. Et quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorū lineę z u, sicut neq; concurrūt si solū secundum perpendiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio: palàm, quòd nullū punctorum lineę z u uidebitur ambobus uisibus, sed tantùm uno: alter ergo oculorum uidetur superfluere, cum unus oculorū secundū sui axem omnia puncta lineæ z u, possit imperceptibiliter transcurrere: constituit aūt natura duos oculos prōpter perfectionem bonitatis uisionis & complementum eius, ut ipsorum uirtus unita sit fortior, ut patet per 4 huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliquod pūctum unūm lineę z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori, quo potest, operari: quorum utrumq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per 8 suppositionē 2 huius: accidit aūt hoc impossibile, si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis: impossibile aūt nunquam accideret, si incidant in idem punctum. Palàm itaq;, quoniā in idem punctum incidere axes pyramidum amborum uisuum semper est necesse: quoniam operatio amborum uisuum est uniformis. Cū igitur uisus fuerit motus super rem uisam: tunc uterq; uisus

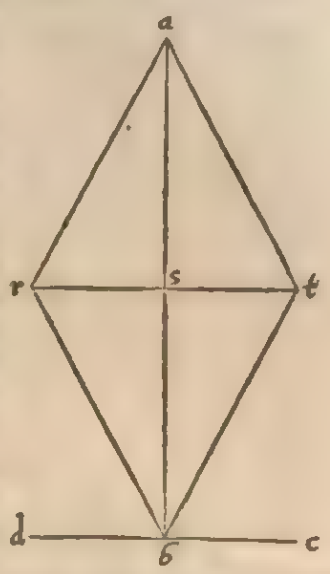


mouebitur super illam, & axes congregati in uno punctō superficiei rei uisæ, moto uisu ambo mouebuntur simul ad aliquod unum punctum super superficiem illius rei uisæ: ambo enim oculi sunt ęquales in omnib. suis dispositionibus: & est ambobus oculis unus nerus communis Et quoniam motus oculorum procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere: hæc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26 huius. Actio itaq; & passio oculorum semper est ęqualis & consimilis: & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendū, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu: & si alter uisuum quiescat, reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuū moueri, & alterum quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26 huius: & sicut etiam declaratum est per 18 huius, superficies rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis: quoniam tunc positio pūcti, in quo ambo axes sunt cōiuncti, est positio consimilis: quia est oppositio duobus medijs amborum uisuum. Palàm ergo propositū: dicemusq; punctū cōcursus amborū axiū in superficie rei uisæ punctū cōiunctionis.

33. Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum gyrationis neruorum concauorum linea recta producatur: necesse est productā super diuisam perpendicularem esse: & eam, puncto uiso cum axibus incidente, trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere. Alhazen 7 n 3.

Quod hic proponitur, patet per præmissam & per 31 primi huius: ut autem particularius demonstretur, sint omnia dispositā ut in 30 huius: & sit linea r t, diuisa per ęqualia in puncto s: sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus, quod sit d c, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant p præcedentem ipsi axes radiales, qui sint r b & t b: & producatur à puncto a, quod est medius pūctus concauitatis nerui, ad punctū s linea a s. Dico, quòd linea a s est ꝓpendicularis super lineā r t. Quoniā enim angulus a r t est ęqualis angulo a t r, p 30 huius, & linea a r est æqualis lineę a t: sed linea a s est æqua-

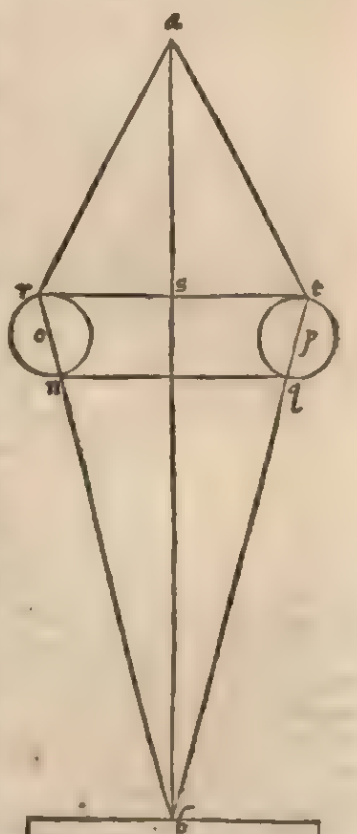
eſt æqualis ſibi ipſi: ergo per 8 p 1 trigona a r s & a t s, ſunt æquiangula: angulus ergo a s t eſt æqualis angulo a s r: ergo per definitionem perpẽdicularis, linea a s eſt perpendicularis ſuper lineam r t. Producatur item linea a s uſq; ad punctum coniunctionis amborum axium, quod ſit punctum b: dico, qđ linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t: hoc autem patet ex præmiſſis & ex 4 p 1: erit enim trigonum partiale s r b æquale trigono partiali s b t. Patet ergo propoſitum. Et ex hoc patet, quoniam tota linea a b cuicunq; puncto uiſo incidit, utcunq; tranſmutatis axibus, non mutatur, ſed ſemper in medio eorum cõſiſtit: poſſumus ergo illam nominare axem communem, quia ſemper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborum axium in ſuperficie rei uiſę à pũcto, qui eſt in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineę extenſę in duobus medijs concauitatum neruorum duorum ſe interſecãt: hic uerò punctus ſemper eſt unus, non tranſmutabilis: & pũctus etiam s ſemper eſt unus, non tranſmutabilis, per quem ſemper tranſit hęc linea a b. Eſt ergo & ipſa ſemper intrãſmutabilis, licet alij axes trãſmutentur quandoq; ab ipſo communi axe.



34. Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uiſæ incidente: lineam copulantem centra foraminum gyrationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem, amboſq; axes radiales in eadẽ ſuperficie conſiſtere eſt neceſſe. Alhazen 8 n 3.

Sit diſpoſitio, quæ in proxima: dico, quòd lineam r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem, qui eſt a b, & duos axes radiales, ſcilicet r b & t b in eadem ſemper ſuperficie cõſiſtere oportet. Duo enim axes t b & r b tranſeunt per centra r & t, per 29 huius: tranſeunt enim per centra foraminum gyrationis duorum neruorum concauorum: & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi ex hypotheſi: neceſſariò erunt cum axe communi in eadem ſuperficie per 2 p 11. ed & linea r t connectens centra foraminum gyrationis neruorum, ſecat hos duos axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s: lineę quoq; r a & t a ſecant lineas r t & a b in punctis, in quibus cum ipſis concurrunt: & quia omnes hæ lineę ſunt rectę, palàm per 1 p 11, quoniam quælibet ipſarum eſt in una ſuperficie. Patet ergo per 2 p 11, quoniam omnes ſunt in eadem ſuperficie. Et hoc eſt propoſitum.

35. Neceſſe eſt axes radiales cum axe communi concurrẽtes in puncto, cuius diſtantia à uiſu ſit multiplex lineæ connectenti centra oculorum: ſecundum ſui partes interiacentes punctum coniunctionis, & ſuperficies ipſorum uiſuum, æquales eſſe, ſuperficiebuſq; amborum uiſuum, nec non ſuperficiei anteriori ipſius uitreæ æqualiter incidere, & ſecundum angulos æquales. Alhazen 2 n 3.

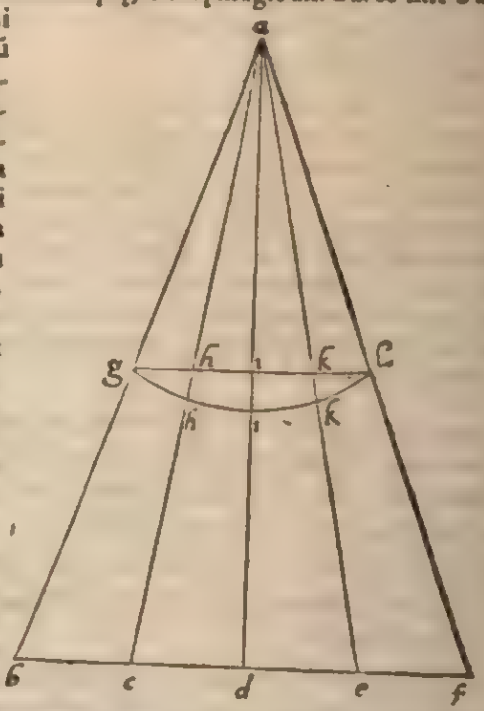


Sint item, ut in 30 huius, duo centra duorum foraminũ gyrationis neruorum concauorum r & t. Quoniam ergo oculus mouetur ſecundum totum nõ ſecundũ partem per 25 huius: palàm, quoniã puncta r & t ſunt poſteriora oculo: figurentur ergo duo oculi quaſi contingentes puncta r & t, circa centra o & p: & ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, quod ſit b, procedant axes ad centra uiſuũ: & producantur ultrà ad puncta r & t. Palàm itaque, quoniam axes r b & t b, tranſibunt totum uiſum: tranſeat ergo axis r b ſuperficiẽ anteriorem ſui uiſus in puncto n: & axis t b, tranſeat anteriorem ſuperficiem ſui uiſus in puncto q: & producatur linea n q: ſunt ergo puncta q & n, puncta illa ſuperficierum uiſus, quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium, quod eſt b. Et quoniam axes r b & t b ſunt æquales per præmiſſam: dico, quòd partes axium, quæ ſunt b n & b q, ſunt æquales: & quòd incidunt uiſui ſecundum angulos æquales. Cum enim lineę r n & t q ſint æquales, quia ſunt diametri æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t diſtantium, neceſſe eſt, ſi illæ ab æqualibus axibus abſcindantur, quòd reſiduum ſit æquale: erit ergo linea b n æqualis lineæ b q. Et quoniam linea n q æquidiſtat lineę r t per 2 p 6: ideo quoniam latera r b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineã n q: ergo per 29 p 1 erit angulus b n q æqualis angulo b q n: angulus aũt b r t æqualis eſt angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigo-

dit trigonum r t b per æqualia & basim eius r t, ut patet per præmissam. Patet ergo, quoniam axes radiales superficiebus uisuum æqualiter incidunt & secundum angulos æquales. Et si incidant superficiebus uisuum taliter, ut per centra uisuũ transeant: palàm ergo, quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q: incidunt ergo superficiebus uisuum æqualiter secundum rectos angulos incidentes. Et propter hoc in omnium oculorum ordinatione, motu, uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causset aliquam diuersitatem uisionis, maximè cũ res uisa non fuerit ualde propinqua uisui, sed cũ distantia eius à uisu fuerit mediocris: cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut linea, quæ est inter duo centra oculorum, quæ sunt o & p, proportionem æqualitatis uel excessus uel paruę diminutionis habuerit ad axem radialem: tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliàs uero semper sensibiliter æquales erunt: & constituent angulos sensibiliter æquales: quia propter unitatem uisuum, & uniformem receptionem formarum quodlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculum: propter quod etiã omnes lineę æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsę omnes sensibiliter sunt æquales. Eodẽ quoq; modo demonstrari potest, quòd anguli, qui per axes fiunt in ipsa superficie uitreę, in qua fit refractio, sunt æquales. Patet ergo propositum.

36. Omnium linearum pyramidis radialis obliquarum, plus uicinarum axi refractio fit secũdum angulos minores: remotiorum uerò secundum angulos maiores: æqualiter uerò distantium secundum angulos æquales. Alhazen 9 n 2.

Sit pyramis radialis, cuius uertex a: & diameter basis, quæ per 18 huius, est superficies rei uisæ, sit b c d e f: axis uerò d a: & sint lineę c a & e a, lineę radiales obliquę, uicinę magis axi d a: & sint b a & f a remotiores. Dico, quòd lineę c a & e a secundũ minorem angulũ refringentur, & lineę b a & f a, secundũ angulum maiorem. Intelligantur enim omnes istę lineę concurrere in punctò a, quod est uertex pyramidis: & sit in superficie uitreę linea, cui incidũnt illæ lineę, g h i k l: hęc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23 huius: sit primũ recta: & incidat linea b a illi lineę in punctò g: & linea c a in punctò h: & linea d a axis in punctò i: & linea e a in punctò k: & linea f a in punctò l. Quia ergo angulus g i a est rectus per præcedentẽ: palã per 32 p 1, quòd angulus g h a est obtusus: ergo per 19 p 1, linea a g est maior quàm linea a h. Et quia à puncto a exeunt duę lineę a c & a b, quę sunt ad basim triãguli a g i, quę est g h i: angulus ergo a h i maior est angulo a g i per 16 p 1. Quia ergo angulus a h i cũ angulo c h i ualet duos rectos per 13 p 1: & similiter angulus b g h cũ angulo a g h ualet duos rectos: palã, quia angulus c h i minor est angulo b g i: ergo per 50 t 12 huius, angulus refractionis lineę c h est minor angulo refractionis lineę b g. Patet ergo, quòd linea c h refringetur secundum minorem angulum, quàm linea g b: & similiter est de lineis e k & f l. Et quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli caussa lineę a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreę, qui sunt c h i, & e k i: patet per 50 t 12 huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales. Patet ergo propositum: quoniam quando linea g h i k l fuerit linea circularis: erit eodem modo demonstrandum per 50 t 12 huius.

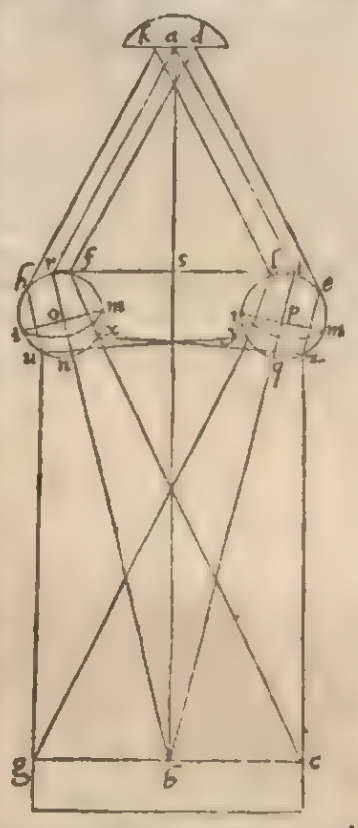


37. Omnes formæ punctorum æqualiter circumstantium puncta, quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales: ad puncta æqualiter circumstantia medium punctum nerui communis consimiliter pertingunt.

Disponantur omnia alia, ut in 35 huius: signenturq; in superficie oculi, cuius centrum est punctũ o, ex utraq; parte puncti n duo puncta u & x: & in superficie oculi, cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte puncti q duo puncta y & z: sitq; superficies rei uisę oppositа uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c: incidantq; axes radiales, qui sunt r b & t b, cum axe communi, qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus communionis omnium trium axium protrahanturq; à punctis u & x superficiei unius, cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisę, duæ lineę rectæ, quæ sint u g & x c: & à punctis y & z superficiei uisus, cuius centrum est p, protrahantur lineæ y g & z c. Dico, quod formæ punctorum superficiei rei uisæ, quæ sunt g & c, quæ in superficie oculi o incidunt in punctis u & x, & in superficie oculi p in punctis y & z, non perueniunt ad medium punctum nerui communis, quod est a, sed circumstant ipsum punctum a, similis dispositionis, ut puncta c & g disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut punctus, qui est dexter ad punctum b, qui est

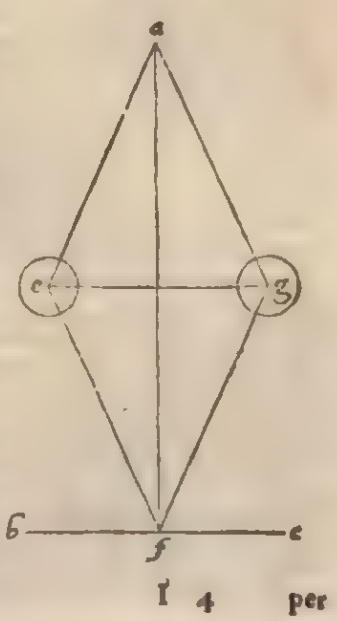
punctus

punctus coniunctionis axiũ in ſuperficie rei uiſę,ſit dexter pertingẽs ad pũctũ a, & ſiniſter ipſi punćto b,ſiat ſiniſter ipſi pũćto a:& ſic de alijs differẽtijs poſitionũ, ut quod eſt ſurſum ad pũctũ b,ſit ſurſum ad pũctũ a,& quod eſt deorſum ad pũctum b, deorſum fiat ad punctũ a.Producatur enim in utroq; oculorum linea i m,recta uel curua, diſtinguẽs ſuperficiẽ uitreę à ſuperficie glacialis: & hęc linea ſiue recta fuerit ſiue curua, quorũ alterũ eſt neceſſariũ per 23 huius: ſemper tamẽ anguli incidẽtię erũt ęquales p 35 huius, quoniã & eadẽ de illis eſt demõſtratio: ſed & anguli refractionis fiunt ęquales per pręmiſſam, & ideo, quia propter conformitatẽ uiſuũ & ęqualẽ diſtantiã pũctorũ g & c à pũćto b ex hypotheſi, ſequitur trigona y g u & x c z eſſe ęquiangula:anguli ergo g y u & c x z,ſunt æquales:ſed & figurę oculorũ ſunt penitus ſimiles, & diaphanitas eſt cõformis:fiet ergo linearum c x & g y in ſuperficie refractionis cõformis refractio: & ſimiliter linearum g u & c z fiet cõformis refractio & ſecundũ angulos æquales: quælibet ergo ipſarum refringetur æqualiter à perpẽdiculari: ſit ergo ut linea c x refringatur ad punctum f,& linea g u ad punctũ h, quę ſunt puncta foraminis gyrationis nerui circa punctũ r:linea uerò g y refringatur ad punctũ l:& linea c z ad e punctum alterius foraminis, quod eſt circa punctum t. Et quoniam omnia puncta formarũ ſecundũ lineas rectas breuiſsimas refringũtur à perpẽdiculari n r: palàm,quia non concurrũt cum illa, ſed directè diffundẽtes ſe ad pũcta nerui cõmunis ſimilẽ ſitũ & diſpoſitionẽ recipiunt eis, quę habẽt in ſuperficie rei uiſæ, quę eſt baſis pyramidis uiſionis. Linea ergo x f, quæ uenit à puncto c rei uiſæ,refringitur ad aliquod pũctũ nerui aliud à pũćto a,quod ſit d:& linea u h,quę uenit à pũćto g rei uiſæ,refringitur ad punctũ aliud à pũćto a,quod ſit k. Et quoniam unius diſpoſitionis ſunt ambo uiſus,& oculorũ diſtantia eſt res modica,ut patet per 4 huius: & lineę ad talia pũcta productę à uiſibus ambobus ſunt æquales: & anguli incidẽtię ſunt ęquales per 35 huius,anguli quoq; refractionis ſunt æquales p pręmiſſam: palàm, quia linea y l, quæ eſt forma pũcti g, refringetur ad punctũ k,in quo cecidit forma eiuſdẽ pũcti g,ueniens per lineam u h:linea quoq; z e,quæ eſt forma puncti c,refringetur ad pũctum d,in quo cadit eadẽ forma pũcti c,ueniens per lineam x f. Similiter quoq; demõſtrandũ de quibuslibet duobus pũctis ſuperficiei rei uiſę,æqualiter diſtantibus à puncto coniunctionis, quod eſt b. Omnes ergo formę pũctorum rei uiſę æqualiter circũſtantium puncta, quę ſuperficiebus uiſuum incidũt ſecũdum axes radiales, ad pũcta æqualiter circũſtantia medium pũctum nerui communis conſimiliter pertingũt: & ſeruatur figura & diſpoſitio totius ſuperficiei rei uiſę in partibus ſuis,& in remotione à pũćto, quod eſt in axe, ſecũdum modũ diſtantiæ & declinationis pũctorum, quorum formę illic recipiuntur à pũćto coniũctionis in ſuperficie rei uiſæ ſecũdum diſpoſitionem angulorum refractionis in ſuperficie uitreæ: & duæ formę,quę infiguntur in duobus pũctis conſimilis poſitionis apud ſuperficies duorũ uiſuum,perueniũt ad illũ eundẽ pũctum concauitatis nerui communis,& ſuperponũtur ſibi in illo pũćto, & erũt una forma: lineæ quoq; obliquè ſuperficiebus uiſuum incidẽtes,quę in ſuperficie ipſius uiſus refringũtur, ad eandẽ ordinationem formę poſſunt peruenire. Patet ergo propoſitum.



38. Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe communi concurrentes in ſuperficie rei uiſæ, cum linea æquidiſtante lineæ cõnectenti centra oculorum, uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

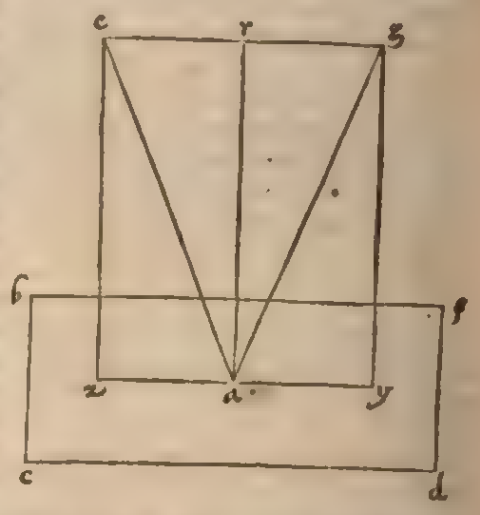
Sunt enim ambo oculi ęqualis diſpoſitionis per 4 huius: patet etiam ſenſui,quòd ſunt diſtantię modicę ab inuicem,& axis ſemper in quolibet oculo una tantũ linea tranſiens per cẽtrũ foraminis uueę & centra omniũ tunicarũ, ad cẽtrũ foraminis gyrationis nerui concaui pertingẽs,ut patet p 29 huius. Sit ergo, ut linea b f c ęquidiſtet lineę e g,cõnectẽti cẽtra oculorũ e & g: ſitq; medius pũctũ nerui cõmunis, q a:& ſit ut forma pũcti ſuperficiei rei uiſę,quę ſit f, p axes f e & f g pueniat ad cẽtra oculorũ,quę ſunt e,g,connexa per lineã e g:pertingátq; ad punctum a,quod ſit punctus medius nerui communis: & ſit axis communis,qui a f,incidẽs ſuperficiei rei uiſę in puncto f ſecundũ angulos rectos:quoniam ſuperficies, in qua ſunt omnes aſsignatę lineę axium & pũcta per 34 huius,erecta eſt ſuper ſuperficiẽ rei uiſę,& axis cõmunis incidit directe p 33 huius, & p 29 p 1:quoniã linea cõnectẽs centra oculorũ, lineę r t connectẽti cẽtra foraminũ gyrationis nerui concaui eſt ęquidiſtans: ergo & lineę uel ſuperficiei illi ęquidiſtanti



per 30 p 1. Quia ergo per .. huius angulus a f e est æqualis angulo a f g: erit ergo residuũ duorũ rectorum contentorum ab axe & linea b c, quę est communis sectio superficiei rei uisæ, & superficiei axium inter se, hinc inde æquale. Axes ergo radiales incidunt superficiei rei uisæ secundum angulos æquales. Et hoc est propositum: quoniam angulus e f b fit æqualis angulo g f c.

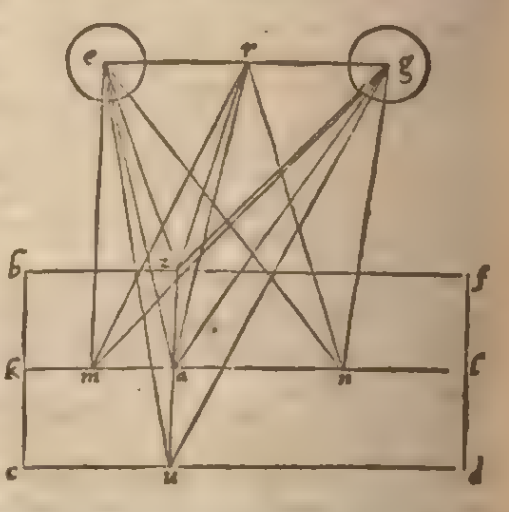
39. A punćto continćtionis lineam æquidistantem lineæ connećtenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquidistante protrahere.

Sint centra duorum oculorũ puncta e & g: & ducatur linea e g: sitq; superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato, quod sit a, linea æquidistans lineę e g debeat produci. Diuidatur itaq; linea e g per æqualia in puncto r per 10 p 1: & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r: & ducantur lineę e a & g a, quę sint axes uisuales, concurrentes in puncto a superficiei rei uisę: patet ergo, quoniá axis e a æqualis est axi g a per 35 huius: & linea e r est æqualis lineę g r, & linea r a cõmunis: erit ergo per 8 p 1 angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo recti: erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g per definitionem lineę perpendicularis: & à centris uisuum é & g ducantur æquidistantes lineę r a, per 31 p 1, quæ sint lineę e z & g y: hę ergo inter se sunt æquales & æquidistantes per 25 & 11 huius, & sunt in eadem superficie per 1 & 11 huius. Et quia communis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per pũctum a: & est per 33 p 1 æquidistans lineę e g: palam, quòd ipsa linea z a y est linea, quę quęritur. Est ergo factum id, quod proponebatur.



40. Omnes lineæ produćtæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis, necessario sunt æquales. Alhazen 3 n 3.

Verbi gratia: sint, ut suprà in proxima precedente, centra duorum uisuũ puncta e & g: & superficies rei uisę sit b c d f: in cuius puncto a concurrant axes e a & g a: & à puncto a ad utranq; partem producatur linea una, quæ sit z a u, rectos angulos continens cum utroq; axium: producanturq; à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z. Dico, quòd lineę e u & g u sunt æquales inter se, & lineę e z & g z æquales inter se. Quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35 huius, palàm quòd axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u: quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u est communis in triangulis e a u & g a u: erit ergo per 4 p 1 basis e u æqualis basi g u: & similiter erit basis e z æqualis basi g z: & eodẽ modo in punctis omnibus lineę z u accidit. Palàm ergo est quod proponitur. Potest & hoc aliter demonstrari: ducatur enim à pũcto a superficiei rei uisę, in quo concurrunt axes, linea æquidistans lineę e g, quę est inter duo centra oculorum, per precedentem: quæ sit linea k l: eritq; illa linea k l in superficie rei uisę: ducatur quoq; linea z a perpendicularis super lineã k l per 12 p 1. Item ducatur à puncto a linea orthogonaliter super lineam e g, quę sit linea a r: diuidetq; linea a r lineam e g per æqualia in pũcto r, per 31 & 11 huius, & ex 35 huius, & ex 5 p 1: quoniam enim axes e a & g a sunt æquales, erunt anguli ad basim æquales, & linea r a cõmunis ambobus trigonis e a r, & g a r, angulique ad punctũ r sunt æquales, quia recti: erit ergo per 32 p 1, & per 4 p 6 linea e r æqualis lineę r g: producaturq; linea r z: erit ergo per 29 p 1 linea r a perpendicularis super lineam k a l. Et quoniá per 34 huius lineę e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis super lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi: ergo per 4 p 11 linea z a est perpendiculariter erecta super illam superficiẽ, in qua sunt lineę e a, g a: ergo & super lineam r a. Itẽ per 4 p 11 linea k a erit perpẽdicularis super superficiem r z a: erit ergo per 8 p 11 linea e r perpẽdicularis super eandẽ superficiem r z a: ex definitione ergo lineę erectę super superficiem, erit linea e r perpendicularis super lineam r z. Quia ergo duorũ triangulorũ e r z & g r z dùo anguli e r z, & g r z sunt æquales, quia recti, & linea e r æqualis est lineę r g, & latus r z commune: erit per 4 p 1 linea e z æqualis lineę g z. Et eodẽ modo de quolibet aliorum punctorum lineę z u demonstrandum. Patet ergo propositum.



41. Omnes lineæ produćtæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessariò sunt inæquales. Alhazen 4 n 3.

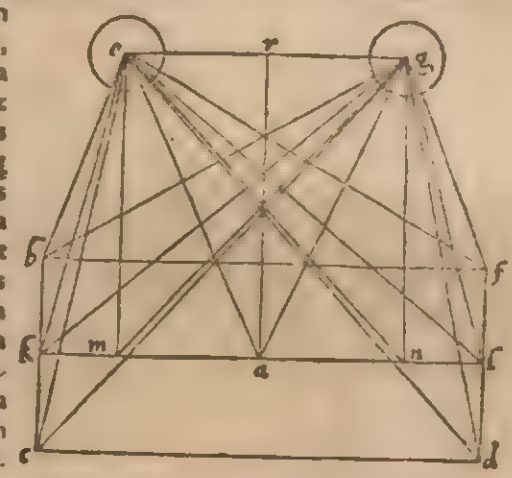
Sit omnimoda dispositio, ut suprà in precedente. Dico, quòd oẽs lineę ab ambobus uisibus ad

idem

idem punctum extra lineam u z, quę sola cũ ambobus axibus facit rectos, semper sunt inæquales. Signentur enim in linea k l, utcunq; secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia, quę sint m & n: & ducantur lineę e m & e n. Dico, quod lineæ e m & g m sunt inæquales, & lineæ e n & g n inęquales. Ducatur enim à puncto r ad pũctum m linea, quæ sit r m. Quoniam ergo angulus e r a est rectus, ut patuit in præmissa: palàm, quia angulus e r m est minor recto: angulus ergo g r m est maior recto per 13 p 1. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r æqualis est lineę g r, & angulus g r m maior angulo e r m: ergo per 24 p 1 erit latus g m longius latere e m: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandum. Patet ergo propositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearum minus est sensũbilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniunctionis.

42. Omnes lineæ ad puncta æquidistantia à puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alternis uisibus productæ, necessariò sunt æquales, & æquales cum illis lineis angulos continentes. Alhazen 3 n 3.

Sit omnis dispositio ut suprà in duabus præmissis, & sint m & n puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cũ ambobus axibus, æqualiter distantia à pũcto a, quod sit pũctum coniũctionis axium, ita quòd linea m a sit æqualis a n. Dico, quòd protractæ lineæ ab alternis uisibus ut e n & g m, & e m & g n sunt æquales. Quoniã enim axis e a est æqualis axi g a per 35 huius, & angulus incidentiæ axis e a, q est angulus e a m, æqualis est angulo incidentię axis g a, qui est angulus g a n: ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti: anguli quoq; r a e & r a g sunt ęquales, ut hæc patent ex prędemõstratis in præmissis duabus propositionibus: remanẽt ergo anguli e a m & g a n æquales: sed & axes e a & g a sunt æquales, & linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi: erit ergo linea g n æqualis lineę e m per 4 p 1: & angulus g n a ęqualis angulo e m a. Ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per 4 p 1 basis e m æqualis est basi g n. Et similiter demonstrari potest in omnibus alijs pũctis similibus: lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c, omnes, ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à pũcto a distantia producũtur, necessario sunt ęquales. Patet ergo propositum, quotcunq; etiam alijs lineis modo simili productis.



43. Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarum fit certa comprehensio à uisu: magis autem secundum lineas axi uiciniores: & maximè per axem centrum foraminis uueæ transeuntem. Alhazen 8 n 2.

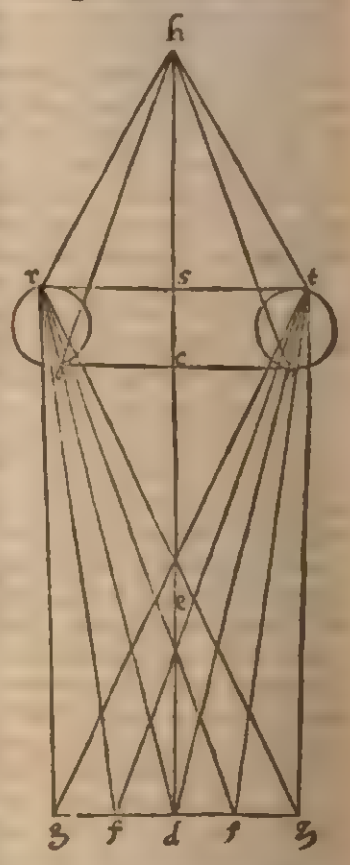
Solus enim axis extenditur secundum rectitudinem, quousque perueniat ad locum gyrationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24 huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus, perueniet ad glacialem & uitreum secundum extensionem usq; ad locum gyrationis nerui concaui. formę uerò, quæ ueniunt secundũ lineas alias, obliquantur. Et qa dispositio formarũ obliquatarũ non est sicut dispositio formarũ extensarũ recte: quoniam obliquatio necessariò ipsas alterat aliqua alteratione in certitudine comprehensionis: punctus ergo formæ perueniens ad locũ gyrationis concaui nerui, qui extenditur secundũ rectitudinem axis, est magis uerificatus omnibus punctis formarum. Et quia obliquatio linearũ uicinarum axi est minor, & remotiorum maior, eò quòd anguli, qui fiunt ex lineis, super quas ueniunt formæ, & ex perpendicularibus super axem productis in superficie obliquationis, linearũ uicinarũ axi sunt acutiores, & remotiorũ minus acuti, ut patet per 36 huius: formę uerò, quarũ obliquatio est minor, magis manifestantur, quàm formę, quarũ obliquatio est maior: punctus ergo, qui est super axem, perueniens ad locũ gyrationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs pũctis, & certioris comprehensionis: & qui est propinquior illi, est manifestior remotiore ab illo: & similiter est de forma perueniente in nerũ communem, ex quo comprehendit uirtus sensitiua formas rerũ. Patet ergo propositum.

44. Puncto coniunctionis in axe communi existente, certissima sit uisio: propinquè uerò illi axi adhuc certa: remotius uerò minus certa. Alhazen 10 n 3.

Sit linea connectens centra foraminũ uueę, quę a b. & sit linea c e axis communis: pũctus quoq; coniũctionis m ipsa linea c e sit d, in quo concurrant axes a d & b d: & sit medius pũctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico, quòd pũcto d existente in linea c e, tũc certissima fit uisio. Formę enim uisæ perueniẽtes ad superficiẽ uitreã sunt tũc magis cõsimiles, eo qd' axibus cadẽtibus in centra foraminũ uueę, quę sunt signata per puncta a & b, formę punctorũ circumstantium punctum d, distincte & consimiliter incidunt circa illa centra. Et quoniam axis communis, qui est e c, dividit lineam a b per æqualia in puncto c per 33 huius, & per 29 p 1, ideo quia linea connectens centra

foraminum

foraminum uueæ eſt æquidiſtans lineæ r t, cõnectenti centra foraminum gyrationis neruorũ concauorum, ut patet ex præmiſsis, & per 4 huius: unde per 31 t 1 huius patet, quòd linea h c per æqualia diuidit lineam a b, & eſt perpendicularis ſuper illam: eſt ergo palàm per 4 p 1, quoniam axis a d eſt æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c: ſed & per 30 huius anguli h a c & h b c ſunt æquales: & quoniam axis cõmunis, qui eſt e c, pertingit ad h punctum mediũ concauitatis nerui communis, ad quod formæ à punctis a & b diffunduntur: palàm per 26 p 1, quoniam anguli c h a & c h b ſunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis, quibus incidunt lineæ radiales ipſis axibus a d & b d propinquè, quæ ſunt æquales quaſi ad ſenſum, ut patet per 40 huius: hæ enim lineæ radiales quaſi æqualiter incidũt punctis æqualibus ſuperficiei nerui communis per 37 huius. Formæ itaq; pũctorum taliter uiſorum ſunt magis conſimiles: unde fit tũc uiſio certior. Sed cum punctus coniunctionis fuerit modicũ extra communem axem, ut in puncto f, ſiue remotio illa ſit ad partem ſiniſtram uel dextram, ſurſum uel deorſum, ſiue ad alias utcunq; tũc adhuc duæ formæ, quę infiguntur duobus uiſibus, non multũ habent diuerſitatis: unde puncto formæ, cui duo axes infigũtur, ipſi puncto h medio, ſcilicet puncto concauitatis nerui incidente, reſidui puncti formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus, ipſis uiſibus incidentes, in concauitate nerui communis circa pũctum h uniuntur, non tamen ſecũdum perfectionem prioris diſpoſitionis: uidetur itaq; & tũc res certa uiſione, non tamen in gradu certitudinis prioris. Cum uerò coniunctionis punctus fuerit remotus extra communem axem, qui eſt c e, ut in puncto g, ad quamcunque differentiam poſitionis hoc contingat: tũc adhuc punctus rei uiſæ, in quo duo axes concurrunt, infigetur ipſi puncto h: ſed formæ reſiduorum punctorum illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient diſpoſitionem priorib. duabus ſimilẽ, neq; erit illorum punctorum uiſio bene uerificata, ſed remanet minus certa. Patet ergo propoſitum.



45. Omne uiſum in puncto coniunctionis duorum axium uiſualium certius uidetur eo, quod per radios axibus propinquos: & ſecundum remotionem ab axibus gradus certitudinis decreſcit. Ex quo patet, quòd puncta ſuperficiei rei uiſæ æqualiter diſtantia à puncto cõiunctionis, ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur. Alhazen 15 n 3.

Quoniam enim, ut patet p 43 huius, ſecũdũ oẽs lineas cuiuslibet pyramidis radialis fit certa comprehẽſio formę uiſibilis à uiſu: magis aũt ſecũdũ lineas axi uiciniores, & maximè p axem centrũ foraminis uueæ tranſeuntẽ: in pũcto aũt coniũctionis concurrũt duo axes p 32 huius. Palàm ergo, cũ uirtus duplicata ſit fortior ſui medietate, quòd in pũcto coniũctionis certior ſit uiſio ſecũdũ totam ſuperficiẽ rei uiſę, quę eſt baſis ambarũ pyramidũ uiſionis, & ſecũdũ proportionẽ dupli ad duplũ, quę eſt ſimpli ad ſimplũ. Secũdũ lineas uerò radiales, quæ ſunt propinquæ axibus, ſit minus certa uiſio quàm per axes. quoniam formę punctorũ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, nõ perueniunt directè ad mediũ cõmunis nerui: unde non ſit adeò perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipſos axes. Secũdũ remotionem uerò illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uiſionis decreſcit: quia cũ partes ſuperficiei rei uiſæ, quibus axes incidũt, & partes illis proximæ manifeſtius uideantur per 43 huius: ſecũdũ partes remotiores illius ſuperficiei, quibus incidũt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, eſt debiliſsima certitudo uiſionis: & ſecũdũ alias partes medias ſit media diſpoſitio certitudinis, ſecũdũ quod plus accedũt axibus, uel ſecũdũ quod ab illis plus remouentur. Palam ergo propoſitũ. Et per hoc patet corollariũ, quoniam in pũctis ſuperficiei rei uiſæ æqualiter à pũcto coniũctionis diſtãribus eadẽ eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & inde: quoniam illarũ formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus, & ex conſequẽti in ſuperficie nerui communis ſemper figurantur. Patet ergo totum, quod proponebatur.

46. Omne uiſum, in quo concurrunt duo axes uiſuales uel radij illis propinqui, uidetur ſemper unum. Alhazen 14 n 3.

Quoniam enim formę per axes radiales peruenientes ad uiſum, æqualiter incidunt uiſibus ambobus per 35 huius, & per 30 huius æqualiter peruenient ad medium pũctum concauitatis nerui: concurrunt ergo ambæ illæ formæ ad punctum unum, & una ipſarũ ſupponitur alteri, & fiunt forma una. Et quoniam omnia uiſa nobis aſſueta ſemper ſunt oppoſita ambobus uiſibus, & ambo uiſus aſpiciunt ad quodlibet illorum uiſibilium, propter quod duo axes duorũ uiſuum ſemper concurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32 huius: & poſitio radiorum reſiduorũ, qui circumincidunt communi pũcto ipſorũ, eſt poſitio conſimilis per 37 huius: maximè quando non differũt in remotione à duobus axibus maxima differẽtia: propter hoc ergo quodlibet uiſorũ aſſuetorũ uidetur ambobus uiſib. unũ. Et quia, ut pręmiſſum eſt, patet per 37 huius, quoniã oẽs formę pũctorũ

æqualiter

æqualiter circumſtantium puncta, quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales, ad puncta æqualiter circumſtantia medium punctum nerui cõmunis conſimiliter pertingunt. Lineæ uerò radiales propinquæ axibus uiſualibus, quia nõ multum obliquè incidũt uiſibus, ideo nõ multum obliquè refringuntur, quoniam ipſarum refractio eſt ſecundum angulos minores per 36 huius: directius ergo perueniunt ad cõcauitatẽ nerui: cõtingunt ergo ſe circa mediũ punctum cõcauitatis nerui, & ſupponuntur ſibi adinuicem, fiuntq; forma una. Et hoc proponebatur.

47. Omne uiſum, in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium, comprehenditur ſemper unum.

Axis enim cõmunis adiuuat certitudinem cõprehenſionis, & axis uiſualis unicus unam tantùm formam regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui communis: uidetur ergo una tãtùm forma, quia tunc nõ fit retractio alterius formæ ad aliquam partem nerui diſtinctam ſecundum partem uel ſecundum remotionem. Patet ergo propoſitum.

48. Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur. Euclides in præfatione & 1 the. opticorum. Alhazen 16 n 3.

Quoniam enim, ſiue aliquod uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illum, ſemper punctum eius, cui incidunt axes uiſuales, certius uidetur, quam puncta, quibus incidunt radij propinqui: & illa puncta certius uidentur, quàm puncta, quibus incidunt radij remoti per 45 huius: patet, quòd nullum uiſum totum ſimul æqualiter uidetur. Cum enim omnia puncta ipſius communiter per omnes tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi tranſcurſa fuerint: tũc ſolum æqualiter eſt totum uiſum: quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa punctum illud: magis ergo æqualiter perpendetur tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus diſpoſitionibus ſuis: tunc ergo tota res æqualiter uidebitur: nullus autem motus eſt in inſtanti, ſed ſolùm in tempore: palam ergo, quòd nullũ uiſorum ſimul totum æqualiter uidebitur: ſed bene eſt poſsibile ipſum totum ſimul uideri inæqualiter: quoniam omnia puncta formæ oppoſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt produci ad uiſum, ſimul multiplicantur ad uiſum, quamuis ſecundum diuerſitatem angulorum diuerſimodè ſecundum diuerſas partes uideantur: parua tamen corpora & propinquarum diametrorum æqualius uidentur, quam corpora diametrorum maiorum: remotiores enim partes à puncto coniunctionis non adeò bene certificantur, ut propinqua per 45 huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniformè, minus accidit in eo inæqualitatis, quàm ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones: tunc enim forma extremorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata: hæ enim comprehenduntur per lineas radiales remotas ab axe. Patet ergo propoſitum.

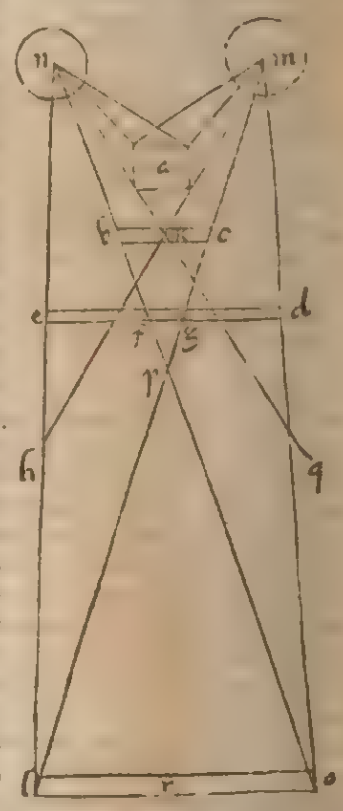
49. Impoſsibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

Quamuis enim uiſus quãdoq; eodem tempore opponitur multis uiſibilibus diuerſi coloris, inter quorum quodlibet & uiſum produci poſſunt lineæ rectæ in aere cõtinuato medio inter ea & uiſum, peruenientq; formæ lucis & coloris, quę ſunt in rebus uiſis, ad ſuperficiem uiſus in eodẽ tempore, & forma cuiuslibet ipſarum ad quamlibet partem ſuperficiei uiſus, propter earum directam oppoſitionem: & licet uidens uideat in eodem tempore uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic in tota ſuperficie uiſus ſint multa lumina diuerſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiem uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel obliquè: tamen, ut patet per 17 huius, non fit diſtincta uiſio, niſi ſolùm ſecundum perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiem productas: & ſecundum hæc diſtinguuntur formæ ſecundum diſtinctionem partium ſuperficiei uiſus, in quas ſolùm incidunt perpendiculares: & licet ſic perueniant ad ſuperficiem uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tamen comprehendit omnes formas ſecundum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſsibile plura ſimul uidere, ſed inæqualiter & indiſtinctè. Nam licet, ut patet per 17 huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundum ſuum eſſe, & figuram ordinatam in ſui ſuperficie ſecundum ordinem, quem habet in ſuperficie rei uiſæ: extrà tamen poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarum rerum uiſarũ, præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie alias huius rei partes: & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecũdum ſuum eſſe, & ſentire ſitus earum adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud, quod uidet ſecundum pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uueæ ipſi centro uiſus, minus uerò perfectè alia, quorum pyramidum axes incidunt ſecundum alia puncta ſuperficiei dicti circuli, ut patet per 43 huius: illorum enim omnium axes ſunt longiores, etiamſi ab eadem diſtantia procedant. Aſpiciens itaque quando fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus: inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus manifeſtiorem illis, quæ ſunt à parte laterum illius medij, & quod eſt propinquius medio, erit manifeſtius, & quod eſt remotius, erit minus manifeſtum, ut hæc omnia patent per 43 huius. Eſt ergo impoſsibile, plura ſimul æqualiter uideri: quoniam impoſsibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntem per centrum uueæ ſimul pluribus punctis, nedum ſuperficiebus, incidere per 20 11 huius. Patet ergo propoſitum.

50. Inter-

50. Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur. Alhazen 5 n 3.

Exempli causa, sint duo puncta n & m centra duorũ uisuũ, & sit r punctũ cuiusdam rei uisę, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus quàm sit res uisa, quæ sit b k c: in cuius puncto k concurrãt ambo axes uisuales, qui sint m k & n k: sitq; punctum r taliter positũ, ut ipsum protractis axibus n k ad punctum q, & m k ad punctũ h, intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiatur per interpositionem rei uisæ, quę est b c: sit aũt uisibile e d remotius quàm sit ipsum b c, & propinquius pũcto r, inter duos axes taliter dispositum: ita quòd lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt, quæ sit f g: lineæ uerò m p & n p intersecantes se in puncto p protractæ cõtingant peripheriã corporis, in quo est punctum r, in punctis l & o: sit uerò a quoddam uisum proximum uisui, cadens inter axes m k & n k. Dico, quando uisus cõprehendit in eadem hora in simul formas uisibilium, quæ sunt b c & e d & r, quòd quandoq; impeditur secũdum aliquid uisio ipsius e d: quoniã impeditur secundũ sui partem, quæ est f g, quę cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis, quòd est b c: patet, quòd forma illius partis nõ perueniet ad uisum, neq; seruabitur in neruo cõmuni: forma uerò uisibilis remotioris, quod est l o, in quo est punctũ r, quoniã ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in puncto p, quæ productę ultra punctum p, suis terminis l & o incidunt: patet quòd perueniet ad uisum, nõ impediente uisibili b c: qa tamen in nullo eius puncto cõcurrunt axes uisuales, forma eius uidebitur inordinata secundũ sitũ earundẽ partium ipsius formę, quę sibi directè nõ superponentur, ut ostensum fuit in 37 huius: ergo erunt inordinatæ secundũ remotionẽ à puncto medio nerui cõmunis, quæ remotio erit hinc inde inæqualis, propter diuersitatem incidentiæ ipsarũ linearũ, per quas aduenient eadẽ puncta formarũ, ut sunt lineæ m l & n l, respectu formę puncti l, & lineæ m o & n o, respectu formæ puncti o: pars tamen uniuersi, quæ attẽditur secundum dextrã uel sinistrã, surium uel deorsum partium ipsius formæ nõ mutatur. Visum enim b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, quando in puncto k rei uisæ b c cõmunguntur duo axes m k & n k: tũc forma uisi b c fit in duobus locis duorum uisuum consimilis positionis, & forma uisi, quòd est l o, diuersificabitur secundum situm partiũ suæ formę, & secundum remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis: quoniã est magna diuersitas in angulis refractionis suarum partialium formarum, sicut & in angulis incidentiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36 huius: nõ tamen erit error in parte uniuersi: quia formæ partiũ suo ordine disponẽtur, ut sunt in re, & res uidebitur una: quod nõ accidit in forma uisi, scilicet ipsius a, quod propinquius est uisui, si ipsum paruę fuerit quantitatis, & nõ sit in illorum corporũ positione differẽtia sensibilis, ita quòd corpus a cadat inter axes m k & n k. Quando itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, cõprehendunt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituuntur illarũ rerum uisarũ d e & l o formæ in duobus locis duorum uisuũ, & fiunt cõsimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotione à puncto medio nerui cõmunis, aut nõ oẽs partes earum erunt cõsimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma earum erit certificata. De uiso uerò a, quod est proximum uisibus, quoniã ipsum cadit inter axes m k & n k, & est propinquius uisui, quia non figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius, in respectu amborũ uisuum, diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, quoniã forma ipsius quantum est de se, ad nullã partium uniuersi secundum respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes uisuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uisu existente fixo, interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur, ut patet. Cum autem uisus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoque uisibilũ cõprehensorũ in simul: tunc formæ omniũ uisibiliũ cõprehẽdentur simul in ambobus uisibus cõsimiles in parte & remotione, & cõprehendentur secundum modũ suę certitudinis formæ uniuscuiusq; uisibilũ. Huius aũt rei totius ratio est hæc, quia certitudo uisionis fit secundum axes, & uisio fit per multiplicationẽ formæ uisibilis in uisum, quę nonnunquã tunc per corpus interpositum impeditur, cũ linea multiplicationis formæ aliã superficiem corporis medij oppositam uisui aliqualiter attingit. Et hoc est quod uolebamus.



51. Omnis uisio fit uel per aspectum simplicẽ, uel per intuitionẽ diligentẽ. Alhazen 64 n 2.

Aspectum primũ simplicẽ dicimus illũ actum, quo primò simpliciter recipitur in oculi superficie forma rei uisę: intuitionẽ uero dicimus illũ actum, quo uisus uerã cõprehensionem formę rei diligenter perspiciendo perquirit, nõ cõtentus simplici receptione, sed profunda indagine. Visus itaq; per aspectum simplicẽ comprehendit intentiones manifestas, quę sunt in rebus, nec certificat illas:

per

per intuitionem uerò considerat oēs intētiones partium formę uisæ occultas aspectui, & certificat omnes dispositiones illius formę uisę. Et quia aspectus simplex potest esse sine intuitione, quamuis intuitio non possit esse sine simplici aspectu: patet, quòd omnis uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per alium. Et hoc est propositum.

52. Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualem existente possibili: intuitio fit solùm secundum incidentiam axis pyramidis uisualis. Alhazen 65 n 2.

Quoniam enim, ut patet per præmissam, aspectus simplex est solũ receptio formę sensibilis in superficie uisus: palàm, quòd ipsa fit secũdum totam pyramidẽ uisualẽ: quælibet enim perpẽdicularis siue linearũ radialium illam pyramidẽ constituentium per 17 huius adducit aliquam formam puncti superficiei rei uisibilis, quã túc aspicit uisus: quia uerò intuitio certificat ueritatẽ formarũ comprehẽsarum: certificatio uerò omnium formarum uisibilium plus fit per axes pyramidum uisualiũ, quàm per aliquã aliarum linearum illius pyramidis per 43 huius: patet, quòd intuitio fit solùm per incidentiam illius axis. Cũ ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui rei uisæ, quę fuerit alicuius quantitatis: & illud, quod opponitur medio uisus ex illa re uisa, fuerit per axem uisualẽ aut prope illum: tunc erit ipsum, quod est in axe, uel quod approximat axi, manifestius residuis partibus rei uisæ. Si itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uisæ, mouebit ambos uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partium, uel punctorum superficiei rei uisę sibi oppositę: & tunc, quia ambo axes radiales per 32 huius incidẽt unicuiq; punctorum, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ. Quando enim uisus fuerit oppositus rei uisę, tunc sentiens comprehẽdet totam formam comprehẽsione qualicunq; per 43 huius, & partẽ, quę est apud extremum axis, comprehẽdet uera comprehẽsione: deinde mutatis axibus ad aliud punctum, tunc idẽ punctum uerius comprehẽdetur, & tunc cum hoc tota forma prius comprehẽsa comprehẽdetur secundò, & etiam ille punctus, in quo prius fixi fuerũt axes, & cum axes mutabũtur ad pũctum tertium, fiet tertiò cõprehẽsio totius formę, & etiá illorum pũctorum, quibus prius axes incidebãt, & ita secũdum numerũ pũctorum, quibus incidũt axes, numeratur comprehẽsio totius formę: semper tamẽ punctus, cui axes incidunt, certius aliis punctis comprehẽdetur. Sic ergo intuens per motum axium cõprehẽdit certitudinem cuiuslibet puncti rei uisę, & insuper reiterat frequẽtationẽ comprehẽsionis totius formæ secũdum numerum punctorum, quibus incidunt ipsi axes. Apparet ergo uisui tunc omne id, quod possibile est apparere in forma illius rei uisę, & nõ certificabitur forma rei uisę, nisi post motus uisus secundũ suos axes radiales super oēs partes uel puncta superficiei rei uisę: nec enim intẽtiones subtiles, quę sunt in re uisa, apparẽt uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linearũ, quæ sunt prope ipsum, super quamlibet partium rei uisę. Et etiam si res fuerit in fine paruitatis, & fuerit oppositа uisui: non intuebitur illã uisus intuitione perfecta, nisi donec moto uisu axis radialis transierit per oēs particulas uel puncta illius rei. Sic ergo fit solùm intuitio secundum axis pyramidis radialis incidẽtiam, quamuis aspectus simplex fiat secundum omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis. Patet ergo propositum.

53. Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ: quoniam ille motus oculi est insensibilis uelocitatis. Alhazen 42 n 2.

Motus enim axis super partes rei uisæ nõ est p gyrationẽ axis à loco cẽtri ipsius uisus, sed p motum eius p se super partes rei uisæ: patet enim p 25 & 32 huius, quòd linea axis extẽditur recte usq; ad locum gyrationis nerui, super quẽ componitur oculus: & quòd situs eius à uisu nõ mutatur, sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ, & medium oculi, in quo est sensus uisus, opponitur cuilibet partium rei uisæ, tunc axis trãsit p quamlibet partium rei uisę: & secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisæ extẽditur ad uisum semper secundum rectitudinẽ axis: & erit gyratio axis immutabilis à loco suo, respectu omnium partium & tunicarum oculi: sed circumgyrabitur axis in concauo ossis cũ motu totius oculi. Et cũ uisus uoluerit intueri rẽ uisam, & incœperit intueri in extremitatẽ rei uisæ: erit tunc extremũ axis super extremitatẽ rei uisæ, eritq; in dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus declinante aut obliqua ab axe ad aliã partẽ, præter partẽ, super quam est axis: quoniã forma eius erit in medio uisus & in loco axis, eritq; residuum formæ obliquum ad aliam partẽ ab axe: & cũ uisus post illam dispositionẽ mouebitur super aliquã diametrum rei uisæ, trãsferetur axis ad partẽ sequẽtẽ illã partẽ rei uisæ, & erit forma primæ partis declinans ad locum alium oppositũ loco, ad quẽ mouetur axis, & nõ cessabit forma declinare, quamdiu mouetur axis super illam diametrum, quousq; axis perueniat ad ultimũ illius diametri rei uisæ, quę est pars alterius rei uisæ: & sic erit forma totius rei uisæ in ista dispositione obliqua uisui & puncto oppositо ipsi axi, etiam cui prius fuit obliqua, axe radiali in aliis punctis diuersis incidẽte, præterquam ultima pars & extrema ipsius rei uisæ, quę remanebit super axem & in medio uisus: & axis in isto toto motu erit fixus in suo situ, quantum ad pertransitum uniformẽ omnium tunicarum oculi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

54. Axis in motu intuitionis nunquam fit basis anguli, quem respicit superficies rei uisæ, neq; semper secat angulum, quem respicit aliqua diametrorum rei uisæ. Alhazen 43 n 2.

Quia enim iam ostẽsum est in præcedẽte theoremate, quòd axis in toto motu oculi ad intuendũ

ſemper manet fixus: ſi ergo axis fieret baſis anguli, quē reſpicit ſuperficies rei uiſę: oporteret immo tas remanere lineas illū angulū cōtinētes, & moueri axem: hoc autē nō eſſet poſsibile, niſi quando axis moueretur per ſe, toto oculo quieſcēte: & quia hoc eſt impoſsibile per præcedēte, totus enim oculus mouetur apud intuitionē, & axis mouetur p motū eius, & moto axe, mouētur oēs lineæ cōtinētes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur. Incidēte enim axe radiali diuerſis punctis ſuperficiei rei uiſę, licet idē remaneat uertex pyramidis, & etiam eadē baſis ſit: uariato tamē axe, cauſſatur ſemper noua pyramis, quamuis uideatur ſemper una: ideo quia motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis. Per hunc itaq; motum comprehendit uiſus quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſæ uiſui medio oppoſitum, in puncto ſcilicet axis, & per hunc motum mouetur forma rei uiſæ ad ipſam ſuperficiē uiſus, & mutatur pars ſuperficiei uiſus, in qua prius fuit forma: quoniam forma rei uiſæ apud motum axis erit in una parte ſuperficiei uiſus poſt aliam partē ſuperficiei uiſus. Quotiens enim comprehēderit uirtus ſentiens partē rei uiſæ, quæ eſt apud extremum axis, totiens comprehēdet cum hoc totam ſuperficiē rei uiſę, & comprehendet totam illam partē ſuperficiei uiſus, in qua peruenit forma totius rei uiſæ, quę ſemper eſt alia & alia: quādiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uiſæ, non terminantium ipſam diametrum, tunc axis diuidit angulum, cuius cētro uiſus ſubtēditur illa diameter: ſed cum incidit ipſi termino diametri, tunc ipſe axis fit una linearum cōtinētium illum angulum. Non ergo ſecat ſemper illum angulum. Quod eſt propoſitum.

55. Neceſſe eſt omnem uiſionem, quæ fit aſpectu ſimplici, fieri in inſtanti.

Si enim fiat aſpectus ſimplex in tempore, quantumcunq; paruum ſit illud tēpus: erit ipſum pars magni temporis: & quoniam non datur uiſio fieri in tempore, niſi per diſtantiam uiſibilis ab ipſo uiſu: palàm tunc, quòd ſecundum ſpatium diſtantiæ uiſibilis à uiſu multiplicabitur & tempus. Producatur itaq; linea a b c d, & ſit uiſus ad punctum a, & aliquod uiſibile ſit apud punctū b. Cum itaq;, ut dictum & declaratum eſt in 6 huius, forma puncti b multiplicatur ad uiſum, ſi hoc fiat in tempore quocunq;, etiam fortè inperceptibili: ſit aliud uiſibile in puncto c: & ſit ſpatium a c multiplex ſpatio a b: erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uiſum a, multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uiſum a: & ſi hoc tempus nondū ſit ſenſibile, ſit in ulteriori puncto uiſibile d remotius à uiſu a, quàm eſt ipſum c: ſitq; ſpatium d a multiplex ſpatij c a: ergo erit ipſum magis multiplex ſpatij b a. Forma itaq; puncti d multiplicabitur ad uiſum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uiſum a forma puncti c: ſed in pertranſitu formæ puncti d per ipſum ſpatiū a d non requiritur in ipſa operatione uiſiua plus temporis, quàm in ſpatio a b: apertis enim oculis æquè citò uidentur remota & propinqua: neq; enim eſt ſenſibilis differētia temporis, quo uidetur res proxima, aut aliqua ſtellarum fixarum, cuius ferè diſtantia eſt ſecundum mundi ſemidiametrum, quæ eſt maxima linearum naturalium entium. Impoſsibile eſt ergo uiſionē, quæ fit aſpectu ſimplici, fieri in tempore: ſed neceſſe eſt omnē huiuſmodi uiſionem, quantum ad aſpectum ſimplicē, fieri in inſtāti & ſubitò: eius itaq; principiū nō differt ab eius fine. Et hoc eſt propoſitū.

56. Omnem intuitionem in tempore fieri eſt neceſſe: tempuſq; intuitionis intentionum uiſibilium diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum formarum intuitarū. Alhazen 70. 74 n 2.

Cum enim, ut patuit in 51 huius, intuitio ſit actus uirtutis uiſiuæ, quo uiſus ueram comprehenſionem formæ rei uiſæ diligenter perſpiciendo perquirit, & ſemper in ipſa intuitione axes radiales per omnia puncta ſuperficiei rei uiſæ moueantur, ut declaratum eſt per 52 huius. Cum ergo omnis motus ſenſibilis fiat in tempore ſenſibili ideo, quia, ut alibi declarauimus, tempus eſt proportionale motui. palàm, quia omnem intuitionē in tempore ſenſibili fieri eſt neceſſe. Tempus quoq; intuitionis diuerſatur ſecundum diuerſas intentiones formarum uiſibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplum eſt: ut ſi uiſus comprehendat animal longū multorū paruorū pedū, quod mouetur: tunc primò per modicam intuitionē comprehēdit motū eius, & per motū comprehēdit ipſum eſſe animal: deinde per modicā intuitionē in pedibus comprehēdet ipſum eſſe multorum pedū ex comprehēſione diſtantiæ inter pedes, non tamē cognoſcet numerū ipſorum pedū: & deinde diligētius intuēs cognoſcet numerum pedum pluri intuitione & maioris tēporis conatu. Comprehēſio ergo animalitatis eius erit in paruo tēpore, & comprehenſio multitudinis pedum erit in tēpore maiore illo tempore priori, in quo cognitū eſt ipſum eſſe animal: numerus aūt pedū erit adhuc in tēpore maiori aliquo illorū tēporum: oportet enim uiſum intueri quēlibet illorū pedum, & numerare illos: erit aūt quantitas tēporis intuitionis pedū ſecundum numerū multitudinis uel paucitatis pedum: & hoc etiā patet per diuerſitatē aliarum uiſibilium intētionum. Tēpus itaq; intuitionis intentionum uiſibilium formarū, quarum una eſt numerus, diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum formarum intuitarum. Patet ergo propoſitum.

57. Viſus non poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ primo aſpectu ſimplici, ſed poſt diligentem intuitionem. Alhazen 76 n 2.

Cum enim formæ uiſibilium ſint cōpoſitæ ex multis intentionibus particularibus, quibuſdam illarum

illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdam uerò subtilibus ualde, ut sunt lineationes minutæ & colores minutatim dispersi, & similia, quę primo aspectui, qui est instantiuus per 55 huius, statim se offerre non possunt: unde indiget tępore ut uideantur: post diligętem ergo intuitum uidebuntur, & non prius. Visus enim non comprehendit ueram formam rei uisę, nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium, quæ sunt in illa forma. Patet ergo, quòd forma rei uisæ, in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundum ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem. Et quoniam etiam in formis, in quibus non sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentiam à primo aspectu dijudicare non potest: ideo etiam tunc est opus intuitione: nec enim potest certificare ueritatę formæ, nisi post diligentę intuitionę cuiuslibet partis illius formę rei uisæ. Palam itaq;, quia uisus nũquá potest cõprehẽdere uerá formá rei uisæ in primo aspectu, sed solùm post diligentę intuitionę. Et hoc proponebatur.

58. Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes. Alhazen 66 n 2.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem: tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figitur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est: & si iterabitur comprehensio rei uisæ: tunc erit forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ: quia uisus rarò comprehẽdit perfectè rem semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuò ad animam, & renouatur forma prius uisa apud animam: & si aliquid ex intẽtionibus illius formæ obliuioni traditum est, restauratur, & si prius uisum non est, recuperatur. Anima autem per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdẽ intẽtionis super animam, erit anima magis rememorans illam intentionẽ: & sic erit illa forma magis fixa in anima: sed & magis certificata: quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, fortè anima non comprehẽdet omnes intentiones, quæ sunt in illa forma, neq. certificabit ipsas: & cum forma redierit secundò, comprehendet anima ex ea aliud, quod in prima uice non comprehendit: & quantò magis forma iterabitur super animam, tantò magis manifestabitur ex ea, quod prius non apparebat: & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ. Patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

59. Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus, nisi solùm luces & colores. Alhazen 18 n 2.

Sola enim hęc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est: patet, quòd ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus: unde ipsa sine alijs offeruntur uisui, ut sine situ, figura, & magnitudine, & similibus: alia uero non offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem nõ participante impossibile est illud uideri, ut patet per 1 huius: circa lucem ergo & colorem nõ fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis. Lux enim, quæ est in corpore illuminato, comprehenditur à uisu secundum suum esse & per se ex ipso sensu: lux uerò & color, quæ sunt in corpore colorato & illuminato, comprehenduntur à uisu in simul & admixta: comprehenditur autem utrunq. illorum solo sensu uisus: lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminationè corporis sentientis, quod est de substantia oculi, & color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis & eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris. Sicut enim sentiens comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem: sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam. Ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs & operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum inuisibilium: quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur: & si aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiantur, & non alijs sensibus particularibus: hoc accidit uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diaphanitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio conferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris. Patet ergo propositum.

60. Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter: aut cum ratione & distinctione. Alhazen 10 n 2.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehendit solus uisus: sunt tamen plura aliorum, quæ de numero uisibilium sunt supposita, quę uisus quidẽ comprehendit, non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animę accedentibus: & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehẽsio non est puro sensu uisus: quoniam uisus quando comprehẽdit duo individua eiusdem speciei & formę eodem tempore: tunc comprehendet individua, & comprehẽdet quod sunt similia: sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambę neq; una ipsarú, sed neq. forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarum duarum formarum in aliquo. Non ergo comprehẽdetur duarum formarum similitudo, nisi ex comparatione unius ipsarum ad alteram. Non fit ergo similitudinis comprehensio per solum uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinationis diuersas formas uisas ad inuicem comparantẽ. Et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorum unus est albior alio, comprehendet am-

borum albedinem,& quod alterum eſt fortioris albedinis:comprehendet ergo ſimilitudinem illorum duorum alborum in albedine, & diuerſitatem illorum in fortitudine & debilitate: diſtinctio uerò inter illas duas albedines non eſt ipſe ſenſus albedinis: quoniam ſenſus albedinis eſt ex dealbatione ſuperficiei uiſus,quę fit ab utraq; albedine:diſtinctio autem illarum albedinum fit propter diuerſitatem actionis illarum duarum albedinum in ipſum uiſum. Non eſt ergo illa diſtinctio à ſolo ſenſu,ſed eſt ab alia uirtute animæ,quam dicimus diſtinctiuam Et ſimiliter eſt de comparatione & diſtinctione aliarum ſenſibilium formarum:nihil enim illorum acquiritur ſolo uiſu,ſed ratione & uirtute diſtinctiua coadiuuantibus:uiſus enim per ſe non habet uirtutem diſtinguendi, ſed uirtus diſtinctiua animæ diſtinguit omnia illa mediante uiſu. Patet ergo propoſitum.

61. Ex intentionibus formarum indiuidualium ſæpius intuitarum, remanet in anima fixio & certificatio formæ uniuerſalis, exiſtens uiſui principium cognoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei. Alhazen 14.67 n 2.

Quia enim quodlibet uiſibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus cõueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei,quæ diuerſantur ſolùm in intentionibus particularibus,comprehẽſis per ſenſum uiſus, & fortè erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quaſi uniuerſaliter in indiuiduis auium,ut cygno, coruo,pica,& graculo,& ſimilibus,in quibus eſt uniformitas coloris,conueniens toti ſpeciei,uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & urſum album. Si itaq; forma & figura & color & omnes intentiones, ex quibus componitur forma cuiuslibet indiuidui ſpeciei,eſt forma uniuerſalis totius ſpeciei: & uiſus comprehẽdit illam figuram & formam & colorem & omnium illorum intentiones,quę conueniunt illi ſpeciei: tunc anima iudicabit illud particulare uiſum eſſe indiuiduum illius ſpeciei: non tamen propter hoc cognoſcet unum indiuiduum ab alio indiuiduo eiuſdem ſpeciei diſtinctum:donec comprehenderit etiam intẽtiones particulares,per quas diuerſantur indiuidua,& donec illæ quieuerint in anima & in ipſa uirtute imaginatiua:tunc enim aliquo priùs uiſorum indiuiduorum ipſi uiſui occurrente,per intentionem indiuiduorum illius ſpeciei, cuius forma eſt apud animam, iterabitur à uiſu intentio illius formæ uniuerſalis,quæ eſt illius ſpeciei, cum diuerſitate formarum particularium illorum indiuiduorum: & cum illa forma uniuerſalis per intẽtionem alterius indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima:tũc figetur in anima,& quieſcet. Ex diuerſitate itaq; formarum particularium uementiũ ad uiſum cum formis uniuerſalibus, apud intuitionem comprehẽdet anima diuerſitatem indiuiduorũ eiuſdẽ ſpeciei, & per cõuenientiam accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis, comprehendet quòd forma, in qua conueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei,eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ. Sic ergo remanet in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua: & eſt illa forma uiſui principium cognoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad illud, quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatum, & de intentionibus particularibus ſenſibilibus quibuſcunque. Patet ergo propoſitum.

62. Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intuitionem, aut per intuitionem cum ſcientia præcedente. Alhazen 69 n 2.

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehenduntur uiſibilia extranea, ut quando uiſus comprehedit rem uiſam,quam antea non percepit nec in ſe nec in ſua ſpecie: per intuitionem uero diligentẽ acquirit omnes diſpoſitiones & formam eius ueram:non tamẽ cognoſcit formam eius,quia ipſam antea non percepit, uel non recolit: ſic ergo comprehenditur ſola forma uera comprehenſione per ſolam intuitionem. Comprehenſio autem uera formarum uel bilium alia ab alia, quæ fit per ſolam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quando uiſus comprehendit formã alicuius rei uiſæ, quã cõprehẽdit etiam ante & cuius formę intentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius: tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu illius rei cõprehendet eius formã:& deinde modica intuitione comprehendet totam formam eius, quę eſt ſcientia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formam uniuerſalem, quam comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionẽ formæ in anima per rememorationem illius rei uiſæ ſpecialiter:& cum de intuens intentiones reſiduas,quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit particularem formam illius, quã uiſo indiuiduo appropriatam: & ſi fuerit rememorans illius formę particularis, ut prius per uiſam comprehenſę,tunc cognoſcet illam formam indiuidualem. Et quia nulla res uiſa comprehenditur uera comprehenſione, niſi aliquo illorum modorum. Patet ergo propoſitum.

63. Comprehenſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conſerentis. Alhazen 11 n 2.

Eſt enim cognitio comprehenſio conſimilitudinis duarũ formarũ,ſcilicet formæ,quam comprehendit uiſus apud cognitionem,quando ſentit ſe cognoſcere rem,quam uidet, & formæ quieſcentis in anima,prius cõprehenſæ:unde non fit uiſualis cognitio, niſi per rememorationem: quoniam ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & prętens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam. Semper itaq; fit cognitio ex aſsimilatione formæ quieſcentis in anima ad formã poſtea uiſam extrà,ſiue forma quieſcens ſit forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi. Viſus itaq; comprehendit

multas

multas res p cognitionem: cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equũ eſſe equũ, & Socratẽ eſſe Socratem: & cognoſcit animalia ſibi aſſueta, & arbores, & plantas, & lapides, quę prius uidit, & cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quantitates omniũ rerum ſibi conſuetarũ, quę non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59 huius: nec tamen cognoſcit uiſus omne, quod uidit prius, niſi quando fuerit rememorans formæ prius uiſæ. Non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationẽ formam preſentis rei uiſæ formę prius uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem; nunquam enim poteſt fieri cognitio, niſi per comparationẽ formæ quieſcentis in anima ad formã uiſam extra. Sic ergo patet, quoniã comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis. Patet ergo propoſitum.

64. Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt neceſſe: ſed in minori, quàm ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem. Alhazen 13. 7 1 n 2.

Quoniam enim, ſicut in præcedente propoſitione premiſſum eſt, omnis uiſualis cognitio fit per intuitionem & formam in anima quieſcentem rememoratam & applicatam formæ nunc per diligentem intuitum perſpectę: & quoniam omnis intuitio fit in tempore per 56 huius, & omnis rememoratio formę prius uiſæ fit plurimũ in tẽpore, quoniam fit per diſcurſum animę per formas, quas apud ſe habet in imaginatione, quæ ſi quęrenti animæ ſtatim occurreret, nõ eſſet rememoratio, ſed continuata memoria. Quia itaq; ambo hęc, ſcilicet intuitio & rememoratio, uel ipſorum alterũ fit in tempore: patet etiam, quòd omnis comprehẽſio uiſualis cognoſcitiua fit neceſſariò in tempore: ſed in minori, quàm ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem: quoniam intẽtiones exiſtentes in anima preſentis memoriæ non indigent, ut cognoſcantur omnes intentiones, quę ſunt in formis rerum cognitarum, ex quibus componuntur in rei ueritate, ſed ſufficit in comprehenſione eorum comprehenſio alicuius intẽtionis proprię illis. Cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, eſt ſignans ſuper illas formas: ut quando uiſus intuens Socratem, comprehendit lineationem manus humanæ, ſtatim comprehendit quòd ſit homo, & antequam comprehendat lineationem ſuæ faciei uel partium aliarum. Ex comprehenſione ergo quarundam intentionũ, quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quòd idem uiſibile ſit homo ſine indigentia cõprehenſionis partium aliarum, quas comprehendit ſolùm per cognitionem precedentem ex formis reſidentibus in anima, & per comprehenſionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris groſsiciem aut arcuitatẽ ſuperciliorum, aut ſimilibus comprehendit totalis illius indiuidui intentiones: & ſimiliter cognoſcet equum per aliquam maculam in fronte aut alibi in corpore: & ſcriptor ex quarundam comprehenſione literarum cognoſcit omnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continuè uidet. Et quoniam comprehenſio, quę acquiritur tantùm per intuitionem, fit per conſiderationem omnium partium rei uiſæ, & omniũ intentionum, quæ ſunt in ea: comprehenſio uerò per cognitionem fit per conſiderationem ſolũ quarundam intentionum, quæ ſunt in illa forma: palàm, quòd uiſio, quę eſt per cognitionem, eſt in minori tempore, quàm ſit uiſio per ſolam intuitionem: & propter hoc uiſus comprehẽdit uiſibilia aſſueta uelociter in paruo tẽpore quaſi latente ſenſum, & maximè illa, quę à ſui primordio cognoſcere cõſueuit, uel cum quibus multo tẽpore perſeuerauit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

65. Viſio per cognitionem precedentem per modicam intuitionem non efficit certam formæ rei comprehenſionem. Alhazen 75 n 2.

Quoniam enim uiſio per cognitionem pręcedentem non eſt niſi circa totalitatem & uniuerſitatem rei uiſæ ſuperficialiter & in groſſo & per quædam exteriora ſigna illius rei uiſæ: & uirtus diſtinctiua comprehendit intentiones particulares, quæ ſunt in illa re uiſa, ſecundum modum, quo cognouit res uiſas ex prima forma illius rei uiſæ in anima exiſtente: ſed omnes particulares intentiones uiſibilium, quæ ſunt in rebus corruptibilibus, mutantur temporis mutatione: uiſus autem non comprehendit mutationem intentionum rei uiſæ per formam prius habitam, cum mutatio fuerit non manifeſta nec comprehenſibilis à uiſu primo aſpectu. Cognitio ergo præcedens non efficit ueram rei cognitionem: utpote ſi in homine mundæ faciei prius cognito accidat poſtmodum macula uel cicatrix in facie, quæ non ſit manifeſta: tum enim poſtea longo tempore uiſo illo homine, nõ cognoſcet ipſum uidens ſecundum formam ſui, quam prius memoriter ſeruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, niſi poſt intuitionem diligentem factam in illam maculam uel cicatricem: & tunc comprehendet formam eius ſecundum ſuum eſſe. Et ſimiliter eſt ſi macula ſemper in facie ipſius cogniti fuerit, non tamen fuerit uiſui multum manifeſta: tũc enim licet habeat uidens apud ſe formam illius non maculatam, non tamen applicabit ipſam illius faciei maculatæ, & non cognoſcet ipſum niſi poſt multam aliarũ intentionũ particularium intuitionem. Et ſimiliter eſt in alijs indiuiduis uiſibilium & intentionibus diuerſis ipſorum. In omnibus enim ipſis uiſio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non efficit certam formæ rei comprehenſionem.

Patet ergo propoſitum.

66. Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens, mediantibus intentionibus sensibilibus, quæ per se uidentur. Alhazen 68 n 2.

Quoniam enim, ut suppositum est in principio libri huius, uisio nõ completur nisi apud peruentum formarum uisibilium ad animam, quę omnes sunt de genere accidẽtis, ut patet in ipsarum singulari enumeratione: palàm (cum nullius substãtiæ quidditas sit de genere accidẽtis) quòd nulla ipsarum per se est uisibilis: per accidens autem quidditas substantiarum corporarum percipitur à uisu, scilicet per comprehẽsionem suarum intẽtionum uisibilũ, quę per se uidẽtur. Sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionem intrinsecam animæ, quæ fit ex comparatione formæ unius posterius comprehẽsæ, ad formam aliam prius comprehẽsam quiescẽtem in imaginatione. Comprehensio ergo quidditatis substantiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, non est nisi ex comprehẽsione assimilationis formæ rei uisæ ad aliquam formarum uniuersalũ quiescẽtium in anima & fixarum in imaginatione, quam uisus antè comprehẽderat. Et quia uirtus distinctiua, quę est in anima, per quam anima rerum differẽtias dijudicat, ut hominem non esse canem, & ecõuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibilium nouiter scilicet uisas, uisibilibus formis fixis in imaginatione. Cum ergo uisus comprehẽderit aliquam rem uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius similem in formis existentibus in imaginatione, & illa inuenta cognoscit per illã, rem uisam, & comprehẽdit quidditatẽ eius: & si non inuenerit ex formis quiescẽtibus in anima formam similem formę illius rei uisę, nõ cognoscet illam rẽ uisam, neq; comprehẽdet quidditatẽ eius. Sic ergo nulla quidditas alicuius substantię comprehẽditur per se à uisu, sed per accidẽs, ut proponitur. Si enim aliqua talium quidditatum per se comprehenderetur à uisu: ergo & omnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset comprehẽsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substantię quantum ad sensum & sensibilem operationẽ existentes indiuisibiles per suas quidditates uiderẽtur, quod nõ est uerum: oportet enim ut corpus uisibile sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet per 19 huius. Similiter quoq; patet de omnibus alijs quorumcunque entium quidditatibus: semper enim quidditas cuiuslibet compositi composita est, & eius compositionem uisus per se comprehendere non potest: & si uisus aliquam quidditatem, ut est quidditas, cognosceret: tunc uisus omnem quidditatem cognosceret, quarum multæ tamen sunt inuisibiles, cum omnes ipsæ sint per se intelligibiles: & cum hoc sit impossibile: patet ergo propositum.

67. Primum quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, est quidditas lucis & coloris. Alhazen 17 n 2.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primò uisibilia, ipsorũ tamẽ quidditates & differentiæ essentiales solo sensu uisus comprehẽdi non possunt: quidditas enim lucis nõ comprehenditur solùm per uisum, nisi cooperante uirtute animæ, quę est cognoscitiua, quoniam uisus cognoscit lumẽ solis, & distinguit inter ipsum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factam & per formam in anima reseruatam: similiter etiam quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem, quando color rei uisę fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius comprehensas: non enim potest uisus comprehendere colorẽ rubeum & quòd sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius, ut prius uisa. Si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nũc ipsum uisum cognoscere nõ posset, sed ipsum coloribus illi propinquis sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua permixtione quorũlibet colorũ. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma, quã comprehendit uisus, sit admixta ex forma lucis & coloris, quæ sunt in re uisa. Et quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorũ participatione & auxilio omnia alia uidentur: ideo necesse est ut primum, quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formę uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primò & per se debetur uisiua comprehensio, sic & illorũ quidditatibus debeatur per se & primò operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis, quorum præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diaphanitatem. Patet ergo propositum.

68. Comprehensio coloris, in eo, quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris. Ex quo patet, quòd prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quòd in suo genere uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum. Alhazen 19 n 2.

Visus enim comprehẽdit colorem, & sentit quòd est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in loco non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistinctè tantùm: distinguuntur autẽ per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem. Primum ergo, quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius: quoniam, quod peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem: & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris. Comprehensio ergo coloris in eo, quod est color, est ante comprehensionẽ quidditatis ipsius coloris, quę fit non per solũ sensum uisus, sed per

cognitionem,

cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata. Et si uisus comprehendat colorem extraneum, quem nunquam uidit, tunc comprehendet quòd est color, & tamen nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs, assimilabit propinquiori colori simili sibi, & fortè plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti ex cupro & argento. Illum enim aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazulio colori, qui fit ex argento. Patet ergo per has experimentationes, quòd comprehensio coloris in eo, quòd est color, est prior comprehensione quidditatis coloris. Et quoniam color est primũ uisibile post lucem, patet, quòd prior est comprehensio omnium uisibilium in eo, quod uisibilia sunt, quam suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura: & si contingat in uisu absolui specialem, remanet tamen generalis, uel illa, quę est primi generis, uel illa, quæ est generis secundi. Et hoc proponebatur.

69. Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti: similium uerò in tempore. Alhazen 13.15. 71 n 2.

Figura enim & magnitudo, & diaphanitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55 huius, statim ut se uisui præsentant, per rationem & distinctionem, propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones, quæ sunt in illis. Virtus enim distinctiua non arguit per compositionem & ordinationẽ propositionum ad formam syllogisticam. Sicut ergo in intellectu, qui est habitus principiorum, in actuali intelligentia propositionum uniuersalium & per se manifestarum non indiget aliquanto tẽpore, nec etiam indiget aliquanto tẽpore in apprehendẽdo conclusiones particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionem, quæ immediatè sequitur ex illa: ideo quia anima humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore: unde etiam non percipit homo, quòd comprehensio, quæ fit per rationem & distinctionem, fiat per argumentum, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quòd id fiat per uiam argumentationis & considerationis eligendorum. Hoc itaque modo simili & conformi, quatenus est possibile, fit omnium intẽtionum uisibilium per rationem & distinctionem in instanti comprehensio. Distinctio enim & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis: quoniam totum corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usque ad medium nerui communis, est sentiens & diaphanum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam sit spiritus uisibilis diaphanus, per quem uirtus sensitiua defertur ad totum diaphanum omnium humorum & tunicarum amborum oculorum: omnia enim diaphana illa illuminãtur à luce, & colorantur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati: & corpus, quod est in cõcauitate nerui communis, est ultimum corpus, ad quod perueniunt lux & color. Cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usque ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc comprehenditur ab ultimo sentiente: & tunc fit distinctio formarum: non tamen inter actum distinctionis & actum primi aspectus est differentia temporalis: quoniam sicut lumen in uno instanti se multiplicat per mundi diametrum propter corporis medij diaphanitatem: sic etiam formæ sensibiles, ut ostensum est per 55 huius, in instanti pertingunt trans medium quodcunque corpus diaphanum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur, comprehenduntur & distinguuntur. Et quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti. Quando uerò intentiones uisibilium sunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentę: tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illarum uiriditatum comprehẽditur à uisu, sed post comparationem unius ad alteram factam: fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione, necessarium est tempus medium assumi. Patet ergo illud, quod proponebatur.

70. Comprehensionem quidditatis coloris in tempore fieri est necesse. Ex quo patet, quòd comprehensio quidditatis omnũ similium uisibilium non fit nisi in tempore. Alhazen 20 n 2.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo, quòd est color, ut patet per 48 huius. Et quoniam color in eo, quòd est color, non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55 huius: cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo, quòd est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris: ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis: palam, quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis, quam comprehenditur a uisu, sed inter quælibet duo distantia est tempus medium. Quia itaque cõprehensio quiditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam, quo-

niam illa distinctio completur in tempore: ergo & comprehensio quidditatis necessariò fit in tempore. Visus quoque non comprehendit quidditatem coloris, nisi per intuitionem: quoniam si color non fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tempore sensibili, non cõprehendit uisus quidditatem colorum: unde in rebus uelociter motis nõ distinguitur quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores, uidebuntur omnes indistinctè unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactum fortem. Patet ergo, comprehensionem quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse: & ex hoc patet, quòd cõprehensio quantitatis omnium formarum uisibilium non fit, nisi in tempore. Si enim uisus non comprehendit quidditatem coloris, qui comprehẽditur solo sensu uisus, nisi in tempore: palàm, quòd plus indiget tempore in intentionibus aliorum uisibilium, quæ comprehenduntur plurimum distinctione & cognitione. Omnium itaque intentionum uisibilium quidditatum comprehensio fit in tempore, licet illud tempus quandoque sit ualde paruum. Et hoc proponebatur.

71. Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intentiones speciales quàm indiuiduales. Alhazen 72 n 2.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius, quàm comprehendit formam eius particularem: & fortè per intentiones formæ hominis, uel per aliqua conuenientia propria formæ hominis comprehendit ipsum esse hominem, quamuis non comprehendat lineationem suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis. Indiuidualitas autem rei uisæ non comprehendetur nisi ex comprehensione intentionum particularium illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam: & hæc comprehendi non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui, omnium aut quarundam: sed comprehensio formæ partialis est in minori tempore quàm formæ totius. Et quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatem, patet, quòd indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis. Comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis. Et hoc proponebatur.

72. Intentiones speciales & indiuiduales quorundam uisibilium assuetorum minori tempore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus comprehenduntur. Alhazen 73 n 2.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilantur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur: & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma. Tempus ergo, in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore, in quo comprehendit equum esse equum, & maximè quando comprehendit utrunque istorum in magna remotione: quoniam uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendet ipsum esse animal: ex motu & ex corporis erectione comprehendet ipsum esse hominem: sed licet per motum etiam possit comprehendere, quòd indiuiduum equi sit animal, & per numerum quatuor pedum comprehendat ipsum esse bestiam, non tamẽ propter hoc comprehendet ipsum esse equum: quoniam intentiones equinę, quæ sunt à spatio remoto uisu perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedum, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & alijs. Si itaque uisus non comprehendit aliquam intentionum propriarum equo, non comprehendet illum esse equum. Quia itaque tempus, in quo comprehendit uisus erectionem corporis hominis, non est sicut tempus, in quo comprehendit formam equi cum intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extensio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm comprehensio speciei equi: quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tamen unum ipsorum secundum omnes dispositiones eius est maius altero: & similiter quia roſę hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiam in intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehendit eius speciem per rubedinem roseaceum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur. Et uniuersaliter quidditates omnium specierum, quæ possunt assimilari alijs, non adeò citò comprehenduntur à uisu, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur. Et similiter etiam est de indiuiduis: quoniam indiuiduum nulli alij assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa: illud autem indiuiduum, quod assimilatur alij indiuiduo, oportet quòd comprehendatur per multam intuitionem. Patet ergo illud, quod proponebatur.

73. Virtus sensitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solùm ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ. Alhazen 44 n 2.

Quamuis enim ordo puræ matheſis sit in hoc, ut per quantitatem angulorum sciatur quantitas partium superficierum sphæricarum illis angulis subtensarum, eò quòd sicut centrum est principium constitutionis totius sphæræ: sic partes angulorũ & solidorũ, qui sunt circa centrũ sphæræ, ut

circa

circi quo libet uniuersi punctum sit principium distinctuũ omnis partis superficiei sphæræ per 87 huius: tamen in hac scientiæ primo his experientia, quę naturalium rerũ conditione permiscetur, uisus sensitiua ex cõprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, cõprehendit à posteriori ex ratione sensib. competente quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies prędicta. Sensus enim uisus naturaliter comprehendit ullam superficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionem lucis & coloris, qui per se accidũt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta: & quando comprehendit quantitatem illius partis, tũc imaginatur angulos, quos respicit illę partes, & comprehendit quantitates eorũ apud centrũ uisus secundũ quantitatem partiũ superficiei uisus illis angulis subtensarũ: angulus autem tũc non certificantur, nisi per motum uisus respicientis super diametros rei uisę, aut super spatiũ, cuius uisus magnitudinem uult scire. Patet ergo propositũ. Et licet lineę radiales in centro uisus non concurrant, quoniam peruenit intersectio axium uisualiũ ad medium punctum nerui cõmunis, ut in precedentium theorematum pluribus patuit: partes tamen superficiei ipsius uisus informantur secundum modũ, quo lineę radiales concurrerent in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diaphani præueniret, ut patet per 22 huius: & hoc est notatu digniũ, quoniam nos in sequentib. utemur centro uisus, ac si lineę radiales in ipso angulariter concurrant: quia secundum hoc omnis uisio informatur.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER QVARTVS.

TRACTAVIMVS in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisus sui, & de essentialibus modis uidendi: nunc aũt restat, ut in hoc quarto libro prosequamur proprietates omnium uisibiliũ, quæ, ut in principio tertij dximus, sunt uiginti duo, quorum tantũ duo, scilicet lux & color sunt per se uisibilia: alia uerò uidentur per accidens: uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur: uel quia non uidentur, nisi propter luces & colores, ut patet in singulis ipsorũ. Et quoniã in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus: ideo nũc alia 20 uisibilia restant pertractãda. Hæc itaq; omnia, passiones quoq; et deceptiones, quæ accidunt uisib. & potentijs intrinsecus animæ circa illa naturaliter uel mathematicè, prout natura rei et possibilitas nostra fert, sub modo demõstratiõis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorũ suæ uisionis modũ, et in se et in suis partib. præmittentes: deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantũ uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & ratiocinatiuæ accidũt, cũ studio subiungemus: quæ aũt præmittimus, sunt ista.

DEFINITIONES.

1. Forma dicitur directè uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est perpendicularis, incidens ipsi centro foraminis uueæ. 2. Obliquè uerò incidere dicitur, à qua producta recta dicto modo, nõ est perpẽdicularis. 3. Linea directè uisui opposita dicitur illa, cui axis radialis perpendiculariter incidit secundum aliquod eius punctum. 4. Linea obliquata ad uisum dicitur, cui axis radialis ad nullum sui punctum perpendiculariter potest incidere. 5. Superficies directè opposita dicitur, quando axis radialis perpendiculariter erigitur super illam. 6. Superficies uerò obliquata ad uisum dicitur, quando axis radialis punctis illius superficiei incidit obliquè. 7. Complementũ directionis in oppositione uisus est, cum axis perpẽdicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui: & quãto magis punctus, cui incidit axis perpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ propinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione. 8. Vera comprehensio per uisum, dicitur illa, inter quã & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino, respectu totius rei uisæ. 9. Retrotio unius rei ab altera, est priuatio contactus inter illa. 10. Conus dicitur pyramis ro-

mis rotunda, uel uertex pyramidis cuiuſcunque rotundæ uel lateratæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc. 1. Sub eleuatioribus radijs uiſa eleuatiora apparere, ſub decliuioribus uerò decliuiora: & ſimiliter ſub dexterioribus radijs uiſa dexteriora apparere, ſub ſiniſterioribus uerò ſiniſteriora. 2. Item ſub pluribus angulis uiſa perſpicatius uideri. 3. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æquè uelloces eſſe. 4. Item omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMATA.

1. Ex intemperata proportione circumſtantiarum formarum uiſibilium ad uiſum fit deceptio in uiſu, non ſolùm ſecundũ ſe, ſed ſecundum uirtutẽ animæ diſtinctiuam. Alhazen 1 n 3.

Ex his, quæ declarata ſunt in libro tertio, patet octo eſſe neceſſaria ad perfectam operationem uiſus, quæ ſunt: lux per 1 th 3 huius. Item diſtantia uiſibilis à uiſu per 15 th 3 huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2 th 3 huius: uel ſitus reſpectu axis cõmunis per 44 th 3 huius. Item magnitudo corporis per 19 th 3 huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14 th 3 huius. Item diaphanitas aeris per 13 th 3 huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendę per 56 th 3 huius. Item ſanitas uiſus per 16 th 3 huius. Quodlibet autem iſtorum latitudinem habet proportionatam ad rem uiſam. Lux enim habet latitudinem, quoniam lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non educit uiſibilia in actum agendi in uiſum: unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles minutæ non uidentur in luce debili: ſed eſt etiam latitudo in ea luce, quæ eſt magnitudini corporis proportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinem habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plenè comprehenditur, & ab alia non plene: & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis illius, & ſecundum quod maius fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpatij, ſecundum quam ipſum poterit uideri. Similiter cum magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehenduntur particulæ uel notæ paruæ, quæ ſunt in ipſo, quę in parua declinatione corporis uiderentur: & eſt etiam inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruum ſitum extra axem communem uidebitur multum elongatum & occultatum, & idem corpus ſitum circa axem communem uidebitur apertè: palàm autem, quòd ſitus reſpectu axis communis habet latitudinem, quoniã habet habitudinẽ proportionatam ad corporis magnitudinem & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinem: ſi enim partes rei uiſæ non fuerint proportionales totali magnitudini uiſæ occultabuntur uiſui: & ſi fuerint proportionales totali uiſę magnitudini, ſit tamen corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur: unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus uiſu, licet proportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ proportionata debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoque habet latitudinem proportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis: illud tamen corpus uideri poterit, quod non accideret maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, quoniam forte color propter reflexionem uehementem luminis impediret uiſum, quæ reflexio fieret propter magnam corporis ſoliditatem: & ſi color fuerit obſcurus, tunc forte accidet minus ſolidum debilius uideri colore eius obſcuro exiſtente. Diaphanitas etiam aeris habet latitudinem: quia per tenuimas & per fumos non fit uiſio rerum minutarum, ſed fortè groſſarum, ſicut ſi per ipſa uideretur charta, non ſcriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet: quia corpus ſubitò uiſum pertranſiens, non comprehenditur à uiſu, & quandoque motus trochi non uidetur, quia eſt uelociſſimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinem habet: in quibuſdam enim infirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcondantur, in minori ſpatio percipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa, quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vniuerſaliter ergo quilibet iſtorum modorum, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in rei ueritate, eſt egreſſus à temperantia ad rem illam uidendam proportionata: & hęc omnia ſe alterutrum reſpiciunt ſecundum conuenientes adinuicem proportiones: & quodlibet ipſorum ad alia octo conuenientem oportet quòd habeat diſpoſitionem, quorum pertractationem relinquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

2. Impoßibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere. Alhazen 63 n 2.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibilium, quæ ſunt corporales: omnes autem formæ corporales ſunt compoſitę ex multis intentionibus uiſibilibus particularib. prædictis: ſicut magnitudo nõ eſt ſine figura, & figura nõ eſt ſine ſitu: & hæc omnia nõ ſunt ſine colore, & color nõ eſt ſine luce, & lux non diffunditur niſi in corpore. Viſus iraq; non comprehendit aliquam iſtarum particularũ intentionũ, niſi ex cõprehenſione formarũ uiſibiliũ cõpoſitarũ ex plurib. intentionibus particularibus, quarũ quãlibet ſimul cõprehendit uiſus. Et quoniã nulla intentionũ per ſe ſola cõpletur ali

quam

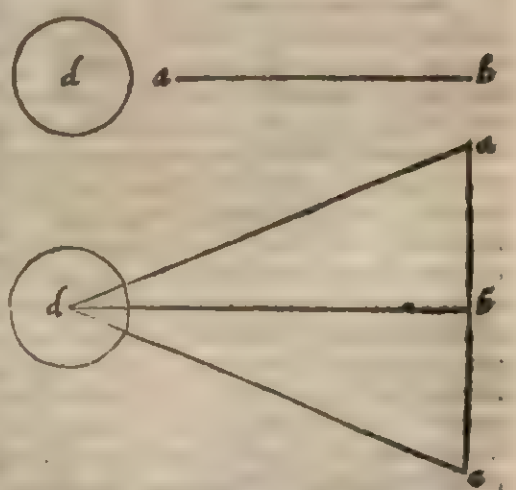
quã formarum corporalium sensibiliũ palã, quòd impossibile est uisum cõprehendere aliquã illarũ intentionum solam per se, sed semper sunt plures illarum intentionum simul in forma sensibili congregatæ. Visus ergo cõprehendit simul semper multas intentiones particulares, quę solũ distinguũtur auxilio uirtutis distinctiuæ per imaginationẽ: & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam. Quod est propositum.

3. Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne quod uidetur, sub angulo uideatur, patet per corollarium 18 t 3 huius: & etiam cum per 19 th 3 huius, corpus uisibile, oportet, ut sit alicuius quantitatis respectu uisus, ad hoc ut actu uideatur: palam ergo, quòd sub angulo contingentiæ, qui est indiuisibilis per 16 p 3, non erit possibile aliquam rem uideri. Omnis enim angulus, sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis per axem pyramidis radialis superficiei ipsius uisus perpendiculariter incidentem: eò quòd omnis uisio fit per pyramidem uisualem, cuius basis superficies rei uisę per 18 t 3 huius: uel ad minus ille angulus est sub illo axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54 th 3 huius: est ergo rectilineus: est ergo diuisibilis per 9 p 1. Et quoniam maximus angulorum, sub quo fit uisio, est quasi rectus, ideo, quod diameter foraminis uueæ, quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphæræ uueę, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, ut ostendimus in 4 t 3 huius: illi autem lateri semper subtenditur angulus rectus per 13 p 6: quoniam eius chorda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro uueę concurrerent: tunc maximus angulus, secundum quem fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita quod pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit autem uisio ac si lineę concurrant in centro uisus, ut patet per 7 t 3 th 3 huius: centrum uerò uisus est remotius in profundo, quàm centrum uueę per 8 th 3 huius. Maior ergo angulus, secundum quem fit uisio, est minor recto, sed non multum minor, quia illorum centrorum, sphęræ scilicet uueę & oculi, non est magna distantia: & sit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multò maior. Et hoc patet etiam experimento: quoniam si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculum, ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartã circuli maioris sphærę cœlestis per Zenith capitis transeuntis: & per anguli huius diuisionem fit uisio partiũ illius, & omnium rerum illis angulis subtensarum, quousq; perueniatur ad angulum minimum, qui si diuideretur, non fieret uisio secundum illum. Licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitum diuisibilis: in angulis tamen naturalib. secundum quorum dispositionem fit passio operationis sensibilis, oportet ut sit status in diuisione, quãdo minus sensibile illo non erit: neq; ergo erit uisio sensibilis secundũ illũ: sed omnis uisio est sensibilis, cũ sit actio sensitiua: nulla ergo uisio erit secũdum angulum minorem illo. Non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur: & hoc intelligendũ est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuũ incidentes, nõ obliquè, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formarum rerum uisibilium in uisu, ut ostendimus in 17 th 3 huius. Patet ergo propositum.

4. Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur: quoniam per ipsam solùm fit distinctio punctualis: oppositæ uerò uisui secundum longitudinem, secundum sui formam propriam uidetur.

Esto, ut uisui, cuius centrum sit d, perpendiculariter incidat linea a b, quæ sit linea sensibilis, utpote corpus longum insensibilem habens latitudinem, ut pilus, qui, licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest: dico, quòd tale corpus taliter dispositum non uidetur: est enim angulus in centro uisus, cui subtenditur basis eius diametri penitus insensibilis, secundum quẽ non potest fieri uisio per præmissam. In formis tamen alijs uisis fiet per incidentiam formæ huiusmodi corporis aliqua distinctio punctualis insensibilis: quoniam forma puncti illius perpendiculariter incidentis se formis punctorum circumstantium aliarum formarum immiscebit: & cum non sit de genere illorum, necessariò aliquam faciet distinctionem, ita, ut illorum corporũ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguantur, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingant. Opposita uero linea uisui secundum longitudinem, siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundũ sui formã propriam uidebitur: quoniã tota



eius lõgitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilib. perueniẽt ad uisum: ut si linea a b c opponatur uisui d secũdũ sui lõgitudinẽ, & sit distãtia cõueniens: tũc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c: & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c: & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semp aliqua lõgitudo secũdũ latitudinẽ describetur in oculi superficie, secundũ qđ est in

ipsa

ipſa linea,& per longitudinem ſenſibilem & latitudinem non ſenſatam uirtus diſtinctiua formã lineę iudicabit,ut accidit in lineis naturalibus,quę ſunt,ut quidam pili.Patet ergo propoſitum.

5. Superficiei oppoſitæ uiſui talıter,ut imaginata protrahi ſecet oculum per eius cẽtrum, una tantum linea:oppoſitæ uerò uiſui ſecundum latitudinem forma propria uidetur.

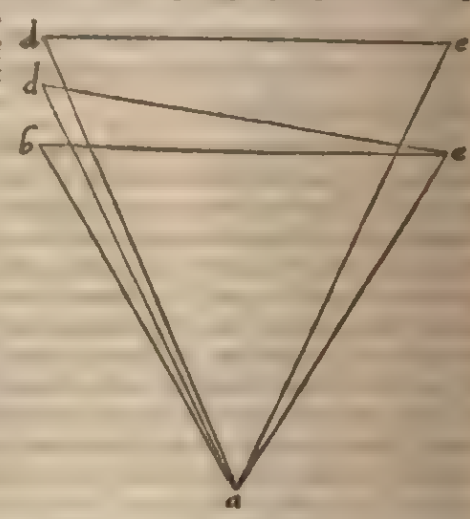
Oppoſita enim uiſui ſuperficie quacunq; per modum,quo proponitur,formæ omnium punctorum perpendiculariter incident ſuperficiei uiſus, & concurrent in centro.Et quoniã forma cuiuslibet illorum punctorũ facit aliquam diſtinctionem in uiſu per præcedentem:& omnia illa puncta ſecundum longitudinem incidentia coniuncta cadunt in quadam linea: patet,quòd illius ſuperficiei ſic diſpoſitę una tantùm linea uidetur.Oppoſita uerò illa ſuperficie ſecundum ſui longitudinem uiſui,forma cuiuslibet ſuę lineę uidetur ſecundum ſui formam propriam linearis per præcedentẽ.Tota ergo ſuperficies ſecundum ſui formam propriam uidetur, quoniam ſemper uidebitur longitudo & latitudo aliqua,ſiue illa ſuperficies ſit plana,ſiue concaua,uel conuexa:quia non eſt differentia in illis,quantum ad propoſitam paſsionem. Patet ergo propoſitum.

6. Corporum uiſibus oppoſitorum ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu comprehenduntur.

Quia enim à ſolo uiſu corpora uidentur,ſecũdum quòd formę ipſorum uiſui ſe offerũt, & in eius ſuperficie depinguntur,ut patet per 17 t 3 huius:formę uerò profunditatis corporum uiſib.non offeruntur,ſed ſolùm ea,quibus ſecundum longum & latum lineę ductę à centro uiſus incidunt, ut patet per 2 t 3 huius:hęc aũt eſt diſpoſitio ſuperficialis.Corporum ergo uiſibus oppoſitorũ ſolę ſuperficies à ſolo uiſu comprehenduntur: & ſi una ſit corporis ſuperficies, ſiue ſit illud corpus ſphæricũ cõcauum uel conuexum,una tantũ uidebitur ſuperficies: & ſi plures ſint corporis unius ſuperficies,ut in corporibus omnium planarum ſuperficierum & columnarum rotundarum,& pyramidum & portionum ſphęricarum quarumcunq;,ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur, ac ſi non eſſet corpus,ſed quędam ſuperficies ſic extenſa, ſine corporis medij incluſione.Patet ergo propoſitum.Quia itaq; paſsio in lineis uiſui accidens,deſcendit in ſuperficierum uiſionem, & paſsio in ſuperficiebus uiſui accidens deſcendit in corporũ uiſionem,ſola uerò corpora per ſe uideantur, quia ſolùm corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia, & ſuperficies & lineę in illis ſunt imaginabilia: parcendum nobis eſt,ſi uiſuales paſsiones corporum proponimus per modũ paſsionum uiſualium ſuperficierum uel linearum:quia quòd uiſibus in lineis accidit,corporum longitudini ſolùm uel latitudini ſolùm æſtimamus accidere,& quod ſuperficiebus accidit, corporum longitudini ſimul cũ latitudine neceſſarium eſt euenire:unde ſecundum iſtorum conueniẽtiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

7. Omnium æqualium uiſibilium quod à propinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidetur: quod uerò à remotiori,ſub minori. Euclides 5 th. opticorum.

Sint duę magnitudines ęquales b c & d e: ſitq; centrum uiſus a: ſitq; b c propinquior uiſui a,quã ipſa d e. Dico,quòd b c uidetur ſub maiori angulo quã d e.Ducantur enim lineę a b & a c:& quoniam hę lineę concurrunt in puncto a, palàm quòd non ęquidiſtant per definitionem ęquidiſtantium llnearum:ſed neque concurrent in aliquo alio puncto quã in a:quia ſic duę rectę lineę ſuperficiem includerent,quod eſt impoſsibile.Numquam ergo concurrent alibi quã in puncto a: protractę uerò ultra puncta b & c, ſemper ibunt in diſtantiam:ergo nunquã tangent lineam d e, nec erit uiſio aliquorum punctorũ lineę d e ſecundum illas per 2 th: 3 huius.Si ergo extrema puncta lineę d e uideri debẽt,hoc erit ſecũdum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quę ſint lineę a d & a e. Siue ergo magnitudines b c & d e ęquidiſtent,ſiue non,ducta à puncto d ęquidiſtante & ęquali ipſi b c per 31 p 1, patet per 34 t 1 huius, quoniam angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e ſunt angulum b a c diuidentes. Quia uerò angulus partialis d a e eſt minor totali angulo b a c,

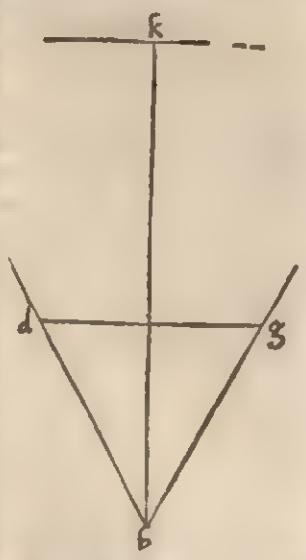


patet id, quod proponebatur.Et ſimiliter demonſtrandũ eſt, ſi linearũ b c & c d ęqualiũ ſit idem terminus,qui eſt c:uel ſi ſint adinuicem declinãtes:tũc enim idem accidit, quod prius. Totum tamen, quòd hic proponitur per 108 th:1 huius,perfectius patet:remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis,eſt lõgior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi:unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſantur.Patet ergo propoſitum.

8. Unumquodq; uiſorũ longitudinem habet ſpatij, ultra quod non uidetur. Eucli. 3 th. optico.

Sit centrũ oculi b:res autẽ d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato. Dico, quòd illa res, quę eſt d g, in ulteriori ſpatio nõ uidebitur. Sit enim poſitũ g d in ſpatio ulteriori,in quo ſit pũctus k: ſi igitur

ſi igitur g d uideatur in pũcto k, neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minõri angulo uideri quàm ſub illo minimo, qui eſt uiſui determinatus. Non autẽ ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari: angulus enim multiplicationis formarũ ad uiſum tam diu poteſt diminui; donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant pũctus unus, nec res uidebitur niſi punctualis, uel nullo modo uidebitur. Patet ergo propoſitum.



9. Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ. Alhazen 24 n 2.

Intentio enim remotionis inter duo corpora eſt priuatio cõtactus propter aliquod ſpatium inter illa duo corpora exiſtens: nõ comprehenditur ergo remotio per ſe à uiſu, ſed auxilio uirtutis cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ cognoſcentis utrumq; extremorũ corporum & diſtinguentis inter illa: fit tamẽ talis comprehenſio non in tempore, ſed in inſtanti: quieſcunt enim in anima intẽtiones ſenſibiles, per quas comprehenditur remotio. Et quia illæ intentiones requieuerũt in anima per tempora longiora, ideo propter nimiam frequentationem & iterationem formarum illarum pluries in uiſu factam, nõ indiget uirtus diſtinctiua nouis collationibus temporalibus apud comprehenſionẽ illarum intentionũ, ſed ſtatim comprehendit remotionem ſimul cum rei comprehenſione propter cognitionem antecedentem. Quia enim oculis apertis res oppõſita uiſui ſtatim uidetur, & ſtatim clauſis oculis uel re ablata ab oppoſitione res non uidetur: concludit ratio, quòd illud, quod accidit eſſe in uiſu apud aliquem certum ſitum, & non manet poſt eius ablationem, non eſt fixum intra uiſum. Et quoniam forma ipſius, per quam uidetur, nõ eſt intra uiſum: eſt ergo ab extrinſeco, à corpore ſcilicet exiſtente extra uiſum, non contingente uiſum: eſt ergo inter uiſum & illam rem uiſam remotio. Fit autem hæc argumentatio nõ in tempore, ſed ſtatim ſimul cum ſimplici aſpectu uiſionis: quoniam ex frequẽtia uiſionis cum hac argumentatione quieſcit in anima uniuerſalis propoſitio, quam etiam anima non percipit apud ſe quieſcentem: & eſt, quod omnia uiſibilia ſunt extrà uiſum, & quòd inter quamlibet rem uiſam & ipſum uiſum eſt remotio. Patet ergo propoſitum.

10. Quantitas remotionis comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiua, cum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata. Alhazen 24 n 2.

Quantitas remotionis diuerſa eſt ab intẽtione remotionis in eo, quòd eſt remotio: quoniam intentio remotionis facit priuationem contactus aliquorum duorum corporum propter ſpatium inter illa duo corpora exiſtẽs: ſed quantitas remotionis eſt quantitas ſpatij inter illa duo corpora remota exiſtentis. Nulla itaq; quantitas remotionis omnium uiſibilium comprehenditur per ſolum ſenſum uiſus etiam cum auxilio uirtutis diſtinctiuæ, niſi quantitas remotionis illorum uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio eſt mediocris: tunc enim cum uiſus comprehẽdit corpora ordinata & continuata, reſpicientia remotiones aliquorum corporum, & certificat menſuras illorũ corporum: conſequenter quoq; certificat remotionis menſuram per menſuras illorum corporum & per quantitates ſpatiorum, quæ ſunt inter extremitates eorum: ſpatium enim, quod eſt inter duas extremitates uiſus & corporis, reſpicit remotionem, quę eſt inter uiſum & rem illam uiſam. Vnde cum uiſus comprehenderit menſuram illius ſpatij; comprehendet etiam menſuram remotionis rei uiſæ: & hoc ſit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo ſpatio exiſtentia & uerè comprehenſa, & cum remotio eſt mediocris. Dicimus uerò corpora ordinata & continuata, quæ ſunt in aliqua linea quaſi recta diſpoſita, in æquali quaſi ab inuicem diſtãtia, ut ſunt arbores, uel montes, uel altæ turres, & ſimilia: per iſtorum enim numerationem cum ipſorum diſtantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innoteſcit quantitas remotionis eius, quòd ſecundum illam lineam à uiſibus eſt remotum. Mediocris uerò remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas rei ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis. Solum itaq; illorum corporum remotio à uiſu comprehenditur uera comprehenſione, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, quorum corporum & ſpatiorum ipſa interiacentium quantitas & menſura à uiſu poteſt comprehendi uera comprehenſione, & cum remotio eſt mediocris. Vnde ſiue deficiat comprehenſio corporum cõtinuatorum & ordinatorum, ſiue deficiat mediocritas remotionis, nunquam comprehendetur remotio illorum corporum uera comprehẽſione; ſed ſolùm ſecundum æſtimationem. Vnde uidens nubes in loco non montuoſo, æſtimabit nubes ualde propinquas cœlo: ſi autem nubes uideantur ſuper cacumina montiũ, uel ſub illis, tunc ſciet uiſus, quia nubes ſunt propinquæ terræ. Cum ergo uiſus comprehendit uiſibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu: tunc uirtus diſtinctiua cognoſcit menſuras remotionis eorum ſecundum æſtimationem, non ſecundum certitudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus prius comprehenſis à uiſu. Quando itaq; uiſus comprehendit aliquam rem uiſam remotam, ſtatim uirtus diſtinctiua comprehendit remotionem eius & menſuram remotionis eius ſecundum quod poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æſti-

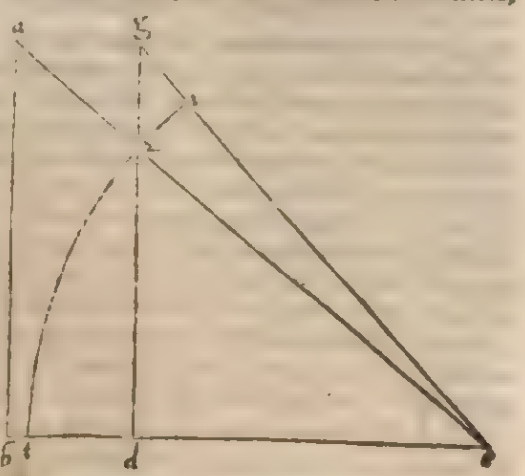
mationem,& ſtatim remotio illius rei habebit in anima menſuram imaginatam. Corpora uerò ordinata & continuata reſpicientia remotiones uiſibilium, ſunt utplurimum partes terræ & uiſibilia aſſueta,quæ ſemper uel frequentius comprehenduntur à uiſu,ut quæ ſunt ſuper terræ ſuperficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora,ſicut etiam interiacet illa & corpus hominis aſpicientis:corpus autem terræ interiacens illa corpora,menſuratur à uiſu per numerum pedum,quoniam pes eſt minima menſura conſueta hominibus ad menſurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas menſurantur partes terræ remotæ per uim diſtinctiuam animæ, propter frequentationem comprehenſionis ſimilium partium illi parti terræ, quarum partium menſura quieſcit in anima,ita,quòd etiam anima non percipit illarum partium quietem apud ſe ipſam Peruenit autem hæc menſura ad animam,quoniam quantitas ſpatiorum,quæ ſunt apud pedes hominum,comprehenduntur à uiſu: menſurátur enim etiam ſine intentione per pedes hominum, quando frequenter ambulant ſuper illa ſpatia,ſicut etiam menſurantur per extéſiones brachiorum,& uirtus diſtinctiua comprehendit iſtam ueram menſurationem, & certificat ex ea quátitates partium terræ continuatarum cum corpore hominis uidentis: & hoc quieſcens in anima eſt principium menſurationis omnium remotionum ſecundum æſtimationem Cum enim uiſus comprehendit ſemper quantitatem partium terræ ſibi uicinarum, remanet apud animam etiam quantitas linearum protenſarum ab extremitatibus illarum partium terræ ad uiſum,& quantitas partis ſuperficiei membri ſentientis,ad quam peruenit forma illarum partium terræ, & per conſequens quantitates angulorum peruenientium in centro uiſus, quos reſpiciunt illæ partes ſuperficierum uiſus per 73 th 3 huius: unde ſi homo erectus aſpexerit terram,quæ eſt ante pedes eius, tũc longitudo linearum radialium erit quantitas lineæ erectionis,& ſuperducta ſuperiori palpebra uiſui, erit quaſi indiuiſibilis (ſicut angulus contingentiæ) ille angulus,ſecũdum quem fit uiſio:& cum proſpexerit ulterius,augmentabuntur lineæ radiales per 47 p 1,& eleuata ſuperiori palpebra,augebitur angulus,ita, ut cũ quantitas ſpatij uiſi ad quantitatem ſemidiametri mundi acceſſerit, etiá quantitas anguli peruenit quaſi ad rectum angulum, quoniam illi angulo ſubtenderetur quarta circuli magni ipſius ſphæræ cœleſtis uiſæ. Cum itaq; hæ intentiones linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehenſionis quantitatum remotionum quarumcunq; : quoniam æquales lineæ radiales & anguli æſtimantur partibus æqualibus correſpondere , & utitur iis uidens præter intentionem comparationis , & coadiuuat in hoc quantitas angulorum & augmẽtatio ipſorum in longiori quantitate reſpectu breuioris : & ſimiliter eſt in proportione longitudinis linearũ radialium , quam per ſe ſentit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ.perpendẽs quod omne totum eſt maius ſua parte. Hoc itaq; modo comprehendit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuę quantitatem remotionis rerum uiſarum ſecundum lineas diſtantiarum ſuarum abinuicem & à uiſu , ſicut etiam uiſus quandoq; per uirtutem diſtinctiuam comprehendit quantitates altitudinum aliquorum corporum eleuatorum ſuper ſuperficiem terræ,ſicut turrium,parietum & montium,maxime cum remotio fuerit mediocris,uel etiam altitudo. Cum autem remotio uel altitudo fuerit maxima : tunc partes paruæ , quæ ſunt in ultimo ſpatij,non comprehenduntur à uiſu,nec diſtinguuntur per uirtutem diſtinctiuam, quoniam parua quantitas in remotione maxima latet uiſum:non enim facit angulum ſenſibilem apud centrum uiſus,propter quod quantitas illorum nõ certificatur per 3 huius Nihil itaq; ex quantitatibus remotionum uiſibilium certificatur , niſi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris diſtantiæ ab inuicem & æqualis. Nulla quoq; remotio poteſt certificari,niſi cum uiſus aſſimilat remotionẽ rei uiſæ remotioni ſibi ſimili ex remotionibus aſſuetis & notis : remotio uerò mediocris , cuius quantitas certificatur à uiſu,eſt remotio,apud cuius ultimum non latet uiſum pars habẽs proportionem ſenſibilem ad totam remotionem: & cum uidens ſcit quantitatem anguli,ſecũdum quem uidet remotionem certam cognitam ſibi : tunc ſecundũ exceſſum uel diminutionem,uel æqualitatẽ , ad illum angulum notum uirtus diſtinctiua iudicat remotiones ignotas , accipiendo ſecũdum quantitatem anguli, quantitatem ipſius remotionis. Et etiá certificatur remotio per motum uiſus ſuper corpus reſpiciens remotiones extremorũ alicuius ſuperficiei aut ſpatij. Generaliter autem forma rei uiſæ & forma remotionis rei uiſæ,cuius remotio eſt mediocris, & reſpiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt communiter in imaginatione ſimul apud intuitionem rei uiſæ , & uirtus diſtinctiua illam dijudicat modo dicto.Patet ergo propoſitum.

11. Æqualibus quantitatibus ex inæquali diſtantia uiſis: maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem, quàm maioris anguli, ſub quo fit uiſio, ad minorem. Euclides 8 th. opt.

Sint,exempli cauſſa,datæ duæ æquales & æquidiſtantes magnitudines,quæ a b & g d: ſitq; centrum uiſus punctum e : & ſit g d propinquior uiſui,a b uerò remotior: ſitq; illarum magnitudinum una remota ab altera , & utraq; ipſarum ab ipſo centro uiſus ſenſibili remotione : ſtatuanturq; taliter,ut puncta b & d , quæ ſunt extremitates illarum duarum magnitudinum , ſint in uno axe pyramidis uiſualis:& ſecundum illum axem formæ illorum punctorum perueniãt ad uiſum. Cum itaq; puncta b & d ſecundum eandem lineam ad uiſum ſe multiplicent: palam quod oportet puncta a & g ſecundum diuerſas lineas,quę a e & g e,ad uiſum peruenire.Et quoniã,ut patet per 7 huius, magnitudo a b,quę eſt remotior à uiſu,ſub minori angulo uidetur,patet quòd linea e a ſecat angulum g e d:ergo per 29 th.1 huius ipſa ſecabit baſim g d:ſitq; punctus z:& centro exiſtente puncto e fiat arcus circuli ad quantitatem ſemidiametri e z:qui ne-

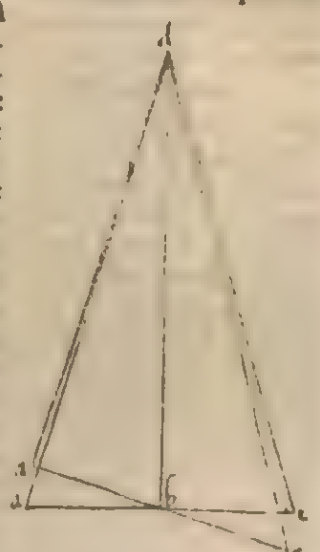
ceſſariò

cessariò secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea scilicet e b ex hypothesi, & linea è g per 21 p 1: secet ergo lineam e g in pũcto i, & lineã e b in puncto t: sitq; ille arcus i z t. Quia itaq; trigonum e g z est maius sectore e z i, & trigonũ e z d minus sectore e z t: ergo per 9 th. 1 huius trigonum e g z maiorẽ habet proportionem ad trigonũ e z d, quàm sector e z i ad sectorẽ e z t: ergo per 11 th. 1 huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, quàm sectoris e i t ad sectorẽ e z t: sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per 1 p 6 est, sicut proportio lineæ g d ad lineam z d: sed linea d g est æqualis lineę a b ex hypothesi: ergo per 7 p 5 linearum g d & a b ad lineam d z est eadẽ proportio. Et quoniam per 29 p 1 & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis: est ergo per 4 p 6 proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior quàm proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t: quod patet per 1 p 6, & nos hoc declarauimus in 35 th. 1 huius: est autem proportio arcus i t ad arcũ z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per 33 p 6. Est ergo maior proportio lineę b e ad lineam d e, quàm anguli i e t ad angulum z e t. Palàm ergo, quod maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, quàm anguli maioris, sub quo fit uisio, ad angulum minorem. Et hoc proponebatur. Illud enim, quod in æquidistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquidistantibus amplius patet: quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7 huius. Patet ergo propositum.



12. Aequalitas remotionis extremorum linea uel superficiei rei uisæ à centro uisus, directionis comprehensionis uisuæ est caussa, sicut inæqualitas eadem eorundem est caussa obliquationis. Alhazen 45 n 2.

Aequalitas enim remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ caussat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidẽtium secundum media ipsorum puncta. Vt si lineæ a b c extrema, quæ sunt a & c, æqualiter distent à centro uisus, quod est d: & ducatur axis radialis, qui d b: & lineæ radiales, quæ d a & d c: tunc patet ex hypothesi, & per 8 p 1, quoniã anguli d b a & d b c sunt æquales. Si uerò extrema puncta, quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d: tũc lineæ d a & d c fiunt inæquales: & similiter anguli d b a & d b c fiunt inæquales, & fit uisio obliqua. Si itaq; linea uel superficies rei uisę fuerit directè oppositа uisui: sentiet uisus directionem eius ex sensu æqualitatis remotionum suarũ partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente: quoniam tunc per definitionem lineæ uel superficiei directè uisibus oppositæ, & per 38 th 3 huius patet, quoniam ambo axes radiales cõtinent hinc & inde angulos æquales. Et si superficies rei uisæ fuerit obliqua: tũc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatum remotionum extremorum eius, & etiam angulorum eius: & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam. Quoniam uirtus distinctiua comprehẽdit ex inæqualitate remotionum diametrorum extremorũ illius obliqui spatij, obliquationem pyramidis continentis ipsum. Quare sentit diminutionem magnitudinis basis eius propter obliquationem: & non conuenit secundum assimilationem quãtitas magnitudinis obliquè uisui oppositæ quantitati magnitudinis directè uisui oppositæ, nisi tũnc, quando comparatio fuerit ad angulum solum: sed si fiat comparatio ad angulum & ad longitudines linearum radialium interiacentium uisum & extrema rei uisæ: tunc nullum erit dubium in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionũ mediocrium, respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionum mediocrium, respectu illius eiusdẽ rei uisæ per directionem. Remotio uerò mediocris, respectu rei uisæ, est, in qua nõ latet uisum pars rei uisæ proportionem habẽs sensibilẽ ad totã rem uisam. Tota itaq; res obliquata uisui latet in remotione minori illa remotiõe, in qua latet illa res uisa in directiõe, & diminuitur quãtitas eius in remotione minori illa remotione, in qua minuitur quantitas eius, quãdo fuerit directè uisui opposita. Patet ergo ꝓpositũ.



13. Horizon uidetur quasi peripheria terra coharere: distantia tamẽ maioris apparet, quàm zenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem (qui est circulus terminator uisus ad cœli concauam superficiem)

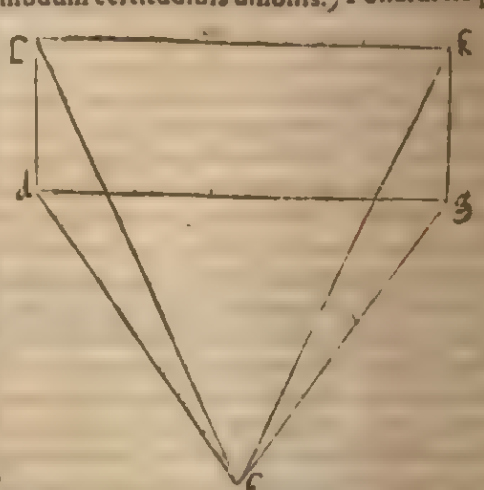
& inter extremã terræ peripheriam, quæ eſt ultima pars terræ uiſibilis, non comprehẽditur aliquod ſpatium ſenſibile per uiſum, non poteſt uiſus illorũ certam remotionẽ ad inuicem diſcernere. quoniam, ut patet per 10 huius, quantitas remotionis tũc ſolùm comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora cõtinuata & ordinata: & quia inter peripheriam terræ & concauum cœli non ſunt huiuſmodi corpora: uidetur ergo horizon quaſi peripheriæ terræ cohærere. Diſtantia uerò peripheriæ horizontis à ſuo cẽtro (quod eſt centrũ uiſus) apparet ſenſibiliter maior quàm diſtãtia zenith capitis uidẽtis, quod eſt polus horizõtis. Quia licet ſecundũ ueritatem illa quantitas diſtantiæ aut eadẽ ſit, aut inſenſibiliter maior (propter quod quaſi in omnibus aſtronomicis cõſiderationibus, quæ per uiſum fiunt, centrũ uiſus ponitur centrũ mundi) apparet tamẽ ſenſibiliter maior uiſui uirtute etiã diſtinctiua ſic iudicãte: quod accidit propter latitudinẽ ſpatij ſuperficiei terræ, quod ſentitur inter uiſum & horizõta, cũ inter zenith capitis & terrã nihil percipiatur. Quia enim ex corporũ mediorũ ſenſibili diſtantia quãtitas remotionis cognoſcitur p 10 huius, manifeſtum eſt, ubi maior ſenſibilis quãtitas interiacere uidetur, maior diſtãtia iudicetur: multo ergo maior uidetur diſtãtia peripheriæ horizõtis q̃ diſtãtia zenith capitis uidẽtis: & ſimiliter eſt de qualibet parte alia cœli uiſa: propter hoc, q̃d uiſus in medio terræ latitudinẽ cõprehẽdit. Patet ergo propoſitũ.

14. Locus rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex remotione, & ex parte uniuerſi, & ex quantitate remotionis, auxilio uirtutis diſtinctiuæ. Alhazen 22 n 2.

Quia enim intentio remotionis non eſt ipſa quantitas remotionis: intentio enim remotionis eſt priuatio contactus duorum corporum, & ex conſequenti comprehenſio cuiuſdam ſitus rerum ab inuicem remotarum: comprehenſio uerò quantitatis remotionis eſt comprehenſio quantitatis uel magnitudinis ſpatij illa corpora interiacentis: palam ergo, quòd comprehenſio loci rei uiſæ non eſt comprehenſio remotionis eius. Conſiſtit autem comprehenſio loci rei uiſæ ex comprehẽſione lucis & coloris rei & remotionis rei, & partis uniuerſi, in qua eſt res illa uiſa, reſpectu uidentis, & ex comprehenſione quantitatis remotionis, quando hæc omnia ſimul comprehenduntur per uiam cognitionis: & etiam quia, ut patet per 17 th 3 huius, uiſio diſtincta fit ex peruẽtu formarum ſecundum lineas perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi incidentium ad ipſum uiſum. Cum ergo uiſus ſenſerit formam ſic aduenientem, æſtimabit uirtus diſtinctiua rem uiſam eſſe apud extremitatem illius lineæ, & ſecundum directionem illius lineæ comprehendet locum rei uiſæ. Locus ergo rei uiſæ comprehenditur à ſentiente ex comprehẽſione ſitus rei uiſæ apud uiſionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uiſum. Cum itaq; forma rei uiſæ peruenit ad uiſum: tunc ſentiet uiſus partem membri ſentiẽtis, ad quam peruenit illa forma, & uirtus diſtinctiua comprehendet ſtatim locum rei uiſæ per directionem lineæ radialis ab illo loco: & quoniam intẽtio remotionis eſt quieſcens in anima ipſa: ergo comprehendet locum & remotionem in ſimul in comprehenſione formæ ab ipſo uiſu Patet ergo propoſitum.

15. Æqualium uiſibilium inæqualiter à uiſu diſtantium æquali intuitu uiſorum, propinquioris certior eſt uiſio. Euclides à the.opt. Alhazen 40 n 2.

Sit centrum uiſus b: ſintq; duo uiſibilia g d & k l inæqualiter diſtantia à centro uiſus b, quæ nunc exempli cauſſa, ponantur æquidiſtantia inter ſe (quoniam ſi ſint ſe contingentia uel ſecantia, patet quòd ipſa in puncto contactus uel ſectionis æqualiter diſtant à puncto b: de alijs uerò ipſorũ punctis eadem eſt demonſtratio, quæ de ipſis æquidiſtantibus, ipſorum partibus uariatis ſecũdum approximationem uel remotionem à uiſu, quantum ad modum certitudinis uiſionis.) Ponãtur itaq; g d & k l æquidiſtare: & ſit g d propinquius uiſui: perueniantq; ad uiſum formæ punctorum terminalium per lineas d b, g b, k b, l b: ſientq; trigoni b g d & b k l: ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33 p 1 erunt æquidiſtantes & æquales. Forma itaq; puncti l multiplicãs ſe ad uiſum b, nõ tranſibit punctũ d, neq; forma puncti k punctum g: quoniam ſi ſic, eſſet linea k g b linea una, & linea l d b linea una: ergo lineæ k g & l d concurrent in puncto b, quæ ſunt æquidiſtantes: hoc autem impoſsibile. Sed neq; fient formarum punctorũ k & l multiplicationes ad uiſum b, extra aliquod pũctum lineæ g d: quia tunc, cum in trigono l k b cadat linea d g æquidiſtanter lineæ k l, palàm per 2 p 6, quoniam erit linea g d minor quàm linea k l: poſita autẽ eſt æqualis illi: palam ergo, quoniã lineæ k b & l b pertranſeunt aliqua pũcta lineæ g d: erit ergo aliqua pars lineæ g d intra pyramidẽ uiſionis, quæ b k l. Sub quocunq; ergo angulo uidetur k l, ſub eodẽ uidetur & aliquid ipſius g d, & nõ econuerſo: quoniã ut patet per 24 th 1 huius, uel p 7 huius, angulus g d b eſt maior angulo k b l. Quicquid ergo uirtutis uiſiuæ applicatur ipſi k l, applicatur etiam ipſi g d, & non econuerſo: fortius autem patet illud per 108 th 1 huius. Sub pluribus ergo uiſibus & angulis uidetur g d quàm k l: ergo perſpicatius uidetur per 5 ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio libri huius. Ipſius ergo certior eſt uiſio. Et hoc eſt propoſitũ.



16. Viſioni

16. Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotionis uisione ex intẽperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 23 34.45 52.58.64.66.69 n 3.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum. Existẽte enim remotione temperata, non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus: tunc de nocte uel in crepusculis, & maximè uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa: & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotione ab inuicem. Cum enim quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illæ plurimum distent inter se, uidebuntur tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicem: & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimum à se distent in ueritate: propter egressum etiam distantiæ à temperãtia stellæ uagantes æstimantur ferri in eadem superficie cum stellis fixis, licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata etiam dispositione situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione: ut si uideantur duo corpora, quorum unum sit retro alterum, ita quòd anterius cooperiat partẽ posterioris, & alia pars emineat, nec inter ea fuerint aliqua corpora uisa, & sit remotio temperata non multum certa: tunc non plenè æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & fortè iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua: & erit hic error ex sola situs oppositionis intemperãtia, quoniam si utrum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distãtia unius ab alio: & ita patet, quòd ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto non accideret error talis. Ex intemperantia etiam dispositionis quãtitatis error accidit in uisione remotionis: unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secũdum temperatam remotionem non multum certam, quorũ unum sit longè maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur: & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æquè remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intemperata quoq; soliditate corporũ accidit error uisui in remotionis uisione: si enim corpus fuerit ualde rarum minimæ soliditatis, sicut est crystallus pura, & sit retro ipsum corpus ualdè coloratum lucidum: tunc non plenè comprehenditur crystallus, sed quasi non esset intermedia, comprehendetur corpus per ipsam: & accidit error in comprehensione crystalli propter remotionem crystalli à uisu. Ex intemperãtia etiam diaphanitatis error accidit uisui in remotionis uisione: si enim fuerit aer nubilosus, sicut accidit plerunq; in crepusculis: tunc res aliqua, ut turris opposita uisui in longitudine temperata, æstimabitur à uisu plus elongata quàm sit secundũ ueritatem: quia tunc propter densitatem aeris non comprehenditur quantitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris: fitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diaphanitatis aeris. Ex intemperantia etiã temporis fit error uisui in remotione: si enim intueatur quis aliquod remotum à turri alta, quod statim uisui surripiatur: tũc uirtus distinctiua non poterit plenè discernere inter remotionem illius à turri, & iudicabit fortè aut minus remotum à turri, aut magis, quàm fuerit in rei ueritate: quoniam in tam modico tempore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per ea huius perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem: nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quãtitatem terræ intermediam per diligentem intuitum transcurrere: unde illam non plenè comprehendit: & sic ex breuitate temporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione: si enim opponantur uisui duo corpora, quorum unum, quod est remotius à uisu, sit coloris fortis, & alterum, quod est propinquius, sit coloris debilis: tunc debilitas uisus incertam faciet collationem: & quia apud fortes uisus expertum est, & patet per præcedentem, quòd corpus uisui propinquius est maioris certitudinis: æstimabit uisus debilis illud, quod est certius, esse propinquius: & sic quia fortior color à uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortioris colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem: & fit error in remotione ex uisus debilitate. Et etiam quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarũ, sicut etiam à speculis, cum ab uno uisuum facta reflexio peruenit ad alterum propter grossitudinem aeris extrinsecam, uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotione ex intẽperata dispositione circumstantiarum quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum octo, ut patuit per 1 th. huius, quarum euentum percurrimus his exemplis & experimentationibus per se notis. Patet itaq; propositum.

17. Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei, & anguli solidi, qui fit in centro uisus. Alhazen 37 n 2.

Pars enim superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei uisæ, per angulum uerticis pyramidis radialis, secundum quam per 18 th. huius fit rei obiectæ uisio, qui est apud centrum uisus, semper mensuratur. Quamuis enim uirtus sensitiua comprehendat quantitatem illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per 72 th. huius: proprè tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius

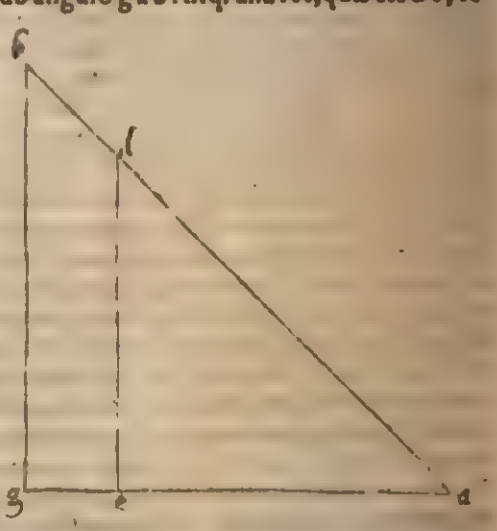
partis superficiei oculi ad totam sphęricam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87 th.1 huius. Cũ enim pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18 th 3 huius, secatur tamen ipsa pyramis quasi æquidistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus sit ambabus pyramidibus communis, radiali uidelicet totali & eius parti resectæ per ipsam superficiem oculi: magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei, & angulus, quem continet pyramis radialis, continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ. Quamuis autem & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis: quantò enim magis elongatur res, tantò magis ille angulus minorabitur per 106 th.1 huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidum radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali, quę est rei uisæ propinquioris: angulus ergo in cẽtro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspondens illi angulo fit minor, & quanto plus approximat res uisui, tantò plus ampliatur magnitudo. Semper tamen magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi, qui fit in centro uisus. Patet ergo propositum.

18. Magnitudines omnes comprehensæ à uisu secundum oppositionem, sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum: nec non suorum terminorum & spatiorum inter uisibilia distinctorum. Alhazen 41 n 2.

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu: quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud, quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum: utpote illud, inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possint lineę rectæ per 2 th.3 huius. Sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem: & si uisus comprehenderit corporeitatem corporis: non propter hoc cõprehendet quantitatem eius, sed tantùm figuram corporeitatis: quòd si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quòd uisus comprehendet totam corporis superficiem: tunc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem: & similiter est de partibus corporis. Quantitates ergo, quas uisus comprehendit per oppositionem, non sunt, nisi quantitates superficierum & linearum terminantium illas superficies uel ipsas mensurantium secundum longum uel secundum latum. Et quoniam comprehensis diuersorum corporum superficiebus diuersis & ipsarum terminis, necessariò cõprehenditur distantia inter illa corpora per comprehensiones partium superficiei uisus nõ coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacentium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum corporũ, nec sunt plures magnitudines, quæ uisu comprehendantur: patet ergo propositum.

19. Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur, æqualia uidentur. Euclides 7 hypothesi opticorum.

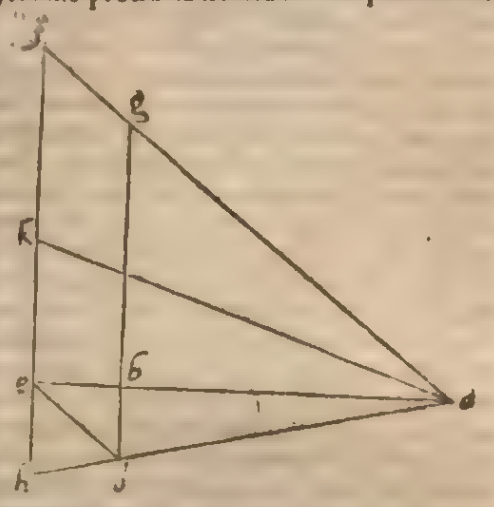
Sit uisus centrum punctum a: & sit res uisa linea b g: sintq; lineæ, secundum quas puncta g & b perueniunt ad uisum, g a & b a: uidetur itaq; linea b g sub angulo g a b: sitq; alia res, quæ est d e, cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b: dico, quòd lineæ g b & d e uidebuntur æquales, si lineæ d b & e g non perpendantur à uisu. Quia enim uisus a comprehendit duo puncta d & b super unam lineam, quæ est a b, & duo puncta e & g super unam lineam, quæ est a g: non ergo uidet aliquem terminum alicuius duarum quantitatum b g & d e egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum æquales. Et quia nõ perpendit quantitatem linearum d b & e g esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & punctus e super punctum g: eorum uerò, quorum alterum alteri superpositum non excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicem æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g uidentur æquales: quoniam secundum iudicium uisus una ipsarũ aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates. Et per hũc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidat hominẽ uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri sub eodem angulo uideri: iudicabitur homo uel res alia fortè altitudinis ipsius arboris uel turris: & fit propter hoc multa deceptio in uisu. Patet itaq; propositum.



20. Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod sub minori minus: ex quo patet idem sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso: & uniuersaliter secundum proportionem anguli fit proportio quantitatis rei directè uel sub eadem obliquitate uisæ. Euclides 5 & 6 hypothesi opt.

Esto

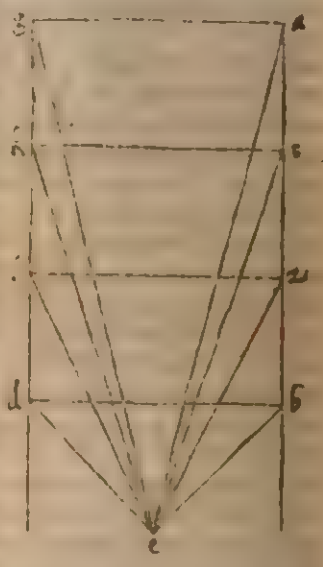
Esto centrum uisus in puncto a: & sit res, quę f e, uisa sub angulo f a e: productis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipsas linea g b æquidistanter lineæ f e: uidebitur ergo linea g b sub angulo f a e, quam fortè accidet uideri esse æqualem lineæ f e per præmissam, ut si lineas g f & b e non contingat uideri, sed uisis lineis g f & b e, uidetur minor, quia est secundum ueritatem per 4 p 6 linea g b minor, quàm sit linea f e, cum linea a g sit minor quàm linea a f ex hypothesi. Ducatur itaq; à puncto e linea æquidistans lineæ a g per 31 p 1, quæ secet protractam lineam g b in puncto d: erit ergo per 34 p 1 linea g d æqualis lineæ f e: ducaturq; linea a d, secans protractam lineam e f in puncto h: eritq; linea h f maior quàm linea e f: & angulus f a h est maior angulo f a e per 29 th. 1 huius. Et quoniam angulus f a e est pars anguli f a h, linea uerò f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g: quia uisus partem à toto dijudicat: quod ergo sub minori angulo uidetur, minus uidetur: sed & quandoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b: ergo potest uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ est æqualis lineæ f e, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus. Conus itaq; pyramidis uisualis, quæ est f a e, secundum quam uidetur res remotior, quæ est f e, minor & acutior est quàm conus pyramidis g a d. Et quoniam superficies oculi secat ambas istas pyramides, cum ipsarum ambarum conus sit quasi in centro oculi per 18 th. 3 huius, necesse est ergo basim pyramidis abscissæ à pyramide f a e minorem esse basi pyramidis abscissæ à totali pyramide g a d per 109 th. 1 huius, cum illæ duæ abscissæ pyramides æqualis sint altitudinis: quoniam linea producta à centro foraminis gyrationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecam est axis ambarum illarum pyramidum abscissarum. Pars ergo superficiei uisus ibi figurata per formam rei uisæ, quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei uisæ, quæ est f e: uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e. Et quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehendit angulum, quem lineæ radiales continent in centro per 73 th. 3 huius: patet quòd rei, quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei, quæ uidetur minor, correspondet angulus minor: quoniam secundum quod forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisiui, secundum hoc accipitur quantitas anguli, sub quo fit uisio, & secundum hoc idem etiam fit iudicium quantitatis rei uisæ. Omnis ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori. Et uniuersaliter in rebus directè uisis secundum excrementum anguli fit excrementum quantitatis rei uisæ: unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplum, & sic secundum proportionem angulorum. In obliquè tamen uisis, uel in his, quorum unum uidetur directè, & aliud obliquè, non sic. Si enim trigonum a e f sit orthogonium, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in puncto k: non propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in puncto k: quoniã, ut patet per 35 th 1 huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineam k e: & sic secundum proportionem anguli ad angulum, non semper fit proportio quantitatis uisæ ad quantitatem uisam: neq; enim talia uisa secundum eandem uidentur dispositionem & situm respectu ipsius uisus. In conformibus autem uisibilibus secundum distantiam & situm & alia accidentia, quæ requiruntur ad conditionem & circunstantiam uidendi, quæ patent per 1 the. huius, semper secundum proportionem anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ: unde etiam illud, quod sub minimo angulo uidetur, minimum uidetur, & quod sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiem, nullo modo uidetur, ut patet per 19 th. 3 huius. Patet ergo propositum.

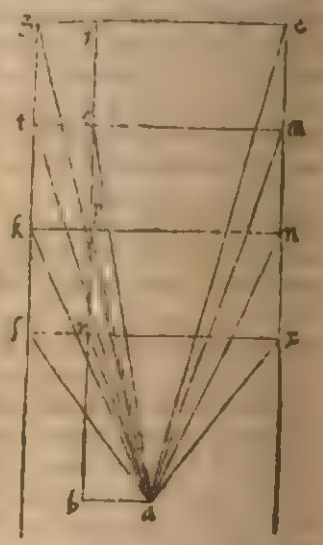


21. Parallelæ lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidentur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes. Euclides 6 the. opt.

Vniuersale est quod proponitur, uisu quocunq; modo se habente ad illas lineas parallelas: siue enim uisus sit in illarum superficie, siue supra illam, siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit. Sit ergo primò uisus in illarum superficie, & sint duæ parallelæ lineæ a b & g d: hæ ergo per 1 th. 1 huius necessariò erunt in eadem superficie: sit ergo in ipsarum superficie uisus, qui sit e, uel prope illam. Dico, quòd superficiei interiacentis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo: & quòd pars sui propinquior uisui apparebit latior, quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d quasi concurrere uidebuntur. Signentur enim puncta æquidistanter & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in linea d g puncta l & k: & coniungantur illa puncta, & puncta terminalia ductis lineis b d, z l, t k, a g: quæ omnes erunt æquidistantes ex hypothesi & per 31 p 1: & producantur lineæ e b, e z, e t, e a: e d, e l, e k, e g. Et quoniam angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte (quod patet per 34 theo. 1 huius) palàm per præmissam quia maior uidebitur

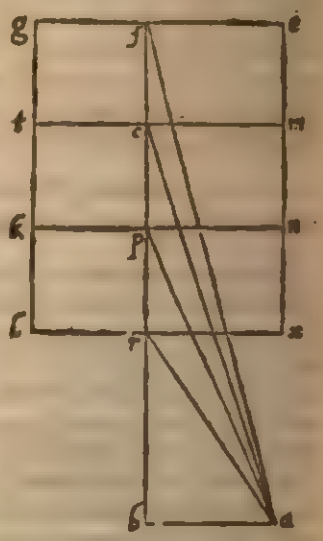
linea b d quàm linea z l: & eodem modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq; uidebitur linea t k quàm linea a g. Et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis: palam, quòd superficies interiacens lineas minor uidebitur: lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur: nunquam tamen uidebuntur concurrentes quia semper lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisionis subtenditur basis cuiuscunq; fuerit paruitatis: nunquam ergo uidebuntur concurrentes. Si uerò uisui, qui sit a, parallelæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x c, ita quòd uisus sit erectus super superficiem horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundum remotiores à uisu partes quasi concurrere uidebuntur. Dimittatur enim à uisu a perpendicularis super superficiem horizontis per 11 p 11, quæ sit a b: sintq;, ut prius, lineæ l x, k n, t m parallelæ. Dico, quoniam adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e: & partes linearum remotiores à uisu quasi concurrere uidentur. Ducatur enim linea à puncto b perpendiculariter super lineam l x, quę sit b r: eruntq; lineæ b r & l x in eadem superficie per 2 p 11: & producatur linea b r super lineam g e in punctum f: fiatq; lineam k n in puncto p, & lineam t m in puncto o: & ducantur lineæ l a, k a, t a, x a, n a, m a: similiter etiá ducantur lineæ a r, a p, a c. Quoniá itaq; angulus a b r est rectus, palàm quòd superficies a b c erecta est super superficiế l x e g, & earum communis sectio est linea b f per 19 th. 1 huius: quoniam illa linea b f est in ambabus illis superficiebus. Quia ergo linea a r producta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a t: palàm per definitionem, quoniam anguli a r x & a p n & a c m sunt recti: & ita illi trigoni, qui sunt a b r, & a b p, & a b c sunt orthogonij: sed linea p n est æqualis lineæ r x ex hypothesi, & per 34 p 1. Quia uerò angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32 p 1: ergo per 13 p 1 angulus a r p est obtusus: linea ergo a p maior est quam linea a r per 19 p 1: angulus ergo r a x per 34 the. 1 huius maior est angulo p a n: maior ergo uidebitur linea r x quam linea p n, per præmissam: similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p: quoniam eadem est demonstratio: est enim linea l r æqualis lineę k p per principium: si ab æqualibus, &c. Tota ergo linea l x uidebitur maior quàm tota linea k n: eodemq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m. Superficiei ergo l x g e partes remotiores uisui uidebuntur strictiores: lineæ ergo l g & x e uidebuntur quasi concurrere: nõ tamen uidebuntur unquam concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur. Et eodem penitus modo demonstrandum, si lineæ parallelæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua superficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus, uisu existente inferius. Patet ergo propositum.





22. Lineis pluribus æqualiter ab inuicem æquidistantibus, obiectis uisui: distantia remotiorũ minor uisui apparet. Euclides 4 theo. opt.

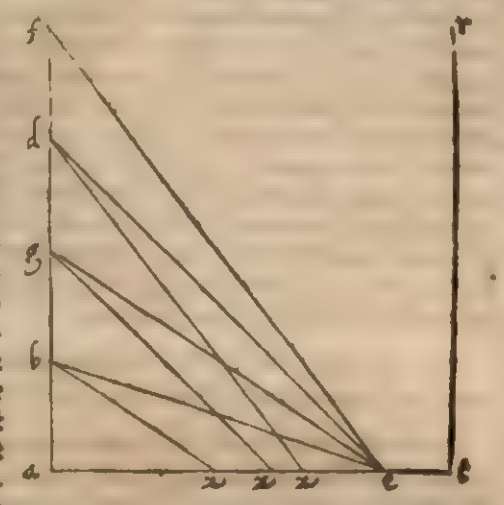
Esto, ut in præmissa, uisus, cuius centrum sit a, erectus in aere secundum erectionem uidentis: in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquidistantes, & secundum æqualem distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea l x sit uisui propinquior, aliæ uerò suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu. Dico, quòd linearum k n & t m distantia minor uidebitur quàm linearum l x & k n. Cum enim istæ lineæ sint æquales & æquidistantes, quæ sunt l x; k n, & t m: copulatis ipsarũ terminis per lineas l g & x e: erit per 30 & 33 p 1, linea l g æqualis lineæ x e: & ducatur, ut in proxima præcedente, linea a b perpendicularis super superficiế l x g e: & facta demonstratione, ut in illa, sequetur angulum r a p esse maiorẽ angulo p a c. Facilius tamen patet hoc per 35 th 1 huius: quoniá in trigono orthogonio a b f partes æquales sũt abscisse ab uno laterũ rectũ angulũ cõtinentiũ, quę r p, & p c, & c f: est ergo angulus r a p maior angulo p a c per 10 p 5: linea ergo r p per 20 huius uidebitur maior q̃ linea p c, & linea p c maior q̃ linea c f. Remotior ergo istarũ distantiarũ, quę sunt r p, & p c, & c f, minor apparet uisui per 20 huius. Et hoc est propositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositiõe ad datas parallelas potest hoc idem, ut in præcedenti, demonstrari.



23. Aequa-

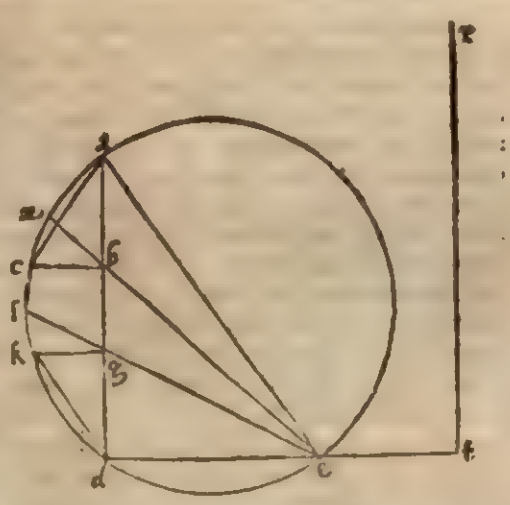
23. Æqualium partium eiusdem uisibilis lineæ connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum æquidistantis, remotior à uisu minor uidetur. Euclides 4 theor. opt.

Sit lineà r t connectens centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: sintq; æquales partes eiusdem uisibilis super lineam æquidistantem lineæ r t collocatæ: quæ sint a b, b g, g d, d f: trahaturq; perpendicularis a e, in qua sit centrum oculi e. Dico, quòd maior apparebit pars a b quàm b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f. Cum enim perpẽdicularis e a sit breuior omnibus lineis ducibilibus à puncto e ad lineam a d, ut omnibus lineis e b, e g, e d, quod per 47 p 1 palàm est: manifestum est ergo, quoniam pars a b est propinquior uisui omnibus illis partibus, quæ sunt b g & g d & d f. Ducantur enim lineæ, per quas accedunt formæ punctorum ad uisum, quæ sint b e, g e, d e, f e: & ducatur per 31 p 1 linea b z æquidistans lineæ g e. Quia igitur in trigono a e g linea b z æquidistat lateri e g: palàm per 2 p 6, quoniam est proportio lineæ a z ad lineá z e, sicut lineæ a b ad lineam b g: sed linea a b æqualis est lineæ b g ex hypothesi: ergo linea a z est æqualis lineæ z e: sed per 47 p 1 linea z b est maior quàm linea z a: ergo linea b z est maior quàm linea z e: angulus ergo z e b per 18 p 1 maior est angulo z b e: sed angulus z b e per 29 p 1 æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquidistantes, quæ sunt z b & e g: ergo angulus a e b maior est angulo b e g. Ergo per 20 huius maius uidebitur a b quàm b g: sub maiori enim angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquidistante lineæ e d, eadem est demonstratio. Idem quoq; accidit, si lineæ e a, e b, e g, e d, e f non sunt in una linea naturali, dum tamẽ linea mathematica inter ipsas imaginata æquidistet lineæ g e. Et hoc est propositum.



24. Æqualium diuersorum uisibilium secundum eandem rectam lineam æquidistantem lineæ connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum uisui obiectorum, quod propinquius est uisui, apparet maius. Euclides 7 theo. opt.

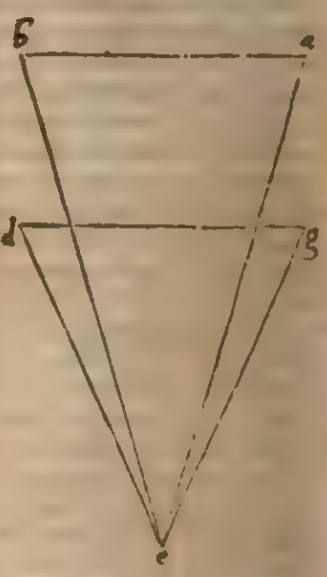
Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, oppositа uisui secundum lineam a d: quæ sit æquidistans lineæ r t, connectenti centra foraminum gyrationis neruorum concauorum: & sint inæqualiter distantes à centro uisus, quod sit e: ducanturq; lineæ à terminis uisibilium ad centrum uisus, quæ sint e d & e a: & sit linea e a maior quàm linea d e. Dico, quòd g d apparebit uisui maius quàm a b. Producantur enim lineæ e g & e b: & circa trigonum a e d describatur circulus per 5 p 4: & producatur linea e g ad circumferentiã in punctum l, & linea e b in punctum z: & à puncto g ducatur perpendicularis super a d per 11 p 1, quę protracta ad circumferentiam sit g k: & à puncto b ducatur linea b c æquidistans lineæ g k: erit ergo per 29 p 1 linea b c perpendicularis super lineam a d: secetq; peripheriam circuli in puncto c. Quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulum collocatæ æquales partes sunt resectæ, quæ sunt a b & g d, quoniam illæ sunt æquales ex hypothesi: & à punctis sectionum sunt duę lineæ perpendiculares super lineam d a productæ ad peripheriam illius circuli, quæ sunt g k & b c: erit ergo per 45 th. 1 huius linea b c æqualis lineæ g k: sed & linea a b est æqualis lineæ g d ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, quia uterq; rectus: ergo chorda k d æqualis est chordæ c a per 4 p 1: ergo per 28 p 3 arcus d k æqualis est arcui c a: sed arcus c a est maior arcu z a: ergo & arcus k d màior est arcu z a: arcus uerò l d maior est arcu k d: ergo multò maior est arcus l d arcu z a: sed in arcum z a cadit angulus a e z & in arcũ l d cadit angulus l e d: ergo per 33 p 6 angulus l e d maior est angulo z e a: sed f sub angulo a e z uidetur linea a b, & sub angulo l e d uidetur linea g d: maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b per 20 huius. Quod est propositum.



25. Æqualium & æquidistantium magnitudinum inæqualiter à uisu distantium propinquior semper maior uidetur: non tamen proportionaliter suis distantys uidetur. Euclides 8 theo. opticorum.

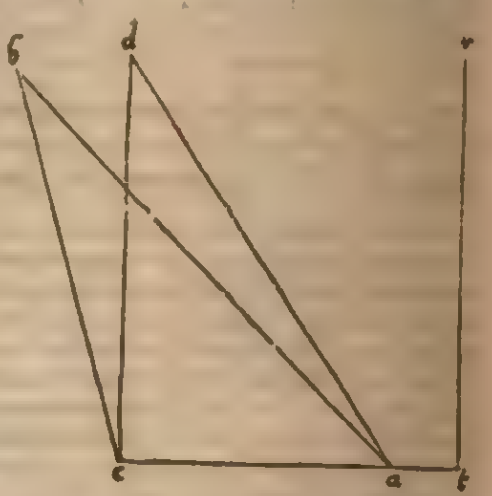
Sint

Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo: cuius centrum ſit e, ſitq; ui ſui propinquior g d quàm a b. Dico, quòd maior apparebit g d quàm a b. Producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g: uidebiturq; g d ſub angulo g e d, qui eſt maior angulo a e b, ut parte ſua per 34 th. 1 huius. Patet ergo per 20 huius, quia linea g d uidebitur maior quàm linea a b. Et hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrum uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis: ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtrà. Non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut proportio g d maioris ſecundũ apparentiam ad a b minorem ſecundum apparentiam ſit, ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorem: quoniam, ut patet per 11 huius, maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorem, quàm anguli g e d maioris ad angulum a e b minorem. Sed quantùm angulus g e d eſt maior angulo a e b, tantò linea g d uidetur maior quàm linea a b, ut diximus in 20 huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportinaliter ſuis diſtantijs: quoniam diſtantiarum maior eſt proportio. Et hoc eſt propoſitum.



26. Omne uiſibile obliquatum à uiſu, minus uidetur ſe ipſo, ſecundum proximum ſui terminum directè uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorum r t: ſitq; centrum uiſus a: & ſit uiſibile obliquatum à uiſu, b c: ducanturq; lineæ a b & a c: & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducatur linea c d, æqualis lineæ c b, & æquidiſtans lineæ r t, connectenti centra oculorum, quod fieri poteſt per 39 th. 3 huius: illa ergo directè uiſui opponetur per 1 definitionem huius: ducatur quoq; linea a d. Et quoniam per 7 huius linea c d ſub maiori angulo uidetur quàm linea c b: patet per 20 huius, quoniam minor uidetur linea c b obliquata quàm ſua æqualis, quæ eſt linea c d, directè uiſui oppoſita ſecundum proximum terminum ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c. Et hoc eſt propoſitum.



27. Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu, niſi auxilio uirtutis diſtinctiua. Alhazen 36. 38 n 2.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſsis, anguli, qui formantur in centro uiſus, & partes ſuperficierum uiſus, ſecundum quas fit comprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundum approximationem & remotionẽ eiuſdem rei, & ſecundum eandem directionem uel obliquationem ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales: uirtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatẽ ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulum uel ſolam remotionẽ: quoniam neutrum illorum per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulum & remotionẽ ſimul. Quantitates ergo ueræ ipſorum uiſibilium non comprehendentur niſi per diſtinctionem & comparationem: hæc autem comparatio erit ſimul: & erit ipſius baſis pyramidis radialis (quæ per 18 th. 3 huius eſt ſuperficies rei uiſæ) ad angulum pyramidis, & ad quantitatem longitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Conſideratio uerò uirtutis diſtinctiuę ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti, cum conſideratione remotionis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus: quoniam quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundum quantitatẽ illius anguli per 73 th. 3 huius. Nõ eſt autem in illa conſideratione uirtutis diſtinctiuæ inter remotionem rei uiſæ à ſuperficie uiſus & remotionẽ eius à centro uiſus diuerſitas ſenſibilis. Cum itaq; uiſus comprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter ſibi incidentes: tunc uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatem extenſionis, ſecundum quantitatẽ extenſionis iſtarum linearum à centro uiſus uſq; ad terminos rei uiſæ: & quando cũ hoc comprehenderit quantitatẽ remotionis rei uiſæ per 10 huius: tunc imaginabitur quantitatẽ longitudinũ iſtarum linearũ & quantitatẽ ſpatiorũ, quæ ſunt inter ipſarũ extremitates, quæ ſpatia ſunt diametri ipſius rei uiſæ. Quando ergo uirtus diſtinctiua imaginabitur quantitatẽ anguli, & quantitatẽ partis ſuperficiei uiſus, correſpondentis illi angulo, & quantitatẽ longitudinis linearum radialium, & quantitatem ſitus ipſarum adinuicem, & quantitatem ſpatiorum, quæ ſunt inter extremitates earum: tunc ipſa comprehendet quantitatem rei uiſæ ſecundum ſuum eſſe: quoniam tunc nihil eorum, quibus comprehenditur magnitudo rei uiſæ, remanet incomprehenſum. Hæc eſt itaque qualitas comprehenſionis magnitudinis rerum uiſarum, & fit plurimum propter aſſue-

aſſuetudinem uiſus in diſtinctione remotionum uiſibilium: qui quando ſenſerit formam & remotionem rei uiſæ, ſtatim imaginabitur quantitatem loci & quantitatem remotionis, & ex ijs comprehendet magnitudinem rei uiſæ. Patet ergo illud, quod proponebatur.

28. In magnitudinis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione obiecti circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 26.37.47.54.59.64.66.69 n 3.

Ex intemperata enim lucis diſpoſitione, ut de nocte uel in crepuſculis cum lux eſt dubia, inſpecto homine & uiſo nemore aut pariete remotis ab illo homine, cum latuerit hominem uidentem diſtantia inter hominem & nemus aut parietem uiſum, quamuis illa diſtantia ſecundum ueritatem ſit plurima: tunc uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem: & ſi accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad cacumen nemoris: tunc per 19 huius uidebuntur homo & nemus aut paries eiuſdem altitudinis: quoniã ſub eodem angulo uidentur: & forſitan homo uidebitur maioris altitudinis ipſo nemore: ut ſi radius tranſiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinem non pertingat. Et huius ſimile accidit iuxta ciuitatem Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret: uiſi ſunt enim homines ibi in crepuſculis altiores nemore illo alto: & uiſus eſt lupus iuxta lignum & caſtrum Poloniæ æqualis altitudinis ipſi nemori: ſed hoc accidit in horis crepuſcularibus: cum lux eſt dubia: & æſtimata ſunt illa uiſa fuiſſe phantaſmata a uidentibus. Non accideret autem aliquid talium, luce exiſtente in temperamento, quoniam tunc diſtantia hominis à nemore diſcerneretur, & altitudo uniuſcuiuſq; ſecundum terminum ipſius apparentem menſuraretur. Similiter etiam ex coloris debilitate accidit error in uiſione magnitudinis: quoniam ſi in aliquo loco ſtatuatur aliquod corpus fortis coloris, non latebit uiſum: quòd ſi in eodem loco ponatur corpus æquale priori, ſed coloris debilis, non uidebitur illud corpus. Sic etiam accidit error iſte ex colorum identitate in corpore medio & in re uiſa. Vnde corpus album in loco aliquo poſitum effuſa aliqua albedine in ſuperficie terræ interiacentis uiſum & rẽ uiſam, nõ uidebitur: remota uerò albedine ſpatij interiacẽtis: ſtatim forma illius albi corporis cõprehendetur. Fit ergo tũc occultatio ex conuenientia colorum: quoniam ſi loco illius albi corporis ponatur corpus æquale ſibi alterius coloris, bene uidebitur ipſum trans medium dealbatum. Ex intemperata etiam longitudinis diſtantia fit error in magnitudinis uiſione: quoniam tunc uidebitur res multo minor quàm ſit in ueritate per 24 th. huius: tunc enim etiam partes eiuſdem rei improportionales ſuo toti abſcondũtur uiſui, quia non poſſunt in tanta diſtantia uideri per 23 th. huius: & ſit minor totalis rei apparentia: quoniam plura inſenſibiliter abſcondita faciunt rei ſenſibilem ablationem, quæ non fieret in diſtantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uiſione magnitudinis: quoniam corpus approximatum oculo, uidetur maioris quantitatis quàm ſit reuerà: quoniã propter magnitudinem anguli corpus uidetur maius, ut prius propter paruitatẽ anguli corpus uiſum eſt minus: & patent hæc per 20 th. huius: ſecundum quantitatem enim ampliorem anguli pyramidalis amplior ſuperficies uiſus informatur, ut patet per 87 th 1 huius: unde ſecũdum quantitatẽ illius anguli & elongationem corporis fit æſtimatio quantitatis rei uiſæ, ut præmiſſum eſt in præcedente propoſitione: nec enim longitudo diſtantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior non ſit capax totius quantitatis radialium linearũ, nec poteſt certitudinaliter menſurari: & propter hoc rei quantitas refertur ad anguli capacitatem & notam longitudinem. Vera autem remotio corporis attenditur ſecundum lineam à centro uiſus ad ſuperficiem rei procedentem, reſpectu cuius lineæ ſemidiameter oculi incipit eſſe inſenſibilis: unde non tacit aliquem ſenſibilem errorem in longitudinis illius æſtimatione: ſed corpore approximato uiſui ultra illam diſtantiam, tunc fit ſemidiameter oculi proportionalis diſtantiæ corporis proportione ſenſibili: erit enim aliquando maior, aliquando æqualis, aliquando minor proportione modica, ut fortè ſubdupla uel ſubtripla, uel huiuſmodi: unde in tali propinquitate rei uiſæ, magnitudo anguli pyramidalis, & ſenſibilis minoritas longitudinis æſtimatæ, reſpectu ueræ inducunt ſenſibilem apparentiam maioritatis in corpore. Ex inordinata etiam ſitus oppoſitione fit error in magnitudinis uiſione: cum enim aliquis in alto exiſtens uidet ſub illa altitudine aliqua exiſtentia inter ſe æqualia, quorum eſt unum poſt aliud in ordine diſpoſitum: tunc enim per 25 huius iudicabitur poſtremum, quod eſt uidenti propinquius, altius omnibus alijs uel maius: ut uigil ſtans in turris alicuius eminentia, uidens homines uel arbores æquales, inæqualiter à ſe diſtantes, propinquiorem ſibi æſtimat altiorem. Ex intemperata etiam quantitatis rei uiſæ diſpoſitione accidit error in magnitudinis uiſione: propoſitis enim uiſui duobus corporibus, quorum unum ſit modicum maius alio, aut in ſola longitudine, aut in latitudine, aut in utraq; ipſarum: forſitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimenſione, quoniam paruitas illius exceſſus non ſentitur propter ſui paruitatem: non enim excedit fines temperantiæ reſpectu ipſius uiſus. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione magnitudinis: in cryſtallo enim angulata, extrema angulorum, quia parum ſolida ſunt, quandoq; non uidentur, cum corporis ſolidi anguli uideri poſſent. Ex intemperantia etiam raritatis in uiſione magnitudinis error accidit: quoniam in aere nubiloſo obſcuro, ut in horis crepuſcularibus plurimum accidit, quòd corpus uiſum maius apparet quàm in aere temperato, ut nos infrà declarabimus, cum tractatum de ijs, quæ uidentur per medium ſecundi diaphani faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uiſione quantitatis: cum enim ardens titio ſæpius per aliquod ſpatium uelociter mouetur, apparet totum ſpatium ignitum: quia non perpenditur quantitas temporis,

propter

propter uelocitatem motus titionis: & sic ignis paruus æstimatur maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit: quia etiam res fortè parua nullo modo uidetur: ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutam. Patet ergo propositum.

29. Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis. Alhazen 26 n 2.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisę, siue partium eius oppositionem ad uisum secundum directionem uel obliquationem: siue dicat ordinationem superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiem ipsius uisus, ut cum res uisa est multarũ superficierum apparentium uisui: siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium: siue dicat situm spatiorũ, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul comprehensa à uisu: semper accepto situ secundum quemcunq; istorum modorum, hæc omnia & singula comprehendit uisus, ut hæc sunt dispositа in corporibus lucidis uel coloratis, ut in per se uisibilibus & in illis fundata: & semper cõprehendit quemlibet modũ situs, cõprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis. Patet ergo propositũ: quoniã hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

30. Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum, comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 27 n 2.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm ad aliud, componatur ex remotione illorum duorum ad inuicem: palàm, quòd oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est, componitur ex remotione rei uisæ à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus. Comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima, ut ostensum est per 9 & 10 huius. Cum ergo uirtus distinctiua comprehendet locum rei uisæ & suam remotionem: tunc in simul cum illis comprehendet rei oppositionem: uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem, quoniam uisus nõ comprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquum uisui, & locum propinquum ei: uirtus enim distinctiua comprehendit omnia loca rerum locatarũ per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quam est illa remotio, ut patuit per 14 huius: unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud comprehensionẽ rei uisæ. Et quoniam uisu ablato ab illa re uisa, destruitur unio illius rei, tunc uirtus distinctiua comprehendit, quòd res uisa non est, nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ: & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quod perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus: & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua: ita loca uisibilium comprehenduntur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisę peruenerit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis, ad quem peruenit illa forma, & ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi locò comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ: & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In peruentu ergo formæ uisę ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ, & partem superficiei uisus, quæ illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul. Situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Quod est propositum.

31. Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum, & spatiorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarum extremitatum, auxilio uirtutis distinctiuæ. Alhazen 28 n 2.

Cum enim axes radiales secant lineas, uel superficies, uel spatia, ut super illa perpendiculariter erecti: tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ, & remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti: & tunc comprehendit illam superficiem esse directè uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiem illam directè oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatum superficiei uisæ diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus: tunc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatam. Et similiter est de situibus linearum & spatiorum cadentium inter res plures uisas simul: ipsorum enim directionem & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ. Et ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehenditur à sentiente per solam æstimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spatium, quod est obliquatum, quasi sit directum, quando scilicet non perfectè comprehenditur diuersitas, quæ est inter remotiones extremitatũ eius: unde ad hoc, quòd uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium

uisibilium

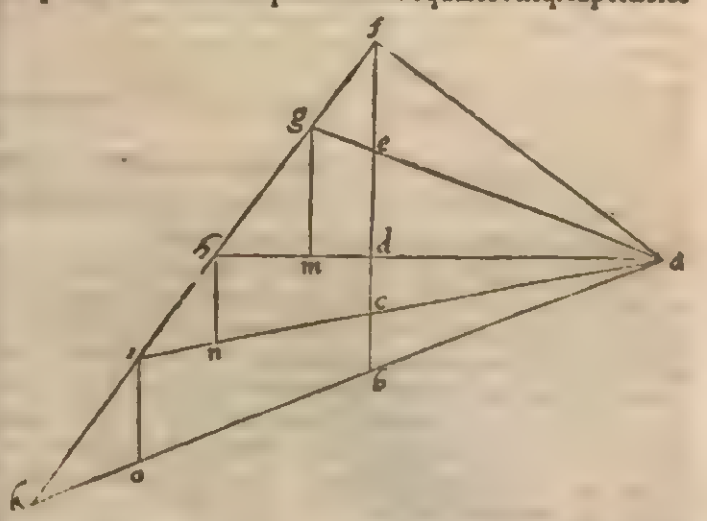
uisibilium sit distantia mediocris: quia etiam in magna distantia parum obliquata uidentur, ut penitus directa. Et licet secundum modum prædictum superficies aliqua, uel linea, uel spatium uisui sint directè opposita: nulla tamen pars illius superficiei, lineæ, uel spatij per se directè opponitur uisui: quoniam axes radiales ubicunq; extra unum punctum perpendicularitatis incidant, semper incidunt obliquè, & secundum angulos inæquales per 20 th. 1 huius. Si autem superficies, lineę, uel spatia æquidistent axibus uisualibus, nec secentur ab illis, opponantur autem uisui: tunc etiam situs ipsorum in directione & obliquatione comprehenditur à uisu per remotionem suarum extremitatum: & potest fieri proportio istorum ad superficies, lineas, uel spatia, quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquidistant. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

32. Situs partium & situs terminorum superficiei rei uisæ: aut situs superficierum eius adinuicem: & situs pluriumuisibilium simul uisorum ex comprehensione diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientium ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiua. Alhazen 30 n 2.

Quoniam enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ peruenit ad aliquam partem superficiei uisus, ad quam peruenit forma totius rei uisæ: unde cum superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorum distinctorum: tunc erit forma perueniens in uisum, diuersorum colorum, & erunt partes eius distinctæ secundum distinctionem partium superficiei rei uisæ. Tunc itaq; uisus sentiet quamlibet partem formæ uisæ ex sensu colorum illarum partium & lucis, quæ est in eis, & sentit loca formarum partium in superficie uisus ex sensu colorum partium illarum & lucis earũ: & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illorum colorum ex cõprehensione diuersitatis partiũ formę, & ex comprehensione differentiarũ ipsarũ partiũ: & sic cõprehendit aliquid cõtiguũ & aliquid separatũ. Similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uerò partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionem & remotionẽ, uel secundũ præeminentiã unius ipsarũ super alterã, & profundationẽ unius ipsarũ sub altera, cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partium secundũ magis & minus. Termini aũt superficiei rei uisæ aut superficierũ eius, quę sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorũ, cõprehenditur à uisu per comprehensionẽ partis superficiei eius, in quã peruenit color ipsius superficiei rei uisę per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius, & per comprehensionem terminorum illius partis & ordinationis illius partis, auxilio uirtutis distinctiuæ. Et quoniam omnia proposita secundum hunc modum comprehenduntur: patet ergo illud, quod proponebatur.

33. Omnis linea uel superficies rei uisæ directè uisibus uel uisui opposita, perfectius uidetur quàm obliquata: & secundũ quantitatẽ obliquationis fit imperfectio uisionis. Alhazen 17 n 3.

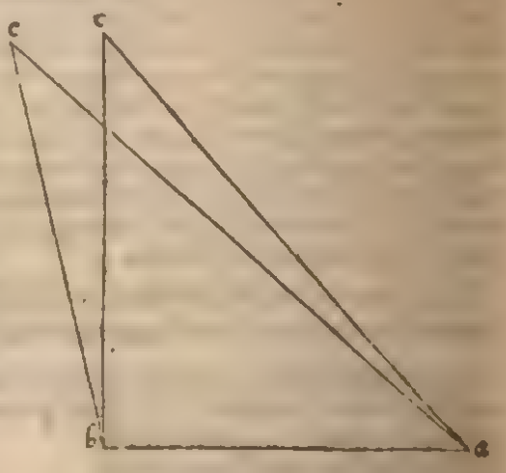
Esto centrum uisus a: & sit, exempli grãtia, superficies plana rei uisæ directè uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f: & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales: sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k: & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f: sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f: ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b: quæ omnes producantur ad superficiem obliquatam: incidatq; linea a e in punctum g, & linea a d in punctum h, & linea a c in punctum i, & linea a b in punctum k. Et quia per 13 p 1 angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi: palam ergo p 47 p 1, quoniam linea f h est maior quàm linea f d. Et si à puncto g ducatur linea æquidistans lineę f d per 31 p 1, quę sit g m: erit per 29 p 1, & 4 p 6, & 47 p 1, linea g h maior quàm linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquidistans lineę d c: quæ sit h n. Et quoniam per 32 p 1 angulus a c d est acutus, erit per 13 p 1 angulus i c d obtusus: ergo per 29 p 1 angulus i n h est obtusus: ergo per 19 p 1 & per 4 p 6 linea h i est maior quàm d c. Eodẽ modo fit de omnibus punctis lineæ h k. Patet ergo, quòd eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, quàm lineæ directè oppositæ uisui. Partes itaq; superficiei rei uisæ directè uisui uel uisibus oppositę, æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto coniunctionis, similiter uirtuti uisiuę offeruntur per 45 th. 3 huius, propter quod perfectius tota illa superficies uidetur, & oẽs subtiles intentiones, quę sunt in ipsa: superficies uero obliquata uisibus acquirit formam dubitabilem, siue per unũ uisum uideatur, siue per ambos: & siue illa forma per axes perueniat ad uisum, siue extra axes: & etiã si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ



à uisu: partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directè uisui oppositæ, ut patet ex prædemonstratis, sub minori angulo uidentur, quàm si essent directè uisibus oppositæ: quia lineæ suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur. Sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem: angulus enim, quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata forma superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor eo, quem faceret eadem superficies uisibus opposita directè, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ. Quia ergo ipsa superficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus, propter maximam obliquationem: ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte. Cum enim parua superficies fuerit multũ obliquata: tunc duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extrema illius partis, fient quasi linea una: quapropter sentiens non comprehendet angulum contentum inter illas, neq; partem, quam distinguunt ex superficie uisus. Tota ergo superficies obliquata uisui multũ amittit sensibilitatis: quia si in ipsa fuerint subtiles aliquę intentiones, non comprehendentur à uisu, propter latitantiá suarum partium paruarum. Et quoniã superficiebus plus obliquatis plus accidit propositæ passionis: ideo secundum quantitatẽ obliquationis fit imperfectio uisionis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

34. Excessu remotionis nimio existente: res à uisibus obliquata quandoq; uidetur directè opposita. Alhazen 29 n 2.

Quoniam enim, ut patet per 10 huius, quantitas remotionis attenditur secundum quantitatem diametrorum rei uisæ: ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundum quantitatem diametrorum rei uisæ. Quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hæc minori uisibili est nimia: quoniam nõ eodem modo in eadem distantia maius & minus percipiuntur à uisu, ut patet per 7 & 20 huius. Sit itaq; centrũ uisus a: & res uisa obliquata, quæ b c: cuius alter terminorum, qui sit b, propinquior sit uisui: sitq; illa res uisa sub angulo b a c: erit ergo argumento 26 & 20 huius angulus b a c minor, quàm si ipsa res uisa (quæ b c) à proximo sui termino ad uisum (qui est a) directè uideretur: sed per 11 huius in omnibus uisis maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minoris, quam sit anguli maioris ad angulũ minorem: in nimia aũt remotione distantiarum proportio distantiæ maioris unius extremorum rei uisę, ut in proposito ipsius c ad distantiá minorẽ alterius extremorũ, ut ipsius b, est differentia insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineã a b breuiorẽ: ergo multò magis insensibilis est differentia ipsorum angulorũ. Videbitur ergo b c in maxima remotione quasi directè uisibus opposita, cum sit obliquata. Et hoc est propositum.



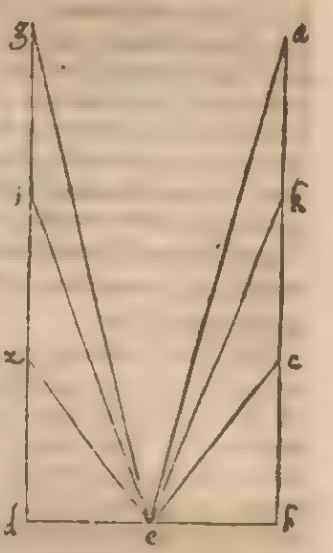
35. Omne uisum existens extra communem axem, in uno tantùm axe uisuali: uel per radios propinquos axi: uel etiam per propinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.

Axis enim radialis, ut patet p 27 th 3 huius, semper defert punctũ, cui incidit ad punctũ medium nerui cõmunis, cui semper inhæret terminus axis cõmunis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundũ quod est, & instituitur forma in concauitate cõmunis nerui in uno loco, & continua sibi adinuicem secundum continuationẽ rei uisæ, & punctus rei uisæ, qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem cõmunem, uidetur tamen in loco propinquiori axi communi, quàm sit in suo uero loco: tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori axi communi, quàm sint in suo uero loco: quia sunt continuata cum parte, quę est apud extremum axis: & si axes amborum uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem communem: uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, quam sit in suo loco uero. Hoc tamen raró accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso: tunc ut plurimũ axis communis transibit per illud uisum: quia raró axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde hæc dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta: tunc ipsa accideret in omni uisione uel in pluribus: quod tamen non est uerum. Patet itaq; propositum.

36. Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum: quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris, ad dextram educi uidentur partem. Euclides 12. th opt.

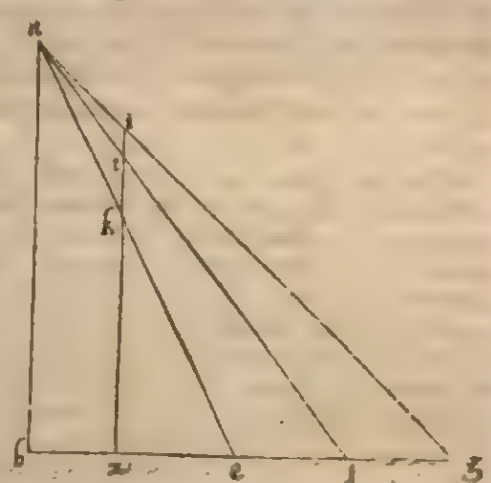
Sint duo uisibilia secundũ sui longitudinẽ ante oculos extensa, quæ exẽpli causſa sint ę quidistantia: & sint a b & d g: sitq; centrũ uisus e: ducãturq; lineæ ad puncta illorũ uisibiliũ: in dexteriore quidẽ parte, quę sit a b, ducãtur lineę e b, e c, e k, e a: & in sinisteriore, quę sit g d, ducãtur lineæ e d, e f, e i, e g. Dico

e g. Dico, quòd lineę e z, e i, e g uidentur quasi in partẽ sinistrã productæ, & lineæ e c, e k, e a uidentur quasi protractæ in partẽ dextrã. Sit enim linea e d perpendicularis super lineã d g, & linea e b perpendicularis super lineam b a: erit ergo per 19 p 1 linea e d breuior omnibus lineis e z, e i, e g: & linea e b breuior omnibus lineis e c, e k, e a. Lineæ ergo e d & e b minimam à uisu denotabunt distantiam linearũ g d & a b: secundum illas ergo lineas perfectior fit uisio partiũ rerum uisarum, quibus incidunt per 23 huius: linea ergo e d apparebit dexterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus, & linea e b sinisterior omnibus lineis suo uisibili incidentibus: illis quoq; lineis propinquis incidentes mutabunt situs dispositionem secundum recessum ab illis lineis: eritq; linea e z dexterior quàm linea e i, & linea e i dexterior quàm linea e g. Palàm ergo, quoniam linea e g uidetur in sinistra à linea e i, & linea e i similiter uidetur in sinistra à linea e z. Eodem quoq; modo uidebitur linea e a in dextram educi à linea e k, & linea e k uidetur in dextram educi à linea e c: punctum ergo z plus approximat ad sinistram quàm punctum d, & punctum i plus quàm punctum z, & punctum g plus quàm punctum i. Tota ergo linea d g uidetur sinistrari, & tota linea b a uidetur dextrari: quoniam puncto b existente sinistro, punctum c uidetur plus dextrum illo, & item punctum k plus dextrum puncto c, & punctum a plus dextrum puncto k. Patet ergo propositum: quoniam similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandum: quæ enim sub dexterioribus radijs uidentur, dexteriora apparent, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora, ut patet per 1 suppositionem huius. Hæc autem omnia ideo accidunt, quia lineæ parallelæ secundum remotiores sui à uisu partes concurrere uidentur per 21 huius. Et hoc est propositum.



37. *Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur. Euclides 10 theo. opticorum.*

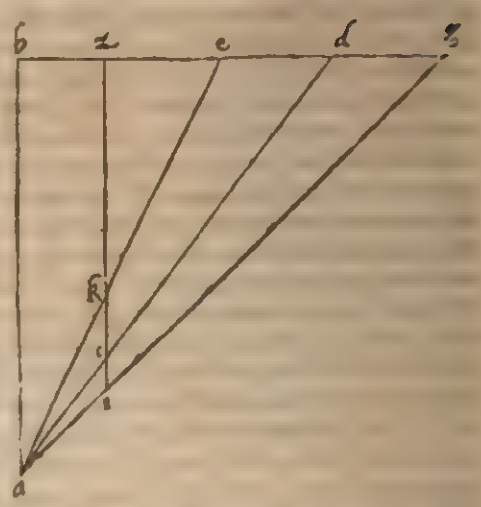
Sit centrum uisus a in altiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: ducanturq; lineę a b, a e, a d, a g: sitq; causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e d, d g: quoniã in alijs sitibus maior est diuersitas. Dico quòd linea d g altior uidetur quàm linea d e, & linea d e altior quàm linea b e. Sumatur enim in linea b e, punctus z, à quo ducatur per 11 p 1 linea z i perpendicularis super lineam b e. Quoniam ergo punctorum formæ g, d, e procedentes ad uisum, primò pertranseunt lineam z i, quàm perueniant ad punctum a centrũ uisus: fit, ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & & linea e a in pũcto k. Quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & punctus t puncto k: ideo quòd linea a t maior est quàm linea a i, & linea a k maior q̃ linea a t per 19 p 1: & in linea, in qua est punctum i, est etiam punctum g, & in linea, in qua est punctum t, est etiam punctũ d, & in linea, in qua est punctum k, est etiam punctum e: per comprehensionem uerò punctorum d & g uidetur linea d g: & per puncta e & d uidetur linea e d: palàm, quoniam linea g d eleuatior apparebit quàm linea d e: & similiter d e apparebit eleuatior quàm linea b e. Cuius enim pũcti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per 1 suppositionẽ huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundum illum modũ figuratur in superficie uisus. Patet ergo propositũ. Et patet ex hoc, quòd multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longè à uisu concauæ uidebuntur: tendunt enim formæ talium punctorum ad uisum per modum circumferentiæ circa centrũ uisus propter æqualitatẽ uirtutis uisiuę. Patet ergo propositũ.



38. *Superficierum uisui superiacentium remotiores à uisu decliniores uidentur. Euclides 21 theo. opticorum.*

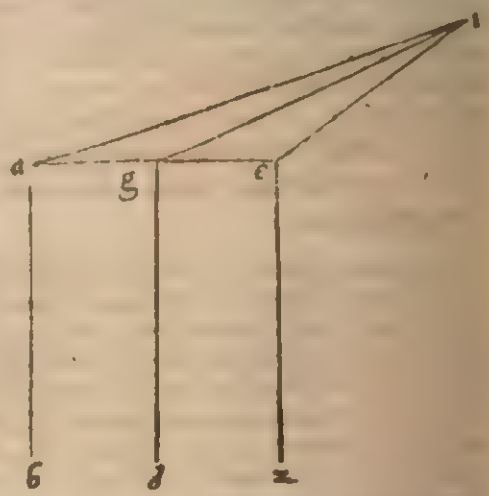
Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum, quàm superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g: & ducantur, sicut in præcedenti, lineæ a b, a e, a d, a g: quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui. Dico, quòd linea g d apparebit decliuior quàm linea d e, & linea d e decliuior quam linea b e. Ducatur enim, ut in præcedente, linea z i æquidistans lineæ a b, secans lineam g a in puncto i, & lineam d a in puncto c, & lineam e a in puncto k: ergo per ea, quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur quàm forma puncti d, & forma puncti d

decliuior quàm forma puncti e, & forma puncti e decliuior quàm forma puncti b: ſed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uiſui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorum e & b uidebitur forma lineæ e b. Quoniam itaq;, ut oſtendimus in præmiſſa, linea a c eſt maior quàm linea a i, & linea a k maior quàm linea a c: & ſecundum harum linearum diſpoſitionem fit formarum illorum punctorum uiſio. Palàm ergo, quoniã centro uiſus & ipſo uiſibili ſic diſpoſitis, remotiora à uiſu, decliuiora uiſui occurrunt, quàm propinquiora. Et hoc eſt propoſitum.



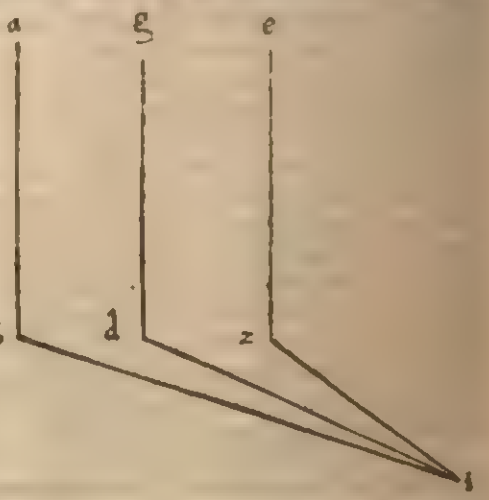
39. Aequalium magnitudinum ſub eodem uiſu erectarum, remotiores altiores apparent. Euclides 33 theo. opticorum.

Sit centrum uiſus punctum i: & ſint uiſæ æquales magnitudines, quæ ſub ipſo uiſu ſint erectæ, quæ ſint a b, g d, e z: ſitq; a b remotior à uiſu, & deinde g d, & deinde e z: & ſit centrum oculi punctum i eleuatius exiſtẽs illis magnitudinibus: ducanturq; lineæ i a, i g, i e. Dico, quòd magnitudinum illarum a b apparet altior quàm g d, & g d altior quàm e z. Quoniã enim linea i a eſt eleuatior quàm linea i g, & linea i g eleuatior quàm linea i e, & in lineis, cui incidunt lineæ i a, i g, i e ſunt pũcta a, g, e, & per 37 huius uidẽtur puncta remotiora uiſui altiora: pũcta uerò a, g, e ſunt in magnitudinibus a b, g d, e z: ergo magnitudo a b apparet eleuatior quàm ipſa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet altior quàm ipſa e z. Quod eſt propoſitũ. Et quia de qualibet magnitudine longiori poteſt abſcindi æqualis breuiori: ideo in omnibus magnitudinibus ſubiacentibus uiſui præſens tenet demonſtratio: quoniam ſemper remotiores uidentur altiores, quàm ſint ſecundum ueritatem.



40. Aequalium magnitudinum uiſui ſuperere ſtarum remotiores decliuiores apparent. Euclides 24 theo. opt.

Eſto, ſicut in præcedenti, centrum uiſus punctum i: & ſint æquales magnitudines, quæ a b, g d, e z, erectæ ſuperſtantes uiſui: ſitq; a b remotior uiſui quàm aliæ, & e z propinquior uiſui. Dico, quòd magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior quàm e z. Ducantur enim, ut in præmiſſa, lineæ i b, i d, i z. Quoniam ergo, ſicut patet per 38 huius, forma ueniẽs per lineam i b, eſt decliuiori modo uiſui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uiſui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidit, quàm forma ueniẽs per lineam i z: ſed in linea, cui incidunt lineæ i z, i d, i b, ſunt puncta z, d, b, quę puncta ſunt in magnitudinibus a b, g d, e z. Palàm ergo, quoniam iſtarũ magnitudinũ illa, quę eſt a b, decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z. Et hoc eſt propoſitũ. Eſt autem uniuerſale illo modo, quo diximus in præcedenti.

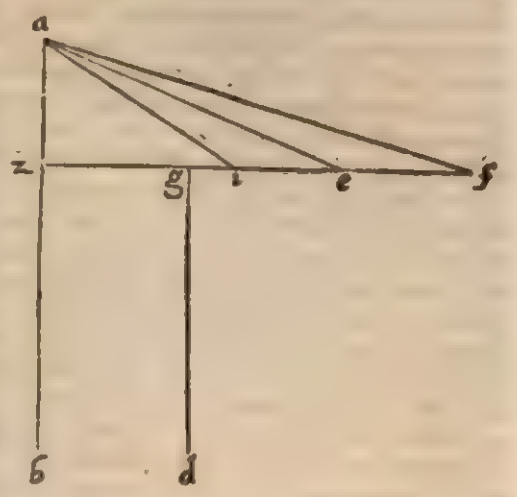


41. Altioris magnitudinis uiſibilis per uerticem inferioris aſpecta, accedente & recedente uiſu ſecundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem: ſemper idem eris exceſſus, non uidebitur autem idem. Euclides 17 th. opt.

Sint duæ uiſæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor: quarum uertices ſint a & g: & ſit centrum uiſus punctum e: ducaturq; linea g e perpendicularis ſuper lineam g d, ſecans lineam a b in puncto z. Dico, quòd oculo accedente & recedente ſecundum lineam g e, ſemper idem uidebitur exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, qui exceſſus eſt linea z a. Accedat enim uiſus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e: ſemper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d ipſi uiſui,

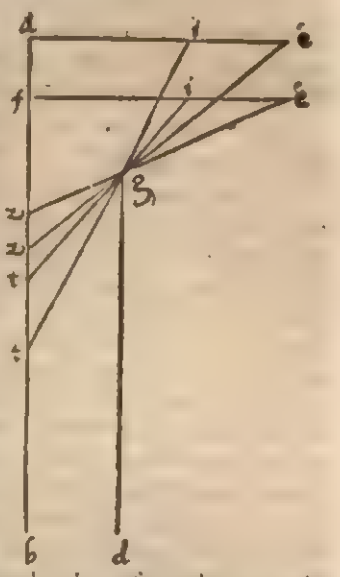
niſi

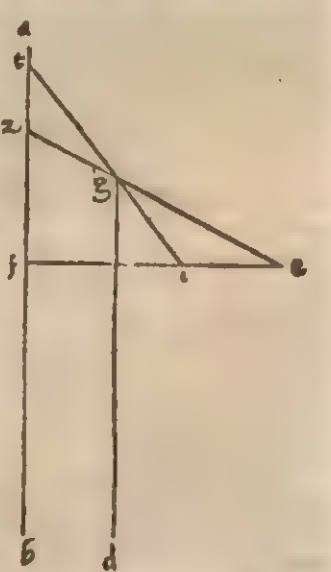
niſi ſola forma puncti z, in quam cadit perpendiculariter e z: quoniam per 20 th. 1 huius duas lineas eidem ſuperficiei ab eodem puncto ductas perpendiculariter inſiſtere eſt impoſsibile: palàm ergo propoſitum. Videbitur tamen linea a z minui uel augumentari ſecundum diuerſitatẽ angulorum, ſub quibus fiet uiſio per 20 huius. Et eſt, ut patet ex præmiſſis, & per 21 p 1, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z: ſecundum hoc autem diuerſificatur in uiſu quãtitas lineæ a z: ſemper tamen illius lineæ a z eadem eſt quantitas in ſe ipſa. Et hoc eſt propoſitum.



42. *Altioris uiſibilis per uerticem inferioris aſpecti, accedente uiſu ſecundum lineam exceſſui altioris perpendiculariter incidentẽ: maior pars altioris uidetur, recedente uerò uiſu ſecundũ eandem lineam minor pars altioris uidetur: ſecundũ aliam uerò lineam accedente uel recedente uiſu, accidit econuerſo. Euclides 16 the. opt.*

Sint, ut in præmiſſa, duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior ſit a b: & ſit centrum uiſus in puncto e poſitũ in linea e a, perpendiculariter incidente puncto a, qui ſit altior terminus lineę a b: ambę ergo magnitudines tam a b quàm g d ſubiacebunt uiſui, cum uertex altioris (qui eſt a) ſit in perpendiculari ducta à centro uiſus ad magnitudinem altiorem: ſint enim magnitudines a b & g d taliter erectæ, ut punctum a ſit altius, quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius punctorũ lineæ a b, quod ſit z, per uerticem lineę d g, qui ſit ġ, ad uiſum e: & ſit linea, ſecundũ quã aduenit illa forma, linea ż e. Sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b, & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g: & hęc eſt linea z b. Accedat autem uiſus propinquius ad punctum a, ut fiat in eadem linea in puncto i. Palàm quoq;, quia in hoc ſitu aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uiſum, qui ſit punctus t: & ducatur linea t i per uerticem g ad uiſum: ſub linea ergo i t uidetur pars magnitudinis a b, quæ eſt t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b, quæ eſt a t, uiſa. Et quoniam linea a t eſt maior quàm linea z a, quæ uidebatur uiſu exiſtente remotiore: neceſſarium autem eſt lineam t à fieri maiorẽ quàm ſit linea z a: ideo quòd angulus a i t eſt maior angulo a e z per 16 p 1: illud ergo, quod uidetur ſub angulo a i t, eſt maius illo, quod uidetur ſub angulo a e z p 20 huius: linea ergo a t maior uidebitur: & per 19 p 1 maior eſt quàm linea a z. Et quando linea, in qua e centrum uiſus, perpendiculariter incidit cuicunq; puncto exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, eadem eſt demonſtratio. Palàm ergo, quòd accedente uiſu ſuperapparens pars lineæ a b ſemper fit maior, recedente uerò uiſu fit minor. Et hoc eſt propoſitum primum. Secundum aliam uerò lineam, quæ ſit perpendicularis ſuper lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum exceſſus, ſed in aliquod aliud punctum lineæ a b, baſsius toto exceſſu lineæ a b ſuper lineam g d, ut in punctum f: uiſu accedente uel recedente accidit ecõuerſo. Nam accedente uiſu, totius magnitudinis a b minus uidetur per uerticem g, & recedente uiſu, magis: exiſtente enim uiſu in pũcto e, multiplicabitur ad uiſum forma lineę z a, accedente uerò uiſu in punctum i, & ductis lineis e g z & i g t, patet, quòd illæ lineæ ſecabunt ſe in puncto g, & non perueniet ad uiſum forma alicuius punctorum lineæ z t, ſed ſolùm forma lineæ t a, quę eſt neceſſariò minor quàm linea z a. Patet ergo propoſitum.

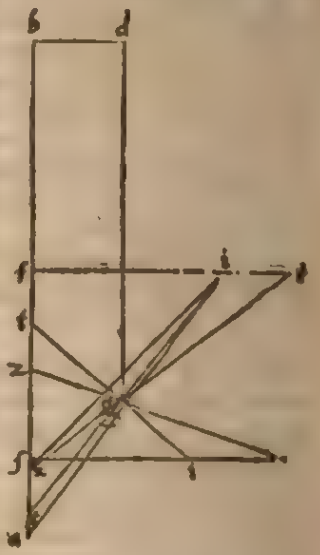




43. *Inæqualium uiſibilium uerticibus in eadem linea æquidiſtante horizonti exiſtentibus: pars inferior longioris uiſa per baſim breuioris accedente uiſu ſecundum lineã exceſſui longioris perpendiculariter incidentem, maior pars longioris uidebitur: recedente uerò uiſu ſecũdũ eandẽ lineã minor pars altioris uidebitur: ſecundũ aliam uerò lineam accidit econuerſo. Euclides 15 th. opt.*

Hæc non differt in hypotheſi à præmiſſa, niſi quòd in illa uiſibilia ſunt ſubiacẽtia uiſui, in hac uerò ſunt ſuperſtantia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d: quarũ maior ſit a b: ſintq; uertices illarum

quàntitatum b & d: & ſit linea b d æquidiſtans horizonti: ſitq; centrum uiſus in puncto e: multiplicetur q; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z, per baſim g ad uiſum e: fiatq; linea z g e: ſub linea ergo z e continentur z a & g d: & b z non apparet uiſui, propter interpoſitionem ipſius g d: inferior uerò ipſius pars decliuior apparet per 40 huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uiſui ultra lineam g d. Accedat ergo uiſus, & ſit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadẽ linea perpendiculari ſuper lineá a b, quæ ſit e f: hæc enim æquidiſtat uerticibus ipſorum uiſorum, qui ſunt b & d: multiplicabiturq; forma alicuius puncti lineæ a b per punctum g ad uiſum exiſtentem in puncto i: ſit ille punctus t: & ducatur linea t g i: ſub linea ergo t g i cõtinentur magnitudines g d & t a: ſub linea uerò e z cõtinentur magnitudines z a & g d. Et quoniam linea t z a maior eſt quàm linea z a, cum angulus t i f per 16 p 1 ſit maior angulo z e f: ergo per 20 huius linea t f uiſa ſub angulo t i f maior eſt quàm linea z f, uiſa ſub angulo z e f. Et non ſolùm apparebit uiſui maior: imò & erit maior. Quia itaq; ambabus lineis t f & z f communis eſt linea f a: patet, quòd tota linea t a erit maior quàm linea z a. Et hoc eſt primum propoſitorum. Si uerò uiſus accedat non ſecundum lineam e f, ſed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, nõ in aliquod punctorum exceſſus a b ſuper d g: dico, quòd accidet econuerſo: erit enim linea t a minor quàm linea z a. Ducantur enim lineæ t g i, & a i, & i z: palàm quoq; per 32 p 1 quoniam angulus a i t eſt minor angulo a i z: ideo quia angulus a z i minor eſt angulo a t i per 21 p 1, & angulus t a i communis: uiſum ergo à puncto i ſub angulo a i t eſt minus uiſo ſub angulo a i z: linea ergo z a eſt maior quàm linea t a: & uidetur maior. Et hoc accidit, cum centrum uiſus collocatur ſupra lineam primá e f, & altius quàm illa: ſi uerò ipſum collocetur inferius, quàm linea prima e f: tunc accidit econuerſo. Patet ergo propoſitum.



44. In ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 24.35.46 53.58.64.66.69 n 3.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti diſtinctiuæ error accidit in uiſione ſitus: ut ſi in nocte non obſcura aliquid modice declinet à uiſu: tunc æſtimabitur in eo ſitus rectitudo propter debilitatem lucis egreſſam à temperamento. Nimia etiam remotio in uiſione ſitus erroré inducit: unde res uiſibilis ualde remota à uiſu & obliquata uiſui, uidebitur directè oppoſita per 34 huius. Intemperãtia etiam ſitus erroré facit in ſitus uiſione: cadente enim axé uiſuali in corpus ſecundum temperatá diſtantiá uiſui oppoſitũ, & ſumpto alio corpore multũ elongato ab axe, & declinato modicũ ſuper lineam imaginatá, ſuper quá cadit axis radialis perpendiculariter: tunc uiſus non cõprehendit corporis illius declinationẽ propter ſitum à temperamento egreſſum: quoniã non fit plenà cõprehenſio corporũ longè ab axe poſitorũ per 45 th. 3 huius: & ita propter hunc erroré res obliquè uiſibus oppoſita, iudicabitur oppoſita directè. Intemperãtia etiã magnitudinis in uiſione ſitus efficit erroré: quoniã granũ ſinapis ſi fuerit ab oculis declinatũ, uidetur tamẽ ac ſi eſſet directè oppoſitũ: quia eius declinatio propter paruitatẽ corporis non poteſt comprehẽdi: nec enim eſt ſenſibilis declinatio huius grani ab axe cõmuni orthogonaliter ſuper uiſibilia cadente, ſecundũ quã diſcernitur obliquatio rerum uiſarũ reſpectu uiſus: quoniã nõ plenè diſcernitur diſtãtia inter hunc axem & extremitates grani, quæ eſt quaſi minima linea omniũ linearũ ſenſibiliũ. Ex intẽperata etiã ſoliditate error accidit uiſui in ſitu: quoniã ſi corporis rari ſitus, reſpectu uiſus, fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & ſi forte uidebitur directè opponi: una enim extremitatũ illius corporis eiuſdẽ diſtantiæ reputabitur cũ alia, cũ tamen ſint diuerſæ: & accidit hoc propter nimiã raritatẽ non terminantẽ certitudinaliter uiſibilẽ operationẽ, & inducentẽ incertitudinẽ in quãtitate anguli, ſub quo fit uiſio. Intemperata etiã diaphanitas efficit erroré uiſui in ſitu: ſi enim corpus uiſum ſub parua obliquationẽ obijciatur uiſui in aere denſo obſcuro, ſicut accidit in horis crepuſcularibus, occultabitur declinatio, quę pateret in aere lucido claro: fit ergo error in ſitu oppoſitiõis corporis ad uiſum. Ex intẽperãta etiã quantitate tẽporis fit error uiſui in ſitu: ut cũ aliquid occurrit uiſui ſubitò, qđ ſtatim recedit: hoc enim fortè directè uiſui oppoſitũ reputabitur obliquatũ, uel ecõuerſo, ſi fuerit obliquatũ uiſui, fortè reputabitur rectũ. Ex diſpoſitiõe etiã uiſus in ſanitate fit error uiſui in ſitu: ut ſi ab aliquãta diſtãtia licet tẽperata corpus aliqđ in oppoſitiõe uiſus modicũ obliquetur: tũc enim uiſu exiſtẽte debili, nõ ſentietur obliquatio, cũ tamẽ ſit obliquatio ſecũdũ uerũ. Sic ergo in ſitus uiſiõe uirtuti diſtinctiuę error accidit ex intẽperata diſpoſitiõe octo circũſtantiarũ cuiuslibet rei uiſæ, ut ꝓponebatur.

45. Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ. Alhazen 32 n 2.

Quoniã enim formę rerũ deſcribuntur in oculi ſuperficie, ſicut ſunt in rebus extrà per 17 th. 3 huius, & formæ ſecundũ figurã, qua deſcribuntur in oculi ſuperficie, ſic perueniũt ad neruũ cõmunẽ, & circa eius punctũ mediũ figurantur, prout patet p 37 th. 3 huius, & ibi cõprehenduntur ab anima ſecundũ ſui diſpoſitionẽ: tũc patet, quòd forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circu-

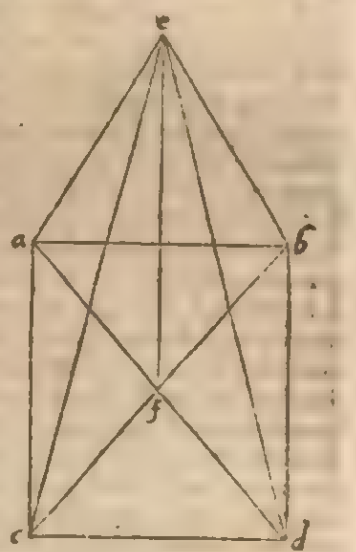
ex circularitate formę in ſuperficie oculi deſcriptæ: & ſimiliter comprehenditur circularitas cuiuſlibet partium ſuperficiei rei uiſæ. Certificatur autem hæc uiſio, cum uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unum per totam circumferentiam rei uiſæ aut partis eius: ſic enim ex certificatione ſituum terminorum formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex comprehẽſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partium rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum, partium rei uiſæ ad inuicem. Patet ergo propoſitum.

46. Figura rectilinea comprehenditur à uiſu ex ſuorum terminorum comprehenſione.

Quoniam enim figura eſt, quæ termino uel terminis continetur: termini autem figurarum ſunt lineæ, quæ comprehenduntur uiſu non decepto ſecũdum ipſarum ſituationem in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ. Palàm ergo, quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi. Et hoc eſt propoſitum. Sed in his omnibus uiſus requirit diſtantiam mediocrem & alias circumſtantias uiſui debitas, ne fortè fiat deceptio in ipſo uiſu.

47. Planicies ſuperficiei ſecũdum mediocrem diſtantiam directè uiſui oppoſitæ comprehenditur ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationũ ipſarum. Alhazen 35 n 2.

Sit ſuperficies plana a b c d: & ſit centrum uiſus e: à quo ducatur ſuper datam ſuperficiẽ perpendicularis e f. Et quoniam ſuperficies illa eſt directè uiſui oppoſita, ſic quòd perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei: producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f diſtantia, quæ ſunt a, b, c, d lineæ e a, e b, e c, e d: & continuentur lineæ f a, f b, f c, f d: quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtantiam à puncto f. Cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ ſint perpendiculares ſuper lineam e f: patet per 4 p 1, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales: ſuperficies itaq; a b c d ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu. Sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, à centro uiſus productis, illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis concluditur æqualitas. Tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſui partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f conſimiliter peruenit ad uiſum. Tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum. Et hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales non incidant ad medium, nihilominus per eadem demonſtrandum: ſemper enim termini cuiuslibet partiũ ſuperficiei erunt lineæ rectæ. Superficies ergo eſt plana.



48. Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partium mediarum, & æquali remotione partium extremarum. Alhazen 35 n 2.

Cùm enim ſuperficies conuexa directè uiſui opponitur ſecundum mediocrem diſtantiam: tunc cum omnis regularis ſuperficies conuexa ſit pars alicuius ſphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramidis rotundæ per 118 th. 1 huius: ſi ſuperficies illa oppoſita uiſui ſit pars ſphæricæ ſuperficiei, & ſi à centro uiſus ad centrum ſphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimæ producantur, patet per 72 th. 1 huius, quòd ſola illa, quæ centrum tranſit, eſt perpendicularis ſuper ſphęræ ſuperficiem: aliæ uerò omnes lineæ à centro uiſus ad illam ſphæricam ſuperficiem productæ, ſunt ſuper illam ſuperficiẽ incidentes obliquè. Erit ergo per 8 p 3 pars perpendicularis interiacens centrum uiſus & ſuperficiem ſphæricam omnium aliarum linearum breuiſsima: ergo ſecundum illam fit maxima approximatio ad uiſum, & omnes circuli ſecundum punctum, cui incidit illa perpendicularis, in ſuperficie ſphæræ deſcripti, erunt uiſui proximiores ſecundum illa puncta, & ſecundum alias lineas obliquè incidẽtes, erunt uiſui remotiores: quia omnes lineæ perpendiculari lineæ propinquiores modo dicto, ſunt minores remotioribus: quoniam per prænominatam 8 p 3 omnes lineæ à centro uiſus ad peripherias maiorum circulorũ productæ ſunt longiores lineis propinquioribus ipſi perpendiculari. Ex comprehenſione ergo propinquitatis partium mediarum in illa ſuperficie, & remotione aliarum partium, quæ ſunt in terminis, apparet maior eleuatio partium mediarum quàm extremarum: & ex inæqualitate eleuationis partium ſuperficiei uidetur gibboſitas, quæ eſt cauſa conuexitatis. Et quoniam in omni puncto ſuperficiei ſphæricæ ſecant ſe circuli magni tranſeuntes per centrum illius ſphæræ, & omnes lineæ, quę lineæ breuiſsimæ utrinq; æquè appropinquant, ſunt æquales: ideò ſecundum æqualem diſtantiam à perpendiculari fit æqualitas omnium linearum ad ſphæræ ſuperficiem à centro uiſus productarũ, & apparet deflexio gibboſitatis æqualis ſecundũ omnem differentiam poſitionis in ſphæricis ſuperficiebus, maximè cũ directè uiſibus opponũtur. Si uerò ſuperficies cõuexa oppoſita uiſui fuerit pars ſuperficiei columnaris aut pyramidalis rotundarum: tunc fit eadẽ demonſtratio productis lineis perpendicularibus à centro

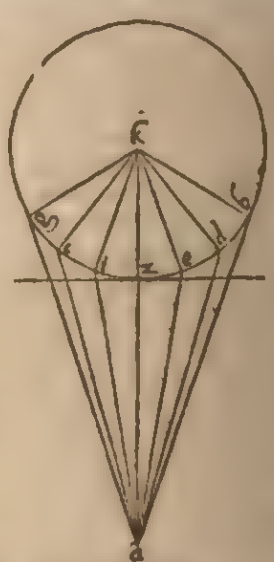
uiſus ad centrum circuli baſis,& omnium circulorum æquidiſtantium baſi:alijs quoq; lineis pluribus ab eodem cẽtro uiſus nõ perpendiculariter per eoſdem circulos productis, complebitur demonſtratiõ ut prius. Et ſi illæ ſuperficies quomodocunq; obliquatæ ſint ad uiſum, nihilominus per eadem eſt demonſtrandum: ſiue enim gibboſitas ſit inferius, ſiue ſuperius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper partium inæqualis diſtantia propoſitum cõcludet: & de irregularibus conuexitatibus per eadem fit comprehenſio in uiſu. Patet ergo propoſitum. Vniuerſaliter enim conuexitas comprehenditur à uiſu ex propinquitate partiũ mediarum, & æquali remotione partium extremarum. Patet ergo quod proponebatur.

49. Concauitas ſuperficiei cõprehẽditur à uiſu ex remotione partium mediarũ, & æquali appropinquatione partium extremarum. Alhazen 34 n 2.

Per eadem, quæ in præcedenti, demonſtrandum, & ſimiliter per omnem ſuperficiem tranſcurrendum. Semper enim per 8 p 3 linea à centro uiſus ad centrum ſphæræ uel circuli producta, quia continet diametrum, eſt omnium longiſsima, & ſibi propinquiores ſunt cæteris remotioribus maiores, & omnes æqualiter ab illa diſtantes ſunt æquales. Ergo termini illius ſuperficiei uidebuntur arcuales, & tota ſuperficies uidebitur concaua. Et ſi illæ ſuperficies ſint obliquatæ uiſibus, ſiue arcualitas terminorum ſit ſuperius, ſiue inferius, ſiue à dextris, ſiue à ſiniſtris, ſemper per eandem demonſtrandum. Patet ergo propoſitum.

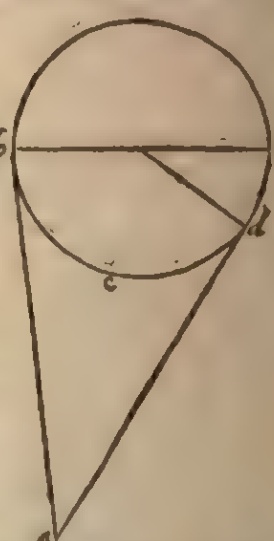
50. Centro foraminis uuea & circumferentia circuli in eadẽ ſuperficie exiſtẽtibus: circumferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur. Euclides in præfat. & 22 the. opt.

Eſto foraminis uueæ centrum a, in eadem exiſtens ſuperficie cum circumferentia circuli uiſi: itaquòd plana ſuperficies circuli imaginata produci ſecet ſphærã oculi trans centrum: illius quoq; circumferentia circuli ſit g b: & eius centrum k: & à punctis illius circumferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uiſum a: quæ ſint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a: ſecũdum quas lineas formæ illorum punctorum accedunt ad uiſum. Dico, quoniam arcus b g apparet uiſui linea recta. Ducãtur enim à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g. Quoniam ergo linea k b uidetur ſub angulo k a b, & linea k d ſub angulo k a d, qui minor eſt angulo k a b, quoniam pars eius eſt: ergo per 20 huius palàm eſt, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, quoniam ſub maiori angulo uidetur: & ſimiliter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior quàm k z: & eodem modò uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior quàm k i, & k i maior quàm k z. Punctus quoq; z inter omnes datos punctos, quoniã cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctus e, & punctus e propinquior quàm punctus d, & punctus d propinquior quàm punctus b. In apparentia ergo uiſui aliquid tollitur de curuitate arcus z b. Et ſimiliter eſt de arcu z g. Accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b. Cum enim per 8 p 3 linea a z ſit omnium breuiſsima, & linea a e breuior ſit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b: patet quòd in uiſu aliquid remanet curuitatis apprehẽſæ: & ſic non uidebitur tota peripheria linea recta, ſed ad rectitudinem aliqualiter accedens. Patet ergo propoſitum. Et hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus peripheriæ circuli uiſui oppoſitis. Quia ſi à puncto z ducatur aliqua perpendicularis ſuper lineam a z: tunc non eſt differentia magna uiſui inter arcum & lineam contingentem, cum per maius ſpatium uiſio fit, propè uerò exiſtente uiſu, maior percipitur conuexitas uel concauitas: & magis apparet. Quòd ſi centrum oculi & circulus non ſint in eadem ſuperficie: tunc circumferentia circuli uidebitur curua: quoniam tũc ſitus partiũ lineę circularis ſecundũ ſuũ ſitũ & eſſe propriũ peruenit ad uiſum, & depingitur ſecundũ ſuã curuitatẽ in ſuperficie illius, licet quãdoq; forma ſphærica illius curuitatis ſecundũ aliquid ſui uarietur.



51. Circulo centroq; foraminis uuea in eadem ſuperficie exiſtentibus: minus ſemicirculo uidetur.

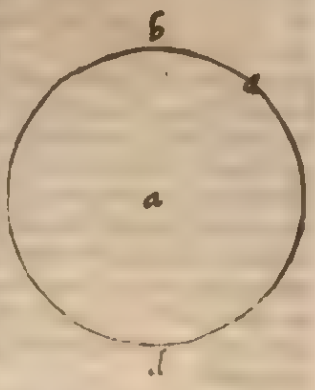
Sit centrum foraminis uueæ, quod ſit punctum a: & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem ſuperficie plana exiſtentia: uideaturq; arcus b c d: dico, quòd minus ſemicirculo uidebitur. Si enim arcus b c d, qui uidetur, ſit ſemicirculus, neceſſe eſt lineas a b & a e ſuper terminos diametri b e incidere: aliter enim ſemicirculus non uidebitur: quia ſola diameter eſt, quæ diuidit circulũ per æqualia per 17 defin. 1. Ergo lineæ a b & a e ſemper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur. Palàm ergo per 18 p 3, quoniam utraq; cum diametro b e angulũ rectum continebit: triangulus itaq; a b e habebit duos angulos rectos, & tertium angulum: quod eſt cõtra 32 p 1, & impoſsibile. Patet ergo propoſitum.



52. Centrò

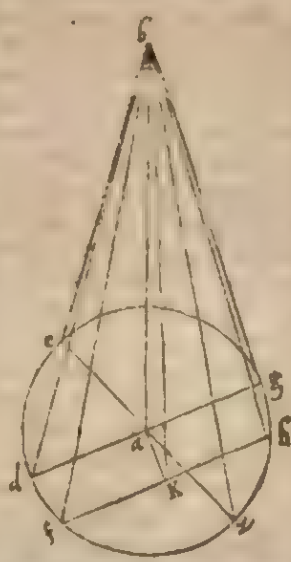
52. Centro foraminis uuee existente in circumferentia uel in centro circuli: totalis circulus uidetur.

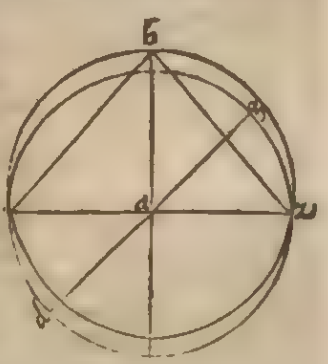
Esto centrum foraminis uuee punctum a in circumferentia circuli d b: dico, quòd totus circulus d b uidebitur. Nec enim est punctus in toto circulo, à quo ad quemlibet punctum datum in circumferentia duci linea recta non possit. Et quia, ut ostensum est per 2 th. 3 huius, possibile est solum illud uideri, inter cuius quodlibet punctum & ali quod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile: formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente. Totalis ergo circulus secundũ omnia sua puncta uideri poterit cẽtro foraminis uuee in illius circuli circumferentia collocata. Et quoniam centro foraminis uuee in centro circuli existente, adhuc omnes lineæ ducibiles à punctis circumferentiæ ad centrum, ad ipsum uisum perueniunt: patet, quia fiet uisio secundum lineas, quæ à punctis circumferentiæ ducũtur ad centrum uisus per 17 th. 3 huius. Et hoc est propositum.



53. Existente cẽtro oculi in linea à centro circuli super superficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquè superficiei circuli insistẽtis æqualis semidiametro: omnes diametri in eodem circulo productæ æquales uisui apparebunt. Euclides 35. 36 th. opt.

Esto circulus d e g: cuius centrum sit punctus a: erigaturq; linea a b perpendiculariter super circuli superficiem: & ducãtur diametri e z & d g: ponaturq; centrũ oculi in linea a b in puncto b. Dico, quòd omnes diametri ductæ trãs superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur. Ducantur enim à centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g. Quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a cõmunis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z est æqualis angulo a b g: & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uisus inter se sunt æquales. Ergo per 19 uel 20 huius omnes semidiametri æquales apparent: imò & ipsi diametri: sub æqualibus enim angulis omnia uidẽtur, & totales diametri & partes. Sed & omnes lineæ æquidistantes alteri diametrorum, uidentur minores diametris, & remotiores minores propinquioribus: quod patet ducta linea f h æquidistante diametro d g, cuius medio pũcto, qui sit k, incidat linea b k: & copulentur lineæ b f, & b h, & a k: eritq; linea a k per 3 p 3 perpẽdicularis super lineam f h, quoniam ueniens à centro dimidit ipsam per æqualia in puncto k. Quia itaq; in trigonis b a g & b k h anguli b a g & b k h sunt recti, ut b a g ex hypothesi, & b k h per 29 th. 1 huius: linea uerò b k est maior quàm linea b a, & linea a g est maior quàm linea k h: ergo per 37 th. 1 huius angulus b h k est maior angulo b g a: similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a. In trigonis ergo d b g & f b h erit per 32 p 1 angulus d b g maior angulo f b h: diameter ergo d g uidebitur maior, quam linea f h per 20 huius. Similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquidistantibus diametro, respectu ipsius diametri, & ad inuicem demonstrãdum. Quælibet ergo minor uidebitur minor: & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ. Et hoc est propositum primum. Si uerò linea a b non sit erecta super circuli superficiem, sed obliquè insistens, sit tamen æqualis semidiametro circuli, ad huc diametri d g & z e uidebuntur æquales, centro uisus in puncto b existente. Cum enim ex hypothesi z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem: palàm quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a ad quantitatem semidiametri e a circulus describatur in superficie, in qua sunt lineæ a e, a z, à b: palàm quia transibit per punctum b: ergo per 31 p 3 angulus e b z est rectus: similiter quoq; ostendetur angulum g b d esse rectum. Et quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparẽt per 19 uel 20 huius: palam quia omnes diametri illius circuli quotcũq. ducãtur, æquales apparebũt, sicut diameter e z ipsi diametro g d: quod erat ꝓpositũ secundũ. Patet ergo totũ, quod ꝓponebatur.

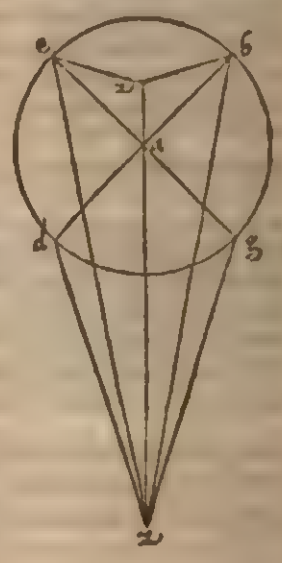




54. Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli (cuius superficiei in centro obliquè est insistens) æquales angulos cum diuersis semidiametris continentes: illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt Euclides secunda parte 36 & 38 th. opt.

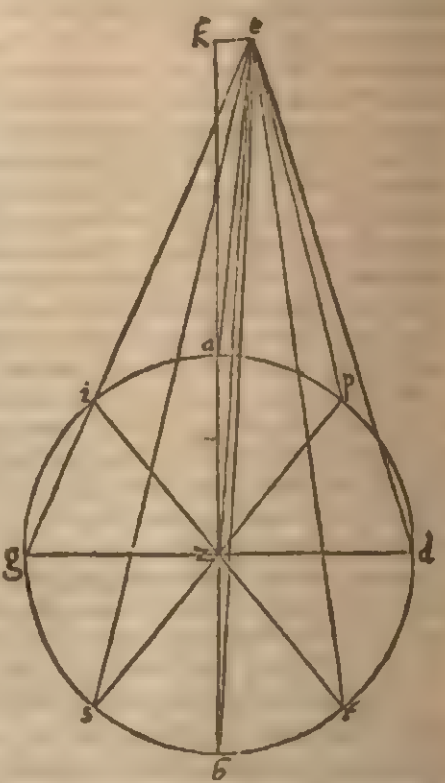
Sit circulus b g d e, cuius centrũ a: & sit centrũ uisus z: ducatq; linea a z nõ erecta, sed obliquè incidẽs super-

ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a: ſit tamẽ angulus d a z æqualis angulo g a z,& angulus e a z æqualis angulo b a z. Dico,quòd adhuc diametri d b & e g uidebuntur æquales: quoniam enim linea d a eſt ęqualis a g,& linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d: eſt quoq; ex hypotheſi angulus d a z æqualis angulo g a z: erit per 4 p 1 linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a: ergo per 19 uel 20 huius baſis d a uidebitur æqualis g a baſi. Similiter quoq; per eadem demonſtrabitur angulus e z a æqualis angulo b z a: & per præmiſſa uidebitur linea e a ęqualis lineæ b a,& angulus a z g æqualis eſt angulo a z d, & angulus e z a æqualis angulo a z g: ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g ſit æqualis. Videbitur ergo,ut ſuprà patuit, diameter d b æqualis diametro e g. Quod eſt propoſitum. Poſsibile eſt autem hoc in quibuſdam diametris accidere,non autem in omnibus diametris circuli taliter uiſui oppoſiti: nó ergo oportet quòd omnes diametri illius circuli uideantur æquales: non enim illæ diametri uidebuntur æquales, cum quibus linea z a facit angulos inæquales.



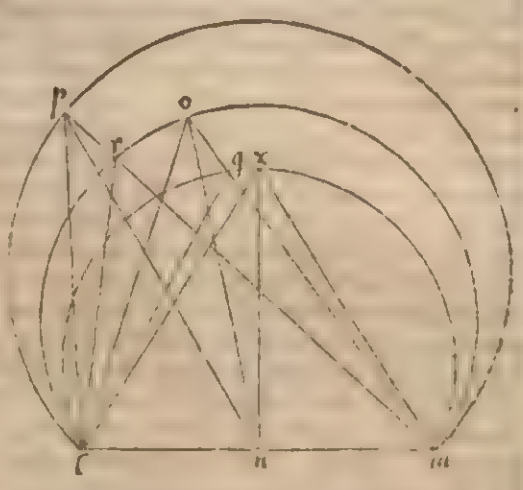
55. Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens, non erigatur ſuper ſuperficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, ſitq; maior ſemidiametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq; circulus uidebitur ſectio columnaris: cuius maxima eſt diameter illa, cui perpendiculariter incidit linea radialis. Euclides 37. 39 th. opt.

Eſto circulus a g b d: cuius centrum z: & ducantur diametri a b & g d, ſe ad inuicem orthogonaliter ſecantes: ſitq; centrum oculi e: à quo ducatur linea e z ad centrum circuli, diametro quidem d g ſecundum angulum rectum perpendiculariter incidens, diametro uerò a b obliquè, ut acciderit: non erit ergo linea e z erecta ſuper ſuperficiem circuli: ſitq; linea e z maior ſemidiametro circuli. Dico,quòd diametri a b & g d uidebuntur inæquales: & g d maxima quidem, a b uerò minima: & quòd totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti ſectio columnaris: & quòd omnis diameter circuli, quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa: & duæ tãtùm diametri apparebunt æquales, ut illæ, quæ æqualiter diſtant ab utraq; parte à minima diametro, quæ eſt a b. Quoniam enim diameter g d eſt perpendicularis ſuper diametrum a b, & ſuper lineam z e, palàm per 4 p 11 quoniam linea g z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt lineæ e z & a z, uel a b: ergo per 18 p 11 erit circulus propoſitus orthogonalis ſuper ſuperficiem e a z: ergo & e a z ſuperficies erecta erit ſuper circulum. Ducatur ergo à puncto e ſuper ſuperficiem circuli a b g d perpendicularis per 11 p 11: hæc itaque per præmiſſa neceſſariò cadet in communem ſectionem illarum ſuperficierum, quæ eſt a b: cadat ergo,& ſit e k: & ducantur lineæ e a, e b, e d, e g: producaturq; diameter circuli alia, quæ ſit s z p, conſtituens cum diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15 p 1: ducatur quoque alia diameter, quæ ſit i z t: ita ut anguli g z s & i z g ſint æquales. Quia itaque à puncto e in aere dato ſuper ſubſtratam planam ſuperficiem circuli, qui eſt a b g d, ducuntur duæ lineæ, una perpendiculariter, quæ eſt e k, & alia obliquè, quæ eſt e z, & inter puncta incidentiæ, quæ ſunt k & z, copulatur linea z k in ipſa ſuperficie: patet per 39 th. 1 huius, quoniam angulus e z k minimus eſt omnium angulorum ſub linea e z obliquè incidente, & ſemidiametro z i uel z p, uel quacunq; alia diametro contentorum: & omnis angulus iſtorum angulorum propinquior angulo e z k eſt minor remotiore: duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo e z k approximantes, ut ſunt anguli i z k, & p z k inter ſe ſunt æquales. Copulentur quoq; lineæ e i, e s, e p, e t. Quia itaq; ab angulis duorũ trigonorũ d e g & t e i, ad medietates ſuarũ baſiũ æqualiũ in trigono d e g linea e z perpẽdiculariter incidit, & in trigono t e i obliquè, eſtq; linea e z maior medietate utriuſq; illarũ baſium g d, & i t, ut patet ex hypotheſi: ergo p 49 th. 1 huius erit angulus d e g maior angulo t e i: ergo p 20 huius diameter d g uidebitur maior diametro i t. Et quoniã, ut oſtẽſum eſt p 39 th. 1 huius, angulus e z i eſt maior angulo e z a, ambabus uerò baſib. trigonorũ t e i & a e b, quæ ſunt i t & a b, ad



medium

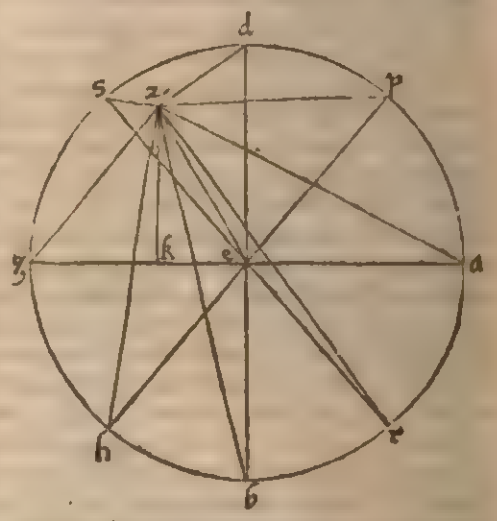
medium punctum, quod est z, linea e z incidit obliquè: erit per 51 th. 1 huius angulus t e i maior angulo a e b: ergo per 20 huius diameter i t uidebitur maior diametro a b. Et sic per præmissa de qualibet aliarum diametrorum, respectu diametri a b, est demonstrandum. Omnium itaq; diametrorum circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima: & propinquiores diametro g d uidetur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes, uidentur æquales, ut sunt i t & s p per præmissam: quoniam propter æqualitatem angulorum aliquorum, qui sunt e z i & e z p per 39 th. 1 huius, anguli t e i & s e p fiunt æquales per 4 p 1. Totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colúnaris. Sed & suppositis ijs, quæ per 39 th 1 huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari. Extra hanc enim figuram protrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3 p 1, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11 p 1, & resecetur linea n x ad æqualitatem lineæ z e quæ est ex hypothesi maior quàm linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis: ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonum l m x: & per 5 p 4 circumscribatur ei portio circuli, quę sit l m x: est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearum n m & n l. Et quoniã trigonorum g z e & l n x, latus g z, est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, quoniã, ut patet ex præmissis, uterq; ipsorũ est rectus: erit per 4 p 1 basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratione in trigonis d z e & n x m: erit linea d e æqualis lineæ m x: & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d. Fiat quoq; super punctum n terminũ lineæ l n per 23 p 1 angulus æqualis angulo i z e: & sit angulus l n o: fiatq; per 3 p 1 linea n o æqualis lineæ e z: & ducãtur lineæ l o & m o: describaturq;, ut suprà, circa trigonum l o m portio circuli, quæ sit l o m: erit quoq; secundum præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t. Item, ut prius, per 23 p 1 constituatur super punctum n terminum lineæ l n angulus l n p æqualis angulo a z e: & fiat linea n p æqualis lineæ e z: & ducantur lineæ l p & p m: & circa trigonum l p m describatur portio circuli, ut prius, quæ sit l p m: erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b: ducaturq; linea à puncto l ad punctum sectionis, ubi linea m o secat circumferentia portionis circuli, quæ l x m, quæ linea sit l q. Et quia per 27 p 3 angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadũt enim in eundem arcum, quem chordat linea l m: angulus uero l q m maior est angulo l o m per 16 p 1, patet quia angulus l x m maior est angulo l o m: angulus uerò l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t: palàm ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo i e t. Similiter quoq. ducta linea l r ad punctum sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m: palam ut prius, quoniã angulus l o m maior est angulo l p m. & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b: erit angulus i e t maior angulo a e b: ergo per 20 huius maior apparebit uisui in puncto e positio diametri g d, quàm diameter i r, & diameter i t maior diametro a b. Et quoniam de omnibus diametris cadentibus in arcum ita eadem est demonstratio, respectu diametri a b: patet quod omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b. Omnium itaq; diametrorum cõcurrentium cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uerò media diuidẽs angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur inter diametros g d & a b. Et quia per præmissa angulus r e t æqualis est angulo s e p, palàm quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniam sunt à diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15 p 1. Hoc ergo est propositum.

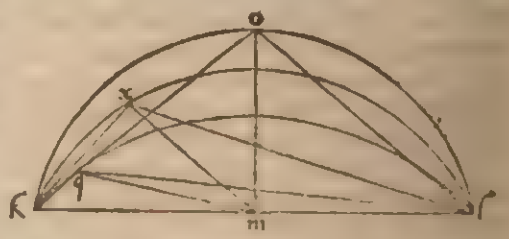


56. Si linea recta à centro circuli centro ũsus incidens, non erigatur super superficiem circuli, nec æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro: diametri illius circuli inæquales apparebunt: totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui obliquè incidit linea radialis. Euclides 37. 39 th. opt.

Esto circulus a b g d: cuius centrum e: & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in centro e: & ducatur linea e z, quæ neque sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d: & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b. Dico, quod diametri propositi circuli apparebunt inæquales: & quod totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omnium minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab illis ambabus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto z existente, ut sunt diametri h p & s r. Quia enim angulus z e g est rectus: ducantur lineæ z g, z d, z a, z b: & ducantur ad diametrum h p lineæ z h, z p: & ad diametrum s r lineæ z s & z r, & omnibus aliis, ut in præmissa, dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrum g a, cui perpendiculariter incidit linea z e. Per 39 itaque th. 1 huius patet, quod angulus z e k est minimus omnium angulorum illorum:

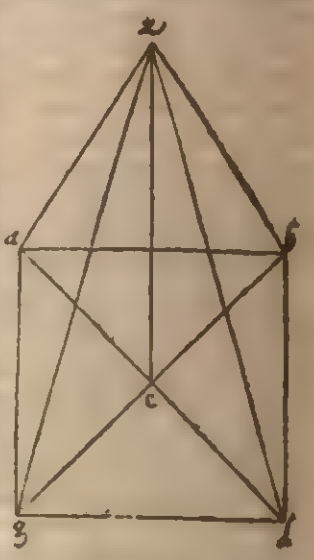
illorum: & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore. Quia uerò ab angulo trigoni g z a deſcendit linea z e ad medium baſis, quæ eſt a g, perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p deſcēdit eadem linea z e obliquè ad medium baſis h p: eſtq; linea z e minor medietate utriuſq; illarum baſium æqualiū, ut patet ex hypotheſi: palàm per 50 th. 1 huius, quoniā angulus g z a eſt minor angulo h z p: item per 51 th. 1 huius angulus h z p eſt minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuſcunq; diametris medijs demonſtrandum. Patet ergo per 20 huius, quoniam omnium illarum diametrorum a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo ſe habentes, ſecundum quod plus approximant hinc & inde. Duæ quoq; diametri æqualiter diſtantes ab extremis, uidentur ęquales per 54 huius. Patet ergo propoſitum. Sed & ſuppoſitis 15, quæ per 39 th. 1 huius declarata ſunt, poteſt reliquum aliter demonſtrari: Aſſumatur, ut in præmiſſa, linea k l æqualis diametro g d: & diuidatur in duo æqualia in puncto m: & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z: erit ergo linea m o ex hypotheſi minor ſemidiametro g e, & minor linea k m: & ducātur lineę k o & l o. Trigono quoq; k o l circumſcribatur circuli portio per 5 p 4, quę ſit k o l: eſt autem illa portio minor ſemicirculo: quia linea m o eſt minor ſemidiametro: eritq; per 4 & 8 p 1 angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit item per 23 p 1 angulo p e z æqualis angulus k m x: & ſit linea x m æqualis lineæ e z: ductiſq; lineis k x & l x, circumſcribatur trigono k x l portio circuli k x l: & erit modo præmiſſo angulus k x l æqualis angulo h z p. Item ſit angulus k m q æqualis angulo a e z: & ſit linea m q æqualis e z: ductiſq; lineis k q & l q, ut prius, deſcribatur portio circuli k q l: & erit angulus k q l æqualis angulo d z b. Et quia ut in præmiſſa patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l: erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b. Apparebit ergo diameter d b maior quàm diameter h p, & h p maior quàm g d. Diameter uerò h p & e i æqualiter condiſtans (quæ ſit r) à diametro g a, æquales apparebunt per 54 huius. Et hoc eſt propoſitum.





57. Centro uiſus exiſtente in linea erecta ſuper ſuperficiem quadrati in punctō interſectionis duorū diagoniorū: latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales. Euclides 59 th. opt.

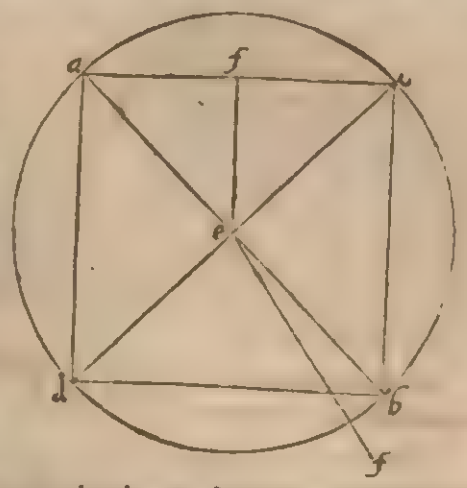
Sit tetragonus a b g d: & protrahātur in ipſo diagonij a g, b d: & earum interſectio ſit e: erigatur e z ſuper ſuperficiem tetragoni per 12 p 11: ponaturq; oculus in aliquo puncto lineæ e z, ut in z: & ducātur lineæ z a, z b, z d, z g. Quia itaq; per 40 th. 1 huius medietates diagoniorum inter ſe ſunt æquales, ut d e & g e, & linea e z eſt communis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e ſunt recti per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ: erit per 4 p 1 baſis z g æqualis baſi z d, & angulus e z g ęqualis angulo e z d: uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ g e per 20 huius. Et ſimiliter per eadem, quia angulus a z e eſt ęqualis angulo b z e, uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e: tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g. Et quoniā linea g z eſt æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z, & linea a b eſt æqualis ipſi g d: quoniam ſunt latera eiuſdem quadrati, & ſic tria latera unius trigoni ſunt æqualia tribus lateribus alterius: ergo per 8 p 1 anguli æqualibus lateribus contenti ſunt æquales: omnia itaq; latera ipſius quadrati hoc modo æqualia apparebunt. Et hoc eſt propoſitum: quoniam in omni puncto lineæ e z eadem eſt demonſtratio, concludendo ſemper per 20 huius.



58. Si recta linea maior uel minor medietate diagonij quadrati, à medio puncto centro uiſus incidens, obliquata ſuper eius ſuperficiem, æquales angulos contineat cum diuerſis medietatibus diagoniorum: diagonij illius quadrati apparebunt æquales.

Sit quadratum a b c d: cuius medius punctus inueniatur per 40 th. 1 huius, quod ſit e: & ducātur diagonij a e b & c e d: ſitq; cētrum uiſus f: & linea f e ſit maior quàm linea e a medietate diagonij, uel minor illa: ſit quoq; linea f e obliquata ſuper ſuperficiem quadrati, ſit tamen angulus f e a æqualis angulo f e c. Dico, quòd adhuc diagonij ipſius quadrati ęquales apparebunt. Circa pūctum enim e deſcribatur circulus ad quantitatem ſemidiametri e a: palàm ergo (cum omnes medietates diagoniorum

niorum sint æquales per 40 th. 1 huius) quoniam per 9 p 3 circulus iste circũscribetur totali quadrato, omnes terminos diagoniorũ attingens: erunt ergo diagonij quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestum est per 54 huius, quoniam diametri circulorum in hac dispositione omnes uidẽtur æquales: ergo & diagonij quadrati, cum sint eędem cũ illis. Et hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris polygonijs cuiuscunq; formæ: & per eadẽ uel similia demonstrandum.



59. Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ obliquè à centro uisus incidente, & inæquales angulos cum diagonys continente, siue maior siue minor semidiagonio fuerit: semper diagonij quadrati inæquales apparebunt. Euclides 61 th. opticorum.

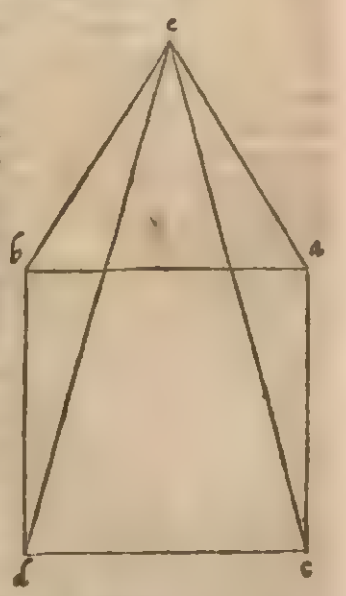
Remaneat dispositio proximę præcedentis: conti neatq; linea f e inæquales angulos cum diagonijs, ita quòd angulus f e a sit inæqualis angulo f e c: & circunducatur circulus quadrato circa centrum e, ut prius: & si linea f e fuerit maior semidiagonio a e, concludetur per 55 huius diametros circuli (qui sunt diagonij propositi quadrati) inæquales uideri. Quòd si linea f e fuerit minor semidiagonio a e: tunc similiter per 56 huius cõuincetur diagonios quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamẽ istarũ inæqualitatum fit secundum modum illic in circulis propositum, secundum diuersitatem angulorũ incidentię hinc inde. Patet ergo propositum: Et eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte longiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omn. bus polygonijs parium angulorum faciliter demonstrari, quòd ipsorum diagonij quandoq; æquales uidentur, & quandoq; inæquales: nec in talibus duximus immorandum, quia quilibet huius scientiæ perscrutator hoc faciliter comprehendet.

60. Centro foraminis uuea in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ recti linea existente, semper figura secundum sui formam propriam uisui occurret.

Verbi gratia sit figura data, exempli causſa, quadrata. & inueniatur pũctus medius per 40 th. 1 huius, in quo ponatur centrum foraminis uueę: & hoc est, ut superponatur oculus illi puncto. Et quoniam ab illo puncto ad omnem punctum laterum & angulorum possunt duci lineę æquales uel proportionales ijs, quę in ipsa superficie: patet, quòd forma cuiuslibet illorum punctorum uidebitur: & propter æqualitatem linearũ radialium ad eas, quę in superficie, lineas, figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extrà in superficie rei uisę. Patet ergo, quod totalis forma & figura illius superficiei uidebitur, sicut est propria illi figuratio, cuiuscunq; sit figurę. Et hoc est propositum.

61. Figura quadrata uno solo latere directè uisui opposito, è distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d: & centrum uisus e: & latus quadrati, quod sit a b, opponatur uisui directè: palàm ergo, quoniam alia uisui opponentur obliquè: sed per 26 huius quantitas obliquè uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uerò uisui opposita uidetur suę proprię quãtitatis, quàm obliquè uisa: sub maiori enim angulo uidentur omnia directè uisibus oppositu, q̃ sibi æqualia, quæ opponuntur uisibus obliquè. Tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uerò quadrata è distantia uisa altera parte longior uidetur, ut proponitur: sed & est possibile, altera parte longior appareat uisui esse quadrata, ut si latus eius breuius directè opponatur uisui & lõgius obliquè: tũc enim potest fieri propter dispositionẽ obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet polygonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit suę formę diuersitas in uisiõe, quę omnia relinquimus diligentię particulariter perquirentis: sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.



62. Si quadratum, cuius latus non sit excedens distantiam oculorum, uisibus propius apponatur: uidebitur altera parte longius: & latera uisibus obuiantia ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

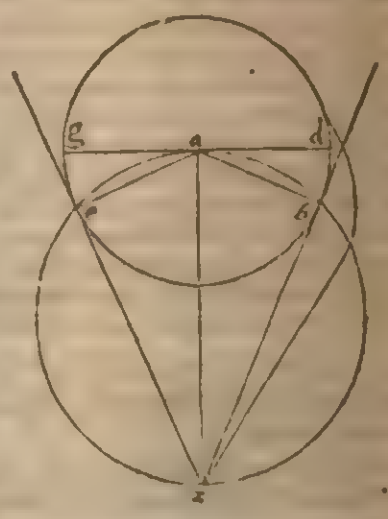
Sit quadratum a b c d, ut in præmissa, cuius latus a b non sit excedens quantitatem lineæ connectentis centra oculorum, hoc est distantiam oculorum: & applicetur uisibus, ut propius potest, se-

cundum latus ſuũ a b: dico, quòd uidebitur altera parte longius. Latera enim eius duo, ſcilicet a c & b d directe ſubijciuntur uiſui, quoniam quodlibet illorum laterum imaginatum extendi ſecundum ſuum continuum & directum, penetrat centrum uiſus, cui directè ſubijcitur: & ſic forma eius directè depingitur in ſuperficie ipſius uiſus, & latus c d directè opponitur uiſui: uidebũtur ergo illa ſuæ proprię quantitatis per 26 huius: latus uerò a b uidetur obliquè, quoniam cadit intra axes uiſuales, nec ſuper ipſum erigitur aliquis axium uiſualium: uidetur ergo minus per eandem 26 huius. Totũ ergo quadratum a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quę ſunt latera illius quadrati uinbus obuiantia, uidebuntur plus diſtare ſecundum lineam c d, quã ſecundum lineam a b: uidentur ergo concurrere uerius partem uiſus. Quod eſt propoſitum. Et eadem paſsio accidit figurę quadrangulæ altera parte longiori. nec eſt differentia quò ad illam: quod etiam per eadem poteſt demõſtrari. Patet ergo propoſitum. Et quoniam figura corporalis quædam figura eſt, licet uiſio corporeitatis ſit alia à uiſione figurę, quomodo uirtuti diſtinctiuæ error in uiſione figuræ accidat, duximus in poſterius differendum.

63. Corporeitas comprehenditur à uiſu, in quibuſdam corporibus per ſe, & in quibuſdã auxilio uirtutis iudicatiuæ. Alhazen 31 u 2.

Cum enim corporeitas ſit extenſio corporis ſecundum triną dimẽſionem: dico, quòd ipſa quandoq; comprehenditur in quibuſdam corporibus à uiſu per ſe: quædam enim corpora continentur à ſuperficiebus planis ſecantibus ſe rectè uel obliquè adinuicem: & quædam a ſuperficieb. cõcauis & conuexis: & quædam à ſuperficiebus cõuexis & planis: & quędã a ſuperficieb. concauis & planis: & quędam à diuerſis ſuperficiebus conuexis, cõcauis & planis ſe interſecantibus: & quædã cõtinentur ab una ſola ſuperficie rotunda. Corpus itaq; contentum à ſuperficiebus ſecantib. ſe, cuius una ſuperficies eſt plana: quando ſuperficies eius fuerit oppoſita uiſui ſecundum directã oppoſitionem ſiue obliquatam, ita tamen, quod cõmunis ſectio duarum ſuperficierum uideatur, & quod ambę ſuperficies ſe ſecantes occurrant ſimul uiſui: tunc extenſio corporis ſecundum longitudinem & latitudinem, & ſecundum profunditatẽ à uiſu comprehendetur. Sic ergo corporeitas comprehenditur. Corpora quoq;, quorum ſuperficies eſt conuexa, ſiue ſit una, ſiue multæ, cum opponuntur uiſui ſecundum directionem uel obliquationem, erunt remotiores partiũ eius à uiſu inæquales, & erit mediũ cõuexi eius propinquius extremitatibus uiſus per 8 p 3: reliquę uerò partes eius erunt à uiſu remotiores, qua comprehenſione ſentiet uiſus corporeitatem: quoniam cõprehendet profunditatem partium plus remotarum à ſe reſpectu partium propinquiorum ſibi: & cum hoc comprehẽdet longitudinem & latitudinem dimenſionum illorum corporum. Corporis quoq; concaui concauitas percipi poteſt à uiſu ſecundum mediocrem diſtantiam: tunc enim, quia medium eius maximè ẽlõgatur a uiſu per 8 p 3, ut prius: profunditas illius corporis cõprehẽditur à uiſu propter maiorem diſtantiam unius partis reſpectu aliarum: ſed ex conſequenti lõgitudo & latitudo patent. Quòd ſi plures ſunt in ipſo ſuperficies ſe ſecãtes, quarũ communes ſectiones ſe ad uiſum offerant, corporeitas ipſorum cõprehenditur à uiſu cum ſentitur obliquitas illarum ſuperficierum. In ijs aũt omnib. attendenda eſt mediocritas diſtantię, quoniam in maximis remotionib. eſt ſecus: tunc enim per uiſum nudum non comprehenditur corpus propter uiſionem ſuperficiei, ſed auxilio uirtutis animæ ſuperioris: eſt enim principium quieſcens in anima ex conſuetudine uiſionum: & eſt tale, quòd nihil uidetur niſi corpus. Vnde quando uiſus uidet aliquam uiſibilem ſuperficiem, ſtatim uirtus iudicatiua animæ, licet, quòd uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uiſus extenſionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per ſe comprehendet uiſus per comprehenſionem ſuperficiei cuiuſcunque per 17 th. 3 huius: non autem comprehendet ſemper corporum profunditatem, quę eſt tertia dimenſio ipſorum, niſi auxilio uirtutis ſuperioris ipſius animę. Patet ergo propoſitum.

64. Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.



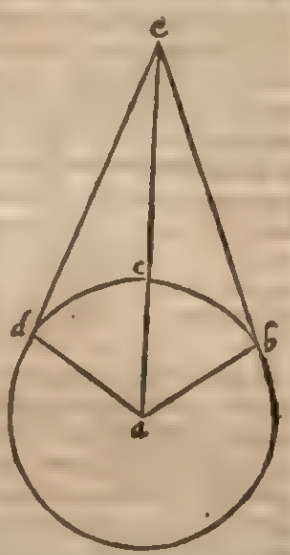
Eſto data ſphæra d g e b: cuius centrum ſit a: circulus eius magnus d g e b: quę ſphęra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctum z: & ſuper lineam diſtantiæ centri ſphęrę, quod eſt à, & centri oculi, quod eſt z, poſitam pro diametro, quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z: & ducantur ad ſectiones circulorũ iſtorum lineę z b & z e. Dico, quòd hę lineę cõtingunt circulum d g e b, qui eſt circulus magnus, ppoſitę ſphęrę: & quòd ipſæ ſunt lõgiores omnibus alijs lineis ducibilib. à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphærę ad centrum uiſus. Ducantur enim à centro ſphærę, quod eſt a, duę lineę ad terminos linearum z e & z b, quę facient cum eis angulos rectos: fient enim anguli a e z & a b z recti per 31 p 3, quia uterq; illorum cadit in ſemicirculo: ergo per 16 p 3 illæ duę lineę z e & z b ſunt contingentes circulum d g e b: protractæ ergo circulũ

non ſeca-

non ſecabunt. Si uerò dicatur, quòd illę cõtingentes nõ ſunt longiſsimę, quę perueniunt à punctis ſuperficiei ſphærę uiſę ad centrum uiſus z: ſint alię longiores. Et quia, ut patet ex præmiſsis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum, quem contingit per 16 p 3: ergo ſi à pũcto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineę z e & z b, protrahatur linea longior quã ſit linea z b uſq; ad circulum: palàm ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet: quod eſt impoſsibile. Illæ ergo duæ lineę contingentes circulum, ſunt omnibus alijs lineis longiores. Quod eſt propoſitum.

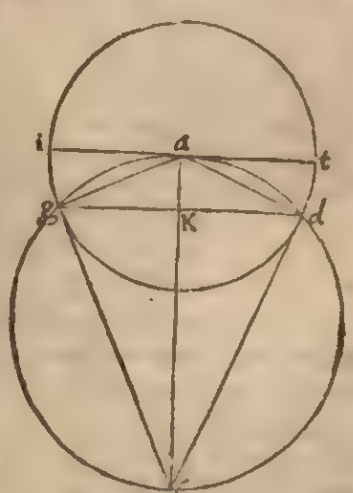
65. Sphæræ à remotiſsimo uiſæ ſuperficies cõuexa uel cõcaua uidetur plana. Euclides 25 th. opt.

Sit ſphæra, cuius centrum ſit a: & in ea circulus magnus b c d: & ſit centrum uiſus e: ducanturq; lineę e a, e b, e c, e d: palamq; per 50 huius, quoniam forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d, accedit ad rectitudinem: & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra. Totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei ſphęrę, cui uiſus incidit, uidetur plana: & ſicut arcus circulorum in ſuperficie ipſius deſcriptibilium accedunt ad rectitudinẽ linearum, ſic totalis ſphærę ſuperficies ad planiciem accedit. Et per eadem poteſt fieri demonſtratio de concaua ſuperficie ipſius ſphærę. Cum enim nulla partium rei uiſę plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaque totum conuexum corpus uel concauum in remotione maxima fuerit à uiſu: tunc uiſus non comprehendet concauitatẽ uel conuexitatem, ſed comprehendet ipſum quaſi planũ: quia ſitus partium ſuperficiei ſuę adinuicem nõ comprehẽduntur à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundum continuitatem ęqualem perueniunt ad uiſum, & in ipſius uiſus ſuperficie ſecundum diuerſitatẽ ſitus figurantur: unde plana iudicantur, & plana uidebitur totalis ſuperficies rei uiſæ. Et ob hoc figuræ ſuperficierum ſolis & lunę uidentur planæ: ſemidiametri enim ipſorum ad lineam ſuæ diſtantię, quę à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunę centra ducitur, non habet aliquã ſenſibilem proportionẽ: unde nihil aufert à quantitate lineę à centro uiſus producte contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexę ipſius ſphęrę ad uiſum accedens, eſt linea circulum magnum illius ſphęrę contingens: & illæ lineę omnes ſunt ęquales inter ſe per 58 th. 1 huius. Et quoniam ſenſibiliter non excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſuperficies illarum ſphęrarum productas: ideo omnes illæ lineę uidentur quaſi ęquales ipſis perpẽdicularibus, quę tranſeunt centra illorum corporum à centro uiſus producte, & arcus interiacentes rectitudini accedunt: unde totales ſuperficies uidẽtur planę. Et hoc idem propter eandem cauſſam accidit in omnibus alijs ſtellis, quę propter remotionem maximã quaſi quędam ſuperficies paruorum circulorum uidentur. Patet ergo propoſitum.



66. Sphærica ſuperficiei conuexa illuminata uno oculo uiſa, ſemper minus hemiſphærio appa ret: & pars eius uiſa circulo continetur. Euclides 23 th. opt.

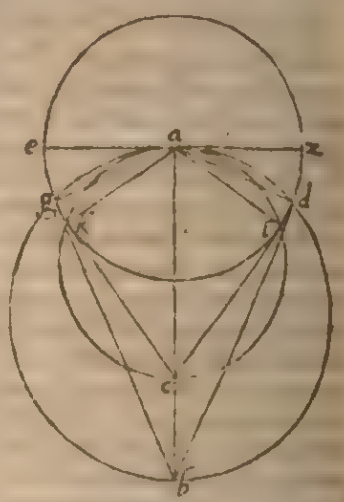
Sit ſphærę uiſę centrũ a: & ſit centrum uiſus b: producaturq; linea a b: ſitq;, ut ſuperficies plana tranſiens punctum b, ſecet ſphęram: erit ergo per 69 th. 1 huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphærę circulus: ſit ille circulus g d: & ſuper diametrum a b, quæ interiacet centrum uiſus & centrum ſphærę uiſæ, deſcribatur circulus, qui ſit a g d b: & producãtur lineæ g b, d b, a g, a d. Quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus, palàm per 31 p 3, quia angulus a g b eſt rectus: ſimiliter autem & angulus a d b eſt rectus: ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulum per 16 p 3. Copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuum, quã ſecabit linea b a per æqualia per 58 th. 1 huius: ſit ergo punctus ſectionis k: eruntq; per 4 p 1 trigona g k b & d k b æquiangula: patet & hoc per 3 p 3. Ducatur quoque per centrum a linea i t æquidiſtanter lineæ g d per 31 p 1: erit ergo per 29 p 1 linea a b perpendicularis ſuper lineam i t, cum ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam g d ęquidiſtantem lineę i t: ergo per 16 p 3 erit linea i a contingens circulum a g b d: & ipſa eſt diameter circuli d g: arcus ergo d g, qui uidetur, minor eſt ſemicirculo, prout etiam patet per 51 huius. Trigonus itaq; b g k, manente fixo latere b k, intelligatur circũduci, quouſq; redeat ad locum unde cœpit: & palàm, quoniam linea b g contingens circulum d g, unumquodq; punctũ ſuperficiei ſphęrę, cui ipſa circũducitur, continget, & linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem, fietq; pyramis, cuius uertex erit punctum b, quod eſt centrum uiſus, baſisq; eius erit circulus per motum lineę k g factus: pars ergo uiſa ſub circulo continetur. Palàm quoque, quoniam uidetur minus hemiſphærio: eſt enim, ut præmiſſum eſt, ſphæræ uiſæ diameter i t, & linea g d illi ęquidiſtans minor diametro:



metro: est autem linea g d diameter basis pyramidis uisionis: minus ergo hemisphærio uidetur. Quod est propositum.

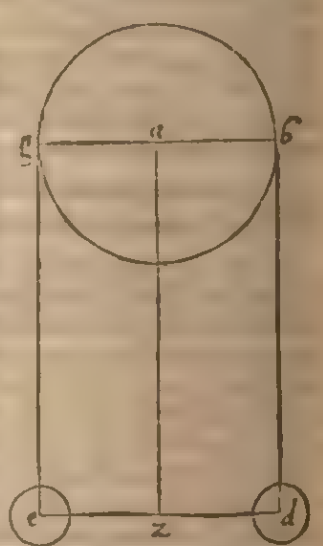
67. Visu sphæra illuminata conuexa approximante, minus superficiei sphæræ uidetur: appareat autem quasi magis uideatur. Euclides 24 th. opt.

Esto, ut in præmissa, sphæra, cuius centrum a: sit quoq; centrum uisus b: & ducatur linea a b: & circa diametrum a b describatur circulus g b d: & ducatur à pũcto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11 p 1. Et quia lineæ a b & e z sunt in una superficie per 2 p 11: intelligatur hæc superficies plana secare sphæram: ipsa autem per 69 th. 1 huius secabit sphæram secundum circulum, qui sit g e z d: eruntq; puncta sectionis duorum propositorum circulorum, quę g & d: & ducantur lineæ g a. d a, b g, b d: & patet per motum proximæ præcedẽtis, quoniam lineę b g & b d contingunt sphæram, & uidetur ab oculo existente in puncto b pars sphæræ g d. Sit ergo, ut appropinquet oculus sphęrę, & fiat in pũcto c: ducaturq; c a, circa quã, ut diametrum, describatur circulus a k c l: ducanturq; lineæ c k, c l, a k, a l: ergo p præmissam uidebitur ab oculo existẽte in pũcto c, pars sphærę, quę est k l, quæ minor est parte sphærę g d uisæ ab oculo existente in puncto b: quoniã arcus cadẽs inter puncta cõtingentię linearum c k & c l, quę per 64 huius contingunt sphęram, minor est arcu g d, qui cadit inter puncta contingentiæ linearũ b g & b d: quod patet per 60 th. 1 huius. Palàm ergo quoniam appropinquante oculo ipsi sphęrę, minus superficiei sphęricę uidetur. Quia uerò, ut patet per 60 th. 1 huius, lineę g b & c k concurrunt, si producantur uersus punctum g: palàm per 16 p 1, quoniam angulus k c a maior est angulo g b a: similiter angulus a c l maior est angulo a b d: totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d. Pars ergo sphęrę, in qua est arcus k l, sub maiori angulo uidebitur, quã pars sphęrę, in qua est arcus g d. Apparet ergo per 20 huius maiorem uisui pars sphęrę, quę est k l, quàm pars eius, quæ est g d. Et hoc est propositum.



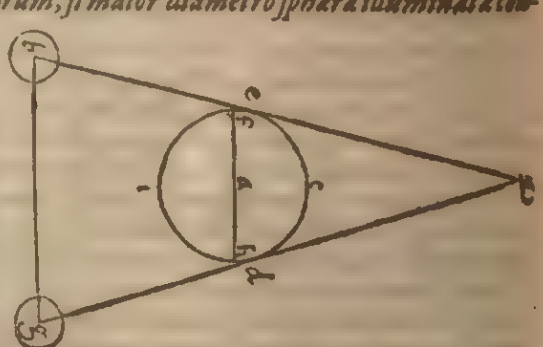
68. Diametro sphæræ illuminatæ conuexæ, lineæ connectenti centra amborum oculorum æquali existente: hemisphærium est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 26 th. opt.

Sphæræ datę sit centrum a: sitq; circulus eius maior, cuius diameter sit b g: quę ex hypothesi sit æqualis distantiæ oculorum, hoc est lineę connectenti centra uisuum amborum, qui sint e & d. Ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quę fiant æquales per 3 p 1: & copuletur linea d e: quæ per 33 p 1 & ex hypothesi erit æqualis & æquidistans lineæ g b. Ducatur quoque perpendicularis à puncto a centro sphęrę super lineam g b per 11 p 1: quę producta ad lineam d e secet ipsa in in puncto z. Palàm ergo per 29 p 1, quoniam linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 28 p 1 erit linea a z æquidistãs lineę g e: ergo per 33 p 1 patet, quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, quia, ut patet ex hypothesi, oculi sunt in punctis d & e: dico, quòd hemisphęrium est quod uidetur. Manente enim fixa linea a z, circumuoluatur parallelogrãmum a b z d, donec redeat ad locum, unde incœpit: linea ergo a b mota describet circulum æqualem circulo g b, cuius ipsa est semidiameter: est autẽ circulus magnus sphęrę datæ circulus g d: ergo per motũ lineę a b describitur circulus magnus: hic autem sphęram diuidit in duo æqualia. Patet ergo propositum.



69. Linea connectens centra amborum oculorum, si maior diametro sphæra illuminata conuexa fuerit: plus hemisphærio est, quod ambobus uisibus uidetur. Euclides 27 th. opt.

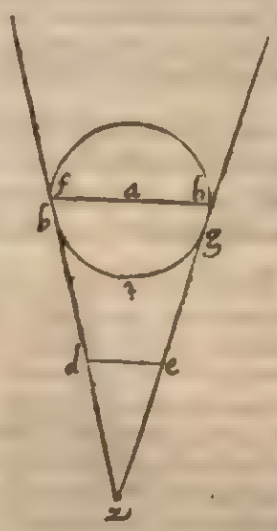
Sit sphæra data, cuius centrum a: & eius circulus magnus sit e c d i: sintq; centra amborum oculorum b & g: sitq; linea b g producta maior diametro datę sphęræ & eius circuli magni. Dico, quòd ambobus uisibus maius hemisphęrio uidebitur. Ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 17 p 3: contingantq; in punctis e & d: & ducatur à puncto a diameter sphęrę æquidistãs lineę b g



per 31 p 1

per 31 p 1. Et quia diameter ſphęrę ex hypotheſi eſt minor quàm linea b g, palàm quoniam lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrent per 16 th. 1 huius: concurrant ergo in puncto z. Quia ergo ab uno puncto z ducuntur duę lineę contingentes circulum, ſcilicet e z & z d: palàm, quia portio circuli, quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 58 th. 1 huius: ergo portio eiuſdem circuli reliqua, quæ eſt e i d eſt maior ſemicirculo: hęc autem portio eſt illa, quę uidetur. Et quia idem eſt de omnib. circulis magnis in tota ſphęra ſignatis: palàm, quia maius hemiſphęrio eſt, qđ de ſuperficie ſphęrica, hypotheſi tali exiſtente, uidetur. Et hoc eſt propoſitum.

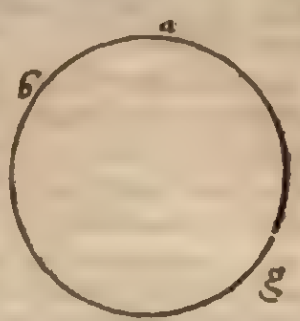
70. Linea connectens centra amborum uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit: minus hemiſphærio eſt, quod uidetur. Euclides 28 th. opt.



Sit ſphęra data, cuius centrum a: & circuli eius magni diameter ſit f h: ſintq; centra oculorum d & e: & producatur linea d e, connectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h: ducanturq; lineæ illũ circulum cõtingentes, quę ſint d b & e g. Dico, quòd minus hemiſphęrio eſt illud, quod uidetur. Protrahantur enim lineę b d & g e. Et quoniam linea d e, eſt minor diametro f h, palàm per 16 th. 1 huius, quoniã lineæ b d & g e, concurrent ultra ambos uiſus: ſit ergo concurſus punctus z. Palàm per 58 th. 1 huius, quoniam cum à puncto z ducãtur duę lineæ unum circulum contingentes, quæ ſunt z b & z g, quòd arcus b i g eſt minor ſemicirculo: minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e. Ergo, ut prius, minus hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e. Et hoc eſt, quod proponebatur.

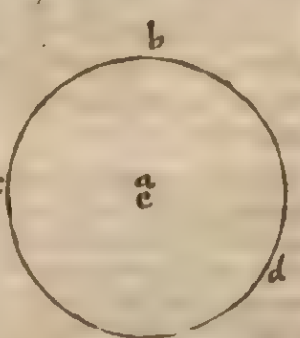
71. Centro foraminis uuea in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente, tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur. Alhazen 44 n 4.

Eſto centrum foraminis uueæ punctus a: & ſit ſphæra data, cuius maior circulus ſit b a g tranſiẽs per centrum a. Patet ergo per 52 huius, quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g poterit uideri. Et quia plurimi circuli magni ſphęræ ſe ſecant ſuper polos ſphęrę, quilibet autem punctus ſphęræ eſt polus ſphæræ: palàm, quia omnes circuli magni ſphærę datę, qui per omnia puncta ſuperficiei ſphęrę imaginari poſſunt, tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctum a: erit ergo punctum a, quod eſt centrum foraminis ipſius uueæ in quolibet illorum magnorum circulorũ: omnes aũt illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant: quia non eſt dare punctum in ſphærę ſuperficie, quem aliquis circulus magnus non tranſeat. Vtu ergo taliter diſpoſito, tota concaua ſphærę ſuperficies uidebitur. Et hoc eſt propoſitum.



72. Centro foraminis uueæ intra ſphæræ concauæ illuminatæ ſuperficiem, uel extra illam exiſtente, portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ: eriq; uiſum quandoq; hemiſphærium: quandoq; maior portio: quandoq; minor. Alhazen 44 n 4.

Eſto centrum foraminis uueę punctum a, & ſit ſphęra concaua, cuius circulus magnus ſit b c d: & centrum ſphærę ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e centro ſphæræ, quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per definitionem circuli magni: tunc manifeſtum eſt per 52 huius, quòd totus circulus b c d uidebitur: ſed & per eandẽ 52 huius, omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquidiſtantes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit centrum uiſus: omnes quoq; lineę rectæ ductę à polo ad peripheriam ſui circuli ſunt æquales per 65 th. 1 huius: & quoniam hi omnes circuli totum hemiſphęrium exhauriunt: patet, quòd in hoc ſitu exiſtente uiſu, totum hemiſphęrium uidebitur. Quòd ſi punctum a, centrum foraminis uueæ ſit ſub centro ſphæræ, quod eſt punctum e, tunc per eadem minus hemiſphęrio uidebitur: ſi ſit ſupra centrum e, ſiue ſit intra ſphęram, ſiue extra: tũc ſimiliter per 2 th. 3 huius, omnes circuli, ad quorum circumferentias poſſunt produci lineę rectę, uidebuntur: maius ergo hemiſphęrio uidebitur. Et ſi linea à centro uiſus ad ſuperficem ſphæræ ducta, obliquè incidat ſuperficiei ipſius ſphęrę: tunc palàm, quòd etiam ſuperficiebus multorum circulorũ obliquè incidet: & poteſt accidere, quòd tota figura ſphærę uidebitur inæqualis, ſuorum circulorum peripherijs quibuſdam tendentibus ad figuram ſectionis columnaris per 55 & 56 huius. Patet ergo propoſitum.



73. Visu hemisphærio concauo appropinquante, minus superficiei sphæræ uidebitur: apparet autem plus uideri.

Hęc potest demonstrari, sicut & 67 huius, de sphæra cõuexa est demonstrata: est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus. Vnde hic sphæra concaua figuretur, ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur. Et hæc quidem de uisione sphærarum dicta sunt, superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde: quoniam hoc non existente, licet in sphærarum superficiebus permaneat dictorum modorum uisibilitas, non tamen actu uidebuntur, nisi luminis interuentu, ut patet per th. 3 huius, & secundum diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarum, quæ uidentur, nouæ passiones uisibus generantur, quales sunt hæ, quas nunc intendimus explicare.

74. Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore, circuloq; basis pyramidis uisionis æquidistante circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente: tota superficies basis pyramidis uisionis illuminata uisibus occurrit: uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26 uel 27 th. 2 huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum, ut proponitur: tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquidistans ei. Circulus autem, qui est basis pyramidis uisionis, ut patet per 70 huius, semper est minor circulo magno sphęrę uisę, quoniam, ut patet ex hypothesi, diameter sphęræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circũferentia circuli minoris sit ęquidistans circumferentiæ circuli maioris: tunc per 68 th. 1 huius, centra duorum illorum circulorum in eadem sphærę diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata: uidetur autem superficies plana per 65 huius. Et hoc proponebatur. Sed etiam si centra illorum circulorum usq; ad punctum contactus circumferentiarum mutentur, quandiu unus circulus alium non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata: & lumen in sphæræ uisę superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata: plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, ubi fit contactus illorum circulorum per 21 th 3 huius. Patet ergo propositum. Et quod hic de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantùm uno fiat oculo, per 66 huius.

75. Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorũ existente, diametroq; sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore, basis pyramidis uisionis intersecet basim pyramidis illuminationis, ita ut ambo centra basium sint sub superficie communis sectionis: erit illa communis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis: uidebiturq; superficies plana gibberosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginentur enim centra basium (quę per precedentem in eadem diametro sphęrę uisę fore disponuntur) tantùm ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen cẽtra ambarum basium sub superficie, quæ est communis ambabus illis basibus, remaneant. tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphęricæ figurę irregularis: quoniam, ut patet per 26 uel per 27 th 2 huius, & ex 70 huius, & ut ostensum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis: & si illius superficici acciperetur punctus medius, lineæ ab illo puncto ad peripherias arcuum ductę, essent inęquales. Videtur autem superficies illa esse plana per 65 huius: & erit gibberosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta: quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suę circumferentię, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suę circumferẽtię. Quod accidit propter inęqualitatem circulorum. Patet ergo propositum.

76. Basi pyramidis uisionis sphæra intersecante basim pyramidis illuminationis, ita quòd ipsorum axes angulum rectum contineant: communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ: uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quòd illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphærę illuminatę est circulus, hoc patet per 26 & 27 & 28 th. 2 huius: quòd etiam basis pyramidis uisionis omnis sphęrę sit circulus, patet per 66 & 68 & 69 & 70 huius. Et quoniam axes istarum pyramidũ ex hypothesi producti ad inuicem angulũ rectũ continent: tunc patet per 33 p 6, quòd ab illorũ axiũ cõcursus puncto secũdũ quantitatẽ semidiametri sphæræ uisę circũducto circulo, interiacebit quarta circuli inter axes. Et quoniã uterq; axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palã per 11 th. 1 huius, quod uterq; axiũ transibit per centrum illius sphęrę: punctus itaq; intersectionis axium est in cẽtro illius sphæræ: & solũ ille punctus, qui est centrũ sphærę, ambobus axibus erit cõmunis. Axibus itaq; interiacet quarta magni circuli sphæræ ęqualiter distãs à duobus punctis duarũ intersectionũ circulorũ basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmu

nis itaq; ſectio iſtarum duarum baſiũ eſt quarta ſuperficiei ſphęricę. Et quoniá tota ſuperficies ſphęrica in maiori diſtantia uidetur plana ſuperficies per 65 huius: palàm & hàc ſuperficiem ſphęricam planá à maiori diſtantia uideri: axis enim pyramidis uiſionis cadit in ſuperficie circuli baſis pyramidis illuminationis, propter erectionem ſui ſuper axem illius pyramidis, quod patet per 4 p 11. Palàm ergo cum centrũ uiſus ſit in uertice axis pyramidis uiſionis, quoniam circulus baſis pyramidis illuminationis eſt in eadem ſuperficie cũ centro uiſus: palàm ergo per 50 huius quoniá ipſe uidetur linea recta. Semicirculus uerò baſis illuminationis, quia non eſt in eadẽ ſuperficie cũ centro uiſus, uidetur circularis. Sic ergo illa ſuperficies communis ſectionis uidetur ſuperficies plana, una linea recta & alia curua contenta. Quod eſt propoſitum.

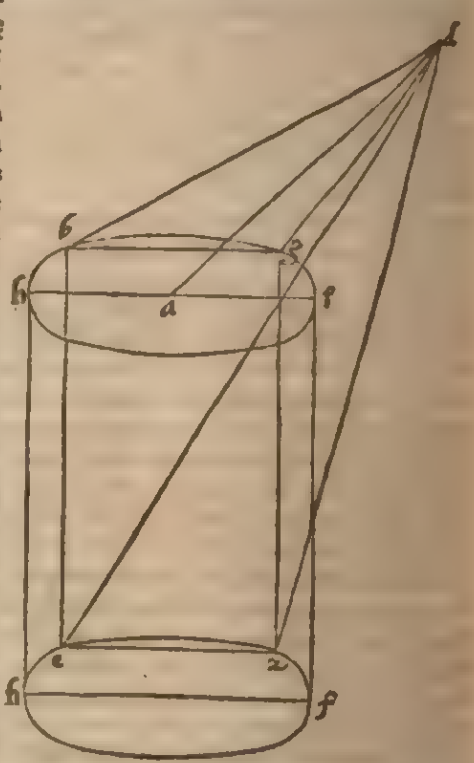
77. *Baſi pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſim pyramidis illuminationis, earum communis ſectio, cui neutrius axis incidit, eſt portio minor quarta parte ſuperficiei ſphæricæ: uidetur autem plana ſuperficies duobus quaſi æqualibus circunferentiarum baſium arcubus contenta.*

Quia enim, ut in proxima præmiſſum eſt, omnis illuminatio ſphærę fit ſecundũ pyramidẽ, cuius baſis eſt circulus, ut patet per plures propoſitiones ſecũdi huius, & ſimiliter baſis pyramidis uiſionis eſt circulus per 66 huius: palàm ſi iſti circuli, qui ſunt baſes pyramidũ, ſe non ſecent, ut quia ipſi ſiti ſunt in oppoſitis quaſi partibus ſuperficiei ſphærę, cuius una pars eſt illuminata uel aliàs uiſa, nec incidentia luminis, quæ ſic ſuperficiei ſphærę incidit, aliqualiter à uiſu perpendetur, utpote ſi globum igneum uel cereum, cuius diameter ſit maior diſtantia oculorum, oculis & lumini directè interponas, reuoluto aũt globo ita ut lumẽ ſuperficiei ſphęricæ ipſius globi incidens aliqualiter appareat, tunc uidebitur ipſius ſuperficiei globi illuminata pars, quã recipit circũferentia baſis pyramidis uiſionis. Et quoniam illa pars uiſa, ut illuminata eſt, terminatur per circũferentiam baſis pyramidis illuminationis: patet quòd illa uiſa portio ſphærę eſt minor quarta parte ſuperficiei ſphærę. Cum enim neutrius pyramidũ axis incidat ſuperficiei cõmunis ſectionis, ut patet ex hypotheſi: palàm per 33 p 6, quia arcus diuidẽs illã ſuperficiẽ, æqualiter diſtãs à duobus punctis interſectionũ circulorũ dictarũ baſium, diuidens totá ſphęrá & illá cõmunem ſectionis ſuperficiẽ per æqualia, eſt minor quarta circuli. Quoniam enim angulus ei ſubtenſus eſt minor recto, patet quòd arcus ille eſt minor quarta circuli: & ipſa uiſa ſuperficies uidetur plana per 65 huius. Et quia nullus illorũ circulorum uel arcuũ directè uiſibus opponitur: quilibet illorũ in ſua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum ſecundũ ſitũ ſuum peruenit ad uiſum. Illa ergo portio communis ſectionis baſium dictarum pyramidum uidetur quaſi duobus æqualibus arcubus contenta propter inſenſibilitatem inæqualitatis, maximè cũ à remotiori ſpatio fit uiſio per 50 huius. Certũ tamẽ eſt per 27 th. 2 huius, & per 70 huius, quia arcus baſis pyramidis illuminationis eſt pars maioris circuli, quàm arcus baſis pyramidis uiſionis: quoniã diameter ſphærę corporis illuminantis eſt maior diametro ſphęrę illuminatæ, & diſtantia oculorũ minor illa. Patet ergo propoſitum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet, quare forma lunæ ſit in receſſu à coniunctione nouacularis. In tempore enim coniunctionis luna non uidetur, niſi fiat eclipſis ſolis, ita quòd radij ſolis penetrantes diaphanitatem corporis lunæ propter differentiã denſitatis corporis lunaris ad diaphanitatem partium ſuæ ſphęræ uicinarum, & peruenientes ad uiſum faciant corpus ſphæricum lunę uiſibile: tunc enim uidetur luna ſecundum ſui figuram diſtincte: ſed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunę, aut ualde obliquè aut nullo modo peruenient ad uiſum: tunc corpus lunę non uidetur, eò quòd baſis pyramidis uiſionis incidit in partem oppoſitam baſi pyramidis illuminationis, nec ſecat una illarum baſium aliam. Cum autem luna recedente à ſole, illę baſes ſe incipiunt interſecare: tũc ipſorum communis ſectio (quę eſt portio ſuperficiei ſphærici corporis lunę) uidetur, & propter magnitudinem diſtantię uidetur illa portio ſphęrę quaſi plana ſuperficies duabus curuis lineis ſecundum eius conuexum & concauum contenta, quę uidentur æquales propter remotionem: non ſunt autem æquales, ſed ſemper illa, quę eſt in conuexo, quia eſt arcus circuli baſis pyramidis illuminationis, eſt pars maioris circuli, quàm illa, quę eſt in concauo, quę eſt arcus circuli baſis pyramidis uiſionis. Et quoniam axis pyramidis illuminationis ſemper eſt perpendicularis ſuper corpus ſolis, ut patet per 111 th. 1 huius: ideo ſemper conuexum lunæ eſt auertium ſoli, & cornua uidentur ſemper reſpicere ad ſolem. Vnde illorum ſitus ſemper uariatur ſecundum ſitum ſolis, & ſecundum latitudinẽ motus lunæ. Et durat ſemper in luna hæc figura, quouſq; axes pyramidum ſecant ſe ad angulos rectos per 76 huius: tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniam quarta pars ſuę ſphęrę interiacens peripherias dictarum baſium uidebitur: & in prima quadratura & in ſecunda ſemper arcus illuminationis, quia directè uiſibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis ſemper curuus. Mutato autem hoc ſitu, tunc centra baſium ambarum pyramidum ſunt in ſuperficie communis ſectionis: uidebitur ergo luna gibberoſa & planę ſuperficiei per 65 huius: & hoc durabit, quouſque circuli baſium intrinſecus ſe contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum dictarum baſium ſibi ad inuicem ſuperponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquidiſtantes in eadem ſuperficie ſphęrę lunę, ut patet per 68 th. 1 huius: tunc erit uera lunę impletio, & lumen ex omni parte circunfertur æquale: & deinde luna mota uſque ad concauum circulorum ipſarum baſium, uidetur ſemper plena, tamen aliquantum obfuſcatur lumen

approximans tenebrositati: & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à coniunctione ad oppositionem. Et hoc quidem in luna propter eius propinquitatẽ ad uisus nostros euidentius apparet: in alijs tamen omnibus stellis suum lumẽ & actualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est ealdem figuras ex prẽmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundum hoc cœlestium influentiarum aspectus & modi diuertificantur: non apparet aũt hoc uisibiliter in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui, ut patet per 16 huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ, præter lunam semper rotundæ propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur aũt stellæ eædem maximè plenæ quãdoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidẽ causſæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel multitudini credimus ex præmissis adscribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uerò nobis sufficiat ex prẽmissis propositionibus demonstrationem præsentibus attulisse: siue enim stellarum diametri sint omnes ad inuicem æquales, siue una ipsarum sit maior altera: semper tamen patet, quòd omnis diameter cuiuscunq; stellę est maior quàm sit distantia oculorum cuiuscũq; uidentis: & sic hãc passionem uisibus in ipsarum illuminatione accidere est necesse, quamuis illam distinctè non comprehendat uisus. Et hoc quidem & ante nos dixit arabs Messahala, sed super hoc nullam attulit demonstrationem.

78. Columna rotunda uel cylindri conuexi sub uno oculo nisi, minus medietate curuæ superficiei uidetur. Euclides 29 th. opt.

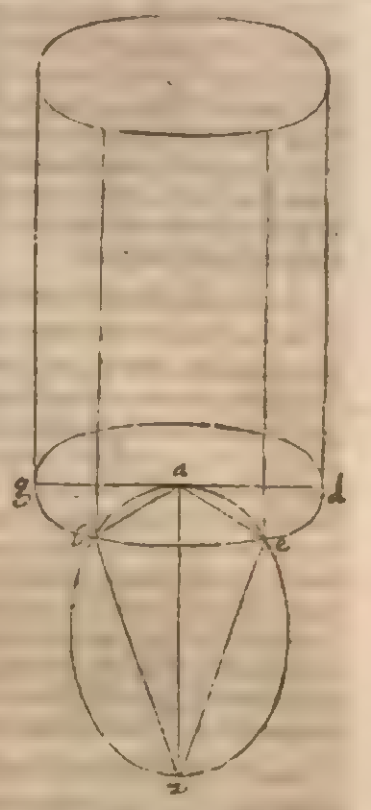
Esto columna rotunda, cuius una basis sit circulus g b: & eius diameter f h: & centrum a: sitq; in superficie illius circuli centrũ oculi punctũ d: & producatur linea d a, copulans centrũ uisus cũ centro circuli basis columnę: & ducantur lineæ d b & d g: quę contingant circulũ g b per 17 p 3: & producantur à punctis g & b duę lineæ longitudinis columnę per 101 th. 1 huius, quę sint b e & g z: & erunt illę lineę orthogonaliter super basim g b erectę per 92 th. 1 huius: sitq;, ut per lineas b e & b d una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z alia superficies plana. Neutra ergo istarum superficierum secat columnam: quoniam lineę d b, & d g sunt contingentes circulũ basis, & lineæ b e & g z sunt lineę longitudinis in superficie columnæ non secantes illã: sunt ergo illę superficies ipsam columnam contingentes. Istarum quoq; superficierum contingentium columnã (quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex prẽmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3 p 11) interfectio fit in quadã linea transeunte centrum uisus æquidistanter axi columnę: & hoc, quod inter ipsas de superficie colũnę intercipitur, hoc solũ uidetur. Quia uerò lineę longitudinis b e & g z sunt æquidistantes per 6 p 11, palàm per 33 p 1, quoniam chordę arcuum basium inter ipsas cadentes, quę sunt g b & z e, sunt æquales: ergo per 28 p 3, arcus illis chordis correspondentes erunt æquales. Portiones itaq; circulorũ ipsarum basium interceptę inter has lineas lõgitudinis colũnę b e & g z, & omniũ circulorum æquidistantiũ basibus, sunt æquales portioni circuli g b: est autẽ hęc minor semicirculo per 51 huius: ergo & oẽs portiões aliorũ circulorũ sunt minores suis semicirculis. Videbitur ergo minus medietate colũnę. Quod erit propositũ. Idẽ quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quòd anguli quandoq; impediunt, quãdoq. iuuant uisionis quãtitatẽ, quorũ uisionis modũ propter infinitatem numerorũ omittimus: quia radice præsenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.



79. Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis cylindri fuerit, semicylindri conuexum uidebitur: si maior, maius: si minor, minus.

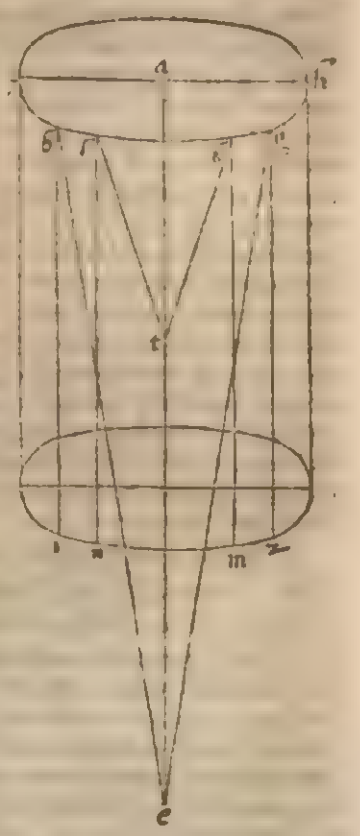
Esto circulus basis cylindri, cuius centrum sit punctum a: punctus uerò extrà signatus sit z: & ducatur linea a z: & producatur à puncto a diameter g d orthogonaliter super lineam z a per 11 p 1: & describatur super lineam a z, ut super diametrum, circulus a b z e: & producantur lineę a b, b z, a e, e z: duę itaque lineę, quę z e & z b, contingunt circulum b e d g per 31 & 16 p 3. Producantur ergo à punctis b & e per 101 th. 1 huius duę lineę longitudinis: quę erunt perpendiculares super lineas a e, a b per 92 th. 1 huius: ideo quòd sunt erectę super basim. Superficies quoque ductę super lineas z e & z b, & per lineas longitudinum sibi conterminales

minales secabunt se in linea per centrum commune amborum uisuum, quod est in medio puncto nterfectionis nerui concaui, ducta æquidistanter axi columnę, quando linea connectens cetraam borũ uisuũ fuerit minor diametro basis colũnę: quę si maior fuerit, illæ diametri cõcurrẽt ad partẽ oppositã in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum cõmune æquidistanter axi, & per ipsum axem. Si uerò fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales: tunc lineę longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquidistantis centris oculorum, & superficies productæ nunquã concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnã cõtingentes intercepta est portio superficiei columnę, quę uidetur: sunt aũt omnes portiones circulorũ interceptæ inter eas, æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas cylindri uidebitur: si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e tũc minus semicylindro uidebitur: si maior, maius: horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis. Patet ergo propositum.



80. Visu appropinquante cylindro conuexo, minus curuæ superficiei uidebitur: apparet autem ac si magis uideatur. Euclides 30 th. opt.

Sit cylindri basis circulus b g: cuius centrũ sit a: & diameter f h: oculi uerò cẽtrum sit in puncto e: & ducatur linea e a inter illa centra: & ducantur lineæ e b & e g circulũ cõtingentes per 17 p 3: & ducantur à punctis b & g per 101 th. 1 huius lineæ longitudinis cylindri, quæ sint b i & g z. Videtur itaq; per modũ præmissarũ sub oculo existente in puncto e, superficies cylindri i b g z: quæ minor est semicylindro per 78 huius. Appropinquet ergo uisus columnæ: & sit in puncto t: & ducantur lineæ cõtingentes basim columnæ, quæ sint t k & t l: & à punctis k & l ducantur lineę longitudinis cylindri, quę sint l n & k m. Videbitur ergo sub uisu existente in puncto t, superficies cylindri, quę est l n k m, quę minor est superficiei b g z uisa in puncto e: cuius declaratio est similis declarationi factę in 67 huius. Appropinquante ergo uisu ad cylindrum, minus iplius superficiei uidetur: apparet aũt ac si magis uideatur: quoniam per 60 th. 1 huius, & per 21 p 1 angulus l t k maior est angulo b e g: concurrunt enim lineæ t k & e g uersus pũctũ g. Patet ergo ꝓpositũ p 20 huius.



81. Axe unius tantũ uisus cẽtro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente: uel si distantia oculorũ æqualis, uel minor fuerit diametro basis cylindri obiectæ directè uisui: sola basis uidetur: quæ si maior basi fuerit, totus uidebitur cylindrus, basi remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fiat uisio, & axis incidat centro circuli basis columnę rotundę uel lateratę: tunc quia oẽs lineę longitudinis sunt perpendiculares super basim, ut patet per 92 th. 1 huius, nõ uidebitur forma puncti alicuius illarũ linearũ, nisi solus pũctus communis lineę longitudinis & peripherię superficiei basis: uidebitur ergo sola basis. Et idem est si uisio fiat ambobus uisibus, si tamẽ distantia oculorum, quę est linea connectens cẽtra oculorum, fuerit æqualis uel minor diametro basis: tunc enim, ut patet per 4 huius, nulla linearum longitudinis columnę perueniet ad ambos uisus, nisi solùm, ut prius ostensum est, punctus, qui est communis sect. o alicuius illarũ linearũ & peripherię ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis: tunc omnes lineę longitudinis columnę perueniẽt ad ambos uisus: & uidebitur tota conuexitas uisę columnę, & basis superior uicinior uisibus, inferior uerò basis nõ uidetur: quia nullus eius punctus perueniet ad uisum, nisi peripherię suę cũ lineis longitudinis columnę, quę ad illam peripheriam terminãtur. Quòd si uno tantùm oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis: uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ: quoniã tunc peripheria basis secat pyramidem uisionis. Patet ergo illud, quod ꝓponebatur. Est autẽ possibile, ut uisu obliquè basi columnę incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55 uel 56 huius. Et hoc est notatu dignum.

82. Vnius

82. Vnius tantùm uiſus axe, centro columnaris ſectionis (quæ eſt baſis abſcidis columnaris rotunda) incidente: tota illa baſis & pars linearum longitudinis abſcidis uidentur.

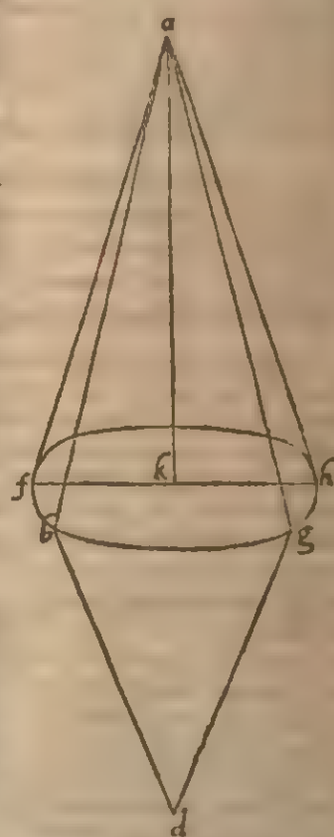
Sit enim aliqua columna rotunda taliter abſciſſa, ut axis non ſit perpendicularis erectus ſuper baſim: palàm ergo per 103 th.1 huius, quòd baſis hæc eſt ſectio, quę dicitur colũnaris uel ſectio oxygonia: & ipſa pars columnæ abſciſſa dicitur abſis. Dico, quòd ſi axis uiſualis incidat centro illius baſis, quòd pars linearum longitudinis abſcidis, illa ſcilicet, quæ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno etiam uiſu. Huius autẽ cauſſa eſt obliquatio baſis, quæ ſub minori angulo uidetur per 26 huius: propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cum reſidui anguli perueniunt ad uiſum: quod nõ accideret, ſi illa baſis poſſet directè uiſui opponi: hoc autem impoſsibile ſine linearum longitudinis abſcidis uiſione. Patet ergo propoſitum.

83. Centro foraminis uneæ in ſuperficie illuminata concaua columnæ cuiuſcunq; exiſtente: ſemper columna tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarum concauarum uiſionibus idem accidit, quod ſphararum concauitati.

Diſpoſito enim uiſu ſecũdũ propoſitũ modũ, reſpectu cuiuslibet colũnę cõcauæ, formæ omniũ punctorũ linearũ lõgitudinis, quas ſecat ſuperficies foraminis uueæ, tũc oẽs perueniunt ad uiſum: ideo quòd ad centrũ illius foraminis ſecundũ lineas rectas pertingunt: & ſuperficiẽ oculi cõtingit tantùm una in illo centro: aliæ uerò ipſam contingunt in punctis diuerſis circuli foraminis. Videbuntur ergo oẽs per 2 th.3 huius. Et quoniã formæ omniũ aliarũ linearũ longitudinũ, & oẽs punctã baſium directè uel obliquè perueniunt ad uiſum: palã, quia tota colũnę cõcauitas uidetur ſecundũ omnia puncta ſuæ ſuperficiei. Sed fortè accidet figuræ uiſæ irregularitas propter aliquarũ ſuarum partiũ obliquationẽ ad uiſum per 55 uel 56 huius. In alijs quoq; uiſionibus partiũ columnarũ concauarũ idẽ accidit, quod in ſphæris cõcauis: quoniã uiſu poſito in pũcto medio quadranguli terminantis ſemicylindrum, ille totaliter uidebitur per 60 huius. Sed & quodlibet punctorũ ſuperficiei concauæ & baſium uiſibus occurrit. Et recedente uiſu ab illo puncto, ſemper uidebitur portio columnæ minor uel maior ſemicylindro. Patet ergo propoſitum.

84. Pyramidis rotundæ baſi in eadem ſuperficie cum centro unius oculorum exiſtente: minus medietate ſuperficiei conuexæ pyramidis uidetur. Euclides 31 th.opt.

Sit pyramis rotunda, cuius baſis ſit circulus, qui b g: cuius diameter f h: centrum k: uertex uerò illius pyramidis ſit punctũ a: & ſit centrũ uiſus d: & ducantur lineæ d b & d g contingentes circulũ b g per 17 p 3: eſt ergo per 58 th.1 huius arcus b g minor ſemicirculo. Ducãtur quoq; à uertice a pyramidis per 101 th.1 huius lineæ longitudinis, quæ ſint a b & a g. Palàm itaq; ad modũ eorũ, quæ demonſtrauimus in columnis, quoniã ſuperficies intercepta lineis a b & a g, ſola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquidiſtãtibus baſi pyramidis partes ſimiles reſecant, & intra ſe illas cõtinẽt, & cũ per 58 th.1 huius arcus b g ſit minor ſemicirculo: erunt neceſſariò arcus omnium aliorũ circulorũ minores ſemicirculis ſuis: ergo portio uiſa minor erit hemiconio: quoniam ſicut tota conuexa ſuperficies pyramidis toti baſi reſpondet: ſic pars proportionalis ad totã conuexam ſuperficiẽ parti proportionali baſis ad totã baſim: quoniam lineæ lõgitudinis productæ à uertice ad peripheriã baſis, ſicut diuidũt conicã ſuperficiẽ: ſic lineæ à terminis illarũ linearũ ad centrũ baſis pyramidis productæ diuidunt ipſam. Et poteſt hoc conuinci argumẽto 5 p 12 Euclidis. Patet ergo propoſitum.



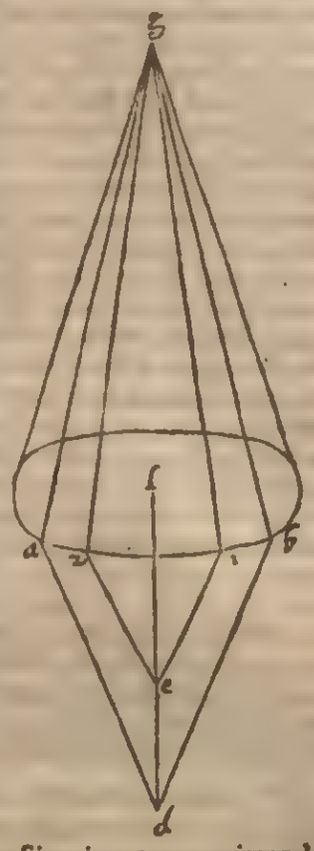
85. Cẽtris amborũ uiſuũ in eadẽ ſuperficie cũ baſi coni exiſtentibus, ſi linea cõnectens cẽtra uiſuũ æqualis fuerit diametro baſis, hemiconium uidebitur: ſi maior, matus: ſi minor, minus.

Diſpoſitione ordinata ad conũ, quæ in 79 huius ad columnam, hoc ſolo adiecto, quòd centra uiſuũ ſint ſolũ in eadẽ ſuperficie cũ baſi pyramidis, & non eleuentur ſecundũ lineam axi coni æquidiſtantem, ſicut poteſt fieri in columna: ſi enim uiſus in linea æquidiſtante axi columnæ eleuetur, idem accidit, quod eo in baſi exiſtente: quia in columna ſufficit, etiã ſi ſint in ſuperficie baſi æquidiſtanti. Patet ergo, quod hic proponitur, & eſt idem demonſtrandi modus. Vnde fruſtra eſt membranas denuò occupare.

86. Appropinquãte centro uiſus in ſuperficie baſis coni: minus conicæ ſuperficiei uidebitur: apparet autem plus uideri. Euclides 32 th.opt.

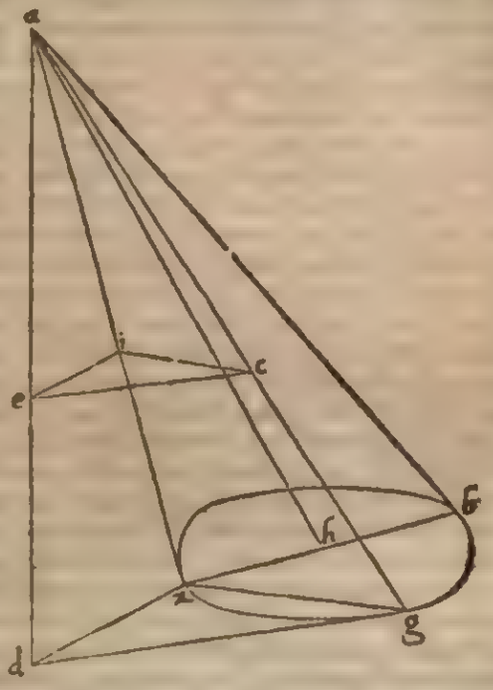
Sit circulus a b baſis coni: cuius cẽtrum l: & ſit uertex coni punctum g: cẽtrum quoq; oculi ſit d: ducatur

ducatur linea d l ad centrum uisus à centro basis pyramidis: & ducantur lineæ d b & d a contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a: & ducátur à uertice pyramidis lineæ lõgitudinis coni, quæ sint g a & g b: ergo per ea, quæ prius in præcedẽtibus dicta sunt, superficies g a b uidetur sub oculo d: & est minor hemiconio. Appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e: ducanturq; lineæ e z, e i cõtingentes circulũ, qui est basis coni: & à uertice coni cõtinuẽtur lineæ g z & g i. Videbitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e portio superficiei conicæ, qũæ est g z i minor portione g a b. Videtur autẽ apparere maior portiõe g a b propter maioritatẽ anguli z e i supra angulum a d b. Et hoc est propositum.



87. Lineis à centro uisus ad basim coni cõtingenter ductis, & à punctis contactuum ductis lineis lõgitudinis coni: si in cõmuni sectione superficierum per easdem lineas & per cẽtrum oculi productarum uisus cono appropinquet: eadẽ portio superficiei conicæ uidebitur, quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit. Euclides 33 th. opt.

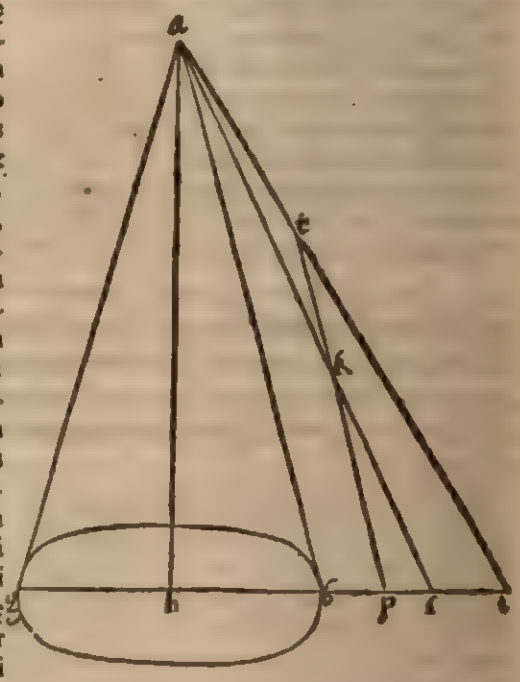
Esto conus, cuius basis sit circulus b z g: & uertex eius punctũ a: axis quoq; sit a h: centrum aũt oculi sit d: & ducantur per 17 p 3 lineæ à centro uisus d contingentes circulũ b z g, quæ sint d z & d g. Et quoniam hoc fit ex hypothesi: tũc patet per 16 p 3 & 2 p 11, quoniã centrũ uisus est in superficie basis coni uisi. Et ducatur à punctis contactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctũ a, quæ sint z a & g a: quod fiet per 101 th. 1 huius: & à centro uisus puncto d ad uerticem coni punctũ a ducatur linea d a: & ducãtur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uerò per lineas d z & z a. Et quoniã eę superficies cõcurrũt in centro uisus d & in uertice coni a: erit ipsarũ communis sectio linea a d per 1 p 11 & per 19 th. 1 huius. Dico, quòd si oculus appropinquet cono secundum lineam d a: non uidebitur maior conicæ superficiei portio nũc quam prius, oculo in puncto d existente. Sit enim, ut approximando ipsi cono perueniat in punctum e lineæ d a: & ducantur à puncto e lineę æquidistantes lineis d g & d z ad superficiẽ coni usiam: hę erunt ergo necessariò cõtingẽtes aliquẽ circulũ coni æquidistantẽ basi b z g: ergo necessariò cadent in aliqua puncta linearum a z & a g: ideo quòd illæ secant proportionaliter basim coni, & oẽs circulos ei æquidistãtes: quoniã secundũ lineas illas terminatur uisus, & secundũ illas superficies contingẽtes terminatur uisio circulorũ. Si enim dicatur, quod illæ lineę contingentes aliquẽ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cũ lineæ à pũcto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum, & similiter illæ cõtingentes terminẽt uisum: sequetur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diaphani: quod est cõtra ea, quæ demõstrata sunt per 44 & sequẽtes secũdi huius: uel sequetur lineas radiales esse curuas: quod est cõtra 1 th. 2 hujus: uel sequetur duas rectas lineas superficiẽ includere: quod est impossibile. Cadent ergo dictę lineæ contingentes ad superficiẽ conicã ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarũ duo puncta, quę sint i & c, & sint lineę e i & e c. Quia ergo angulus c e i est æqualis angulo g d z per 10 p 11, sicut & anguli cõtenti sub lineis e i & g z, quoniã oẽs illi anguli continentur sub lineis æquidistantibus angulariter conjunctis, patet per 20 huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10 p 11, palam ergo est propositum. Et hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.



88. Flexa ad uisu, respectu superficiei conicæ: maius erit, quod uidetur, uidebitur autem minus uideri: depresso uerò uisu, minus erit quod uidebitur, sed apparebit maius priusquam uiso. Euclides 34 th. optico.

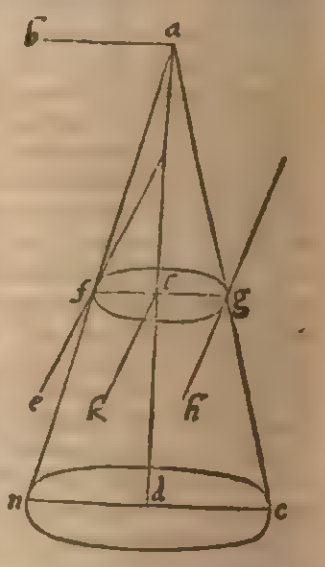
Esto conus, cuius basis circulus b g: & uertex punctus a: & ducantur lineæ longitudinis, quæ sint a b

sint a b & a g: & ducatur linea b g: & producatur usq; ad punctum l: & à puncto t, quod sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquidistãs lineę a b per 31 p 1, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in pũcto p: & sit aliquis pũctus eius inferior puncto t pũctus k: & sit illa linea t k p. Dico, quòd oculo posito super pũctum t, qui est eleuatior pũcto k: pars superficiei conicę uisa, maior quidem erit, minor aũt uidebitur, quàm uideatur oculo existẽte in pũcto k. Ducãtur enim lineæ a k & a t: & producatur linea a t, donec cõcurrat cum linea b l: cõcurrent aũt per conuersam 2 p 6. Quoniã enim linea t p est minor quàm linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquidistant, patet quòd lineæ a t & b l cõcurrẽt: sit ergo punctus cõcursus i: & similiter lineæ a k & b l concurrẽt: sitq; pũctus concursus l. Palàm itaq; quia magis uidebitur de cono super punctũ i, quàm super pũctum l per 86 huius: propinquior enim est ipsi cono pũctus l, quàm pũctus i. Quod autẽ de superficie conica uidetur, oculo existente in pũcto i, idem per præcedentem proximam uidetur cẽtro uisus existẽte per totã lineam i a, utpote in pũcto t: & illud, quod uidetur uisu existẽte in pũcto l, uidetur in quolibet pũcto lineę l a existẽte uisu: ergo & in pũcto k. Sed quod uidetur à pũcto i maius est eo, quod uidetur à puncto l, & minus esse uidetur per 86 huius: ergo illud, quod uidetur à pũcto t maius est illo, quod uidetur à pũcto k, & minus uidetur esse. Et hoc est quod proponitur. Et hoc idẽ etiam suo modo de ambobus uisibus poterit demonstrari. Patet ergo propositum.



89. Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculari existẽte super axem: superficici conicæ medietas uidetur. Alhazen 36 n 4.

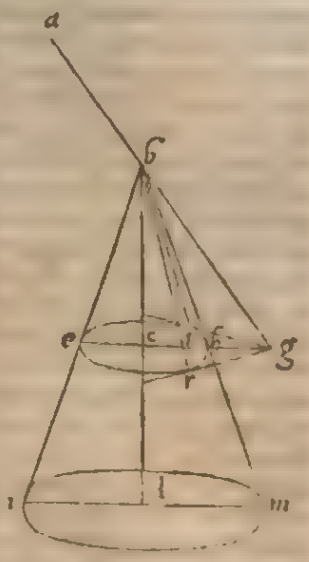
Verbi gratia sit pyramis a c n: cuius axis a d, & uertex a: palàm ergo per 89 th. 1 huius, quòd punctum d est centrũ circuli basis ipsius coni: sitq; centrũ uisus b: & ducatur linea b a faciens angulum b a d rectũ. Dico, quòd conicæ superficiei a c n medietas uidebitur. Secet enim aliqua superficies conum a c n æquidistãter basi c n: hæc ergo per 100 th. 1 huius secabit ipsam secũdum circulũ, qui sit f g: & eius cẽtrum, quod sit pũctum l, erit in aliquo puncto axis a d: secetq; superficies plana pyramidẽ per axem a d, & per cẽtrũ uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g: linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem: quoniã axis est erectus super superficiẽ circuli, & trãsibit cẽtrũ circuli. Sit quoq; illa linea k l: quę erit p 28 p 1 æquidistãs lineæ b a, & est cũ illa in eadẽ superficie. Ducatur quoq; p cẽtrum circuli diameter f l g orthogonalis super lineã k l p 11 p 1: & à terminis huius diametri protrahantur duę lineæ cõtingentes circulũ per 17 p 3, quę sint f e & g h: & ab eisdẽ pũctis g & h ducãtur duę lineæ lõgitudinis ad uerticẽ coni p 101 th. 1 huius, quę sint f a & g a: duę ergo superficies planę, in quarũ una sunt lineę f e & f a, & in quarũ altera sunt lineæ g h & g a, palàm quoniam cõtingẽt pyramidẽ secũdũ lineas lõgitudinis, quę sunt f a & g a p 95 th. 1 huius. Et quoniã linea k l æquidistat lineæ b a, & lineis cõtingentibus circulũ, quę sunt f e & g h, ut patet per 16 p 3, & per 28 p 1: erunt per 9 p 11 lineæ f e & g h æquidistãtes lineæ b a: quęlibet ergo ipsarũ est in eadẽ superficie cũ illa per 1 th. 1 huius. Illę ergo duæ superficies necessariò secabũt se super lineã b a per 19 th. 1 huius: utraq; ergo superficierũ pyramidẽ propositã in terminis diametri unius suorũ circulorũ cõtigentiũ trãsit per cẽtrum uisus. Quod ergo superficiei conicę inter illas superficies cadit, apparet uisui: est aũt hæc medietas pyramidis, quoniã illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo situ medietas superficiei conicæ uidetur. Quod est propositum.



90. Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta angulũ obtusum cũ axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita: uidetur superficiei conicæ pars maior medietate. Alhazen 37 n 4.

Sit pyramis b i m: cuius axis b d: uertex b: palamq; per 89 th. 1 huius, quòd cẽtrũ circuli basis est punctũ d: sitq; punctũ a centrũ uisus: & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamẽ, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ lõgitudinis coni, sed secet eas utcũq; possibile est productas oẽs: eritq; tũc uisus altior uertice pyramidis: sitq;, ut in præcedẽte, circulus e h æquidistãs basi pyramidis,

tamidis, quæ eſt i m: & linea communis huic ſuperficiei & circulo, (in quo eſt centrũ uiſus punctũ a, & axis coni, qui eſt b d) ſit linea e h: eritq; linea e h perpendicularis ſuper axem b d: & producatur linea e b extra pyramidem, donec concurrat cum linea b a, producta ultra punctum b: cõcurret autem p 14 th. 1 huius: ideo, quia angulus a b d eſt obtuſus ex hypotheſi, & angulus d b h eſt acutus per 32 p 1, & linea e h eſt perpendicularis ſuper axem b d. Sit ergo concurſus punctus g: & à puncto g producantur duæ lineę g f & g r circulũ e h cõtingentes per 17 p 3: contingátq; circulũ in duobus punctis f & r: & ab ijs punctis per 101 th. 1 huius producantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b, quę ſint f b & r b: ſuperficies ergo illæ, in quibus ſunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b cõtingunt pyramidem, & in utraq; iſtarum ſuperficierum erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in quo concurrit linea a b cum linea e h: ergo linea a b g per 1 p 11 & 19 th. 1 huius eſt in utraq; illarum ſuperficierum: ergo utraq; ſuperficies tranſit per punctũ a centrum uiſus. Et quoniam per 58 th. 1 huius duæ lineæ g f & g r includunt minorem partem circuli: quoniam arcus circuli interiacẽs puncta contingentię duarum linearum ab eodem puncto productarum, eſt minor ſemicirculo: tunc patet quòd illæ duę ſuperficies includũt minorem partẽ ſuperficiei conicę quàm ſit medietas: reſiduũ ergo illius ſuperficiei eſt maius medietate: hoc autẽ uidetur à uiſu taliter, ut proponitur, collocato. Pars ergo ſuperficiei conicæ maior medietate taliter uidetur. Et hoc eſt propoſitum. Ambobus uero uiſibus adhuc uidetur magis.



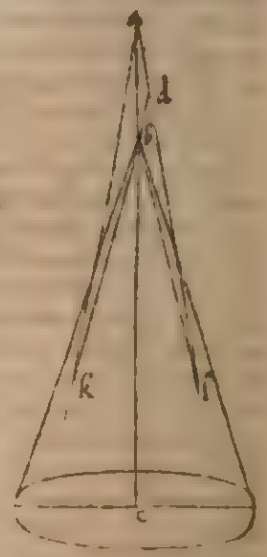
91. Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uiſus concurrerit, nihil uiſum totius ſuperficiei conicæ latebit: niſi linea longitudinis illa ſola. Alhazen 38 n 4.

Sit pyramis, cuius uertex ſit punctũ b: & linea longitudinis ſit c b: ſitq; centrum uiſus punctũ a: & linea c b producta ultra punctũ b concurrat cũ cẽtro uiſus puncto a. Dico, quòd non latebit uiſum totius huius ſuperficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ eſt ipſa linea longitudinis b c. Omnis enim ſuperficies, in qua eſt linea à centro uiſus ad aliquem punctum axis ducta, ſecabit pyramidẽ, excepta tantũ illa ſuperficie, in qua eſt linea a b c: hæc enim contingit pyramidem ſecundum lineam b c per 95 th. 1 huius. Et quoniam illud, quod ſub ſuperficie contingente pyramidem & tranſeunte centrum uiſus continetur, occurrit uiſui per 17 th. 3 huius: formæ enim omnium punctorũ ſuperficiei illius conicæ in ſuperficie uiſus depinguntur: palàm ergo quoniã tota ſuperficies conica uidetur, excepta ſola linea intellectuali, quæ eſt b c. Dato enim quocunq; puncto ſuperficiei pyramidalis extra lineam b c: dico, quòd illud uidebitur. Sit enim illud punctũ h: & ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a h: & ab illo eodẽ per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ ſit h b: fietq; triangulus h b a, qui neceſſariò erit in aliqua ſuperficie pyramidẽ ſecãte, per tranſeunte centrũ uiſus a: ex lineis aũt illius ſuperficiei non cadunt, niſi duæ in ſuperficiẽ conicã pyramidis, ſcilicet linea lõgitudinis b h, & linea oppoſita lineæ b h in alia parte pyramidis: quoniã, ut patet p 90 th. 1 huius, planę ſuperficiei ſecantis conũ trans axem & ſuperficiei conicæ cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentũ: linea uerò a h ſecat lineam b h in pũcto h, & linea c b ſecat eandem b h in puncto b per 91 th. 1 huius: lineæ ergo a h nulla linea cõcurret à uertice pyramidis niſi in puncto a: nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineę a h à uertice b ductæ lineę incident: nõ occultabitur ergo pũctus h ab aliquo alio pũcto, quò minus perueniat ad centrũ uiſus a. Occurrit ergo punctus h uiſui, cũ inter ipſum & uiſum nõ accidat ſolidi corporis interpoſitio. Eadẽ quoq; eſt probatio de quolibet alio dato puncto ſuperficiei pyramidis: in linea uerò b c, quę perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ uiſus per 72 th. 1 huius, ſolũ tantũ punctũ poſsibile eſt uideri, ut oſtẽſum eſt in 4 huius: omnia uero alia puncta lineæ b c neceſſariò occultãtur. Patet ergo propoſitũ. Patet itaq; ex ijs, quoniã in hoc ſitu nulla ſuperficierũ pyramidũ contingẽtiũ peruenit ad cẽtrũ uiſus, præter illã, quę in linea b c longitudinis centrũ uiſus tranſeuntis pyramidẽ cõtingit: & oẽs ſuperficies aliæ conum contingentes ſecant lineam productã à centro ad ipſam pyramidẽ inter uerticẽ coni & cẽtrũ uiſus.

92. Axe pyramidis cum centro uiſus uerſus uerticem concurrente: tota conica ſuperficies uno oculo uidetur. Alhazen 39 n 4.

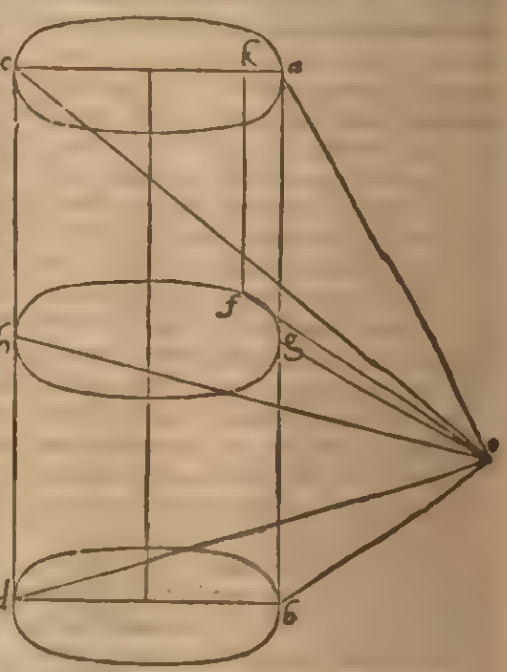
Eſto data pyramis, cuius axis b c: uertex quoq; punctus b: & ſit uiſus centrũ pũctũ a: ſitq; ut axis b c, productus currat in punctũ a. Dico, quod in hoc ſitu oculi tota conica ſuperficies pyramidis occurrit uni uiſui: nullus enim punctus ſuperficiei conicæ totius pyramidis uiſui occultatur. Dato enim quocũq; puncto, ſit ille l: & ducatur ad ipſum à cẽtro uiſus a linea a l: & ab ipſo pũcto l ducatur

per 1 et th. 1 huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b: fietq; trigonũ l b a, quod necessariò erit in superficie pyramidẽ secante, ideo quòd linea a c ducta à cẽtro uisus intrat in ipsam pyramidẽ, secás ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1 p 11, quoniá linea a b est in illa superficie: linea uerò a l secat lineá b l in punćto l: ex lineis uerò superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nó sunt, nisi duę tantũ lineæ in superficie pyramidis, scilicet linea lõgitudinis, quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita, quæ sit b k, ut patet per 90 th. 1 huius: hęc ergo linea b k producta ultra punctũ b, cũ sit in eadẽ superficie cũ lineis a b & b l, necessariò secabit angulũ a b l: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit & basim a l: sit ergo ut secet illá in punćto d. Et quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidẽ secátis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineá k b extra pyramidem in pũćto d, & lineam l b in superficie pyramidis, in pũćto l: producta ergo linea a k in infinitũ, nó concurret cũ aliqua illarũ linearũ: nõ interponetur ergo solidũ punctũ, quod est k inter uisum & pũctũ l: sed nec aliquod aliorũ punctorũ ipsius pyramidis: quoniá nullũ ipsorũ cadit in illa superficie. Nó occultabitur ergo tũc uisui existẽti in pũćto a datũ punctũ l: cũ inter ipsum & cẽtrũ uisus nõ accidat aliqua solidi corporis interpositio. Et eadẽ est demonstratio de quolibet dato pũćto in tota superficie pyramidis. Patet ergo propositũ. Palàm itaq; ex his, quoniá in hoc situ nulla superficierũ cõtingentiũ pyramidẽ transit per centrũ uisus, sed quælibet ipsarũ secabit lineam à centro uisus per uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidem, scilicet in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.



93. Omnes lineæ uel superficies, inter lineas uel superficies cõtingentes colũnã uel pyramidẽ rotũdã supficiẽ uisam terminãtes à cẽtro uisus ꝓducta, colũnã uel pyramidẽ necessariò secabũt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ lõgitudinis columnę uel pyramidis terminantes uisam superficiem, quę sint a b & c d. Dico, quòd si à centro uisus (quod est e) ducatur linea e f inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f secabit propositá columnã uel pyramidẽ. Transeat enim superficies plana columnã uel pyramidẽ secans ipsam in punćto f æquidistanter basi: eritq; per 100 th. 1 huius cõmunis sectio circulus, qui sit g f h: qui secet lineas lõgitudinis colũnę uel pyramidis, eam scilicet, quę a b, in pũćto g, & eam, quę est c d, in punćto h: & ducantur à pũćto e per 17 p 3 duæ lineę cõtingẽtes illũ circulũ, quę sint e g & e h: palàm aũt per 57 th. 1 huius quoniá linea e f in eadẽ superficie cũ lineis illis existẽs, secat circulũ g f h: ergo secabit columnã uel pyramidẽ, quæ per eundẽ circulum secatur. Idẽ quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem rẽdit. Patet ergo propositum.

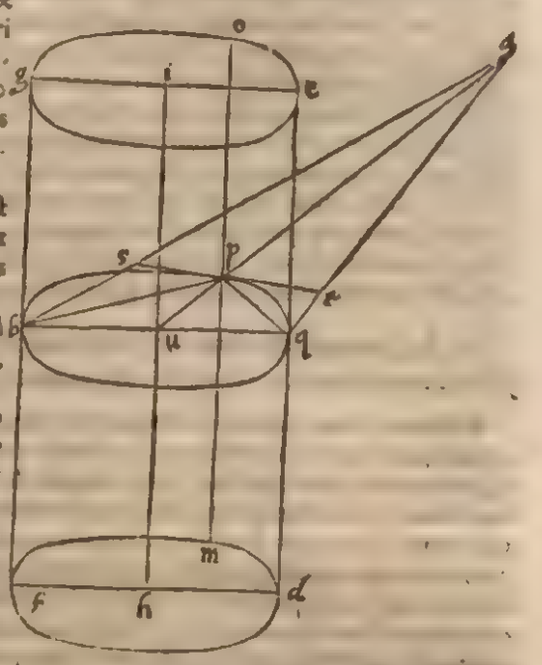


94. Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundũ lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnã uel pyramidẽ conuexam secantibus: solã superficiẽ axem columnæ pertranseuntẽ, superficiẽ colũnarẽ uel pyramidalẽ uisam per æqualia diuidere: & econuerso superficiẽ per æqualia illam uisam superficiem diuidentem, axem transire est necesse.

Sit colũna cõuexa, cuius superficies uisa sit e d f g: & axis eius sit h i: & sit centrũ uisus punctũ a: sintq; lineę longitudinis colũnæ, contingẽtes uisam superficiẽ, quæ e d & f g. Imaginẽtur quoq; multę planæ superficies transeuntes centrũ uisus a, & secantes e d f g uisam superficiẽ columnæ. Dico, quòd sola illa, quæ pertránsit axem h i, ipsam uisam superficiẽ ꝑ æqualia diuidit, & nulla aliarũ: sola enim hæc erecta est super cõuexam superficiẽ colũnæ: quoniá cõmunis sectio illius superficiei secantis, & superficiei colũnæ est rectangulũ sub duabus lineis lõgitudinis colũnæ & duabus diametris basium cõtentũ, ut patet p 93 th. 1 huius: ergo cõmunis sectio illius superficiei & uisę superficiei conuexæ ipsius colũnæ sit linea lõgitudinis colũnæ, quæ m o: & imaginetur superficies plana cõtingẽs columnã secũdũ lineã longitudinis m o ꝑ 95 th. 1 huius: erũt ergo illa cõtingẽs superficies & superficies secás per axem erectæ ad inuicẽ per 97 th. 1 huius. Si itaq; in linea m o signetur punctũ p: & in superficie cõtingente ducatur linea t p s: tunc palàm quòd linea t p s cõtinget quẽdã circulũ superficiei colũnæ æquidistantẽ basibus, qui sit b q: & eius centrũ sit u: ducáturq; per 17 p 3 lineę a b & a q

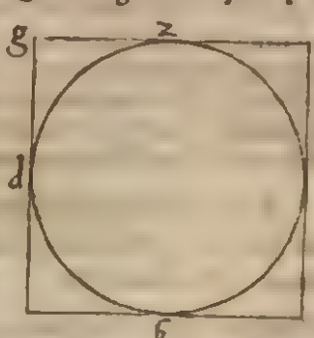
à centro

à centro uisus circulũ b q cõtingentes: erũt ergo illæ lineæ æquales per 58 th. 1 huius: secentq; lineá illá circulũ contingenté, quæ est t p s, in punctis t & s: & ducatur linea a p: quæ producta, ut patet p 18 p 3 pertinget ad axem in pũctũ u centrũ circuli: & ducãtur intra columnã lineæ b u & q u semidiametri circuli b q. Trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera: ergo per 8 p 1 sunt æquiangula: angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q: sed in trigono a t p angulus a p t est æqualis angulo a p s trigoni a p s per definitionẽ lineę super superficiẽ erectę: ergo per 32 p 1 angulus a t p est æqualis angulo a s p: ergo per 6 p 1 est linea a t æqualis lineæ a s. Et quia lineę a b & a q sunt æquales, ut suprà patuit: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remanebit linea t q æqualis lineæ s b: sed linea t q est æqualis lineæ t p per 58 th. 1 huius: quoniã à puncto t ductæ sunt duæ lineę circulũ contingẽtes, quæ sunt lineę t q & t p: similiter quòq; fit linea s b æqualis lineæ s p. Cũ ergo per 13 p 1 anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4 p 1 chorda p b æqualis chordæ p q: ergo per 28 p 3 erit arcus p b æqualis arcui p q. Et quoniam idẽ accidit in basibus columnę, & in quolibet aliorũ circulorũ æquidistãte basibus: patet ergo propositũ primũ, scilicet quòd superficies plana secans columnã per axem & transiens cẽtrũ uisus, secat superficiẽ uisam per æqualia. Et quoniã oẽs aliæ superficies declinantes ab axe obliquè incidunt superficiei contingenti columnã in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ, quæ est linea m o, patet quòd nulla ipsarũ illá superficiẽ uisam per æqualia secat. Sed etiã superficies, quę uisam partem superficiei columnę per æqualia secat, necessariò transit per axem. Sit enim dispositio, quæ prius, & ducantur oẽs lineæ priores: erit ergo linea m o, cui illa superficies incidit, diuidẽs superficiẽ uisam per æqualia: & ipsa est cõmunis sectio superficierũ secantis & cõtingentis: erit itaq; per 61 th. 1 huius linea p t æqualis lineę p s: sed linea p t est æqualis lineæ t q per 58 th. 1 huius: & similiter linea p s æqualis ipsi lineę s b: relinquitur ergo linea a t æqualis esse lineę a s. Et quoniã in illis trigonis a p s & a p t linea a p est cõmunis ambobus ipsis: erit ergo per 8 p 1 angulus a p t æqualis angulo a p s: uterq; ergo illorũ angulorũ est rectus, & linea a p est perpẽdicularis super lineá t p s: linea ergo a p cũ æquales angulos cõtineat cũ linea m o: palã per definitionẽ quoniã ipsa est erecta super superficiẽ cõtingentẽ columnã in linea m o: ergo per 18 p 11 superficies, in qua est linea a p secans columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundũ lineam m o. Ergo per 97 th. 1 huius patet quod ipsa transit per illius columnę axem. Et penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandum. Et hoc proponebatur.



95. Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparẽt. Euclides 9 th. opt.

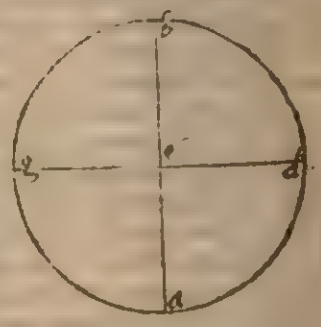
Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g d z. Quoniã ergo unumquodq; uisorum habet longitudinẽ distantię, qua facta non fiet uisio, ut patet per 8 huius: corpus uerò angulare circa angulum est minus, quàm circa alias sui partes: est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora, quæ sunt d, z: & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum. Tota ergo peripheria corporis quàtũ ad prominentiã angulorũ propter sui distantiã à uisu nõ apparebit. Videtur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis: ut turris quadrata uidebitur rotunda. Quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut polygonium à remoto, cõprehendet illud rotundũ, si fuerit æqualium diametrorũ: aut comprehendet ipsum oblongũ figurę teretis, si fuerit inæqualiũ diametrorum, ut est figura altera parte longior: ut plurimũ sunt quadrangulæ turres, quæ cũ à remoto uidentur, apparent teretis figuræ: nec enim excessus radiorũ ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium a lateribus planis est proportionalis respectu distantię totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili: unde propter insensibilitatẽ excessus oẽs radij æstimantur esse æquales: magis aũt hoc solet accidere in alijs polygonis figuris: oxygona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distãtia uisa uidẽtur rotunda: & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum. Et hoc est propositum.



96. Currium: rotæ uel lapidum molarium figuræ quandoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent. Euclides 40 th. opt.

Quod supra 54. 55 & 56 huius cõclusum est de figuris superficialibus: hic proponimus similiter

de corporalibus figuris, passiones proprias ipsarum superficierũ illis corporibus, quorũ sunt ipsæ superficies, applicãtes. Sit itaq; rota a b g d: cuius diametri sint b a & g d secantes se orthogonaliter super cẽtrũ e: sitq; oculus in superficie circuli uel circa. Si ergo linea, quę cadit à centro oculi super centrum rotæ (quod est punctum e) obliquè incidat superficiei ipsius rotæ, ita ut non sit perpendicularis super rotæ superficiem, nec æqualis semidiametro: dico quòd diametri rotę inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uerò minima: aliæ uerò omnes, quę sunt mediæ inter maximã & minimã, propinquiores minimę sunt minores remotioribus ab illa: quælibet aũt duę æqualiter distantes ab altera diametrorum, æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongę, ut sectio columnaris uel conica oxygonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ, & omnibus alijs quibuscũq; figuris. Et hoc est propositum.



97. In figuræ uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 25.36.47.54.59.64.66.69 n3.

Ex intemperata enim lucis dispositione figura polygonia æquilatera uidebitur de nocte circularis uel sphærica: quoniam lux nimis debilis occultat angulos: & etiã sphęra sub luce ualde debili uisa, æstimatur superficiei planę, quia propter lucis debilitatẽ occultatur uisui partiũ pręeminẽtia in superficie ipsius sphærę. Ex intẽperata etiã longitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphęrica: & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59 huius: quãdo etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur, tunc propter ipsam remotionẽ quadratũ altera parte lõgius uidetur, ut patet per 62 huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione: figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directè, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet per 95 huius: & linea curua æstimatur recta per 50 huius: & figura sphærica uidetur plana per 65 huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figurę uisione. Si enim corpus circulare, ut scutella, ab axe elongetur, & modicũ super lineam, cui axis perpendiculariter incidit, obliquetur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96 huius: & figura circularis per 55 & 56 huius uidebitur sectionis oxygonię uel columnaris figurę: & similiter propter æqualitatẽ oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte lõgior per 61 huius. Ex intemperantia etiã quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum. Cum enim superficies uisa fuerit multùm parua, si fuerint in ea anguli, occultabuntur uisui: unde fortè forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphęrica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquę pręeminentię, latebunt uisum, & æstimabitur eorũ superficies plana, ut hęc patere possunt in atomis solis, quarum certa figura nõ comprehẽditur, quoniã anguli ipsarum uisui à minori distãtia occultãtur, ut patet per 8 huius. Ex intẽperata etiã soliditate accidit error uisioni figurarũ. Si enim corpus fuerit minus solidum, in quo fuerint anguli, illi fortè occultabuntur uidenti, & angularis forma putabitur sphęrica, fortè & sphęricitas illorũ corporum uidebitur plana. Intemperata quoq; diaphanitas in uisione figurarum errorem inducit: quoniã existente aere nubiloso, obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, fortè apparebit sphęricitas: & si in ipso fuerit sphęricitas, apparebit fortè planities: quoniã medium nõ est taliter dispositum, ut per ipsum possit fieri cõpleta uisio, ad quã requiritur lumen, ut patet per 1 th. 2 huius. Breuitas etiã temporis errorẽ uisibus in uisione figurarum adducit: modica enim gibbositas in re subitò uisa latet uisum, & æstimatur planities: & si fuerint res figurę angularis subitò uisæ, fortè sphæricę apparebunt. Visus quoq; debilitas errorẽ caussat in figurarum uisione: modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum: & uidentur res sphęricę planæ, & angulares sphericę: sic ergo patet propositum in omnibus circumstantijs uisibilium. Et hoc proponebatur.

98. In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt ydem illis, qui in situs & figuræ accidunt uisione. Alhazen 25 n3.

Corporeitas enim, ut patet in 63 huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum, quas faciunt superficies corpus continentes: est ergo eadem hinc inde erroris caussa: & omnis error, qui potest accidere uisui in non comprehensione uerę corporeitatis, uel in erronea cõprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum: ut si superficies sphęrica conuexa uel concaua ęstimetur plana per 65 huius: quia in corporibus maximę remotionis à uisu non comprehendit uisus corporeitatem, quando non comprehendit obliquationem superficierum. Et hoc totum accidit propter deceptionem circa figuras factam: non enim cõprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram: unde cum certitudinaliter cõprehenditur figura, certitudinaliter comprehenditur corporeitas: & cum comprehenditur figura indistinctè, comprehenditur etiam corporeitas indistinctè. Et hoc accidit in omnibus modis, quibus error accidit in uisionibus figurarum. Et quia situs est caussa figurarum, ideo etiam errores accidentes situi,

tes ſitui, accidunt & corporeitati: quia enim corporeitas includitur ſub figura & ſitu, ideo errorem corporeitatis gerit error in ſe ſitus & figuræ.

99. Diſtinctio uiſibilium comprehenditur à uiſu ex diſtinctione formarum ipſarum uiſibilium in diuerſis ſuperficiei uiſus partibus impreſſarum. Alhazen 46 n 2.

Diſtinctio, quę eſt inter quęlibet duo corpora, aut eſt ex luce: aut ex colore actum lucidi habente: aut ex obſcuritate: hęc enim ſunt principium diſtinctionis formarum in ſuperficie uiſus: quoniam hæc per ſe perueniunt in partem ſuperficiei uiſus. Quandoq; autem lux & color uel obſcuritas ſunt in ipſis formis, quę diſtinguuntur: quandoq; uero lux & color uel obſcuritas diſtinguentia formas in ipſa ſuperficie uiſus, ſunt in corporibus medijs ſecundum ſitum diſtinguentibus corpora, quorum formę diſtinguuntur in uiſu: & tunc ſi uiſus non ſenſerit quod lux, color aut obſcuritas, quę eſt in loco diſtinctionis, non eſt in corpore continuato cum utroq; corporum, quę ſunt ex eius lateribus: tunc non ſentiet diſtinctionem duorum corporum Et etiam quandoq; fit diſtinctio uiſibilium ex hoc, quia non eſt poſsibile plura uiſibilia æqualiter uideri per 49 th. 3 huius. Aut enim ſuperficies cuiuslibet illorum corporum eſt obliqua ad ſuperficiem uiſus in loco diſtinctionis, & eſt inæqualis obliquitatis: aut unius ipſorum forma eſt obliquata, alterius uerò forma eſt uiſui directe oppoſita, manifeſtior uiſui quàm alia, quæ eſt uiſui obliquè oppoſita, uel quę ſibi opponitur plus obliquè: & ſecundum hoc comprehendet uiſus diſtinctionem uiſibilium formarum: ſiue illorum diſtinctio ſecundum ſpatium interiacens ſit ampla ſiue ſtricta, dum tamen ſit ſentibilis, reſpectu remotionis corporum uiſorum & reſpectu quantitatis corporũ diſtinctorum: quia forte quandoque diſtinctio formarum eſt quantitatis unius capilli: & illud diminutum non affert diſtantiam ſenſibilem in uiſu. Patet ergo propoſitum.

100. Continuitas uiſibilium comprehenditur à uiſu ex diſtantiæ priuatione. Alhazen 47 n 2.

Cum enim uiſus non ſenſerit in corpore aliquam diſtantiam, comprehendet ipſum eſſe continuum: & ſi in corpore fuerit diſtantia occulta non comprehenſa à uiſu: comprehendet uiſus illud corpus eſſe continuum, & diſcernet inter continuationem & contiguationem ex comprehenſione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Si ergo ſentiẽs non ſenſerit, quòd utrũq; duorum corporum contiguorum eſt diuerſum ab altero & diſtinctum ab eo: tunc non ſentiet contiguationem, ſed iudicabit eſſe inter illa uiſa perfectam continuationem & totius ſuperficiei uiſæ perfectam unitatem, quæ eſt continuitas. Patet ergo propoſitum.

101. Numerus comprehenditur à uiſu per hoc, quòd unum uiſibilium comprehenditur ab altero diſtinctum. Alhazen 48 n 2.

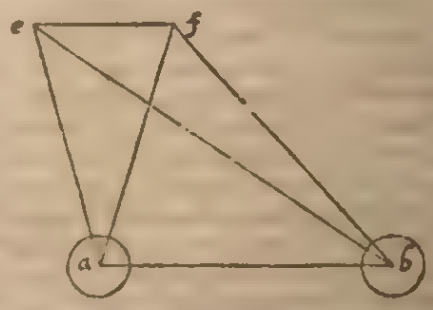
Quando enim uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia in ſimul diſtincta, & illorum diſtinctionem, comprehendet quòd quodlibet ipſorum eſt ab altero diuiſum. Comprehendit ergo multitudinem: & tunc uirtus diſtinctiua comprehendet numerum ex multitudine illorum, & ſi eſt par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipſorũ unitatem: & per hũc modũ omnium rerum uiſarum numerum comprehendit & mathematicum & naturalem. Patet ergo propoſitum.

102. Omnis forma uiſibus obliquè incidens ſemper apparet ultra locum formæ directè incidentis. Ex quo patet quòd formæ ambobus uiſibus ſecundum æqualitatem angulorum obliquiùs incidentes plurimum à ſe diſtant.

Quod hic proponitur, ſatis patet. Quando enim linea radialis ſuperficiei uiſus obliquè incidit: tunc ipſa per 47 th. 2 huius refringitur à ſuperficie oculi, & ad concauum nerui peruenit plus obliquè: quoniam tunc ſecundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 26 th. 3 huius. Palàm ergo quoniam illa linea oblique ſuperficiei ipſius uiſus incidens, propter ſuæ incidentiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum ſuæ refractionis acutum: unde tunc linea refractionis interſecat lineam directè incidentem, & à ſuperficie oculi æqualiter refractam: & ſic forma obliqua uidetur ultra formam rectè uiſam. Et ſi ambę formę oblique incidant ſecundum eundem ſuę obliquitatis modum, ita, ut utrobique ſit æqualitas angulorum incidentię & refractionis: tunc forma oculo dextro incidens, ſecans lineam, per quam directè incidens ad medium punctum concauitatis nerui peruenisſet, ſit ſiniſtra ab illa, & forma oculo ſiniſtro oblique incidens, reſpectu illius medij puncti concauitatis nerui, ſit dextra: & ſic quandoq; accidit illas formas à ſe plurimum diſtare. Et quoniam quęlibet ipſarum offertur uirtuti ſenſitiuæ, quoniam ſecundum lucem & colores, quę ſunt in ipſa forma, quę eſt extra, depingitur ipſa forma in ſuperficie organi membri ſentientis in duobus locis ſecundum numerum oculorum, quibus incidit, & a quorum ſuperficie refringitur: forma uerò directè incidens ad unum ſecundum omnes eius partes ordinatur locum conſimiliter, ut patet per 37 th. 3 huius. Forma ergo obliquè incidens ſemper apparet ultra locum formæ directè incidentis. Patet ergo propoſitum, & eius corollarium.

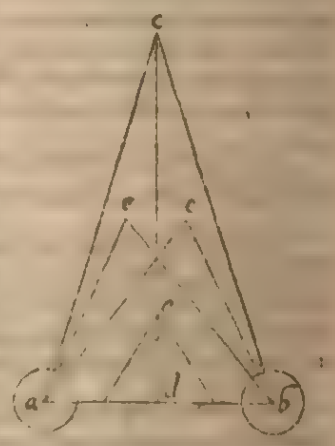
103. Omne uiſum, quod directè opponitur medio unius uiſus, & in reſpectu ad reliquum uiſum eſt obliquum: ſemper uidetur duo. Alhazen 13 n 3.

Nam forma puncti, quæ directè incidit medio alterius uiſuum, peruenit ad punctum mediũ concauitatis nerui, ut patet per 29 th. 3 huius, quoniam forma illius puncti incidit uiſui ſecundũ axem pyramidis radialis: forma uerò puncti obliquè incidentis in medio ſuperficiei alterius uiſus uenit ad punctum aliud quàm ad medium punctũ concauitatis ipſius nerui, ſecundum obliquationem puncti ſuperficiei uiſus: & ſic non concurrunt illę formę in eodẽ pũcto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, ſint centra duorum uiſuum a & b: ſit linea e f quoddam uiſum directè oppoſitũ centro uiſus a: ſit autem ipſa linea e f obliquè oppoſita uiſui, cuius centrum eſt punctum b. Quia ergo forma lineæ e f directè peruenit ad medium cõcauitatis nerui communis per 29 th. 3 huius: palàm quòd forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui ſecũdum omnes ſitus ſuarum partium ordinatur per 37 th. 3 huius. Quia uerò forma eiuſdem lineę e f tota obliquè incidit ſuperficiei uiſus b: palàm per ea, quæ declarata ſunt in 37 th. 3 huius, quòd forma eius non peruenit ad punctũ medium concauitatis nerui, ſed ad aliquod ipſius punctum aliud: non ſuperponetur ergo priori formę, ſed remanebit diſtincta ab illa. Apparebunt ergo duę formę, quoniam in duobus locis ipſius membri ſentientis offertur forma ipſius uiſibilis ipſi uirtuti ſentiẽti: & ſic iudicat illas eſſe duas, & nõ unã. Patet ergo ꝓpoſitũ.



104. Omnis forma rei uiſæ intra axes radiales conſtitutæ, obliquè ambobus uiſibus occurrit: unde ſemper uidetur duo. Alhazen 11 n 3.

Verbi gratia, ſint centra duorũ uiſuũ a & b: & concurrant axes uiſuales in puncto c: ſitq; axis cõmunis d c: & ſit res intra axes uiſa, quę e. Dico, quòd forma rei uiſę, quę eſt e, ſemper oblique occurrit ambobus uiſibus: unde ſemper uidebitur eſſe duę. Quòd aute obliquè ſemper incidat ambobus uiſibus, patet: cũ enim à puncto c ducta ſit linea c a perpendiculariter ſuper centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum eſt punctum a, ut patet per 24 th. 3 huius, & cũ linea c b ducta ſit perpendiculariter ſuper centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrũ eſt punctum b: palàm per 13 p 11 quoniam ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſę, quę eſt e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non poſſunt: omnes ergo lineæ à ſuperficie corporis e ad ſuperficiem uiſuum producte, ſunt obliquę per 24 th. 3 huius: non ergo propter refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, ſed ultra, & plurimùm à te diſtabũt per 102 huius. Videbuntur ergo ſemper duæ per precedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uiſualium concurrant in aliquo puncto rei uiſę, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uiſum propinquius duobus uiſibus aut remotius intra axes: tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte: nam illud uiſum erit dextrũ uni axium uiſualiũ, & ſiniſtrum alteri ipſorũ: radij quoq; exeuntes ab ipſa re taliter uiſa ad alterũ uiſum, erũt dextri ab axe, & ad reliquũ uiſum exeuntes, erũt ſiniſtri ab illius axe: & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte: & forma unius uiſi incidit duobus uiſibus in duobus locis diuerſe poſitis, & peruenit ad loca diuerſa concauitatis communis nerui à duobus lateribus ſui puncti medij, & partes illius formę non ſuperponuntur ſibi: erunt ergo duæ formæ. Et ita ſemper forma rei taliter ad uiſum diſpoſitę uidentur duę formæ, & res ipſa uiſa uidetur ſemper duo. Quod eſt propoſitum.

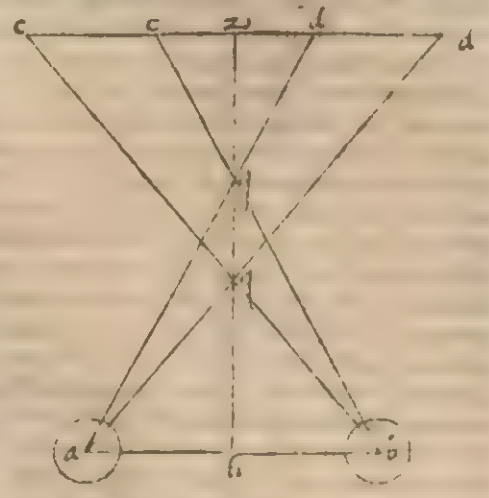


105. Lineæ rectæ uicinæ uiſibus in ſuperficie axis communis erectæ ſuper trigonum axiũ radialium puncto coniunctionis incidente, ſolum illud punctum uidebitur unum: omnia uerò alia dictæ lineæ puncta uidebuntur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis.

Sit centrum uiſus ſiniſtri punctum a, dextri uerò punctum b: & ſit linea recta h z: quæ ſecundum medium pũctum naſi ambobus uiſibus interpoſita extendatur taliter, ut in aliquo pũcto ſuo ſignato, quod ſit q, concurrant axes uiſuales: erit ergo q punctum coniũctionis amborum axium uiſualium. Et quoniam ipſum punctum eſt in linea h z, quę ſic extenditur inter ambos axes radiales: tunc palàm eſt, quod ipſa eſt in ſuperficie, in qua eſt axis communis, erecta ſuper baſim trigoni b q a per 23 th. 3 huius. Dico ergo, quòd ubicunque punctus coniunctionis, qui eſt q lineæ h z, obliquè incidat uiſibus, hoc eſt ambobus axibus b q, & a q, uel eorum alteri, angulos rectos non continentibus cum linea h z, ſolus punctus q uidebitur unus, ut eſt: quoniam forma eius ſolius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui: & ſic forma una uidetur rei

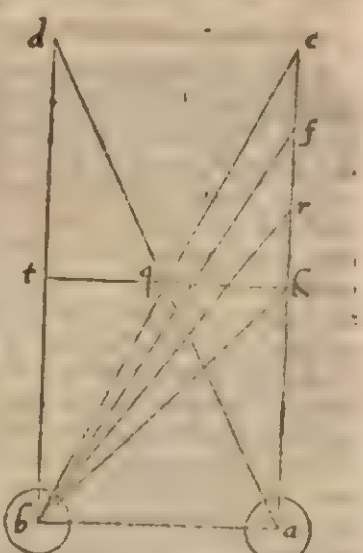
unius,

unius, ut hoc patere potest per 46 & 47 th 3 huius: reliqua uerò puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto cõiunctionis quod est q: quia radij diuersi ab illis punctis perueni entes ad ambos usus & sinistrantur & dextrantur. Omnes enim radij exeuntes ab aliis pũctis lineæ h q ad usum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q: perueniunt enim ad superficiem usus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro uueæ respicit axem communem: & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum, fiunt dextri: peruenunt enim utrique radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis uueæ complente. Et quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4 th 3 huius: palàm, quòd anguli utriusq; axium & istarum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusque circuli foraminis. Anguli quoq; c q z, & d q z,



propter eadem sunt æquales. Ducta itaq; linea à puncto z æquidistante lineæ a b per 31 p 1, quæ sit c z d: producatur linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c: patet, quod secundum illas lineas fit uisio illarum formarum. Quoniam enim anguli, secundum quos fit obliquatio uisionis, qui sunt c q z, & d q z sunt æquales: ergo per 13. 15. & 14 p 1 lineæ uisuales, quę exẽpli causa, sint lineę b q, & q c, cõiunctæ sunt linea una: & similiter est de lineis a q, & q d. Videtur aũt linea una radialis duæ lineę propter diuersitatem incidentiæ formę illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q: forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad medium punctum concauitatis nerui pertingit, & formæ obliquè incidentes, circa ipsum se secantes figurãtur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radiatium ab aliquo puncto lineæ h z ad ambos axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis: quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus pũcti medij, ut ostẽdimus in præmissis. Patet ergo propositum. Patet etiam quòd mutato pũcto coniunctionis, linearum intersectarum quantitas mutatur: semper tamen ex utraq; parte sectionis partes linearum sunt æquales: & secundum approximationem ad usus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d fiunt maiores, & secundum elongationem a usu fiunt minores, quousq; circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ: & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterúque apertus relinquetur, sic uices mutando quantùm placet.

106. Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuum, eidem æqualis & æquidistans fuerit producta: forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo predictæ lineæ, uidebitur tantùm una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à productæ linea uidebitur semper duæ.

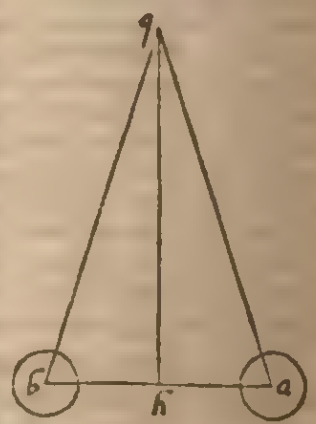


Sint centra duorum uisuũ a & b: linea ergo connectens centra est a b: & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11 p 1: & sit punctus coniunctionis q: erunt ergo axes uisuales a q & b q: à puncto uerò q per 31 p 1 ducatur linea k q t æquidistãs lineæ a b. Dico, quòd forma cuiuslibet puncti lineæ k t, aut rei super ipsam existentis, semper uidebitur una: & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa: adhuc uidebitur eius forma una. Quod si fuerit in puncto valde remoto, ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur enim à puncto b lineæ b k, b r, b f. Palàm ergo per 47 & 19 p 1, quoniam linea b k est maior quàm linea b t: sed linea k q est æqualis lineæ q t ex hypothesi: ergo per 35 th 1 huius angulus t b q est maior angulo q b k: est enim in trigono orthogonio, quod est t b k producta linea b q ab angulo t b k: ergo proportio anguli q b k ad angulũ t b q minor, quã partis basis, quæ est q k, ad partem basis, quæ est q t: sed partes illę basis ad inuicẽ sunt æquales: ergo angulus t b q est maior angulo q b k per 10 p 5: sed per 4 p 1 angulus t b q est æqualis angulo k a q: angulus ergo k a q est maior angulo k b q: ergo per argumentũ 1 petitionis factę in prin-

tipijs primi libri huius remotio lineæ a k ab axe a q est maior quá remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones est modica: quoniam differētia inter duos angulos k a q, & k b q est modica. Forma ergo puncti k non multum obliquabitur ab axibus uisualibus, qui sunt b q, & a q. Non ergo uidebitur illius puncti k forma nisi una, quoniam forma eius non multùm elongatur à puncto medio cōcauitatis nerui. Et quoniá corpore aliquo existente in pūcto r, patet, quòd radij exeuntes ad ipsum, sunt b r & a r: & quia etiam duo anguli r a q & r b q nō multū differunt, quoniam angulus k b r, qui est illorum angulorum differentia, ut patet, non habet sensibilē quantitatē, quando punctus r fuerit ualde propinquus puncto k: forma ergo puncti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uerò corpus aliquod, cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto lineę perpendicularis super superficiem uisus, quæ est a c, remoto ualde à puncto k, ut est punctum f: tunc quia anguli f b q & f a q sunt diuersi maxima diuersitate, ideo, quod angulus f b k, qui est illorum angulorum differentia, est sensibilis quantitatis: tunc corpus, quod est apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto q: forma enim puncti f obliquè incidit superficiei uisus b: unde nō peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102 huius, sed appare[illegible] ultra illud: sic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq; patet, quod uisum, in quo con[illegible]runt duo axes, semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46 th. 3 huius, & quòd unumquodq; uisorum, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus, uidetur etiam unum: illud uerò uisum, in quo concurrunt radij multùm distantes ab axibus, uidetur duo: propterea quòd ipsum uni uisuū incidit directè & alteri ualde obliquè: uel si ambobus uisibus incidit obliquè, & una illarum obliquitatum est sensibiliter maior quá altera. Videtur ergo talis res duæ per 104 huius. Patet ergo propositum.

107. Puncto coniunctionis cadente in angulū trigoni, cui subtensa basis sit æqualis lineæ connectenti centra oculorum, secundum terminos suæ basis applicati centris amborum uisuum: quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

Sint centra amborum uisuum a & b: sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut proponitur: uel sit ita, ut trigoni a b q basis a b sit basior centris oculorum, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis: & axis communis sit h q. Dico quòd laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præsentabit. Quoniam enim utraque formarum linearum a q & b q, utriq; uisui se offert directè & obliquè, ut linea dextra, quæ est a q, dextro uisui (qui est a) se offert directè, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorū exeuntes incidunt in cētrum foraminis uueæ per 24 th. 3 huius: & linea sinistra, quę est b q, incidit obliquè uisui dextro, qui est a: & ecōuerso linea b q sinistro uisui (qui est b) directè incidit, & linea a q eidem uisui sinistro, qui est b, incidit obliquè, ut hęc omnia patent per 24 th. 3 huius. Forma itaque obliquè incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & fit sinistra ab axe: & forma obliquè incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe: eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata: præter solum punctum q, qui est punctus coniunctionis: & est ratio huius apparitionis eadē illi in præcedenti theoremate declarata. Patet ergo propositum.

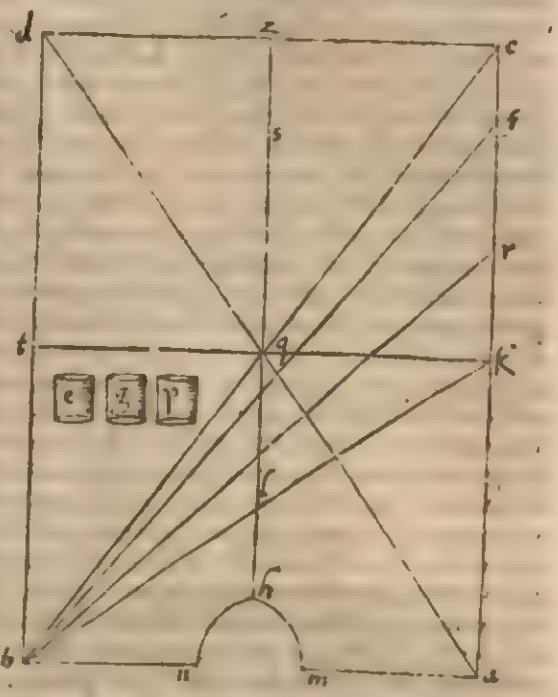


108. Vnam rem nonnunquam uideri duas experimentaliter declaratur. Alhazen 12 n 3.

Assumatur tabula lignea planarum superficierum, cuius lineæ longitudinis æquidistantes & æquales sint a c, & b d: & sint unius cubiti: latitudinis uerò ipsius lineæ æquales & æquidistātes: sintq; a b, & c d: & sint quatuor digitorum, orthogonaliter super lineas longitudinis erectę: ducanturq; duæ diagonij, quæ sint a d, & b c, secantes se in puncto q: & à puncto q, quod per 40 th. 1 huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumque latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31 p 1, quæ sit k q t: & ab eodem puncto q ducatur linea h q z æquidistans lineis longitudinis a c, & b d. & intingantur omnes istę lineę b c, a d, t k, h z tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant: sed tamen duę diagonij, quæ sunt a d, & b c, sint unius coloris: & super punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ibi possit intrare cornu nasi: ita ut cum tabula superponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ ferè duo media superficierum duorum uisuum: & sit hæc concauitas m h n. Fiant itaque de cera tria corpuscula columnaria, & sint diuersorum colorum: quæ sint e, g, p: & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q t, ita, quòd corpus g sit sup punctū q, & corpus p super punctū k, & corpus e super punctū t: & applicētur illa corpora fr miter ipsi tabul[illegible], ita quòd nō cadāt, & tūc applicetur tabula uisib. ut supra pręmissū est. Deinde experimētator inspiciat forti intuitu corpus g, quod est in pūcto q medio pūcto tabulę: tūc ergo duo axes amborū uisuū cōcurrent in aliquo pūcto superficiei corporis g, & supponentur duabus diagonijs tabulę, quę sunt b q, & a q, aut erunt æquidistātes illis, & axis cōmunis superponetur lineæ h q. Et si in

ha

hac diſpoſitione intueantur ambo uiſus omnia, quæ ſunt in ſuperficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuſcuiuſq; corporũ, quę ſunt e,g,p,forma una, & tota forma lineæ k q t erit una: linea uerò h z extenſa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ,ſecantes ſe ſuper punctum q,uel ſuper quodcunq; aliud punctũ cõcurrant radij uiſuales: & etiam quælibet duarũ diagoniorũ, quę ſunt b e & a d, apparebit duplicata, ita ut uideãtur quatuor diagonij: angulus uerò a q b apparebit amplior quã ſit ſecundum ueritatem. Et ſi alter uiſuũ claudatur,uidebũtur duę tantũ diagonij: & diagonius remota à medio ſequetur uiſum coopertum. Ex quo patet,quòd duæ diagonij, quę uidentur remotæ,ſunt illę,quarũ utraq; uidetur uiſu obliquo: & propter hoc cõprehenditur per radios remotos ab axe dextros & ſiniſtros: unde inſtituũtur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ: infigũtur enim in duabus partib. contrarijs reſpectu puncti medij nerui cõmunis, & in partib. remotis ab illo pũcto: unde illæ duę diagonij habent duas formas propinquas ſibi, & duas remotas à ſe inuicẽ. Deinde experimentator figat axes uiſuales ſuper aliquod corporum, quę ſunt e & p, quę ſunt ſuper pũcta t & k extrema lineę t q k: tunc enim apparebũt omnia numero,quo prius. Quòd ſi corpora e & p auferantur à locis ſuis, & ponãtur in linea h z



ęquidiſtanter à pũcto q: & ſit corpus e uicinius uiſibus in puncto l circa pũctum q: & corpus p ſit remotius à uiſu in pũcto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipſis uiſibus, figantur axes uiſuales ſuper corpus g, quod eſt in puncto q medio: tunc unũquodq; corporum e & p apparebit duo, & apparebũt ambo illa corpora, quatuor corpora obliquè à medio corpore g, duo ſcilicet in dextro, & duo in ſiniſtro: & uidebuntur ſuper duas lineas, quãuis ſecũdum ueritatem ſint ſuper lineã unam, & apparebũt quęlibet duo illorum quatuor corporum ſuper alterã illarum duarum linearum. Idẽ quoq; accidit ſi corpora e & p ponantur ſuper alterã duarũ diagoniorũ ſecundũ omnem modum, quo poſita fuerint ſuper lineã h z: taliter ut æquidiſtent corpori g, & unũ ſit propinquius uiſui quã alterũ: quia tunc utraq; diagoniorum apparebit duę: unde ſuper utramq; linearũ, quę ſunt unius diagonij, duo apparebunt corpora, unũ in parte ipſius uiſus, & aliud ultra corpus g poſitũ in medio illorum duorũ corporũ. Et ſimiliter ſi corpora e & p ponantur ſuper ambas diagonios, unũ ſuper unam, & aliud ſuper aliã, & ambo in parte uiſus: tũc enim apparebũt quatuor corpora, duo ꝓpinqua, & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponatur alterũ ipſorum ſuper marginem tabulæ in linea a c ultra punctum k, & tamẽ ualde uicinè illi pũcto k, & ſit ſuper punctũ r: & tunc applicata tabula uiſibus, dirigantur adhuc axes ad corpus g poſitũ in medio: & tunc apparebit forma puncti e tantũ una. Quòd ſi corpus e in eadem linea a c ponatur ſuper punctũ f remotius à pũcto k, quàm ſit punctum r: ſitq; punctũ f à puncto k diſtãtia ſenſibilis: & ſic directis axib. uiſualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idẽ quoq; accidit, ſi ambo axes uiſuales ſecundũ ultã diſpoſitionem dirigantur ad quodcunq; punctũ lineę t k: ſemper enim tũc corpus e poſitum in pũcto f uidebitur eſſe duo. Hęc uerò, quę præmiſſa ſunt, omnia per 105 huius & propoſitiones ſequẽtes declarantur, ut patet intuẽti. Quòd ſi experimentator direxerit axes uiſuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t: tunc ipſum corpus g, poſitũ in medio ſuperficiei tabulæ in puncto q, uidebitur duo: & ſi corpus e ponatur in pũcto t, & corpus p in pũcto k: tunc utrunq; ipſorũ uidebitur duo. Sed redeuntib. axibus uiſualibus ſuper punctũ q, aut ſuper aliquod punctũ lineę t k: tũc reuertetur prior diſpoſitio. Deinde accipiat experimẽtator tres ſchedulas pergameni paruas & ęquales, & inſcribat oẽs ipſas una ſcriptura manifeſta ęqualis quãtitatis: & ponat unã ipſarũ in medio ſuperficiei tabulæ in puncto q, & alteram ipſarũ ſuper punctũ k, figendo cũ cera, ut ſtent erectè, & applicata tabula ipſis uiſibus, ut prius, intueatur ſchedulã poſitã ſuper punctũ q, & cõprehendet eius ſcripturã certa cõprehenſione: & ſimiliter ſcripturã ſchedulę poſitę in puncto k cõprehendet: ſed nõ ita perfectè ut ſcripturã ſchedulę poſitę in puncto q, licet ſint illę ſcripturæ cõſimiles in figura, forma & quãtitate. Deinde aſſumatur tertia ſchedula, & ponatur quaſi in medio pũcto lineę e z, & manu protracta ſecundũ rectitudinem lineę k c, teneatur ultra tabulã in ſitu & poſitione duarũ aliarum ſchedularũ: tunc enim fixis ambobus axibus uiſuum in ſchedula poſita in pũcto q, & tũc uiſa tertia ſchedula, uidebitur forma ſcripturæ ſuę dubitabilis & indiſtincta: & ſi ſchedula pũcti k depoſita ſchedula tertia ponatur penes primã, quę eſt in puncto q: tũc ambę ſchedulę cõprehendentur in ſuis ſcripturis ęqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas: & ſi tertia ſchedula moueatur plane ſuper lineã q k, axibus illorũ uiſuũ cadentib. in pũctũ q: uidebitur tũc diminui diſtinctio ſcripturæ ſchedulæ motæ ſecundum diſtantiam, quæ ſit per motum, donec perueniat ad punctum k: & tunc

paulatim

paulatim à puncto k extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam: tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quod tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq; circa lineã c d eisdem, quæ cum his schedulis facta sunt circa lineam k t, eadem tunc uisibus apparent, quę prius, seruata distantiæ proportione: & etiam si elongentur ultra longitudinem tabulæ. Quæ itaque ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accident uni uisuum, si alter fuerit cooperturus. Deinde assumatur schedula quatuor digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40 th. huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincta, & erigatur hęc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ: tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura, quæ est circa medium schedulæ, uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q: & tunc axibus uisuum cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta quàm prius, cum schedula fuerit super lineam k t: & si schedula plus obliquabitur, indistinctior uidebitur scriptura, & quantò magis obliquabitur schedula, tantò magis latebit utrunque uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q: tunc patet, quòd medietas schedulæ cadet extra tabulam. Visu itaque cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo: & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliquationis & distantię à puncto q: & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ, erit litera legibiliter distincta: & si obliquetur schedula super punctũ z: tunc erit scriptura latentior quàm prius. Et uniuersaliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spatio distantiæ: & etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ. Quod autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum, altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorum, quę per plura theoremata proponuntur: & patet manifestè, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas. Patet ergo propositum.

109. In uisione diuisionis, continuationis & numeri error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 27. 38. 48. 55. 59. 64. 67. 69 n 3.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione: quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit fortè diuisiones esse uel scissuras: & ita continuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem continui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantùm una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicùm distantia, apparebunt continua & unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quę non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia fit error in præmissorum uisione. Parietem enim aliquo à longè uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus: fortè putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spatium illius coloris. Similiter etiã si prope parietẽ illum crescat altitudo herbarum, ut cõsueuit in talibus crescere hedera: uidebitur fortè paries secundum hederæ spatium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum: & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura æstimantur unum. Corpora enim à longè uisa in colore similia, & adinuicem propinqua, creduntur continua, & propter hoc tabulę parietis uel scamni apparent quandoq; continuę, cũ modica diuisione ab inuicem sunt diuisæ: & sic diuisa æstimantur propter remotionẽ à uisu esse continua, & plura æstimantur unũ. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in præmissorum uisione: si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint pũcta sensibilia nigra uel ualde tenebrosa: illa quædã diuisiones putabuntur, & inter partes illis punctis ecc fines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit cõtinuitatis unio: & si in hoc corpore fuerint lineę tenebrosę sensibiles, iudicabũtur partes eius cõtinuales diuisę, cũ sint cõtinuę, & plures, cũ sint unum. Similiter est ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinatè post alium modicùm distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, fortè occultabitur uidenti spatium, quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus, cum sint diuersi & plures. Qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione præmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum: quod ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim iaceret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitrum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate: si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene compressa sint, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiem ipsorum: huius autem erroris causa est paruitas quantitatis spatij & aeris, secundum quod se illa folia contingunt, & sic etiã numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione: in corpore enim magnę raritatis, ut in crystallo pura, si in aliqua parte superficiei suę fuerit linea nigra,

apparebit

apparebit totum corpus fissum secundũ locum, in quem cadit illa linea, & ita æstimatur uitrũ discõtinuum & plura: & hoc accidit propter perspicuitatem, quæ accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia, reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisione. Si enim corpus, in quo sit linea nigra, subitò à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium ei uisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subitò uideantur, æstimabuntur cõtinua sicut accidit in tabulis scamnorum subitò inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes: quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & fortè semper durante uisus debilitate: & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo: tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorũ oculorum, quę diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut satis demonstratum est ex præmissis. Patet ergo propositum.

110. Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secundum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus. Alhazen 4 9 n 2.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc, quàm prius: palàm quòd facilitas huius comprehensionis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motũ. Quãdo enim comprehenditur situs unius rei mobilis, respectu alterius rei uisibilis, tunc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus. Semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ, respectu alterius uisibilis, quod est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco: aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisę motæ, respectu illius uisibilis non secundum se totum moti: & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motum à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia comparetur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu: tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum: aut enim mobile tunc elongabitur aut appropinquabit uisui per motum. Et quia, ut patet per 9 huius, elongatio aut appropinquatio a uisu sentitur, palàm quia motus tunc sentitur. Quod si mobile mouetur tantum circa uisum circulariter, tunc cum superficies uisiua oculi non sit tota sphærica, ut patet per 4 th. 3 huius, quoniam sola superficies foraminis uueæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi: aliqua itaque re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisę motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationem eius: & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, comprehendet tamẽ motum secundum quemlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiẽdo quòd illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quando ipse uisus & etiã res uisa ambo mouentur, adhuc discernit uisus motum: quoniam distinguit inter diuersitatem uisus, quæ accidit rei uisæ motę propter motum ipsius rei, uel propter motum ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium non motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi fortè perueniat in uisum forma rei uisæ motæ. Et quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore: diuersitas enim situs partium rei uisę non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus: & quia inter quælibet duo instantia cadit tempus medium: palàm quòd inter illa duo instantia cadit tempus medium: & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa comprehensum esse sensibile. Et hoc proponebatur.

111. Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res ipsa uisa. Alhazen 5 on 2.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquidistantem illi, siue etiam nõ sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis: semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij, super quod mouetur res ipsa uisa. Qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spatij, super quod mouetur res uisa secundum se totam motu recto, & tunc uisus certificat qualitatẽ motus per certificationem figuræ spatij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquidistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoque qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehensione spatij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquidistante ipsi, aut erecta super ipsam: motum enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spatij tortuosi, super quod fit motus. Comprehendit etiam uisus diuersitatem & æqualitatem motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spatiorum, super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis, in quo fiunt illi motus. Cum enim uisus sentit quod unum spatium pertransitum ab uno mobili in aliquo tempore, est maius alio spatio pertransito ab alio mobili in eodem tempore: uel cum uisus senserit æqualitatem duorum spatiorum cum inæqualitate temporum duorum motuũ:

tunc

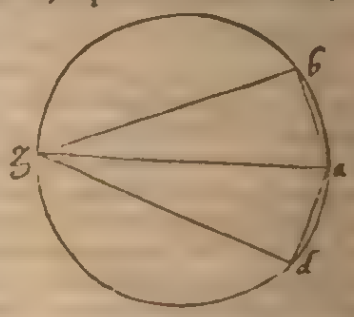
tunc enim ſtatim auxilio uirtutis animæ diſtinctiuę & cognoſcitiuę ſentiet uelocitatẽ unius mobilis ſuper alterum & duorum motuũ inę qualitatem. Patet ergo propoſitum.

112. Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente. Alhazen 52 n 2.

Cum enim uiſus comprehenderit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eundem ſitum in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile: tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam per 110 huius: quoniam ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius: comprehẽdet ergo illam rem quieſcentem. Comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcẽtis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpẽctu ipſius uiſus Secundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu. Et hoc proponebatur.

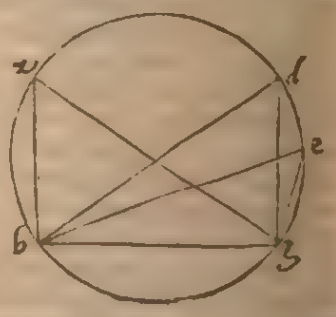
113. Eſt locus, in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet. Euclides 44 the. opt.

Sit res uiſa b g: & ſit centrum uiſus in puncto a: & accedant formę punctorum b & g ad uiſum a ſecundum lineas b a & g a: fiatq; trigonum a b g. Dico, quòd eſt locus, in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper eiuſdẽ quantitatis uidebitur magnitudo b g. Trigono enim a b g circunſcribatur circulus per 5 p 4: & ſuper punctum g terminum lineę a g cõſtituatur angulus æqualis angulo a g b p 23 p 1, qui ſit a g d: & producta linea g d ad peripheriã circuli copulentur lineæ a b & a d: eritq; per 26 p 3 arcus a d ęqualis arcui b a: ergo per 29 p 3 eſt chorda a b ęqualis chordę a d: & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt ęqualis arcui b g: chorda quoq; g d erit ęqualis chordæ b g per 29 p 3: ergo per 8 p 1, uel per 27 p 3 erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus, qui ſunt d g & b g. Quia itaq; lineæ b g & d g ęquales ſub æqualibus angulis, qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur: palàm quoniam illæ lineę ęquales uiſui apparent per 20 huius. Patet ergo propoſitum. Idẽ quoq; contingeret, ſi centro oculi in centro circuli manente fixo, res uiſa ſup circuli peripheriã moueatur: tunc enim uiũbili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur ęqualis uiſui nõ tranſmutato: quoniam ſub eodẽ ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum. Patet ergo propoſitum.



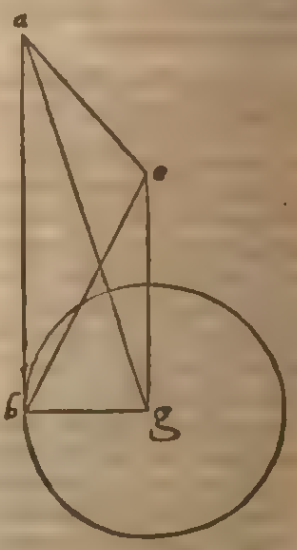
114. Eſt locus, in quo oculo trãſmutato re uiſa non mota, ſemper res uiſa æqualis apparet. Euclides 45 th. opt.

Sit res uiſa b g: & ſit oculus in puncto z dato in aere, ut contingit: & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z: & circumſcribatur trigono b z g, circulus per 5 p 4, ut in præmiſſa: ſitq; ille circulus z d g b: & mutetur centrum oculi à puncto z in punctum d: & ducantur lineę b d & g d: eritq; per 27 p 3 angulus b z g ęqualis angulo b d g: ergo per 20 huius in utroq; ſitu magnitudo b g ſemper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uiſui per omnia pũcta arcus b z g tranſmutato. Et hoc eſt propoſitum.



115. Quantitas erecta ſuper aliquam planam ſuperficiem, in qua ſit centrum uiſus, mota ſecundum circuli peripheriam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato. Euclides 41. 42 th. opt.

Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiẽ planam datam: in qua ſit centrum uiſus, quod ſit g: & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b: & ſecundũ quantitatem lineę g b, centro exiſtente in puncto g, deſcribatur circulus. Dico, quòd ſi ſuper illius circuli peripheriam moueatur magnitudo erecta, quę eſt a b, quòd ſemper uidebitur ęqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente. Quia enim linea a b eſt erecta ſuper ſuperficiem, palã per definitionẽ, quia ſemper facit angulum a b g rectũ, & ſemper angulũ ęqualem cũ linea g b, utcunque contingit, ducta linea a b: ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibijpſi, cum ſit diameter circuli, & linea a b ſemper eſt æqualis ſibijpſi: ducatur itaque linea a g: palamq; quòd per totam circuli peripheriam angulus a g b eſt æqualis ſibijpſi: ergo per 20 huius magnitudo a b ſemper uidebitur æqualis: quod eſt primum propoſitorum. Ducatur itaque linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli: erit ergo

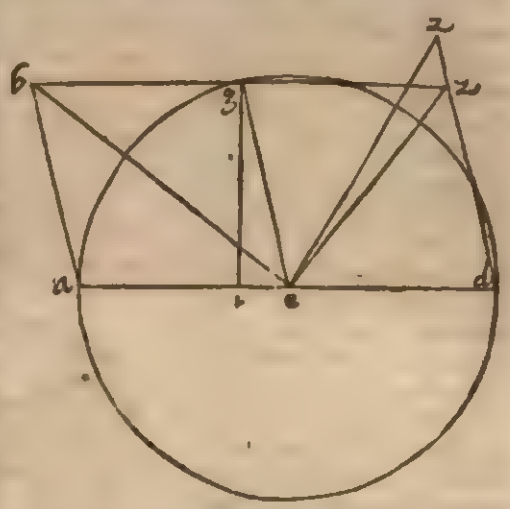


linea g e

linea g e æquidiſtans lineæ a b per 6 p 11,& centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecundum aliquod punctum lineæ g e,quod ſit e, in quo figatur uiſus. Dico,quòd adhuc magnitudo a b mota ſuper circuli peripheriam æquidiſtanter lineæ g e,ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e: patet per 4 p 1 quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibijpſi. Cum enim angulus b g e ſit ſemper æqualis ſibijpſi, erit baſis b e ſibijpſi ſemper æqualis, & angulus e b g æqualis ſibijpſi:ergo etiã angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibijpſi: ergo & baſis a e,& angulus a e b erit ſemper æqualis ſibijpſi:ergo per 20 huius linea a b ſemper uidebitur æqualis ſibijpſi:patet ergo ſecundum propoſitorum.Et hoc eſt totum,quod proponebatur.

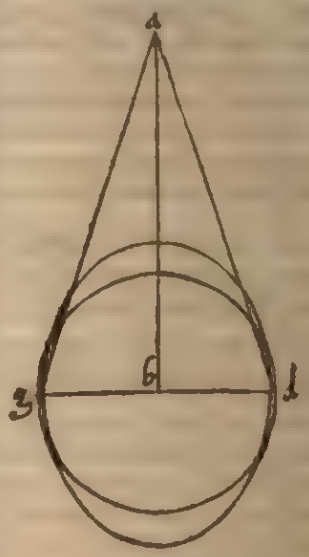
116. Quantitas obliquè incidens ſuperficiei planæ, in qua eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli peripheriam, cuius centrum eſt centrum uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uerò exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli, mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquidiſtantiam per illius circuli peripheriam quandoq; æqualis, quandoq; minor, quandoq; maior uiſui apparebit. Euclides 43 th.opt.

Sit circulus a d:cuius centrum ſit punctum e:& in eius peripheria ſumatur punctum d:ſit quoq; linea d z obliquè incidens ſuperficiei circuli: & ſit centrum oculi in puncto e centro circuli. Dico, quòd ſi linea d z in circuli peripheria tranſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quòd ipſa ſemper æqualis apparet:hoc autẽ poteſt euinci per 4 p 1,ut in præcedente: eſt enim angulus d e z ſemper æqualis ſibijpſi: ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20 huius. Et hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e centro circuli a d,cuius ſuperficiei obliquè incidat linea d z,quæ ſit æqualis ſemidiametro d e: moueaturq; per circuli illius peripheriam ſecundũ ſui primi ſitus æquidiſtantiam, ſitq; exempli cauſſa angulus z d e acutus. Dico,quòd aliquando apparebit linea mota,quæ d z, æqualis ſuæ propriæ quantitati,utpote ſemidiametro circuli,aliquãdo maior,aliquando minor. Ducatur enim à centro circuli e linea e g æquidiſtans lineæ d z per 31 p 1, quæ fiat æqualis eidem per 3 p 1: ducatur quoq; à puncto g perpendicularis ſuper circuli ſuperficiem per 11 p 11,quæ ſit g i: & ducatur à centro circuli linea e i: quæ producatur ad peripheriam circuli in pũctum a:& à puncto a ducatur linea æquidiſtans lineæ e g per 31 p 1, quę ſit a b: quæ reſecetur per 3 p 1 æqualis lineæ d z: eritq; linea a b æquidiſtans etiã lineæ d z per 30 p 1 uel per 9 p 11. Et quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi, eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d, & à pũcto g in aere dato ad ſubſtratam planam ſuperficiem incidit linea g i perpendiculariter,& linea g e obliquè: tunc patet per 39 th.1 huius,quoniam angulus g e a minimus eſt omnium angulorũ ſub illa linea obliqua g e, & quacunq; linea in ſubſtrata ſuperficie circuli a d protracta contento:& omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore:& duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes ſunt inter ſe æquales. Dico itaq;,quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z tranſpoſitarum ſecundum peripheriam circuli minima apparebit. Ducantur enim lineæ g z, g b, e b, e z, e d. Quia itaq; linea g e eſt æquidiſtãs lineæ a b & æqualis ut patet per 34 p 1, quoniã linea g b eſt æqualis lineæ e a & æquidiſtans eidem : ſunt ergo duæ ſuperficies parallelogrammæ,quæ e g b a & e d z g. Quia uerò angulus g e a eſt acutus, ut patet ex præmiſſis, propter obliquationem lineæ g e ſuper ſuperficiẽ circuli a d:erit ergo angulus g e d obtuſus per 13 p 1: quoniam enim,ut patet per 39 th.1 huius,angulus g e a eſt minimus omnium angulorum contentorum ſub quacunq; linea in ſuperficie circuli ducta ad punctum e, & ſub linea g e:eſt ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d : ſed cũ linea e z ſit diagonius parallelogrammi e d z g: palàm quòd angulus d e z eſt medietas g e d anguli p 4 p 1: & ſimiliter angulus b e a eſt medietas anguli g e a : angulus itaq; d e z eſt maior angulo b e a. Ergo per 20 huius quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d. Et per præmiſſa cum angulus g e a ſit minimus omnium angulorum, qui cõtinentur ſub linea g e & aliqua linea in ſuperficie circuli a d producta: palàm quia medietas anguli g e a erit minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum. Quantitas ergo lineæ a b uidebitur omnium aliarum ſibi æqualium quantitate minima. Et quoniam angulus z e d eſt maximus omnium illorum aliorum angulorum: uidebitur ergo quantitas z d maxima : mediæ uerò modo medio uidebuntur,& quantitates in circuli peripheria æqualiter diſtantes ab utraq; quantitatũ,quæ a b & d z,ad inuicẽ uidebũtur æquales. Et hoc eſt propoſitũ.



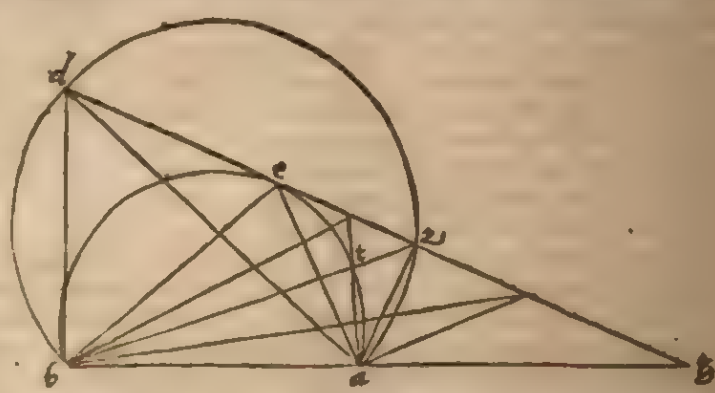
117. Re uiſa ſuper ſuperficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi ſecundum circuli peripheriam moto circa punctum, in quo res uiſa ſuperficiei continguntur: res ſemper æqualis uiſui apparebit: quod non accidit centro uiſus moto ſuper peripheriam oxygonia ſectionis.

Sit a b magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b: sitq; centrū oculi in puncto g in eadem superficie: & centro quidem existente puncto b, secundum spatium b g lineæ describatur circulus, qui sit g d. Dico, quòd si transponatur centrum oculi à puncto g, super totam circuli g d peripheriā: apparebit uisui linea a b semper æqualis. Quoniam enim angulus a b g est semper rectus per definitionem lineæ super superficiē erectæ: palam quia omnes anguli a g b per 4 p 1 sunt ubiq; æquales: ergo per 20 huius res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis. Et hoc est propositum primum. Non accidit autem hoc centro uisus moto super peripheriam oxygoniæ sectionis: quoniā tunc quantitas rei apparet inæqualis, quę super ipsius sectionis punctum medium est erecta: quoniam sectio oxygonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circumferentiam ductæ sunt inæquales: appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximātes semidiametro minori sunt minores: contrarium ergo necessario accidit ei, quod oculo moto secundum circuli peripheriam accidebat: quod patet per 7 & per 20 huius. Patet ergo totum, quod proponebatur.



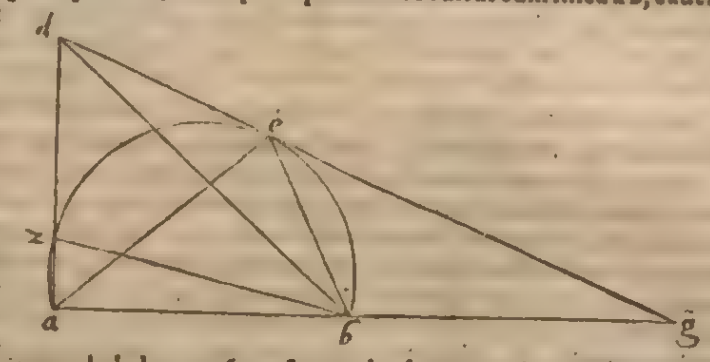
118. Re uisa fixa manente, oculo uerò moto secundum lineam rectam obliquè incidentē quantitati rei uisæ: illa quātitas quandoq; æqualis, quandoq; inæqualis uisui apparet. Euclides 46 th. opt.

Sit res uisa, quæ a b: & sit centrum uisus punctum e: incidatq; linea e g obliquè lineæ a b: producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g: & item producatur linea e g in continuum & directum ultra punctum e ad punctū d: sit illa linea indefinita d e g. Dico, quòd oculo transmutato secūdum lineam d g, quandoq; linea a b uidetur minor: quandoq; maior: quandoq; æqualis. Sumatur enim per 13 p 6 inter duas lineas b g & a g linea medio loco proportionalis, quæ sit, exempli causā, linea e g: hoc autem est possibile per resectionem lineæ d g per 3 p 1: ponaturq; cētrum oculi in puncto e: producaturq; linea e b: & producatur in superficie trigoni b e g à puncto b linea perpendicularis super lineam b a, quæ sit b d: quæ per 14 th. 1 huius concurret cum linea e g: ideo quod angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus: cōcurrant itaq; in puncto d. Dico, quod moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inæquale apparet. Ducantur enim lineæ a e, a d: & describatur per 5 p 4 circa a e b trigonum portio circuli, quæ similiter sit a e b. Et quoniam illud, quod fit ex ductu lineæ b g in lineam a g, ut patet per 17 p 6 & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ e g: patet per 37 p 3 quoniam linea g e est contingens circulum b e a in puncto e. Et à termino quoq; a lineæ g a ducatur linea a z per 23 p 1 ita, ut fiat angulus g a z æqualis angulo g d b: cadetq; punctum z in lineam d g inter puncta e & g per 29 th. 1 huius: eritq; b a z d quadrilaterum inscriptibile circulo per 22 p 3: quilibet enim eius duo anguli ex aduerso coliorati ualēt duos rectos: angulus enim d z a per 32 p 1 ualet angulum z g a, & angulum z a g: sed angulus z a g, ut patet ex præmissis, est æqualis angulo g d b: sed angulus d b g rectus cum angulis b d g & d g b ualet duos rectos per 32 p 1: angulus itaq; d z a cum angulo d b g ualet duos rectos: sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualēt quatuor rectos: quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos: ergo anguli z d b & z a b ualēt duos rectos: est ergo quadrilaterum z d b a circulo inscriptibile. Circumscribatur ergo ei circulus per 22 p 3 & per 9 p 4: & sit circumscripta portio circuli, quæ sit b d z a: ducaturq; linea b z secans arcum e a in puncto t: secabit enim ipsum ideo, quia, ut patet ex præmissis, punctum z cadit inter puncta e & g: & ducatur linea t a: eritq; per 16 p 1 angulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco: sed angulus a t b est æqualis angulo a e b per 27 p 3, quoniam cadunt in eundem arcum, qui est b a, portionis circuli minoris, qui b e a. angulus itaq; a e b maior est angulo a z b: angulus uerò a z b æqualis est angulo a d b per eandem 27 p 3: quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum, qui est a b circuli maioris, qui est b d z a: angulus itaq; a e b maior est angulo a d b. Centro uerò uisus existente in puncto d, uidetur linea a b sub angulo a d b: ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b: maior itaq; uidebitur in puncto e, quàm in puncto d per 20 huius. Mutato ergo oculo secundum puncta lineæ e d, semper inæqualis uidebitur magnitudo b a: quoniam semper minor se ipsa: & quanto plus accedit ad punctum d, tantò uidebitur minor: &



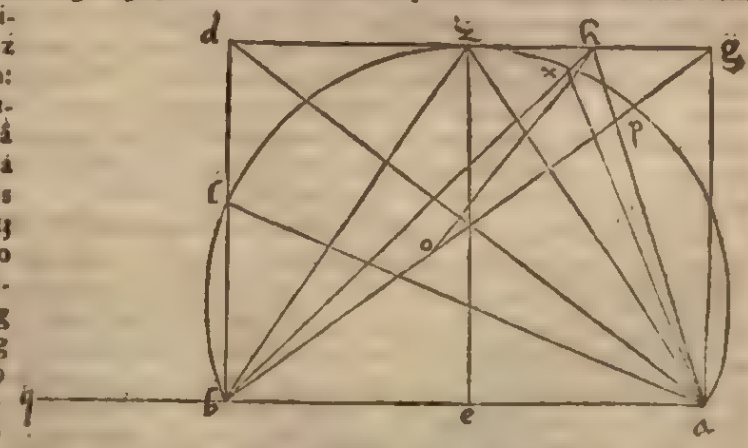
quantò

quantò plus appropinquat puncto e, tantò apparet maior: eodemq; modo uisu mutato super puncta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor quàm super punctum e: quoniam linearum ductarum per punctum aliquod lineæ e g à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a: quoniam angulus à lineis ad circumferentiam arcus e a ductis per 21 p 1 maior erit illo constituto super aliquod punctorum lineæ e g, per lineam trans idem punctum arcus ab altero terminorum lineæ a b productam, & per lineam à reliquo eius termino copulatam. Quilibet autem angulorum cõstitutorum super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productas est æqualis angulo b e a per 27 p 3: ergo per 20 huius linea a b maior uidebitur centro uisus existente in puncto e quàm ipso existente in aliquo punctorum lineæ e g. Semper quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat puncto g: ita quòd centro uisus existente in puncto g, non uidebitur nisi unicus eius punctus, qui est a, ut patet per 4 huius. Maior autem semper apparebit secũdum quod appropinquat ad punctum e: ad punctum uerò z apparebit sicut ad punctum d, æqualis sibi: ideo quòd anguli b d a & b z a per 27 p 3, ut suprà patuit, sunt æquales. Et quoniam, ut iam ostendimus, uisu existente in puncto g, non uidebitur linea a b, imò tota linea g b, nisi punctus: palàm quod inter puncta g & z modica fit additio. Semper ergo uidebitur linea a b inæqualis: in æquidistantia uerò à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas propter æqualitatem angulorum prouenientium hinc & inde. Quòd si linea e g non ex parte puncti a, sed ex parte puncti b cõcurrat cum linea a b, eadem est demõstratio. Sit enim, ut fiat cõcursus, sicut prius, in puncto g: & sit linea g e medio loco proportionalis inter lineas a g & g b: & copulatis lineis e a & e b, trigono a e b circũscribatur portio circuli, quæ sit, ut prius, b e a: & ducantur lineæ d b & d a: sitq; cẽtrum oculi super punctum d: & ad punctum, in quo linea a d interfecat circumferentiam circuli b e a, qui sit z, ducatur linea b z. Et quia angulus b z a est maior angulo b d a per 16 p 1, & angulus b e a æqualis est angulo b z a per 27 p 3, quoniam cadunt in eundem arcum a b: palàm quia angulus b e a maior est angulo b d a. Visus itaq; centro existẽte super punctum e maior apparebit linea b a per 20 huius quàm ipso existente in puncto d: in punctis uerò d & z apparebit linea a b æqualis: & omnia alia accidũt, ut prius declaratum est. Patet ergo propositum.



119. Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquidistantem rei uisæ: eius quantitas quandoq; æqualis, quandoq; inæqualis uidetur. Euclides 47 th. opt.

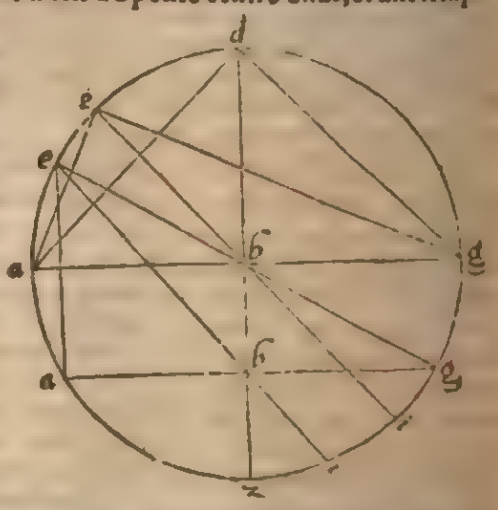
Esto uisa magnitudo, quæ fixa & immota permanens sit a b: diuidaturq; per æqualia in puncto e: & erigatur super ipsam perpendiculariter linea e z per 11 p 1: sitq; centrum oculi in puncto z: ducanturq; lineæ z a & z b, ita ut compleatur trigonũ a z b: & describatur circa a z b trigonum portio circuli a z b per 5 p 4: ducaturq; linea z d parallela lineæ b a per 31 p 1: moueaturq; centrũ oculi in punctum d: & ducantur lineæ d a & d b: & ad punctum, in quo linea d b secat circulum, quod sit l, ducatur linea a l. Palàm ergo per 16 p 1 quoniam angulus a l b maior est angulo a d b: sed per 27 p 3 angulus a z b est æqualis a l b: est ergo angulus a z b maior angulo a d b: maior ergo uidebitur magnitudo a b, centro oculi existẽte in puncto z quàm in puncto d, ut patet per 20 huius. Et si linea z g sit æqualis lineæ z d, æqualis uidebitur linea a b in punctis d & g: hoc enim cõcluditur per 34 & 4 p 1, ductis lineis g b & g a: angulus enim b g a æqualis est angulo b d a: & similiter patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g: ergo per 20 huius in talibus punctis uidebitur linea a b semper sibijpsi æqualis. Si uerò linea z h sit minor quàm linea z d: tunc ducãtur lineæ b h & a h: & ꝓducatur linea a b ultra pũctum b ad punctum q. Quoniã itaq; angulus z e b est rẽctus, patet per 32 p 1 quoniam angulus z b e est acutus: erit ergo per 13 p 1 angulus q b z obtusus: ergo per 29 p 1 angulus h z b est obtusus: ergo per 16 p 1 angulus g h b est obtusus: linea ergo b g est maior quàm linea b h per 19 p 1. Quia uerò p 4 p 1 & ex hypothesi patet quòd angul⁹ z b a est æqualis angulo z a b: angulus ergo b a h est maior angulo h b a: ergo per 19 p 1 linea b h est maior quàm linea a h: ergo & linea b g est maior quàm linea a h. Et quoniam lineæ b z & a h se interfecant,



cant, sit punctus sectionis p. Et quoniam per 37 p 1 trigonum b g a est æquale trigono b h a, ablato ab ambobus communi trigono b p a: remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g: sed per 15 p 1 angulus a p g est æqualis angulo b p h: ergo per 15 p 6 & 16 p 5 erit proportio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p: ergo per 15 p 5 erit proportio totius lineæ a h ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p: sed linea a h est minor quàm linea b g, ut patet ex præmissis: ergo linea a p est minor quàm linea b p: linea ergo b p est maior quàm linea a p. Quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o per 3 th. 1 huius: erit ergo ex præmissis linea p o minor quàm linea p b: abscindatur ergo linea p o à linea p b per 3 p 1, & ducatur linea h o. Quia itaq; per 11 p 5 & ex præmissis est proportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g per 15 p 1, palàm per 6 p 6 quoniam trigona h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula: est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p. Et quoniam linea h o diuidit basim b p trigoni b h p, patet per 29 th. 1 huius quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulum b h p: est ergo angulus b h a maior angulo o h p: ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a. Quantitas ergo lineæ b a per 20 huius maior uidebitur, centro uisus existente in puncto h quam in puncto g: minor autem quàm in puncto z. Sit enim punctus, in quo linea b h secat circulum b z a, punctus x: & ducatur linea a x. patet quoq; per 16 p 1 & per 27 p 3 quoniã angulus b z a est maior angulo b h a. Et quoniam quibuscunq; punctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue linea d z sit maior quàm linea z g, siue minor: semper eodem modo potest demõstrari: patet ergo propositum. Angulus enim b z a sit maximus omniũ illorũ angulorũ: & ei propinquiores fiunt remotioribus maiores: & æqualiter ab illo distãtes fiũt æquales: & secundũ illorũ angulorũ quãtitates per 20 huius mutatur quãtitas rei uisæ.

120. Sunt loca, in quibus oculo trãsposito, æquales magnitudines communiter loca quadam directè occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

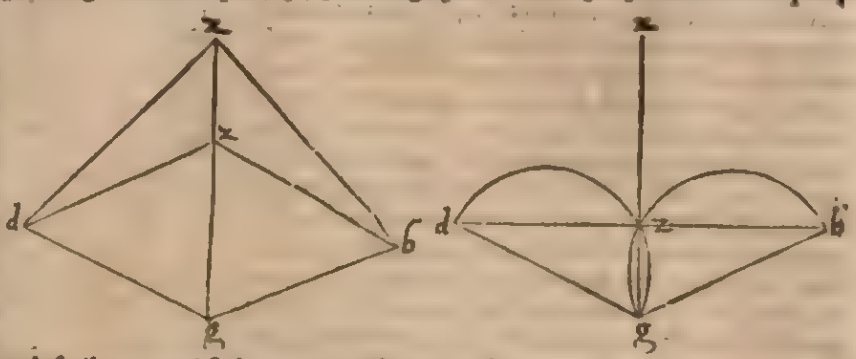
Cõmuniter dicuntur magnitudines occupare loca sua, quãdo una applicatur alteri taliter, quòd nihil cadit medium inter ipsas, neq; secundum rectam lineam æqualiter, utriq; magnitudinũ coniunctam, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinum angulariter incidẽtem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d: & sint uisæ magnitudines æquales, quæ a b & b g, communiter occupantes locum b: & à puncto b super ambas illas magnitudes ducatur linea perpendicularis, quæ sit b z: sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto, in quo est centrum uisus. Et quoniam in quocunq; puncto lineæ d z posito centro uisus, erunt semper per 4 p 1 anguli b d g & b d a in centro uisus æquales: manifestũ ergo per 20 huius quoniã secundũ quemcunq; punctum lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebũt. Trãsponatur autem oculus: & sit extra lineam d z in puncto e: dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparẽt: producãtur enim lineæ e a, e b, e g: & describatur circa a e g trigonum circulus, qui sit a e d g, per 5 p 4, & adijciatur lineæ e b linea recta b i, attingens in parte opposita puncto e circumferentiã. Quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g per 33 p 6 propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit cẽtrum descripti circuli, siue non: semper enim ex hypothesi, & per 3 p 3 & 4 p 1 & per 28 p 3 erit arcus a i maior arcu i g. Palàm ergo item per 33 p 6, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g: sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b ab oculo existẽte centraliter in puncto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g: apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20 huius. Palàm etiam per 118 huius quòd si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus obliquè incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales: & quantò propinquius ad punctum b, tantò apparẽt maiores per 16 p 1 & per 20 huius: quoniã semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiam centrum uisus moueri intelligatur: semper inæquales apparent magnitudines a b & b g: & si oculus extra circulum ponatur nõ existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparent magnitudines a b & b g. Quod est propositum.

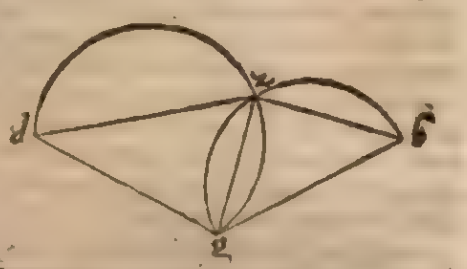


121. Sunt loca, in quibus posito uisu, æquales magnitudines communiter loca quædam obliquè occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Esto cẽtrum uisus in puncto z: & sint duæ magnitudines æquales uisæ: quæ g d & g b, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito: obliquè tamen coniungãtur secundum angulum, qui sit d g b: hunc ergo angulũ per æqualia diuidat linea g z per 9 p 1. Dico quòd in quocunq. puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d. Potest autem hoc conuinci per 4 p 1 & per 20 huius: semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit, si super utranq; illarum linearum b g & g d semicirculus describatur: & à puncto sectionis illorum semicirculorum, qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g: tunc enim, quia

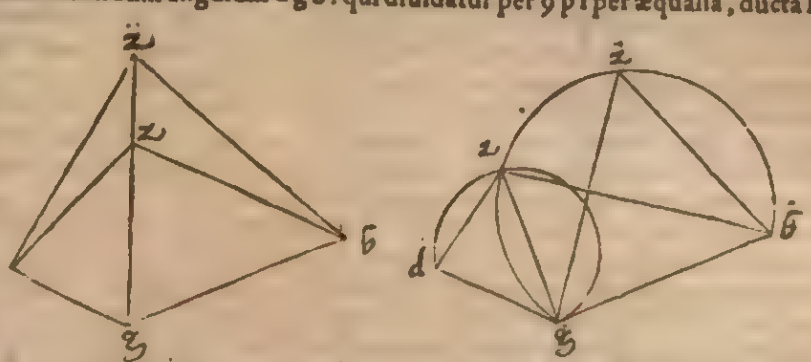
uterq; angulorum b z g & d z g erit rectus per 31 p 3: patet ergo per 20 huius propositum. Idē quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producatur: & in eius pūcto z centrū oculi ponatur. Sed est etiá locus, in quo illę magnitudines datæ æquales, quæ sunt b g & g d, uisui inæquales apparēt: ad quem inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineam g d portio maior semicirculo, quæ sit g z d. Possibile quoque est hoc super g d describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualē per 33 p 3: sed illa portio maior est semicirculo per 31 p 3: sit ergo descripta, & sit g z d: & ducantur lineæ b z & g z & d z: angulus itaq; b z g est rectus per 31 p 3, & angulus g z d acutus per eandem 31: sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20 huius. Est itaque locus, in quo magnitudines æquales inæquales apparent: ut punctus sectionis portionis maioris semicirculo constitutæ super unam magnitudinum, & semicirculi super alteram constituti. Et hoc est, quod proponitur.





122. Est locus, in quo inæquales magnitudines communiter loca quædam obliquè occupantes, quandoq; inæquales, quandoq; æquales apparent. Euclides 49 th opt.

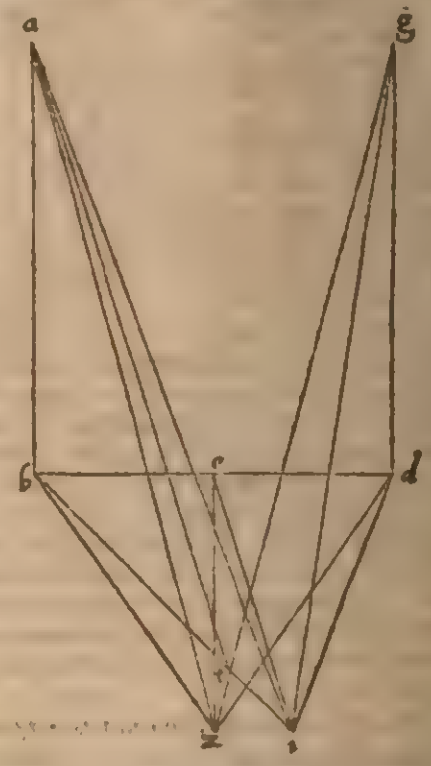
Sit, ut in præcedente, centrum uisus in puncto z: & sint duæ magnitudines quarum maior b g; minor uerò g d, coniunctæ secundum angulum d g b: qui diuidatur per 9 p 1 per æqualia, ducta linea g z. Dico, quòd oculo existente super quodcunq; pūctum lineæ z g, semper magnitudines b g & g d uidebuntur inæquales: & b g maior. Ductis enim lineis b z & d z, anguli ad pūctum z fiunt inæquales, & maior, cui maior basis subtenditur per 25 p 1. Quoniá si detur quod illi anguli sint æquales: erūt trigoni b z g & g z d æquianguli & æquilateri, quod est cōtra hypothesim: palàm ergo quòd illi anguli erunt inæquales: uidebūtur itaq; per 20 huius illæ magnitudines inæquales: & maior uidebitur ipsa g b, quoniam sub maiori angulo uidebitur. Sed & quandoq; illæ magnitudines uidentur æquales. Describatur enim, sicut in præmissa, circa lineam b g maiorem ipsarum portio maior semicirculo, quæ sit b z g: & ducantur lineæ b z & z g: & circumscribatur lineæ g d minori portio similis portioni b z g, hoc est angulum æqualem angulo b z g capiens: sit quoq; communis punctus istarum sectionum punctus z: & ducantur lineæ z b, & z g, z d. Quia itaq; angulus d z g est æqualis angulo b z g, quoniá in similes cadunt portiones. Oculi itaq; centro posito in puncto z, qui est punctus communis sectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent. Quod est propositum.



123. Sunt loca, in quibus centro uisus posito, æquales magnitudines erectæ super subiacētem planam superficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent. Euclides 48 th opt.

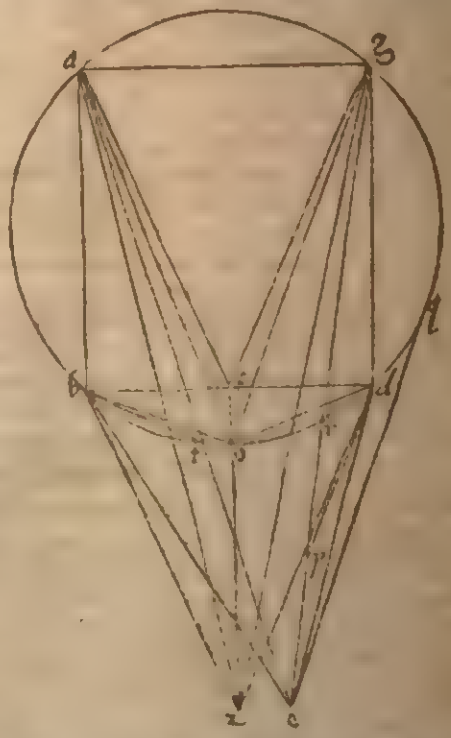
Sint duæ magnitudines a b, & g d æquales & erectæ super subiacētem ipsis planam superficiem: dico quòd est locus ubi posito cētro uisus, magnitudines a b & g d apparēt æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quæ sit b d: quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e per 10 p 1: & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z super lineam b d in eadem superficie per 11 p 1. Dico quòd super lineam e z perpendicularem super lineam d b existente centro uisus, semper magnitudines a b, & g d æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z: & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d. Quoniá ergo trigonorū b e z, & d e z latus b e est æquale lateri d e, & latus e z est commune, anguli uerò z e b, & z e d sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1 quoniam linea z b est æqualis lineæ z d: sed & linea a b est æqualis lineæ g d per hypothesim, & anguli g d z & a b z sunt recti per definitionem lineæ super superficiem erectæ: erit ergo per 4 p 1 linea z a æqualis lineæ z g,

& reliqui anguli reliquis angulis. Angulus ergo a z b æqualis eſt angulo g z d: ergo per 20 huius æquales apparent magnitudines a b, & g d. Dico etiam quòd quandoq. inæquales apparent ipſæ magnitudines a b, & g d. Remanẽte enim præmiſſa diſpoſitione in eadem tubſtrata ſuperficie tranſmutetur centrum oculi extra lineam e z: & fiat in puncto i: & ducatur linea i e ad medium punctum lineæ b d: & ducantur lineę i a, i b, i g, i d: eritq; per 24 p 1 linea i b maior quã linea i d: ideo quòd angulus b e i eſt maior angulo d e i, æquis interſe lateribus contento: abſcindatur ergo à linea i b æqualis lineæ i d per 3 p 1: ſitq; linea b t æqualis lineæ i d, & ducatur linea a t. Quia itaq; per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a & i d g ſunt ęquales, quia rectus erit ergo per 4 p 1 angulus b t a æqualis angulo g i d: ſed angulus b t a per 16 p 1 eſt maior angulo b i a, quia eſt extrinſecus trigono a t i: angulus ergo g i d maior eſt angulo b i a: ergo per 20 huius uiſu exiſtente in puncto i, maior apparet linea d g quàm linea a b: & eodẽ modo de quolibet puncto extra lineã z e dato eſt demonſtrandum. Variantur autem magnitudines in uiſu ſecũdum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium. Patet ergo propoſitum.

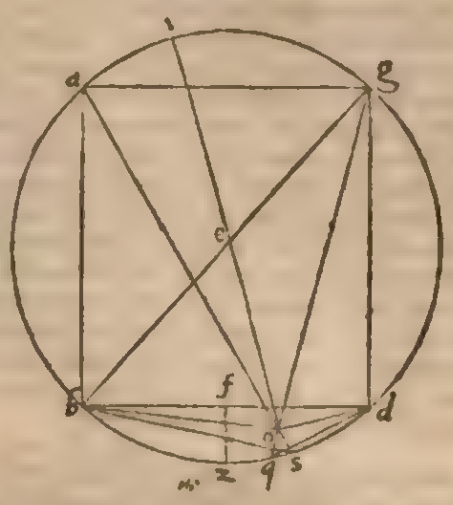


124. Sunt loca, in quibus centro uiſus poſito, in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoque æqualia, quandoq. inæqualia uidentur.

Sit rectangulũ a b g d, cuius duo latera a b & g d ſint æqualia. Dico quod ſunt loca, in quibus cẽtro uiſus poſito, illa duo latera uidebũtur æqualia. Circumſcribatur enim illi rectangulo per 40 th. 1 huius, & per 9 p 3 circulus, in cuius alterius arcuum (qui ſunt b d & a g) quocunq; puncto ponatur cẽtrum uiſus: ſit autẽ, exempli cauſſa, poſitus in pũcto medio arcus b d, qui ſit o: & copulentur lineæ, quæ o a, o g, o b, o d. Quia itaq; latera a b & d g ſunt æqualia: erunt per 28 p 3 arcus a b, & d g æquales: ergo per 27 p 3 erũt anguli a o b & g o d æquales: ergo per 20 huius latera a b & d g uidentur æqualia uiſu exiſtente in puncto o. Similiter quoq; demonſtrandũ eſt de quolibet puncto amborum arcuum b d, & a g: ſemper enim centro uiſus in quorumcunq; illorũ punctorũ exiſtente, uidẽtur a b & g d magnitudines æquales. Similiter quoq; ſi linea b d diuidatur per æqualia in puncto f per 10 p 1: & in puncto f ponatur centrũ uiſus: tunc item per 4 p 1 & 20 huius lineæ a b & g d uidebũtur æquales. Et ſi à pũcto f ducatur per 11 p 1 linea perpendicularis ſuper lineam b d, quę ſit f z, ſecans peripheriam circuli in puncto o: tunc adhuc ſecundum præmiſſa, in quocũq; pũcto lineæ f z ponatur centrũ uiſus, ſemper per 4 p 1 & 20 huius dictę lineæ a b & g d apparebunt ęquales. Quod ſi centrũ oculi ſit extra circulũ a b g d, ut in pũcto e, quod ſit, exẽpli cauſſa, propinquius lineæ d g, quã ipſi b a: dico quòd uidebitur linea a b maior quàm linea g d. Protrahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d: ſecetq; linea e a peripheriã circuli in pũcto t, & linea e g in puncto r: & copulentur lineæ b t & d r. Et quoniã, ut ſuprà patuit, lineæ a b & g d ſunt æquales ex hypotheſi: ergo per 28 p 3 erit arcus a b æqualis arcui g d: erũt ergo per 27 p 3 anguli a t b & g r d æquales propter duorum arcuũ æqualitatẽ: ergo per 13 p 1 anguli b t e & d r e ſunt æquales. Quia uerò arcus b t eſt maior arcu d r, propter maiorẽ propinquitatẽ puncti e ad lineã d g: erit ergo per 29 p 3 latus b t maius latere r d: linea uerò e t eſt minor quàm linea r e: quod patet ex 17 p 6 & 36 p 3 protracta prius à pũcto e per 17 p 3 linea e q circulũ contingẽte in pũcto q. Tunc ergo, cũ linea a e ſit maior quàm linea e g ex hypotheſi: patet etiã per 8 & 10 p 5 lineam e r eſſe maiorẽ linea e t. Quia ergo linea b t eſt maior quàm linea r d, & linea e t eſt minor quàm linea e r: fiat per 3 th. 1 huius, ut quæ eſt proportio lineæ b t ad lineam t e, eadẽ ſit lineæ r d ad aliquã lineam quartam: quæ neceſſario, ut patet ex præmiſſis, erit minor quã linea r e. Abſcindatur ergo p 3 p 1 æqualis illi à linea r e, quę ſit r p: copuletur quoq; linea p d. Ergo per 6 p 6 trigona b t e & r d p æquiangula erũt, eritq;

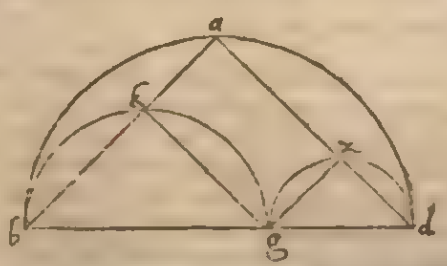


eritq; angulus r p d æqualis angulo b e t: sed per 16 p 1 angulus r p d maior est angulo p e d: angulus ergo a e b est maior angulo g e d: ergo per 20 huius uidebitur linea a b maior quàm linea g d. Si autem centrum oculi consistat intra circulum: tunc immutetur figura, sitq;, ut prius, circulus a b d g d circumscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d diuidatur per æqualia in puncto f: & ducatur à puncto f ad peripheriam circuli perpendicularis super lineam b d: quę sit z f: consistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o: dico quòd linea g d apparebit maior quàm linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctũ e: ducanturq; lineæ o a, o b, o g, o d: producaturq; linea a o usq; in punctum circumferentiæ, quod sit s, & linea g o usq; in punctum q, & linea e ò usq; in punctum i: & copulentur lineæ q d & g b. Cum itaq; linea a s sit maiòr quàm linea g q per 7 p 3: propter hoc quòd punctus o, in quo est centrum uisus, datus est in portione z f d propinquior lineæ d g quàm lineæ a b, & propinquior puncto g ꝙ puncto a: linea quoq; a s est propinquior centro o quàm linea g q: est ergò portio circuli & arcus a s maior portione circuli & arcu q g: sed, ut patet ex præmissis, arcus a b æqualis est arcui g d per 28 p 3 & ex hypothesi: ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus b s maior arcu q d: ergò per 29 p 3 erit chorda b s maior quàm chorda q d: sed per 7 p 3 linea o s est minor quàm linea o q, cum linea o s sit propinquior diametro e i quàm linea o q, ut patet ex præmissis. Quoniam ergo anguli b s a & g q d per 27 p 3 sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales: in trigonis quoq; b o s & d o q latus b s est maius latere q d, & latus q o maius latere s o, ut patet ex præmissis: & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales: tunc per modum, quo in præmissis superius usi sumus, patet quòd angulus b o s maior est angulo q o d: ergo per 13 p 1 angulus b o a est minor angulo g o d: ergo per 20 huius uidebitur linea g d maior quàm linea a b, centro oculi existente in puncto o. Quod est propositum. Similiter quoq; si centrum uisus fuerit in portione z f b, uidebitur linea a b maior quàm linea d g. Hæc ergo latera rectanguli quandoq; uidentur æqualia, quandoq; inæqualia in diuersis locis centro uisus posito. Quod est propositum.



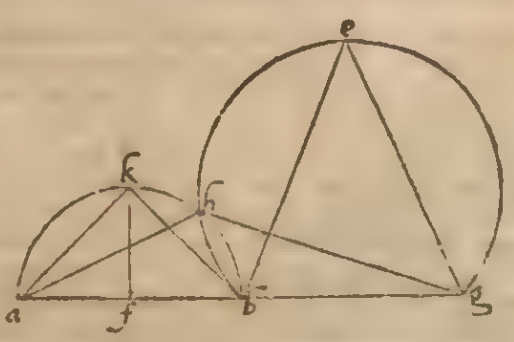
125. Sunt loca, in quibus oculo posito, inæquales magnitudines in idem compositæ, æquales uitrig; inæqualium apparent. Euclides 50 th. opt.

Sit duarum magnitudinum datarum b g maior, & d g minor: & circa utranq; semicirculus describatur, ut circa lineam d g semicirculus d z g, & circa lineam b g semicirculus g k b: & tertius semicirculus describatur circa totam lineam d b, qui sit d a b. Ductis itaq; lineis d a & b a, palàm quia productæ lineę secant minores semicirculos: secet ergo linea a b semicirculum g k b in puncto k, & linea d a semicirculum d z g in puncto z: & ducatur linea z g & k g. Palàm itaq; per 31 p 3, quoniam anguli d z g & g k b & d a b omnes sunt æquales: quia recti. Oculi itaq; centro secundum puncta k, a, z transmutato, uidebitur linea b g æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g. Et idem accidit centro oculi secundum quæcunq; puncta formarum semicirculorũ transmutato. Patet ergo propositũ.



126. Possibile est inuenire loca, à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars: & uniuersaliter in ea proportione, secundum quam propositus angulus diuidetur. Euclides 51 theo. opt.

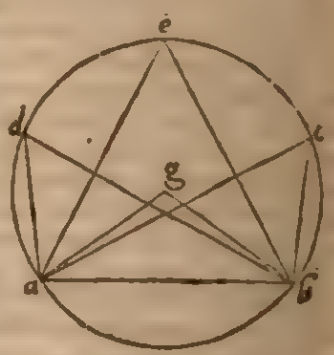
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales: & circa a b describatur semicirculus, qui sit a k b: qui per 30 p 3 diuidatur per æqualia in pũcto k, ductis lineis a k & b k: palãq; p 31 p 3 quoniã angulus a k b est rectus: diuidaturq; angulus a k b per æqualia per 9 p 1 ducta linea k f: quę per 33 p 6 necessariò erit perpendicularis super diametrũ a b, & incidet centro semicirculi: ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in puncto k: & per 33 p 3 supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulũ æqualẽ angulo a k f. Et quoniã angulus a k f est acutus, angulus enim a k b, q est rectus, est du-



plus angulo a k f: erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 31 p 3, quæ sit b e g: eritq; angulus a k b duplus anguli b e g: cadatq; punctus e in medio arcus b e g. Quia itaq; lineæ a b & b g uidentur directè uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e: uidebitur ergo per 20 huius linea b a in puncto k dupla lineæ b g uisæ in puncto e. Et quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales per 21 p 3, palàm quòd accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi scilicet præmissi, qui a k b, & portionis b e g, à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hinc inde sit semper eadẽ. Visu itaq; existente in puncto communis sectionis ipsarum, qui sit punctus h: tunc eodem intuitu uidebitur linea a b quasi dupla lineæ b g. Et eodem modo diuersificatur rerum æqualium apparentia, diuiso angulo per alium numerum quemcunq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secundum aliquam proportionẽ per 27 th. 1 huius, & circa magnitudinem describere portionem circuli capientem angulum alicui diuidentium æqualem: & semper posito centro uisus ad illum angulum uidebitur apparentia magnitudinis uariari secundum illum. Hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineam protensæ à puncto concursus linearum illum angulum continentium: quoniam in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantię maioris ad minorẽ, quàm anguli ad angulum, ut patet per 11 huius. Idem quoq; accidit, si angulus a k b secundum aliam proportionẽ fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli super lineam b g constituatur angulus: & eadem est demonstratio. Patet itaq; propositum.

127. Sunt loca, in quibus posito uisu, eadẽ magnitudo quandoq; totius suæ quantitatis, quandoq; medietatis, quandoq; quartæ, uel secundum datam proportionem uidetur.

Esto a b magnitudo uisa: dico quòd ipsa (transmutato centro uisus ad diuersa puncta) quandoque apparet suæ propriæ quantitatis, quandoq; in alia quacunq; proportione. Describatur enim circa lineam a b circulus a e b, ita quòd linea a b non sit diameter illius circuli: quod potest fieri sumpta pro diametro circuli aliqua linea maiore quàm sit linea a b. Sit itaque centrum illius circuli punctum g: & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e. Palàm ergo per 20 p 3 quoniam angulus a g b duplus est angulo a e b. Oculi itaque centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior quàm appareat centro oculi existente in arcu a e b per 20 huius: quoniam omnes anguli contenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a, b ductis sunt æquales per 21 p 3: & cuilibet illorum duplus est angulus, qui ad centrum g, per 20 p 3. Patet ergo propositum.



128. Oculo, ei, quod uidetur, propius accedente: uidebitur rei uisæ quantitas augmentari. Euclides 55. theo. opt.

Sit linea uisa b g: & sit oculus in puncto z: ducanturq; lineæ z b & z g: & accedat oculus propius lineæ b g: & sit super d punctum: intelligimus autem hic accessionem secundum lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam. Ducantur ergo lineæ b d & g d. Et quia per 21 p 1 angulus b d g est maior angulo b z g: res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20 huius. Videbitur ergo augmentata quantitas lineæ b g, oculo super d existente, respectu eius, quod fuit, existente centro uisus in puncto z. Et hoc est propositum.

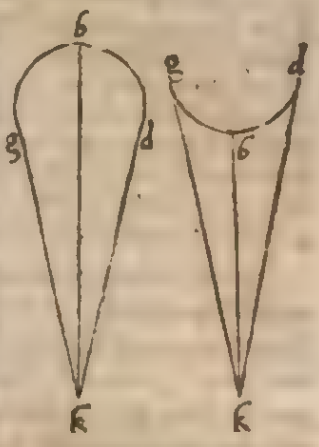
129. Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare. Euclides 58 th. opt.

Sit magnitudo a b, quæ uidetur: & centrum oculi sit in puncto g: & ducantur lineæ g a & g b: & augmentetur b a magnitudo ita, ut fiat magnitudo b d maior quàm b a: & ducatur linea d g. Quia ergo angulus b g d maior est angulo b g a, ut patet per 29 th. 1 huius, quia est maior, sicut totũ sua parte: palàm per 20 huius quoniã maior apparet magnitudo b d quàm b a: maiora uerò se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodũ aucta: in eo uerò quòd maiora sunt, sub maiori angulo uidẽtur. Et quoniã tale uisum uidetur idẽ ei, qd' prius uisũ est, & ęstimatur ęquale sibi ipsi: omnium aũt æqualiũ, qd' à ppinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7 huius: uirtus ergo

distin-

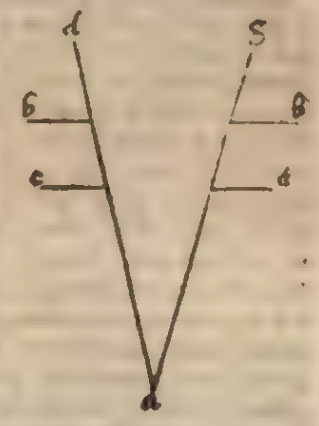
distinctiua animæ sentiens angulum, sub quo fit uisio, augmentari, & æstimans tem eandem, iudicat se illam à propinquiori uidere. Omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare. Et hoc est propositum.

130. Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes, extremis suis non in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quandoq; concauã, quandoq; uerò faciunt conuexam: Euclides 29. theo. opticorum.



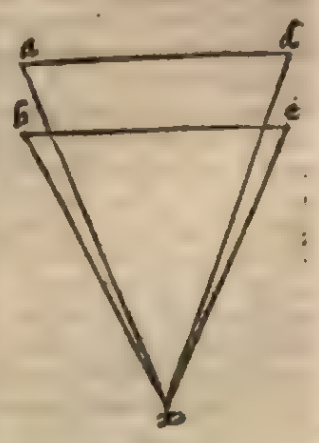
Verbi gratia uideatur magnitudo g b d iacens in aliqua superficie: & eius punctum medium, quod est b, non sit in directo suorum extremorum, sed extra illa: sitq; oculus in puncto k: & ducantur lineæ k g & k b & k d. Videbitur itaq; tota figura g b d concaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu. Accedat uerò medius punctus rei uisæ, quod est b, ad uisum: & fiat propinquior oculo: dico quòd uidebitur tota magnitudo conuexa: uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorum formæ secundum ipsorum situm & distantiam describuntur in superficie uisus: & accidit uisui passio, quæ accidit ex superficiebus concauis & conuexis. Apparent ergo illa concaua & conuexa secundum diuersitatem situs sui puncti medij. Et hoc est propositum.

131. Omnium mobilium æqueuelocium secundum eandem lineã motorũ, ultra punctum cõiunctionis axium uisualium proximum uisui existentium, remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqueuelociter: & sit centrum uisus a: & sit, ut mobilia b & c sint super lineam a g: & sit b remotius à uisu quàm c. Quia ergo linea a b est maior quàm linea a c: palàm per 7 huius quoniam secundã lineam a b sub minori angulo fit uisio quàm secundum lineam a c. Visio ergo, quæ fit in puncto b, minus erit certa, quàm quæ fit in puncto c: & similiter per eandem 7 huius sub minori angulo uidetur spatium, quod in aliquo tempore pertransiit mobile b, quàm illud spatium, quod in eodem tempore pertransit mobile c. Motus ergo mobilis b non comprehenditur tam perfectè, ut motus mobilis c: uidebitur ergo b tardius moueri, quia sub minore angulo uidetur mobile b, quàm mobile c. Et similiter spatium, quod pertransit mobile b, sub minori angulo uidebitur quam spatium, per quod in eodem tempore transit mobile c. Minus ergo uidebitur spatium, per quod motum est mobile b, spatio, quod pertransit mobile c per 20 huius. Et si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d: tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus: minus autem adhuc uidebitur moueri b, quod est remotius à uisu, quàm ipsum c. Quod si ambobus ipsis existentibus in uno axe uisuali, & aliquod ipsorum fuerit intra concursum axium propinquissimum uisui, illud propinquius penitus obliquè uidebitur, ut per multas præcedentium patuit: unde æstimabitur tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui. Patet ergo propositum.

132. Omnium mobilium æqueuelocium super lineas æquidistantes non proximas uisui motorum, remotiora uidentur tardius moueri. Euclides 30 theo. opt.



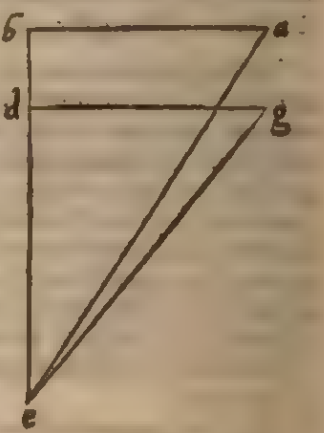
Sint duo mobilia a & b æqueuelociter mota super duas lineas æquidistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarum remotior à uisu sit a d: sitq; centrum uisus punctum z: à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e. Dico quòd mobile a, quod est uisui remotius, uidebitur fieri tardius quàm mobile b, quod est propinquius: quia per 7 & 20 huius linea a d uidebitur minor quàm linea b e, cum tamen sint æquales. Mobile ergo a, quod in æquali tempore æquales partes lineæ a d abscindit, uidetur tardius moueri quàm mobile b, quod in eodem tempore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e abscindere uidetur, quamuis, ut patet ex hypothesi, illæ partes hinc & inde sint æquales. Apparet ergo uelocius moueri mobile b, quàm mobile a remotius uisui. Quando enim mobile b peruenit ad punctum e: tunc mobile a peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e: & ita uidetur mobile a præposteratum mobili b: quia linea b e uidetur

maior

maior quàm linea a d. Mobile ergo a ęstimatur tardius moueri quàm mobile b. Quod est propositũ.

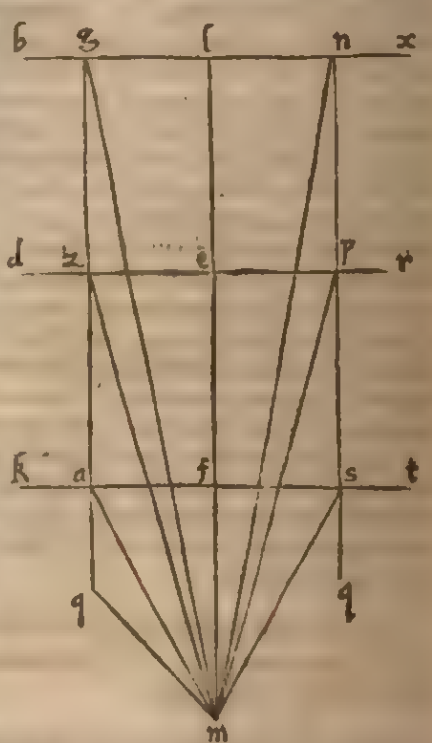
133. Oculo fixo existente, & axe uisuali aequaliter transmutato, remotiora uisorum aequaliter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur. Euclides 57. theo. opt.

Sint duo uisibilia a & g existentia in duabus lineis æqualibus, quę sint a b & g d: sitq; centrum uisus e: & sit, ut axis uisualis transeat ex puncto d ad punctum b: erit ergo punctum b remotius à uisu, quàm sit punctum d. Palàm itaq; per 7 huius quoniam linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidetur, quàm sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui. Angulus ergo d e g est maior angulo b e a: ergo per 20 huius linea g d uidetur maior quàm linea a b. Manente itaq; oculo fixo in pũcto e, & axe uisuali moto per spatium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertranſit axis propter minoritatem anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, quàm uisibile g. Videtur ergo uisibile a fieri posterius uisibili g: quoniam uisũ g uidebitur à retro illud. Quod est propositum.



134. Mobilium secundũ lineam, cui perpendiculariter insistunt, aequidistantem linea ab oculo ducta e, aequaliter ad ductam ab oculo lineam motorum: illud, quod remotius à centro uisus est, antecedere, propinquius uerò sequi uidetur: transitu uerò facto ad aliam partem linea ab oculo ducta, remotius quidẽ subsequi, propinquius uerò antecedere uidetur. Euclides 52 th. opt.

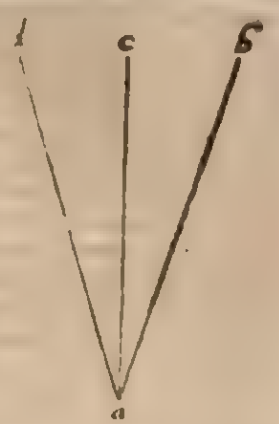
Sint æquali uelocitate mota tria mobilia, scilicet b g, d z, k a super lineam, quæ sit g a, cui orthogonaliter insistant secundũ puncta g, z, a: sitq; mobile b g remotius à centro uisus, quod sit punctũ m: & sit mobile a k uisui propinquius: ducaturq; à uisu à puncto scilicet m per 31 p 1 linea parallela lineę g a, quæ sit m l: & ducantur lineæ m g, m z, m a: producanturq; lineæ k a, d z, b g ad lineã m l: incidatq; linea k a lineæ m l in punctum f, & linea d z in punctũ e, & linea b g in punctũ l. Et quoniam lineæ g a & m l sunt parallelæ: palàm per 21 huius quoniã ad partẽ l concurrere uidentur: propinquior igitur uidebitur g ad punctũ l, quàm z ad punctũ e, uel a ad punctũ f. Videtur igitur præcedens b g, subsequés uerò d z, & ultimũ ipsorum k a. Protrahatur itaq; linea g a ultra punctum a ad punctum q, & copuletur linea q m. Quia ergo per 16 p 1 angulus m a q est maior angulo m z a, & angulus m z a est maior angulo m g z, palàm quòd linea m g magis approximare uidetur ad punctũ g, quàm linea m z ad punctum z, uel linea m a ad punctũ a: quoniã anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis. Itaq; mobile b g, quòd est remotius, uidebitur præcedere mobilia d z & k a (accedentibus secundum lineam rectã, quę est g a, ad lineam m l æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d z, b g) mobile uerò k a; quod est postremum, uidetur subsequi: quia magis uidetur à linea m l elongari. Et hoc durabit, quousq; linea g a superponatur lineæ m l: tunc secundum lineam rectam m l mobile k a propinquius uisui uidetur quàm alia, & maius per 7 & 20 huius. Facto autem transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia, quæ fuerunt prius dextra uisui, fiant sinistra, uel econtrariò: tunc mobile remotius uisui uidebitur sequi, & propinquius præcedere propter eandem causſam, quam præmisimus. Et ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, quod est remotius à centro uisus m, pertranſita linea m l, perueniat ad locum lineæ n x, & mobile d z ad locum lineæ p r, & mobile k a, quod est propinquius uisui, perueniat ad locum lineæ s t. Ducantur quoq; à centro uisus ad puncta n, p, s lineę m n, m p, m s. Videbitur ergo mobile n x subsequi duo alia mobilia, ideo, quòd, sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctum l, quàm linea p r ad punctum e, uel quàm linea s t ad punctũ f. Igitur mobile b g, quod fuerat prius præcedens, cum peruenerit ad lineam n x, uidebitur sequi: & linea a k, quæ fuerat prius subsequẽs, super lineam s t uidebitur præcedere. Et sic illorum mobilium mutato situ, motus uidebitur diuersus. Quod est propositum.



135. Pluribus mobilibus non aequè uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, aqueuelocia uisui, quiescere: tardiora uerò cõtrà moueri: & celeriora antecedere uidebuntur. Euclides 53 th. opt.

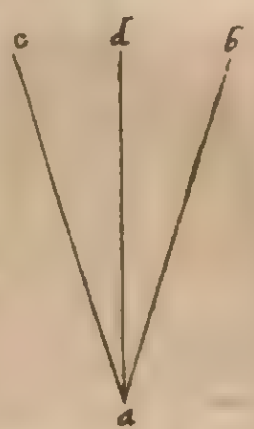
Sint

Sint tria mobilia b,c,d:& sit centrum oculi punctũ a:sit autem inter hæc mobilia,b tardissimum, & c æqueuelox uisui,d uerò sit uelocius quàm c:& omnia moueantur ad eandem partem uniuersi: à centro quoq; uisus a ducantur lineæ a b, a c,a d.Cum itaq; motus fuerit oculus a: tunc mobile c,quod est æqueuelox oculo,æqualiter motum est cum oculo:non ergo mutat situm respectu oculi:ergo per 112 huius ipsum quiescere uidebitur.Mobile uerò b,quia est tardissimum, patet quòd moto uisu ipsum est pertransitum per motum uelocioré ipsius uisus:& quia mobile c uidetur quiescere,& mobile b semper magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c super mobile b:uidetur ergo mobile b ad partem contrariam moueri. Mobile uerò d, quia uelocissimum est,præcedit mobile c,& ipsum uisum:& semper fit plus distans à uisu.Videtur ergo præcedere.Patet itaq; propositum.



136. Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum:illud uidebitur ad partem contrariam alys mobilibus moueri. Euclides 54 theo.opt.

Sint enim duo mobilia b & d, quę moueantur æqueuelociter ad unam partem quamcunq;: & sit c aliquid non motum: sitq; centrum uisus a: & ducantur à centro uisus lineæ a b,a c,a d.Quia itaq; mobile b mouetur ad aliquem terminum : palàm quoniam ipsum fit propinquius ad illum quàm corpus c, quod non mouetur : sed & mobile d æqueuelociter motum est mobili b:uidentur ergo mobilia b & d nõ mutare situm adinuicem:corpus uerò c mutat situm respectu illorum amborum mobilium:uidetur ergo c ad partem illis contrariam moueri, quod patet per 110 huius. Et hoc est ꝓpositũ. Et ex hoc apparet,quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariam moueri. Quia enim partes nubium æqueuelociter mouentur, ut b & d:lunæ uerò motus proprius à uisu propter remotionẽ in paruo tempore non percipitur, ideo uidetur luna, ut mobile c, ad partem contriam moueri.



137 Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli: & linea superficies rotunda.

Cum enim talia mobilia sic signata mouentur circulariter, quodlibet suorum punctorum motu suo describit circulum:quoniá quodlibet punctum non figitur in eodem loco tempore sensibili, sed in paruo tempore circumgyrat totam circumferentiam, super quam uoluitur:peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiem uisus per modum circumferentiæ circuli.Quoniam enim motus circularis est totus unus,non diuidens tempus:non potest uisus comprehendere formam puncti signati nisi secundum circumferentiam circuli : in minimo enim tempore comprehendit colorem illius puncti circumgyratũ: & si plura sunt puncta secundũ ordinem unius sub altero signata, plures uidebuntur circuli subalternatim & ordinatè cõtenti.Et hic est ludus puerorum in trochis super planas superficies circulariter exagitatis:quoniá quando trochus fuerit circumgyratus motu forti, & aspexerit quis ipsum,si unus est punctus in ipso signatus,uidebitur circulus:& si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebuntur plures circuli æquidistantes, & circa idẽ centrum: & uidebit uisus differentiá colorum cuiuslibet illorũ circulorũ. Et si plura puncta diuersorũ colorũ sibi ad inuicẽ approximantur,cõprehẽdet uisus oẽs illorum punctorũ colores quasi unũ coloré,diuersum ab omnibus coloribus, qui sunt in illis punctis,quasi sit color cõpositus ex omnibus coloribus illorũ punctorũ, & nõ cõprehendet lineationẽ neq; diuersitatẽ colorũ. Et si motus fuerit ualde fortis,cõprehendet uisus illud corpus motũ,quasi quiescẽs & circulariter figuratũ:ideo quòd nullũ illius corporis pũctũ figitur in loco tẽpore sensibili,sed in minimo tẽpore gyratur tota circũferentia,sup quá reuoluitur.Et similiter mota linea uidebitur secũdũ lineę lõgitudinẽ latitudo cuiusdam superficiei rotundę descripta in superficie ipsius uisus:& si linea illa fuerit colorata:tunc propter motus uelocitatẽ, motus facit totá superficiẽ rotundá apparere coloratam. Et hoc est propositum.

138.In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 28.39.49.55.60.65.67.70 n 3.

Ex intemperata enim luce accidit error in uisione motus & quietis. Si enim de nocte cõprehenderit uisus hominẽ ante aliquod nemus, fortè occultabitur ei distantia hominis ad nemus. Si itaq; uidens moueatur uersus hominẽ uisum, quantò magis ad illũ accesserit, tantò distantiá illam certius uidebit: unde cum prius simul unà cũ nemore appareret et homo uisus,& quantò ad eum plus accedit, tantò plus uidetur à nemore remotus : & certũ est ei nemus immotũ remanere : æstimabit ergo hominẽ ad partem contrariã nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hominem uisum immotum & quietũ esse. Et etiá si homo de nocte uisus non plenè cõprehenditur, qui modicũ moueatur, nõ discernetur motus eius,& uidebitur quiescens:hi aũt errores non acciderent in temperata luce.

Ex in-

Ex intemperata etiam remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si quis enim ad partē, in qua lunam aut solem aut stellā aliquā uiderit, moueatur, cum post plurimū motum lunā ante se uiderit elongatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipsam lunā ad eandem partē secum moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elongatiōes durare: & euenit hoc etiā in luna ad partē contrariā properante. Accidit q; hic error ideo, quia notū est homini quòd in his naturis inferioribus existentibus duobus corporibus, quorū unum moueatur in partem aliquā, si tunc permanserit identitas situs respectu alterius corporis, tunc necesse est etiā aliud corpus in eandē partē æquali motu fuisse motū: hoc tamen non oportet sic æstimari in luna uel stellis, quoniā magnitudo uiæ, quā peragit quis motu suo, non est proportionalis magnitudini corporis lunæ uel alterius stellæ: ergo neq; excessus postremę propinquitatis ad stellam super primā propinquitatē est sensibilis, respectu totalis remotionis. Idem etiā error accidit in motu nubium: creditur enim uelocissimus esse motus lunæ, quia partes nubiū, per quas uidetur luna, subitò mutantur, & luna nunc cū his partibus nubiū, nunc cum illis uidetur esse sita: & quia luna est corpus luminosum uisibilius quàm nubes, æstimatur luna moueri motu, quo secundū ueritatē nō mouetur. Similiter etiā accidit error in quiete: aliquis enim à longè uisus non ueloci motu motus, quiescere uidetur: & propter hoc planetas credimus immotos, licet uelociter moueātur. Vię enim, quas incedunt in tēpore paruo, nō sunt perceptibiles uisui à tāta remotione: unde durante situ ipsorum, respectu uidentis identitate quiescere putātur. Similiter etiam accidit hic error, si in eadem linea uisuali uel axe corpus aliquod uisum uel à uisu moueatur. Tunc enim nisi motus eius fuerit ualde fortis, putabitur immotū: quia non percipitur an partes uel ipsum totū se aliter habeat nūc q̄ prius: uia enim, qua incedit, est imperceptibilis à tanta remotione. Ex intemperata etiā situs oppositionis obliquitate accidit error uirtuti distinctiuę in præmissorū uisione: unde aliquo uelociter nauigāte in flumine, & obliquè inspiciēte arbores in ripa fluminis: tūc arbores ab axe uisuali multum elongatas æstimabit moueri, illæ uerò arbores, quibus axis uisualis incidet, quiescere uidebuntur. Similiter rota aliqua mota, ut molendini obliquè uisa uidetur quiescere. Fit autem hic error propter solam obliquationem situs rei ad uisum, quoniā talis rota directè intuita moueri uidetur. Ex intemperata etiā magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si enim moueantur duo, quorum unum sit paululū uelocius alio, putabit uidens esse æqualem ipsorū motum, cum insensibile sit uisui unius motus super alium excrementum, & similiter quantitas excessus uiæ, quam transit alius, imperceptibilis est uisui: unde iudicatur æqualitas motuū & uiarum: & similiter res parua mota fortè æstimabitur non moueri, etiam si distantia à uisu fuerit tēperata. Ex intemperata etiam raritate accidit error in præmissis. Si enim in aere nubiloso obscuro duo corpora moueantur, quorū unum alio paululum uelocius moueatur: iudicabuntur forsitan æquales ipsorum motus, cum propter intemperiem diaphanitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū alterius excessus: nec enim tunc percipitur à uisu excessus uiæ pertransitæ ab uno, à uia pertransitæ ab alio. Similiter etiam in tali aere à longitudine media, non tamen parua, si quis uideat aquā fluentem, aut iudicabit eam immotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabitur minus mota quàm moueatur. Ex intemperata etiam temporis dispositione fit maximus error in uisione motus & quietis, quæ per se tempore mensurātur. Cum enim duorū mobilium unū paulò uelocius alio mouebitur: tunc motus in tēpore modico cōprehensi æquales iudicabuntur: quia nō est tam subitè cōprehensibilis ipsorū excessus: & si aliquid tardè moueatur, hoc in tēpore modico inspectū nō uidebitur moueri: quoniā uia, per quā mouetur in modico tēpore, est imperceptibilis uisui propter sui paruitatē: sed & uelocissimè motum circulariter & in eodem loco manens, ut trochus, non æstimatur moueri: locus enim trochi non mutatur, & partes uelocissimè redeunt ad priorem situm. Ex intemperantia etiam dispositionis uisus accidit error uisioni præmissorum. Cum enim quis sæpius in circuitu fuerit reuolutus, & pòst quiescit: tunc putat quòd uicini parietes moueantur: ideo quia spiritus uisibiles interius moti discurrunt ex motu corporis ipsius facto, nec statim quiescente corpore exteriori spiritus intrinsecus moti quiescunt, eò quòd leuiores corpore grosso, sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi autem moti formas motas uirtuti distinctiuæ repręsentant: uidentur ergo omnia moueri, quorum formæ motis spiritibus uirtuti animæ offeruntur etiam post quietem ipsius uidentis. Et huius simile est etiam in alijs motis: trochus enim diu post quietem manus motricis mouetur, & non quiescit, quousq; uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiam quædam corporis & oculorum infirmitas, in qua uidentur omnia circumuolui. Si etiam corpus similium partiū uoluatur tardè, ut accidit in quibusdam rotis horologiorū: tunc uisus debilis non percipiet motū eius, neq; etiam sanus uisus percipiet motum parui temporis. Si uerò sit corpus dissimilium partium, ut in rotis molendini: tunc fortè etiam uisus debilis comprehendet motū, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio: quia propter uelocitatem motus fortè dissimilitudo partium rotæ non poterit comprehendi. Patet itaq; illud, quod proponebatur.

139. Asperitas comprehenditur à uisu ex cōprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, per quā comprehenditur diuersitas situū partium superficiei corporis. Alhazen 53 n 2.

Cum asperitas sit diuersitas situs partiū superficiei corporis, palàm per 11 th. 2 huius, quòd partes præeminentes umbrām faciunt, quando lux inciderit superficiei illius corporis: partes ergo præeminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes profundas peruenit umbræ, permiscentes lucem illis partibus incidentem. Diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis,

quod

quod non accidit in ſuperficie plana: eius enim partes ſunt conſimilis ſitus, & fit forma lucis in omnibus ſuis partibus conſimilis. Viſus itaq; cognoſcit formam lucis in ſuperficiebus aſperis & planis diuerſam, propter frequentationem uiſionis ſuperficierum aſperarum & planarum: & ſecundum hoc dijudicat aſperitatem ſuperficierum uel planitiem in corporibus aſperis quibuſcũq;. Sed ſi ſuperficiei aſperæ partes fuerint ualde præeminentes, poteſt etiam uiſus comprehendere præeminentiam illarum partium ex comprehenſione diſtantiæ, quę eſt inter partes: & ſic ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium ſuperficiei corporis aſperi comprehendet etiam aſperitatem illius: & erit etiam lux in illa aſperitate maximę diuerſitatis, quoniam maioribus umbris diſtinctè permiſcetur, & ex diuerſitate formæ lucis uidebitur diſtantia partium, & diuerſitas ſitus earum: & ex hoc uidebitur corporis aſperitas. Quòd ſi præeminentiæ partium ſuperficiei rei uiſæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uiſus illam aſperitatẽ corporis, niſi cum multa appropinquatione intuitus. Sic ergo per diuerſitatem lucis ſuperficiebus corporum aſperorum incidentis, & ex cõſequenti per comprehenſionem diuerſitatis ſituum partium ſuperficiei corporis, aſperitas comprehenditur à uiſu. Patet ergo propoſitum.

140. Lenitas ſiue planities comprehenditur à uiſu comprehenſione lucis ſuperficiei lenis corporis incidentis, tum etiam per ſuarum partium omnimodam æqualitatem. Alhazen 54 n 2.

Quia enim lenitas eſt æqualitas ſitus partium ſuperficiei, patet quòd partes corporis lenis ſunt conſimilis ſitus: lux ergo illis corporibus incidens fit conſimilis & nullis umbris permixta: unde etiam corporis terſitudo ſiue politio, quæ eſt quædam lenitas uel planities, comprehenditur à uiſu ex ſcintillatione lucis in ſuperficie illius corporis, & ex ſitu, ſecundum quẽ reflectitur lux ad uiſum, uel ad aliud corpus obiectum. Comprehendit etiam uiſus quandoq; planitiem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium ſuperficiei uiſæ æqualitatem: quandoq; etiam comprehendit ipſam planitiem ſuperpoſito uiſu in una parte illius ſuperficiei uiſæ: & cum formæ partium extremarũ illius ſuperficiei, quæ ſunt remotiores à uiſu, ſecundum lineas rectas perueniunt ad uiſum in ipſa ſuperficie productas: tunc uiſus ſic ipſius ſuperficiei planitiem comprehendit. Patet ergo propoſitum.

141. In aſperitatis & lenitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 29.40.50.56.61.65.68.71 n 3.

Ex debilitate enim lucis error accidit uiſioni aſperitatis & lenitatis: quia de nocte uiſa aſperitas fortè iudicabitur lenitas aut econuerſo, ſecundum qualitatem rei uiſæ. Et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æſtimantur illi capilli ſummæ plani, cum ſint ſecundum ueritatem aſperi, eò quòd eſt in eis diuerſitas & diſtantia innumeroſa. Superflua etiam longitudo diſtantiæ errorem ingerit uiſioni aſperitatis & lenitatis: unde in pictis capillis uel pilis alicuius pictæ imaginis propter longitudinem diſtantiæ æſtimatur aſperitas: ideo quia ſenſus conſueuit accipere aſperitatem in capillis ueris: & idem accidit in rugis ueſtium depictarum, quæ propter diſtantiam uidentur replicatæ, cum ſint in una ſuperficie conſtitutæ. Similiter etiam ſi à magna diſtantia opponatur uiſui corpus, in quo eſt modica aſperitas, putabitur lenitas: quia à tali diſtantia non poteſt diſcerni diuerſitas partium aut proiectio umbrę partium eminentium ſuper depreſſas: unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam ſitus fit error in uiſione aſperitatis & lenitatis. Si enim à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uiſu non exiſtente in loco reflexionis, fiet comprehenſio aſperitatis capillorum, cum non ſit niſi lenitas in illis: hoc autem non accideret uiſui directè lucem reflexam excipienti: quia tunc uera lenitas appareret. Cum etiam corpus aliquod, in quo eſt modica aſperitas, obliquatũ fuerit ab axe uiſuali: tunc apparebit lene: quod ſi directe uiſui opponeretur, ſua aſperitas uiſui ſe offerret. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uiſioni præmiſſorum: cum enim occurrerit uiſui res multum parua, uidebitur fortè lenitas, ubi eſt aſperitas, aut econuerſo: non enim comprehenditur præeminentia partium aliarum ſuper alias propter nimiam corporis paruitatem. Ex ſoliditatis etiam intemperantia error accidit uiſioni præmiſſorũ. Si enim in corpore multũ raro fuerit aſperitas nõ magna, putabitur forte lenitas: & ſi totum fuerit lene, & trans ipſum uideatur corpus aſperum aut diuerſorum colorum: æſtimabitur hoc corpus, quod eſt rarum & lene, eſſe aſperum: & erit error in aſperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum: quia in aere nubiloſo obſcuro uidebitur corpus aſperum eſſe lene, propter latentes aſperitatis cauſſas, & uiſa re polita, cum non diſcernitur reflexio ab ea, æſtimabitur fortè aſpera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorum: cum enim ſubitò uidetur aliquod aſperum, æſtimabitur lene, & ſi lene uiſum fuerit ſubitò, non poterit diſcerni lenitas aut aſperitas: unde ſub dubio fit error. Ex uiſus etiam debilitate fit error in uiſione præmiſſorũ: quia uiſus debilis reputabit corpus modicè aſperũ forte lene, uel econuerſo, ſi in formis corporis aſperi & lenis fuerit diſſimilitudo. Patet ergo propoſitum.

142. Diaphanitas cõprehenditur à uiſu ex comprehenſione formæ corporis ultra corpus diaphanum exiſtentis. Alhazen 55 n 2.

Quòd diaphanitas comprehendatur modo propoſito, ſatis patet: dicimus enim, ut in principio 2

huius præmiſimus, illa corpora diaphana, quæ ſunt peruia uiſui ad alia corpora uidenda. Corpus itaq; diaphanum per ſe non uidetur, ut patet per 143 huius, niſi in ipſo ſit aliqua ſpiſsitudo, reſpectu diaphanitatis aeris interiacentis uiſum, ut eſt cryſtallus & beryllus, & ſimilia denſa diaphana: ſed etiam illorum diaphanitas à uiſu non comprehenditur, niſi ex comprehenſione formæ corporis exiſtentis ultra illa uel in circuitu ipſorum, quorum lux uel color per media illa diaphana peruenit ad uiſum. Cum ergo uiſus comprehendit, quòd forma lucis uel coloris comprehenſi à ſe eſt ſolùm corporis ultra corpus diaphanum exiſtentis: tunc ſentiet diaphanitatem corporis diaphani. Quòd ſi corpus diaphanum fuerit debilis diaphanitatis, utpote maioris ſpiſsitudinis quàm alia diaphana, & corpora ultra ipſum exiſtentia fuerint debilis lucis uel coloris: tunc diaphanitas eius uix comprehenditur à uiſu, niſi apponatur forti luci: tunc enim poteſt eius diaphanitas melius comprehendi: propter applicationem autem proximam corporum ualde ſpiſſorum talibus corporibus diaphanis, ipſorum comprehenſio à uiſu, quantùm ad partem applicationis, penitus impeditur, ut patet de hyaſpide in auro. Patet ergo propoſitum.

143. Spiſsitudo ſiue denſitas comprehenditur à uiſu ex priuatione diaphanitatis. Alhazen 56 n 2.

Cum enim uiſus comprehendit corpus aliquod, & non ſentiet in ipſo aliquam diaphanitatem, ſtatim arguet ipſius ſpiſsitudinem: quia cum ſtatim ad illud corpus terminatur operatio uiſiua, nec aliquid penetrat per illud, nec uiſus exercetur ad uidendum ultra ipſum formas aliorũ corporum: tunc iudicat uiſus ipſum eſſe ſpiſſum ſiue denſum & partium compactarum: & ſic comprehenditur ſpiſsitudo uel denſitas à uiſu ex priuatione diaphanitatis. Quod proponebatur.

144. In raritatis & ſoliditatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 30.41.50.56.61.65.68.71 n 3.

Ex lucis enim debilitate, ut de nocte, uidebitur corporis multum rari minor eſſe raritas: quia cùm trans ipſum non plena fiat comprehenſio formæ corporis ſolidi, æſtimabitur remiſsio raritatis uiam tranſitus formarum prohibere, & corpus modicè rarum etiam tunc iudicabitur ſolidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uiſione præmiſſorum: cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum ſubtile, licet illud appareat uiſui maius, quàm ſit, tamen nihil occultatur ei de oppoſito pariete aut alio corpore: unde quia raritas non perpenditur, niſi quòd retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142 huius: æſtimabitur diaphanitas eſſe in acu, aut in alio corpore, cum retro ipſum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica, reſpectu occultationis acus eſt immoderata. Similiter etiam ſi quis à longè intueatur corpus rarum, retro quod non ſit aliquod corpus coloratum aut tenebroſum, non reputabitur illud corpus rarum, ſed ſolidum: quia retro ipſum non percipitur aliud corpus: quæ eſt proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam ſitus diſpoſitione accidit error in prædictorũ uiſione. Si enim deſcẽderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uiſum tranſitus lucis per uitrum, & ſit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinum eſſe in uaſe uitreo: tunc æſtimabitur à uidente uinum eſſe corpus ſolidum, ſcilicet uinum cum uaſe uitreo: & non accideret hic error in tranſitu lucis per uas uitreum directè oppoſitum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uiſione præmiſſorum. Si quis enim intueatur corpus ualde paruum politum, ut ab eo lux poſsit reflecti, & ſit ſimile margaritæ: iudicabit ipſum uiſus eſſe rarum cum ſit denſum: ſimiliter uiſo corpore raro multum paruo, quia poſt ipſum non fit corporis ſolidi comprehenſio, aſsimilabitur ſolidó. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione præmiſſorum. Si enim retro corpus ualde rarum ſit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum: tunc apparebit primum non multum rarum, ſed aſsimilabitur eius raritas poſterioris corporis raritati: ut uitrum alij uitro ſuperpoſitum non apparet ita rarum, ſicut apparet adhibitó uiſu ſibi ſoli: unde fit error in raritate. Si autem poſt corpus rarum ponatur ualde propinquè corpus ſolidum: tunc primum iudicabitur ſolidum: & fit error in ſoliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum poſt illud non percipiatur lux aut corpus aliud: iudicabitur fortè uinum ipſum cum uaſe uitreo eſſe unũ corpus ſolidum. Idem etiã accidit error in uiſione præmiſſorum ex paucitate raritatis. In aere enim nubiloſo obſcuro corpus rarum apparebit minus rarum, & fortè putabitur ſolidum: & ita fit error in ſoliditate & rarijate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorum: luce enim declinata ſuper corpus remiſſè rarum, ipſo quoq; deſcendente ſubitò per uiſum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forſitan, quod illud ſit ratũ in fine raritatis, cui ſi in tempore maiori fiat intuitus, percipietur ab ipſo uiſu declinationem lucis eſſe cauſſam apparentiæ maioris raritatis in corpore remiſſè ratò. Si quis etiam inſtanter intueatur corpus rarum, & poſt ipſum non diſcernat lucis tranſitum, putabit ipſum eſſe ſolidum. Debilitas etiam uiſus errorem inuehit uiſioni præmiſſorum: cum enim fuerit in corpore raro ſoliditas pauca, æſtimabitur à uiſu debili illa ſoliditas maior quàm uera: & cum fuerit in corpore raro color fortis, aut poſt ipſum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uiſui debili eſſe ſolidum. Patet ergo uniuerſaliter in omnibus illud, quod proponebatur.

145. Vmbra comprehenditur à uiſu ex priuatione alicuius lucis luce altera præſente. Alhazen 57 n 2.

Eſt enim

Eſt enim umbra priuatio cuiuſdam lucis, exiſtente actu præſentia lucis alterius in loco umbroſo. Cum itaq; ſenſerit uiſus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus exiſtens in loco umbroſo: tunc ſentiet obumbrationem illius loci & priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipſi. Cum itaq; uiſus ſenſerit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce ſolis prima, quæ proijcitur ſecundum directionem radiorum, percipiet tamen ſecundam, quæ fit ex diffuſione lucis primæ: ut cum in domum unicam habentem feneſtram radius ſolis incidit, totam domum ſui diffuſione illuminantis: tunc uiſus extra locum radij exiſtens ſentiet obumbrationem loci, & priuationem à prima luce ſolis, quæ eſt in radio, uel ab alia luce forti: & fortè uiſus quandoque ſtatim ſentiet corpus umbroſum, quandoq; non niſi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam ſecundum diuerſarum lucium priuationem, ſemper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uiſus poſsit ſuam actionem ad alia exercere. Vniuerſaliter itaq; ſecundum omnes modos umbrarum, quos præmiſimus, poſſunt uideri umbræ. Et hoc eſt propoſitum.

146. Obſcuritas comprehenditur à uiſu ex omnimoda priuatione lucis. Alhazen 58 n 2.

Cum uiſus comprehendit aliquem locum & nullam lucem in illo: tunc ſentiet eius obſcuritatẽ, licet fortè illa obſcuritas ab umbris cauſſetur, ut in carcere tetro de die propter umbras denſorum parietum uidetur obſcuritas: & nox obſcura eſt ex umbra terræ. Eſt ergo obſcuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non ſentitur: ſicut etiam umbra eſt obſcuritas parua habens aliquem actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata. Patet ergo propoſitum.

147. In umbræ & obſcuritatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 31.42.50.56.62.65.68.71 n 3.

Ex intemperata lucis diſpoſitione error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obſcuræ, & cadat ſuper parietem album lux candelæ: poteſt accidere quòd uidens illam obſcuritatem, iudicabit ipſam eſſe umbram, & forſan uidebitur quòd procedat apparens umbra à pariete uicino. Et ſi fuerit in parte parietis nigredo multùm intenſa, æſtimabitur fortè uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris: & ſi tota ſuperficies parietis ſit denigrata intenſa nigredine, forſan totus paries æſtimabitur quædam obſcuritas tenebrarum, ſicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiſo ſub debili luce. Ex ſuperfluitate etiam remotionis error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim à maxima diſtantia opponatur uiſui corpus album, in quo ſit aliqua pars tenebroſa, luce ſolis ſuper corpus illud deſcendente: apparebit umbra in parte corporis tenebroſa: & ſi tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum: æſtimabitur quòd umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore ſuper primum. Sic ergo propter exceſſum diſtantiæ fit error in uiſione umbræ. Si etiam à longè uideatur corpus album, in quo ſint multæ partes nigræ, æſtimabuntur fortaſsis in parte illa tenebræ: credetur enim aliquod corpus album ſecundum ſui partes nigras perforatum, per quæ fiat egreſsio tenebrarum exiſtentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiam ſitus oppoſitionis accidit error in uiſione præmiſſorum, ſicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato, ſi fuerit in eo pars tenebroſa, putabitur fortaſsis umbra: & ſi corpus aliquod fuerit circa illud primum poſitum, æſtimabitur umbra proijci ab illo ſecundo corpore ſuper primum: & ſi in corpore illo fuerit pars multùm nigra, æſtimabitur fortè in loco illo cuiuſdam foraminis perforatio, per quam egrediantur tenebræ exiſtentes retro corpus album: hoc autem non accideret in corpore approximante directioni oppoſitionis. Ex paruitate etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in pariete albo uiſui oppoſito fuerit punctorum non ualde nigrorum diſtinctio, adhibita luce ſolis directè in parietem cadente uel propè: æſtimabuntur à uidente ſingula puncta illa ſingula eſſe foramina, in quibus ſit umbra, cum lux non penetret ea, ſicut ſolet accidere luce ſuper ſuperficiem foraminum multorum cadente: & fit error umbræ ex ſola punctorum paruitate: quòd ſi illa puncta ſunt maximę nigritudinis, tunc æſtimabuntur eſſe foramina parua, per quæ tranſeant tenebræ: & ſic etiam ſola illorum punctorum paruitas eſt cauſſa apparitionis tenebrarum. Ex intemperata etiam ſoliditate, utpote propter defectum ſoliditatis ſit error in umbræ & obſcuritatis uiſione. Luce enim ſolis in domum per foramen aliquod deſcendente, & ſuper feneſtram uitream cadente, ſi domus illa fuerit umbroſa: apparebit ſuper feneſtram illam umbra, licet in ueritate lux ſuper ipſam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur, ſi ſolidum eſſet feneſtrę corpus: quoniam tunc lux non penetraret, & ita ſuper ſolidum corpus lux apparet: fit ergo error in umbra propter defectum ſoliditatis. Similiter etiam fit error in uiſione tenebrarum ſiue obſcuritatis ex indiſpoſitione ſoliditatis: quia luce ſolis in aquam fluminis directè non deſcendente aut in mare, ſicut accidit in hora matutina & ueſpertina, ſi fuerit magna claritas in aqua, apparebit tenebroſa, & quantò fuerit clarior, tantò apparebit tenebroſior: & accidit hoc, quoniã pars aquæ ſuperior umbram proijcit ſuper proximam partem aquę inferiorem, & illa proxima ſuper aliam proximam inferiorem, & ita per ſingulas partes ſemper ſuperior proijcit umbram ſuper inferiorem uſq; ad fundum aquæ: & licet ſingularum partium umbra in ſe ſit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciunt maximam umbram, ſicut palàm eſt in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color eſt debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum ſit homo-

geneum in ſubſtantia & colore, fit fortior idem color. Cauſſa autem, quare in mari umbra ſuis partibus ſuperioribus ſuper inferiores iacentibus, uideantur eſſe tenebræ in maris claritate, hæc eſt: quoniam intenſa ipſius claritas eſt ſignum intenſæ raritatis, quæ formis uiſibilibus maiorem concedit penetrationem: unde fit maior diffuſio formarum plurium maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit ſimilitudinem tenebrarum. Si uerò mare fuerit turbulentum, propter diminutam raritatem penetrabunt formæ partium paucæ peruenientes ad uiſum, & comprehendetur modica aquæ pars, quę licet faciat umbrā, tamen cum ipſa ſit modica, erit umbra remiſſa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus: unde & propter apparentiorem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remiſsionem non comprehenduntur in aqua tenebræ: & inde cum fuerit turbida, apparebit colorata, & cum eſt clara, apparebit tenebroſa. Solis autem radio cadente directè ſuper maris ſuperficiem, cum ei propter raritatem eius pateat tranſitus, abijciuntur omnes tenebrę & umbræ apparentia. Ex defectu itaq; ſoliditatis cauſſantur & umbra & tenebræ: quia per corpus perfectè ſolidum non fit tranſitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fiet tranſitus luminis ſine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. Si ultra aerem nubiloſum uel tenebroſum, ut in crepuſculis, uideatur corpus album, in quo ſint particulæ rotundę nigræ: tunc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota diſpoſitio aeris illius, apparebit in locis illis umbra, aut fortè reputabuntur foramina præſtantia uiam tenebris, quæ ſunt retro illud corpus ad uiſum pertingentes: ſic ergo propter corporis intemperatam raritatem accidet error in uiſione umbrę & obſcuritatis. Ex paruitate etiā temporis accidit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in albo pariete ſint partes ſubnigræ, deſcendente ſuper ipſum parietem luce ignis: illæ partes nigræ ſubitò uiæ putabuntur eſſe umbræ. Si uerò nigredo illarum partium fuerit intenſa, tunc æſtimabuntur foramina tenebris plena. Ex uiſus etiam debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum. In pariete enim albo maculæ ſubnigrę, deſcendente luce ſuper ipſas, apparent debili uiſui eſſe umbræ: & ſi fuerint multum nigræ, apparebunt eſſe foramina, per quæ tenebræ ex locis, quæ ſunt retro illum album parietem, perueniant ad uiſum. In omnibus ergo præmiſſis octo uiſibilium circumſtantijs patet quod proponebatur.

148. Pulchritudo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium placentium animæ, uel coniunctione plurium uiſibilium intentionum, habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uiſæ. Alhazen 59 n 2.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quandoq; ex comprehenſione ſimplici uiſibilium formarum, ut patet per omnes ſpecies uiſibilium diſcurrendo: ut enim exemplariter dicamus, & alia per hoc accipiantur: lux, quæ eſt primum uiſibile, facit pulchritudinem: unde uidentur pulchra ſol & luna & ſtellæ propter lucem ſolam. Color etiam facit pulchritudinem, ſicut color uiridis & roſeus, & alij colores ſcintillantes formam ſibi appropriati luminis uiſui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciunt pulchritudinem in uiſu: in quibuſdam enim formis pulchris ſunt maculæ turpes paruæ & rugoſæ, diſplicentes animæ uidenti, quæ propter remotionem latent uiſum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uiſum. In multis quoq; formis pulchris ſunt intentiones paruæ ſubtiles cooperantes pulchritudini formarum, ſicut eſt lineatio decens & ordinatio partium uenuſta, quæ tantùm in propinquitate ad uiſum apparent, & faciunt formam uiſui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uiſu: & propter hoc luna apparet pulchrior aliis ſtellis, quia uidetur maior, & ſtellæ maiores pulchriores minoribus, ut maximè patet in illis ſtellis, quæ ſunt magnitudinis primæ uel ſecundæ. Situs quoq; facit pulchritudinem in uiſu: quoniam plures intentiones pulchræ non uidentur pulchræ, niſi per ordinationem partium & ſituum: unde ſcriptura & pictura, omnesq; intentiones uiſibiles ordinatæ & permutatæ non apparent pulchræ niſi per competentem ſibi ſitum: quamuis enim figuræ literarum ſint omnes per ſe bene diſpoſitæ & pulchræ, ſi tamen una ipſarum eſt magna & alia parua, non iudicabit uiſus pulchras ſcripturas, quæ ſunt ex illis. Figura etiam facit pulcritudinem: unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis autem opera naturæ: unde oculi hominis cum ſint figuræ amygdalaris & oblongæ, uidentur pulchri, rotundi uerò oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinem in uiſu: unde uidetur pulchrum corpus ſphæra & columna rotunda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uiſu: unde ſpatia uiridia continua placent uiſui, & plantæ ſpiſſæ uirides: quia quæ accedunt continuitati, ſunt pulchriores eiſdem diſperſis. Diuiſio etiam facit pulchritudinem in uiſu: unde ſtellæ ſeparatæ & diſtinctæ ſunt pulchriores ſtellis approximatis nimis ad inuicem, ut ſtellæ galaxiæ & candelæ diſtinctæ ſunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uiſu: & propter hoc loca cœli multarum ſtellarum diſtinctarum ſunt pulchriora locis paucarum ſtellarum, & plures candelæ ſunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciunt in uiſu pulchritudinem: motus enim hominis in ſermone & ſeparatione eius facit pulchritudinem: & propter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas diſtinguens ordinatè uerba. Aſperitas etiam facit pulchritudinem: uilloſitas enim pannorum catenatorum & aliorum placet uiſui. Planities quoq; uiſui pulchritudinem facit: quia planities pannorum ſericorum & ſi etiam ad politionem

ſiue

ſiue terſionem accedant, placet animæ, & eſt pulchrum uiſui. Diaphanitas etiam facit pulchritudinem apparere: quia per ipſam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aere ſereno, per quem in nocte uidentur ſtellæ, quod non accidit in aere condenſato propter uapores. Spiſsitudo etiam facit pulchritudinem: quoniam lux & color & figura & lineatio & omne pulchrum uiſibile comprehenduntur à uiſu propter terminationem corporum, quibus inſunt, quæ terminatio à ſpiſsitudine cauſſatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem: quoniam in multis formis uiſibilium ſunt maculæ ſubtiles reddentes ipſas turpes cum fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uiſum ſunt latentes. Tortuoſitas quoq; , quæ eſt in plumis auium, ut pauonum & aliarum, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uiſui propter umbram, quæ in ſui admixtione cum lumine cauſſat uarios colores, qui tamen non apparent in umbra uel in luce debili. Obſcuritas etiam facit pulchritudinem apparere uiſui: quoniam ſtellæ non uidentur niſi in obſcuro. Similitudo etiam pulchritudinem facit: quoniam membra eiuſdem animalis, ut Socratis, non apparent pulchra, niſi quando fuerint conſimilia: unde oculi, quorum unus eſt rotundus & alter oblongus, non ſunt pulchri, uel ſi unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel ſi una gena fuerit profunda & altera prominens: erit enim tota facies non pulchra, quando eius partes congeneæ non fuerint conſimiles. Diuerſitas etiam facit pulchritudinem: quoniam diuerſæ partes uniuerſi ornant & pulchrum faciunt uniuerſum, & diuerſæ partes animalium animalia: eandem quoq; manum ornat diuerſitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum eſt ex diuerſitate figurarum partium ipſarum. Sic ergo pulchritudo comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium placentium animæ: quælibet tamen illarum uiſibilium intentionum non facit pulchritudinem in qualibet forma, in qua uenit illa intentio ad uiſum: quælibet enim figura non facit pulchritudinem in qualibet formarum, & ſimiliter de alijs omnibus intentionibus particularibus uiſibilium quorumcunq; . Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarum uiſibilium adinuicem, & non ſolum ex ipſis intentionibus uiſibilium fit pulchritudo in uiſu, ut colores ſcintillantes & pictura ſimiliter proportionati ſunt pulchriores coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili: & ſimiliter eſt in uultu humano: rotunditas enim faciei cum tenuitate & ſubtilitate coloris eſt pulchrior quàm unum ſine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali eſt pulchrior paruitate oris cum groſsitudine labiorum. In multis itaq; formis uiſibilium coniunctio, quæ eſt in formis diuerſis, facit modum pulchritudinis, quem non facit una illarum intentionum per ſe. Facit autem proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in coniunctione intentionum ſenſibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particularium: omnes enim pulchritudines, quas faciunt intentiones ſenſibiles ex ipſarũ coniunctione adinuicem, conſiſtunt in proportionalitate debita formis, quas perficiunt ſub modo illius coniunctionis. Cum itaq; uiſus comprehendit aliquam rem uiſam, in qua eſt aliqua intentio particularis, faciens per ſe pulchritudinem: tunc peruenit forma illius intentionis poſt intuitum ad uirtutem ſentientem, & comprehendet uirtus diſtinctiua pulchritudinem rei uiſæ, in qua eſt illa intentio: & ſic coniunctio diuerſarum intentionum fit cauſſans pulchritudinem, cum peruenerit illa coniunctio ad ſentientem: tunc uirtus diſtinctiua comparabit illas intentiones ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinem rei uiſæ compoſitæ ex illarum intentionum coniunctione, quæ ſunt in ea Et hi ſunt modi, penes quos accipitur à uiſu omnium formarum ſenſibilium pulchritudo: in pluribus tamen iſtorum conſuetudo facit pulchritudinem: unde unaquæq; gens hominum approbat ſuæ conſuetudinis formam, ſicut illud, quod per ſe æſtimat pulchrum in ſine pulchritudinis: alios enim colores & proportiones partium corporis humani & picturarũ approbat Maurus, & alios Danus, & inter hæc extrema & ipſis proxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & ſicut unicuiq; ſuus proprius mos eſt, ſic & propria æſtimatio pulchritudinis accidit unicuiq; . De his ergo topicè & figuraliter ſit dictum. Et patet quod proponebatur.

149. Turpitudo comprehenditur à uiſu, cum intentiones ſenſibiles neq; per ſe, neq; ex coniunctione ipſarum adinuicem aliquam pulchritudinem ſunt cauſſantes. Alhazen 60 n 2.

Turpitudo formarum eſt priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmiſſum eſt, quòd intentiones non faciunt pulchritudinem in omnibus formis, ſed in quibuſdam tantum. Formæ itaq; , in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinẽ neq; per ſe neq; per ſuam coniunctionem, ut illa, in quibus non eſt aliqua conſueta proportionalitas inter ipſorum partes, carent omni pulchritudine: & ſic ſunt turpes: & ſi quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes: tunc uiſus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi, auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones, quæ ſunt in illa forma. Patet ergo quomodo à uiſu comprehenditur turpitudo: ſed etiam in hoc plurimum coadiuuat conſuetudo, propter quam nonnunquam accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri perpulchrum.

150 In pulchritudinis & deformitatis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarũ cuiuslibet rei uiſæ. Alhazen 32.43.51.57.63.65.68.71 n 3.

Ex paruitate enim lucis error accidit uiſioni pulchritudinis & deformitatis: de nocte enim uidetur facies formoſa, licet in ea ſint maculæ, ſicut lentigines uel ſicut cicatrices puſtularum. Et

si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius decorantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim a longe respicitur res aliqua, si fuerint in ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa: & si à magna distantia uideatur res, in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis: quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in quo sunt maculæ minutæ deformantes rem: tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis: & ob hoc facies lentiginosa obliquè uisa uidetur pulchra: unde etiam accidit, quòd cum luna obliquè aspicitur, latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum, latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis: cum propter solam sui paruitatem aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferentes, & imponatur uasi illi unum turbidum & turpe uel feculentum: tunc occultabuntur illa decoris causa, & iudicabitur uas deforme: & si uas tale deformant aliquæ particulæ, & imponatur ei unum clarum, lucidum coloris formosi, placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis, & apparebit uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aerem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoque breuitate error accidit uisioni præmissorum: quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis uel deformitatis: sicut accidit cum aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem: tunc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso: & idem accidit mutare uisa subito, remanente oculo non moto. Ex uitiositate etiam debilitate error accidit uisioni præmissorũ: minuta enim, quæ sunt causa pulchritudinis uel deformitatis, uisus debilis non uidet: unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum. Patet ergo propositum.

151. Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarũ ad inuicem. Alhazen 61 n 2.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re, in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensione cuiuslibet illarũ duarum formarum & suarum intentionum ex comparatione alterius illarum ad alteram. Visus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum intentionum secundum suum esse, & ex comprehensione illarum ad inuicem.

152. Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis. Alhazen 62 n 2.

Cum enim diuersitas, ut hic accipitur, non sit aliud, quàm differentia formarũ sensibilium comprehensarum à uisu, hæc diuersitas comprehenditur a uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alterã, & ex comprehensione priuationis consimilitudinis in eis. Diuersitas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

153. In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Alhazen 33. 44. 51. 57. 63. 65. 68. 71 n 3.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione similitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secundum speciem, uel eiusdem figuræ secundum speciem, in quibus partialis diuersitas per latentia signa distincta est: tunc enim illa in luce debili non uidentur: & ob hoc inter illa corpora omnimoda iudicabitur similitudo. Et si aliqua corpora solùm propter aliqua minuta signa ipsis communia participent similitudine: tunc propter lucis debilitatem illis causis consimilitudinis non perceptis, iudicabitur diuersitas totalis, quod non accideret in luce temperata. Ex superflua etiam elongatione accidit error in præmissorum uisione, ut patet in præmissis exemplis. Minutæ enim causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per 8 huius. Et similiter etiá eisdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26 huius. Accidit etiam error in præmissorũ uisione, propter causarũ similitudinis uel dissimilitudinis paruitatẽ, propter quã, cæteris existentibus cõuenienter uisui dispositis, huiusmodi nõ uidentur. Ex defectu etiá soliditatis error accidit uisioni præmissorũ. Si enim duo uasa multũ rara cõueniãt in specie, figura & raritate, sed discrepẽt in aliqua suarũ partiũ dispositiõe: tũc uno eiusdẽ coloris & claritatis ambob. repletis latebũt causæ diuersitatis, & reputabũtur omnino similia.

Et si

Et si differant specie, figura & raritate, sed solùm in aliquibus partialibus formulis cõueniant: tunc uno simili plena putabuntur omnino si nulla: qui error accidit propter defectum ipsorum solidita-tis: quia cũ sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum: in aere enim nubilo & obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidẽtur. Ex temporis etiã breuitate præmissorum uisioni error accidit: quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum scilicet similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest. Patet ergo propositum.

154. Virtuti distinctiuæ error quandoq; accidit ex caussarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit caussandum. Alhazen 72 n 3.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumstantiarum octo omnium uisibilium concurrunt in uno uisibili, & faciũt errorem in uisu, licet neutra ipsarum per se sufficeret ad caussandum errorem. Si enim moueatur aliquid à magna distantia motu tardo, illud subitò uisum uidebitur nõ motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiam subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentem tempore conuenienti. Sed illis duabus caussis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiam quandoq; concurrunt intemperantiæ plures ad unum errorem caussandum, quam nulla illarum per se caussaret. Si enim à magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motum tardo motu: tũc fortè uidebitur quiescere: sed motus eius qualibet illarum caussarum aliqua deficiente percipi forte posset: & fortè quandoq; intemperãtiæ omnium circumstantiarum corporum uisibilium cõcurrunt ad unum errorem caussandum, uel quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes, quæ plus experientiam quam rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem: unde de his sic esse sufficit exemplatum.

155. Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ, in intemperantia cuiuslibet octo circumstantiarũ rei uisæ. Alhazen 21 n 3.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet quàm sit in rei ueritate: tunc fit error uia scientiæ in uisu: quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur, cui non conuenit: & hoc accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibilium. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia errorem infert formæ uisæ: unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis: unde etiam noctiluca uidẽtur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color: quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario: & quandoq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei: uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduũ speciei alterius, ut cum equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longè in aere, putat se stellam uidere: hæc enim omnia si propè essent, uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis erroré inducit: quandoq; enim Petrus remotus ab axe uituali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus putabitur esse asinus, quæ si directè uisui opponãtur, error penitùs cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiá est caussa huius erroris: unde crystallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubini, suppositio sibi tali colore & uisu in oppositio existente. Diaphanitas etiam nimis diminuta huius erroris est caussa: uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interposito, æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multùm rarus, apparebit color corporis mixtus, non quòd secũdum ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes cum coloribus filorum misceantur, sed quia pũcta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili propè adinuicem in uisus superficie situantur: unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus: unde si magna sint panni foramina, discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quòd uiso colore alicuius corporis per panñum laneũ, uidebitur mixtura colorum plurimùm consonans colori filorum: quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur: & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumdantibus imagines ligneas pictas moueri: tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia: & hoc propter defectum diaphanitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Temporis etiam intemperantia huius erroris est caussa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plenè acquirat formam corporis, uel si quis subitò aliquid uideat, quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ: unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel in utroque: forsan enim æstimabit equum fuisse mulum, uel Petrum Martinum, uel equum

Petri fuiſſe mulum Martini. Debilitas quoq; uiſus huius erroris eſt cauſſa: læſus enim uiſus à colore forti, cui incidit lumen forte, iudicat omnem colorem uiſum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti: & etiam propter oculorum ægritudinẽ aliquando equus apparet aſinus, & Socrates uidetur Plato. Et ſimiliter in alijs uiſibilibus errabit uiſus propter ſolam intemperãtiam ſuæ æqualis diſpoſitionis nullo alio impedimento accedente. Sic ergo errores ſcientiæ accidunt uiſui ſecundum ſingulas intemperãtias 8 circumſtantiarum rei uiſæ, ut patet. His autem & eorum ſimilibus non duximus multum inſiſtendum, quia hæc, quæ diximus, ſufficiunt pro talium omnium radice. Et hoc eſt propoſitum.

156. In ſolo uiſu error quandoq; accidit propter intemperãtiam cuiuslibet octo circumſtantiarum rerum per ipſum propriè uiſarum. Alhazen 20 n 3.

Quia enim, ut patet per principium 3 huius, lux & color ſunt per ſe obiectum uiſus, palàm quòd ei ſoli non poteſt error accidere niſi in luce & colore. Accidit autem uiſui in illis error propter ipſorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uiſibilia uideri, & color fortis facit res alias quaſcunq; in colore ſibi ſimiles uideri, cum tamen illorum color ſit diuerſus. Et ſimiliter eſt in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus, in quo ſit multa colorum diuerſitas, occurrat uiſui ſub luce multùm debili, ut ueſtis diuerſi coloris, apparebit unius coloris. Et ſi color ſit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & ſic lux extra temperantiam facit uiſui deceptionem ſecundum utrunq; extremorum. Diſtantia etiã uiſibilium errorem inducit uiſui: quia propter improportionatam diſtantiam res colorum diuerſorum minutatim ipſis aſperſa, uidebitur unius coloris. Situs etiam oppoſitionis ſenſum errare facit: quia cum corpus uiſum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter ſui obliquationem ipſi uiſui minutæ eius particulæ: & ſi fuerit in partibus minutis colorum diuerſitas, apparebit in totali corpore: & ſi corpus redierit ad directam oppoſitionem, illorum colorum diuerſitas apparebit, niſi fortè elongatio partium colorati corporis ab axe uiſuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uiſui errorem inducit: quia etiam luce & diſtantia, & ſitu uiſioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis, diuerſi coloris euadunt uiſum, & uidetur res unius coloris: quod non fieret, ſi paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam eſt cauſſa deceptionis uiſus, ſi nimis remiſſa fuerit: unde cryſtallus uidetur colorata colore rei ſibi ſuppoſitæ propter ſuæ ſoliditatis paruitatem: quod non accideret, ſi cryſtallus plus ſolida eſſet. Ex diaphanitate etiam error accidit uiſui: quia propter interpoſitionem flammæ inter uiſum & rem uiſam, etiam ſi illa res uiſa fortis ſit coloris, uidebitur illud corpus tenebroſum propter ſolam carentiam diaphanitatis in medio. Tempus etiam eſt cauſſa erroris: quia ſi ſubitò ſuper corpus diuerſorum colorum fiat uiſus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum diſcernatur. Debilitas etiam uiſus errorem prætendit in uiſione præmiſſorum: luce enim forti in uiſum agẽte, læditur uiſus ſtatim, & ad colorem alicuius corporis conuerſus ipſum colorem tenebroſum recipit, donec poſt aliquod tempus læſio receſſerit. Similiter etiam cum adeſt oculis infirmitas, occultabitur uiſui colorum uarietas: & ſic ſit error in talibus ex ſola uiſus qualitate à temperamento recedente. Patet ergo quòd ſecundum omnes circumſtantias rerum uiſibilium in ſolo uiſu fieri deceptionem eſt poſsibile. Et hoc proponebatur.

157. Fulgidum mixtum nigro, ſiue per nigrum medium, uiſui colorem præſentat puniceum.

Huius declaratio eſt ex ſenſibilibus naturalibus experientijs: uidemus enim quòd in ſpeculis benè terſis fulgidis res fulgida uiſui præſentatur in ſui fulgore: quòd ſi ſpeculum fulgidum nõ fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore ſpeculi præſentatur uiſui, non intentione ſui fulgoris, ſed quaſi aliquantulum denigrata, & ita rubea ſiue punicea apparet. Vniuerſale enim eſt, ut in principio 2 huius ſuppoſitum eſt, quòd rerum ualde coloratarum colores lumenq́ue ipſius medij colori permixta ferãtur ad uiſum, ut ſi per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uiſæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uiſui præſentetur: & horum multas experientias planè poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habentibus, quòd forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi peruenientes, in medium colorem uiſus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei phantaſia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori: quia ignis fulgidus & albus exiſtens per fumum nigrum propter groſsitiem materiæ, & humiditatem aqueam, quę illi fumo miſcetur, puniceus uidetur. Per caliginem quoq; & fumum nigrum uidetur ſol non fulgidus ſed puniceus, quando talem fumum uel caliginem ſoli & uiſibus accidit interponi: & hoc idem in alijs ſtellis poterit perpendi. Item circuli, qui circa candelas uidentur, propter groſsitiem aeris & nigredinem purpurei uidentur: quoniam aer ingroſſatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionẽ umbræ nigredine permiſceri uidetur, uel alio medio colore ſecundum diſpoſitionem luminis & admixtæ umbræ. Et ad hoc etiam plenius declarandum diligẽs inquiſitor plures experientias poterit applicare. Patet ergo propoſitum.

158. Viſum protenſum longè debiliorem fieri patens eſt.

Non enim uiſus uidet ſimiliter de longè poſita, quemadmodum propè exiſtẽtia. Si enim uideatur de longè corpus foraminoſum, cuius ſint parua foramina, totũ uidetur continuum: unde ſi aliquis

quis uaporem roridum de longè uideat, totum ipsum fore unum corpus continuum ūisus iudicabit: quin etiam uisus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannum coloratum, in quo est minuta colorum diuersorum consperſio, ad quos proportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit: apparebit pannus ille unius coloris tantùm, quoniam extra temperantiam est longitudo, respectu partialium colorum, licet omnia alia conueniant in debita temperantia, respectu uisus. Quia ergo uisibilem rei circumstantiam uisus protensus nō perspicit, palam quia debilitatur ex protensione sui ad uisibile, siue ex remotione uisibilis ab ipso. Et hoc est, quod proponebatur.

159. Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobatur, quod hic proponitur, auxilio precedentis. Quia enim uisum protensum longè debiliorem fieri patens est, ut præmissum est: ideo accidit quòd ea, quæ longè uidentur, propter uisus debilitationem omnia nigriora apparent, sicut etiā corpora remotiora & minora & planiora quàm sint, uisibus apparent: quoniam eminentiæ suarum partium asperitates & tumores in ipsis facientes non uidentur. Similiter etiam, quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsorum distantia augetur, ideo propter remotionem, quæ accidit uisui, talia nigriora uidentur experimentanti. Quantò enim magis ex remotione etiā rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmētatur, tantò magis color ille albus uisui ad nigredinem accedit: unde etiam nubes apparentes in aqua nigriores uidentur quàm in loco suo, uisu in eodem loco existēte, quoniam reflexio facta in aqua auget distantiam: nihil autem differt aliquid multum distans uisui apparere, aut uisum per multam distantiam uisionem rei complere: semper enim fit iudicium uirtutis uisiuæ, secundum quod forma est in uisus organo recepta. Neq; latebit hic experimentantem, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nō uidebitur nisi alba: sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat: tunc illa nubes alba aliquem colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridē, & lazulium: unde sicut uisus colorem nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem album uidet minus album propter reflexionem. Nubem itaq; albam existentem uidet uisus propter distantiā ampliorem, quę fit per reflexionem, in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem. Et quoniam coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore, cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causſam & effectum participem habebit. Et hoc est, quod proponebatur.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER QVINTVS.

EXPEDITIS *aliqualiter his, quæ simplici & directa uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt: restat nūc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequētes, de omni reflexionis modo à quibuscunq; speculis exquisitius pertractemus. Primò itaq; in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus quælibet illorum, quæ æstimamus cōmunia omnibus speculis: & deinde adiungemus passiones, quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omniū aliorum speculorum: propter quod & speculorū planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt cōmunes, ut patebit in libris sequentibus, quibus aliorum speculorum passiones proprias reseruamus. Veruntamen sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantùm formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à quorū superficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium superficiebus accidit. Nec intelligimus, quòd solum hæc reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiam ipsis uisibus non præsentibus fit reflexio formarū, & accidit uisibus, si in locis reflexarū formarum disponantur, quòd fiat reflexio ad ipsos: quod manifestè patet per hæc, quia non in omni loco fit reflexio ad quemcunq; uisum à speculo quocunq;. Est tamē in receptione harum formarū reflexarū in uisibus aliqua proprietas, & maximè in illis reflexionū modis, in quibus*

quibus fit aliqua deceptio in uiſu. Quamuis autem, ut in proœmio huius ſcientiæ diximus, idem immittatur in contrarium & in ſenſum: quoniam unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per medium, propter quod eadem forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculorum, quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directè uiſibus occurrit: non poteſt tamen in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculorum quorumcunq; comprehendi ueritas formæ, ſicut comprehenditur in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus enim à quibuſcunq; ſpeculis factis apparet forma rei ut plurimum præ oculis, ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cum tamen ſecundum ueritatem illis non opponatur. Lux quoq; & color corporis uiſi ſemper miſcentur cum colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quam mixturam in reflexionibus uiſus percipit, & nō ueram lucem uel uerum rei uiſæ colorem. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores: unde in omni reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus quàm in directa ſimplici uiſione. Quæ uerò ad hunc uiſionis modum, quæ fit per reflexionem à quibuſcunq;, & à planis maximè ſpeculis, præmittimus, ſunt iſta.

DEFINITIONES.

1. Politio corporum eſt cōtinuitas partium ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororum uel diuiſionis. 2. Speculum dicitur omne corpus politū opere artis uel naturæ. 3. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundum quam forma rei incidit ſuperficiei ſpeculi. 4. Linea reflexionis dicitur illa, ſecundum quam forma reuerberata, propter ſoliditatem ſpeculi, quam penetrare nō poteſt, reflectitur ad uiſum. 5. Punctus incidentiæ dicitur ille punctus, in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi: & idem eſt punctus reflexionis, quoniam formarum reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. 6. Perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, dicitur linea orthonogaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiē ſpeculi illius, à quo ſit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana: quòd ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua: tunc dicitur perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam, illam ſuperficiē conuexam uel concauam in puncto incidentiæ contingētem. 7. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies continens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpēdicularem à puncto contingentiæ productam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. 8. Cathetus incidētiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectam contingētem communem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui, ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à cētro uiſus, uel ab alio pūcto quocunq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. 9. Cathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto, ad quem terminatur ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto, ad quem reflexio terminatur. 10. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à cathetis incidentiæ terminorum illius lineæ. 11. Angulus incidentiæ dicitur angulus, quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cū linea, quę eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, uel ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. 12. Angulus reflexionis dicitur angulus, quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cum dicta communi ſectione. 13. Imago dicitur forma in ſpeculo cōprehenſa. 14. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ, ſcilicet locus, in quo uidetur forma.

PETITIONES.

Supponimus autem hæc. 1. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema quandoq; uideri. 2. Item quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi, à qua eius forma reflectitur, fit ſolum ſecundum cathetum ſuæ incidentiæ.

THEO-

THEOREMATA.

1. Corporum terſorum politorum, cuiuſcunq; figuræ ſint, ſuperficies à quolibet ſuorum punctorum luces, colores, & formas rerum oppoſitarum reflectunt ſecundum rectitudinem linearum. Euclides 2 hypothe. catoptr. Ptolemæus 1 & 3 the. 1 catoptr. Alhazen 2 n 4.

Quoniam enim, ut patuit per 1 th. 2 huius, forma lucis à corpore luminoſo ſemper ſecundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppoſitum, & ſimiliter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terſo polito: quia in tali corpore non patet tranſitus lumini uel colori propter talis corporis denſitatem & priuationem diaphanitatis, cũ ſint planarum ſuperficierũ, in quibus nulla eſt aſperitas, ſemper ab illis fit luminis & coloris & formarum reflexio: & ob hoc oppoſito ſpeculo lumini forti obliquè incidenti, manifeſtè fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, ſi color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto ſpeculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato ſpeculo lumen réflexum aufertur: & ſi à loco, cui incidit radius luminoſus, manus uel aliud corpus mundum uel politum ſecundum lineam rectam ducatur ad ſuperficiem corporis, à qua fit reflexio: patens erit quoniam ſecundum rectitudinem linearum reflexio eſt facta, quoniam ipſi experimentanti ſecundum lineam rectam ad corpus, à quo fit reflexio, redeunti, ſemper reflexionem luminis accidit uideri. In omni itaq; polita ſuperficie cuiuſcunq; ſit figuræ, à quolibet ſuorum pũctorum fit reflexio ſecundum rectitudinem linearum: cadit enim in quodlibet punctum corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminoſi. Vnde ſicut oſtenſum eſt in 20 th. 2 huius ſuper quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex eſt in pũcto corporis politi, & baſis in ſuperficie corporis luminoſi: & à quolibet puncto luminoſi corporis procedit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie corporis politi. Et ſi à corpore luminoſo procedit lux ad corpus politum ſecundum lineas æquidiſtantes, illæ lineæ quaſi columnam continentes terminantur ad baſes pyramidum præmiſſarum. Per quaſcunq; autem lineas lumen corpori polito incidit, ſecundum illarum proprietatem reflectitur, ſiue ſint perpendiculares ſiue obliquæ: patet ergo propoſitum. Fit autẽ à corporibus politis reflexio lucis, non autem à corporibus non politis, aſperis: quoniam in illis ſunt pori & foueæ, quas ſubintrat lumen, & redit in ſe permixtum cum umbra illorum corporum: unde non fit reflexio ſenſibilis ab illis.

2. Ab omni corpore colorato præſente luce, color ad corpus oppoſitum politum mixtim cum lumine mittitur: & quandoq; totaliter, quandoq; partialiter reflectitur ab illo, ſicut & ipſum lumen. Ptolemæus 3 th. 1 catoptr. Alhazen 3 n 4.

Quòd hic proponitur, experimẽtaliter declaratur. Sit enim, ut intra domum unius tantùm feneſtræ deſcendat lux ſolis ſuper corpus multum coloratũ forti colore: & ponatur in oppoſitione contra ipſum ſpeculum argenteum, & iterum cõtra ſpeculum ponatur uas concauum ad modum ſcyphi, quod ſit interius album, uel in quo pónatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat ſuper illud corpus album. Apparebit itaq; ſuper faciem albi corporis color illius corporis, in quod primò fit deſcenſus lucis. Color itaq; mixtim cum luce reflectitur: ergo etiam mixtim cũ lumine incidit corpori polito: quod corpus politum ſi denſum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipſo reflectitur, ita ut non coloret corpus politum. Si uerò corpus politum ſit rarum & lucidum actu, ſicut ſunt aqua & uitrum, & ſimilia: tunc reflectũtur ab illo colores & luces, & penetrant in illud: quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus eſt debilioris lucis & coloris, quàm ab alijs corporibus denſioribus, quàm ſint illa: & etiam circa aliquod punctum ſub iſtis corporibus, uel in iſtis uidentur formæ lucis & coloris incidẽtes ſuperiori ſuperficiei iſtorum corporum. Patet ergo illud, quod proponebatur.

3. Omnis reflexio debilitat luces & colores: & uniuerſaliter omnes formas. Alhazẽ 4 n 4.

Quoniam enim lux continua fortior eſt luce diſgregata per 1 petitionem 2 huius, & quantò lux ab ortu ſuo plus elongatur, tantò plus debilitatur per 22 th. 2 huius: patet quòd cum ſecundum aliquem punctum corporis luminoſi procedit lux ad ſuperficiem corporis politi in modum pyramidis, quòd quantò magis elongatur à puncto illo, tantò maior eſt eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter diſgregationẽ. Lux uerò reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tum propter elongationem à loco reflexionis & diſgregationẽ, tum propter ipſam reflexionem. Luces quoq; ſecundum lineas æquidiſtantes politis corporibus incidẽtes, ſunt debiliores quàm luces oblique incidentes, quoniã minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio quamuis fiat ab omni corpore polito, ſicut & lucis, ut patet per 1 huius: non tamen eſt multum ſenſibilis, propter debilitationem, quę fit ex reflexione, & propter admixtionẽ coloris ipſius ſpeculi conformis colorum reflexorum, niſi fortè à ſpeculo argẽteo fiat reflexio. In ferreo enim ſpeculo color apparet debilior, quo niam color ferri mixtus cum luce reflexa, & ipſo colore reflexo debilitat ipſum colorem reflexum. Omnes itaq; reflexiones colorum optimè experiri poſſunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponitur. Tunc enim in radio ſolis poſito ſpeculo argenteo, & ipſi ſpeculo & parieti interpoſita re aliqua colorata: erit reflexio coloris ad parietẽ album ſenſibilis. Idem quoq;

accidit

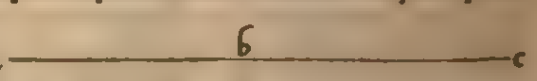
accidit si in radio incidentiæ ipsius speculi ponatur corpus diaphanum coloratum, per quod transeat radius, incidens ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponatur uitrum coloratum, uel si modo simili, ut experimentanti uidebitur, disponatur. Cadẽte itaq; luce forti super speculum argenteum & ipsa reflexa super parietem album, notabiliter uidebitur lux parietis debilior quàm speculi. Reflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus est debilior colore, à quo fit reflexio. Palàm ergo quòd reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis quàm luces. Colores enim debiliori modo incidunt quàm luces: unde etiam in reflexione facilius debilitantur. Color enim debilis cum ad speculũ peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur propter illius admixtionem: quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus: & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores quàm sint in loco, à quo reflectuntur. Sic ergo patet quòd omnis reflexio est causſa debilitatis. Nam & hoc patet sensibiliter in luce: licet enim lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tamen debilior est lux reflexa. Opponatur enim in aere radio solis intrãti per fenestram domum aliquam, in qua unica est fenestra, speculum minus foramine, ita ut lux residua foraminis, quę non incidit in speculo, cadat in terram super corpus album: & lux à speculo reflexa cadat similiter super corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ: uidebitur itaq; super corpus album eleuatum, ad quod fit reflexio, lux minor, quàm super corpus iacens: cuius minoritatis sola reflexio est causſa. Et idem potest in colorum reflexione faciliter demonstrari, & eodem modo. Patet ergo propositum.

4. Omnis lux reflexa, etsi debilior sit luce prima, est tamen fortior quàm lux secunda, aqualiter ab origine distantibus ambabus: & idem est in colore. Alhazen 5 n 4.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo: uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor, quàm in illo, quod est positum in loco reflexionis. Sit enim, quòd in directo foraminis, per quod radius domum aliquam ingreditur, ponatur speculum in terra, suscipiens totam lucem radij incidentis per illam fenestram, quam lucem superius in principio 2 libri huius scientiæ diximus lucem primam: tunc enim fiet palàm, quòd erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quàm super aliud corpus simile positum extra illum locum tantundem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi non suscipiat radium directè, sed obliquè. Idem etiam patet in coloribus: quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo, corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris: aliud uerò corpus æquè album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratum, sed debilius ualde quàm corpus positum in loco reflexionis: & si ferreum fuerit speculum fortè in corpore, quod est in loco reflexionis, modicus uidebitur color, extra uerò locum reflexionis in corpore æquè albo, quasi nullus apparebit color. Patet ergo propositum.

5. Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores. Euclides in præfatione opticorum. Ptolemæus 1 th. 1 catoptr.

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ. Omnes enim motus naturales sic fiũt: descendunt enim grauia perpendiculariter super superficiem horizontis. Sagittæ etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur linea breuiori secundum angulum suæ emissionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter est motus. Et quia, ut in principio 2 libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; deficit in necessarijs: palàm quòd necessariò agit secundum lineas breuiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c: omnis actio, quam facit in linea b c est frustrà, quoniam cõsecuta est finem in punctο b: non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c. Et hoc idem per multa naturalia exempla patère potest. Vnde & animalia, quorum motrix est anima, secundum breuiorem lineam mouentur ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ etsi nonnunquã inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & in stamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idẽ quoq; patet in canibus, qui omissis duobus lateribus trigoni currunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quòd duo latera trigoni maiora sint tertio, quòd homines geometres edocet 20 p 1. Patet itaq; propositum, prout possibile nobis fuit.



6. Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes. Alhazen 16 n 4.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia, etiam lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3 th. 2 huius. Latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quę est linea media totius lineæ reflexionis, eundem habet situm in loco reflexionis, quem habet linea mathematica, quæ est linea media lineæ incidentiæ sensibilis in loco incidentiæ: & similiter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundem retinet situm, quem sua compar in linea incidẽtiæ sensibili: & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum. Patet ergo propositum.

7. In re-

7. In reflexionibus factis à quibuſcunq; ſpeculis, fit deceptio propter intemperantiã lucis: uel propter diuerſitatem ſitus: uel propter remotionem puncti, cuius forma reflectitur: uel etiã centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum. Alhazen 3 n 6.

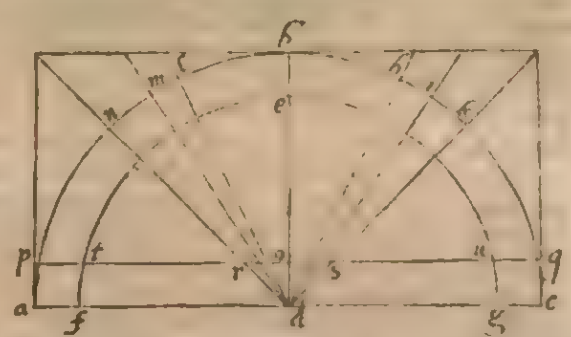
Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contingit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſorum: eiſdem etiam modis contingit uiſum decipi in uiſione, quæ fit per reflexionem: quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio, in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentantur. Et hoc, ut patuit per 1 th. 4 huius, & multis illius theorematibus, accidit octo modis. Plurimum tamen & manifeſtius fit hoc in ſpeculis: uel propter debilitatem lucis: uel propter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionũ remoueri accidit ab axibus uiſualibus: uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi: uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota fit reflexio à ſuperficie ipſius ſpeculi. In aliis uerò quinq; modis licet ſimiliter cauſſetur error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt tamẽ ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis propoſitis: nec tamen ſit totalis excuſatio ab illis. Patet ergo propoſitum.

8. Specula, à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantùm ſeptem.

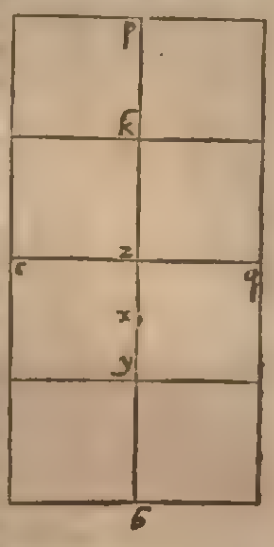
Quoniam enim regularis reflexio non poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uerò regularia non poſſunt eſſe niſi corpora ut plurimum planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei cõcauæ uel conuexæ. Sicut autem patet ſenſui, licet corporum planorum ſpecies ſecundum figuras & numerum angulorum uarientur: quantùm tamen ad naturam reflexionis, in omnibus illis eſt idem ritas ſuperficiei planæ: nec enim in ipſis, quo ad hæc, uariatio inuenitur: ut autem patet per 11 th. 1 huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula: quorum unũ eſt planum cuiuſcunq; figuræ: & tria ſunt conuexa, ſphærica, columnaria & pyramidalia: & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria & pyramidalia: nec eſt poſsibile plura eſſe ſpecula, à quibus regularis fiat reflexio. Patet ergo propoſitum.

9. Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularib. ſpeculis inſtrumentaliter declarantur. Alhazen 7 n 4.

Aſſumatur ſemicirculus æneus cõuenientis ſpiſsitudinis, utpote mediocritatis grani hordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis: qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d: producaturq; linea d b perpendiculariter ſuper diametrum a c per 11 p 1: eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per 33 p 6. Abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per 9 p 6, quę ſit b e: & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d fiat ſemicirculus, qui ſit f e g. Arcus itaque b e diuidatur in partes, quot libuerit, ſecundum puncta h, i, k: & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundum puncta l, m, n: ita quòd arcus l b fiat ęqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 27 p 1 & 26 p 3, producti lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n. Deinde iterũ à ſemidiametro b d inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o: & à pũcto o ducatur linea ęquidiſtans diametro ſemicirculi, quæ eſt a c, per 31 p 1: quę ſit p o q: hanc itaq; intertecabũt omnes lineæ ad partes diuiſionis à centro d productę. Punctus ergo, in quo linea d n ipſam interſecat, ſit r, & in quo linea d k ipſam interſecat, ſit s: & pũcta, in quib. ipſam ſecat ſemicirculus f e g, ſint t & u. Deinde à totali ſemicirculo abſcindatur pars d a p r ex una parte, & ex alia pars d c q s: & planentur optimè ſuperficies: & acuatur d centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctũ d maneat in eadẽ ſuperficie ſemicirculi cũ lineis productis. Nos aũt quantitatẽ lineæ b e, quę eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitum appellamus: eſt ergo diameter a c duodecim digitorũ. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14 præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c duobus digitis: & ſpiſsitudo eius ſit 7 digitorum: & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40 th. 1 huius: & ſuper ipſum fiat circulus ſecundum quantitatem lateris tabulę: hic ergo excedet circulum a b c quãtitate unius digiti ex omni parte: quoniam eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c. Fiat iterum ſuper idem centrũ tabulæ ligneæ circulus ęqualis circulo f e g: diuidaturq; circulus tabulę ligneę proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpondeat primæ, & ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps: & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad puncta diuiſionis lineę rectę: & rotũdetur tabula lignea extrinſecus ſecundum circulum maiorem: & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta: remanebitq; quędam armilla lignea, cuius latitudo eſt duorum digitorũ, diameter exterioris circuli 14: interioris circuli 10: & totius armillæ profunditas uel altitudo erit 7 digitorũ: cuius ſuperficies curuę optime planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in ſuperfi-



tulum ſpiſſa, cuius baſis diameter ſit æqualis quantitati grani hordei, ſicut diametri foraminum: & ponatur illa columna in prius factis foraminib. quę, cũ peruenerit ad concauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas. Fiat aũt in capite columnæ quodcunq; artificium, non permittens columnam intrare, niſi ad locum determinatum: & ut firmius ſtare poſsit, modicum cerę ſibi circũponatur: & ſit tantæ longitudinis columna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſsit latus quadrati concaui in tabula lignea, quod eſt ęquidiſtans lineę r s, ductę in ſuperficie circuli ænei. Deinde fiant ſeptem regulæ ligneę planę ęquidiſtantium ſuperficierũ orthogonalium, æquales & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex: latitudo quatuor: & ſpiſsitudo conueniens, ut inferius neceſsitas ipſius finis edocebit: & una ipſarum adaptetur quadrato cõcauo, ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundum quadrati concaui, & ut faciliter intret ſine compreſsione: ducaturq; taliter ut punctus d centrum ſcilicet circuli a b c contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ: & in puncto contactus fiat ſignum in regula, quod ſit x: & à puncto ſignato x producatur in extremitates regulę linea ęquidiſtãs longioribus lateribus regulę, quę ſit b x p. Et palàm quoniam illa erit linea longitudinis regulę. Deinde in longiori parte illius lineę à puncto x ſignato ſumatur altitudo medij grani hordei: & fiat ibi punctum z: erit itaq; z medius punctus longitudinis regulæ, centriſq; foraminum oppoſitus directè: centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c in quantitate medij grani hordei, & diſtant à baſi armillę per duos digitos: punctus ergo z diſtat ab eadẽ baſi per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unum. Et quia ab extremitate regulę uſq; ad punctum z ſunt digiti tres, longitudo quoq; regulę eſt tantùm ſex digitorum: patet, quòd punctum z eſt medium longitudinis regulę. Ducatur itaq; per punctum z lineę ęquidiſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quę ſit c q: eſt itaque linea longitudinis regulæ, quę eſt b p, diuiſa p ęqualia in puncto z: cuius item medietates, quę ſunt b z & z p, diuidãtur per ęqualia in punctis k & y, ſemper ductis lineis latitudinis à pũctis ſectionis k & y perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p & ęquidiſtanter lineæ c q. Sic ergo erit linea b p, & conſequenter tota regula diuiſa in quatuor partes ęquales. Et hoc modo omnes aliæ ſex regulæ diuidantur, & ſignentur: & ſic factum eſt, quod proponebatur.



10. In ſpeculis planis radij obliquè incidentis ſit ad aliam partem reflexio: ſemperq; angulum incidentiæ æqualem eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemæus 4 th 3 catoptricorum. Alhazen 10 n 4.

Fiat itaq; ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figurę: cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum: & concauetur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quantitatem diametri ſpeculi: & profundetur ſecundum ſpiſsitudinem ipſius ſpeculi, apteturq; taliter, ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulę: & ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directè ſuperponatur puncto z. Linea itaq; c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam ſuperficiem ſpeculi per duo ęqualia: & in hoc experimentantis diligentia cõſiſtat. Immittatur itaq; ligneę armillæ hęc regula, donec centrum d, quod eſt acumen tabulę æneæ, cadat ſuper ſpeculũ: & tunc illa regula ſit cũ ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata, ne uacillet, ſed ſtet firma. Deinde bene obturentur omnia foramina inſtrumenti, præter unum, quod obliquè ſuper regulę ſuperficiem declinet: & ſit exempli cauſſa, foramen correſpõdens lineę d l in circulo a b c ęneo: & hoc foramen apertum adhibeatur radio ſolis, & melius eſt radio ſolis per feneſtram domus intrãti. Radius itaq; ſpeculo plano incidẽs uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineę d h in circulo a b c ęneo: & ſi foramen illud puncti h aperiatur, & foramen prius opertum, quod fuit puncti l, obſtruatur, reflectitur itẽ radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autem b d l eſt ęqualis angulo b d h, ut patet ex hypotheſi in præmiſſa: ergo angulus l d a eſt ęqualis angulo h d c: quoniã totus angulus b d a eſt ęqualis toti angulo b d c: quia uterq; eſt rectus. Si etiam imponatur foramini aperto columna ferrea concaua, de qua præmiſimus: deſcẽdet lux per columnę cõcauitatẽ ad ſpeculũ, & reflectetur in foramine reſpiciens ęqualem angulum, ut prius. Et ſi ad ſecundum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primũ: ſemper tñ erit debilior lux per columnã deſcendens, quã ſine columna per ipſum foramen deſcẽdens. Et idem eſt experimentandi modus, ſi aliquod foraminum cum cera obſtruatur, & circa centrũ eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramẽ: tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpatiũ paruũ circa centrũ foraminis alterius, illud primũ in anguli æqualitate reſpicientis. Et ſi concauitas columnę ferreę concaua obturata fuerit, facto foramine primo ſecundum centrum ſuæ baſis, deſcendet lux per axẽ colũnæ, & ad centrum alterius foraminis reflectetur, ſemper, ęqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentũ taliter, ut lux intret per duo foramina, reflectetur ſimiliter p alia duo illis ſimilia: ſemp enim declinatio linearũ reflexionis eſt ęqualis declinationi linearum incidẽtiæ. Et quoniã linea b x p (quę eſt linea media lõgitudinis regulę) eſt orthogonalis ſup lineã latitudinis regulę inferiorẽ ęquidiſtantẽ lineę c q: quoniã illa eſt cõmunis ſectio ſuperficiei regulę & ſupficiei fun

di quadrati concaui æquidistãtis superficiei a b c circuli æneiː& linea media superficiei fundi æquidistat lineæ d b (quę est media diameter circuli) & quia linea, quę est cõmunis sectio semicirculi a b c & superficiei regulę, in qua est linea latitudinis regulę, est æquidistans cõmuni sectioni superficiei fundi & regulę per 28 p 1, quoniam linea b x p cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulęː& quoniã linea b x p est erecta super superficiem fundiː palã per 23 th. 1 huius quoniã linea b x p est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquidistantẽ superficiei fundi tabulæ. Ergo per definitionem lineę super superficiẽ erectę, diameter d b est perpẽdicularis sup lineã b x p, cum secent se in punctoː d: est ergo linea d b erecta super supficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum: quia superficies circuli a b c est æquidistãs superficiei circuli trãseuntis per cẽtra foraminumː quoniã distantia omnium centrorũ foraminum à superficie circuli a b c est eadem, scilicet medietas quantitatis grani hordei. Superficies uerò transiens centra omniũ foraminum secat columnã terreã per axemː est ergo axis colũnę in illa superficie. Et quia columna ferrea in suo descẽsu tangit aliquã linearum in superficie circuli a b c, à cẽtro d ad circumferentiã productarum, utpote lineã d b, uel lineã d m, uel aliquã aliã illarum linearum: palã per præmissa, quia axis columnæ æquidistat illi lineę, quę tangitur per lineã lõgitudinis columnę. Et quoniã per quodcunq; foraminũ columna descendente, semp axis eius cadit in linea b x p & in punctũ x: linea uerò z b semper est perpendicularis super superficiẽ a b cː linea quoq; à puncto z ipsius regulę protracta ad centrũ foraminis, quod est contingens punctum n, est æquidistans lineę d n, & similiter de alijs centris foraminũ & pũctis m, l, h, i, k signatis in circumferentia a b cː oẽs enim semidiametri foraminũ sunt æquales & æquidistãtes lineę z b p 25 th. 1 huius: sunt enim oẽs semidiametri foraminum perpẽdiculares sup superficiẽ circuli a b cː quoniã sunt partes lineę lõgitudinis armillæ. Lineę itaq; l d & d h sunt æquidistantes duabus lineis imaginatis ductã à puncto regulę, quod est z, ad centrum duorũ foraminum cõtingentium puncta l & h per 33 p 1ː ergo per 10 p 11 anguli ab illis lineis in superficiebus æquidistantibus cõtenti sunt æquales. Et si a puncto z ducatur linea ad centrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquidistans lineę d b, diuidens angulum linearum secum cõcurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia. Patet ergo propositum.

11. In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ipsum instrumentaliter declaratur. Euclides 2 the. catoptr. Alhazen 11 n 4.

Remanente enim omni dispositione instrumenti, ut prius: & regula, in qua situm est speculũ planum, erecta super fundum quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumẽti, obturentur omnia foramina, præter medium, cui respondet semidiameter d b circuli a b cː & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita, ut remaneat solus punctus, qui est terminus axis eius, qui immittatur per foramẽ ad speculumː signeturq; incaustò punctus, in quẽ ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertum radioː cadetq; radius super pũctum signatum, & circa ipsum efficiet circulum. Signetur itaq. in fine huius lucis circularis punctũ, & secundum quantitatem lineę interiacentis puncta signata fiat circulus, qui erit maior circulo foraminis per 36 th 2 huius: quoniam semper procedit lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis: in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte cõcauitatis armillæ uidebitur lux reflexa. Palàm ergo quòd lux descendens per axẽ, reflectitur per eundem, & secundum illius reflexionem ordinatur totaliter reflexio luminis incidentis. Quãuis aũt uideatur lux circularis circa basim interiorẽ foraminis maior luce incidente uel radio, & quãuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo, palãq. sit illã lucẽ apparere per reflexionẽ: non tñ accidit hoc p reflexionẽ radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosæː sed accidit hoc propter reflexionẽ aliorum radiorũ pyramidis obliquè speculo incidentiũ, qui etiã secundum modũ suæ obliquitatis ad partes oppositas, & nõ in se reflectuntur: quod patet, si obturetur p cerã utraq; basis foraminis, facto modico foramine secundũ axẽː tunc enim radio solis p uiã tantũ axis descendẽte, nõ apparebit lux reflexa circularis circa interiorẽ basim foraminis. Patet ergo quod non procedebat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis obliquè incidentis ipsi speculo. Quòd si regula, in qua situm est dictum speculum planum, aliquãtum retrorsum inclinetur: tunc palã est quòd radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, uidebiturq; lux reflexa à medio foramine remota secundum modum declinationis speculiː semper tñ centrum lucis cadet super lineã ductam in cõcaua superficie armillę perpendiculariter super superficiẽ a b c circuli æneiː & descendentẽ per centrum basis foraminis medij: hoc enim secat semper lucẽ circularẽ reflexã, & diuidit circuitum eius per medium. Et si regula ad latus dextrũ uel sinistrum declinetur, semper radius secundã hoc obliquabitur: regula uero ad rectitudinẽ redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorẽ basim foraminis, ut prius. Patet ergo propositum: semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum: sed in radijs obliquè incidentib. angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam.

12. In sphæricis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum. Euclides 1 the. catoptr. Ptolemæus 5 th. 1 catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ex ferro mundo speculum sphæricum cõuexum hoc modo. Describatur circulus maximus

sphæræ,

ſphæræ, cuius diameter ſit ſex digitorum aſſumptorum prius: & inſcribatur ei linea æqualis ſemidiametro per 1 p 4: itaq; erit chorda trium digitorum. Ducatur quoq; à centro ſphæræ ſemidiameter perpendiculariter ſuper illam chordam per 12 p 1: & producatur ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4 p 1, & per 28 p 3: eritq; ſinus uerſus minor medio digito. Abſcindatur itaq; illa minor portio circuli, & ſecundum illius quantitatē & cōcauitatē fabricetur ſpeculum, quod limetur & poliatur planiſſimè extrinſecus: aſſumaturq; regula lignea ſimilis penitus prius ſumptę in omni lineatione & creatione: & factā cōcauitatē in linea ad modum ſpeculi, applicetur ſpeculum regulę ita, ut medium punctū conuexi ſpeculi cadat ſup z medium punctum regulę: & ſit in ſuperficie ipſius regulę, quod poteſt ſciri per applicationē alterius regulę uel amuſſis, ut placuerit. Erigatur quoq; regula cum ſpeculo orthogonaliter ſuper fundum quadrati, ut in ſpeculis planis, & operatione priorū repetita, & luce per foramen obliquum uel medium deſcendente fiat reflexio, ut prius. Et ſimiliter fiet, ſi regula declinetur. Semper enim luces per diuerſas lineas obliquas ſpeculo ſphęrico cōuexo incidētes, per diuerſas lineas obliquas reflectuntur: & quę ſecundum perpendiculares lineas ſpeculo luces incidunt, reflectuntur in ſe ipſas, & ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Quod proponebatur.

13. In ſphæricis concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ſpeculum ſphęricū ut ſuprà: & ſecundum conuexā portionē illius circuli limetur & poliatur planiſſimè intrinſecus: & aſſumatur alia regula lignea ſimilis priori, & coaptetur ei ſpeculū taliter, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ: & centrū illius circuli cadat in punctum z: & linea c q, quæ diuidit ſuperficiem regulæ per ęqualia, continuetur diametro baſis ſpeculi, & fiat iſtorū diligens inquiſitio per artificium, quod induſtriæ experimentantis cōmittimus. Immittaturq; regula cū ſpeculo ipſi inſtrumento, ut prius, & fiat operatio ſimilis omnino priori, ſic tamen ut ſemper pūctus d, qui eſt centrū ſemicirculi ęnei, cadat ſuper medium punctum ſpeculi: hoc enim eſt ſemper in omnib. ſpeculis cōuexis & cōcauis obſeruandū: declarabiturq; angulorū incidentię & reflexionis ęqualitas, ut prius, tā in radijs obliquè incidētib. q̄ in ipſo radio perpēdiculari. Patet ergo ꝓpoſitū.

14. In columnaribus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 th. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Sumatur enim columna rotunda, quæ ſit altitudinis trium digitorum: & cuius baſis circuli diameter ſit ſex digitorum: & reſecetur portio circuli baſis illius columnæ, ut prius in ſpeculis ſphæricis: fiatq; ex ferro mundo portio columnę, cuius baſis ſit illa portio circuli, & altitudo ipſius trium digitorum: & ſecundum concauitatem illius formetur cōuexitas illius portionis: fiantq; omnes lineę lōgitudinis eius perpendiculares ſuper utraſq; baſes: eritq; ſinus uerſus baſis minor medietate unius digiti. Hoc itaq; ſpeculum optimè politum ſui conuexo applicetur unr regularum ſimili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat ſuper medium punctū regulæ, qui eſt z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipſius conuexam ſuperficiē per ęqualia, ſit in ſuperficie regulæ: & applicetur ei ſecundum lineā longitudinis eius, quę eſt b p: & hoc fieri poterit, ſi utriuſq; baſis arcus per ęqualia diuidatur, & puncta media ſignata lineę b p applicētur. Immittatur itaq; regula cū ſpeculo ipſi inſtrumento, ut prius, & fiat operatio ſimilis priori: demōſtrabiturq; angulorū incidentię & reflexionis ęqualitas, ut ſuprà: nec eſt in aliquo à paſsiōe ſpeculorū planorū in his ſpeculis diuerſitas, niſi in hoc: quod ſi radio per foramen medium incidente, regula hæc obliquetur ſecundum partē dextram uel ſiniſtram: apparebit inde lux reflecti ſuper idem medium foramen & medium lucis ſuper medium foraminis, quę lux in ſpeculis alijs obliquatur. Quoniā enim in ſpeculis columnarib. radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum ſibi oppoſitarū incidit: propter hoc in omnibus ipſis accidit uniformitas reflexionis: & ſemper radius perpendicularis reflectitur in ſeipſum. Patet ergo propoſitum.

15. In pyramidalibus conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidētiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ex ferro puro ſpeculum pyramidale, cuius baſis ſit ęqualis baſi ſpeculi columnaris: erit ergo chorda illius baſis trium digitorum: & ſinus uerſus minor medietate unius digiti. Sit aūt linea lōgitudinis ſpeculi quatuor digitorum & dimidij, & hoc optime exterius politum applicetur uni ſimilium regularum taliter concauatæ, ut medius punctus eius ſit ſuper punctum z medium punctū regulæ: & ut acumen eius ſit in termino lineę b p: & linea diuidens portionem pyramidalē per ęqualia, quę ſcilicet à uertice pyramidis ad mediū punctū arcus baſis producitur, ſit in ſuperficie regulę. Immiſſa quoq; regula cū ſpeculo in inſtrumentū, fiat operatio, ut prius: & accidūt omnia, quę in ſpeculis columnarib. conuexis accidebāt. Eſt ergo & in ipſis angulus incidentię æqualis angulo reflexionis: & radius ꝑpēdicularis ſemp reflectitur in ſeipſum, ut patuit in ꝑmiſsis. Patet ergo ꝓpoſitū.

16. In columnaribus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ferreum ſpeculū columnare cōcauum, cuius concauitas ſit omnino æqualis prioris colūna-

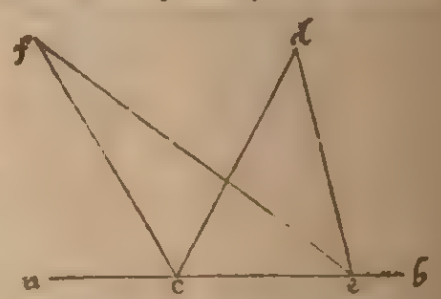
ris ſpeculi conuexitati: ſitq; optimè ſecundum concauitatẽ arcus portionis baſis interius politũ: & hoc applicetur uni regularum ſimilium concauatæ, ut prius, taliter, ut chordæ arcus utriuſq; baſis cum extremis lineis ſogitudinis ſint in ſuperficie regulę: & fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quæ in ſpeculis columnaribus conuexis accidebant. Et per hoc patet propoſitum.

17. In pyramidalibus concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Euclides 1 the. catoptr. Alhazen 12 n 4.

Fiat ſpeculum ferreum pyramidale concauum, cuius concauitas ſit omnino æqualis præmiſſi cõuexi pyramidalis ſpeculi conuexitati: & poliatur interius: appliceturq; uni regularum ſimilium taliter, ut medius punctus eius ſit ſuper punctum 7, & ut acumẽ eius ſit directè in linea b p, & ut chorda arcus ipſius baſis ſit in ſuperficie regulæ. Cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis ſpeculi ſit quatuor digitorum & dimidij, reſtat ex longitudine regulæ digitus & dimidius tam in ſpeculo concauo quàm in conuexo. Immiſſa quoq; regula cum ſpeculo in inſtrumentum, fiat operatio, ut prius: accidentq; omnia, quę in ſpeculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum obliquè incidentiũ ad angulos ęquales: & in reflexione radiorum perpendicularium in ſe ipſos. Patet ergo propoſitũ. Palã itaq; ex præmiſſis, quoniã in omni reflexione à quibuſcunq; ſpeculis politis regularibus (ut ſunt hæc ſeptem ſpecula) ſemper radius ſecundum lineam rectam perpendiculariter incidens ſecundum eandem rectam perpendicularem reflectitur: & quòd radius ſecundum lineã rectã obliquè incidens, ſecundũ aliã lineã obliquã reflectitur, ita tamẽ quòd angulus incidentiæ eſt ſemper ęqualis angulo reflexionis: unde hoc per rationabilẽ ſenſus experiẽtiã inuẽto, ſemper uniuerſali principio, deinceps in omnib. his ſpeculis utemur: & licet hoc, ut quidẽ huius ſcientiæ principium, ſit experimentaliter declaratum: poteſt tamen etiam per aliquẽ demonſtrationis modum ad ipſius ſciẽtiam perueniri: unde nos ipſum, prout diligentius poterimus, tentabimus demõſtrare: propter quod duo ſequentia theoremata duximus præmittenda.

18. Omnis res uiſa per ſpeculum quodcunq;, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur à uiſu. Ptolemæus 4 th. 1 catoptr.

Sit ſpeculum, in cuius ſuperficie ſit linea recta uel curua, quæ ſit a c b: rei quoq; uiſæ punctus ſit d: & centrum oculi ſit f: & punctus d uideatur reflexus à puncto ſpeculi c. Dico quòd lineę f c & d c, ſunt breuiores omnibus lineis protractis à punctis d & f ad quælibet alia puncta ſpeculi. Ducantur enim à puncto alio ſuperficiei ſpeculi (quod ſit e) lineæ e d & e f, quæ non ſint breuiores quàm lineæ e d & e f, neque æquales illis, ſed longiores. Quia ergo, ut patet p 5 huius, natura in omnibus agit ſecundũ lineas breuiores: multiplicatio uerò formarum ad ſuperficies ſpeculorum eſt naturalis: quoniam ſit opere naturæ, ſicut & omnis alia diffuſio formarum, ut in philoſophia naturali capitulo de naturali actione oſtendimus: & ſimiliter reflexio formarum à ſuperficieb. ſpeculorum ad uiſum eſt purè naturalis, quoniam ſit ab opere naturæ, & completur per actionem animæ, ſicut & omnis alia uiſio, ut patet per totum quartum huius noſtræ ſcientiæ librum: eſt autem anima tanquam naturà animalium. Patet ergo quòd hæc diffuſio formæ & reflexio & comprehenſio, quæ ſit ſecundum ipſam, eſt uerè naturalis: fiet ergo ſecundum lineas breuiores: quod eſt propoſitum: fruſtra enim fieret ſecundum lineas longiores, cum poſſit melius & certius fieri ſecundum lineas breuiores.



19. Lineæ incidentiæ & reflexionis, continentes angulos æquales cum perpẽdicularibus à puncto ſui concurſus ſuper ſuperficiem ſpeculi plani uel cõuexi extractæ, ſunt breuiores omnib. lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem ſuperficiem ſpeculi productis, continentib. angulos inæquales cũ perpendicularibus à punctis ſui concurſus extractis.

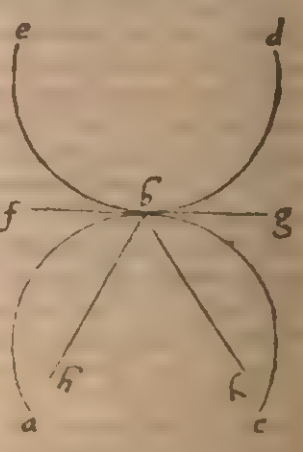
Quod hic proponitur, faciliter per 17 & 18 th. 1 huius poteſt demõſtrari: ſed quia aliter eſt idẽ demonſtrabile, ſit res uiſa quęcunq;, in qua ſit punctus c: & ſit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea h d e: ſit autem nunc, exempli cauſſa, ſpeculum datum planum: erit ergo linea h d e linea recta: lineæ quoq; continentes angulos ęquales cum linea h d e, ſint c d & d f. Aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquidiſtante lineæ h d e, in qua eſt c punctus rei uiſæ, aut non. Sit: eſto itaq; punctum oculi f: & protrahatur linea c f: & extrahatur à puncto d perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem per 12 p 11, quæ protracta, quia ſecat angulum c d f, patet per 29 th. 1 huius, quoniã ipſa ſecabit lineã c f: eſt enim in eadẽ ſuperficie cũ illa: hęc ergo perpẽdicularis, producta ad lineã c f, ſit d g: erit ergo linea d g perpẽdicularis ſuper lineã c f ęquidiſtantẽ lineæ d e per 29 p 1. Quia ergo c d h angulus eſt ęqualis f d e angulo, dẽptis illis angulis ęqualib. à duobus rectis, qui ſunt g d h & g d e, erũt anguli reſidui ęquales: eſt ergo angulus c d g ęqualis angulo g d f. Et quoniã trigonorũ c d g & f d g ambo anguli, qui ſunt ad pũctũ g, ſunt recti: palam p 32 p 1, quoniã anguli d c g & d f g ſunt ęquales. Sunt itaq; trigoni c d g & f d g ęquiãguli: latera ergo ęquos angulos reſpiciẽtia ſunt proportionalia p 4 p 6: & quoniam latus d g ęquale eſt ſibijpſi, erit latus f d æquale lateri c d: ductiſq; lineis f e & c e ſuper punctum e

ctum e punctum lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis, est æquidistans lineæ e f, patet quòd linea c e est maior quàm linea f e per 19 p 1: est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est minor angulo g c d: restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e, & quòd linea c e sit maior quàm linea f e. Et quia super eandem basim, quæ c f, & inter lineas æquidistantes, quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d, cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt inæqualia, ut patet ex præmissis: dico quòd latera c d & d f ambo simul sumpta sunt minora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis. Producatur enim linea c d ultra punctum d in continuum & directum ad punctum l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f: sed & linea c e, quæ est longius latus trigoni c f e, producatur ultra punctum e ad punctum m, donec linea e m fiat æqualis lineæ e f: & copuletur linea l m & linea e l. Et quia angulus t d e est æqualis angulo d f c per 29 p 1, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis: angulus uerò e d l æqualis est angulo f c d per 29 p 1: erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l: sed linea d l est æqualis lineæ d f, & linea d e est ambobus trigonis (quę sunt t d e & e d l) communis: ergo per 4 p 1, est linea f e æqualis lineæ l e: ergo & lineæ e m: ergo per 5 p 1 anguli e l m & e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l: ergo per 19 p 1 linea c m est maior quàm linea c l. Duo ergo latera c e & e f pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis. Quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sint in eadem linea æquidistante lineę h e: sit punctus rei uisæ, ut prius, c: & centrum uisus sit b: & ducatur linea b a æquidistans lineę h d e, quę est in speculi superficie: & producatur linea d c ad punctum a: & protrahantur lineę c d, b d, c e, a e, e b: & sint lineę continentes æquales angulos cum linea d e, quæ c d & d b: inæquales uerò angulos contineant c e & b e: erunt ergo, ut suprà, lineę a d & b d æquales, producta perpendiculari d k à puncto d. Comparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b: erũt lineę a d & d b minores quàm lineę a e & e b, ut patet secundum præmissa. Cum enim lineę a d & d b sint æquales per 2 p 6, 18 p 5 & corollarium 4 p 5: ideo quia lineę c d & d f sunt æquales: lineę uerò a e & b e sunt inæquales: erũt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iunctis: ergo cum a c & c e duo latera trigoni a c e per 20 p 1 sint longiora latere a e: erunt istę tres lineę a c, c e, e b longiores duabus lineis, quę sunt a d & d b: ergo dempta hinc inde ipsa a c communi, remanebunt lineę c e & e b maiores quàm lineę c d & d b. Quod est propositum. Et eodẽ modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis conuexis. Sit ergo speculum non planum, cuiuscunq; figurę conuexę placuerit, & sit nunc, exempli caussa, sphęricum conuexum, quia idem accidit in alijs: & sit h a b: sitq; centrum uisus g: & punctum uisum d: & lineę g a & d a æquales angulos contineant cum linea circulum contingente in puncto a, quę sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d: incidantq; lineę g b & d b in punctum alium speculi, qui sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b. Dico, quòd lineę g a & a d sunt minores lineis g b & d b. Quoniam enim angulus contingẽtię, qui est h a e æqualis est angulo b a f, uterq; enim est minimus acutorum per 16 p 3: angulus uerò e a g est æqualis angulo f a d: sit punctus, in quo linea g b secat lineam contingentem, quę est e f, punctus z: & ducatur linea d z: palàm per 16 p 1, quoniam angulus e a g est maior angulo e z g: ergo angulus d a z est maior angulo g z a: sed angulus d z f est maior angulo d a z: ergo angulus f z d est maior angulo g z a: ergo per 17 th. 1 huius duę lineę g a & d a sunt minores duabus lineis g z & d z: sed lineę g z & d z sunt minores lineis g b & d b: quoniã linea g b est maior quàm linea g z, ut totum parte: linea uerò d b est maior quàm linea d z per 8 p 3. Patet ergo propositum uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum cõuexorum. Hoc aũt idẽ ut prędiximus, potest per 17 uel per 18 th. 1 huius facilius demõstrari: quoniã in illis ostẽdimus, qđ lineę rectę continentes angulos æquales cum linea, cui ad unum punctum incidũt, sunt breuiores

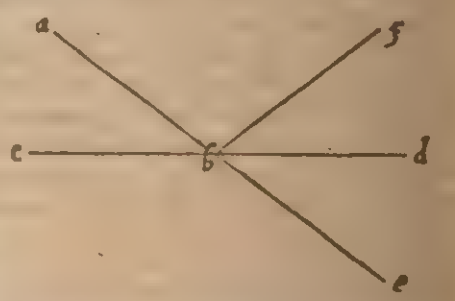
omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unũ punctum alium productis. Et hoc proposuimus per 17 th. 1 huius in lineis rectis, per 18 eiusdẽ primi in lineis conuexis.

20. In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat. Euclides 1 th. catoptr. Ptolemæus 4. 5 th. 1 catoptr. Alhazen. 10. 18 n 4.

Quoniam enim, ut patet per 18 huius, omnis res uisa per quodcunq; speculũ planũ uel cõuexum uel concauũ, sub breuissimis lineis comprehẽditur: lineę uerò ab eisdẽ punctis, utpote à pũcto rei uisę, & cẽtro uisus ad superficiẽ cuiuscũq; speculi productę breuissimę sunt, quę continẽt angulos æquales, & cũ lineis contingẽtibus superficies speculorũ, & cũ perpẽdicularibus à pũctis sui cõcursus productis super superficies speculorũ, ut patet p pręmissam: angulus uerò, quẽ facit linea à puncto rei uisę producta, est angulus incidentię, & angulus, quẽ facit linea ab illo pũcto ad centrũ uisus producta, est angulus reflexionis: patet ergo quod angulus incidẽtię semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel cõuexo fiat reflexio. Sed & idẽ patẽt in cõcauis speculis quibuscunq;. Sit enim aliquod speculũ cõuexũ, in quo sit circulus e b d: quẽ in puncto b cõtingat extrinsecus circulus a b c: & ducatur à pũcto b linea f b g ambos circulos cõtingẽs in pũcto b: & sit pũctus rei uisę h, cuius forma à pũcto b speculi cõuexi reflectatur ad uisum existentẽ in pũcto k: eritq; p prẽmissa angulus h b f æqualis angulo k b g: sed & angulus a b f est ęqualis angulo c b g per 16 p 3, quoniã sunt anguli cõtingẽtię: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidẽtię in speculo cõcauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis. Patet ergo propositũ. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cõcauis hęc demõstratio potest coaptari. Est aũt etiã hoc rationabile. Si enim linea incidentię, quę sit, exempli caussa, a b, lineã rectã c b d protractã in superficie plani speculi, uel contingentẽ superficiẽ conuexam uel concauã alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b usq; ad punctũ e: palam per 15 p 1, quòd angulus incidẽtię a b c fieret ęqualis angulo e b d.

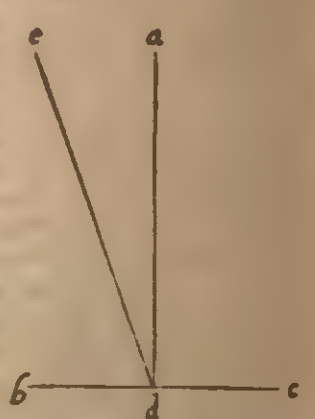


Si ergo fiat reflexio secũdum lineam b f: conuenientius est, ut fiat secũdum angulum ęqualem illi contrapositò quàm secũdum aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d fiat ęqualis angulo e b d, & angulo a b c. Si enim punctis c & d existẽtibus immotis, linea c d imaginetur reuolui: tũc enim linea e b propter ęqualitatem angulorũ e b d & d b f cadet super lineã b f: & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis. Patet ergo propositũ. Patet etiã ex hoc corollariũ: linearũ enim inęqualitas, quia nõ immutat angulorũ quantitatem: ergo neq; naturã reflexionis. Vnde pũcta eiusdem lineę remotiora à pũcto reflexionis, possunt reflecti ad uisum, sicut pũcta eiusdem lineę propinquiora puncto reflexionis. Vniuersaliter enim omnia puncta eiusdem lineę secundum ęqualem angulum reflecti possunt. Et hoc proponebatur.



21. Omnis formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscũq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem. Euclides 2 th. catoptr. Alhazen 11 n 4.

Verbi gratia, esto, ut forma pũcti a superficiei speculi b d c incidat secundum lineam a d perpendicularem super superficiem b d c: dico quòd reflexio formę puncti a erit secundum eandem lineam d a. Dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio: tunc, cum angulus incidentiæ semper sit ęqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam: & in proposito angulus incidentiæ sit rectus: infiniti quoque sint anguli recti ordinatim super punctum d, nec sit declinatio formę plus ad unum punctum superficiei b c, quàm ad aliud: ęqualiter enim se habet linea a d, quę est linea incidentię, ad punctum b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitę reflexiones ad infinita puncta superficiei b c: quia qua ratione ad unam differentiam positionis fieret reflexio: eadem ratione fieret ad aliam & ad omnem: quod est inconueniens. Dabitur ergo necessariò quod fiat reflexio super unam & eandẽ lineã a d, secundũ quã incidentia fiebat. Perpẽdiculares ergo uel nõ reflectuntur, uel redeunt in seipsas, & fortificatur actio talium formarũ. Si tamẽ dicatur qd perpẽdicularis



incidens

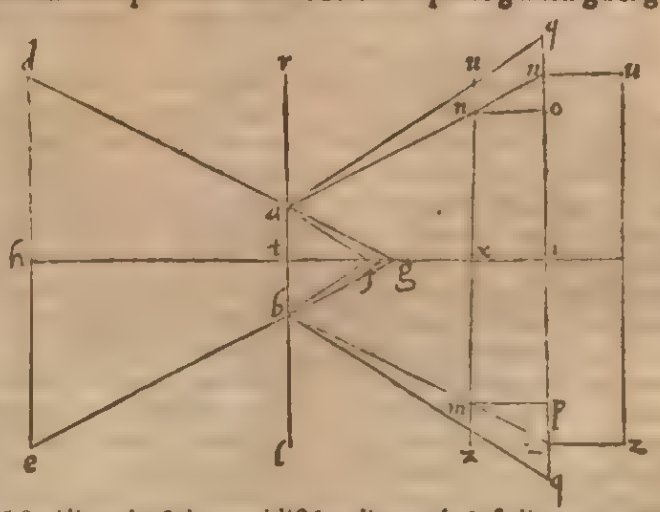
Incidens per aliam lineam reflectitur: ſit, ut reflectatur per lineam d e: tunc ergo cum angulus incidentiæ, ut patuit per præmiſſam, ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c æqualis angulo a d e. ſed angulus a d c æqualis eſt angulo a d b per hypotheſim: erit ergo angulus a d e æqualis angulo a d b, pars toti: quod eſt impoſsibile. Patet ergo propoſitum.

22. Inter puncta formæ ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi incidentis & ſpeculi oppoſiti ſuperficiem, neceſſe eſt infinitas pyramides figurari, conos & baſes hinc inde mutuas habentes. Alhazen 14 n 4.

Declaratum eſt enim per 1 huius, quoniam à quolibet pũcto corporis oppoſiti procedit lux uel color ad quodlibet punctum ſpeculi: oẽs enim lineæ ductæ à quolibet puncto corporis recidunt in unum punctum ſpeculi: & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis ſuperficiei totius ſpeculi: eò quòd ad omnẽ poſitionis differẽtiam fit diffuſio formarum. Tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto ſpeculi: & forma cuiuslibet puncti corporis in tota ſpeculi ſuperficie. Quot ergo ſunt puncta in ſuperficie ſpeculi, tot ſunt pyramides ad totam ſuperficiẽ formæ corporis terminatæ, quę ſuperficies ſit baſis omnium illarum pyramidum: & quot ſunt puncta in totali ſuperficie corporis, cuius forma incidit ſpeculo, tot fiunt pyramides ad totam ſuperficiẽ ſpeculi terminatæ, quę ſit baſis omniũ illarũ pyramidũ. Et ſunt oẽs iſtæ pyramides cõtinuę propter continuitatẽ punctorum in dictis ſuperficiebus exiſtentium potẽtia, nõ actu: eritq; axis cuiuslibet harũ pyramidũ punctus, ſecũdum quẽ ſpeculo incidit, pũctus medius totius formę ſpeculo incidẽtis: quoniam ab illo incidunt ſecundum æqualem diſtantiam omnes puncti alij circumſtantes æqualiter medium punctum formæ. Patet ergo propoſitum.

23. Impoſsibile eſt uideri imagines in quibuſcunq; ſpeculis propter reflexionem radiorum uiſualium à ſpeculis ad res uiſas: ſed ſolum propter reflexionem formarum à ſpeculis ad uiſum. Alhazen 20 n 4.

Si enim radij uiſuales reflecterẽtur à ſpeculo ad res, quarũ uiſus accipit imagines, referrẽtq; ipſas formas à ſpeculis ad uiſum: tũc quælibet imago uideretur in loco ſuæ rei, cuius eſt imago: quod eſt contra ſenſum. Et quia, ut præoſtẽſum eſt per 2 huius, ab omni corpore colorato præſente luce color ad corpus oppoſitũ politũ mittitur mixtum cũ lumine, & quãdoq; totaliter, quãdoq; partialiter reflectitur ab illo: tũc ſi radij uiſuales incidẽtes ſpeculis reflecterẽtur ab illis ad res ipſas, & deferrẽt ſecum formas, accideret quòd duæ uiderẽtur imagines uniuſcuiuſq; rei, quarũ unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliã ipſe radius formæ rei incidẽs ſpeculo, in quo formæ rerũ imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum: quod totũ eſt impoſsibile ſenſui. Sed ad huius oppoſitum quidã antiquorũ demonſtrationẽ attulit, quã & nos ut indifferẽtẽ uigoratã fortius præſenti ꝓpoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſſa, ſpeculũ planũ erectũ ſuper ſuperficiẽ horizontis orthogonaliter: in quo ſit linea diuidẽs ſuperficiẽ ſpeculi p æqualia, quę ſit a b: & ſit cẽtrũ uiſus g: a quo ducatur linea g t perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi p 11 p 11. Sit itaq; ut linea g t cadat ſuper lineã a b in pũctũ t: erit ergo linea g t perpẽdicularis ſuper lineã a b. Et ducantur à pũcto g lineæ g a & g b æquales: erunt ergo per 5 p 1 anguli g a b & g b a æquales: & anguli ad pũctum t ſunt recti: ergo per 26 p 1, & per hypotheſim erit linea a t æqualis lineæ b t. Producãtur itaq; lineæ g a & g b ultra ſpeculũ ad puncta d & e: ita ut lineæ g a d & g b e ſint æquales: & cõiungatur linea d e: producaturq; linea g t ad lineã d e: & incidat illi in pũcto h. Erit ergo p præmiſſa & 26 p 1 linea d h æqualis lineæ h e: ergo p 8 p 1, & per definitionẽ perpẽdicularis, anguli ad pũctũ h ſunt recti: ergo p 28 p 1 lineæ d h & a t ſunt æquidiſtãtes, & lineę h e & t b æquidiſtãtes: ꝓducaturq; linea t i ultra uiſum g, donec linea t i ſit æqualis lineæ t h: & ducãtur à pũcto i lineę i u & i z æquidiſtãter lineæ a b: & ſit linea u z æqualis lineæ d e: & ducãtur lineę u a & z b. Quia ergo linea t i eſt æqualis ipſi lineę t h & linea u z æqualis lineę d e, & linea a b æqualis eſt libi ipſi, erit ſuperficies a b z u æqualis ſuperficiei a b d e. Superpoſita enim nec excedet nec excedetur. Linea ergo u a eſt æqualis lineę a d, & z b eſt æqualis ipſi lineæ b e: & angulus a u z æqualis eſt angulo a d e, & angulus u z b eſt æqualis angulo d e b: & angulus d a b æqualis angulo u a b: radius ergo g a per 20 huius reflecterur ad pũctum u. Si enim producatur linea a b ultra pũctũ a ad pũctũ r, & ultra pũctũ b ad pũctũ l, pala ex præmiſſis & p 1 p 1 quia linea a r diuidet angulũ u a d pduo æqualia: erit ergo angulus r a u æqualis angulo r a d: & ſimiliter erit angulus z b l æqualis angulo e b l: ſed angulus r a d eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e æqualis angulo g b a



lo g b a p 15 p 1: ergo angulus r a u est æqualis angulo g a b, & angulus l b z æqualis angulo g b a: ergo p 20 huiꝰ duo radij g a & g b reflectẽtur à duob. pũctis a & b ad duo pũcta u & z. Si itaq; cẽtrũ uisus, quod est g, appropinquet superficiei speculi, & lineæ a b, ut si perueniat in punctũ f: tũc quia angulus incidẽtię, qui est f a t minor est angulo incidẽtiæ, q est g a t, erit per 20 huius angulus reflexiõis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r: & erit angulus q a r maior angulo u a g, & linea q i maior linea u i. Approximante ergo uisu superficiei speculi, non uidebuntur extremitates rei prius uisæ, quæ sunt u & z, secundum extremitates speculi, quæ sunt a & b. Sed & uisu persistente in puncto g, & linea u z approximante speculo usq; ad punctum x (quod sit punctum lineæ l h) non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ sunt u & z, sed solùm aliqua pũcta ipsius, in quibus radius g a uisualis reflexus à superficie speculi secat u z, quæ sint pũcta m & n: erit enim linea n m minor quàm linea u z: quod patet per 34 p 1, ductis lineis æquidistantibus & perpendicularibus, quæ sint n o & m p. Et si linea u z elongata fuerit à superficie speculi, nullum eius punctum uidebitur secũdum radios a u & b z: quia alij radij uisuales à punctis extremis ipsius speculi, qui sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, sed ultra illa: quod patet per 34 p 1, copulatis lineis æquidistantibus, quę sint u u & z z. Non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquis punctorum lineæ u z: quod est contra experientiam & sensum. Accidit enim extrema rei approximatæ & elongatæ in speculo quandoque uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Fit sicut hoc patet in speculis planis: sic etiam patet in alijs speculis quibuscunque: quoniam de omnibus eadẽ est demõstratio. Patet ergo ꝓpositũ, aut ad minus ex his nõ cõcluditur oppositum ipsius.

24. Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio, quæ ad uisum: unde secundum dispositionem linearũ reflexionis uisus necessariò informatur. Alhazen 21 n 4.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per pręmissam: quòd autem forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc: quòd non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscunq;. Intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam, quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixo uisæ, non amplius uidet illam: & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparẽtium, sed in eodẽ pũcto speculi diuersi aspiciẽtes uidere possunt formas diuersas & distinctas, quę tamẽ, ut quidam actus completiur, eandẽ partem speculi non possunt simul informare. Videtur etiam in speculis forma rei, quæ secũdum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidũt, quorum ratio posterior est, magnam tamẽ impossibilitatem demonstrat. Palàm itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existẽtes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidẽtes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti. Secũdum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessariò informatur: quandoquidẽ uisus uerè rem aliam non uidet, nisi cuius formam comprehẽdit à speculo reflexam. Patet ergo propositum.

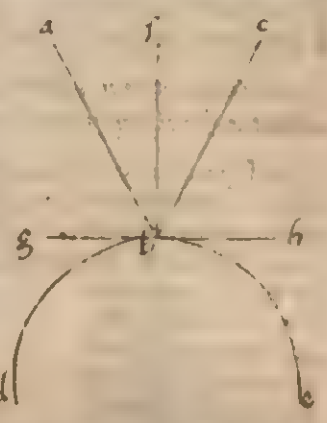
25. In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiem, uel super superficiem illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse. Alhazen 13 n 4.

Quoniam enim si lux uel forma alicui speculo secũdum perpẽdicularem lineam incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21 huius: palàm quòd tũc sit incidentia & reflexio secundum eandem lineam: & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18 p 11. Si uerò lux uel forma secũdum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscũq;, tũc anguli incidẽtiæ, quẽ facit linea incidentię cum perpẽdiculari, semper est æqualis angulo reflexionis, quem continet linea reflexionis cum eadẽ perpẽdiculari, ut patet per 20 huius: utraq; ergo ipsarũ est in eadẽ superficie cũ linea perpẽdiculari per 2 p 11: ergo & ipsæ ambę sunt in eadẽ superficie, quę est, ut patet per definitionẽ, superficies reflexiõis. Est ergo per 18 p 11 illa superficies erecta super superficiẽ speculi, uel super superficiẽ speculum contingẽtem in puncto reflexionis. Et hoc exemplariter patet in superficie circuli secantis armillam instrumẽti in 9 huius pręmissi æquidistanter basibus suis per omnia cẽtra foraminum, & æquidistantis superficiei circuli ænei, qui est a b c. Radio enim per foramẽ medium incidẽte & speculo declinato secundum regulam eadẽ est demonstratio, quę in radijs obliquè incidẽtibus: reflectitur enim tunc semper radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquidistat lineæ b z p, quę est linea longitudinis regulæ. Et quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundę, uel radij perpẽdiculariter super lineam c q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per cẽtra foraminum, & huic axi æquidistat linea d b semidiameter circuli a b c: sunt ergo in eadẽ superficie per 1 th. 1 huius. Sed linea d b est perpẽdicularis super lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c: ergo per definitionẽ superficiei super superficiẽ erectæ, superficies, in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis & linea d b, est erecta super superficiem regulæ uel speculi: & in hac superficie est linea perpẽdicularis, quæ est linea altitudinis armillæ, transiens per punctum b, & per cẽtrum foraminis medij, in quã lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis. Patet ergo propositum etiam in unoquoq; speculorum: quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex pręmissis.

26. In

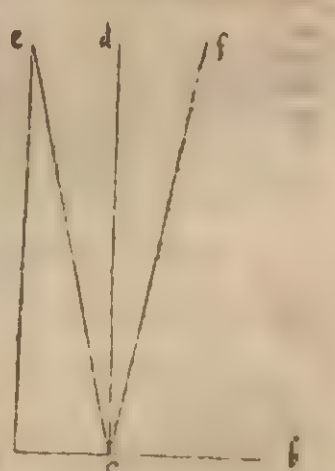
26. In omni reflexione à cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, linea rectà per æqualia dividens angulum contentum ſub lineis incidentiæ & reflexionis, ſuper lineam, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuperficiei in punctо incidentiæ ſpeculum contingentis, neceſſariò perpendicularis exiſtit: ex quo patet illam lineam erectà eſſe ſuper ſuperficiem in illo punctо ſpeculum contingentem.

Sit enim, ut forma puncti a incidat ſuperficiei alicuius ſpeculi ſecundũ punctũ b: & reflectatur in punctum c: eſt itaq; linea incidẽtiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quę ſunt in una ſuperficie erecta ſup ſuperficiẽ ſpeculi p præmiſſam: ſitq; aliqua ſuperficies plana cõtingens ſpeculũ ſecundũ punctũ b: cõmunis aũt ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis ſit linea d b e: angulũ uerò a b c diuidat linea b f per æqualia. Dico, quòd linea f b eſt neceſſariò perpendicularis ſuper lineã d b e. Quia enim angulus d b a eſt æqualis angulo e b c per 20 huius: angulus enim incidentiæ d b a eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b c: & quia angulus a b f eſt æqualis angulo f b c ex hypotheſi: palàm quòd totus angulus f b d eſt æqualis toti angulo f b e: eſt ergo linea f b perpendicularis ſuper lineam d e per definitionem lineæ perpendicularis: & hoc ſi linea d b e ſit linea recta: quę ſi fuerit curua, ſit, ut g h linea recta ipſam contingat in punctо b per 17 p 3. Et quia anguli contingentiæ g b d & h b e ſunt æquales: relinquitur quod anguli f b g & f b h ſint æquales, & erit item linea f b perpẽdicularis ſuper lineam g h, & ſuper lineam d e. Cum itaq; linea f b ſit ducta in ſuperficie reflexionis, quæ ex præmiſſa eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem, ſpeculũ in puncto incidẽtiæ contingentẽ, & cũ ipſa ſit ſuper ipſarum communẽ ſectionẽ perpẽdicularis: patet quòd linea f b eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculum in illo pũcto contingentẽ: continet enim cũ omnibus lineis in illa ſuperficie productis angulos æquales. Et quoniam eodem modo poteſt fieri declaratio in ſectionibus: patet ergo propoſitum.



27. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis quibuſcunq;, centrum uiſus: & punctũ formæ uiſæ: & punctum reflexionis: & terminum perpendicularis & catheti utriuſq; conſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineam perpendicularem à punctо reflexionis ductam, omnibus ſuperficiebus reflexionis illi punctо incidentibus communem eſſe. Alhazen 23 n 4.

Oſtenſum eſt per 25 huius quoniam in omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta, ſemper ſuperficies reflexionis (in qua ſunt lineæ reflexionis, incidẽtiæ & perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi ducta à punctо reflexionis) erecta eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio. Cum aũt linea incidentiæ incipiat à punctо formæ comprehẽſæ, & terminetur in pũctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à pũcto reflexionis, & terminetur ad cẽtrũ oculi: palàm quòd hæc tria pũcta ſunt in eadẽ ſuperficie. Sed cũ perpẽdicularis ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſuper quã per 25 huius & ſuperficies reflexionis eſt erecta, quoniã & in illa ſuperficie eſt tota perpẽdicularis: cũ enim ipſa perpẽdicularis in pũcto reflexionis ſecet lineas incidẽtię & reflexionis, cũ quibus ipſa ex definitione eſt in eadẽ ſuperficie: ergo per 1 p 11 terminus perpendicularis ſuperior neceſſariò erit in eadem ſuperficie cum punctis prædictis. Si enim illa perpendicularis ad punctũ aliũ extra ſuperficiem reflexionis terminetur: patet quòd illa perpẽdicularis in alia erit ſuperficie, qd̃ eſt contra definitionem ſuperficiei reflexionis: & etiam, ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus minor recto, quod eſt impoſsibile. Linea enim à punctо reflexionis producta in ipſa ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpeculi ab eodem punctо producta continet angulum rectum, & perpendicularis ſimiliter. Si ergo illæ duæ lineę ad diuerſa puncta terminantur, fit rectus maior recto. Sed per eundem modum patet id, quòd proponitur de cathetis. Et quoniam omnes ſuperficies reflexionis, quę tranſeunt eundem punctum reflexionis, & aliquem punctum formæ comprehenſum, licet ad diuerſa centra uiſuum terminentur, ſemper tranſeunt eundem terminum perpendicularis, quoniam omnes ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculum in pũcto reflexionis contingẽtem: palàm quoniam omnes ſecant ſe in perpendiculari. Eſt ergo perpẽdicularis eis omnibus cõmunis. Sed & hoc figuraliter eſt declarandum. Sit enim ſuperficies ſpeculi cuiuſcunq; a c b: in cuius punctum c incidat radius à punctо rei uiſæ, quod ſit f, a per lineam f c: & reflectatur ad centrum uiſus, quod ſit e, per lineam c e: extrahatur quoq; ppẽdicularis ſuper ſuprficiẽ ſpeculi, quę eſt b c a, à pũcto c, quę ſit c d, p 12 p 11. Intelligatur quoq; à pũcto e perpẽdicularis protrahi ſuper ſuperficiẽ b c a, aut ei cõtinuã per 11 p 11, quę ſit e a: eritq; linea e a æquidiſtans lineę d c per 6 p 11, quoniam ambæ ſunt orthogonales ſuper

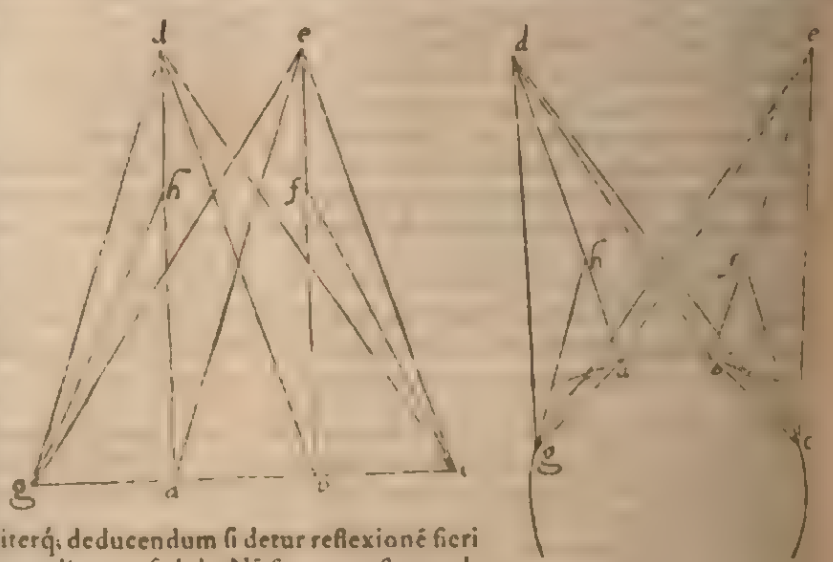


eandem

eandem ſuperficiem ſpeculi, quę eſt b a. Et quoniam lineæ d c & e a ſunt æquidiſtantes: palàm per 1 th. 1 huius quia ſunt in eadē plana ſuperficie: & linea recta a b cū utraq; illarū linearum, ſcilicet d c & e a continebit angulum rectū, & erit in eadē ſuperficie cū utraq; ipſarū per 2 p 11: & linea e c tenebit cū his ambabus lineis, quæ ſunt e a & d c, angulos acutos propter diuiſionē angulorū rectorū. Et quoniā linea incidentiæ & reflexionis cū perpēdiculari d c ſunt in eadē ſuperficie, & linea e c recta copulat extremitates linearū e a & d c, erit ipſa per 2 p 11 in eadē ſuperficie cū dictis perpendicularibus. Omnes ergo lineæ, quæ ſunt e a, e c, d c, f c ſunt in una & eadē ſuperficie. Quatuor ergo prę-miſſa puncta ſunt in eadē ſuperficie reflexionis. Et hoc proponebatur: quoniam inſpecto quocūq; alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemper accidit idē ſitus linearū radialium cū ipſis perpendicularibus. Et ſimiliter patet de utriſq; cathetis & incidentiæ & reflexionis per 1 p 11. Patet ergo propoſitum. Et ex hoc patet concluſio corollaria ſatis manifeſtè.

28. Omnem punctum reflexionis formæ puncti obliquè ſpeculo incidentis, inter cathetū incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

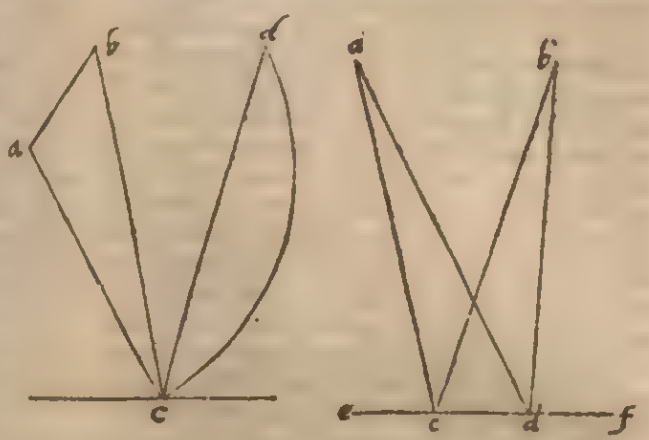
Sit ſuperficies cuiuſcunq; ſpeculi, in quo cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua: & ſit punctus rei uiſæ, qui d: & centrū uiſus pūctū e: ſitq; cathetus incidentiæ, quę d a, & cathetus reflexionis, quæ e b. Dico quòd omnem pūctum reflexionis formæ puncti d ad centrum uiſus e, inter pūcta ſuperficiei ſpeculi a & b conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quod in ipſis punctis a uel b fiat reflexio formę pūcti d ad uiſum e: ſit ergo, ut fiat à puncto ſpeculi, qđ eſt a: & ducatur linea a e: tunc cum linea d a ſit perpēdicularis, & linea a e non ſit perpēdicularis, & per 20 huius angulus incidētiæ ſit ęqualis angulo reflexiōis: erit ergo angulus e a b rectus, ſcil. & angulus e b a eſt rectus: trigoni ergo e a b duo anguli ſunt recti: qđ eſt impoſsibile. Similiterq; deducendum ſi detur reflexionē fieri à puncto b, quoniā idē accidit impoſsibile. Nō fit ergo reflexio ab aliquo pūctorū a uel b, quibus incidūt cathęti. Sed neq; ab aliquo punctorū lineæ a b c, extra puncta a & b: ſit enim, ut forma puncti d reflectatur ad uiſum e à puncto ſpeculi c: ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea c f ſecās lineam b e in pūcto f: erit ergo p præmiſſam linea c f perpēdicularis ſuper lineam a c: trigoni ergo b f c duo anguli ſunt recti: quod eſt impoſsibile, ut prius. Et eodē modo deducēdū, ſi detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctū a, ut à pūcto g, ducta linea g h angulum d g e per æqualia diuidēte. Patet ergo quòd ſolùm inter pūcta a & b fiet reflexio ab aliquo pūctorum lineæ a b, uidelicet inter cathetū incidētiæ & cathetum reflexionis. Quod eſt propoſitum in ſpeculis planis: & patet uniuerſaliter in omnibus reflexionibus à ſpeculis quibuſcunq; : quia danti oppoſitum eadem impoſsibilia ſequentur, ducta chorda arcus interiacentis data puncta reflexionum & cathetorum productarum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipſas ſuperficies ſpeculorum, uel lineas, quę ſunt communes ſectiones ipſorum ſpeculorum & ſuperficierum reflexionis. Patet ergo propoſitum.



29. Impoſsibile eſt ſimul duo puncta eiuſdem rei uiſæ ab eodem puncto cuiuſcunq; ſpeculi reflecti ad idem centrum uiſus: uel à duob. punctis ſpeculorum planorū uel conuexorum formam unius puncti. Alhazen 51 n 4.

Quòd enim puncto alicuius formę perpendiculariter ſuperficiei ſpeculi incidēte, aliam lineam ab alio puncto rei eiuſdē, uel alterius perpēdiculariter duci ſuper eandem ſuperficiem ad idē punctum ſit impoſsibile, patet per 13 p 11: quod autem perpendicularis reflectatur in ſe ipſam patet per 21 huius: impoſsibile eſt ergo duo puncta eiuſdem formæ uiſæ ab eodem puncto ſpeculi ad idē centrum uiſus reflecti perpēdiculariter. Sed neq; eſt hoc poſsibile fieri, linea incidētiæ obliqua exiſtente. Omnis enim punctus cuiuslibet formę incidit ſpeculo, & reflectitur ad uiſum ſecūdū lineas breuiores per 18 huius: & omnis talis reflexio ad uiſum & ipſarū formarū cōprehēliō fit ſecūdū diſpoſitionem linearū reflexarū per 24 huius: illæ ergo duę formę ſi ad unū pūctū, quod eſt centrū oculi, incidunt,

incidunt, & ab uno puncto reflectuntur: tunc illa duo puncta, à quibus suarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexę perueniũt ad uisum, uidebũtur unus pũctus: & sic erit confusio formarũ in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum pũctorum non diuersificant pũcta reflexionis, sed incidũt eidẽ puncto: palàm quòd aut aliqua forma tota, aut plura pũcta illius formę possunt uni pũcto incidere, & in unum pũctum reflecti, qui est cẽtrum uisus: & uidebitur tota forma unus pũctus. Item si detur lineas incidẽtiæ & reflexionis propter angulorũ suorum diuersitatem semper diuersas esse: sicut ergo sunt duę lineę incidẽtiæ, quę à diuersis pũctis formæ incidũt eidem pũcto speculi: sic fient duæ lineæ reflexionis, quę ad idem cẽtrum uisus terminantur: ut si à duobus pũctis formę incidẽtis speculo, quæ sunt a & b, incidant eidẽ puncto speculi, qui sit c, duę lineæ a c & b c: & ab illo reflectantur ad idẽ cẽtrum uisus, quod sit d: sequetur adhuc si ab uno pũcto reflexionis c, diuersę formę punctorum a & b ad centrũ uisus d perueniant, duas lineas rectas, quę sunt c d, superficiem includere: quod est impossibile. Patet ergo propositũ. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel cõuexi ad idẽ cẽtrũ uisus simul possibile est idẽ pũctum formę reflecti. Sit enim, si possibile est, ut forma puncti a reflectatur ad cẽtrum uisus b à duobus pũctis speculi plani uel conuexi cuiuscũq;, qui sint c & d, signati super lineã, quę est communis sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexum, quę sit e f. Cum ergo per 24 huius secundum dispositionem linearum reflexionis, uisus semper informetur: tũc forma pũcti a, quę est indiuisibilis, occurret uisui, ut forma lineæ c d, quę est diuisibilis linea. Nõ ergo occurret uisui, nisi tantũ unus pũctus formę reflexę ab uno pũcto speculi: neq; unũ punctum formę à duobus punctis speculi plani uel conuexi possibile est reflecti. Quod est propositum.



30. Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunq; formam unius puncti rei uisæ ad duos uisus non est possibile reflecti. Alhazen 51 n 4.

Linea enim reflexionis ad unum uisum procedens quia cum perpendiculari erecta à puncto reflexionis super superficiem speculi angulũ tenet æqualẽ angulo, quẽ tenet linea incidẽtię cum eadẽ perpẽdiculari, ut patet per 20 huius: palàm quòd non poterit in eadẽ superficie alia linea sumi, quæ æqualẽ angulũ efficiat cũ ducta perpẽdiculari: unde ab hoc pũcto nõ reflectetur forma eiusdẽ puncti ad uisum aliũ. Oportet igitur, ut à diuersis pũctis speculi cuiuscunq; fiat ad uisus diuersos reflexio. Et quoniam duo tãtùm sunt uisus, oportet ad minus, ut à duobus pũctis superficiei speculi cuiuscũq; fiat reflexio formę unius puncti rei uisæ ad ambos uisus. Patet ergo propositum.

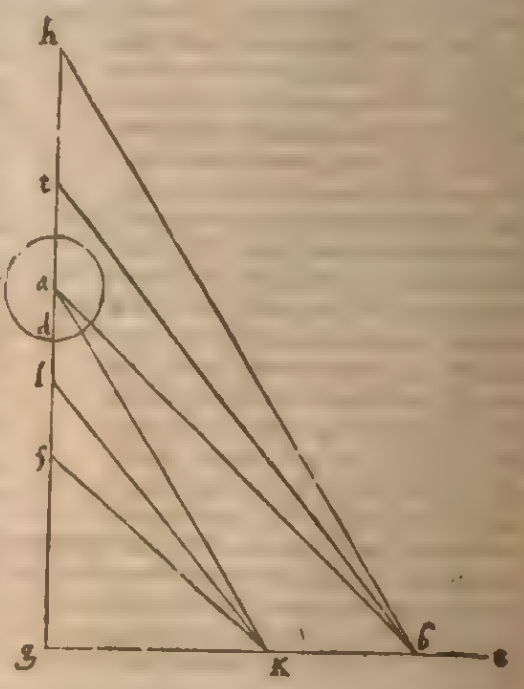
31. Ab uno puncto reflexionis cuiuscunq; speculi ad diuersos uisus possibile est formas punctorum plurium reflecti: & à diuersis unam. Alhazen 51 n 4.

Quamuis enim, ut patet per 29 huius, solùm formę unius pũcti incidẽtis ab uno tantùm puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus: est tamẽ possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum pũctorũ formę incidẽtis reflexionẽ: quoniã illa pũcta secundum angulos diuersos incidũt, & secundũ diuersos reflectũtur: ergo ad pũcta diuersa terminantur lineę reflexę, in quibus diuersi uisus cadẽtes pũcta diuersarũ formarũ comprehẽdẽt ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa. Et si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existẽte immoto: tũc etiam secũdum situs sui diuersitatem ab eodẽ pũcto speculi ad ipsum pũcta diuersarũ formarũ reflectentur, semper tamen complebitur pyramis reliquarũ formarũ. Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandẽ formã uidebũt à diuersis pũctis speculi reflexam: quia quilibet pũctus formę incidẽtis totali superficiei speculi incidens ad aliquã partem oppositã reflectitur, & secũdum modum, quo in 22 & 24 huius proponitur, patet quòd formarũ pyramides diuersantur. Et quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, qui sunt eiusdẽ formæ, accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis superficiei speculi reflexa uideatur. Et idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum. Patet ergo propositum.

32. A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunq; speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uisum, nisi eum solum, in quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat: & ab eo solo puncto, in quo ductæ perpendicularis incidit ipsius speculi superficiei. Alhazen 13 n 5.

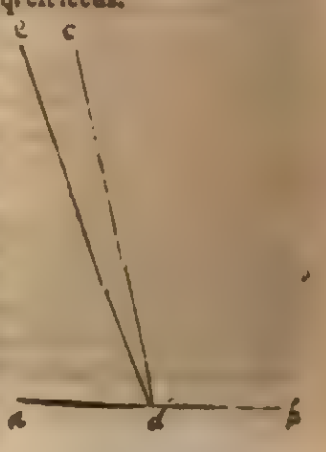
Sit centrũ uisus punctũ a: & sit linea, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei

ſpeculi cuiuſcunq; plani uel conuexi, & ſit nũc, exempli cauſſa, ſpeculi plani dati linea b g: ſitq; perpendicularis ducta à pũcto a ſuper lineam b g linea a g: ſit quoq;, ut linea a g ſecet ſuperficiem ſphęricá cõuexam oculi in puncto d. Dico quòd in tota perpendiculari a g quantumcũq; protracta non eſt punctus, qui reflectatur ab hoc ſpeculo ad centrũ uiſus a, niſi ſolus punctus d. Si enim alius punctus dictę perpẽdicularis ad uiſum reflectitur pręter punctũ d: aut ille pũctus eſt ultra centrũ uiſus a: aut ſub uiſu. Si ultra uiſum, ſit ille pũctus h: palã ergo quòd non perueniet forma eius ad ſpeculũ ſuper perpẽdicularẽ h a, propter ſolidi corporis interpoſitionẽ, qđ eſt ultra uiſum in capite uidentis. Nõ reflectetur ergo forma pũcti h ſuper ꝓpendicularẽ h g. Si uerò dicatur qđ ab alio pũcto ſpeculi pręter pũctum g, poteſt reflecti forma pũcti h ad uiſum a: ſit illud pũctum b: & ſit linea incidẽtiæ h b: & linea reflexionis h a: diuidaturq; angulus h b a p æqualia p lineã b t ductã ad perpendicularẽ h g auxilio 9 p 1: erit ergo p 26 huius linea b t perpẽdicularis ſuper lineã b g: ſed linea t g eſt perpendicularis ſuper eandẽ lineã h g. Ab eodẽ ergo puncto t eſt ducere duas perpẽdiculares ſuper lineam b g, & ſuper ipſam ſuperficiẽ ſpeculi: qđ eſt impoſſibile. Sequetur enim trigoni a b g duos angulos eſſe rectos, ſcilicet angulos t g b & t b g: & ab eodẽ pũcto plures ducerẽtur ꝓpẽdiculares lineæ ſuper eandẽ ſuperficiẽ, qđ eſt cõtra 20 th. 1 huius. Nulla ergo forma pũctorũ lineę h d poteſt reflecti ad uiſum, niſi ſolum pũctũ d: quoniã de omnibus alijs punctis eodẽ modo eſt demõſtrandũ. Neq; enim poteſt dici quòd aliqua forma alicuius pũcti ſumpti inter pũcta a & d reflectatur ad uiſum, niſi per lineã ꝓpendicularẽ d a: quoniã pũcti inter centrũ uiſus & ſuperficiẽ eius poſiti ſunt ualde rari: unde nõ mittitur alicuius ipſorũ forma in uiſum, neque ab aliquo ſpeculo reflectitur, ut ſentiatur. Sed neque forma alicuius pũctorum lineæ d g poteſt reflecti ad uiſum a à pũcto ſpeculi g, ut forma pũcti f: quoniã ſi illud pũctũ d ſolidi corporis fuerit, patet quòd ipſum impediet reflexionẽ ad uiſum p lineã d g: quia propter ſoliditatẽ ipſius forma puncti f nõ poterit tranſire & ad uiſum puenire: & ſi fuerit rarũ, adhuc forma reflexa à ſpeculo miſcebitur ei, & adhęrebit ſibi, neq; ꝓueniet ad uiſum. Sed neq. poteſt forma alicuius illorũ pũctorũ reflecti à pũcto alio ſpeculi q̃ à pũcto g, ut à pũcto k: quoniã ductis lineis f k & a k, & diuiſo angulo a k f ꝑqualia p lineã k l, ſequetur idẽ impoſsibile, qđ prius, ſcilicet lineas l k & l g perpẽdiculares eſſe ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuper ſupficiẽ ſpeculũ cõtingentẽ: qđ eſt cõtra 20 th. 1 huius. Omniũ itaq; pũctorũ lineæ h g nõ reflectitur aliquis ad uiſum a niſi ſolũ pũctũ d. Et quoniã quodlibet pũctũ totius uiſibilis, in quo eſt linea h g, pręter pũctum d, in ſuperficie uiſus impreſſum opponitur ſpeculo nõ ad angulũ rectũ: quoniã omnia pũcta circũſtãtia pũctũ d cõcurrũt in cẽtro uiſus a, & faciunt conũ pyramidis, cuius baſis eſt in ſuperficie ſpeculi circa axẽ a g: uidebũtur formæ omniũ illorũ punctorũ ſuper perpẽdiculares ab eis ad ſuperficiẽ ſpeculi ductas. Patet ergo ꝓpoſitũ: quoniã in ſpeculis cõuexis linea h g eſt ſemper perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, nec ab aliquo ſuorũ punctorũ ſuper ſpeculi ſuperficiẽ alia perpendicularis duci poteſt p 20 th 1 huius: ita tamẽ quòd hæc, quæ pręmiſſa ſunt, in uno tantũ uiſu intelligãtur in omnib. ſpeculis planis & quibuſcũq; conuexis, ſicut ꝓpoſitio proponit: quoniã forma eiuſdẽ pũcti rei uiſæ ad ambos uiſus reflexa, ſi uni uiſuũ perpendiculariter incidat, poteſt alij uiſui obliquè incidere ſecundũ lineã reflexionis obliquè à ſuperficie ſpeculi ad cẽtrum uiſus procedẽtem: & uidebitur idẽ pũctus rei uiſę à duobus uiſibus ſecũdum diuerſum modum ſuæ reflexionis: in ſpeculis uerò concauis quibuſcunq; eſt ſecus.



33. Impoſsibile eſt formã obliquè ſpeculo incidentẽ ſecundum lineam ſuæ incidentiæ ad uiſum reflectì, uel ex parte ſui anguli minoris. Euclides 3 th. catoptr.

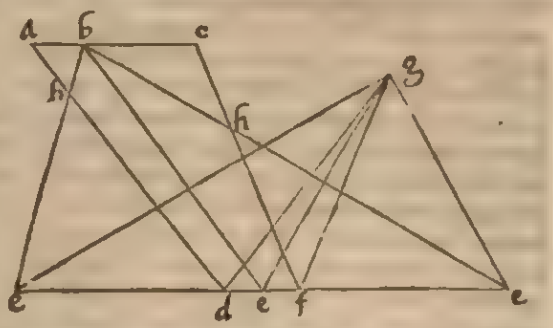
Eſto ut ſpeculo a d b incidat forma pũcti c obliquè in puncto d, ita ut angulus c d b ſit maior angulo c d a. Dico quòd forma pũcti c ſecundum lineam c d non reflectetur in ſe ipſam propter inęqualitatem angulorum: cum ſemper angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis per 20 huius: ſed neq; ex parte ſui anguli minoris, qui eſt c d a. Fiat enim, ut reflectatur ſecundum lineam d e diuidentem angulum c d a: erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a: ſed angulus c d b maior eſt angulo d a c per hypotheſin: erit ergo angulus e d a maior angulo c d a, pars ſuo toto: quod eſt impoſsibile. Semper ergo ſecũdũ angulũ maiorẽ, q in ꝓpoſito eſt angulus c d b fiet reflexio. Et hoc eſt ꝓpoſitũ.



34. In

34. In omni ſpeculo formarum punctorum mediorũ cuiuslibet rei uiſæ reflexio ſit inter puncta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

Sit res uiſa per reflexionẽ à quocunq; ſpeculo, quæ a b c: cuius extrema puncta ſint a & c: aliquis uerò mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b: & ſit ſuperficies illius ſpeculi, ſiue plana, ſiue conuexa, uel concaua fuerit, in qua ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f: & ſit centrum uiſus punctum g: reflectaturq; forma puncti a ad uiſum g à puncto ſpeculi, quod ſit d: & forma puncti c à puncto ſpeculi, quod ſit f: & forma puncti b, qui ſit aliquis mediorum punctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e. Dico, quòd punctus e neceſſariò cadit inter puncta d & f, quæ ſunt puncta reflexionum formarũ punctorum extremorũ a & c. Si enim cadat punctum e extra puncta d & f: linea ergo b e, quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum, quæ ſunt a d & c f: quamcunq; uerò illa ſecuerit, ſit punctum ſectionis h. Palàm itaq; quòd forma puncti h reflectetur ad uiſum g à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d: quod in ſpeculis planis & conuexis patet eſſe impoſsibile per 29 huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis cõuenientium: nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecũdum ſitum & ordinationem propriam ſuarum partium uidebitur: quod totum eſt impoſsibile. Patet ergo propoſitum.

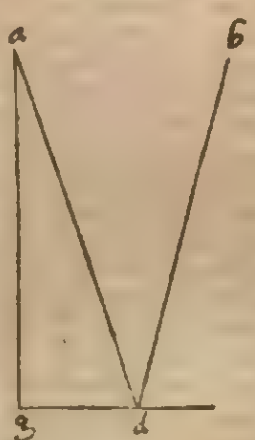


35. Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, ſituq; ſimilibus exiſtentibus, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ. Alhazen 22 n 4.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem: ut ſi utraq; illarum figurarũ ſit plana & æquidiſtent: tũc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi puncto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Sic ergo in ſuperficie ſpeculi fit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi: quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ. Similiter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte, cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquidiſtans: erit ſemper complementũ figuræ corporis in ea. Et cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palàm quòd infinitæ erũt formæ corporis ſpeculo incidentes, quę ſemper ad diuerſa púcta reflectuntur, ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodẽ ſpeculo comprehendunt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis: ſed maximè euidens eſt in planis. Cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente, figura partium circũſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus pũctis ſimilis reflexio & ſimul & in eodem modo: & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ. Et hoc proponebatur.

36. In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorũ in catheto ſuæ incidentiæ uidetur. Euclides 16. 17. 18. th. catoptr. Alhazen 9 n 5.

Sit ſpeculum quodcũq;: & ſit nunc, exempli cauſſa, planum: quod ſit g d, punctusq; uiſus ſit a: & centrum oculi ſit b: & ducatur à pũcto rei uiſæ, quod eſt a, cathetus incidentiæ, quæ ſit a g. Dico, quòd imago puncti a ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri 2 ſuppoſitione quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi, à qua eius forma reflecti tur, ſit ſolùm ſecundum cathetum ſuæ incidentiæ: forma autem, quæ in ſpeculo uidetur, eſt imago rei uiſæ, ut patet per definitionem: neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum: quoniam aliàs non uideretur illa forma per modũ imaginis. Videbitur ergo neceſſariò in ipſa catheto incidentiæ ſuæ. Quod eſt propoſitum: in alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.



37. Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cũ catheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe. Alhazen 2. 4. 6. 7. 8 n 5.

Huius exemplum eſt: ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;: tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cum pyramide extrinſeca quaſi ad modũ rhombi: & uidebuntur harũ pyramidũ uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi. Et ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius: palàm quoniam ipſa erit perpẽdicularis ſuper baſim uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis, uel baſis uiſæ pyramidis

æquidistet superficiei speculum contingenti, ut in speculis conuexis, quorum speculorum superficies ipsa basis uisæ pyramidis est contingens, uel æquidistans superficiei contingenti superficiē speculi, ut in speculis concauis, in quibus basis pyramidis erectæ super speculum æquidistat superficiei planæ speculum contingenti: uertex itaq; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad speculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquidistanter axi, semper incidet ad punctū simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide: & erit linea producta per 8 p 11 semper orthogonalis super bases dictarum pyramidum, & super superficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē. Imago ergo cuiuslibet pūctorū pyramidis sic speculo oppositæ cadit in perpēdiculari intellecta duci à puncto illo super superficiem speculi. Sed quicunq; punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculum contingētem, uel superficiei contingenti æquidistantem, ut patet per 22 huius, cuius pyramidis uertex est punctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies ei continua. Et conuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusq; est basis uel eadem, uel una basium est alteri æquidistans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticē alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem. Et quia imago cuiuslibet puncti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo puncto ad speculi superficiē aut ei continuam: patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculari, ut etiam patuit per præmissam. Sed quia in speculis quibuscunq; non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24 huius: palàm etiā quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis: & quia quælibet talium linearum est recta: imago ergo cuiuslibet puncti formæ reflexæ cadit in punctum sectionis perpendicularis & lineæ reflexionis. Videtur ergo quandoq; citra superficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineæ reflexionis & catheti incidentiæ non potest fieri nisi sub superficie speculi. Concurrit autem linea reflexionis protracta cum catheto incidentiæ. Quia enim linea reflexionis concurrit cum linea perpendiculari educta à puncto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex premissis: sed in speculis planis illa perpendicularis æquidistat catheto incidentiæ per 6 p 11: sunt enim ambæ super speculi superficiē perpēdiculares: manifestū ergo per 2 th. 1 huius, quia in aliis speculis linea reflexionis concurrit cum catheto incidentiæ. In aliis autē speculis est hoc magis manifestum, quoniā in pluribus illis cathetus incidentiæ concurrit cū perpendiculari ducta à puncto reflexionis super superficiē speculi: de singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur: & in istarum linearum concursu uidetur imago. Est ergo ibi locus imaginis, ut proponebatur. Hoc aūt est necesse ideo, quia cum medium distantiæ inter punctū uisu comprehensum & speculi superficiem non sit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uisum, sicut & puncti corporis, ad quod intendit uisus: nec est differentia reflexionis formę corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solùm pars modica intenditur uideri: ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicetur ad uisum: nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus. Et quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunq; regularibus, retinēt essentialem ordinē suarū partiū & figurarū, ut patet per 34 huius: ideo necesse est puncta formarū incidentiū speculis quādoq; in quadam distantia uideri, ut quando distant pūcta rei extrà, & quando linea reflexionis & cathetus concurrūt sub speculi superficie uel inter uisum & speculū, & nō in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadē uniuersalis causa, quæ præmissa est, differens solùm secundū varios modos reflexionum. Accidit enim rebus secundum quod formę ipsarū diffundantur per mediū ad superficiem speculi, in formis suis specificis differre, cū sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quę non faciunt differētiam specificā in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidētium cognitionē specificam accipiat differētiam, scilicet per applicationē illorū accidentiū ad propria subiecta, quę uisibus directē uidentibus sub talibus accidentibus occurrunt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruantur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores a speculi superficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarū confundantur: sic accidit necessariò de rebus uisis per mediū aerem, ut præordinata forma aeris in situ suo, respectu formę rei per mediū aerem uisæ, omnium suorū pūctorū formę uideantur: alàs enim figura & forma rerū multiplicatarū ad speculi superficiē confunderentur. Et hæc mihi uisa est esse causa rei per alios multis ambagibus perquisitę. Videtur itaq; res necessariò in perpendiculari, quoniam, ut patet per 21 th. 1 huius, hæc est breuissima eius distantia à superficie speculi, à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei cōtinua: & secūdum hanc fit rei uisæ, respectu speculi, uniformis dispositio: & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa. Licet ergo forma rei secūdum aliam lineam reflectatur ad uisum: iudiciū tamen uirtutis uisiuę fit secūdum lineam breuissimam, secūdum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientē ordinationē formarū in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem suæ proprię quantitatis. Cum enim necesse sit imaginē esse in linea reflexionis, si uideretur citra cathetum propinquior ad uisum, uideretur maior: si ultra cathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in catheto uerò quantū permittit figura speculi & uisus distantia, secundum sui propriam quantitatem uidetur. Est ergo necessariū ipsam uideri in puncto concursus lineæ reflexionis cū catheto incidentiæ. Visus enim cū per reflexionē

formas

formas comprehendit, non animaduertit quòd hęc comprehensio fiat per reflexionẽ: quoniam reflexio, ut suprà in proœmio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus: uisu enim remoto, nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum: sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex solliditate corporis specularis, reflectitur ab illis: & si contingat uisum esse in loco, in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarũ linearũ: & est quælibet formarum reflexarũ à quocunq; speculo in illo speculo tanquam non aduenientes, sed ac si naturalis esset forma speculi: cum tamen non sit aliquid essentiæ ipsius speculi. Patet ergo propositum.

38. Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem à superficie alicuius speculi: figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter assimilari. Alhazen 37 n 6.

Quoniam enim, ut patet per præmissam, locus imaginis cuiuscunq; puncti formę uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentię: harum aũt linearũ concursus diuersificatur secũdũ figurã superficierũ speculorũ, à quibus fit reflexio: quoniã secũdũ illius figurę dispositionẽ fit diuersitas concursus catheti incidẽtiæ & perpẽdicularis ductæ à pũcto formę incidẽtis super superficiẽ speculi, uel super superficiẽ contingentẽ speculũ in pũcto reflexionis superficiei speculi, à qua fit reflexio ad uisum: quarũ perpendicularium cõcursus diuersificat concursum linearũ reflexionis cũ catheto incidẽtiæ, in quo cõcursu est locus imaginũ, ut declaratũ est in præmissa. Habet itaq; superficies speculi, à qua fit reflexio, aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uisarũ, quę ab ipsis reflectuntur: non tamen fit semper hęc assimilatio secũdũ totã dispositionẽ formarũ, nisi cũ loca imaginũ cadũt in ipsis superficiebus speculorũ non intra specula uel extra ipsa: sed & tũc secũdũ aliquid assimilantur formæ uisæ ipsis formis uel figuris speculorũ: quoniã in speculis pyramidalibus apparẽt formæ aliqualiter pyramidales: & sic aliqualiter accidit in alijs speculis. Patet ergo propositum.

39. Diuisa cuiuscunq; speculi superficie, accidit formam unius puncti rei uisæ numero illarũ partium numerari.

Hoc, quòd hic proponitur, uerum est, quando per diuisionẽ superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficierũ & in se, & respectu ipsius uisus: ut plurimũ accidit in speculis uitreis plumbatis, quę per diuisionẽ ab unitate superficiei defacili recedũt: quod non accidit in alijs speculis tam faciliter. Quãdo itaq; aliorũ speculorũ superficies propter diuisionẽ in ipsis factam ab unitate superficiei secũdum situ & ordinẽ præmisso modo recedũt: accidit formã unius pũcti rei uisę numero illarũ partium numerari. Tũc enim diuersę fiunt catheti incidentię formæ eiusdem pũcti rei uisæ, respectu illarũ diuersarum partialiũ superficierũ, & similiter diuersa fiunt pũcta reflexionũ & diuersæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiusdẽ uisus. Et quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in pũcto cõcursus lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ, ut patet per 37 huius: ideo patet quòd secundum numerum istarum linearum, & sui concursus formæ eiusdem puncti imagines numerantur. Patet ergo propositum.

40. In omnis speculi superficie sit formarum reflexio in longitudine & latitudine secundum modum politurę.

Quod hic proponitur, exemplariter patet in speculis quibuscunq; artificio politis. Si enim forbiantur in longũ, ut accidit in superficiebus ensium: tũc facies intuentis uidebitur oblonga respectu suæ proprię dispositionis: & si forbiantur aliquę superficies secũdũ ipsarũ latitudinẽ: tũc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm sit eius proprietas uera secundũ illam dispositionem: & quandoq; uidebitur imago transuersalis propter transuersalitatẽ forbitionis. In omnibus uerò his caussa est unitio maior superficierũ ipsarũ corporũ politorũ, à quib. & à quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formarũ reflexarũ, quæ secundum illud perueniunt ad uisum. Etenim, ut in principijs huius libri: 1. definitiõe diximus, politio est cõtinuitas partium superficiei politi corporis sine sensibilitate pororũ uel diuisionis: unde cũ ad aliquã differentiã positionis illi pori complanantur: necesse est secundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatem formæ cõfluere & uniri, & secũdum illũ modũ formam uisam secũdum reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem: secũdum alias uerò positionũ differentias necesse est ipsam uideri suę dispositionis proprię, uel circa illã. Et sic accidit quædã monstruositas in imaginibus formarũ taliter uisarũ: quia tunc earum reflexio est inæqualis hinc inde: & fit irregularis secũdum illud. Vt itaq; à corporibus artificialiter politis reflexio fiat regularis & conuenies dispositioni formarũ reflexarũ: necesse est ipsorũ superficies forbiari secundum modum circularẽ non in longum nec in latum uel transuersum, ne secundum illos modos formarum propria dispositio difformetur. Patet ergo propositum.

41. In omni speculo accidit eandem imaginem à duobus uisibus quandoq; uideri duas.

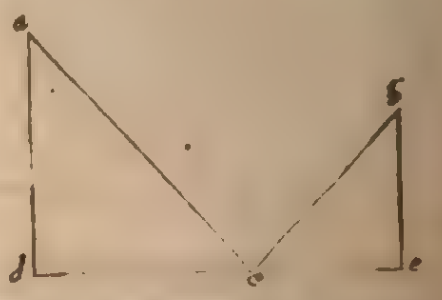
Huius rei euẽtus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocũq; speculorũ reflexæ, sicut & idẽ error sibi accidit in simplici rerũ uisione, cũ eadẽ caussę concurrũt uel illarũ aliqua, quas declarauimus in 103, 104, 105, 106 & 107 th. 4 huius: utpote cũ eiusdẽ rei forma ab eodẽ speculo reflexa uni uisui suũ offertur directè, & alteri obliquè: uel cũ forma reflexa cõstituta intra axes radiales ambob. uisibus occurrit obliquè. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdẽ modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secundum modum tuæ uisionis ad uisum ab

aliquo ſpeculo reflectatur. Et propterea talibus nõ oportet aliter immorari, quàm ut in ſimplici uiſione dictum eſt: non enim accidit illud propter diuerſitatem punctorum reflexionis formæ eiuſdẽ puncti ad ambos uiſus: quoniã illa diuerſitas aut nulla eſt, aut non eſt ſenſibilis: unde nullum ſenſibilem inducit uiſibus errorem, ſed ambo uiſus ſecundum illum bene perueniunt ad uiſionem unitatis eiuſdem formę, ut poſterius declarabitur: patet ergo propoſitum.

42. Imago rei uiſæ mota in omni ſpeculo moueri uidetur.

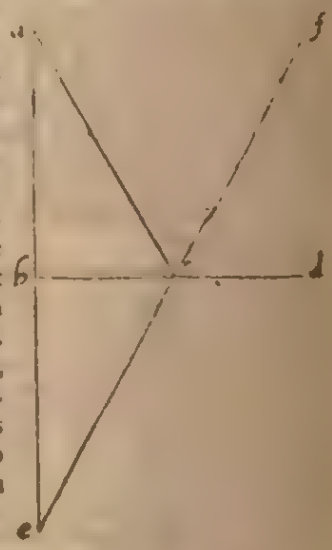
Huius cauſſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuper quod fit motus. Et quia omnia puncta rei uiſæ à diuerſis, quàm prius, punctis reflectũtur, efficitur noua imago totius rei uiſæ, ſecundum quod per eius motum puncta, à quibus facta eſt reflexio, permutãtur. Videtur itaq; forma moueri, licet ſecũdum ueritatẽ nõ moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generetur. Hoc aũt accidit propter continuitatem punctorum reflexionis in ſuperficie ſpeculorum. Patet ergo propoſitum. His itaq; communibus omnium ſpeculorum paſsionibus prę-miſsis: reſtat ut ad planorum ſpeculorum paſsiones proprias calamum conuertamus.

43. In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea incidentia & reflexionis proportionales ſunt cathetis à punctis ſuorum terminorum demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorũ ſuperficie interiectis. Euclides 3 hypotheſi catoptr.



Sit ſpeculum planũ, in cuius ſuperficie ſit linea d c e: & ſit linea incidentiæ a c: reflexionis uerò c b: & ducantur catheti a d incidẽtiæ & reflexionis b e. Dico quòd quæ eſt proportio a d ad b e, eadẽ eſt a c ad b c & d c ad c e. Quoniã enim in trigono a d c angulus rectus, qui a d c, eſt æqualis angulo, qui b e c, recto: & angulus a c d, qui eſt angulus incidentiæ, eſt per 20 huius æqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexiõis: erit neceſſariò angulus d a c trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera iſtorũ trigonorũ æquales angulos reſpicientia ſunt proportionalia: quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadẽ eſt proportio lineę a c ad b c, & lineę d c ad e c. Et quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum: patet ergo propoſitum.

44. Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidentis: locum, in quo uiſus conſtituto, ad ipſum fiat reflexio, inuenire.



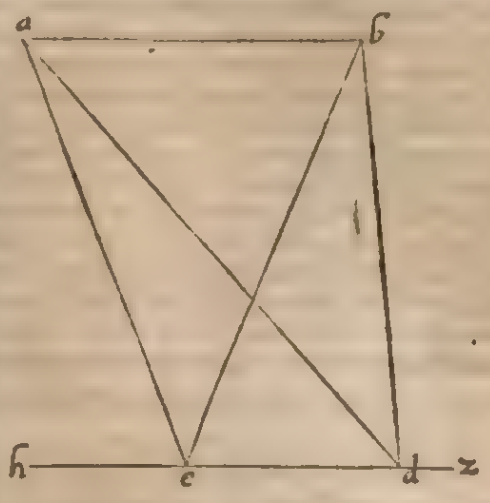
Eſto punctus, cuius forma ſpeculo plano incidat a: & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi: incidatq; punctus a ſpeculo ſecundum punctum c: & ducatur linea incidentiæ, quæ a c: & à puncto a ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d per 12 p 1: & producatur uſque ad punctum e, donec per 3 p 1 linea b e fiat æqualis ipſi a b: & continuetur linea e c: quæ producatur ultra c ad punctum f. Dico quòd uiſu exiſtẽte in quocũq; puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, & uidebit formã, pũcti a. Copuletur enim linea a c: eritq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia, ut patet ex præmiſsis, ambo illi anguli ſunt recti. Quoniam ergo per 4 p 1 cũ ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula; erit angulus a c b æqualis angulo b c e: ſed per 15 p 1 angulus f c d eſt æqualis angulo b c e: ergo angulus f c d eſt æqualis angulo a c b: ergo per 20 huius, cum linea a c ſit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis. Viſus ergo in illa poſito, fiet reflexio ad uiſum. Quod eſt propoſitum.

45. Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundem uiſum, niſi ab uno puncto tantùm. Alhazen 14 n 5.

Eſto centrum uiſus a: & punctum uiſum b: & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani. Dico quòd ab uno tantùm puncto ſuperficiei z h reflectitur forma puncti b ad uiſum a. Si enim à duobus pũctis ſit poſſibile illà reflecti, ſint illa duo pũcta d & e: & ducatur linea à centro uiſus puncto a ad punctũ uiſum b: quę ſit a b. Linea ita ducta, a b, ptracta ultra alterũ punctorũ, quę ſunt b uel a, aut concurrit cũ ſuperficie ſpeculi, aut æquidiſtat. Si cõcurrit ſiue ſit ppẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſariò in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: tunc patet quòd ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27 huius: quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21 huius. Si uerò linea a b ſuper ſuperficiẽ ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quę ambo per 25 huius neceſſariò ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie: quoniam ſi in duabus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19 th. 1 huius: unde ſumpto in

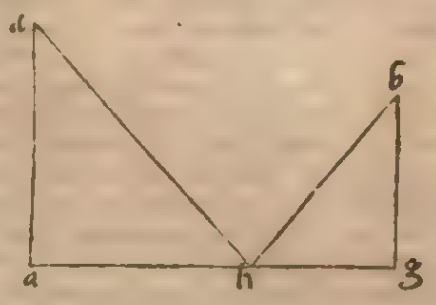
ea puncto

ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam cõmunem huic superficiei & superficiei speculi, erit hęc linea erecta super superficiem speculi per definitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodem puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi. Ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eãdem superficiem speculi: quod est impossibile & contra 20 th.1 huius. Ergo linea b a erit in una sola superficie reflexionis, erecta super superficiem speculi plani: eruntq; tria puncta a, e, b in eadem superficie reflexionis per 1 p 11: & erunt lineę a e & e d & e b per 25 huius in illa superficie reflexionis, in qua est linea a b: & similiter lineę e d & d b & d a. Quare lineę e a & e b erunt in eadem superficie cum lineis d a & d b per 2 p 11. Sed angulus a e h est maior angulo a d e per 16 p 1, extrinsecus enim est maior intrinseco: sed per 20 huius angulus incidentiæ, qui est a e h, est æqualis angulo reflexionis, qui est b e d: & angulus a d e est æqualis angulo b d z: angulus ergo d e b maior est angulo a d e: ergo & ipsius ęquali, scilicet angulo b d z, quod est contra 16 p 1, extrinsecus enim, qui est b d z, maior est intrinseco, qui est b e d: ergo & angulus a d h maior est angulo b e d: & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile. A` solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uerò linea a b sit perpendicularis super superficiem speculi plani, patet per 32 huius, quòd unus tantùm punctus reflectitur secundũ ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto. Quòd si linea a b non concurrat cum aliqua linearũ protractarum in superficie speculi, sed sit ęquidistans alicui illarum: ergo per 9 p 11 ipsa erit ęquidistans cuilibet æquidistanti illi lineę in speculi superficie producte. Sit ergo ęquidistans lineę h z: erunt quoq; per 1 th.1 huius lineę a b & h z in eadem superficie: fiat ergo deductio, ut prius, quoniam intrinsecus angulus erit maior extrinseco: quod est impossibile. Ergo & illud, ex quo sequebatur. Patet ergo, quod proponebatur.



46. In speculis planis dati puncti uisi ad cẽtrum uisus datum, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 12 n 5.

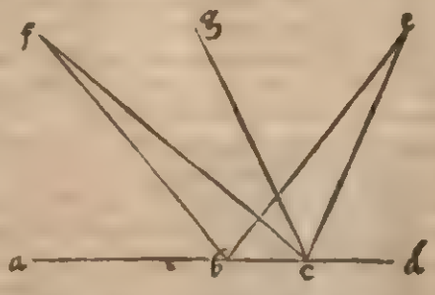
Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g: & sit centrum uisus b: punctusq; rei uisæ sit d: & ducantur catheti a d & g b perpendiculariter super superficiem speculi per 11 p 11: diuidaturq; linea a g in pũcto h, ita ut sit proportio lineæ a h ad lineam h g, sicut lineæ a d ad lineam g b per 119 th.1 huius. Dico itaq. quòd forma puncti d reflectetur ad uisum b à pũcto speculi h. Ducãtur enim lineę d h & b h. Palã itaq; p 6 p 6 & ex hypothesi quoniam triangulus d h a est æquiangulus triangulo h g b: angulus enim h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est proportio lineę a d ad lineã g b, sicut lineę a h ad lineam h g: angulus itaque a h d est æqualis angulo g h b. A` puncto itaq; speculi, quod est h, reflectetur forma puncti d ad uisum b per 20 huius: angulus enim incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Si autem punctus h obstruatur per aliquod superpositum, utpote per ceram uel per picem aut simile: nulla uidebitur imago puncti d, centro ipsius uisus, quod est b, disposito secundum præmissum modum: quoniam à puncto alio impossibile est fieri reflexionem per præmissam: accidit enim à puncto alio uariari proportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales. Patet ergo propositum.



47. Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquidistantes: attamen in centro unius uisus non concurrunt. Ex quo patet quòd unius uisus uidere nõ potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum. Euclides 4 the. catoptr. Ptolemæus 7 th.1 catoptr.

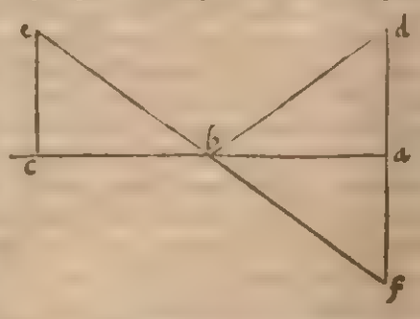
Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c d: cuius duobus punctis b & c à puncto rei uisæ, quod sit e, incidant lineę e b & e c: & sit centrum uisus g: & reflectatur linea e b secundum lineam b f, & linea e c secundum lineam c g. Dico quod lineæ c g & b f non sunt æquidistantes, nec tũ concurrent in centro unius uisus, quãuis etiã sint in eadẽ superficie: angulus enim incidẽtię, qui est e c d, est ęqualis angulo reflexiõis, qui est g c a: & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20 huius. Quia ergo trigoni e b c latus b c protrahitur ad punctum d: erit per 16 p 1 angulus e c d extrinsecus maior angulo intrinseco, qui est e b d: palã ergo per 20 huius quia & angulus g c a maior

eſt angulo f b a: ergo per 14 th. 1 huius lineæ g c & b f non ſunt æquidiſtantes: angulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadente linea a d ſuper ambas lineas g c & b f: ſed neq; concurrent in centro unius uiſus. Dato enim quòd concurrant in centro uiſus, quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f ſecundum lineam c f: tunc quia per 20 huius angulus incidentię, qui eſt f b a, æqualis eſt angulo reflexionis, qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f: ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b per 16 p 1: ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco: quod eſt contra eandem 16 p 1, & impoſsibile. Patet ergo propoſitum. Et ex hoc pat et planè totum corollarium. Si enim lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere: tunc eſt manifeſtum, quòd unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis punctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani. Quod eſt totum propoſitum.



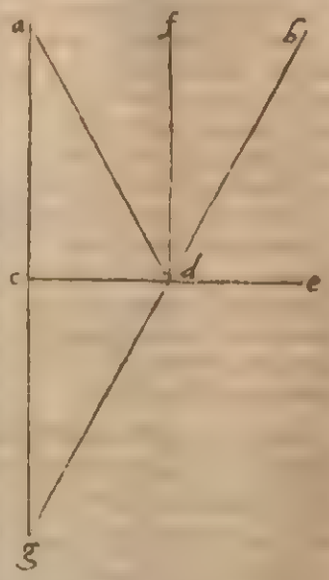
48. In ſpeculis planis forma puncti ad centrum uiſus reflexa, locum imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c: ſit quoq;, ut forma puncti rei uiſæ, quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus, quod ſit e, à puncto ſpeculi b: & ducatur linea incidentiæ, quæ ſit d b, & linea reflexionis, quę ſit b e. Dico quòd eſt poſsibile inueniri locũ imaginis, in quo uidetur forma puncti d. Quoniam enim per 27 huius puncta d, b, e ſunt in eadem ſuperficie: patet per 1 & 2 p 11 quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e in eadẽ ſuperficie. Imaginetur ergo extendi linea a b c in continuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſam producatur per 12 p 1 linea perpendicularis, quæ ſit e c, & ei ęquidiſtãs à puncto d, quæ ſit d a, per 31 p 1. Quia itaque linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palã per 2 th. 1 huius quoniam ipſa concurret cum linea d a producta: ſit concurſus punctus f. Dico per 37 huius quoniã punctus f eſt locus imaginis formæ puncti d. Patet ergo propoſitum.



49. Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſupra ſpeculum planũ exiſtentis. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 11 n 5.

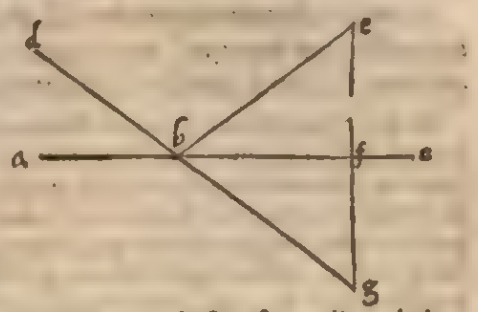
Sit punctus rei uiſæ a: & ſit centrum uiſus b: & ſit c d e linea communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani: ſitq; d punctus reflexionis: & à puncto d ducatur linea d f perpendiculariter ſuper lineam c d e per 11 p 1, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12 p 11: & à puncto a ducatur perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11 p 11, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculum: & ducatur linea incidentiæ, quæ ſit a d, & linea reflexionis, quę ſit b d. Patet ergo per 27 huius quoniam lineę a d, f d, b d ſunt in ſuperficie reflexionis. Et cum linea f d ſit ęquidiſtans lineę a c per 28 p 1, uel per 6 p 11, & linea b d cõcurrat cum linea f d in puncto d, patet per 2 th. 1 huius quia linea b d protracta concurret cum linea a c protracta: concurrat ergo in puncto g. Dico quòd linea g c eſt æqualis lineæ a c. Quoniam enim angulus b d e eſt æqualis angulo a d c per 20 huius, ſunt enim anguli incidẽtiæ & reflexionis: ſed angulus b d e eſt æqualis angulo c d g per 15 p 1, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti: angulus ergo a d c eſt ęqualis angulo c d g: angulus uerò a c d eſt ęqualis angulo d c g, quoniã uterque eſt rectus: erit ergo per 32 p 1 angulus c a d trigoni c a d æqualis angulo c g d trigoni c g d: erunt ergo per 4 p 6 latera æquos angulos continentia proportionalia: ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi: erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi a g. Quia ergo in puncto g eſt locus imaginis per 27 huius, & linea c g eſt ęqualis ipſi a c: patet ergo propoſitum. Si ergo e perpendiculari ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g æqualis lineæ a c reſecari: ſemper erit in puncto g locus imaginis tantùm diſtans à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quantùm punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſupra ſpeculum. Patet ergo propoſitum.



50. In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt linea incidentiæ & reflexionis ſimul iunctis.

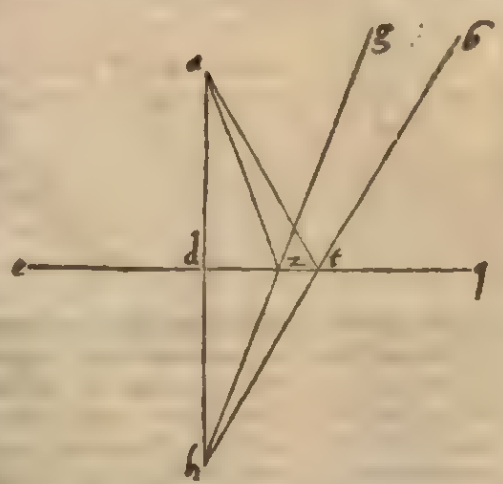
Eſto in ſpeculo plano linea a b c: & ſit centrum uiſus d: & punctus rei uiſæ ſit e: fiatq; reflexio formæ

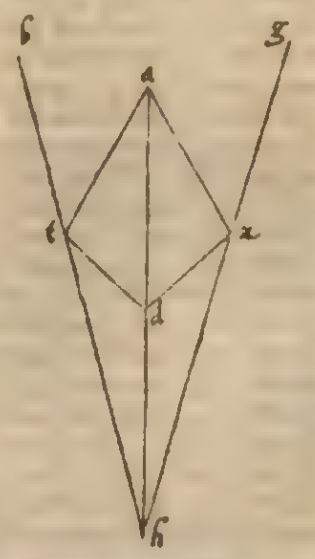
mæ puncti e ad uisum d à puncto speculi plani, quod sit b: erit ergo linea incidentiæ, quæ e b, & linea reflexionis, quę b d: sitq; locus imaginis punctus g: hic ergo per 37 huius erit in concursu lineæ reflexionis d b cum catheto incidẽtiæ. Sit ergo, ut cathetus e g producta secet lineam a c in pũcto f. Quia itaq; angulus incidentię, qui est e b f, est æqualis angulo reflexiõis, qui est a b d, per 20 huius: & angulus g b f æqualis a b d per 15 p 1: est ergo angulus g b f æqualis angulo e b f: sed & angulus e f b æqualis est angulo g f b, quia ambo recti: ergo per 32 p 1 trigoni b g f & b e f sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera illorum æquos angulos continentia sunt proportionalia: sed latus b f est æquale sibi ipsi: ergo g b est æquale ipsi b e. Ergo linea d g a centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus lineis d b & b e simul acceptis. Quod est propositum.



51. In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto comprehenso, idem erit imaginis locus uisib. ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit. Alhazen 15 n 5.

Sint duo uisus b & g: & sit a punctus rei uisæ: & sit q d z e linea in superficie speculi plani ducta: sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a super superficiem speculi. Et quia per 30 huius ab uno puncto speculi propositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus à duobus: sint itaq; illa duo puncta t & z: & ducãtur lineæ b t, a t, a z, z g. Palàm ergo per 25 huius quia linea b t & a t & a d sunt in eadẽ superficie reflexionis, erecta super superficiem speculi: & similiter lineę a d, a z, z g sunt in eadem superficie: & linea d t est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d t b, & superficiei ipsius speculi: & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d z g, & superficiei speculi per 19 th. 1 huius. Si ergo ambæ lineę reflexionis, quę sunt b t & g z, fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi: palàm quia linea t d z erit linea una recta: ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunque super ipsam erectæ est linea una recta per 3 p 11: tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis, quę t b & g z, aut erit in eadem superficie cum illis, aut extra illas in alia superficie: quodcunq; istorum fuerit, semper linea reflexionis, quę b t, protracta secabit ex perpendiculari, quę est a d, ultra speculum protracta partem æqualẽ ipsi a d per 49 huius, quę sit d h: quoniã semper lineæ b t & a d sunt in aliqua eadem superficie per 27 huius, ut præmissum est. Et similiter per 49 huius linea g z protracta ultra speculum secabit ex protracta catheto ad lineã æqualem ipsi lineę a d: secabit ergo ipsam in puncto h. Imago ergo puncti a in eodẽ puncto perpendicularis, quod est h, percipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus. Vna ergo tãtũ erit imago, & in uno eodẽq; loco uidebitur ab ambobus uisib. in quo puncto uno tantùm uisu perciperetur.



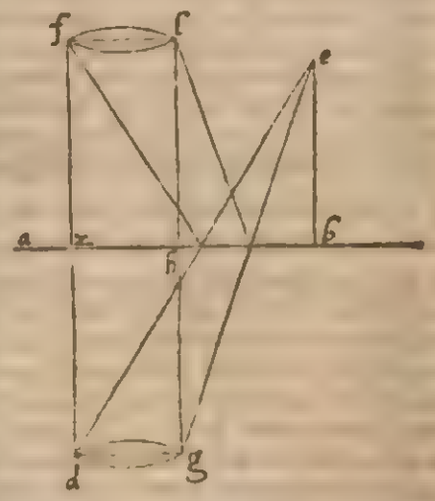


Si uerò puncta t & z non fuerint in eadem superficie reflexionis, adhuc eadẽ facta deductione una tantũ imago uidebitur, & unus tantũ erit imaginis locus, ut prius. Sẽper. n. utraq; linea reflexiõis secabit ex ppẽdiculari ptracta partẽ æqualẽ ipsi a d: eritq; sectio ambarũ linearũ reflexionis cũ illa ppẽdiculari in eodẽ puncto h, q per 37 huius, erit semp imaginis locus. Et hoc est ppositũ: quoniã si cẽtra amborũ uisuũ, quę sunt b & g, fuerint ex eadẽ partę rei uisę, quę est a, semper eodẽ modo est demonstrandũ: cõcurrent enim lineę reflexionum

flexionum cum catheto in eodem puncto: & erit idē imaginis locus, & eadem imago uisib. occurret

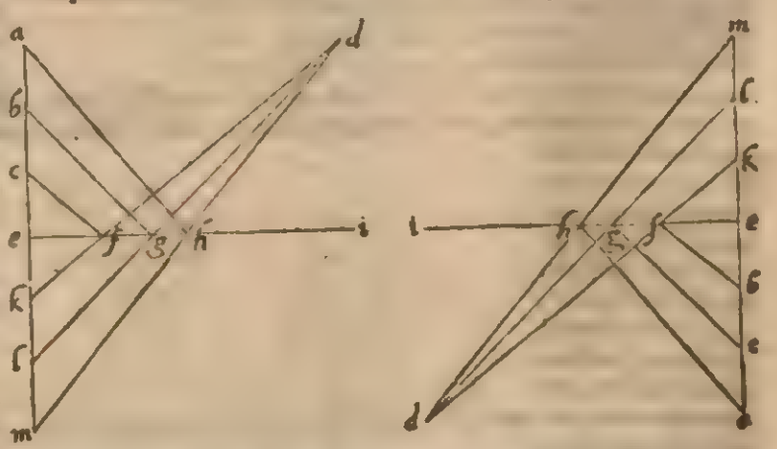
52. In ſpeculis planis figura rei uiſæ & ſitus partium ſecundum quantitatem longitudinis & latitudinis non mutatur. Ex quo patet, quòd imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo plano æqualis eſt formæ rei extrà. Euclides 19 th. catoptr. Alhazen 2 n 6.

Sit ſpeculum planum, in quo ſectio communis ſuperficiei illius ſpeculi & ſuperficiei reflexionis ſit linea a b: & duo puncta extrema alicuius rei uiſæ ſint f & l: erigaturq; cathetus perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi à puncto l, quæ ſit l h: & à puncto f cathetus, quę ſit f z: & erunt z & h duo puncta in ſuperficie reflexionis per 27 huius: producanturq; taliter ſub ſpeculum, ut linea h g ſit æqualis ipſi l h, & linea z d æqualis ipſi f z: ſit quoq; centrum uiſus e: ducaturq; per n p i z à puncto e cathetus ſuper ſpeculū, quæ ſit e b. Palā itaq; ex 28 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto ſpeculi lineæ h b: & locus imaginis ſuæ per 49 huius eſt punctum g, tantū diſtans à ſuperficie ſpeculi ultra ſpeculum, quātum punctus l ſupra ſpeculum. Similiter forma puncti f reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto lineæ z b: & locus imaginis eſt punctū d: Ducta quoq; linea f l, & linea d g: palā quia quodcūq; punctum lineæ f l reflectitur ad uiſum e, ſimiliter locus imaginis ſuę eſt tantùm diſtans à ſuperficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantùm ille punctus eſt ſupra ſpeculū. Quilibet ergo punctus lineæ f l tantùm uidetur diſtare ſub ſpeculo, quantùm ipſe punctus a ſuperficie ſpeculi ſupra ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta, erit linea d g recta: ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g arcus circuli, & ſemper eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis. Linea ergo f l ſemper apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum. Et hoc eſt propoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum: quoniam ſi ad longitudinem uel latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40 huius: nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.



53. Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur, cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt. Euclides 7 th. catoptr.

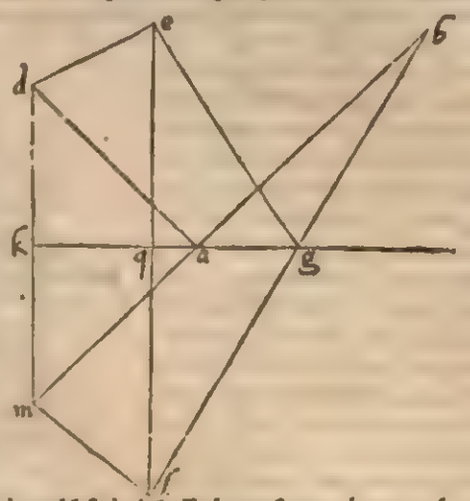
Eſto altitudo uiſa, quæ a b c e: ſitq; centrum uiſus d: linea uerò communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i: incidatq; forma puncti a ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineā h d: & forma pūcti b incidat ſecundum lineā b g, & reflectatur ſecundum lineā g d: & forma puncti c incidat ſecundum lineam c f, & reflectatur ſecundum lineam f d. Dico, quòd altitudo e a uidebitur reuerſa. Protracta enim linea e a, quę perpendicularis eſt ſuper lineam e i, ſub ſpeculum, & protractis omnib. lineis reflexionis ad concurſum eum protracta linea a e ultra punctū e: incidat linea d h in punctum m: & linea d g in pūctum l: & linea d f in punctum k. Palàm per præmiſſam quoniam linea k e æqualis eſt ipſi lineę e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a. Pūcta ergo altitudinis e a propinquiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia, propinquiora uidebuntur eidem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius, remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius. Videbitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo: quod enim eſt ſuperius in altitudine, uidebitur inferius, quoniā ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur: & quod eſt inferius in altitudine, uidebitur ſuperius, quoniā propinquius uiſui uidetur. Et eodem modo demonſtrandū, ſi linea a b c ſit linea profunditatis alicuius rei. Patet ergo propoſitū.



54. Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent. Euclides 9 the. catoptr.

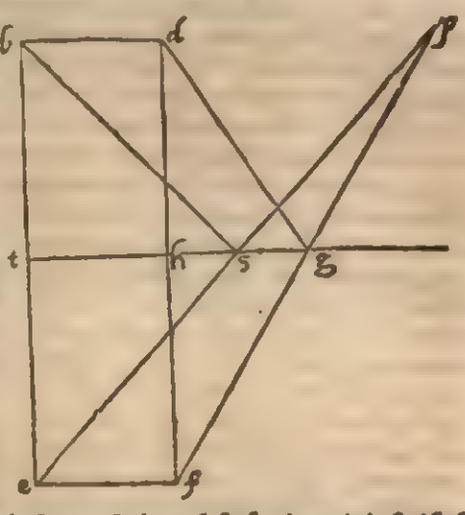
Sit d e longitudo obliquè diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius, quod eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi: cōmunis quoq; ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea

ſit linea k q a g: cẽtrumq; uiſus ſit punctus b: & incidat forma puncti d ipſi ſpeculo ſecundum lineã d a, & reflectatur ſecundum lineã a b ad centrũ uiſus: & incidat forma puncti e ſecũdum lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundum lineam g b: protrahaturq; cathetus d k perpendiculariter, & linea reflexionis, quę eſt b a, donec concurrant in puncto m: & protrahatur cathetus e q perpendiculariter, donec concurrat cũ linea b g in puncto l: eritq; per 49 huius linea d k æqualis lineæ k m, & linea e q æqualis lineę q l. Et quoniam lõgitudo d e obliquè ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, (etenim punctum e remotius eſt à ſpeculo q̃ punctum d) erit linea e q longior quã linea d k: ergo & linea q l longior quã linea k m. Punctũ ergo illius obliquę magnitudinis, quod eſt remotius ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, hoc ſimiliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur: & quòd ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc ſub ſpeculo etiã uidetur eſſe in loco propinquiori. Videntur ergo tales magnitudines quẽadmodũ ſe habẽt. Et hoc eſt, quod ꝓponebatur.



55. In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Euclides 19 th. catoptr.

Eſto ſpeculum planum g s t: & uiſa res ſit d b: tint quoq; lineæ incidentię d g & b s: & ſit centrum uiſus p: lineæ quoq; reflexionis ſint p g & p s: & ſit, ut linea reflexionis, quæ eſt p g, concurrat cũ catheto incidentiæ, quæ d h in puncto f: & linea reflexionis, quę eſt p s, concurrat cum catheto b t in puncto e: producaturq; linea f e, quæ eſt per 52 huius imago rei uiſæ, quæ d b: apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Quoniam enim per 33 huius ſemper ad angulum maiorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppoſitam parti incidẽtiæ: patet quòd dextrum rei uiſæ ſemper uidebitur ſub linea reflexionis magis ſiniſtra, & ſiniſtrum ſub linea reflexionis magis dextra: illa enim linea reflexionis, quę plus eſt dextra, cadet ſuper dextram partẽ imaginis, & ſiniſtra cadet ſuper ſiniſtram. Sic ergo dextrum rei apparet ſub ſiniſtro imaginis, & econuerſo: quoniam imago rei uidetur ſe habere ad rem, ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquem alium: tuũc enim pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ: quia ſemper cum aliquis homo alij opponitur, contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus: ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrũ unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo: & ſic quod eſt rei uiſę dextrũ, fit ſuę imaginis ſiniſtrũ: & quod eſt rei uiſæ ſiniſtrum, in imagine dextrum erit ſecundum uiſum. Patet ergo propoſitum.

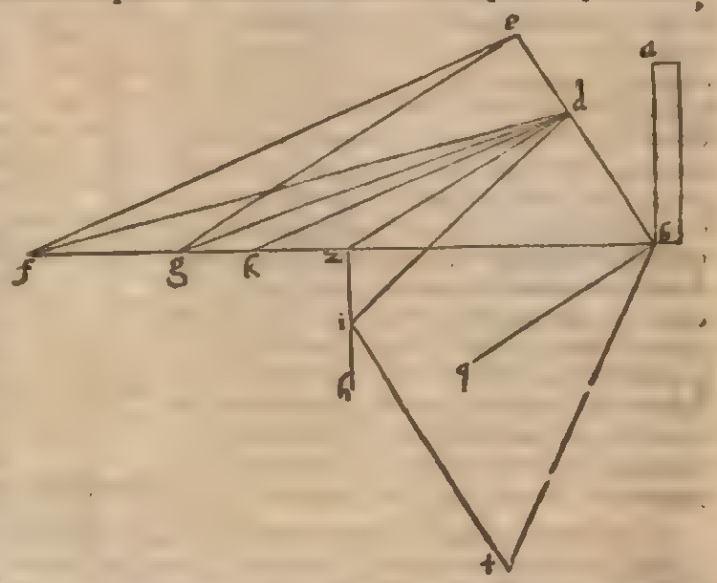


56. Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti, ut intuens propria imagine non uiſa, uideat imaginem rei alterius non uiſa. Ptolemæus 9 th. 2 catoptr.

Sit a b lignũ horizonti perpẽdiculariter infixũ, uel ſuperficiei ſibi ęquidiſtanti, uel aliter quomodocunq; diſpoſitę, quæ ſit b g: ſitq; ſpeculum planũ, in quo ſit linea d b: & ſit quadratum. Et quia lignum a b eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut cõtingit: palàm ergo quòd angulus a b g eſt rectus: diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales per 28 th. 1 huius: inclineturq; ſpeculum d b taliter à ligno a b, ut angulus d b a ſit tertia pars unius recti, q̃ eſt a b g: erit ergo angulus d b g duę tertiæ partes unius recti. In hoc autem conſiſtit bonitas operationis mechanicæ & utilior effectus: quęcunq; tamen alia pars recti anguli abſcindatur, ad idẽ pervenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angulus a d b tertia pars unius recti: & producatur linea ſpeculi, quę eſt b d, ultra punctum d in continuum & directum uſq; ad punctum, quod ſit e. Et quoniã linea g b eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cum linea quoq; ſpeculi, quæ eſt d b, continet angulũ acutum: tunc à puncto g, quod ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſuperficiem, ducatur linea perpendicularis ſuper lineam b e per 12 p 1, quę ſit g e: angulus igitur b e g erit rectus. Sit itaque locus ipſius uiſus punctũ g, à quo ad punctum d protrahatur linea g d: à puncto quoq; d ꝓducatur linea cadens ſup lineam b g, quę incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e g d conſtituto ſuper terminum lineę g d per 23 p 1: erit ergo linea z d ęquidiſtans lineę g e per 27 p 1: ergo p 8 p 11: erit linea z d erecta perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & perpendicularis ſuper cõmunem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, quę eſt b d: angulus ergo z d b eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis, & etiam per 29 p 1. A' puncto quoque z ducatur linea z h perpendicularis ſuper ſuperficiem g b per 11 p 11: & ſuper punctum d terminum lineæ z d conſti-

tuatur

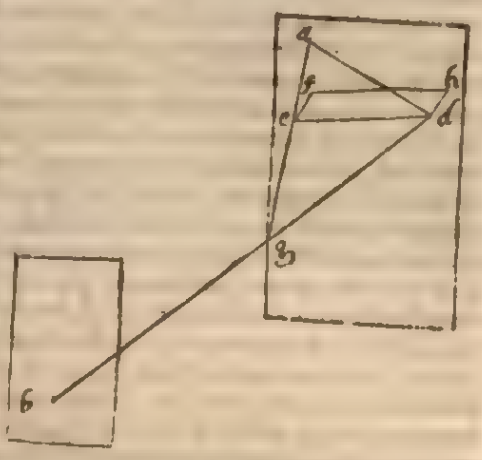
tuatur angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i. Et quoniã p 2 th. 1 huius cõcurret linea d i cũ linea z h: ideo quia linea d i producta ultra punctũ d, cõcurret cũ linea a b, ut patet ex præmiſsis & per 14 th. 1 huius: ſit ergo linearũ d i & z h concurſus in puncto i: & à puncto i ducatur linea æquidiſtans lineæ b d per 31 p 1, quæ ſit linea i t: & à puncto b extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 12 p 11, quæ ſit b q: eritq; p 28 p 1 linea b q æquidiſtans lineæ g e: ergo per 8 p 11 linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſup ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt d b. Super punctũ ergo b terminũ lineæ q b conſtituatur angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t: cõcurret ergo linea b t cum linea æquidiſtanter ducta lineæ d b à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2 th. 1 huius: ſit concurſus punctus t: & cõpleatur tabula i t. Depingatur itaque in tabula, in qua eſt linea i t, imago quæcunq; placuerit: & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundum medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i: & perforetur ſuperficies g b ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſsit uenire ad ſpeculum d b. Cũ itaq; centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuẽs formam imaginis depictæ in tabula i t, propriam uerò non uidebit imaginẽ: cuius hęc eſt demõſtratio. Quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16 p 1 quoniã angulus g d b eſt obtuſus: & ſimiliter omnium punctorũ formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi p eãdem 16. Quia uerò anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20 huius: palã p 13 p 1 quoniã nunq; erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrum uiſus, ſed ſemper ad puncta, quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33 huius. Nũquã ergo uidebit quis exiſtens ſecundũ centrũ uiſus in pũcto g propriam imaginẽ in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundũ ſitum. Et ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundũ quodcunq; punctũ ultra punctũ g, utpote ad punctum f: palàm quoniã angulus f e b eſt maior recto: ſed & angulus f d b eſt maior angulo f e b per 16 p 1: nunquã ergo fiet reflexio ad pũctum f, ſed ſemper ad alium punctum ſub linea. Similiter quoq; accedente uiſu ad ſpeculũ ſecundũ quodcunq; punctum lineæ g z, præterq; ſecundum ipſum punctũ z, nunq; uidebit uidens ſui ipſius imaginem: ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex præmiſsis, per 21 huius reflectitur in ſe ipſam: & ita in puncto z conſtituto centro uiſus uidebit intuens formã ſui ipſius oculi a ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã, non aũt aliã partem faciei: quoniã ſola perpendicularis, quæ eſt linea unica, reflectitur in ſe ipſam: & ita ſolius illius puncti fit reflexio, non aũt punctorũ aliorũ. Si ergo uiſus à puncto g appropinquet ſpeculo ſecundũ punctũ k cadenté inter puncta g & z: ſi à pũcto k ducatur linea ad punctũ d, quę ſit k d: palã per 14 th 1 huius, & ex præmiſsis quòd lineę d k & e g cõcurrãt ultra lineã g k: ſola enim linea d z æquidiſtat lineæ e g: angulus uerò g e d eſt rectus, & angulus z d b rectus: ergo angulus k d b eſt obtuſus: fiet ergo reflexio ad alium pũctũ ſub pũcto k. A` pũcto uerò z, ut prædictũ eſt, fiet reflexio in ipſum punctum z: ideo quia linea z d æquidiſtãs lineæ g e, eſt perpẽdicularis ſup lineam d b per 29 p 1, & ex hypotheſi. Similiter quoq; poſito uiſu in quocũq; puncto lineę z b (quoniã à quolibet punctorũ illorũ eſt ducere perpendicularẽ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuper lineã d b) reflectitur illarum quælibet in ſe ipſam p 21 huius. Palã itaq; quoniã cõſtituto uiſu in linea g z, non uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius: quia, ut dictum eſt, ſola perpendicularis ſecundum unicum punctũ reflectitur ad uiſum, non aũt alia puncta formæ. Quia uerò angulus i d z eſt æqualis angulo z d g, & linea z d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi d b: ergo per 20 huius forma puncti i à puncto ſpeculi d reflectitur ad uiſum in puncto g exiſtentem. Et quia angulus t b q eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex præmiſsis, & linea b q perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: palàm per 20 huius quoniam forma puncti t à puncto ſpeculi b reflectitur ad uiſum in puncto g: ergo per 34 huius forma totius lineæ i t reflectitur à ſpeculo d b ad uiſum in puncto g. Non uidebitur autem ipſa tabula depicta i t, quoniã eſt ſub ſuperficie, cui ſuperſtat ſpeculũ & uiſus. Poteſt aũt ſic fieri ut ſecundum longitudinẽ lineæ z b ſit factus murus ſuper terram ad altitudinem uidentium, qui interius ſit concauus, ſuperius uerſus ſpeculum apertus: & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquidiſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo ſecundum ſitum puncti g, & ſit prohibitus per aliquod medium, ne poſsit propius accedere: tunc enim omnes formæ pũctorũ depictæ imaginis incidẽt uiſui. Diſponatur ergo taliter p ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur: & ſit ſpeculũ ſitũ uerſus lumen, ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus: ſitq; tabula depicta ſimiliter lumẽ habens: quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri: mediãte enim lumine formã ſuã multiplicat p medium, & peruenit ad ſpeculum, & reflectitur ad uiſum. Palã ergo propoſitum.



57. *Poſſibi-*

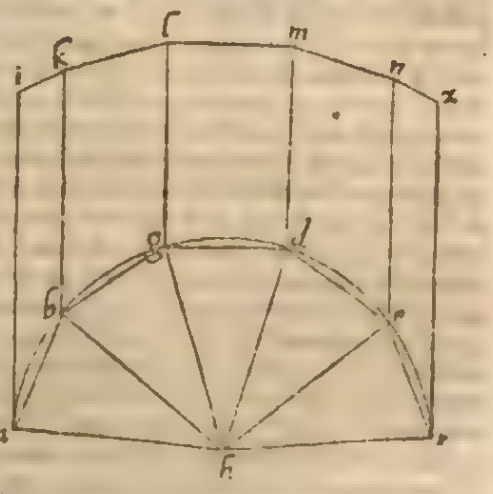
57. Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sisti, ut in ipso uideantur ea, quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis. Ptolemæus 7 th. 2 catoptr.

Sit in camera uidentis locus aliquis, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud, quod alibi agitur: qui locus cameræ, in quo sistatur centrũ uisus, sit signatus puncto a: & sit locus, in quo est uoluntas aliquid uidendi, quod in illo loco agitur, signatus puncto b: sitq; rima siue fenestra in camera uidentis opposita loco b, quę sit g: & ducatur linea b g: & producatur in continuũ & directũ intra cameram ad aliquem punctum, qui sit d: quod totum potest fieri per astrolabium siue quadrantẽ uel aliud instrumentum certificationis uisum: uiso enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinnulas immotas in punctũ cameræ d. Ducantur ergo lineę d a & g a: & diuidatur linea g a per 19 th. 1 huius in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e ad lineã e g, sicut lineæ a d ad lineam d g: quæ ambę per instrumẽti acceptionẽ sunt notæ: ducaturq; linea e d: diuidet ergo per 3 p 6 linea d e angulum a d g per æqualia. Ponatur itaq; speculũ perpẽdiculariter erectũ super lineã d e in puncto d per cõuersam 11 p 11, in quo speculo sit linea f h. A puncto itaq; speculi d reflectatur forma puncti g ad uisum a per 20 huius: ergo & forma puncti b per eandẽ 20 huius: distantia enim secundũ eandem lineam naturã reflexionis nõ immutat. Videbit itaq; uisus secundũ eius centrũ in puncto cameræ, quod est a, existens, omne, qđ erit, & quod agetur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea. Et hoc est, quod ꝓponebatur.



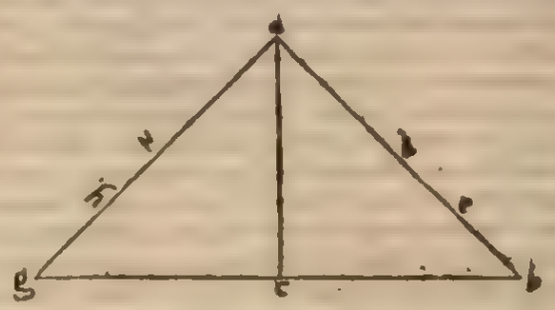
58. Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum. Ptolemæus 6 th. 2 catoptr.

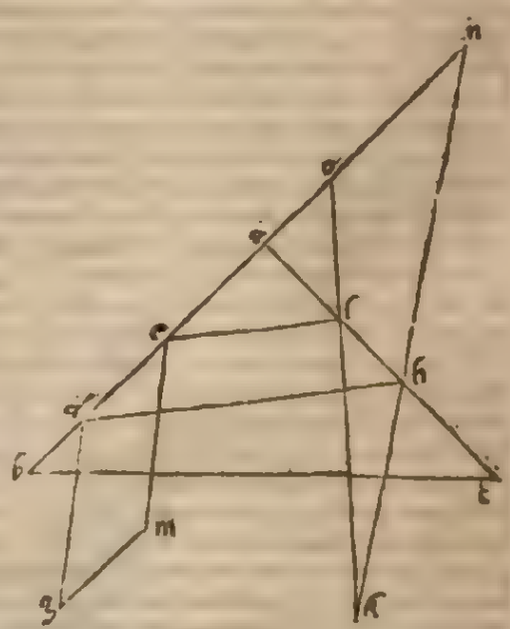
Assumatur arcus circuli a z, cuius centrum sit h: & quoniam arcus a z indefinitus assumitur, esto, ut ipse exempli causſa, diuisus sit in quinq. partes æquales, uel quotcũq; quis uoluerit, partes, ita ut arcui a b sint æquales arcus b g, g d, d e, e z: & ducantur chordę a b, b g, g d. d e, e z, quæ omnes erunt æquales per 29 p 3: & à centro h ducantur lineę h a, h b, h g, h d, h e, h z: & ablatis arcubus super chordas a b & b g & alijs, erigantur specula plana quadrangula parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, z x sint ęquidistãtia: & sint specula continua ad inuicem taliter, ut latera eorũ, quæ sunt b k, g l, d m, e n sint cõmunia: sint aũt specula adinuicem taliter cõposita, ut anguli contenti à lineis a i & i k: b k, & k l: g l, & l m: d m, & m n: e n, & n x sint æquales angulis contentis à lineis h a & a b: h b & b g: h g & g d: h e & e z: sintq; superficies insistẽtes lineis a b, b g, g d, d e, e z uersę inferius, & suppositæ superficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x: & sint superficies superiores inferioribus æquidistantes: hęc enim omnia specula taliter dispositа aspectum uniformẽ habebunt ad uisum existentẽ in centro h. Quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z ducuntur à centro h ad puncta cõmunia chordis & arcubus, patet per 18 p 3 quoniã omnes sunt perpendiculares super lineas circulum a z in illis punctis contingentes: ergo per 21 huius omnes illæ lineæ reflectuntur in seipsas: erit ergo distinctio imaginũ secundum illas: sed & perpendiculares, quæ à puncto h ducuntur super superficies specularum planorũ, quæ per 20 th. 1 huius solùm numerantur numero superficierum specularum: & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum: numerabuntur ergo imagines numero specularum, quorum numero & loca imaginum numerantur: ideo quia à puncto h productæ perpendiculares non concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant: est autem locus cuiusq; imaginis in concursu cathети cum linea reflexionis per 17 huius. Et cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h: patet quod qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadem ratione fit reflexio à quolibet aliorum: & sic reflexionum lineæ numerantur numero cathetorum. Plures ergo uidebuntur imagines dispositę adinuicem numero & ordine specularum. Quia uerò specula respiciunt uisum, ut sui centrum, ad modũ arcus circuli, & imagines ipsius uidentis respicient uidentem ad modum chorearũ. Quod est propositũ. Possunt & per hoc speculũ uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis industriæ censuimus relinquendũ, ut si speculũ a b secundũ basim a i figuetur æquidistãs superficiei horizontis, uel secundũ alios modos diuersos, ut libuerit, diuersetur.



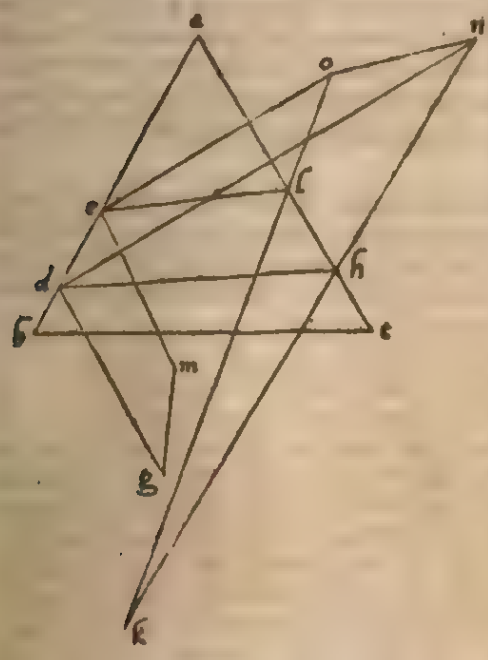
19. Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo aspiciens suam videat imaginem volantem. Ptolemaeus 6 th. 2. catoptr.

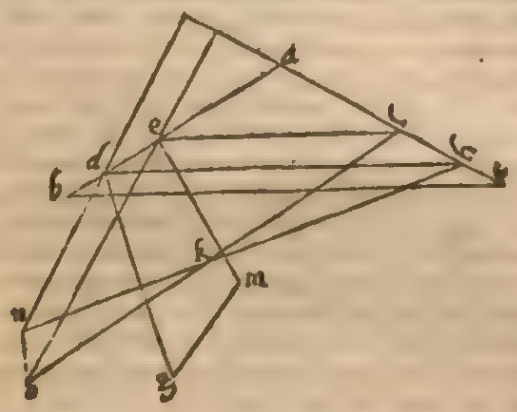
Assumatur trigonum isosceles rectangulum, quod sit b a g: & sit angulus eius, qui b a g, rectus: & linea b g secetur in duo æqualia in puncto c: & ducatur linea a c: & super lineam a g ponatur speculum planum, quod sit z h: & super lineam b a ponatur aliud speculum planũ, quod sit d e: & sit unus intuentis in linea a c, respiciẽs in quodcunq; illorum specul orum voluerit, ut in z h: & alterum speculum, quod est e d, iaceat in plana superficie, super quod stat intuẽs: & accedat & recedat intuẽs, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d: dico quòd reuerberabitur in aliud speculum, quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem volare: quoniam uidebit ipsam eleuatam secundum se totam in aere, cum tamen ipse aspiciẽs stet super superficiem terrę uel alterius rei, in quà est speculum e d: quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo, quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis. Et si intuens mouerit se aliqualiter, ita tamen, ut nõ mutetur situs respectu reflexionũ, quæ fiunt à speculo: mouebitur uidebitur imago in aere per 42 huius: & sic uidebit aspiciens suam imaginem uolantẽ. Quod proponitur. Et circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt aũt idem propositũ & aliter melius pateat figuraliter demonstratũ: sit orthogonium trigonũ a b c, cuius angulus b a c sit rectus: & in cuius latere a b situetur speculum planũ, cuius media linea sit d e: cuius punctus d sit propinquior puncto b, quàm punctus e: & sit trigonũ a b c secundũ eius latus a b positum in superficie horizontis uel alia quacunq; superficie, super quã eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in puncto g aliqualiter eleuato super lineam a b: & ducatur linea g d: & super punctũ d terminũ lineæ b d fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d h ad lineam a c: & super punctum h terminum lineæ c h fiat angulus d h k æqualis angulo d h a, producta linea h k ad lineam b c: positoq; centro uisus in puncto k: patet ex præmissis & per 20 huius, quoniam forma puncti g à puncto h reflectetur ad uisum, si punctum h fuerit punctum speculi alicuius: inuentoq; per 46 huius in speculo d e puncto reflexionis formæ puncti m, quod sit in uertice uidẽtis: sit formæ puncti illius punctus reflexionis e: & ducatur linea m e: & angulo m e d super punctum e terminum lineę m e per 23 p 1 fiat æqualis angulus, qui sit a e l, producta linea e l ad lineam a c: & inter puncta a & h situetur speculum; quod sit l h, ita quòd puncta l & h sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a. Et quoniam forma puncti m à puncto speculi d e (quod est e) reflectitur ad totam superficiem speculi l h per 22 huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k sunt æquales, (quodcunq; enim fuerit illud punctũ, semper ipsum dicatur punctum l) fiet reflexio ad uisum k. Quoniã enim, ut patet per 26 huius, anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14 th. 1 huius quoniam illæ lineę concurrent, sitq; punctus concursus k. Palàm ergo per 34 huius quod tota imago aspicientis, quæ est linea g m, à superficie speculi e d reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h reflectitur ad uisum existentem in puncto k. Et quoniam, ut patet per 37 huius, locus imaginis formæ uniuscuiusq; puncti est in concursu catheti suæ incidentiæ cum linea suæ reflexionis: producatur itaq; à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod est d, per 11 p 11 linea perpendicularis super speculi a h superficiem: & patet, cum ex hypothesi angulus d a h sit rectus, quod illa perpendicularis est linea d a. Similiter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod est speculi d e puncti e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea, quæ e a: hæc itaq; linea est cathetus incidentiæ formarum punctorum g & m reflexorum à punctis d & e ad speculum l h. Et quoniam, ut præmissum est, patet per 26 huius, quòd anguli k h c & k l c sunt acuti, quoniã linea angulum d h k uel e l k per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h: angulus uerò d a h est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h: sit ergo, ut punctus concursus linearum d a & k h sit n: & punctus concursus linearũ e a & k l sit o. Erit ergo linea o n imago formæ totius





totius lineæ m g: eritq; punctum, quod est imago formæ puncti g, plantárum scilicet ipsius intuentis altius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uerticis ipsius uidentis. Videbit ergo ex puncto k intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem: quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput, collocatos. Per eadem quoq; demonstrandum, si trigonum a b c fuerit oxygonium, nisi quòd imago intuentis aliam recipit situs dispositionem: catheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius: semper tamen trigono a b c existente orthogonio uel oxygonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo. Quòd si trigonum a b c fuerit amblygonium, possibile est fieri, ut imago sit uolans in aere retro ulsum: quoniá ut patet per 14 th. 1 huius, catheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus. Non uidebitur autè talis imago, quoniam semper fugiet abscósa ab ipso uisu, nisi forte ab

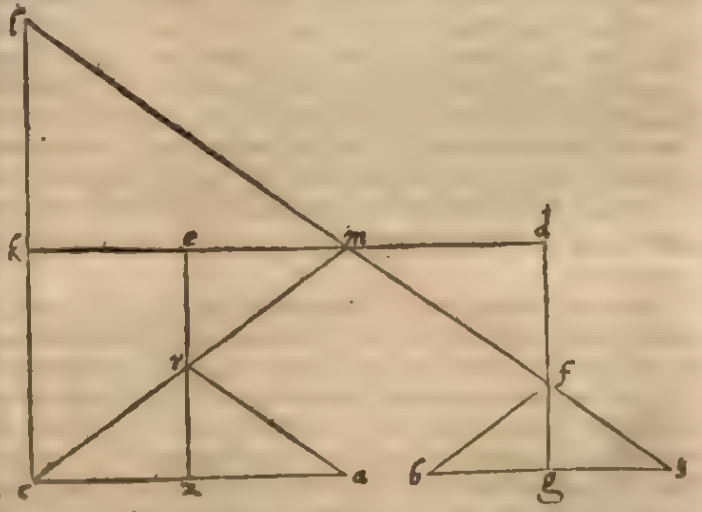




alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio. Patet ergo illud, quod proponebatur: & hóc: uisú solùm respiciente in speculum a b, non in speculũ d e. Et hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis, primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur catheti incidentiæ: quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multò fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ, ut uolantes.

60. Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicẽ disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 13 th. catoptr.

Sit uisibile aliquod, in quo sit punctum a: & sit centrum uisus punctũ b: & sint tria specula plana g d, d e & e z orthogonaliter ad inuicé disposita: ducatur quoq; à puncto a linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z per 11 p 11: & producatur linea a z in continuũ: abscindaturq; in puncto c taliter per 3 p 1, ut linea z c sit æqualis lineę a z: & à puncto b, qđ est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter super speculũ d g: & producatur taliter, ut linea g s sit æqualis lineæ b g. A' puncto quoq; e ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quæ sit c k: & producatur ultra punctũ k ad punctũ l, quousq; linea c k sit æqualis lineæ k l: & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, secans speculum d e in puncto m, & speculũ d g in puncto f: & à puncto m ducatur ad punctum c linea m c secans speculum e z in puncto r: & ducantur lineæ a r & b f. Quia ergo linea b g est æqualis lineę g s, & linea g f

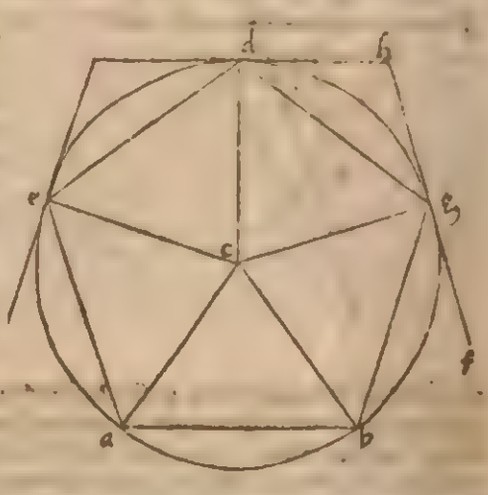


cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti: erit per 4 p 1 linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æqualis angulo f s g: sed angulus s f g est æqualis angulo d f m per 15 p 1: ergo angulus d f m æqualis est angulo g f b. Potest ergo p 20 huius forma puncti m reflecti ad uisum b. Quia uerò linea c k est æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis est ambob. trigonis c k m & l m k: angulus quoq; l k m æqualis est angulo m k c, quia ambo recti: erit per 4 p 1 linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k

æqualis angulo k m c: ergo angulus d m f est æqualis angulo k m c: quoniam per 15 p 1 ipse est æqualis angulo l m k: ergo per 20 huius forma puncti r potest reflecti à puncto m ad punctũ f: & à puncto f ad punctum b centrum uisus. Per duo ergo specula, quæ sunt d e & d g, uidetur forma puncti r reflexa ad idem centrum uisus, quod est b. Et quia linea a z est æqualis lineę z c, & linea z r communis est ambobus trigonis a r z & z r c: angulus quoq; a z r est æqualis angulo r z c, quia ambo recti sunt: erit angulus a r z per 4 p 1 æqualis angulo z r c: ergo per 15 p 1 angulus m r e est æqualis angulo a r z. Forma ergo puncti a reflectitur à puncto r speculi z e ad punctum m speculi d e, & à puncto m ad punctum f speculi d g, & à puncto f ad centrum uisus b. A tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a. Quod est propositũ: & hoc accidit uisu solùm respiciente in speculum d g.

61. Possibile est per quotcunq; quis uoluerit plana specula secundum dispositionem polygonij æquilateri & æquianguli ad inuicem disposita, eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 14 sh. catoptr. Ptolemæus 8 sh. 2 catoptr.

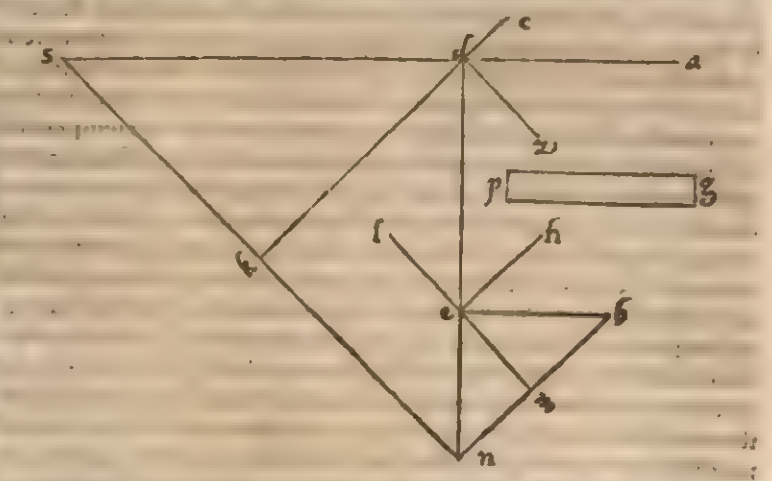
Sit centrum uisus punctum a: & punctum rei uisæ sit b: & ducatur linea a b: & secundum quantitatem lineæ a b describatur polygonium æquilaterum & æquianguli, quotcunq; laterũ uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc, exempli causſa, polygonium a e d g b pentagonũ: cui circunscribatur circulus per 14 p 4: & ducantur lineæ ad centrum circuli, quod sit c, ab angulis polygonij, quæ sint a c, e c, d c, g c, b c: palàm itaq; quoniam omnes illæ lineæ sunt æquales per definitionem circuli: anguli ergo ad bases oẽs sunt æquales per 5 & 8 p 1: & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum̃ planum, præter quàm in punctis a & b, ut ad puncta e, d, g: uel si fuerit polygoniũ plurium laterum, ponantur plura: & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt hæ lineæ d c & g c: quod fiet per 11 p 11: ita ut speculum f h super lineam g c sit perpendiculariter insistens: ad unum uerò angulum sit punctum rei uisæ, & ad alium sibi proximum sit centrum uisus, ut sunt hic puncta a & b. Quia itaq; angulus c g f est æqualis angulo h g c, quia ambo sunt recti per 18 p 3: sed & angulus c g b est æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8 p 1: angulus ergo b g f æqualis est angulo d g h. Ergo forma puncti b à puncto g speculi f h reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctũ d: per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20 huius. Et quoniá omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se, sunt æquales: palàm quia fit reflexio à puncto d ad punctũ e, & à puncto e ad punctũ a, quod est centrũ uisus. Visus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e, uidebit formam b, quæ immediate nõ reflecteretur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d. Quod est propositum. Quòd si centrum uisus sit in puncto c, quod est centrũ circuli, cuius peripheriam contingunt omnia specula in angulis polygoniorũ constituta: palam quòd forma puncti c ab omnibus pũctis reflectitur in se ipsam: quoniá omnes lineę, quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e sunt perpendiculares super speculorũ superficies: reflectuntur ergo in se ipsas ad punctũ c per 21 huius. Palàm ergo est propositũ. Et si plurima ordinantur hoc modo specula, de omnibus est eadé demonstratio & idem modus circumscribendi circulũ alteri polygonio, qui & pentagono. Per hęc itaq; duo theoremata patet quòd rei, quę nõ uidetur, imago potest in speculo uideri: ut si res taliter disponatur ad primũ speculum, quòd ad ipsum uisus pertingere non possit: hoc autem faciliter accidit cogitanti.



62. A pluribus speculis planis possibile est formã rei per se uisa, uel res non uisa reflecta ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

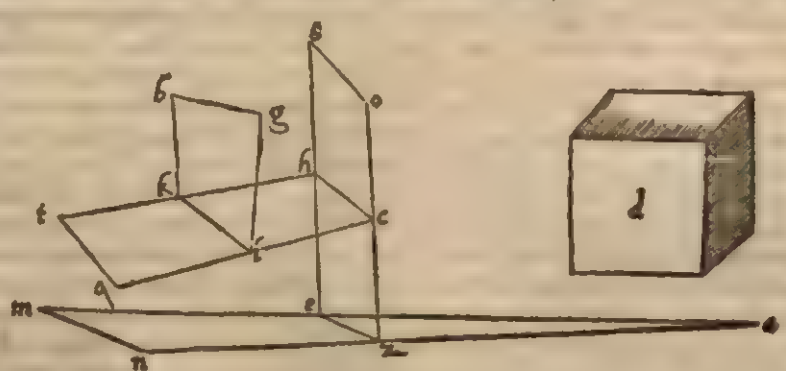
Sit centrũ uisus in puncto a: & punctus rei uisę b: & inter illos punctos, si placet, exempli causſa, sit aliqua magnitudo tegens unũ illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud aliquid, quod sit p g: & a punctis a & b ad oppositа ipsis loca ducantur lineæ æquidistantes per 31 p 1, quæ sint a d & b e: & copuletur linea d e: sintq;, exempli causſa, lineæ b e & a d perpendiculares super lineam e d: & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9 p 1 ducta linea d z: & similiter diuidatur angulus b e d per æqualia per lineã e h: & super punctũ d terminũ lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c per 11 p 1. & similiter super punctũ e terminũ lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m: & his duabus lineis k d c & l e m imaginentur superponi duo plana specula. Forma itaq; puncti b incidet speculo plano, quod est m e l, in puncto e, & reflectetur in punctũ d per 20 huius: quia anguli b e m & d e l sunt æquales: anguli enim h e l & h e m sunt æquales, quia recti: sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d reflectetur ad punctum a, quod est centrũ uisus per 20 huius: quoniá, ut suprà patuit, anguli e d z & z d a sunt æquales. Videbitur ergo forma puncti b per uisum existentẽ in puncto a, cum tamen res, in qua est punctũ b, non sit uisibilis per se ipsam. Linea quoq; reflexionis ad uisum, quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ incidentes

incidentiarũ ſecundum numerum talium ſpeculorum numerentur. Et ſi à puncto rei uiſę, quod eſt b, ducatur per 11 p 11 linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quę ſit b m, ſecans lineam e l m in puncto m: erit angulus b m e rectus: ergo per 32 p 1 erit angulus e b m acutus. Cum ergo angulus b e d ſit rectus: palàm per 14 th. 1 huius quia lineæ b m & d e concutrent: ſit concurſus ipſarum in puncto n. Quia itaq; linea m e l cadens ſuper lineas e h & b n facit angulum e m b intrinſecũ æqualem angulo l e h extrinſeco: patet per 28 p 1 quoniá lineæ b n & e h ſunt æquidiſtantes. Ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n b intrinſeco per 29 p 1, & angulus e b n eſt æqualis angulo b e h: quia ſunt coalterni: ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d, ut patet ex præmiſsis, diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e: erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b: ergo per 6 p 1 lineę n e & b e ſunt æquales: eſt aũt per 37 huius punctũ n locus imaginis formę puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineá c d k per 12 p 1: quę ſit n k. Patet ergo, ut prius, per 32 p 1 quòd angulus d n k eſt acutus: ſed angulus n d a eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineę n k & a d productæ concurrent: ſit punctus concurſus s. Quia itaq; linea d k cadens ſuper lineas z d & n s facit angulũ z d c extrinſecũ æqualem angulo n k d intrinſeco, uterq; enim illorũ angulorũ eſt rectus: patet ergo per 28 p 1 quòd lineę n s & z d æquidiſtant: ergo per 29 p 1 eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco: ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales, quia coalterni: & anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſsis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineá z d: angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n: ergo per 6 p 1 duę lineę d s & d n ſunt æquales. Quia itaq; linea e n eſt æqualis lineę e b: erit linea d n æqualis duabus lineis d e & e b: ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdẽ duabus lineis d e & e b. Et qa per 37 huius punctũ s eſt locus imaginis formę puncti n reflexę à puncto ſpeculi k d c, quod eſt d, ad uiſum exiſtentẽ in puncto a: patet quòd linea a s, quę eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duabus lineis incidẽtię, quę ſunt b e & e d, & inſuper lineę reflexionis, quę eſt d a. Et hoc eſt propoſitum: quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio, eodem penitus modo erit demonſtrandum.



63. Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundẽ uiſum facta, ab imparibus quidẽ dextra apparẽt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: à paribus uerò dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra: & diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentia & linea reflexionis. Ptolemæus 3 th. 2 catoptr.

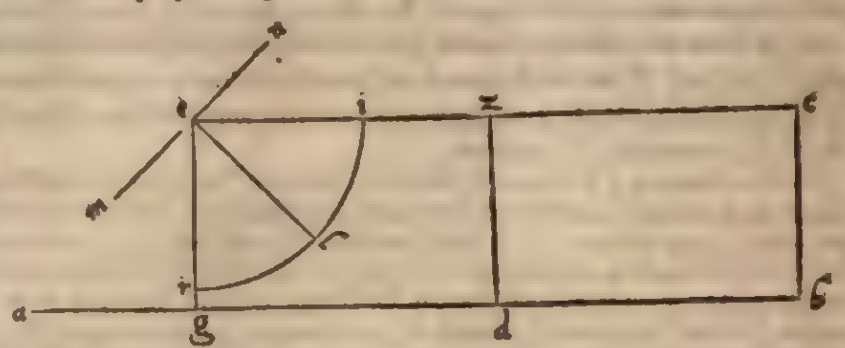
Sit centrũ uiſus a: & linea rei uiſę ſit b g: & ſi placet, ſit inter centrũ uiſus & rem uiſam aliqd̃ corpus denſum ſimplicé prohibens uiſionẽ, ut paries uel aliquid ſimile, quod ſit d: fiatq; reflexio ex tribus ſpeculis, quę ſunt e z & h c & k l: reflectaturq; forma lineę b g per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentẽ in puncto a: ſitq;, ut punctus b lineę b g incidat ſpeculo k l in pũcto k, & ſpeculo h c in puncto h, & ſpeculo e z in puncto e: reflectaturq; ad uiſum a ſecundũ lineam e a. Et ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in pũcto l, & ſpeculo h c in pũcto c, & ſpeculo e z in puncto z: & reflectatur ad uiſum ſecundũ lineá z a. Et ducantur hę lineę incidentię & reflexionis, quę erunt b k, k h, h e, e a: & g l, l c, c z, z a: ſitq. locus imaginis formę puncti b in primo ſpeculo, qd̃ eſt k l, punctũ t: & locus imaginis formę puncti g in primo ſpeculo ſit pũctũ q: & ducatur linea t q: quę per 49 huius erit æqualis lineę b g. In ſecundo uerò ſpeculo, qd̃ eſt h c, linea imaginis ſit s o. In tertio uerò ſpeculo, qd̃ eſt e z, linea imaginis ſit m n. Patet itaque quoniam in quolibet iſtorum ſpeculorum tãta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi, quanta eſt diſtantia formę, quę reflectitur à ſpeculo, à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49 huius: linea ergo k b, quę eſt diſtantia



puncti rei uisę à superficie speculi extra speculum, est æqualis lineę k t, quę est distantia imaginis à speculo sub illo: & linea g l est æqualis lineę l q: itē linea t h, quę est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quę est distantia loci imaginis sub eodē speculo: & linea q c est æqualis lineę c o: linea quoq; s e, quæ est distantia formæ reflexę à speculo z e est æqualis lineę e m, quę est distantia formæ ab eodē speculo sub illo: & similiter linea o z est æqualis lineæ z n. Et quoniā, ut patet per 27 huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisi est in puncto concursus catheti suæ incidentiæ cū linea reflexiōis: & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ p 52 huius: patet quòd uisus existens in puncto a, cōprehendet imaginē formæ lineę b g in loco lineę m n æqualē ipsi rei uisæ: & eius distantia à uisu, quę est secundū lineas a m & a n, est æqualis omnibus lineis incidentię: quoniā linea a m est æqualis lineæ reflexionis, quę est e a, & lineę m e, quæ est æqualis lineæ e s, quę secundū præmissa est æqualis lineæ incidentię, quæ est e h, & lineę h s, æquali lineę t h, quæ est æqualis lineę k h, & lineę t k, quę linea t k est æqualis lineę k b. Et similiter linea a n est æqualis lineę reflexiōis, quæ est a r, & omnibus lineis incidentię, ut iam patuit. Et quoniā, ut patet per 55 huius in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra: palàm quòd in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculū l k, fit imago formę rei b g uisę, quę est imago t q, trāsmutata modo dicto: sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h c, mutat dextrum in sinistrū & sinistrum in dextrum. Redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiū imaginis ad dispositionem partiū ipsius rei uisæ. Et quia in speculo tertio, quod est e z, imago secunda, quę est s o, mutat situm partiū suarum: patet quod imaginis m n situs est alius à dispositione formę rei, quę est b g In speculis itaq; numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum & sinistrum, & in speculis imparibus transmutatur. Et sic uniuersaliter quotcunq; speculis paribus uel imparibus positis, secundum hæc imaginum dispositio uariatur secundum dextrum & sinistrum. Patet ergo propositum.

64. Duo specula plana rectangula & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorū suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem. Ptolemæus 4 th. 2 capitr.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia, cuiuscūq; placuerit quantitatis suorū laterū, dum tamen latera unius sint æqualia lateribus alterius: & sint latera eiusdē speculi inter se proportionalia, ita ut longitudo sit dupla latitudini eiusdē speculi: assumaturq; linea, cuius longitudo sit multò maior uno latere illorū speculorū: & sit, exempli caussa, quatuor cubitorū, quæ sit a b: & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per 3 p 1, quę sit a g: & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d: & a pūcto d ducatur linea perpendiculariter super lineā a b per 11 p 1: producaturq; in continuū & directum: & abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi, quę sit linea d z: & à puncto b ducatur linea æqualis & æquidistans lineę d z, quę sit b c: & producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quę erit æqualis lineę b d per 33 p 1: & producatur linea c z in continuū & directū: ducaturq; à puncto g linea g e æquidistans & æqualis lineę d z: erit ergo linea g e per 30 p 1 æqualis & æquidistans lineæ b c. Et sup punctum e centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitę, quę sit r i: diuidaturq; arcus r i p æqualia per 30 p 3 in puncto l: & ducatur linea l e: & à puncto e



ducatur una linea perpendicularis super lineā l e, quę sit e m: & itē alia, quę sit e n, quę tamen lineæ adinuicem coniunctę sunt linea una per 14 p 1: & sit linea m e æqualis lineę n e: & tota linea m n sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorū speculorū planorum rectangulorū & æqualiū angularis coniunctio fiat super lineam m n. tunc diuident lineę m e & n e superficies illorū coniunctorū speculorum per æqualia: patetq; quòd illa specula non erunt in una plana superficie disposita: perpendiculares ergo à centro uisus super illa specula ductæ, quæ sunt catheti incidentię formæ ipsius uidentis, sunt diuersæ. Posito ergo centro uisus in pūcto d, & motis speculis super l neam l e fixam: uidebit homo seipsum super unū duorum speculorum uenientē & in altero recedentē: est enim longitudo amborum illorū speculorū, quę est linea m n, quasi dupla latitudinis unius ipsorū: & sic punctum est quasi mediū superficiei amborū illorum speculorum: unde circa ipsum æqualior fit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uarient, cum reuoluentur: multa deformitas efficitur imaginū unius etiam rei: anguli tamen taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in aliud fieri possit reflexio: nec æstimamus hæc demonstratione alia q̄ in his, quæ præmissę sunt in simplicibus planis speculis, indigere: & hæc practicę artificū ducimus cōmittenda: quia & hæc, quæ præmisimus, plus habilitatem operis mechanici respiciunt, q̄ firmitu linē demonstrationis: fuit enim istud diligens inuentio antiquorū, cui potest addere & demere ille, qui diligenter perspexerit ea, quę demonstrationis necessitate cōscripsimus in hoc libro.

65. Ab

65. Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accẽdi: à pluribus uerò poſſibile.

Hoc enim euidens eſt: quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum: ineæ uerò reflexionis à ſpeculorum planorum diuerſis punctis productæ nõ concurrunt, ut per 47 huius demonſtratum eſt: in nullo ergo puncto conueniunt illi radij reflexi ad generationem ignis poſſibilis in materia combuſtibili quacunq; Patet ergo primum propoſitorum. Iam autẽ dixit Anthemius neſcio qua ductus experientia, quòd ſolùm urenti quatuor reflexi radij concurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis, ignem in illa accendant: & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorum, & uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni: ideo quia figuræ hexagonæ replent locũ ſuperficialẽ: ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos. Et dixit Anthemius quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi: quæ ſi ad complendã unam planam ſuperficiem coniunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patére poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano: quoniam, ut prædictum eſt, tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum: quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorum rectorum, & tres anguli hexagoni ualẽt quatuor rectos: concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt: nihil eſt ergo quod punctum ſui concurſus diſtinguat à natura planę ſuperficiei & unius. Quòd ſi ijdem hexagoni taliter adinuicem inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circumſcriptibiles: tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omniũ radiorum perpendiculariter ab uno puncto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis: unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi: quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij, & uirtus augebitur caloris: hęc tamen, quia facilia ſunt, non duximus proſequẽnda ipſa, relinquentes artificis induſtrij animæ.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEXTVS.

LATIVS, *quoad potuimus, ſpeculorũ planorũ paſſionibus percurſis: ſupereſt nũc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus. Et quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis: quoniã quædam paſſionũ ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones propriè diuerſimodè uariantur: cõuenit ut primò tractatum ſpeculorum conuexorum alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa (quorum quædam ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia) ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora: paſſiones enim & cauſſæ reflexionum ſpeculorũ ſphæricorum conuexorum deſcendunt in ſpecula columnaria & pyramidalia cõuexa, cum in illis ab aliquibus punctis ſuorũ circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorũ planorum deſcendunt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quãdo ab aliquo puncto alicuius linearum longitudinis illorum ſpeculorum ad uiſum fit reflexio: poſt tractatum ergo planorum ſpeculorũ de ſpeculis ſphæricis conuexis, ut de ſimplicioribus omnibus alijs, & concauis ſpeculis proſequi dignum uiſum eſt. Quæ ita ſ; ad ſpeculorũ ſphæricorum proprias paſſiones proſequendas præmittimus, ſunt iſta:*

DEFINITIONES.

1. Maius ſpeculum ſphęricum conuexũ uel concauũ dicimus, cuius ſphęræ diameter eſt maior: & minus, cuius minor. 2. Diametrum ſpeculi ſphærici dicimus diametrum ſphæræ, cuius portio eſt ſpeculũ. 3. Centru ſpeculi dicimus centrum ſphæræ, cuius portio eſt ſpeculũ 4. Diametrum uiſualẽ dicimus lineam à centro uiſus per centru ſpeculi ſphærici tranſeuntẽ: & eadẽ dicitur cathetus reflexionis. 5. Lineã rectã æquidiſtare ſpeculo ſphærico conuexo dicimus, quæ ſecundũ eius punctũ medij æquidiſtat lineæ aliquem arcũ circuli magni illius ſpeculi ſecũdum mediũ eius punctũ contingenti. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus ubi altera cathetorũ ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingẽtem. 7. Metam locorum imaginũ dicimus punctũ uel lineam, ultra quam imagines nõ uidentur.

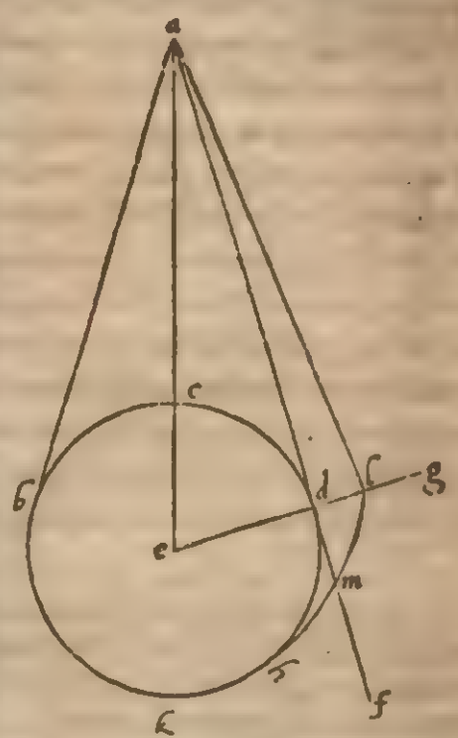
THEOREMATA

1. Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſpharici conuexi neceſſe eſt circulum magnum uel arcum circuli magni ſphæræ eſſe: ex quo patet quòd omnis ſuperficies reflexionis diuidit ſphæram ſpeculi per æqualia.

Quoniam enim, ut patet in principio 5 huius, 7 definitione, ſuperficies reflexionis dicitur ſuperficies continens lineam incidentiæ & lineam reflexionis & perpendicularem à puncto contingentiæ productam ſuper ſuperficiem ſphæricum ſpeculum in puncto incidentiæ contingentem, quæ omnes lineæ rectæ ſunt: patet quod ſuperficies reflexionis eſt ſuperficies plana. Omne autem ſpeculum ſphæricum conuexum, aut ſphæra eſt, aut pars ſphæræ, ut patet per 8 th. 5 huius: ergo per 69 th. 1 huius ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculum, ipſorum communis ſectio neceſſariò erit circulus uel pars circuli. Et quoniam perpendiculares ſuper ſuperficies ſphæras contingentes, neceſſariò tranſeunt per centrum ſphæræ, ut oſtẽdi poteſt per 72 th. 1 huius, & per definitionem lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæræ poſitam in principio huius: patet quòd omnis ſuperficies reflexionis tranſit centrum ſpeculi: eſt ergo illa communis ſectio circulus magnus uel arcus circuli magni ſphæræ illius ſpeculi per definitionem circuli magni. Et hoc eſt propoſitum. Patet etiam corollarium: quia cum omnis ſuperficies reflexionis tranſeat per centrũ ſpeculi: patet manifeſtè quoniam ipſa diuidit ſphæram ſpeculi per æqualia. Et hoc proponebatur.

2. A centro uiſus ad ſuperficiem ſpeculi ſpharici conuexi ducta contingẽs, circa fixam uiſualem diametrum æqualiter mota portionem ſuperficiei ſpeculi determinat, à cuius pũctis fiet formarum reflexio ad uiſum. Alhazen 25 n 4.

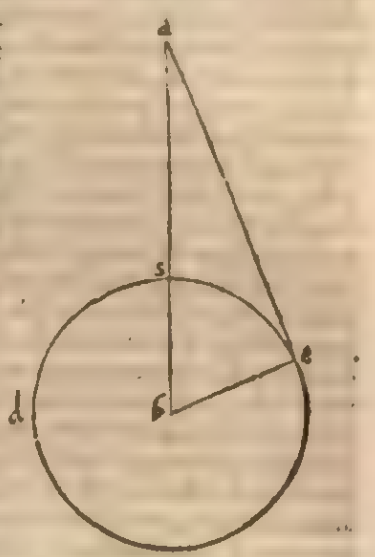
Sit centrum uiſus punctus a: & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſit circulus b c d k: cuius centrum ſit e: & à puncto a ducatur per 17 p 3 linea contingẽs circulum in puncto d, quæ ſit a d: ducatur & diameter uiſualis, quæ ſit a e, ſecãs peripheriam circuli b c d in puncto c. Dico, quòd ſi diametro a e manente fixa, linea contingens, quæ eſt a d, imaginetur æqualiter moueri ſuper peripheriam ſpeculi, ſeruans ſemper æqualitatem anguli e a d, quouſq; rediat ad locum, unde exiuit: quòd ipſa motu ſuo ſecundum punctum d deſcribet circulum determinantem portionem ſpeculi ſphærici conuexi, à qua fit reflexio omniũ formarum ad uiſum exiſtentem in puncto a, ab illa parte alia ſuperficiei ſpeculi, à qua non fit reflexio. Producatur enim linea a d ultra punctum contingentiæ d ad punctum f: & ducatur linea e d: quę producatur extra ſpeculum ultra punctum d uſq; ad punctum g. Erunt ergo per 18 p 3 anguli omnes ad punctum d recti: omnes ergo puncti in linea d f conſtituti uidebuntur directè: ideo quia linea a f manens una non reflectitur à puncto d. Quia tamen eadem linea contingit ſpeculum, incipiunt puncta lineæ d f aliquid participare naturæ reflexionis: unde uidebuntur à puncto d reflecti ſecũdum lineam d a ad uiſum a per 20 th. 5 huius: quoniam angulus incidentiæ, qui eſt f d g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt g d a. Dico etiã quòd à nullo puncto arcus d k b poteſt fieri reflexio ad uiſum a. Si enim ſit hoc poſsibile, eſto quòd à puncto h arcus d k b fiat reflexio formæ alicuius puncti ad uiſum exiſtentem in puncto a: & ducatur linea reflexionis ad uiſum a, quæ ſit h a: hæc ergo non poteſt tranſire ſolidum corpus ſpeculi, ſcilicet arcum circuli b c d ſecãdo: tranſibit ergo extra circulum. Quia itaq; angulus contingentię, qui eſt h d f eſt indiuiſibilis per 16 p 3, patet quòd illa linea reflexionis, quę eſt h a, non tranſibit punctum d: ſecabit ergo lineam d g: ſit, ut ſecet ipſam in pũcto l. Et quia linea reflexionis, quæ eſt h a, nõ ſecat angulum h d f: palàm, cum non ſecet arcum h d, quòd ſecat lineam d f: ſit, ut ſecet ipſam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m perueniat ad punctum a: patet quòd duæ rectæ, quæ ſunt m l a & m d a includũt ſuperficiem, quod eſt impoſsibile. Vel deducatur ſic: trigoni d l m angulus m d l eſt rectus: ergo angulus d l m per 32 p 1 eſt acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l d eſt obtuſus: ſed angulus a d l eſt rectus, quia angulus a d e eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius, cum linea e g cadat ſuper ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prędicto modo diſpoſitos: patet quòd lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam ſunt anguli minores. Non ergo reflectetur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod eſt oppoſitum dati. Patet ergo propoſitum: quoniam quocunq; puncto arcus d k b dato, eodem modo poteſt fieri deductio.



3. Oppo-

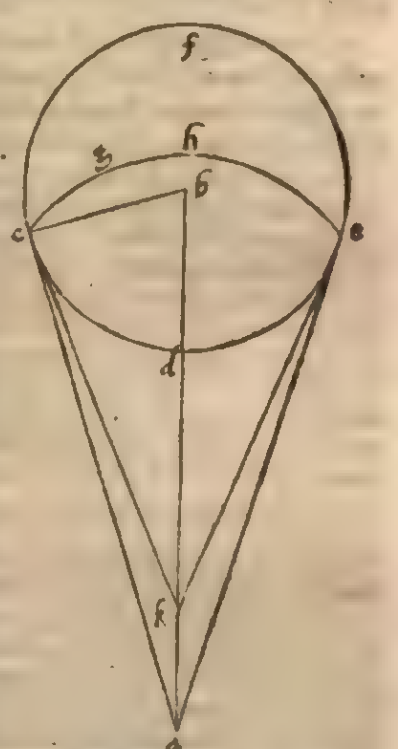
3. Opposito uisui speculo sphærico conuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua: erit communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphæram speculi per æqualia secante. Alhazen 24 n 4.

Opponatur uisui speculum sphæricum taliter ut uisus non sit in superficie illius speculi aut in superficie ei continua: dico quòd pars speculi à uisu comprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quem efficit motu suo radius contingens superficiem sphæræ. Quia enim, ut patet per 16 th. 2 huius, longior radius ad sphæræ superficiem pertingens, quasi linea speculum contingēs est: si ille radius imaginetur per gyrum moueri attingendo sphæram, donec redeat ad pūctum primum, à quo sumpsit motus principium: palam per præmissam quia punctus contingentiæ in sphæræ superficie circulum describet. Hic uerò circulus minor erit circulo magno illius sphæræ. Quoniam si intelligantur superficies secantes se super diametrum sphæræ transeuntes polos prædicti circuli & sphæram per æqualia secantes: patet quòd omnes illi circuli contingentes lineas habent illas, quę sunt lineæ longitudinis pyramidis uisionis: ergo per 58 th. 1 huius quilibet arcuum interiacentium ipsi superficiei sphæræ, & his superficiebus plānis secantibus sphęram, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia, sit per 69 th. 1 huius circulus, qui est communis sectio superficiei sphæræ & superficiei planæ transeuntis per uisum a extra sphæram existentē, & per centrum sphæræ, quod sit b, circulus c s d: cuius centrum sit b: sitq; polus circuli intellecti, secundum quem basis pyramidis uisionis secat superficiem speculi pūctus s: producaturq; b s semidiameter ad uisum a: & sit linea b s a: & à puncto a centro uisus ducatur linea contingens circulum, quæ sit a c: & à puncto contingētiæ, qui est c, ducatur ad centrum b linea c b. Dico quòd arcus c s est minor quàm quarta circuli magni. Angulus enim b c a est rectus per 18 p 3: angulus ergo c b a est acutus: quia non possunt esse duo recti in eodem trigono a b c per 32 p 1: hunc autem angulum in centro existentem respicit arcus c s: palàm ergo per 33 p 6 quoniā ipse minor est quàm quarta circuli. Et quia idem accidit in omnibus pūctis imaginatorum circulorum, manifestum quoniā quilibet arcuum illorum circulorū est minor quàm quarta circuli magni. Ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphæræ propositæ. Et hoc est quod proponebatur. Tenet autē hæc demōstratio in uno uisu tantùm, uel in ambobus uisibus, dum modo diameter speculi sphærici sit maior quàm distantia oculorum: quoniā istis existētibus æqualibus circulis maior sphæræ erit circulus propositæ sectionis, & medietas sphæræ uidebitur. Si uerò distantia oculorum sit maior diametro speculi, plus medietate sphæræ uidebitur: & erit communis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in 4 huius.



4. In speculis sphæricis conuexis secundū accessum uisuum ad specula, circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uerò augetur.

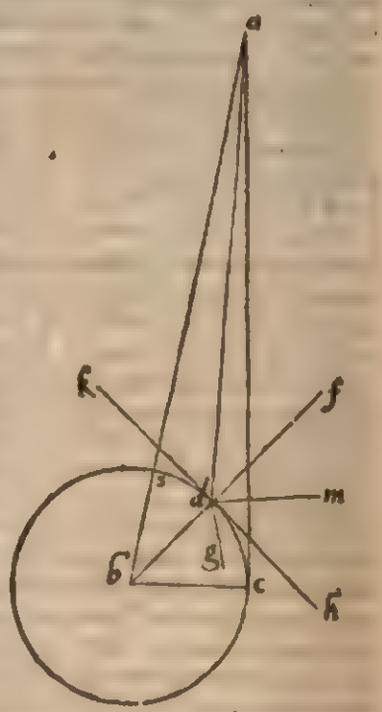
Esto enim speculum sphæricum conuexum, cuius centrum b: & sit centrum uisus a: sitq; circulus terminās uisum in superficie speculi, qui c g h e. Dico quòd secūdum accessum & recessum uisuum à speculis, illorum circulorum quantitas mutatur: diminuitur enim secundum accessum, & augetur secūdum recessum. Sit enim cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e f: cuius arcus c d e sit erectus super circulum c g h e, uisam partem speculi continentem: sitq; ipsius arcus c d e medius pūctus d: & ducātur lineę a c, a d b, c b, a e: eritq; per 18 p 3 angulus a c b rectus: accedat ergo uisus secundū lineā a b ad punctum k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius: ducatur linea k c. Et quoniam per 16 th. 2 huius longior radius à uisu ad sphærā pertingens quasi linea contingens est: patet per 18 p 3 quoniam angulus k c b est rectus: sed & angulus a c b fuit rectus: est ergo rectus minor recto: quod est impossibile. Existēte ergo uisu in puncto k, non terminabitur uisio ad circulum c g h e, sed ad aliquem circulum ipso circulo c g h e minorem. Quia enim inter duas lineas contingentes circulum, quæ sunt a c & a e, ab uno puncto a ductas, à puncto k ducuntur aliæ duæ lineæ eundem circulum contingentes: palàm ergo per 60 th. 1 huius quòd puncta contingentiæ interiorum cadent intra puncta contingentiæ exteriorum. Minorem ergo arcum circuli comprehendent lineæ propinquiores quam remotiores. Patet ergo propositum.



5. A quo-

5. A quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſita uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum. Alhazen 25 n 4.

Eſto diſpoſitio eadem, quæ in 3 huius: dico quòd à quolibet puncto portionis oppoſitæ uiſui, ut à quolibet puncto arcus c s, & omnium ſibi ſimilium arcuum poteſt fieri reflexio ad uiſum. Signetur enim aliquis punctus arcus c s, qui ſit d: & ducatur ſemidiameter d b. Palàm per 72 th. 1 huius quoniam linea d b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculum in puncto d. Cum itaq; forma puncti rei uiſæ puncto d inciderit, palàm per 27 th. 5 huius quia linea reflexionis erit in eadem ſuperficie cum ſemidiametro d b & cum catheto a b orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem ſpeculi, eò quòd tranſeat per centrum eius b. Et ducatur à puncto d linea contingens circulum c d s per 17 p 3, quæ ſit linea h d k: erit ergo per 18 p 3 angulus b d k rectus: erit ergo trigoni d b a angulus a d b obtuſus. Si ergo producatur linea b d extra ſphæram ad punctũ f: erit per 13 p 1 angulus f d a acutus: ideo quòd angulus b d a ſit obtuſus, ut patet ex præmiſſis per 13 p 1: & etiã ex hoc, quia cum linea a d cadat intrà lineam a c ſpeculum contingentem: palàm per 57 th. 1 huius quia linea a d producta ſecabit ſphæram ſpeculi: & ſuperficies contingens ſphæram in puncto d, in qua ſint lineæ h k, d g, decliuior erit quàm linea a d, ſecabitq; lineam a b. Et quia ſemidiameter b d eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem h k d g ſpeculum in puncto d contingentem, erunt anguli f d k & f d h recti: ergo etiam erit angulus b d k rectus: angulus quoq; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto. Reſecato ergo ab angulo recto, qui eſt f d h, angulum acutum æqualẽ angulo f d a per 27 th. 1 huius, qui ſit m d f: eruntq; lineæ continentes hos angulos in eadem ſuperficie. Punctus ergo rei uiſæ exiſtens in linea m d, & ſuperficiei ſpeculi incidens ad punctum d, reflectetur ad uiſum per lineam d a per 11 uel 20 th. 5 huius: continent enim lineæ m d & a d angulos æquales cum perpendiculari b f: & lineæ illæ incidentiæ & reflexionis, ut oſtenſum fuit per 25 th. 5 huius, erunt in eadem ſuperficie, quæ erit ſuperficies reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſphęram ſpeculi in puncto d contingentem. Et eodem modo demonſtrabitur de quolibet púcto arcus c s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis: hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita: quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demonſtrari. Patet ergo quoniam à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum, ſicut proponebatur.



6. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis, centrum uiſus: & centrum ſpeculi: punctum reflexionis: & punctum reflexum cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineam à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundũ diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe. Alhazen 23. 25 n 4.

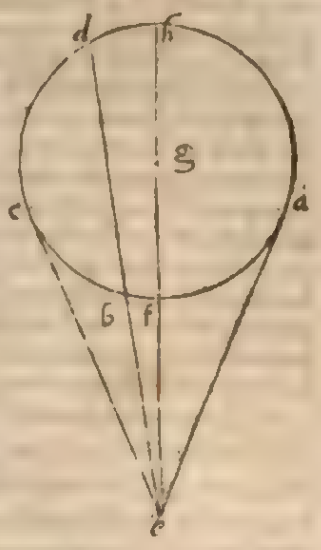
Hoc patet per 25 th. 5 huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſariò ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis: hæ autem lineæ continent tria puncta: punctum reflexum, & punctum reflexionis, & centrum uiſus. Et quia quælibet illarum ſuperficierum eſt erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, à quo fit reflexio: erunt lineæ in ipſa productæ, quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, centrum ſpeculi tranſeuntes per 72 th. 1 huius: manifeſtum ergo quia quælibet illarum ſuperficierum tranſit centrum ſphæræ. In qualibet ergo ſuperficierũ reflexionis ſunt prænominata quatuor puncta: centrum uiſus: cẽtrum ſpeculi: punctum reflexionis: punctum reflexum. Ex his patet, quia cum ſuperficierum planarum ſe interſecãtium communis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3 p 11, iſtarum ſuperficierum neceſſariò communis ſectio erit linea à cẽtro uiſus ad centrũ ſpeculi producta: quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundũ numerum ſuperficierum reflexionis, hæc duo puncta ſcilicet centrũ uiſus & cẽtrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemper manẽt. Patet ergo propoſitũ.

7. Omnis linea reflexionis (præter lineas contingẽtes) ſecat circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi) in duobus tantùm punctis: in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentis.

Sit communis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d: cuius centrum ſit punctum g: & ſit centrum uiſus e: à quo ducantur lineæ contingẽtes illum circulum, quæ ſint e a & e c. Palàm ergo per 2 huius quoniam à toto arcu a b c ſit reflexio ad uiſum. Sit ergo ut à puncto b, quod eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e: & ſit linea reflexionis b e. Dico quòd linea e b producta ultra punctum b ſecabit circulum a b c in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis, quod ſit d. Ducatur enim diameter uiſualis e f g h diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos, qui ſunt f c h, & f a h: oſtenſum eſt autem per 57 th. 1 huius

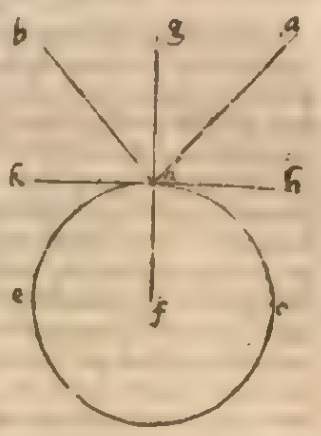
quoniam

quoniam ab uno puncto ad datum ſemicirculum tantùm unam lineam contingentem duci eſt poſſibile: & cooſtenſum ibi eſt quòd omnis linea ab eodem puncto ſub linea contingente ducta, ſecat ſemicirculum in puncto uno ſupra punctum contingentiæ & in alio ſub ipſo. Patet ergo, cum à puncto e ducatur linea e c circulum contingens, & ab eodem puncto e ducatur ſub linea contingente linea e b, quoniam linea e b ſecat ſemicirculum f c h in uno puncto ſupra illum punctum contingẽtiæ, qui ſit d, & in alio puncto b ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui. Punctus ergo d cadit in portione c d a non apparente uiſui. Quod eſt propoſitũ. Eodẽ ergo modo de quolibet puncto arcus a f poteſt demõſtrari. Patet ergo, quod proponebatur.



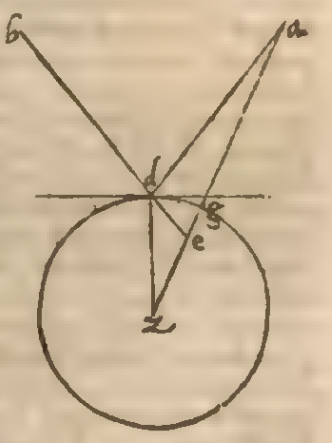
8. In omni reflexione à ſpeculis ſphæricis conuexis, linea à centro ſpeculi ad punctũ reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidẽtia & reflexionis cõtentũ per duo æqualia. Alhaz. 13 n 4.

Sit centrum uiſus a: & punctus rei uiſæ per reflexionẽm à ſpeculo propoſito ſit b: ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e: cuius cẽtrum ſit f: & reflectatur forma puncti b ad uiſum a à pũcto ſpeculi d: & ducatur linea d f. Dico quòd linea f d ꝓducta extra circulum ad punctum g, diuidit angulũ a d b per æqualia: ita ut angulus a d g ſit æqualis angulo g d b. Ducatur enim linea contingens circulum c d e in puncto d per 17 p 3, quæ ſit h k: erunt ergo per 18 p 3 anguli f d k & f d h recti: ergo per 13 p 1 anguli g d k & g d h ſunt recti & æquales: ſed angulus b d k cũ ſit angulus incidẽtiæ, eſt per 26 th. 5 huius æqualis angulo a d h, qui eſt angulus reflexionis: remanet ergo angulus a d g æqualis angulo g d b. Linea ergo f d producta à cẽtro ſpeculi ad punctum reflexionis, quod eſt d, diuidit angulum a d b per æqualia. Patet ergo propoſitum.



9. In conuexis ſpeculis ſphæricis omnem lineam reflexionis cum catheto incidentiæ ab eodem puncto ad centrũ ſpeculi productam, concurrere eſt neceſſe. Alhazen 8 n 5.

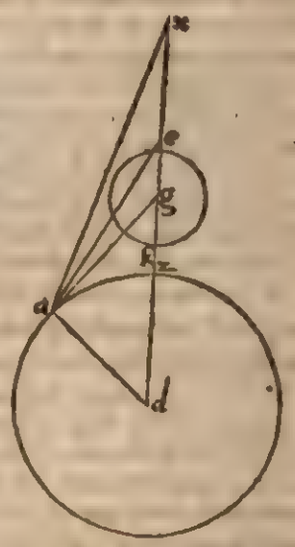
Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & conuexi ſpeculi ſphærici circulus g d: cuius centrum ſit z: & ſit centrum uiſus punctum b: punctusq; rei uiſæ ſit a: reflectaturq; forma puncti a ad centrũ uiſus b à puncto ſpeculi d: & ſit linea reflexionis d b: linea quoq; incidentiæ ſit a d. Ducatur itaq; linea à puncto dato a ad centrũ ſpeculi z, quæ ſit cathetus a z, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto g: & copuletur linea d z: & producatur b d intra ſpeculum, donec cõcurrat cum linea a z (concurret autem per 29 th. 1 huius: quoniã enim linea b d producta ſecat angulum a d z, ut patet per præcedentem & per 15 p 1: ergo ſecabit & baſim a z) ſit itaq; punctus concurſus e: eſt autem linea a z cathetus incidentiæ puncti a, ut patet per definitionem catheti, & per 72 th. 1 huius. Patet ergo propoſitum, quoniam linea reflexionis concurrit cum catheto incidentiæ. Quod autem hic de concurſu lineæ incidentiæ cum catheto incidentiæ demonſtrauimus, hoc adiunximus propter 37 th. 5 huius: ſecũdum enim utramq; illarum linearum eſt neceſſarium fieri uiſionem: quoniam ſecũdum lineam reflexionis forma reflectitur ad uiſum, & ſecundum cathetum incidẽtiæ reſpicit res ipſum ſpeculum, à cuius ſuperficie forma rei uiſæ reflectitur ad uiſum.



10. Centro uiſus poſito in catheto incidẽtiæ ſuper ſpeculum ſphæricum conuexum incidente: ab uno tantùm puncto ſpeculi fiet reflexio: & uidebitur imago in ſuperficie ſpeculi in ipſo ſcilicet puncto reflexionis: niſi fortè propter continuitatem ſui cum punctis aliis forma uiſa ad alium locum imaginis pertrahatur. Alhazen 19 n 5.

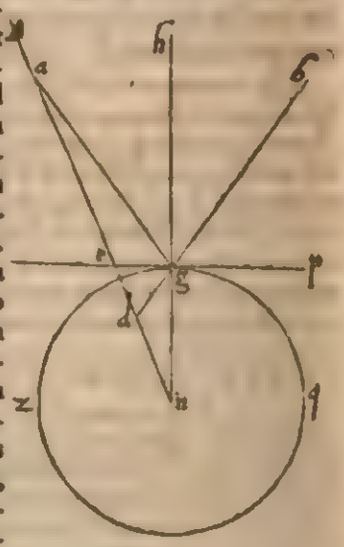
Oſtenſum eſt per 32 th. 5 huius quòd omnis perpendicularis reflectitur in ſeipſam: nunc autem oſtendemus, quod hic proponitur. Sit ergo g centrum uiſus: & d centrum ſpeculi propoſiti: ſitq; g k z d cathetus incidẽtiæ, ducta à centro uiſus ad ſpeculum, ſecans ſuperficiem oculi in puncto k, & incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto z. Dico quòd ſolius puncti k forma reflectitur ad uiſum: quoniam de aliis punctis lineæ d g quibuſcunq; datis, quantùm ad ipſorum reflexionem, eodem modo demonſtrandum, ut in 32 th. 5 huius. Sed neq; aliquod punctum huius lineę reflectitur ab alio puncto ſpeculi. Dato enim quòd ab alio puncto fiat reflexio: ſit illud aliud punctum a: & ducatur linea g a, quæ ſit linea reflexionis: ducatur quoque linea incidentiæ ad punctum a ab aliquo puncto

lineæ g d, cuius forma à puncto a reflectitur, qui sit x: hæc ergo linea x a cõtinebit angulum cum linea g a, qui sit x a g: & ducatur diameter d a: hęc ergo extra circulum producta necessariò diuidet angulum x a g per æqualia per 8 huius: eò quòd ueniens à cẽtro speculi & ad istum punctum reflexionis est perpendicularis super ipsum: concurret ergo diameter d a cum perpendiculari g d inter punctum x reflexum & punctum g cẽtrum uisus. Sic ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent, & superficiem continebunt: quod est impossibile. Patet ergo propositum: quoniam ab uno tantùm puncto speculi reflexionem fieri est necesse: ergo & una tãtùm uidebitur imago. Et quia locum ipsius nulla linearũ intersectio determinat, ut patet per 37 th. 5 huius, palàm quòd illa imago uidetur in proprio loco suo: hoc autẽ est in superficie ipsius speculi in puncto scilicet reflexionis: nisi fortè propter cõtinuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis pertrahatur. Patet ergo propositum.



11. Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quòd in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: patet etiã quòd in his speculis possibile est locum imaginis inueniri. Euclides 17 th. catoptr. Alhazen 3. 16 n 5.

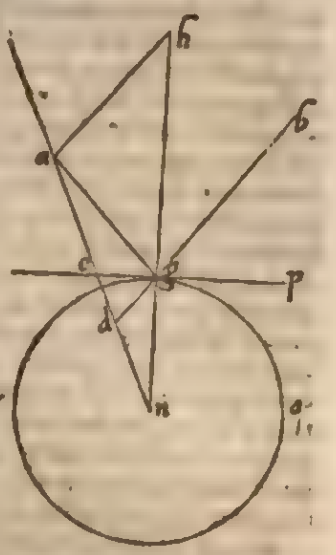
Quòd linea reflexionis concurrat cum catheto incidentiæ, patet per 9 huius: potest & idem demonstrari aliter. Sit enim punctus rei uisæ a: cẽtrum oculi b: punctus reflexionis g: centrum speculi n. Palàm itaq; per 25. th 5 huius quòd a g linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadem superficie erecta super superficiem speculum in puncto g contingentem. Linea itaq; communis superficiei reflexionis & superficiei speculi sit circulus z g q: & linea cõmunis superficiei contingenti speculum in puncto g & superficiei reflexionis sit linea e g p: ducaturq; linea h g perpendicularis super lineam e g p per 11 p 1. Et patet per 19 p 3 quòd linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q: qui cum sit circulus magnus, ut patet per 1 huius: palàm quòd centrũ eius est cẽtrum ipsius speculi. Transit ergo linea h g producta ultra punctum g per cẽtrum speculi, quod est n: aliter enim linea à centro speculi ad pũctum g ducta erit etiam perpendicularis super lineam p g e, & linea h g producta est perpendicularis super eandem: ab eodem ergo puncto ad eũdem punctum lineæ rectæ continget ducere duas perpendiculares super unam lineam: quod est impossibile. Pertinget ergo linea h g ad punctum n. Ducatur ergo linea a n à puncto uiso ad centrum speculi: eritq; linea a n per 72 th. 1 huius perpendicularis super superficiem speculi: ergo & super superficiem contingentẽ speculum in puncto illo, per quem transit. Et quia inter duas lineas h g & p g angulum rectum cõtinentes cadit linea b g: palàm quia ipsa non contingit circulum z g q: ipsa ergo producta secat circulum: concurret ergo cũ linea a n: sit, ut concurrat in puncto d. Cum itaq;, ut patet per 6 huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur, & centrum speculi, quod est n, necessariò sint in eadem superficie: erit ergo per 1 p 11 linea a n in eadem superficie cum linea b g. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quia punctus d erit locus imaginis: quoniam ipse est pũctus communis lineæ reflexionis, in qua necessariò est forma, & lineæ a n, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti a. secundum quam, ut secundum lineam breuiorem, necessariò uidetur forma. Patet ergo principaliter propositũ per 37 th. 5 huius. Et per hoc patet corollarium, quòd in omni reflexione a speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum producta: quoniam catheti incidẽtiæ punctorum mediorum cadunt semper inter cathetos incidentiæ punctorum extremorũ: nec enim catheti incidentiæ ab aliquo illorum punctorum extremorum productæ ad centrum speculi, secare possunt aliquam cathetum incidentiæ punctorum mediorum. Patet etiam quòd in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri: producta enim linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad centrum speculi, & producta linea reflexionis ad cõcursum cum illa: erit punctus communis sectionis illarum linearum semper locus imaginis. Et hoc proponebatur.



12. Cathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi) secante, & à puncto reflexionis ducta recta illum circulum contingente, quæ secet cathetum: erit totius catheti proportio ad inferiorem partẽ sui resectam uersus

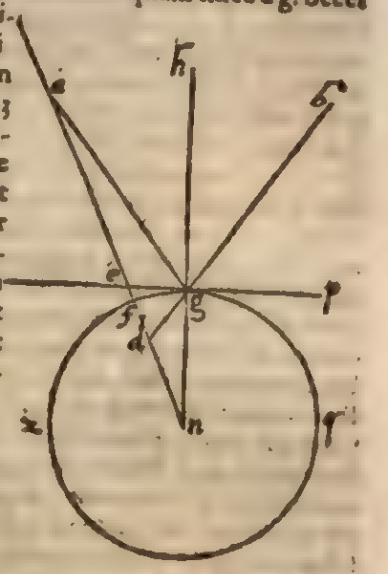
uersus centrum, sicut partis extrinsecus resectæ per contingentem ad eam partem, quæ utrasq; interiacet sectiones. Alhazen 18 n 5.

Maneat dispositio figuræ præcedentis: dicò quòd proportio totius lineæ a n ad lineam n d est, sicut proportio lineæ a e ad e d. Quia enim angulus b g h æqualis est angulo h g a per 8 huius: angulus uerò b g h æqualis est angulo d g n per 15 p 1, quia sunt anguli cõtra se positi: patet quòd angulus h g a æqualis est angulo d g n. Et quia anguli n g e & h g e sunt recti per 18 p 3: ideo quod linea e g est perpendicularis super lineam h g n: patet quòd æqualibus angulis ab his hinc inde demptis, erunt anguli a g e & d g e æquales. Et quia in trigono a g d linea g e angulum a g d per æqualia secat: palàm ex 3 p 6 quia proportio lineæ a e ad lineã e d est, sicut lineæ a g ad lineam d g. Protrahatur ita q; à puncto a linea æquidistans lineæ d g per 31 p 1 concurrens cum linea h n in puncto h: quæ sit h a (cõcurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius) erit ergo per 29 p 1 angulus n g d æqualis angulo g h a: sed ex præmissis patet quòd angulus n g d æqualis est angulo a g h: est ergo angulus a g h æqualis angulo a h g: ergo per 6 p 1 erit latus a g æquale lateri a h: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a g ad g d, sicut lineæ a h ad g d: sed proportio lineę a h ad g d est sicut proportio lineæ a n ad d n per 29 p 1 & per 4 p 6: quia ergo quæ, est proportio lineæ a h ad d g, eadem est lineæ a n ad d n: proportio uerò lineæ a h uel a g ad d g, ut patet ex præmissis, est, sicut proportio lineæ a e ad e d: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a e ad e d. Quod est propositum: quoniam linea e d utrasq; interiacet sectiones.



13. In omni speculo spherico connexo linea recta interiacens centrum speculi, & locum imaginis, maior est recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis. Alhazen 17 n 5.

Sit dispositio quemadmodum in præcedẽte: dico quòd linea n d est maior quàm linea d g. Secet enim linea p g e lineam a h in puncto e: palàm quòd punctum e diuidit finis contingentiæ, ut patet ex principijs libri huius 6 definitione. Et quia per precedẽtem est proportio lineæ a n ad lineam n d, sicut lineæ a e ad lineam e d: proportio uerò lineæ a e ad e d per 3 p 6, est sicut proportio lineę a g ad g d: quoniã, ut præostẽsum est, linea e g diuidit angulum a g d per æqualia: est ergo proportio lineæ a n ad n d, sicut lineæ a g ad lineam g d per 11 p 5: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a g, sicut lineę d n ad d g: sed per 19 p 1 linea a n est maior quàm a g: ideo quòd angulus a g n est obtusus, cum sit maior angulo n g e recto: ergo linea n d est maior quàm linea d g. Et quia per 11 huius punctus d est locus imaginis: patet quòd linea n d interiacens centrum speculi & locum imaginis est maior linea d g interiacente locum imaginis & punctum reflexionis, quod est g. Patet ergo propositum.

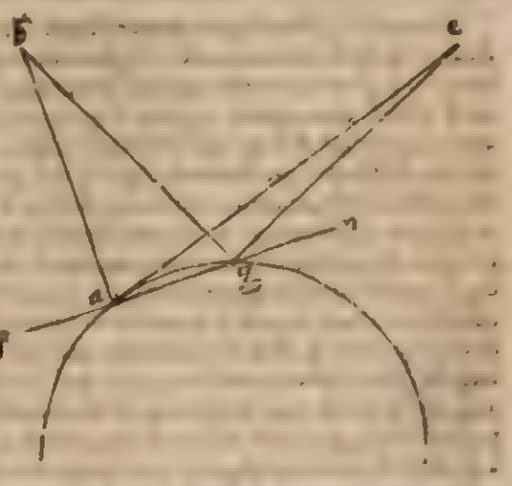


14. Ducta catheto incidentiæ ad centrum circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi spherici connexi: ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente: pars catheti interiacens finem contingentiæ & circumferẽtiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor. Alhazen 18 n 5.

Remaneat omnino dispositio, quæ suprà. Et quia punctus e est finis contingentiæ: intersecet linea a n circumferẽtiam circuli in puncto f. Dico quod linea e f est minor semidiametro circuli; q; æ est f n. Quoniam enim, ut patet ex præmissis in proximo theoremate, proportio lineæ a g ad g d est, sicut proportio lineæ a e ad e d: & proportio lineæ a n ad d n est, sicut lineæ a d ad d g: igitur per 11 p 5 erit proportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e ad e d: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e: sed linea a n est maior quàm linea a e, quoniam totum est maius sua parte: ergo linea d n est maior quàm linea d e: erit ergo linea d n multò maior quàm linea f e, quę est pars ipsius d e: multò magis ergo linea n f erit maior quàm linea f e. Quod est propositum.

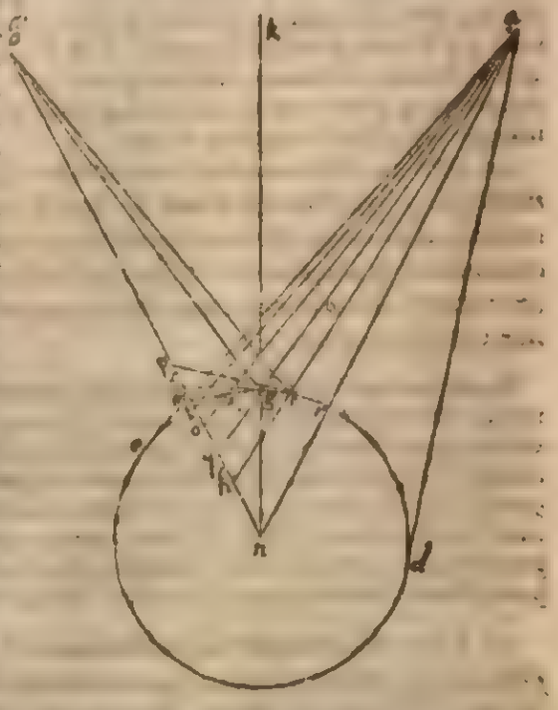
15. Linea reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi spherici connexi non sunt æquidistantes: attamen in centro unius nisus non concurrunt. Ex quo patet quòd unus nisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi spherici connexi. Euclides 4 th. catoptr. Ptolemæus 8 th. 1 catoptr.

Esto centrum uisus b: & punctus rei uisæ sit e: sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a g: incidatq; punctus e diuersis punctis speculi in circulo a g: quæ sint a & g. Dico quòd duæ lineæ reflexionis b a & b g non sunt æquidistantes: attamen in unius centro uisus non concurrent. Dato enim quòd concurrant in puncto b: ducatur intra circulum chorda arcus a g: quæ sit recta a g: & producatur extra circulum usq; ad punctũ f ex parte a, & ex parte g usq; ad punctum n. Et quia per 20 th. 5 huius angulus e g n est æqualis angulo b g a: sed angulus e g n maior est angulo e a g per 16 p 1: ergo angulus b g a maior est angulo e a g: sed angulus b a f maior est angulo b g a per 16 p 1: ergo angulus b a f est maior angulo e a g. Non ergo reflectitur forma puncti e ad uisum existẽtem in puncto b à puncto speculi a per 20 th. 5 huius. Et tamen quia angulus b a f non est æqualis angulo b g a, sed minor: ideo quia per 16 p 1 angulus e g n est maior angulo e a g: ergo per 20 th. 5 huius, & ex hypothesi erit angulus b g a maior angulo b a f. Palàm ergo per 14 th 1 huius quia duæ lineæ b a & b g non sunt æquidistantes: sed ut patet ex præmissis, ipsæ nunquam concurrent in puncto b, in quo est centrum uisus. Patet ergo propositum. Et per hoc patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum. Quod proponebatur.



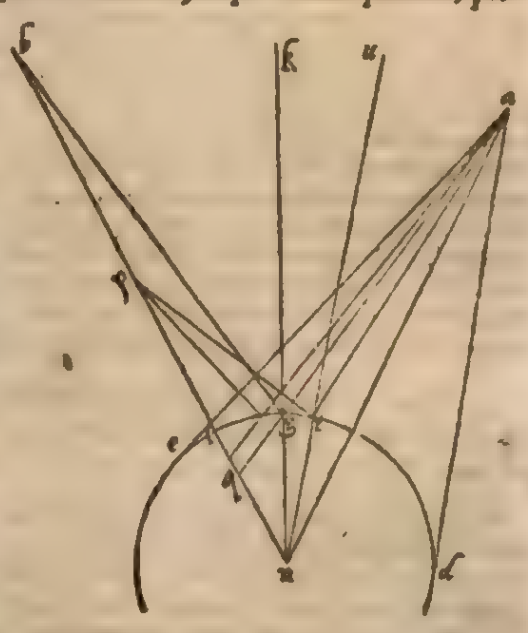
16. A superficie speculi sphærici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum, nisi à solo puncto reflecti: & una sola imago uisui occurrit. Alhazen 29 n 5.

Quoniam enim per 10 huius patet quòd forma perpendiculariter huiusmodi speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente, ab uno tantùm puncto reflectitur ad uisum: non oportet nos nunc propositũ nisi de lineis obliquè his speculis sphæricis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctum uisum b: & centrum uisus a: & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi, quod sit n. Dico quòd forma puncti b reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi: & una tola imago uisui occurrit. Palàm enim per 5 huius quòd uisibili, in quo est punctum b, modo conuenienti opposito ipsi speculo, ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a. Sit illud punctum reflexionis g: & ducantur lineæ b g & a g: & ducatur cathetus incidentiæ, quę sit b n, secans superficiem speculi in puncto l: & sit a n diameter uisualis, secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; pũcta d & e termini portionis superficiei speculi uisui oppositæ: producaturq; linea reflexionis a g: quæ producta ultra punctum g secabit per 9 huius perpẽdicularem b n: secet ergo illam in puncto q, qui punctus q, ut patet per 11 huius, est locus imaginis. Palàm itaque per 6 huius quia puncta a, n, b sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem speculi. Et quia superficierum erectarum super sphæram speculi, in quibus sunt puncta b & n, nulla extẽdi potest ad punctum a, quod est centrũ uisus, nisi una tantùm: quoniam punctus a est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam, in qua est, non secantes communis esse non potest: tũc palàm quia puncti a & b sunt tantùm in una superficie erecta super sphæram speculi, & non in pluribus. Non ergo fiet reflexio pũcti b ad uisum a, nisi in circulo sphæræ, qui est communis sectio superficiei speculi & superficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e. Dico quòd à nullo puncto huius circuli d g e, præterquam à solo puncto, quod propositum est esse g, fiet reflexio formæ puncti b ad a cẽtrum uisus. Si enim sit possibile fieri reflexionem ab alio puncto circuli d g e, quàm à puncto g: sit ille datus punctus l, in quo cathetus incidẽtiæ, quę est b n, secat superficiem speculi. Cum itaq; linea b n sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea a l nõ sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi, quod est n: & forma secundum lineam perpendicularem ueniens, necessariò secundum perpendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis: palàm quia non reflectitur forma puncti b ad uisum a à pũcto l. Palam etiã quòd non reflectetur ab aliquo puncto ar-



cto arcus l e: hoc enim eſt impoſsibile: quia ad quodcunq; punctũ illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea contingẽte circulum in puncto illo, angulũ obtuſum ex parte e. Ideo enim quòd angulus contentus ſub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 18 p 3, & illa ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, quoniam ibi peruenit ſemidiameter n l: erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex parte puncti b, neceſſariò obtuſus: & linea ducta à puncto a tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uerſus l: linea enim à centro ſpeculi ad punctum illum cõtingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 18 p 3: à puncto uerò a linea ueniens cum eadem contingente tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l: hęc enim contingens à puncto a duci non poteſt, quod patet per 57 th. 1 huius, quoniam linea a e ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex hypotheſi: propter hoc, quia lineæ a e & b d continent arcum circuli d g e uiſui apparentem, qui per 2 huius à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes determinatur. Quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20 th. 5 huius accideret, quòd eſſet angulus acutus æqualis obtuſo: quod eſt impoſsibile. Non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e. Sed etiam à nullo puncto arcus g l poteſt in hac diſpoſitione fieri reflexio. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut fiat à puncto z: & ducatur linea a z o, ſecans cathetum incidẽtiæ, quæ eſt b n, in puncto o: & ducatur linea contingens circulum in puncto z: hæc ergo contingens neceſſariò cadet inter lineas b g & b l, quoniam punctus z eſt inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m: & ſit g f linea contingens circulum in puncto g: ſecetq; linea z m cathetum incidentiæ in puncto m: & linea g f in puncto f. Palàm ergo per 12 huius quòd proportio lineæ b n ad lineam n q eſt, ſicut lineæ b f ad lineam f q: & ſimiliter erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut proportio lineæ b m ad m o: ſed quia linea o n maior eſt quàm linea q n, quoniam totum maius eſt ſua parte: erit per 8 p 5 lineæ b n ad n q maior proportio quàm ad lineam n o: maior ergo proportio eſt lineæ b f ad f q quàm lineæ b m ad m o: quod eſt impoſsibile, & contra 9 th. 1 huius, cum linea b f ſit minor quàm linea b m, & f q ſit maior quàm m o: reſtat ergo ut à puncto z non fiat reflexio. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l: quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, poteſt fieri deductio præmiſſo modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d fiet reflexio. Si enim fiat ab aliquo, ſit iſtud t: & ducatur linea b t, & linea a t h ſecans cathetum b n in puncto h: & ducatur contingens circulũ in puncto t, quæ ſit t p, ſecans cathetum b n in puncto p. Erit ergo per 12 huius proportio lineæ b n ad n h, ſicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q eſt ſicut lineæ b f ad f q: ſed maior eſt proportio lineæ b n ad n b, quàm lineæ b n ad n q per 8 p 5: maior eſt ergo proportio lineæ b p ad p h, quàm lineæ b f ad f q: quod eſt impoſsibile, & contra 9 th. 1 huius: maioris enim ad minorem maior eſt proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9 th. 1 huius: eſt enim linea b f maior quàm b p, & p h maior quàm f q. Palàm ergo quòd à nullo pũcto arcus g d fiet reflexio formæ pũcti b ad uiſum a. Quodlibet ergo punctũ formæ uiſæ ab uno ſolo puncto ſpeculi conuexi ſphærici ad uiſum reflectitur: una ſola ergo erit linea reflexionis cuiuslibet puncti uiſi: ſed eſt etiam unica cathetus incidẽtiæ per 20 th. 1 huius: unicus ergo punctus eſt, in quo illæ lineæ rectæ ſe ſecant, qui eſt locus imaginis, ut patet per 11 huius. Vnius ergo puncti eius eſt unica imago. Et hoc eſt propoſitum.

17. In una catheto incidẽtiæ ſuperficiei ſpeculi ſpharici conuexi ſumptis duobus punctis, quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad unum uiſum: erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro ſpeculi remotior à centro uiſus, quàm puncti remotioris ab eodem centro ſpeculi ſit ab ipſo centro uiſus. Alhazen 30 n 5.

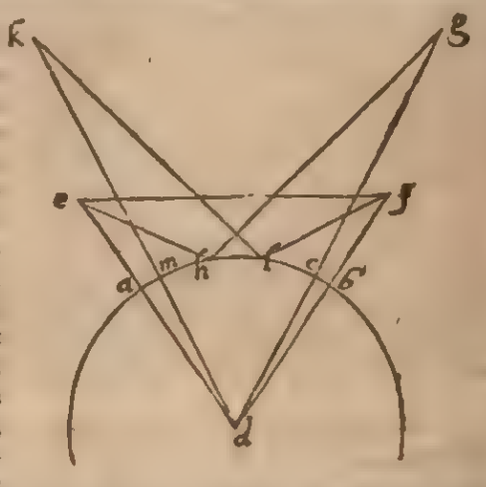


Remanẽte diſpoſitione, quæ in prȩcedente, ſint in catheto incidẽtiæ, quæ eſt n b, duo pũcti ſignati, qui ſint p & b: ſitq; punctus p propinquior centro ſpeculi puncto ſcilicet n, cẽtro circuli d g e, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi dati: & ſit punctus b remotior ab eodem centro: & ſit a cẽtrum uiſus: & ſit locus reflexionis puncti b punctus g. Dico quòd punctus reflexionis formę puncti p remotior eſt à cẽtro uiſus, qui eſt punctus a, quàm g, qui eſt punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a duę lineæ contingentes circulum, & portionem circuli oppoſitam uiſui continẽtes per 2 huius, quæ ſint a e & a d: & ſit punctus, in quo cathetus b n ſecat circulum propoſitum, punctus l. Palàm ergo quòd forma puncti p non reflectitur à puncto l ad punctum a: quoniam ſola perpendicularis uiſualis reflectitur in ſeipſam per 10 huius: neq; reflectitur forma puncti p à puncto g: quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per

præmissam: sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l inter puncta g & l. Si enim detur quòd ab aliquo puncto arcus g d fiat reflexio formæ puncti p ad uisum: sit illud punctum t: sitq; p t linea incidentiæ formæ puncti p: ducatur itaq; ad punctum t perpendicularis n t u: hæc ergo per 8 huius necessariò diuidit angulum p t a per æqualia. Ducatur quoq; ad punctum g perpendicularis n g k: palàm ergo per 21 p 1 quòd angulus n t a maior est angulo n g a: angulus ergo u t a (qui per 13 p 1 est residuum duorum rectorum super angulum n t a) est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a: sed angulus k g a per 8 huius æqualis est angulo b g k: angulus ergo u t a est minor angulo b g k: angulus ergo p t u (qui per 8 huius est æqualis angulo u t a) minor est angulo b g k: sed angulus p t u ualet angulum p n t, & angulum t p n per 32 p 1, & angulus b g k ualet angulum g b n, & angulum g n b per eandem 32 p 1: erũt ergo duo anguli t n p & t p n minores duobus angulis g b n & g n b: quod est impossibile: cum angulus p n t contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n per 16 p 1. Palàm ergo quòd punctus p non reflectitur nisi ab aliquo puncto arcus g l interiacente puncta g & l. Et quoniam inter puncta g & l punctus g est propinquior puncto a, qui est centrum uisus: patet quòd omne punctum arcus g l aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formæ puncti b. Punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro speculi, est remotius à centro uisus, quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro speculi. Quod est propositum.

18. Formæ omnium punctorum æqualiter distantium à centro speculi sphærici conuexi, secundum æquales angulos sub cathetis incidentiæ & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi circulus a b c: cuius centrum sit d: patetq; per 1 huius quoniam punctum d est centrum speculi: sintq; duo puncta e & f æqualiter distantia à centro speculi, quod est d: erunt ergo lineæ e d & f d æquales. Dico quòd necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos æquales: ut si forma puncti e reflectatur ad uisum existentem in puncto g à puncto speculi h: & forma puncti f, quæ per præmissam non potest reflecti ad uisum g à pũcto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k à puncto l: & ducantur lineæ g d & k d: dico quòd angulus e d g est æqualis angulo f d k. Sit enim, ut cathetus incidẽtiæ, quæ est e d, secet circulum in pũcto a; & cathetus f d in puncto b: & diameter uisualis g d secet circulum in puncto c, & diameter k d in puncto m. Quia itaque lineæ e d & f d sunt æquales, patet per præmissam, quoniam puncta reflexionis, quę sunt h & l, æqualiter distant à uisibus, ad quos reflectuntur, ut quantùm distat h punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d secat circulum, tantùm distat punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis, quæ est k d, secat circulum: quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus distantis à centro speculi fit per præmissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior. Ergo in illis, quæ æqualiter distant, erit æqualitas distantiæ à uisibus, ad quos reflectuntur. Nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis cathetis incidentiæ, uel in una: semper enim punctorũ æqualiter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis: arcus ergo h c est æqualis arcui l m: & eadem ratione est arcus a h æqualis arcui b l. Quoniã ergo per 33 p 6 peripheria circuli (sicut & per 87 th 1 huius tota superficies speculi) æqualiter se habet ad centrum: & puncta e & f æqualiter distant ab eodem centro: totus ergo arcus a c est æqualis toti arcui b m: ergo per 27 p 3 angulus e d g est æqualis angulo f d k. Quod est propositum.

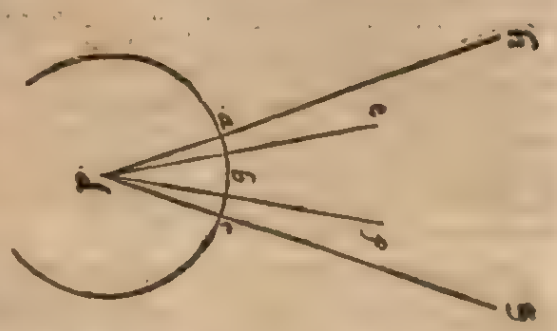


19. Impossibile est duo puncta æqualis distantiæ à centro speculi sphærici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia, ab arcu (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi) ad eundem uisum reflecti.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit punctum d: & sint duo puncta æqualiter distantia à centro speculi, quæ sint e & f: sitq; centrum uisus in puncto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum: sitq; punctum e remotius a puncto g quam punctum f. Dico quòd illa duo puncta e & f non est possibile reflecti a 1 unum uisum existentem in puncto g. Ducantur enim lineæ e d, f d, g d: patet itaq; ex hypothesi quòd angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte: fiat itaq; super punctum d terminum lineæ f d angulus æqualis angulo e d g per 23 p 1, qui sit f d h. Palàm ergo per præcedentem,

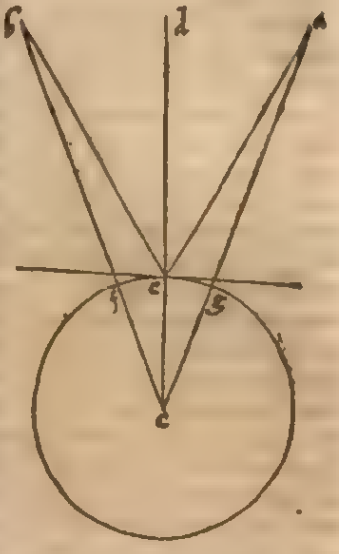
quoniam

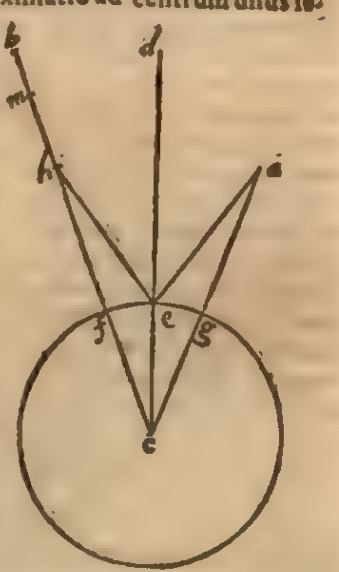
quoniam forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultrà punctum g: nõ ergo ad punctum g per 15 huius. Patet ergo propositum. Si enim detur, ut reflectatur ad pũctum g; erit per præmissam angulus partialis, qui f d g, æqualis angulo e d g: quod est impossibile.



20. Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi spharici conuexi distantibus, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 31 n 5.

Esto b pũctus rei uisæ: & sit a cẽtrum uisus: sit quoq; dati speculi conuexi sphærici cẽtrum e: & sit circulus (qui est cõmunis sectio superficierum reflexionis & speculi) qui e f g: & ducantur catheti b c & a c, secantes circulum in punctis f & g. Quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cum centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea, quæ patuerũt in demonstratione 17 huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g interiacentis cathetos incidentię & reflexionis necessariò fiet reflexio: secetur itaq; per 9 p 1 angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e. Patet quoq; per 26 p 3 quoniam arcus f e est æqualis arcui e g: eritq; linea c d perpendicularis super lineam circulũ contingentem in pũcto e per 18 p 3. Ducantur ergo ad punctũ e duæ lineæ a e & b e: erũtq; duo trianguli a e c & b e c per 4 p 1 & ex hypothesi equianguli & æquilateri: angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b: erit ergo per 8 huius punctus e, qui est medius pũctus arcus f g, punctus reflexionis formę pũcti b ad uisum a. Et hoc est propositũ. Si uerò lineæ b c & a c fuerint inæquales, fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lõgior quàm a c, cũ f c sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdẽ circuli: resecetur linea b f ad æqualitatẽ lineæ a g in pũcto h: sitq; f h æqualis ipsi a g: palàm ergo per præmissa quoniã forma pũcti h reflectitur ad uisum a à puncto e. Puncta uerò uiciniora centro c, quia per 17 huius sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto, quòd est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e: palàm quia reflectuntur à punctis arcus e f, & secundum elongationem sui à centro circuli c, erit punctorum ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis. Remotiora uerò pũcta, ut illa, quæ sunt supra punctum h, scilicet puncta m & b, erunt secundum puncta suę reflexionis propinquiora centro uisus quàm punctum e: cadent ergo in arcum e g, & secundum approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorum reflexionis maior elongatio à centro uisus b. Hoc autem licet sic in grosso scientiam afferat: est tamen secundum singulorum punctorum reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

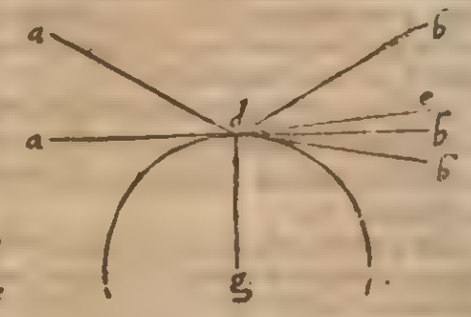




21. Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ obliquè ducta ad pũctum aliquem superficiei speculi spharici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta nõ fuerit maior recto, impossibile est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illum punctum. Alhazen 40 n 5.

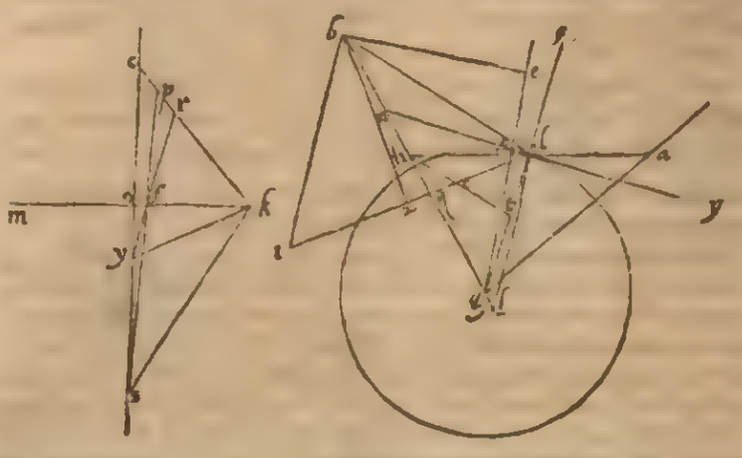
Esto a centrum uisus: & b punctus rei uisæ: sit quoq; punctum g centrum speculi sphærici conuexi: sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctũ g per 1 huius: sit quoq; d punctus aliquis reflexionis: & ducantur lineæ g d, b d & a d, quæ necessariò erũt in superficie reflexionis per 6 huius, uel per 17 th. 5 huius. Dico quòd si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto: quia si non sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto: aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quòd ipse sit rectus: ergo per 16 p 3 linea b d contingit circulum in puncto d: sed per 20 th. 5 huius angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ergo & angulus a d g erit rectus & contingens circulum in puncto d: ergo per 14 p 1 duę lineæ b d & d a continętæ in puncto d sunt linea una. Non ergo fit reflexio secundum perfectam naturã reflexionis formæ pũncti b à pũcto speculi d ad uisum existentem in puncto a, sed fit simpliciter uisio secũdum lineam a d b, quod est contra hypothesim: quoniam pũctum d est positum esse punctum reflexionis. Si uerò angulus b d g dicatur esse minor recto: tunc à puncto d ducatur linea circulum contingens in puncto d per 17 p 3, quæ producatur

ad partem lineæ d b, & sit d e: erit ergo per 18 p 3 angulus g d e rectus. Et quoniam angulus b d g est datus minor recto: est ergo angulus b d g minor angulo e d g. Et quoniam lineam b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse: erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulũ contingentiæ lineæ d e: quod est impossibile, & contra 16 p 3. Non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem: necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.



22. Puncto rei uisæ dato plus distante à cẽtro speculi sphærici conuexi quàm centrum oculi: possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus. Alhazen 39 n 5.

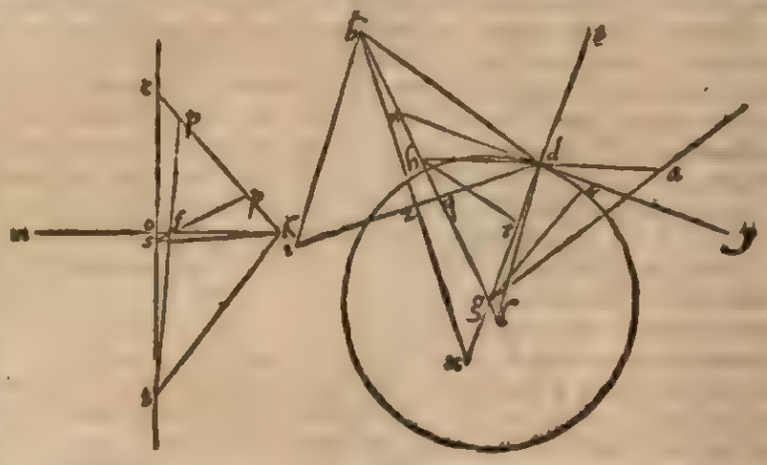
Esto punctum a centrum uisus: & sit b datus punctus rei uisæ: sitque g centrum speculi sphærici conuexi: ducanturque lineæ a g & b g: sitque exempli caussa, linea b g maior quam linea a g, ideo ut punctus b plus distet a centro speculi g quàm centrum uisus a. Et quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 25 th. 5 huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum g. Dico quòd in hoc circulo possibile est inuenire punctum reflexionis, à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a. Diuidatur enim angulus b g a per æqualia per 9 p 1, ducta linea e g secante peripheriam circuli in puncto u. Sumatur quoque alia linea, quæ sit m k: & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a per 119 th. 1 huius: & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o per 10 p 1: & à puncto o educatur perpendicularis indefinita super lineam m k per 11 p 1, quæ sit o c: & ducatur à puncto k linea ad lineam c o, tenens cum ipsa linea c o angulum æqualem angulo e g b, quæ sit k c: est autem possibile hoc fieri. Cum enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita, ducatur per 12 p 1 a puncto b perpendicularis super lineam g e, quæ sit b e: eritque angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterque rectus: super punctum ergo k terminum lineæ o k fiat per 23 p 1 angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14 th. 1 huius necessariò concurret cum linea o c: quoniam cum angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus: palàm per 32 p 1 quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e. Quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 117 th. 1 huius à dato puncto f ducatur linea ad basim trigoni c k, quæ sit f p: & concurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli, cuius centrum est punctum g: quæ sit g u. Ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k per 27 th. 1 huius, qui sit b g d: hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietati anguli b g a: est autem angulus p c s maior angulo c s p per 18 p 1: quoniam sic oportet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæsitum propositum inueniendum: aliàs enim non posset per lineam m k punctus quærendæ reflexionis inueniri, sed oporteret aliam lineam assumi: est ergo angulus f p k minor angulo b g a per 32 p 1: & ducantur lineæ k s & b d. Quia ergo proportio lineæ s p ad p k est, sicut lineæ b g ad semidiametrum g d, & anguli his lineis proportionalibus contenti sunt æquales: erunt per 6 p 6 trianguli s p k & b g d æquianguli: eritq; angulus s k p æqualis angulo b d g. Sed forte secundũ quod proponitur in 133 th. 1 huius, & declaratur in 137 th. 1 huius, possibile est à puncto f duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p: ut si ducatur hoc modo linea y f r, secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r taliter, ut proponitur, scilicet ut sit eius proportio ad r k partem lineæ, quam secabit ex linea c k, sicut lineæ s p ad p k: & tunc à puncto k ad lineam o s ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumque cum linea c k angulum continens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his non fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam: quoniam & tunc angulus contentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si



uerò

uerò aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, erit possibile fieri reflexionem, & punctum eius inueniri. Sit igitur primò angulus c k s maior recto, eritq; possibile inuenire punctum reflexionis. Palàm enim si angulus c k s est maior recto, quòd eius æqualis b d g est maior recto: ducatur itaq; à puncto d linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit n d y: cuius punctus n cadat in lineam b g per 14 th 1 huius. Et cum angulus p k o sit minor recto per 32 p 1, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis: secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o per 27 th. 1 huius, qui sit angulus q d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q. Cum igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k t æqualis angulo q d g, erit per 32 p 1 triangulus f p k æquianguuis triangulo q g d: erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g: ergo per 13 p 1 erit angulus d q b æqualis angulo k t s. Et quia angulus b d q est æqualis angulo t k s: ideo quia cum totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis angulo p k f: restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s: ergo per 32 p 1 angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s erit tertius tertio æqualis, scilicet angulus d b q angulo k s f: trianguli ergo b d q & f k s sunt per 4 p 6 similes. Producatur autem linea q d extra circulum: & à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam: quæ sit b z: erit ergo angulus b q z per 13 p 1 æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æqualis est angulo s o f recto: erit ergo per præmissa triangulus b q z similis triangulo s f o. Producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum 1, ita quod linea z 1 sit æqualis lineæ z d per 3 p 1: palàm ergo ex similitudine triangulorum quoniam proportio lineę z q ad q b est, sicut lineæ o f ad f s: & proportio lineæ b q ad q d est sicut lineæ f s ad f k: erit ergo per 22 p 5, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k: ergo per 18 p 5 erit coniunctim proportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k: ergo per 15 p 5 erit proportio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k: est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k: ergo per 17 p 5 erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k: est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a: ergo per 11 p 5 erit proportio i q ad q d, sicut b g ad g a: quoniam accepta est proportio m f ad f k, sicut b g ad g a. Ducatur itaque linea b l: cui à puncto d ducatur æquidistans d l per 31 p 1: & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius: eritq; per 15 & per 29 p 1, & 4 p 6 triangulus l d q similis triangulo b q l: & erit proportio q l ad q d, sicut b l ad d l. Et cum linea l z sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineá d l, ut patet ex præmissis: erit per 4 p 1 linea b d æqualis b l: erit ergo proportio lineæ b d ad d l per 7 p 5 sicut lineæ b l ad d l: est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ l q ad q d: ergo per 11 p 5, sicut lineæ b g ad g a. Ducatur autem à puncto d linea, quæ sit d h, æqualem tenens angulum cum linea d l angulo b g a per 23 p 1: qui sit angulus h d l: cadatq; punctus h in linea b g. Cum ergo lineæ h l & d l concurrant in puncto l: erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis per 32 p 1 uel per 14 th. 1 huius: ergo duo anguli a g h & d h g, qui sunt æquales illis, ut patet ex præmissis, sunt minores duobus rectis: quare linea h d cocurret cú linea g a per 14 th. 1 huius. Dico quòd concurret in puncto a. Palàm enim quod angulus g d n est rectus per 18 p 3: sed per 32 p 1 cũ trigoni o k c angulus c o k sit rectus, & duo anguli o c k & c k o sint æquales recto: est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo g d q: restat ergo, ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui, ut patet ex præmissis, æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a: est ergo angulus q d n medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l: sed angulus q d b est medietas anguli b d l per 3 p 6: quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l: cum, sicut supra ostensum est, triangulus d q l similis sit triangulo b q l, & linea b d æqualis sit lineæ b l, ut patet ex præmissis: restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b: & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h. Cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulum h d l in duplo anguli q d h: est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h. Producatur itaq; linea g d ultra punctum d ad punctum f. Et quia anguli f d n & g d n sunt recti: restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g: ducatur ergo per 31 p 1 linea h t æquidistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g. Palàm ergo per 29 p 1 quòd angulus b d f est æqualis angulo h t d: sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g: ergo per 6 p 1 linea h t est æqualis lineę h d: sed est proportio lineæ b d ad h t sicut linea b g ad g h per 29 p 1 & per 4 p 6: cum lineę b d & h t sunt æquidistantes: est ergo per 7 p 5 proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h: sed ex præmissis patet quod linea h d producta ultra punctum d concurret cum linea g a, & fiet per 32 p 1 triangulus similis triangulo h d l. cum habeant angulum l h d communem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a: igitur per 4 p 6 est proportio lineę h d ad lineam d l, sicut lineę h g ad lineam, quam secat linea h d ex linea a g: & proportio lineę b d ad d l per 13 th. 1 huius constat ex proportione lineę b d ad d h, & lineę d h ad l d: igitur, ut patet ex præmissis, proportio lineę b d ad lineam d l constat ex proportione lineę b g ad g h, & lineę g h ad lineá, quá h d secat ex g a: sed proportio b d ad d l, ut patuit superius, est sicut b g ad g a: ergo proportio b g ad g a cõstat ex proportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineá, quá secat h d ex g a: cõstat aũt proportio lineę b g ad lineá g a per 13 th. 1 huius ex proportiõe lineę b g ad g h, & lineę g h ad g a: igitur g a est linea, quá secat h d ex linea a g: & ita linea h d concurrit cum a g in puncto a. Quia itaq;, ut patet ex præmissis, angulus b d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a sibi contrapositò per 15 p 1: patet quòd angulus b d f æqualis est angulo f d a. Illud ergo punctum d est punctus reflexionis per 8 huius: quoniam in ipso angulus incidentię fit

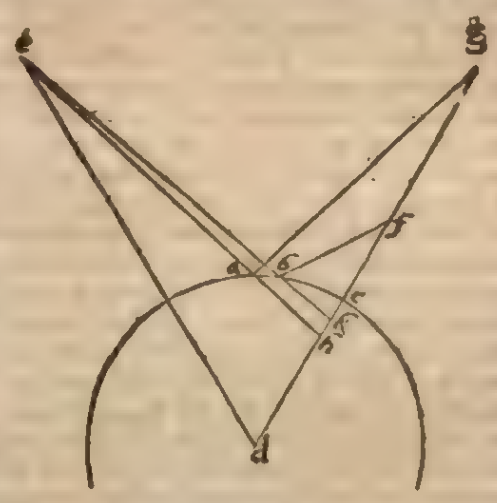
æqualis angulo reflexionis. Quod eſt propoſitum, quando angulus c k s eſt maior recto. Quòd ſi neuter angulorũ, qui ſunt c k s & c k y fuerit maior recto: dico quòd non fiet reflexio ab aliquo puncto ſpeculi ad uiſum. Si enim dicatur quòd hoc ſit poſsibile: ſit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g. Et quia fit reflexio à puncto ſpeculi d, patet per præmiſſam, quòd oportet angulum b d g eſſe maiorem recto: non ergo fiet reflexio ab his ſpeculis ſecundum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet ſit maior recto. Sed & idem aliter demonſtrandum. Producatur itaq; linea a d intra circulum uſq; ad h punctum lineæ g b: & producatur linea d l intra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b per 23 p 1: protracta quoq; linea b g, quouſq; cõcurrat cum linea d l in puncto l: concurret aũt per 14 th. 1 huius: quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42 th. 1 huius, & angulus d g b, ut patet p 3 huius, & p 33 p 6, eſt etiã minor recto: & ducatur linea cõtingẽs circulum in puncto d, quę ſit n d y: & à puncto d protracta linea d q ſecante lineam g b in puncto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b p 9 & 23 p 1: palã ergo quòd triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a. Quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt cõmunis, erit per 32 p 1 tertius tertio æqualis: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ h d ad d l, ſicut lineæ h g ad g a. Ducatur itaq; à puncto h per 31 p 1 linea æquidiſtans lineæ b d, quæ ſit h t: erit ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 proportio lineę b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h. Quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a à puncto ſpeculi d, ducatur linea g d extra circulum ad punctum e: erit quoq; per 8 huius angulus e d b æqualis angulo e d a: ergo per 15 & 29 p 1 erit angulus d t h æqualis angulo h d t: ergo per 6 p 1 erit linea d h æqualis lineæ h t. Quia ergo, ut patet per 4 p 6, cum linea t h ſit æquidiſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad h t: ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h: eſt ergo per 7 p 5 proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h: fuit autem proportio h d ad d l, ſicut h g ad g a: ergo per 22 p 5 erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a: ſed cũ angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus: relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h: eſt ergo angulus h d n medietas anguli b d h: ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b ex præmiſsis: ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b: igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l: eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l: ergo per 3 p 6 in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l. Ducatur quoq; à puncto b per 31 p 1 linea æquidiſtãs lineę d l, quæ ſit b i: & concurrat linea d q cum linea b i in puncto i: concurret autem per 2 th. 1 huius: & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z per 10 p 1: & ducatur linea b z. Palàm itaq; per 15 & 29 & 32 p 1 quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l: fuit autem ex præmiſsis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l: ergo per 11 p 5 eſt proportio b i ad d l, ſicuti b d ad d l: ergo per 9 p 5 lineæ b i & b d ſunt æquales: ergo per 31 th. 1 huius linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i: eſt autẽ, ſicut ex præmiſsis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio i d ad d q, ſicut m k ad f k: & erit per 15 p 5 proportio d z ad q d, ſicut o k ad f k: ergo per 17 p 5 erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k. Producatur quoq; linea b z intra ſpeculum, donec concurrat cum linea e g: concurret autem per 14 th. 1 huius: cum angulus d z b ſit rectus, ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, qui eſt angulus n d g: ſit ergo punctum concurſus x. Palàm autem ex præmiſsis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k. Cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto: fiat ſuper punctum k lineæ c k angulus maior recto: hoc autem eſt poſsibile fieri: quia cum ſicut patet ex præmiſsis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quòd angulus q d n ſit æqualis angulo k c o: erit ergo, ut patet ex præmiſsis, angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius. Cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palàm quòd duo anguli k c o & c k o ualent unum rectum per 32 p 1: ſunt ergo æquales angulo n d g. Et quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q: relinquitur angulus c k o æqualis angulo q d g. Fiat ergo ſuper punctum k lineæ f k angulus æqualis angulo b d q: & ponatur quòd linea tenens hunc angulum, concurrat cum linea c o in puncto s: & ducatur linea s p tranſiens per punctum f, quæ ſit alia à priori linea s f p. Dico quòd iſtius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k erit proportio, ſicut lineæ b g ad g d. Cum enim angulus b z d ſit rectus, æqualis angulo s o k: erit triangulus b z d ex præmiſsis ſimilis triangulo s o k: eſt ergo proportio lineæ b z ad b d, ſicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, ſicut lineæ s o ad o k: fuit



o k: fuit autem oſtenſum prius, quia eſt proportio lineæ z q ad q d, ſicut lineæ o f ad f k: ergo per 5 th 1 huius erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, ſicut f k ad o f: ergo per 18 p 5 eſt proportio totius lineæ z d ad z q, ſicut totius lineæ o k ad o f: ergo per 22 p 5 erit z b ad z q, ſicut s o ad o f: ergo per 6 p 6 trigona z q b & o f s ſunt æquiangula: angulus ergo z b q eſt æqualis angulo o s f: remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k: ſed & angulus f k s factus fuit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis eſt angulo q d g: totus ergo angulus s k p æqualis eſt angulo b d g: ergo per 32 p 1, & ex 4 p 6 erit triangulus b d g ſimilis triangulo s p k: & totus triangulus b d x ſimilis totali triangulo c k s: eſt igitur proportio lineæ s p ad p k, ſicut b g ad g d. Conſtituto ergo ſuper centrum g angulo, æquali angulo iſti s p k, & ducta ſemidiametro circuli, quæ ſit g u, patet ſecundum præmiſſum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis. Et quia, ut patet per 16 p 1, & ex præmiſſis, prior angulus s p k eſt maior præſenti angulo s p k, quoniam eſt extrinſecus: palàm quòd a duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt d & u, fiet reflexio: quod eſt contra 16 huius. Non ergo poteſt angulus s p k unquam eſſe non maior recto, ſi ſecundum ipſum debeat fieri puncti reflexionis inuentio: quia ſecundum talem diſpoſitionem collocatis puncto rei uiſæ & centro uiſus, non eſt poſsibile fieri reflexionem. Item impoſsibile eſt quòd duo anguli conſtituti ſuper lineam in o ſint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, cum ſuper g centrum circuli propoſiti fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet ſuper idem centrum angulus alius diuerſus ab iſto: quem efficiet ſuper k m alia linea ſimilis priori lineæ s k: & ita à puncto d & ab alio puncto illius circuli fiet reflexio formæ eiuſdem puncti ad uiſum eundem: quod eſt contra 16 huius. Oportet ergo ut tantum unus illorum angulorum ſit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto. Patet ergo propoſitum.

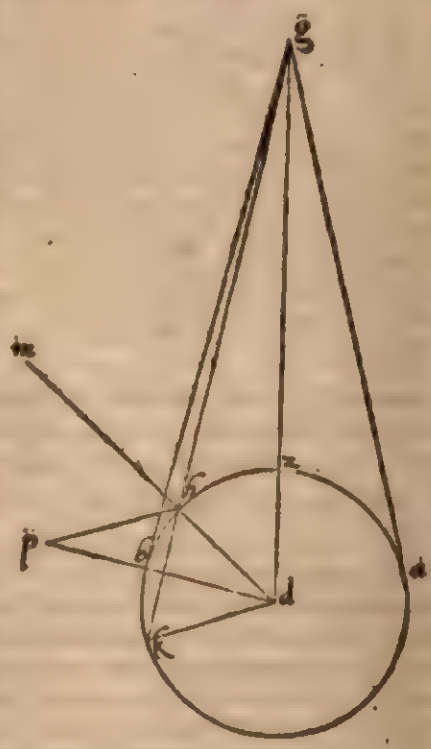
23. Super unam cathetum incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, uel ſuper diuerſas ad uiſum, ad quem fit reflexio, conſimiliter ſe habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad uiſum: erit locus imaginis puncti centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi,) a b c: cuius centrum d: ſitq; centrum uiſus e: & cathetus incidentiæ ſit d f g: in qua ſint duo puncta f & g, quorum formæ ſint reflexibiles ad uiſum: & ſit punctum f propinquius centro ſpeculi, & punctum g remotius: ſecetq; eadem cathetus circulum a b c in puncto c. Dico quod locus imaginis formæ puncti f remotior eſt à centro ſpeculi, quod eſt d, quàm locus imaginis formæ puncti g. Quoniam enim, ut patet per hypotheſim, quælibet formarum iſtorum punctorum ab aliquo puncto ſpeculi reflectitur ad uiſum: patet cum illa puncta ſint in eadem catheto incidentiæ conſiſtentia, quòd centrum uiſus e eſt cum ambobus illis punctis in eadem ſuperficie reflexionis per 6 huius: fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorum ad uiſum e ab aliquo puncto circuli a b c. Sit ergo, ut forma puncti g reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b: erit ergo per 17 huius punctus b remotior à centro uiſus e quàm punctus a. Ducatur itaq; diameter uiſualis, quæ e d: & ducantur lineæ incidentiæ, quæ ſint g a & f b: & lineæ reflexionis, quæ ſint a e & b e: quæ productæ intra circulum ſecabunt cathetum d f g p 9 huius. Et quoniam concurrunt cum diametro uiſuali, quæ eſt e d: ſit ergo, ut linea e a ſecet cathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k. Erit ergo punctum h locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f per 11 huius. Quoniam uerò punctum h eſt propinquius centro d quàm punctum k per 29 th. 1 huius: quia enim linea h e ſecat angulum d e k, palàm quia ipſa ſecabit baſim illi ſubtenſam, quæ eſt d k: eſt ergo punctum h propinquius centro ſpeculi, quod eſt d, quàm punctum k. Et quoniam, ut patet ſecundum hunc modum, omnes lineæ ductæ à centro uiſus, quod eſt e, per quæcunq; puncta arcus a c, intermedia punctorum a & c ad cathetum d g, cadunt in puncta ſemidiametri d c à centro remotiora quàm punctum h, patet propoſitum. Et ex hoc etiam patet quòd quanto puncta lineæ c g ſunt propinquiora centro d, tanto loca ſuarum imaginum ſunt magis elongata à centro ſpeculi, quod eſt d. Et quoniam omnes cathetei incidentiæ concurrunt in centro ſpeculi: palàm quòd de punctis diuerſarum cathetorum ad uiſum, ad quem fit reflexio, conſimiliter ſe habentium, eadem eſt demonſtratio, quæ de punctis eiuſdem catheti: quoniã unicuiq; punctorũ in una ſimili catheto ſignatorũ, pũctus ſimilis, qui ſit eiuſdem diſtantiæ à centro ſpeculi, in catheto alia reſpondet: & illorũ quorumcunq; punctorum (quia conſimiliter reſpiciunt uiſum) loca imaginum reſpectu centri ſpeculi conſimiliter ordinantur. Patet ergo propoſitum.



24. Si ab aliquo puncto ſpeculi ſpharici conuexi linea reflexionis producta circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) aliter ſecuerit, quod linea producta pars, quæ eſt intra circulum, ſit æqualis ſemidiametro circuli: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi. Alhazen 20 n 5.

Eſto centrũ uiſus g: & centrũ ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctũ d: ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b k à centro quoq; uiſus puncto g ducantur per 17 p 3 duæ lineę contingentes circulũ a b k, quę ſint g a & g b: eritq; p 2 huius circuli a b k portio a b apparẽs uiſui: & centrũ eius ſit punctũ d. Quoniã aũt uiſus & ſpecula mutant locum: fit talis facta diſpoſitio uiſus ad ſpeculum, ut à puncto g centrõ uiſus ductæ lineæ ſecantis circulum a b k, pars intrà circulum, quæ eſt chordà arcus circuli, qui h k, ſit æqualis ſemidiametro illius circuli: & ſit illa linea g h k, cuius pars h k intra circulum ſit ęqualis ſemidiametro d k. Hoc aũt poſsibile eſt fieri, ſi p 1 p 4 inſcribatur circulo a b k linea h k æqualis ſemidiametro illius circuli: & in illa linea k h producta extra circulum ponatur centrũ uiſus. Dico quòd locus imaginis reflexę à puncto h ſemper eſt intra conuexum ſuperficiem ſpeculi. Producatur enim à puncto h ſup lineã cõtingentẽ circulũ in pũcto h ppendicularis, quę ſit h m: hæc ergo producta in circulũ tranſit per centrum d per 19 p 3. Dicõ quòd cum formà alicuius rei uiſæ reflectatur à puncto h, locus imaginis ſuę erit ſemper intra conuexũ ſpeculi. Ducatur enim à puncto h linea conſtituens ſuper punctum h terminum lineæ h m angulum æqualem angulo g h m per 23 p 1, qui ſit p h m, producta linea h p: reflectẽtur ergo per 20 th. 5 puncta huius lineę h p ad uiſum g à puncto ſpeculi h: nec alterius lineæ puncta à puncto h ad uiſum poterunt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius punctum, quod ſit p: & ducatur linea ab ipſo ad centrum ſpeculi, quæ ſit p d: erit quoq; per 1 huius, & per 72 th. 1 huius linea p d perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculum in puncto, quo ipſa linea p d ſecat circumferentiam circuli a b k: copuletur quoq; linea d k. Et quia angulus p h m incidentiæ eſt æqualis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmiſſis, angulus u erò g h m per 15 p 1 æqualis eſt angulo k h d: angulus igitur p h m eſt æqualis angulo k h d: ſed angulus k h d æqualis eſt angulo h d k per 5 p 1, ideo quia latus h k ex hypotheſi æquale eſt ſemidiametro d k: angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d k. Quia ergo linea m d cadens ſuper lineas h p & d k facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrinſeco, qui eſt m d k: linea ergo h p per 28 p 1 æquidiſtat lineæ d k: lineæ ergo h p & d k in infinitum protractæ nunquam concurrent. Et linea p d, quæ eſt cathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & k interſecabit lineam h k interiacentem lineas æquidiſtantes, quæ ſunt k d & h p, ut patet per 29 th. 1 huius: diuidunt enim omnes illæ catheti angulum h d k: ergo & ſecabunt baſim h k: quælibet enim illarum cathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi, ut ad punctum d. Quodcunq; ergo punctum ſumatur in linea p h: ſemper linea ducta ab illo puncto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h k intra cõuexum ſpeculi: quoniam ſemper cathetus incidentiæ producta ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d. Imago ergò cuiuſcũq; puncti lineæ p h per 11 huius apparebit intra conuexum ſpeculi. Et hoc proponebatur.

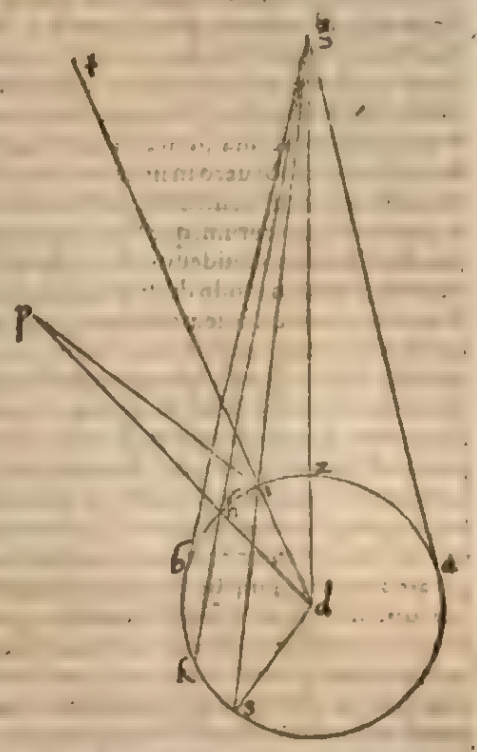


25. A quocunq; puncto arcus circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) interiacentis puncta, in quibus cathetus reflexionis & linea reflexionis, (cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli) ſecant circulũ, fiat reflexio: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum. Alhazen 21 n 5.

Sit diſpoſitio, quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis, quæ g h k ſecet circulũ a b k, taliter ut eius pars intra circulum, quę eſt h k, ſit æqualis ſemidiametro circuli: ducaturq; cathetus reflexionis à uiſu ad centrũ ſpeculi: quæ ſit g d, ſecans circulum a b k in puncto z. Dico quòd à quocunq; puncto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita, ut à puncto illius arcus h z (quod ſit i) fiat reflexio: ducaturq; à puncto g centro uiſus ad punctũ i linea ſecans circulũ ſuper punctũ i, quę ſit g i s: & & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à puncto i: quod fiet per 72 th. 1 huius, ſi à centro ſpeculi puncto d producatur linea, quæ ſit d i t: ſuper cuius

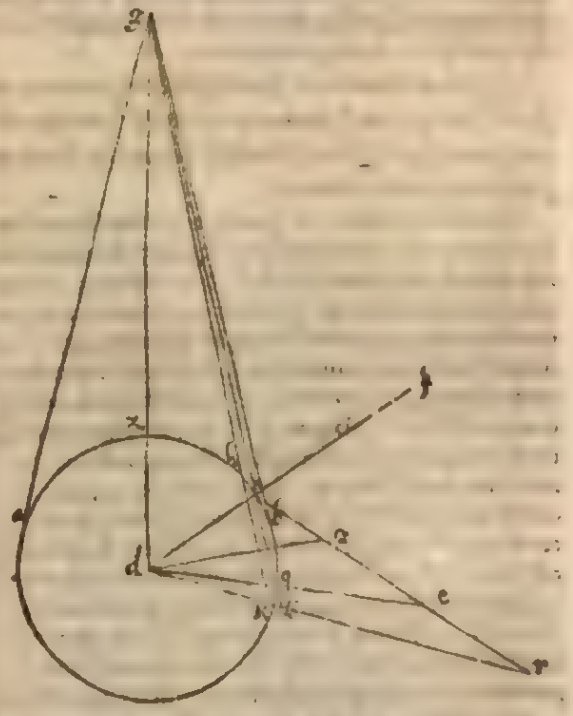
punctum

punctum i fiat angulus æqualis angulo t i g per 23 p 1, qui sit p i t. Palàm ergo quòd solùm puncta lineæ p i reflectuntur à puncto i ad uisum g per 20 th. 5 huius. Palàm etiam per 15 p 3 quod linea i s maior est quàm linea h k: ergo linea i s est maior semidiametro s d. In trigono ergo s i d angulus s d i est maior angulo s i d per 18 p 1: ergo per 15 p 1 angulus s d i est maior angulo t i g: est ergo angulus s d i maior angulo t i p, q ex præmissis est æqualis angulo t i g: ergo p 14 th. 1 huius lineæ p i & d s non sunt æquidistantes: in infinitum tamen protractæ ex parte suorum punctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent. A quocunq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d ducatur cathetus incidentiæ, illa secabit lineam g i s, quæ est linea reflexionis, intra conuexum speculi: & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72 th. 1 huius: ergo ipsa est cathetus incidentiæ, sicut nunc est linea p d. Et cum locus imaginis sit in concursu catheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per 11 huius: palàm quia locus imaginis cuiuscunq; puncti lineæ p i, semper erit intra conuexum speculi. Et quoniam dato quocunq; puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio: manifestum ergo quòd omnium imaginũ arcus h z proprius locus erit intra speculũ. Quod est propositum.



26. A quocũq; pũcto arcus circuli (qui est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & speculi spherici cõuexi) interiacentis punctũ, in quò linea reflexionis, cuius pars intra circulũ est æqualis semidiametro circuli, secat circulum, & punctum proximũ, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulũ, fiat reflexio: locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum: quandoq; in superficie conuexa speculi: & quandoq; extra speculum. Alhazen 22 n 5.

Remaneat totalis dispositio figuræ, quæ in præcedente & in 24 huius, in hoc scilicet ut linea reflexionis, quæ g h k, secet circulum a b k, cuius centrum est punctum d, taliter, ut eius pars intra circulum, quę est h k, sit æqualis semidiametro d z: & lineæ g a & g b sint contingentes circulum a b k in puncta a & b: & sit pũctus b propinquior puncto h. Dico quod à quocunq; puncto arcus h b fiat reflexio: erit locus uisæ imaginis quandoq; intra speculum; quandoq; in superficie speculi: quandoq; extra speculum. Sumatur enim aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g: & ill ad punctum reflexionis sit n: & ducatur linea reflexionis secãs circulum, quæ ducta trans circulum, sit g n q: & ducatur à centro d semidiameter d q: & ad punctum reflexionis ducatur perpendicularis d n f: & producatur, ut in præmissis, linea n é continens cũm cathéto d n f angulum æqualem angulo f n g: qui sit angulus f n e. Et quoniam linea n q per 15 p 3 minor est q̃ linea h k: palàm quia linea n q est minor semidiametro q d. Quoniam enim linea h k est æqualis ipsi q d ex hypothesi: erit ergo linea q n minor q̃ linea q d: angulus ergo q d n trigoni q d n est minor angulo d n q p 18 p 1: ergo p 15 p eiusdẽ angulus q d n minor est angulo g n f: ergo & suo æquali, qui est e n f. Igitur lineę d q & n e concurrent ad partem minorum angulorum per 14 th. 1 huius: sit ergo concursus earum in puncto e. Palàm autem, ut in præmissis, quia linea e q d est perpendicularis super superficiẽ speculi per 72 th. 1 huius: est ergo linea e d cathetus incidentiæ formę puncti e: & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus superficiei speculi. Imago ergo puncti e, quando fuerit reflexio facta à puncto arcus h b (quod est n) uidebitur in puncto q, quod est in superficie conuexa speculi. Et quoniam linea reflexionis, quæ est g q, peripheriam arcus b k in unico tantùm puncto



ctò interſecat, ut patet per 7 huius: palàm quia non accidit uideri imaginem formæ alicuius punctorum lineæ n e ni ipſa ſuperficie ſpeculi, niſi ſolùm in illo uno puncto, in quo ad ipſum ducta cathetus ſecat lineam reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ut eſt in propoſito cathetus puncti e. Si uerò in linea e n ſumatur punctum ultra e, quod ſit punctum r: ſitq; cathetus incidentiæ ducta ab illo puncto r ad centrum ſpeculi, quæ ſit r d, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt g n q productam ultra punctum q, in puncto l: tunc erit ſectio extra ſuperficiem ſpeculi. Quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e ultra punctum e ſumpti uidebitur extra ſuperficiem ſpeculi ſecundum diſtantiam puncti incidentis, & ſemper, ut patet per 11 huius, erit locus imaginis in puncto ſectionis linearum catheti & reflexiõis: ut formæ puncti r locus imaginis eſt nunc in puncto l, qui eſt cõmunis ſectio præmiſſarum linearum. Si uerò in linea e n inter puncta n & e ſumatur aliquod punctum, ut c, cathetus ab eo ducta ad ſpeculi centrũ, ſecabit lineam reflexionis, quę g n q, intra ſpeculum: ſecabit enim ipſam in puncto aliquo eorum, quę ſunt inter puncta n & q. Imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n inter puncta e & n ſumpti uidebitur intra ſpeculum. Et ſimiliter in quolibet alio puncto arcus b h poterit idem & eodem modo de diuerſis punctis linearũ incidentię demonſtrari, & hoc eſt propoſitum. Sicut itaq; in arcu z b demonſtrauimus in præmiſſis tribus theorematibus: ſic etiã figuratione adhibitã in arcu z a poterit demonſtrari: quoniã eſt omnimoda ſimilitudo hinc inde: & idem eſt de omnibus circulis ſpeculi ſphærici conuexi, circulo a b k ſimilibus. Si enim perpendiculari g z d manente fixa, linea g h ſecundũ æqualitatem anguli d g h imaginetur moueri quouſq; redeat ad locũ ſuum, unde moueri incepit: tunc linea g h mota ſecabit ex tota ſpeculi cõuéxa ſuperficie motu ſuo portionẽ ſuperficiei: & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliquo punctorũ huius portionis uidebitur ſemper intra ſpeculũ. Si uerò fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulum a b k, quę eſt g b, moueatur, quouſq; ad locum, unde exiuit, redeat, ſecabit ex ſphæra portionem maiorẽ: & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibuſcúq; punctis ſuperficiei ſpeculi deſcriptæ per arcũ h b, uel à punctis arcuũ illi ſimilium: tunc catheto incidentiæ ſecante lineam reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ſemper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipſa ſuperficie ſpeculi: ſed aliorum punctorũ in illa eadem linea exiſtentiũ quorundam locus imaginis eſt intra ſpeculũ, quorundam extra ſpeculũ, ſecundum quod catheti ab illis punctis ad centrũ ſpeculi productæ ſecant lineas ſuarum reflexionũ. Et quoniã ſitus centri uiſus, uel ſuperficiei ſpeculi, uel etiam ipſius rei uiſæ poteſt multipliciter uariari: hoc experimentanti relinquimus, ut ſpeculorũ ſphæricorum conuexorum, quorũ uſus ut plurimũ apud homines noſtrę habitábilis eſt cómunis (quoniã uitra, quę ſpeculantur, modo ſphærico diffundente ſe, artificũ ſpiritu exufflantur) quamcúq; portionẽ quis taliter collocet, ut quandoq; imago puncti uiſi appareat intra ſpeculũ, hoc eſt ultra ſuperficiẽ ipſius, quandoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi: & quandoq; extra ſuperficiem ſpeculi, ita quòd ſuperficies ſpeculi non ſit media inter imaginem, quæ uidetur, & oculum uidentis, ſed ad latus extrà uideatur: & hoc iam pluries experimentantibus euenit. Vnde & per iſta patet, quòd ſpeculum ſphæricum conuexum centrumq; uiſus, & res uiſa ſic ſiſti poſſent, ut imago extra ſpeculum in aere appareat: quod relinquimus artificio perquirentis.

27. Omnis diameter ſpeculi ſpharici conuexi, in quam locus imaginis cadit, in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum: portioni ſphæræ ſpeculi nõ apparenti uiſui neceſſariò applicatur. Ex quo patet, quòd ipſa eſt demiſſior qualibet linearum contingentium à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem productarum.

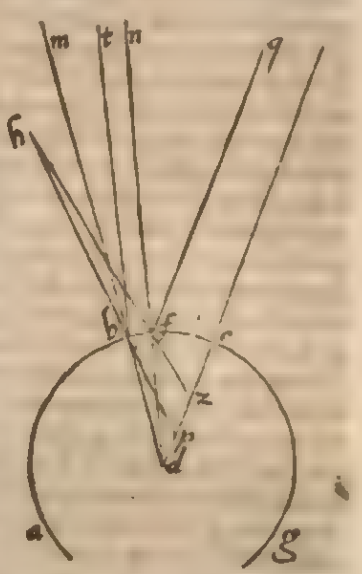
Quod hic proponitur, patet per præmiſſas, reſumpta figuratione præcedẽtis. Et quia, ut patet, à quolibet puncto arcus a b poteſt fieri reflexio: omnis quoq; linea reflexionis, quoniã à centro uiſus ſub linea à centro uiſus producta circulum contingente, ducitur, patet per 57 th. 1 huius quoniam ipſa ſecat circulum. Et quandocunq; locus imaginis fuerit in ipſa ſpeculi ſuperficie uel extra, patet quòd hoc non poteſt accidere in diametris ſpeculi applicatis arcui a b: non enim poteſt in illis diametris locus imaginis eſſe in ipſa ſpeculi ſuperficie: quoniam catheti incidentię & lineæ reflexionum illorum punctorum in illis punctis concurrere non poſſunt. Sed neq; extra ſpeculorũ ſuperficies poteſt in illis diametris eſſe locus reflexionis: quoniam lineæ reflexionum ad partem illam extra ſpeculũ non cõcurrent. Omnes ergo diametros ſpeculi cuiuſcunq; ſphærici cõnuexi, in quibus loca imaginũ ſunt in ipſa ſuperficie ſpeculi, uel extra ſpeculum, neceſſariò applicantur portioni ſpẽculi non apparenti uiſui. Et quoniã portio ſpeculi apparens & non apparens per lineas contingentes a centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ductas determinatur, ut patet per 2 huius: ideo manifeſtũ eſt propoſitũ corollarium. Quælibet enim diametrorũ, in qua eſt locus imaginis in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum, oportet ut ſit demiſſior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem productarum. Et hoc proponebatur. Poteſt aũt diameter, in qua apparet locus imaginis intra ſpeculum, eſſe uel altior uel demiſſior illa contingente, ut patet ex his, quæ ſunt in præmiſſis demonſtrata. Reſtat autem, ut nos deinceps loca imaginum certius determinemus.

28. Ad diametrum ſpeculi ſpharici conuexi ducta linea reflexionis ſecante ſpeculum, ita ut pars ducta linea interiacẽs ſuperficiem ſpeculi & diametrũ, ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum ſpeculi: in illa parte diametri non eſt locus alicuius imaginum, ſed eſt imaginum meta, ſicut & in illo puncto ſectionis. Alhazen 23 n 5.

Eſto circulus communis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi,

qui

quĩ a b f e g: & ſit punctum h centrum uiſus, punctum quoq; d centrum ſpeculi: & ſit d e ſemidiameter ſpeculi, quę neceſſariò eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 72 th. 1 huius: & ſit linea z h linea reflexionis, ſecans ſuperficiem conuexam ſpeculi ſuper punctum f: & concurrens cum e d ſemidiametro ſpeculi ſuper punctum z. Sit quoq; linea z f ęqualis lineę z d: quod poteſt fieri per 136 th. 1 huius. Dico quòd in linea z d non eſt locus alicuius imaginis. Neque enim pũctus z poteſt eſſe locus alicuius imaginis, niſi ſolũ alicuius punctorum lineę e d protractę: quia ut patet per 11 huius, locus imaginis formæ cuiuſque puncti ſemper eſt ſuper cathetum ſuę incidentiæ: & hęc eſt in ſpeculis ſphęricis conuexis in linea ab illo puncto ad centrum ſphęræ ducta. Quòd uerò punctus z nõ ſit locus alicuius imaginis punctorum lineę e d, patet. Ducatur enim perpendicularis à centro d ſuper punctum f, quę producta extra circulum ſit d f n: & ſuper ductam perpendicularem fiat in puncto f angulus ęqualis angulo n f h per 23 p 1, qui ſit q f n: eſt ergo per 15 p 1 angulus q f n ęqualis angulo z f d: ſed cum z d & z f lineę ex hypotheſi ſint æquales: erit per 5 p 1 angulus z d f æqualis angulo z f d: ergo & angulus q f n æqualis eſt angulo z d f: ergo per 28 p 1 lineę z d & q f ſunt adinuicem æquidiſtantes: in infinitum ergo protractę nunquá concurrent. Nullius ergo puncti lineæ e d quantumcunq; protractę forma mouebitur ad punctum f per lineam incidentię q f: ſed nõ poteſt eſſe locus alicuius imaginis in pũcto z, niſi moueatur ad punctũ f forma per lineam q f: aliàs enim linea f h non fieret linea reflexionis, in cuius interſectione cum diametro d e eſt pũctus z. Non eſt ergo punctus z locus alicuius imaginis punctorum lineę e d: ergo nec alicuius alterius imaginis formę cuiuſcunq; puncti extra lineam d e. Et eadem erit demonſtratio quantacunq; ſumpta diametro e d. Sed & nullus alius punctus lineæ z d præter z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis. Dato enim quòd punctus p poſsit eſſe locus alicuius imaginis: ducatur linea h p ſecans conuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto b: & ducatur perpendicularis d b m: & ut ſuprà, angulo m b h fiat æqualis angulus ſuper punctũ b, qui t b m. Palam ergo, ut prius, quòd angulus t b m eſt æqualis angulo p b d: ſed angulus d p b per 16 p 1 eſt maior angulo p z h, cum ſit ei extrinſecus in trigono p z h: igitur duo alij anguli trigoni p d b ſunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f: ſed angulus p d b eſt maior angulo z d f, eò quòd totum maius eſt ſua parte: & etiam patet hoc per 29 th. 1 huius. Sequitur ergo ut angulus d b p ſit minor angulo d f z: angulus uerò d f z eſt æqualis angulo z d f, ut prius patuit: angulus ergo d b p minor eſt angulo z d f: multò ergo minor eſt angulus d b p angulo p d b: angulus itaq; t b m minor eſt angulo p d b: lineę igitur t b & e d per 14 th. 1 huius nunquá concurrent ad partem, à qua poſſet fieri reflexio. Nulla ergo forma incidens puncto b reflectetur ad uiſum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neque imago alicuius alterius puncti ſe offeret uiſui ſuper aliquem punctum lineę z d. Tota ergo linea z d erit ſemper uacua imaginibus: nec unquá erit locus imaginum in ipſa. Et ſimiliter poteſt de qualibet alia diametro propoſiti ſpeculi demonſtrari hypotheſi ſeruata. Patet etiam ex præmiſsis quoniam linea z d eſt meta imaginum. Quoniam ſi linea f z fuerit maior quá linea z d, nulla unquá apparebit imago: quoniá angulus z d f per 18 p 1 erit maior angulo d f z: ergo & angulo n f h per 15 p 1: ergo & angulo q f n per 8 huius. Lineę ergo e d & q f per 14 th. 1 huius non concurrent ad partem punctorum e & q, ſed ad partę punctorum d & f: non ergo aliqua poterit apparere imago in puncto z: ergo nec in aliquo punctorum lineę z d. Quòd ſi linea f z ſit minor quá linea z d: tunc ſecundũ præmiſſum modũ erit angulus z d f minor angulo q f n: ergo per 14 th. 1 huius lineę e d & q f concurrent ad partę punctorũ e & q: & ab illo pũcto poteſt alicuius punctorum lineę e d fieri reflexio ad uiſum: & locus imaginis erit per 11 huius in puncto z: & erit linea z d locus imaginis ſecundum omnẽ ſuum punctũ, quouſq; linea incidentię reſpectu diametri recipiat propoſitam diuiſionem. Patet ergo quod cum linea z d eſt ęqualis lineæ z f, quòd linea z d eſt meta imaginum ultra quá nulla, & citra quá omnis uidetur imago. Et ſimiliter punctus z eſt meta imaginum: quoniam, ut patet ex præmiſsis, omnis linea incidentię à quocunq; puncto ſpeculi ad uiſum h inter puncta z & d ducta, eſt maior quá linea, quę per illá reſecatur ex linea z d: quoniam iſta eſt maior quá linea z f, per 15 p 3: eſt ergo etiam maior quá linea z d ex hypotheſi, ut patet de linea b p, quæ eſt maior quá linea p d, uel linea z d: omnisq; linea inter pũcta z & e ad uiſum h ducta interiacens peripheriam circuli & diametrum, eſt minor quá linea f z: ergo & minor quá linea z d: ergo eſt etiam minor quã linea, quá ipſa reſecat ex ſemidiametro d e. Sunt ergo, ut patet p præmiſſa, in linea z e loca imaginum, præter quã in puncto z: in linea uerò z d non ſunt aliqua loca imaginum. Et ſic patet quòd punctus z eſt meta imaginum: nec eſt differentia an punctus z cadat intra circulum: an extra: an in ipſa ſuperficie ſpeculi: quia ſemper ubicunque acciderit lineam z d ęqualem fieri parti lineę reflexionis interiacenti punctum reflexionis & punctum z: erit ſemper in puncto z meta imaginum: & ſimiliter eſt de tota linea z d. Patet ergo propoſitum.

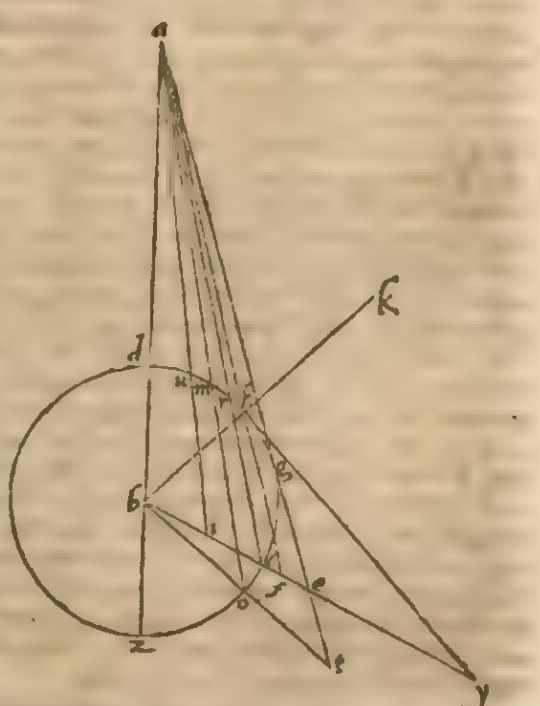


29. Aſſignata meta imaginum in quacunque diametro inter lineas contingentes à uiſu ad ſpeculum ſphæricum conuexum ductas, præter uiſualem diametrum: in punctis tantùm data

possibile est fieri per 136 th. 1 huius: eritq; linea b o, & punctum o meta imaginum per 28 huius: concurratq; diameter b o cum linea a g in puncto t. Dico quòd in quolibet puncto lineæ t o est locus imaginis: & quòd in nullo alio puncto diametri t b est locus alicuius imaginis: & sunt puncta o & t metæ locorũ imaginũ, punctum o in superficie speculi, & punctũ t extra speculum: solũ enim in his duobus punctis concurret diameter b o cũ lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g. Sumatur enim aliquod punctũ lineę t o, quod sit k: & ducatur linea a n k, secans cõuexam superficiẽ speculi in puncto n: & ducatur ppẽdicularis b n x: & angulo a n x fiat æqualis angulus sup punctũ n, ut in alijs p̃missis: & producatur linea n f taliter, ut angulus x n f sit æqualis angulo a n x per 23 p 1: protrahaturq; perpendicularis b t ad lineam n f in punctum f punctum enim concursus, quicunq; fuerit, uocabimus f: palàm uerò per 14 th. 1 huius quoniã concurrent. Linea itaq; n f nõ cadet inter puncta circuli, quæ sunt h & g: non enim secat speculum: neq; secat lineam ipsum speculum contingentem in puncto g, quę est a g t, nisi in uno puncto, quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aũt daretur quòd linea n f caderet inter puncta h & g: oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a g in duobus punctis: in uno infra punctum g, & in alio supra punctum g, ubi fit reflexio ad uisum existentem in puncto a: & sic duæ lineę rectę superficiem includerent: quod est impossibile. Forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n ad punctum n, & reflectetur ad a per lineam a n: apparebitq; imago eius in puncto k, in concursu catheti incidentiæ, quæ est f b, cum linea reflexionis, quę est a k extra speculi superficiem. Et eodem modo de omnibus punctis lineę o t est demonstrãdum: & imagines omnium uidentur extra speculum. Et quoniam à puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorũ lineæ b f: quoniam omnes lineę reflexionum à puncto m ad punctum a factarum æquidistãt diametro b f: quod patet, si ducatur ppendicularis b m, quę producatur usque ad punctũ q: & fiat angulus p m q æqualis angulo q m a. Tunc enim, quia anguli b m o & m b o sunt æquales ex hypothesi, & per 5 p 1: erunt, sicut ostẽdimus in 28 huius, anguli p m q & m b o æquales: ergo per 28 p 1 lineę m p & b f æquidistant: non ergo concurrunt: nec unquam fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f à puncto speculi m: punctum ergo o non erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f. Omnia ergo illa loca sunt extra speculũ in linea t o: ita quòd puncta t & o sunt loca imaginũ. Patet ergo propositum: ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum, prout diximus in 2 huius: quoniam ipsum cadit in linea contingente.

31. Catheto incidentiæ secante quemcunq; punctum arcus circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi) interiacentis punctum contingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum, quo linea reflexionis (cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli) secat arcum circuli non apparentem uisui: erũt locorum imaginum plura intra speculi conuexam superficiem: unum tantũ in ipsa superficie, & plurima extra ipsam. Alhazen 26 n 5.

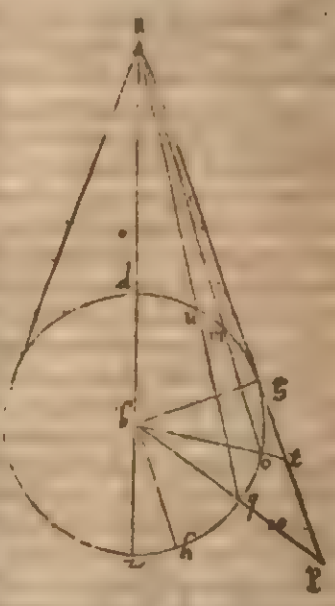
Disponantur omnia, ut in præhabita demõstratione: secetq; linea a m o circulum taliter, ut linea m o sit æqualis semidiametro speculi: & linea a g t contingat speculum in puncto g. Dico quòd in arcu g o erunt loca imaginum, ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l: & protrahatur à cẽtro speculi diameter b l, usquequò secet lineam contingentem circulum in puncto g, quæ est a t: secabit aũt per 14 th. 1 huius, & per ea, quæ declarata sunt in proxima præcedente. Sit ergo punctus sectionis e: & producatur linea a l secãs apparentem superficiem speculi in pũcto r: & palàm ex 15 p 3 quoniã linea l r minor est quã linea m o. Cũ ergo ex hypothesi linea m o sit æqualis semidiametro b l, patet quòd linea r l minor est semidiametro b l. Si ergo per 136 th. 1 huius à puncto a ducatur linea ad diametrum b l, cuius pars interiacẽs circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b: hæc linea reflexionis cadet inter puncta b & l. Quia si detur, quòd cadat inter puncta l & e: erit linea r l maior quã linea l b: omnis enim linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineę reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri, sicut in commento 28 huius per 15 p 3 ostẽdimus de linea b p, quę est maior quã linea f z, æquali parti diametri z d, ut ibi patet: est aũt linea r l minor quàm linea b l: quoniam per 15 p 3 linea r l est minor quã linea m o, quę ex hypothesi est æqualis ipsi l b. Non ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neque in punctum l, propter eandem



cauſſam: cadit ergo inter puncta b & l. Sit ergo punctus, in quem cadit illa linea, punctus i: & ducatur linea a i ſecans portionem apparentē ſpeculi in puncto u: cuius pars u i ſit æqualis parti diametri, quæ eſt b i. Dico ergo quòd in quolibet pūcto inter e & i ſumpto eſt locus imaginis: & ſunt puncta e & i metæ imaginum. Sumatur enim aliquod punctum lineę l e, quod ſit f: & ducatur linea f a ſecans apparentem portionem ſpeculi in puncto h: & ducatur à centro ſpeculi perpendicularis, quæ ſit b h k: fiatq; per 23 p 1 ſuper punctum h terminum lineæ k h angulus æqualis angulo a h k, qui ſit k h y: palamq; ex præmiſſis in præcedente, quoniam lineę b e & h y productæ concurrent per 14 th. 1 huius: ſit punctus concurſus y. Et quoniam linea h y cadit extra ſpeculum: forma ergo puncti y mouebitur per lineam y h ad ſpeculum: reflectetur quoq; à puncto ſpeculi, quod eſt h, ad uiſum exiſtentem in puncto a: apparebitq; imago eius in puncto t, in concurſu catheti incidentię, quæ eſt b f, cum linea reflexionis, quæ eſt a h, extra ſpeculi ſuperficiem. Et eodem modo eſt de omnib. punctis lineæ d e demonſtrandum. Imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra ſpeculum, excepto ſolo l, in quo diameter b l ſecat ſpeculi ſuperficiem: quoniam in illo puncto locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi: ideo quòd in ſuperficie eius ſe interſecat linea reflexionis, quæ eſt a l, cum catheto incidentiæ, quæ eſt b y: eritq; punctum, cuius formæ imago uidetur in pūcto l, reflexa à puncto r, conſiſtens in diametro b y producta ultra punctum l, ut patet per 27 huius: ſed, ut patet per 30 huius, omnes formę punctorum cadentium in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginum omnium illorū punctorum ſunt in linea i l: ideo, quia, ut patet ex præmiſſis, punctum i eſt meta imaginum, ultra quod punctum nunquā apparet aliqua imaginum uiſu exiſtente in puncto a, & ſpeculo ſic diſpoſito, ut patet ex hypotheſi. Palam ergo quod in quolibet puncto lineę e i ſumpto inter puncta e & i, eſt locus imaginis formæ alicuius punctorum diametri b e eductæ ultra punctū e. Quędā ergo imagines in diametro e b ſortiuntur loca intra ſpeculū, quędā extra ſpeculum, & una ſolam ſuperficie ſpeculi, ſcilicet in puncto l. Et eodem modo in quolibet puncto arcus o g poterit demonſtrari diametris datis puncta arcus o g tāgentibus & ſuperficiem ſpeculi ſecantibus, prout demonſtrationum neceſsitas requirit.

32. In quemcunq; punctum arcus circuli (qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpharici conuexi) interiacentis punctū, in quo linea reflexionis (cuius pars intra circulum) eſt æqualis ſemidiametro circuli, in portione nō apparente ſecat circulum, & punctum diſtantē à puncto contingentia per quartam eiuſdem circuli catheti us, incidentia ceciderit. locus imaginis ſemper erit extra ſpeculum. Alhazen 27 n 5.

Diſponantur omnia, ut in pręcedentib. ita ut linea a m o ſic ſecet circulum ſpeculi, ut linea m o ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi: & ſit, ut in 30 huius, angulus h b g rectus: & linea a g p contingat ſpeculum in puncto g. Dico quod arcui o h catheti incidentiæ occurrentib. locus imaginis erit ſemp extra ſpeculum. Ducatur enim per aliquod punctorum arcus o h diameter b q: quæ concurrat cum contingente a g p in puncto p: & ducatur à centro uiſus linea a u q, ſecans ſuperius in portione uiſui apparente ſpeculum in puncto u. Et quia, ut prius patuit, linea m o eſt æqualis lineę b q, & linea u q eſt maior quā linea m o per 15 p 3: ergo linea u q eſt maior quàm linea q b. Linea quoq; ducta à circumferentia ad diametrum b p, quæ eſt æqualis parti diametri p b, interiacenti ipſam & centrum ſpeculi, non cadet inter puncta q & b. Si enim hoc ſit poſsibile, tunc, ut prius, erit linea u q minor quàm linea q b: quoniam ſi linea illa caderet in punctum q, eſſet eius pars intra circumferentiam maior quā linea u q per 15 p 3: reſtat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q. Quod enim non cadat in punctum p, palàm per hoc, quia angulus p g b eſt rectus: eſt ergo per 19 p 1 in trigono p b g latus p b maius latere p g. Cadat itaque linea taliter ducta citra p: & ſit pūctus, in quem cadit, s: erit ergo per 28 huius punctus s meta locorum imaginum: & quilibet punctus inter pūcta p & s erit locus imaginum: & eſt eadem demonſtratio, quæ in ſuperioribus ſcilicet 30 & 31 huius: in quolibet quoque puncto arcus h o eſt eadem demonſtratio. Ex his ergo præmiſsis propoſitionibus palàm eſt, quia imagines diametrorum arcus h o omnes ſunt extra ſuperficiem ſpeculi: imaginū uerò diametri f y, ut in 31 huius, una ſola eſt in ſuperficie ſpeculi, ut illa, quę eſt in puncto l: aliæ uerò ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, ut quæ cadunt in parte diametri, quæ eſt i l: alię uerò omnes ſunt extra ſpeculum, ut quę cadunt in linea l e. Omnium quoque imaginum diametrorum arcus o g quędam ſunt intra ſuperficiem ſpeculi: quædam extra ipſam: quędam in ipſa ſuperficie ſpeculi conuexa, ut ibidem in præmiſſa concluſum eſt. Patet itaq;, quod proponebatur.

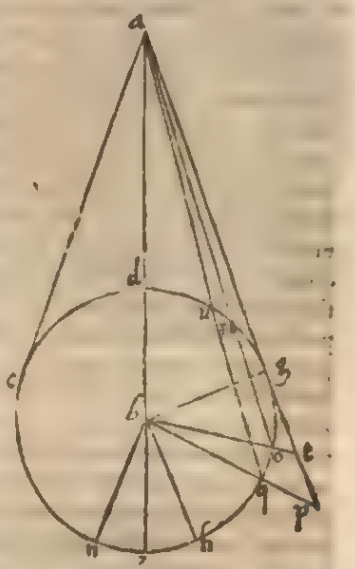


33. In arcum circuli (communis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſpharici conuexi) interiacentem punctum, ubi diameter uiſualis & punctum diſtans à puncto contin-

gentia

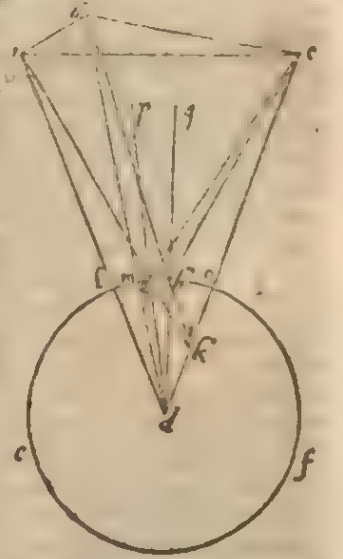
gentia per quartam circuli inferius ſecant circulum, non poteſt cadere cathetus incidentia, in qua aliquis locus imaginis occurrat. Alhazen 28 n 5.

Omnibus alijs diſpoſitis, ut in proxima ſuperiori figura: dico quòd in arcum h z non poteſt cadere aliqua diameter, in qua ſit locus alicuius imaginis. Quoniam enim linea contingés, quæ eſt a g p, æquidiſtat diametro b h per 28 p 1: tunc patet quod uerſus punctũ p nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente, quæ eſt a p: & à quocunq; puncto talium diametrorũ ducatur linea ad ſuperficiem ſpeculi conuexam, cadit in portionem nõ apparentem ipſius ſpeculi, utpote in portionem circuli, quæ eſt g z c: & nulla ipſarum cadit in portionem circuli g d c uiſui oppoſitam, niſi ſecando ſphæram ſpeculi. Nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uiſui apparentem uel ad uiſum. Omnia aũt iſta, quæ in ſemicirculo d g z, & in eius arcubus in præmiſſis ſex theorematib. declarata ſunt, in arcubus quoq; ſemicirculi d c z ſimiliter poſſunt demonſtrari, ut in arcubus ſemicirculi d g z. Similibus enim acceptis utrinq; diſpoſitionib. arcuum, & ſimilibus factis protractionibus linearũ, eædem in omnibus occurrẽt paſsiones: & idem eſt demonſtrandi modus. Et ſimiliter etiam quod nunc declaratur in circulo c d g z, poteſt in unoquoq; circulorũ, qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum reflexionis & ſuperficierũ conuexi ſpeculi ſphærici declarari. Vnde omnes paſsiones probatę ſecundum quoſcunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam ſpeculi ſuperficiem: ſicut ſi punctus g, uel alius pũctus ſignatus moueatur per ſphærę ſuperficiem, & circulum deſcribat. Paſsiones uerò arcuum circuli d g z c perueniunt in quodam lata ſuperficie contenta ſub terminis æquidiſtantium circulorum per totam ſphæram ſpeculi: ſicut ſi arcus aliquis æquidiſtans polo, motus ſpeculi aliquam ſuperficiem diſtinguat, ut patet intuẽti. Si itaq; linea b h moueatur, eodẽ manente angulo h b z: ſignabit ipſa motu ſuo ſecundum punctum z portionẽ ſphæræ: in cuius diametris nullus erit imaginis locus. Et ſi linea b h immota exiſtente, moueatur arcus o h, deſcribetur portio ſphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta exiſtentes, ſunt extra ſpeculum: moto uerò arcu o g, fiet portio ſpeculi, cuius diametrorum quædam imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi: quædam extra: & quædam intra ſpeculum. Verùm uiſus non ſemper comprehendit, quæ imagines ſint in ſuperficie ſpeculi, uel quæ ſint extra: nec certificatur in iſtorum cõprehenſione, niſi in tantum, quia ſentit, quòd ſunt ultra portionem ſphæræ apparentem. Sic ergo ex præmiſſis ſex theorematib. patet in propoſitis ſpeculis loca imaginum eſſe determinata, ſecundum quod imagines horum ſpeculorum uni tantùm uiſui offeruntur.



34. Ambobus uiſibus à duobus punctis reflexionis ſuperficiei ſpeculi ſpherici conuexi formæ unius puncti occurrẽte: unicus imaginis eſt locus: & imago tantũ unica uidetur. Alha. 41 n 5.

Sint centra duorum uiſuum a & b: & punctus uiſus ſit c: ſitq; d centrum circuli magni, qui eſt ſecans ambos circulos, qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum ambarũ reflexionis & ſpeculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uiſui ſit e f: ſitque punctus reflexionis formæ puncti c ad uiſum a, punctus g: & pũctus reflexionis formę puncti c ad uiſum b ſit punctus h: & ducatur cathetus incidentiæ à puncto c ad centrum ſpeculi, quæ ſit c d, ſecans circulum in puncto o: ſecetq; linea reflexionis, quæ eſt a g, producta ipſam cathetum c d in puncto k, & linea b h in puncto i: ſintq; primò uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro ſpeculi d: & à puncto rei uiſę, quod eſt c. Dico quòd ambobus uiſibus a & b, formę puncti uiſi c, licet duo ſint reflexionum puncta, quæ g & h, una tantùm imago uidetur: quia unicus eſt imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d à centris amborum uiſuum ad centrum ſphæræ ſecantes ſpeculum in punctis l & m. Et palàm quoniam illæ lineæ ſunt æquales, oculis enim æqualiter diſtantib. à centro ſpeculi, quod eſt d. palàm quòd linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d continet angulos æquales argumento 30 th. 3 huius: ergo per 6 p 1 lineę a d & b d ſunt æquales. Si ergo ſitus puncti c reſpectu utriuſque uiſus a & b ſit idem, ita ut linea a c ſit æqualis lineę b c: tunc patet per 8 p 1 quod utraq; diametrorum uiſualium ſcilicet a d & b d cum cathęto c d continet angulos æquales: ergo per 26 p 3 arcus ſpeculi l o & m o ſunt æquales. Quia enim a d & b d diametri uiſuales ſecant ex circulis communibus ſuperficiebus ſpeculi & reflexionis arcus, & continent angulos æquales cũ cathęto c d in cẽtro d: palà per 26 p 3 quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d

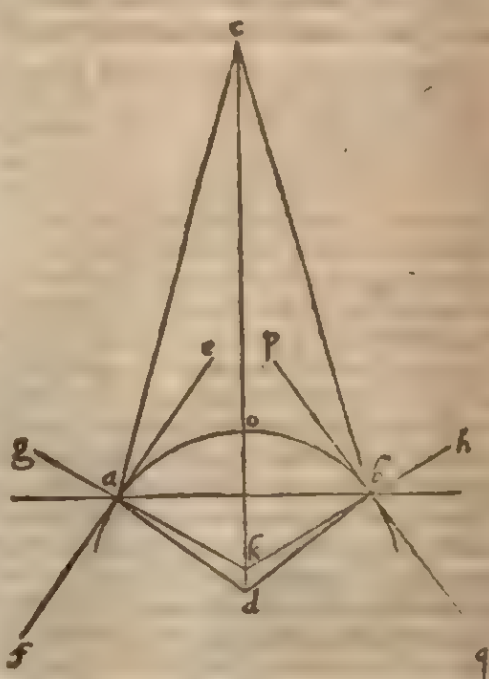


& a d interiacentes duo puncta reflexionis, quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 26 p 3: quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g, & d h, cum lineis c d continent angulos æquales. Et quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales: erunt etiam lineæ reflexionum, quę sunt h b & g a, æquales per 4 p 1: quoniam ad uitus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes: eruntq; similiter lineæ g c & h c æquales: lineæ uero b h & a g necessariò se secant: quoniam cum anguli sint minores duobus rectis, palàm per 14 th. 1 huius quia lineæ b h & a g in aliquo puncto necesse habent cõcurrere. Et quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisę, & à centro speculi, sunt æquales: erunt & anguli c g a & c h b inter se æquales: palà ergo per 13 & 32 p 1 quia trigonum g c k est æquiangulum trigono h c 1, & linea c h est æqualis ipsi lineę c g: erit ergo per 4 p 6 linea h 1 æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineę c 1: puncta ergo k & 1 sunt punctus unus. Super idem ergo punctum catheti c d erit sectio ambarum linearum reflexionis, quę sunt a g & b h, cum catheto incidentiæ quę est c d: & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago. Videbitur ergo una sola imago: quia unus & idē imaginis locus erit. Quòd si uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa: adhuc tamen unica uidebitur imago. Licet enim imago puncti uisi cadat in diuersis punctis perpendicularis: hoc tamen est imperceptibile, quia distantia illorum punctorum est imperceptibilis. Imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis: & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim puncti uisi ab uno uisu modicò est maior q̃ ab alio: & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota: & ob hoc apparent simul: quoniã ex illis fit una imago compacta: quia loca imaginis non totaliter à se distant, licet partialiter aliquãtulum distent. Patet ergo propositum. Potest tamen quandoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquè incidat alteri uisuũ: quòd ꝓpter obliquitatẽ una forma uideatur duę: ut cũ in una superficie reflexionis sunt centra amborũ uisuũ: tũc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidẽdi dixim⁹ in quarto libro huius, capitulis de uisióe numerali: sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliquid dixim⁹ in 7 th. 5 hui⁹.

35. In speculo sphærico conuexo est ordinatio punctorum imaginum in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ. Alhazen 42 n 5. Item 4 n 6.

Ducantur à terminis lineę, quę est in re uisa, duę catheti ad cẽtrum speculi. Palàm ergo quòd tũc erit triangulus, in quo continebuntur omnes imagines omniũ punctorum illius lineę: & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum uisuũ: imago puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & propinquioris in propinquiori: quoniã semper imago cuiuslibet puncti rei uisæ uidebitur in concursu lineæ reflexionis cum catheto incidentię ducta ab illo puncto ad cẽtrum speculi, ut patet per 11 huius. Sic ergo obseruabitur situs partium in imaginib. sicut fuerit situs in pũctis uisis. Sumpta uerò linea, in qua est punctũ eiusdẽ situs, quodlibet punctũ illius lineę eiusdem erit situs respectu oculorũ. Si aũt sumatur linea, quę angulũ, quẽ continent duę lineę à centris oculorum ad punctum uisum productę, diuidit per æqualia: situs cuiuslibet puncti illius lineę quantumcunq; productę est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni. Patet ergo propositum.

36. In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis, plurib. uisibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

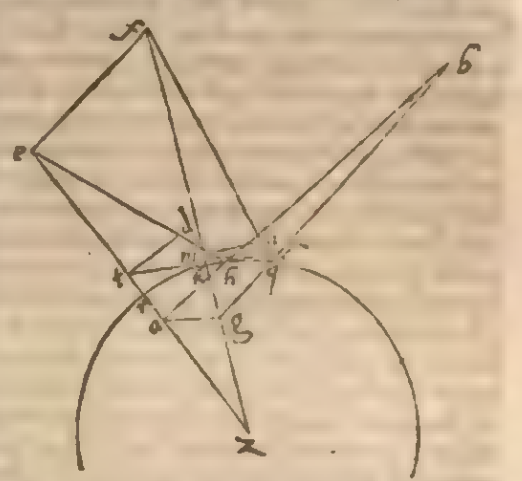


Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphęrici conuexi circulus a b: cuius centrũ sit d: & sit punctum c punctum rei uisę: ducaturq; linea c d à puncto uiso in centrũ d, secans speculi peripheriam in puncto o: sitq; arcus a o æqualis arcui o b: & ducãtur lineę c a & c b, quę per 8 p 3 & ex hypothesi erũt æquales. Et à puncto a ducatur linea f a e contingens circulum per 17 p 3, & à puncto b linea p b q: & ducatur linea a b. Patet ergo per 5 p 1 quoniam anguli c a b & c b a sunt æquales: sed & anguli o a b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43 th. 1 huius: sed & anguli contingentię o a e & o b p per 16 p 3 sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; super punctũ a terminum lineę c a constituatur angulus æqualis angulo c a e per 23 p 1, qui sit g a c, & super b terminũ lineę c b constituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c: eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisib. in pũctis g & h: palà per 20 th. 1 huius quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h: ad punctũ quidem g à puncto a, ad punctũ quoq; h à puncto b. Producatur quoq; ultra punctũ a linea g a ad lineã c d, quę cõcurrẽt cũ illa per 14 th. 1 huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus

dnobus rectis: cõcurrãt ita q; in pũcto k & p ducatur linea [illegible] d: quę similiter cõcurret p premissã, & in eodẽ pũcto k. Quia enim, ut patet ex præmissis, [illegible] lineæ c b, & a d æquales ipsi b d, quia semidiametri, & linea c d cõmunis est [illegible] æquales a c & c d cũ d c crũt anguli a c d & d c b æquales per 8 p 1, & angulus g a c, ut patet ex præmissa, est æqualis angulo b c d: ed & angulus p b c oltẽ ius fuit æqualis esse angulo e a c: est ergo angulus p b c æqualis angulo g a f per 15 p 1: ed angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b [illegible] 15 p 1: ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k: erit ergo totalis angulus c a k æqualis total. angulo c b k. ergo per 32 p 1 trianguli c a k & c b k sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k: cõcurrent ergo in uno puncto k: quoniã latus c k est in ambobus trigonis æquale sibiipsi. Sed pũctus k est locus imaginis pũcti c: erit ergo ambobus uisibus idẽ locus imaginis. Siue ergo propriã facié aspicientes uideant, siue res alias a loco pũcti c à pũctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes, idẽ accidit utrobiq;. Idem quoq; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a: quoniã in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio. Palàm ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sint diuersi: tũc res una diuersis uisibus in locis uidebitur diuersis, & plura idola obtinebit. Et hoc est notandũ, & satis patuit p præmissa: quia illæ reflexionũ lineę in diuersis pũctis diametri speculi concurrunt: & ob hoc loca imaginũ constituũt diuersa, ut patet per 11 huius. Patet ergo propositum.

37. In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra. Euclides 20 th. catoptr.

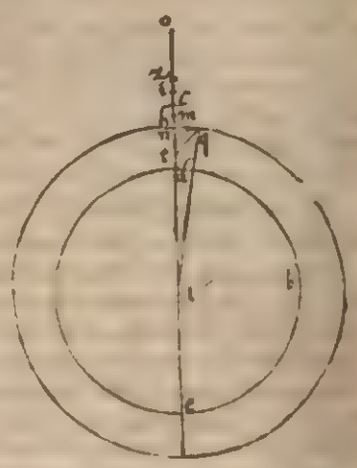
Esto circulus (qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõuexi) q h k r: cuius cẽtrũ z: & linea uisa obliquè incidẽs speculo sit e f: sitq; centrũ uisus b: & reflectatur pũctus e à pũcto speculi h ad uisum b, & f à pũcto q: ducãturq; lineę e h, h b, f q, q b: & ducãtur ppendiculariter super superficiẽ speculi catheti e z, f z: secetq;. linea e z circulũ speculi in pũcto r: & f z in pũcto k: & b h producta intra speculũ, secet e z in pũcto a: & b q secet f z in pũcto g: & producatur linea a g: quę per 11 huius erit imago lineæ e f: ducaturq; à pũcto h linea circulũ cõtingens p 17 p 3, quę sit h t: & hæc ꝓducta secet lineã e z in pũcto t: eritq; punctus t finis cõtingentię lineę h t: secetq; linea t h ꝓducta ultra h, lineã b g in pũcto l: & à pũcto t ducatur perpẽdicularis super lineã e z p 11 p 1, quę producta secet e h lineam in pũcto d, & sit t d. Quia itaq; angulus b h l est æqualis angulo e h t p 20 th. 5 huius: sed & angulus t h a ęqualis est angulo b h l p 15 p 1: ergo angulus e h t est ęqualis angulo t h a: ergo p 3 p 6 erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineę e t ad lineã t a: sed linea e h est maior q̃ linea h a: ergo & linea e t est maior q̃ t a. Quòd aũt linea e h sit maior q̃ linea h a, patet. Cũ enim angulus e t d sit rectus: erit angulus e t h maior recto: est ergo p 13 p 1 angulus e t h maior angulo a t h: sed & angulus e t h maior est angulo e h t per 32 p 1: sed angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex præmissis. Quia itaq; anguli trigoni e t h oẽs simul sumpti, sunt æquales angulis trigoni a t h omnibus simul sumptis p 32 p 1: relinquitur ergo angulus t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h angulus e a h maior est angulo a e h: ergo in trigono e a h latus e h maius est latere h a p 19 p 1: maior est ergo linea e t q̃ linea t a: multò magis ergo linea e r est maior q̃ linea r a: sed linea r a est distãtia imaginis pũcti a à superficie speculi intra speculũ: & linea e r est distãtia pũcti ui si, q est e, à supficie speculi extra speculũ. Et si à pũcto q ducatur linea cõtingẽs circulũ, q̃ ꝓducta ad catheti f z secet ipsam in pũcto m: & à pũcto m ducatur ppendicularis super f z, q̃ producta ad f q sit m n: patebit similiter quoniã linea f k est maior q̃ linea k g. Hoc est ergo propositũ: quoniã si à medijs pũctis lineę e f ducantur lineę, sicut ab extremis, patebit idẽ in omnibus imaginibus ipsorum, quę per 11 huius cadunt omnes in lineam a g. Patet ergo hoc, quod proponebatur



38. Res conspecta à tali longitudine, quòd eius certa quantitas uisu comprehendi non possit: nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico cõuexo æqualis: quandoq; maior quàm forma per se uisui occurrens. Alhazen 6 n 6.

Sit a centrum speculi sphærici conuexi: & circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi) sit e d b: & sit e d diameter illius circuli: & educatur diameter e d ultra d usque ad z taliter, ut illud, quod fit ex ductu e z in z d sit ęquale quadrato a d semidiametri per 127 th. 1 huius: ac si e d & a d sint duę lineę datę. Diuidaturq; linea z d per ęqualia in pũcto h per 10 p 1: erit igitur a h medietas lineę e z: ergo per 1 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in d z, est ęquale medietati quadrati lineę a d. Ergo per eandem 1 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in h d ęquale est quartę parti quadrati a d. Et quia illud, quod fit ex ductu a h in h d maius est quadrato h d per 3 p 2: sit illud, quod fit ex ductu a h in t h ęquale quadrato h d: erit ergo h t minor quam h d. Fiat ergo circulus secundum quantitatem lineę a h: qui necessariò ęquidistabit circulo priori: quoniam ipso-

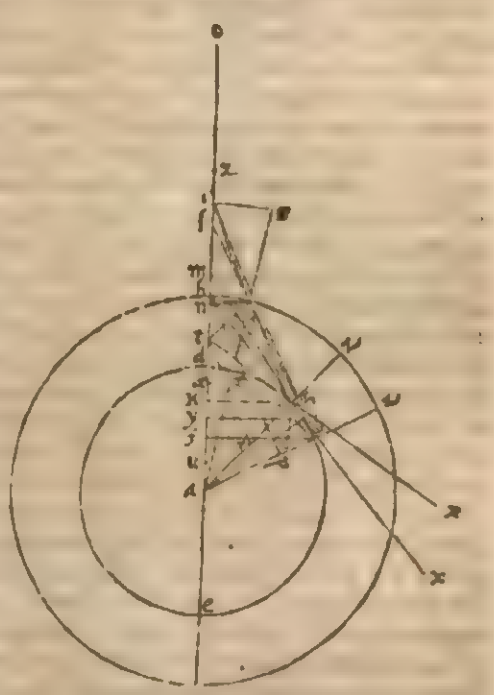
rum eſt idem centrum punctum a, & ipſorum ſemidiametri ſunt inęquales: & à puncto h ducatur chorda ęqualis medietati lineę h d per 1 p 4, quę ſit h q: & producantur lineę q a, q t: & ſuper punctum q lineę h q fiat angulus ęqualis angulo q a h per 23 p 1, qui ſit h q n, ducta linea q n ſuper lineam a h. Et quoniam trianguli h q a angulus q a h ęqualis eſt angulo h q n trigoni h q n, & angulus a h q utrique communis, erit tertius tertio ęqualis per 32 p 1, ſcilicet angulus a q h angulo h n q: ergo per 4 p 6 erit proportio h a ad q h, ſicut q h ad h n: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu a h in h n ęquale erit quadrato h q: ſed quadratum h q eſt quarta pars quadrati h d per 4 p 2: eſt enim h q medietas lineę h d: ductus ergo a h in h n eſt ęqualis quartę parti quadrati d h: ergo & quartę parti ductus a h in h t: eſt ergo linea h n ęqualis quartę parti lineę h t per 1 p 6: cadit ergo punctum n inter puncta a h & t: remanetq; linea t n tres quartę lineę h t: reſtat ergo, ut ductus h t in t n ſit tres quartę quadrati h t per 2 p 2: ſed & per 1 p 6 erit ductus lineę a h in t n tres quartę quadrati h d. Quoniam autem angulus a q h eſt acutus per 42 th. 1 huius, & ipſe eſt ęqualis angulo q h a per 5 p 1, quoniam latera a h & a q ſunt ę qualia: patet ergo quia angulus q h a eſt ęqualis angulo h n q in minori triangulo: ergo per 6 p 1 latus n q eſt ęquale lateri h q: & angulus h n q eſt acutus: ergo per 13 p 1 angulus q n t eſt obtuſus: ergo quadratum lineę t q amplius eſt quadrato lineę q n, & quadrato lineę t n, in illo, quod fit ex ductu t n in n h per 12 p 2. Si enim à puncto q ducatur perpendicularis ſuper h n: palàm per 31 th 1 huius, cum latera q h & q n ſint ęqualia, quòd ipſa cadet in medio puncto lineę h n: ex prima uerò 2 ductus n t in h n ęquipollet illi, quod fit ex ductu t n in medietatem h n bis: ſed ductus t n in n h cum quadrato n t ęqualis eſt ductui h t in t n per 3 p 2: igitur ductus h t in t n eſt exceſſus quadrati lineę t q ſupra quadratum lineę n q: ergo & ſupra quadratum h q; cum h q ſit æqualis ipſi n q. Quia uerò quadratũ t q eſt maius quadrato h q, & linea t q erit



maior linea h q: ſit ergo per 3 th. 1 huius ,ꝓportio a i ad a h, ſicut t q ad q h. Quia ergo linea q t eſt maior q̄ linea q h, erit linea a i maior q̄ linea a h: erit quoq; p 20 p 6 ,ꝓportio quadrati lineę a i ad quadratũ lineę a h, ſicut quadrati lineę t q ad quadratũ lineę h q: quoniã ſicut ſimpli ad ſimplũ, ſic dupli ad duplum: proportio uerò quadratorum dupla eſt proportioni laterũ ex 20 p 6: erit ergo per 17 p 5 exceſſus quadrati a i ſupra quadratum a h ad quadratum a h, ſicut ductus h t in t n ad quadratum q h. Et quoniam ex 4 p 2 & ex pręmiſsis quadratum lineæ q h quater ſumptum efficit quadratum lineæ h d, & ductus h t in n t quater ſumptus efficit triplum quadrati h t: ideo quòd ductus h t in t n eſt tres quartę quadrati h t ut præmiſſum eſt, quater uerò tria ſunt 12, in quibus tria integra continentur: erit ergo per 15 p 5 ductus h t in t n ad quadratum q h, ſicut tripli quadrati h t ad quadratum h d. Sit autem h o linea tripla ad lineam h t: erit ergo per 1 p 6 ductus o h in t h triplus quadrati h t: ſed quoniam ductus a h in h t eſt æqualis quadrato h d, erit per 17 p 6 proportio h a ad h d, ſicut h d ad h t: erit ergo h t ad h a, ſicut quadrati h t ad quadratum h d ex corollario 20 p 6 & 4 p 5. Verùm proportio lineæ o h ad lineam h a eſt, ſicut ductus o h in h t ad ductũ a h in h t ex 1 p 6: & ita per 11 p 5 eſt proportio lineæ o h ad lineam h a, ſicut tripli quadrati h t ad quadratum h d: ſed hæc erat proportio exceſſus quadrati lineæ a i ſupra quadratum lineæ a h ad quadratum a h: eſt ergo conjunctim per 18 p 5 proportio lineæ o a ad lineam h a, ſicut quadrati lineæ a i, ad quadratum a h: exceſſus enim quadrati a i ſupra quadratum a h cum quadrato h a efficit quadratum a i: igitur ex 20 p 6 erit linea i a medio loco proportionalis inter lineas o a & h a: eſt enim ut in corollario 20 p 6 proponitur, trium linearum continuè proportionalium proportio primæ ad tertiam, ſicut quadrati conſtituti ſuper primam ad quadratum conſtitutum ſuper ſecundam: igitur proportio lineæ o a ad i a eſt ſicut lineæ i a ad h a: erit ergo per 19 p 5 eadem proportio reſidui ad reſiduum, ſcilicet o i ad i h. Cum itaque i a ſit maior quàm a h: erit o i maior quàm i h: ergo linea i h eſt minor medietate lineæ o h. Item, ut prius oſtenſum eſt, ductus lineæ a h in lineam h d eſt æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d: ſed linea a d eſt minor quàm a h: ductus ergo a d in h d eſt minor quarta parte quadrati lineæ a d: linea ergo h d eſt minor quarta parte lineæ a d Quoniam ſi eſſet linea h d æqualis quartæ parti lineæ a d: tunc per 1 p 6 ductus a d in h d eſſet æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo ſint altitudinis lineæ a d: eſt ergo linea h d minor quinta parte lineæ a h. Cum itaq; linea a h ſit maior quàm quintupla lineæ h d: ductus uerò lineæ a h in lineam h t ſit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex pręmiſsis: erit per 17 p 6 linea h d maior quàm quintupla lineæ h t: quoniam quæ eſt proportio lineæ a h ad lineam h d, eadem eſt proportio lineæ h d ad lineam h t: eſt ergo h t minor quinta parte lineæ h d, & h d eſt minor quinta parte lineæ a h: ergo h t eſt minor 25 parte lineæ a h. Eſt autem ex præmiſsis proportio lineæ o i ad lineam i h, ſicut lineæ i a ad h a: ergo per 18 p 5 erit conjunctim proportio lineæ o h ad lineam i h, ſicut lineę i a cum linea a h ad lineá a h: ergo per 15 p 5 erit proportio tertiæ partis primę lineę ad ſecundam, ſicut tertiæ partis ipſius tertiæ lineæ ad quartam. Quia uero linea h o aſſumpta eſt tripla lineæ h t: patet quòd linea h t eſt tertia pars lineę o h: eſt ergo proportio lineæ h t ad lineam i h, ſicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineę a h ad lineam a h. Eſt igitur proportio lineę h t ad i a, ſicut duarum tertiarum lineæ a h

cũ una

cum una tertia lineę i h ad lineam a h. Quia enim linea a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in linea i h: ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur semel in linea a i: unde & eius tertia est tantùm semel accipienda. Quia uerò linea o i est maior quàm linea a h, ut suprà patuit, & linea i h est minor medietate lineæ o h: ergo tertia pars lineę i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15 p 5. Sed cum linea h t sit tertia pars lineæ o h: ergo medietas lineę h t est æqualis textæ parti lineæ o h: est ergo tertia pars lineę i h minor medietate lineæ h t: ergo duę tertię lineę a h cum minore parte lineę quàm sit medietas lineę h t, habent proportionem ad lineam a h illam, quam habet linea h t ad lineam i h: ergo econtrario per 5 th. 1 huius erit proportio lineę i h ad lineam h t, sicut lineę a h ad duas sui tertias, cum linea minore medietate lineę h t: est autem linea h t, ut patet per præmissa, minor 25 parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25 partis lineæ a h: sed linea a h in 25 partes diuisa, duæ eius tertiæ cum medietate 25 partis non efficiunt 18 partes ipsius: quoniam duę tertię de 24 sunt 16, & remanet unum, cuius duę tertię cum illo, quod est minus dimidio, forte est plus quàm unum integrum, minus autem quàm duo integra. Igitur proportio lineę i h ad lineam h t est maior quàm 25 ad 18 per 8 p 5. Item cum linea h t sit minor 25 parte lineæ a h: erit linea a t maior 24 partibus illarum partium, quarum linea a h est 25. Sed linea i h est minor medietate lineę o h: est autem o h tripla ipsi h t: ergo linea o h est minor una & dimidia partium ex partibus, quarum a h est 25: ergo multò magis linea i h est minor una parte & dimidia illarum 25 partium lineę a h: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ minoris quàm 26 partes & dimidię ad lineam maiorem quàm 24 partes partium earundem. Est ergo proportio lineę a i ad lineam a t minor proportione 26 & dimidię ad 24 p 8 p 5. Proportio uerò lineę i h ad lineam h t est maior quàm 24 partium ad 18: quoniam ex præmissis ipsa est maior quàm 25 partium ad 18. Igitur proportio lineę i h ad lineam h t est maior, quàm proportio lineę i a ad lineam a t: quoniam minor est proportio 26 & dimidię ad 24, quàm 24 ad 18, quæ est sesquitertia. Sit quoq; per 3 th. 1 huius proportio lineæ i m ad lineam m t, sicut lineæ i a ad lineam a t. Est ergo maior proportio lineæ i h ad lineā h t, quàm lineę i m ad lineam m t: cadit ergo punctus m inter puncta i & h: linea ergo m t est maior quā h m: ergo per 8 p 5 maior est porportio i m ad h m, quàm ad m t: ergo maior est proportio i m ad m h, quàm lineæ i a ad a t: ergo maior proportio i m ad m h, quàm i a ad a h: quoniam per 8 p 5 maior est proportio i a ad a t, quàm ad a h, cum a t sit minor quàm a h. Sit ergo per 3 th. 1 huius proportio lineæ i l ad l h, sicut lineę i a ad a h: cadet ergo, ut prius, punctus l inter duo puncta m & i: quod potest ostendi, sicut prius. Et his sic præmissis innouabimus figuram. Fiat itaque omnimoda dispositio, ut in præmissa figuratione, & in demonstratione ulterius procedatur. A punctis itaq; l & m ducantur duę lineæ contingentes circulum d b e per 17 p 3, quę sint l b & m g: & copulentur lineę i b, h b, i g, t g, a b, a g: & educantur lineæ a b, a g ad circulum exteriorem, quælibet in punctum z. Quia itaque ex præmissis est proportio lineę i l ad lineam l h, sicut catheti i a ad sui partem a h: patet per 12 huius quoniam punctus h est locus imaginisformę puncti i reflexę à puncto speculi, quod est b: quia danti oppositum accidit contrarium proportionis prędemonstratę lineę i a ad lineam a h: erit enim tunc proportio lineæ i a ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, sicut lineę i l ad lineam ductam à puncto l ad locū imaginis. Et quia, ut prędictum est, proportio lineę i l ad lineā h l est, sicut lineę i a ad lineā h t: erit ergo pūctus h locus imaginis: erit quoq; angulus i b z cōtentus sub linea incidētię i b, & sub perpendiculari a b z ducta à cētro speculi ad pūctū reflexionis, equalis angulo h b a, quē cōtinet linea reflexionis cū eadē perpēdiculari a b z: quoniā, ut patet p 9 huius, illa linea reflexionis cōcurrit cū catheto incidētię, quę est a i: uterq; enim illorū angulorū est æqualis cuidā angulo reflexiōis, q. exempli causſa, sit z b x, ita ut cētrū uisus sit in pūcto x, uel in aliquo puncto illius lineę: angulo itaq; z b x æquatur angulus i b z p 20 th. 5 huius, p qd' ostēditur qd' angulus incidētię est æqualis angulo reflexiōis: & angulus h b a equatur angulo x b z p 15 p 1. Et similiter cū punctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cōtingēs circulū in pūcto b: erūt anguli l b z & a b l recti per 18 p 3: sed angulus i b z est æqualis angulo h b a: relinquitur ergo angulus i b l equalis angulo l b h.



Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. Et cū linea m g sit cōtingens circulū in puncto g, & perpendicularis super semidiametrum a g: erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t: est enim secundum præmissa pūctus t locus imaginis formę pūcti i reflexę à pūcto speculi, quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b per 31 p 1 linea æquidistans lineę i b, quæ sit h p: & à puncto t ducatur super lineam a g equidistans lineę i g. quę sit t r: erit ergo per 29 p 1 angulus i b z equalis angulo h p b: sed angulus i b z ex præmissis est equalis angulo h b a:

duo ergo

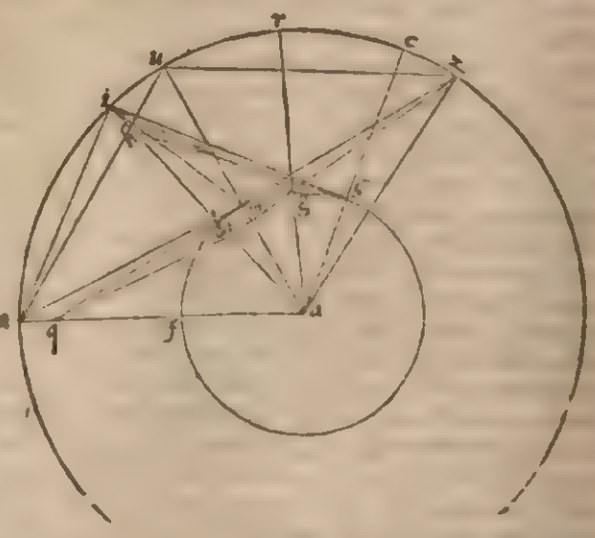
duo ergo anguli h b a & h p b ſunt ęquales: ergo per 6 p 1 duo latera h b & h p ſunt ęqualia: & ſimiliter ſequitur, quòd duo latera t g & t r ſunt æqualia. Quia itaque in trigono h p b duo anguli h p b & h b p ſunt æquales: patet per 32 p 1 quoniam uterque ipſorum eſt acutus: angulus ergo h p a eſt obtuſus: ergo per 19 p 1 in trigono h a p latus a h eſt maius latere h p: ergo & linea a h eſt maior quàm linea h b: & ſimiliter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p eſt æquidiſtãs lineæ i b: erit per 29 p 1 & per 4 p 6 proportio lineæ a i ad lineá a h, ſicut lineæ a b ad lineá a p. Et ſimiliter cũ linea t r ſit æquidiſtans lineæ i g: erit proportio lineę a i ad lineá a t, ſicut lineę a g ad lineá a r: ergo erit econtrario per 5 th. 1 huius proportio lineę a h ad lineá a i, ſicut lineæ a p ad lineá a b: ſed linea a g eſt æqualis lineæ a b per definitionẽ circuli: ergo per 7 p 5 eadẽ eſt proportio linearum a g & a b ad lineam a r: eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, ſicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eiſdem medijs, quæ ſunt a i & a b, erit per 22 p 5 proportio lineæ a h ad lineam a t, ſicut lineæ a p ad lineam a r. Verùm cum angulus h p a ſit obtuſus: palàm per 12 p 2 quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p in eo, quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p uſque ad locum perpendicularis ductę a puncto h ſuper lineam a p: ſed perpendicularis ducta à puncto h ſuper lineam a p productam, neceſſariò cadet in medio lineę p b per 38 th. 1 huius: quoniam lineæ h b & h p ſunt æquales: ergo per 1 p 2 quadratum lineę a h excedit ambo quadrata linearum h p & a p in eo, quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b: ſed per 3 p 2 illud, quod fit ex ductu lineę a b in lineam a p, eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineę a h excedit quadratum lineę h p in eo, quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoque modo demonſtrandum, quòd quadratum lineę a t excedit quadratum lineę t r in eo, quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r: cum linea a g ſit æqualis ipſi a b. Ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo prę-miſsi exceſſus, quorum alterius ad alterum proportio per 1 p 6 eſt ſicut lineę a p ad lineam a r, cum ipſorum ſit eadem altitudo, quę eſt lineę a b. Eſt autem ex prę-miſsis proportio lineę a p ad lineam a r, ſicut lineę a h ad lineam a t: erit ergo proportio exceſſus quadrati a h ſupra quadratum h p ad exceſſum quadrati a t ſupra quadratum t r, ſicut lineæ a h ad lineam a t. Et cum h p ſit æqualis ipſi h b, & t r ſit æqualis ipſi t g: erit proportio exceſſus quadrati a h ſupra quadratum h b ad exceſſum quadrati a t ſupra quadratum t g, ſicut lineę a h ad lineam a t. Quia uerò per 36 p 3 illud, quod fit ex ductu lineæ e h in h d, eſt æquale quadrato lineę contingentis, ductę à puncto h ad circulum d b e, quę per 60 th. 1 huius, & per 8 p 5 erit minor quàm linea h b: illud ergo, quod fit ex ductu lineę e h in lineam h d eſt minus quadrato lineę h b: patet ergo quòd illud, quod fit ex ductu a h in b d, minus eſt quadrato h b. Fiat ergo per 127 th. 1 huius ut illud, quod fit ex ductu a h in h u maiorem linea h d, ęquale ſit quadrato lineę h b. Et quoniam linea a h eſt maior quàm linea h b, erit quoque a h maior quàm h u: abſcindatur ergo h u à linea a h per 3 p 1 in puncto u: patet itaque per 2 p 2 quia quadratum lineæ a h eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a h in h u, & in a u: illud ergo, quod fit ex ductu a h in a u, eſt exceſſus quadrati a h ſupra quadratum h b. Eſt ergo proportio lineæ a h ad lineam a t, ſicut eius, quod fit ex ductu a h in a u ad exceſſum quadrati a t ſupra quadratum t g. Si itaque duæ lineæ a h & a t ducantur in lineam a u: erit per 1 p 6 proportio eius, quod fit ex ductu a h in a u ad illud, quod fit ex ductu a t in a u, ſicut lineæ a h ad lineam a t: ergo per 9 p 5 illud, quod fit ex ductu lineæ a t in a u, eſt æquale exceſſui quadrati a t ſupra quadratum t g: ſed per 2 p 2 quadratum lineæ a t eſt æquale ei, quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t u: eſt ergo illud, quod fit ex ductu a t in t u æquale quadrato t g. Palàm ergo quoniam ductus lineæ a h in h u eſt æqualis quadrato h b, & ductus a t in t u eſt æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o per 30 p 3: ducaturq; linea a o: & à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares ſuper lineam a h per 12 p 1 ſcilicet b f, o y, g k: & à puncto g ducatur linea æquidiſtans lineæ a h per 31 p 1, quæ ſit g s: & à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineam a g, quæ ſit b c: & hæc quidem b c ſi produceretur ad peripheriam circuli, diuideret ipſam linea a g in duo æqualia per 3 p 3: & ſimiliter diuideret arcum, cuius chorda eſſet producta b c, per æqualia in puncto g: & ita ſecaretur alius arcus æqualis arcui b g: quoniam in illum arcum caderet angulus c b g: & ita angulus c b g eſt medietas anguli, qui ſuper centrum a caderet in illum arcum per 20 p 3: ſed ille angulus per 27 p 3 eſt æqualis angulo g a b: quoniam cadunt in arcus æquales ſuper centrum a: igitur angulus c b g eſt medietas anguli g a b: eſt ergo per 27 p 3 angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g ſunt recti: ergo per 31 p 3 ſi imaginetur circulus, cuius diameter ſit b g, tranſiens per punctum s: ille neceſſariò tranſibit per punctum c: & fiet arcus c s, in quem cadent duo anguli c b s & c g s: ergo hi duo anguli per 27 p 3 ſunt æquales: ſed angulus g a y æqualis eſt angulo c g s per 29 p 1, quoniam lineę g s & a y ęquidiſtant: eſt ergo angulus g a y æqualis angulo c b s: ut autem prius oſtenſum eſt, angulus c b g eſt ęqualis angulo o a g: ergo totalis angulus o a y ęqualis totali angulo g b s: ſed anguli a y o & g s b ſunt recti: eſt ergo trigonum y a o ęquiangulum trigono g b s: ergo per quartam pr. ſexti eſt proportio lineę g b ad lineam b s, ſicut lineę o a ad lineam a y, & proportio g b ad g s, ſicut a o ad o y. Ité quia angulus a h b eſt acutus per quadrageſimumſecundum th. primi huius, palàm per decimamtertiam pr. ſecundi, quia quadratum lineę a b minus eſt ambobus quadratis linearum a h & h b in eo, quod fit ex ductu lineę a h in lineam h f bis: igitur quadratum lineę a h cum quadrato lineę h b, maius eſt quadrato lineę a b,

uel qua-

uel quadrato eius æqualis, quę est a d, in eo, quod fit ex ductu lineę a h in lineam h f bis: sed illud, quod fit ex ductu a h in h f bis est per 1 p 2 ęquale ei, quod fit ex ductu a h in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem, quod fit ex ductu a h in h d bis, cum quadrato lineę a d, est ęquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineę h d per 7 p 2: quadratū ergo lineę a d cū eo, quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;, auferatur: remanet ergo quadratū lineę d h, quod cū eo, quod fit ex ductu lineę a h in f d bis, æquale quadrato lineę h b. Sed ex præmissis patet, quòd illud, quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod fit ex ductu a h in h u est æquale quadrato h b: erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f: ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;: relinquitur, ut illud, quod fit ex ductu a h in t u semel sit æquale ei, quod fit ex ductu a h in d f bis. Ergo per 1 p 6 erit linea t u dupla lineæ d f. Item cū angulus a t g sit acutus, erit secundum prędictum modum quadratum lineę a t cum quadrato lineę t g æquale quadrato lineę a d, & ei quod fit ex ductu a t in t k bis, & ita ei, quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis: remanebitq; ut prius, quadratum lineę t g æquale quadrato lineæ t d, & ei, quod fit ex ductu a t in d k bis. Sit autem per 10 p 6 ut quę est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t æ: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud, quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo, quod fit ex ductu a t in t æ, restat, ut illud, quod fit ex ductu a t in æ u semel, sit æquale ei, quod fit ex ductu a t in d k bis: igitur per 1 p 6 linea æ u est dupla lineę d k: sed iam ostensum est quòd t u est dupla ipsi d f: restat ergo ut linea æ t sit dupla lineę k f. Item quia ex præmissis illud, quod fit ex ductu a h in h t est æquale quadrato h d: ergo per 17 p 6 erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: est ergo proportio lineę a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t æ est duplicata proportio a t ad t d: sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d per 4 th. 1 huius, quoniam eiusdem lineę, quę t h, prioribus antecedenti & consequenti fit additio: ergo maior est proportio lineæ a t ad lineá t æ, quàm lineę a h ad lineam a t: ergo per 10 th. 1 huius erit permutatim maior proportio lineę a t ad lineam a h, quàm lineę t æ ad lineam h t: sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte: ergo h t est maior quàm t æ: sed t æ est dupla ad f k, ut patuit superius: ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item, ut suprà demonstratum est, proportio b g ad g s est, sicut o a ad o y: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y: sed o a est æqualis ipsi b a per circuli definitionem, & g s est æqualis ipsi f k per 34 p 1: erit ergo per 7 p 5 proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia, ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineę o h, & linea o h est tripla lineę h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas: sed linea h t est minor quinta parte lineę h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea t d: sed linea n d est maior quàm t d: ergo i h est multò minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multò minor quàm n d: & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut pręmissum est: patet quòd punctum i cadet inter duo puncta h & z: ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud, quod fit ex ductu e z in z d suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d: igitur illud, quod fit ex ductu e m in m d est minus quadrato a d: est autem id, quod fit ex ductu e m in m d, æquale quadrato lineę contingentis circulum, quę m g, per 36 p 3: quadratum ergo lineę m g est minus quadrato lineę a d: ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, quę est æqualis ipsi lineę a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigoni a g m & m g k habent unum angulum a m g communem: sed & angulus a g m est rectus per 18 p 3, & angulus m k g est rectus per definitionem perpendicularis: ergo per 32 p 1 illi trigoni sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 est proportio m k ad k g, sicut m g ad g a: sed m g est minor quàm a g, ut iam patuit: ergo m k est minor quàm k g: sed k g est minor quàm o y per 15 p 3: & h d est minor quàm m k: erit ergo h d minor quàm k g: erit ergo h d minor quàm o y. Et quia per pręmissa & per 17 p 6 est proportio a h ad h d, sicut h d ad h t: cum itaque linea h q sit medietas lineę h d: erit per 15 p 5 proportio lineę a h ad lineam h q, sicut lineę h d ad medietatem lineę h t: patuit autem suprà quòd linea h t est magis quàm dupla lineę k f: & linea h d est minor quàm linea o y: est ergo maior proportio medietatis lineę h t ad lineam h d, quàm lineę f k ad lineam o y per 9 th. 1 huius: est ergo per 11 p 5, & per 5 th. 1 huius proportio q h ad a h maior quàm f k ad o y. Item linea a q secat circulum e b d: sit punctus sectionis œ: & ducatur chorda d œ, quę propter æquidistantiam arcuum h q, d œ, erit æquidistans chordę h q per 43 th. 1 huius, & per 28 p 1: eritq; per 29 p 1, & per 4 p 6 proportio h q ad a h, sicut d œ ad a d: sed proportio h q ad h a est maior quàm f k ad o y: erit ergo proportio d œ ad d a, maior quàm f k ad o y: est autem ex prędictis f k ad o y, sicut g b ad a b: est ergo maior proportio œ d ad d a, quàm b g ad b a: sed d a est æqualis ipsi b a, quia semidiametri: ergo per 10 p 5 chorda œ d est maior quàm chorda b g: ergo per 28 p 3 erit arcus d œ maior arcu b g. Producatur item linea a q extra circulum ad punctum s, donec per 3 p 1 fiat a s æqualis lineæ a i: & copuletur lineæ s i, quæ per 7 p 5, & per 2 p 6 erit æquidistans lineæ h q: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h: est autem prætensum quòd est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h: ergo per 9 p 5 linea s i est æqualis lineæ t q: cum ipsarum ambarum ad lineam q h eadem sit proportio, quę lineę i a ad lineam a h. Quia uerò numerus assumendarum linearum excedit multipliciter numerum literarum latinarum, ne forte fiat intricatio in omnibus ipsarum linearum, mutetur figura. Et quoniam linea nouiter assumpta, quę est a s, posita est ęqualis lineę a i, fiat circulus super

centrum

centrum a ſecundum ipſarum quantitatẽ, & loco s ponatur litera n: ſitq; circulus d g b ſimilis priori circulo, qui d b e, & producãtur lineæ a b & a g uſq; ad circulũ exteriorẽ in puncta c & r: & ſint lineæ a b c & a g r, permutéturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i ſit loco lineę a œ s, & loco lineę a d i ſit linea a f n: ponaturq; loco literę s litera n, & loco literę œ ponatur f: eritq; ut prędictum eſt, arcus d f maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per 33 p 6, ſi prius per 23 p 1 ſuper a terminum lineę a b fiat angulus æqualis angulo d a f, qui ſit b a m: producatur quoque linea a m ad exteriorem peripheriam in pũctum u: & ſit a m u: ducantur etiã lineę i b, i g, i m, n m, q m: quæ producatur uſq; ad exteriorẽ circulũ: & cadat in pũctum z: & ducantur lineę z a, z g. Cũ itaq; arcus b m ſit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f ęqualis arcui d b: ergo per 27 p 3 erit angulus n a m æqualis angulo i a b. Quia itaq; trigonorum n a m, i a b duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo: ergo per 4 p 1 erit linea n m æqualis lineæ i b, & angulus n m a æqualis angulo i b a: remanet ergo per 13 p 1 angulus n m u æqualis angulo i b c. Et cũ in prędmiſſa proxima figuratione linea a h fuerit poſita æqualis ipſi lineæ a q: erunt trigonorum q a m & a h b duo latera a q & a m æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m eſt æqualis angulo h a b: erit ergo per 4 p 1 linea q m æqualis lineę h b: & angulus q m a æqualis angulo h b a: remanet ergo angulus q m n ęqualis angulo h b i: & angulus q m u æqualis angulo h b c per 13 p 1. Et quia lineæ a n & a i ſunt æquales p definitionẽ circuli, & linea a q eſt æqualis ipſi a h ex hypotheſi: remanet linea n q æqualis lineę i h. Quia itaq; angulus n m u eſt ęqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut prædictũ eſt, ęqualis eſt angulo h b a: angulus uerò h b a



eſt æqualis angulo q m a: erit angulus n m u æqualis angulo q m a. Patet etiam quòd linea m z tota eſt extra circulum: quia cum linea contingens circulum ducta à puncto b cadat inter puncta i & h, ut prędictum oſtendimus: & quia eſt eadẽ remotio puncti b à puncto h, quę puncti m à puncto q: quoniam oſtenſum eſt, quòd linea b h eſt ęqualis lineę q m, & linea i h eſt æqualis lineę n q: patet quod cõtingens ducta à puncto m cadet inter puncta n & q. Igitur cũ linea q m cadat ſub linea cõtingente, patet per 16 p 3 quoniã ipſa ſecat circulũ: eſt ergo tota linea m z extra circulũ: quoniã linea q m z poſita eſt eſſe linea una recta: propter qđ etiã erit per 15 p 1 angulus q m a æqualis angulo u m z: ſed angulus n m u oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo q m a: erit ergo angulus n m u æqualis angulo u m z: ergo per 8 huius forma puncti n reflectitur à puncto ſpeculi m ad uiſum exiſtentem in puncto z: & erit per 11 huius locus imaginis punctus q. Iteꝝ quia angulus n m u eſt æqualis angulo u m z: erũt per ſuppoſitionẽ 1 huius lineę n m, z m ęqualiter diſtãtes a diametro a u: ergo per 7 p 3 ipſę ſunt æquales. Ducantur itaq; lineę n u & z u, quę per 4 p 1 erunt æquales, cõmuni exiſtente linea m u ambobus trigonis n m u, & z m u: ergo p 28 p 3 arcus n u eſt ęqualis arcui u z: ergo per 27 p 3 angulus n a u eſt æqualis angulo u a z. Sed ex prędmiſſis patet qđ angulus n a u eſt æqualis angulo i a c: erit ergo angulus i a c ęqualis angulo u a z. Angulus uerò b a g aut erit ęqualis angulo g a m, aut minor, aut maior: ſit primò ęqualis. Si igitur ab angulo i a b ſubtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g ęqualis angulo z a g: & quia duo latera i a & a g ſunt ęqualia duobus lateribus z a & a g: ergo per 4 p 1 erit linea i g ęqualis lineę z g, & angulus i g a ęqualis angulo z g a: ergo per 13 p 1 angulus i g r eſt ęqualis angulo z g r. Fiat itaq; ſuper g terminum lineę a g angulus ęqualis angulo i g r per 23 p 1, qui ſit angulus t g a, ducta linea g t ſuper lineam i a: erit ergo angulus t g a ęqualis angulo z g r. Si igitur linea t g producatur ad peripheriam circuli. palàm per 15 p 1 quoniam ipſa perueniet ad punctum z: lineę enim z g & t g coniunctę in puncto g fiunt linea una per 14 p 1: eſt ergo t g z linea una recta. Forma ergo puncti i reflectitur à puncto ſpeculi g ad uiſum exiſtentem in puncto z: & locus imaginis eius eſt punctum t. Palam itaq; quoniã ad uiſum exiſtentem in puncto z reflectuntur formę duorum punctorum n & i à duobus pũctis ſpeculi ſphęrici connexi, quę ſunt m & g: & loca imaginum ſunt puncta t & q. Igitur per 11 huius linea t q erit imago totius lineę i n: probatum eſt autem ſuprà quòd linea t q eſt ęqualis lineę n i: palàm ergo quoniam accidit in his ſpeculis imaginem eſſe ęqualem rei uiſę. Quod eſt unum propoſitorum. Quòd ſi angulus b a g fuerit maior angulo g a m: abſtrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m ab angulo z a u ęqualis angulo i a b: remanebit ergo angulus z a g maior angulo i a g. Sit ergo angulus k a g ęqualis angulo i a g per 23 p 1, ducta linea à centro ad circumferentiam in pũctum k, & copuletur linea k g: erit quoque angulus k a g minor angulo z a g: punctum ergo k erit altius puncto z, & punctũ m eſt altius puncto g: linea ergo k g ſecabit lineam z m. Sit, ut ſecet ipſam in puncto l: & producatur k g ſuper lineam i a in punctum t: fiat quoq; deductio, ut ſtatum in proxima linea t g. Palam ergo quòd uiſu exiſtente

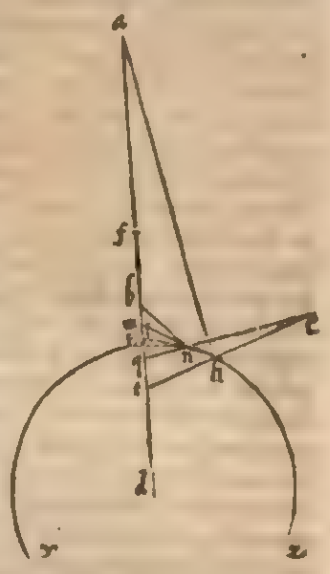
ſo exiſtente in puncto l, reflectetur ad ipſum forma puncti n à puncto m: & locus imaginis erit q: & ſimiliter ad ipſum reflectetur forma puncti i à puncto g, & locus imaginis erit t ſecundum priorem probationẽ: erit quoque linea t q imago lineæ n i, quæ eſt ęqualis ipſi, ut ſupra oſtenſum eſt: & ſic ſequitur idem propoſitũ qđ prius. Si uerò angulus b a g fuerit minor angulo g a m, erit, ut ſupra, angulus z a g minor angulo i a g. Sit ergo angulus o a g ducta linea a o ad peripheriam circuli æqualis angulo i a g: erit ergo angulus o a g maior angulo z a g: eſt ergo punctũ o inferius pũcto z: & producatur linea o g, quę incidat lineæ i a in puncto t. Palàm itaq; quòd forma pũcti i reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto o à puncto ſpeculi g. Linea itaq; o g aut ſecabit lineã z m q extra circulũ ſpeculi, aut non: ſi ſit poſsibile, ſecet ipſam extra circulũ. Si in puncto ſectionis fuerit uiſus, reflectentur ad ipſum duæ formę punctorũ n & i à pũctis ſpeculi m & g, & loca imaginũ erũt puncta q & t: & tota linea q t imago totius lineæ n i, & erit per præmiſſa æqualis ei: patet itaq; hoc quod prius: quoniã imago rei uidebitur in hoc ſitu æqualis ipſi rei. Si forte linea o g ſecet lineam z m q intra circulum ſpeculi: tunc nõ poteſt accedere probatio præmiſſa, ſed extra totalẽ hanc ſuperficiem eſt poſsibile inueniri punctũ, in quo poſito uiſu reflectantur ad ipſum formę duorũ punctorũ n & i à duobus punctis ſpeculi, & ipſorũ imagines erunt puncta q & t. Quoniã enim, ut patet ex prius præoſtenſis, angulus n a z eſt duplus angulo i a b: quoniã eſt duplus angulo n a u æquali angulo i a b, ut patet ex præmiſsis: & angulus i a o eſt duplus angulo i a g: eſt aũt angulus i a b maior angulo i a g in angulo g a b. Et quia angulus g a b eſt ex hypotheſi minor angulo m a g: patet quòd angulus g a b eſt minor medietate anguli m a b: totus uerò angulus m a b eſt per 23 p 6 æqualis angulo n a i, quoniã arcus d f eſt æqualis arcui m b: ergo angulus g a b eſt minor medietate anguli n a i: angulus ergo n a z excedens angulũ i a o in duplo anguli g a b, nõ excedet ipſum in angulo maiori quàm ſit angulus n a i: duo ergo anguli n a i & n a z ſunt maiores tertio, qui eſt i a o: & duo anguli n a z & i a o ſunt maiores tertio, qui eſt n a i: & duo anguli i a o & n a i ſunt maiores tertio, qui eſt n a z: ſunt ergo iſti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorũ quilibet duo ſunt maiores tertio, oẽs aũt tres ſimul 4 rectis ſunt minores: quoniã angulos, qui ſuper centrũ a 4 rectis ſunt æquales, ipſos impoſsibile eſt euacuare, ut patet. Igitur per 23 p 11 poſsibile eſt ex illis fieri unũ angulũ ſolidũ: fiat ergo ille ſuper centrũ a per eandẽ 23 p 11: & ſit linea a s eleuata ſuper ſuperficiem circuli in puncto a taliter, ut angulus i a s ſit æqualis angulo i a o, & angulus n a s ſit æqualis angulo n a z, angulus uerò n a i maneat, ut eſt in ſuperficie circuli immotus. Fiat itaq; linea a s æqualis alicui linearũ a n, uel a i, uel a o, quæ oẽs ſunt æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdẽ circuli: & ꝓducãtur lineæ t s, q s. Quia itaq; angulus t a s eſt æqualis angulo t a o, ut patet ex præmiſsis, & duo latera t a & a o ſunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o eſt ęqualis angulo t a s, ut patet ex præmiſsis: erit p 4 p 1 baſis t s æqualis baſi t o, & totus triangulꝰ toti triangulo: erit ergo angulus o t a uel g t a ęqualis angulo s t a. Similiter quoque angulus q a s eſt æqualis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut prius, angulus z q a. q eſt m q a, ęqualis angulo s q a. Diuidatur itaq; angulus t a s p æqualia p lineã a y ex 9 p 1: & ſit y punctꝰ, in quo linea diuidẽs angulũ, ſecat lineã t s: palã cũ angulus i a g ſit medietas anguli i a o, ut patet ex ꝓmiſsis, erit angulus t a g ęqualis angulo t a y: ſed & angulus g t a oſtẽſus eſt ęqualis angulo y t a. Et qa duob. trigonis y t a & g t a latus t a eſt cõmune, erit p 26 p 1 trigonus y t a ęqualis trigono g t a: quoniã latus f y erit æquale lateri t g, & latus a y æquale lateri a g: erit ergo pũctus y in ſuperficie ſpeculi, itẽ & punctũ g: cũ ambo æqualiter diſtẽt à cẽtro ſpeculi, qđ eſt a. Et quia angulus t a g eſt æqualis angulo t a y, erit angulus i a g æqualis angulo i a y, & latera lateribus ſunt æqualia: quoniã i a eſt commune, & a y eſt æquale ipſi a g: ergo p 4 p 1 erit angulus a g i æqualis angulo a y i, & linea i y

producta erit,æqualis lineæ i g. Et producatur a y extra ſpeculũ uſq; ad punctũ p: reſtat ergo angulus i g r ęqualis angulo i y p. Verùm cũ linea t s ſit ęqualis lineæ t o, ut ſuprà patuit,& t y ęqualis ipſi t g: reſtat linea g o æqualis lineæ y s: duo ergo latera a y & y s ſunt æqualia duobus lateribus a g, & g o,& baſis a s eſt æqualis baſi a o: ergo per 8 p 1 trigonorũ a y s, a g o anguli æquis lateribus contenti ſunt æquales: angulus ergo a y s eſt æqualis angulo a g o: reſtat ergo per 13 p 1 angulus s y p æqualis angulo o g r: igitur duo anguli i g r & o g r æquales ſunt duobus angulis r y p, s y p. Verùm linea a s ſecat ſuperficiẽ cõuexã ſpeculi: ſit punctus ſectionis e: tria ergo puncta, quę ſunt e, y, d ſunt in ſuperficie cõuexa ſpeculi: lineæ ergo à centro ſpeculi, quod eſt a, ad illa tria puncta productæ ſunt æquales. Quia uerò trigonũ t a s eſt per 2 p 11 totũ in eadẽ ſuperficie: patet quòd iſta tria puncta d, y, e, quę ſunt in lateribus illius trigoni, ſunt in eadẽ ſuperficie: ergo linea e y d eſt per 9 p 3 arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius centrũ eſt a centrũ ſpeculi: eſt aũt in ſuperficie reflexionis cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi & reflexionis t s p per 1 huius: ergo forma punctũ i reflectitur ad uiſum exiſtẽtẽ in puncto s à puncto ſpeculi y: & locus imaginis eſt punctũ t. Similiter diuiſo angulo n a s per æqualia per lineã a x ductã ſuper q s in punctũ x,& productã extra ſpeculi ſuperficiẽ in punctũ œ, demõſtrabitur prędicto modo, quia linea q x erit æqualis lineæ q m,& linea a x æqualis lineæ a m, & linea x s æqualis lineæ m z: & duo anguli n x œ,& s x œ erunt æquales duob. angulis n m u,& z m u: & ita forma puncti n reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in puncto s à puncto ſpeculi x: & locus imaginis eſt punctũ q: & ita ut prius, formæ duorũ punctorũ n & i reflectuntur à duobus punctis ſpeculi x & y ad uiſum exiſtentẽ in puncto s: & erit linea t q imago lineæ i n: eſt aũt linea t q æqualis lineæ i n. Patet ergo propoſitũ, ut prius. Itẽ ſi a puncto i ducatur perpendicularis ſuper lineã n a, illa cadet inter puncta n & q, nõ extra punctũ n: quia cũ per 42 th. 1 huius angulus i n a ſit acutus, ſi caderet extra punctũ n, fieret acutus extrinſecus recto,& ita maior per 16 p 1: quod eſt impoſsibile: cadet ergo illa perpẽdicularis citra punctũ n: faciet ergo illa perpendicularis angulũ rectũ ſuper lineã n q, quẽ reſpiciet linea i n: ergo per 19 p 1 erit linea i n maior illa perpẽdiculari: ergo illa perpẽdicularis erit minor quàm linea t q, quę eſt æqualis lineę i n. Punctus itaq; lineę n q, in quẽ cadit illa perpendicularis, qui ſit k, reflectitur ad uiſum in puncto s exiſtentẽ ab aliquo puncto ſpeculi: & locus imaginis ſuæ erit in linea n a per 21 huius: erit aũt remotior à cẽtro ſpeculi, quod eſt a, ultra punctũ q, quàm ſit ipſum punctũ q, ut patet per 17 huius. Quantò enim remotiora ſunt puncta, quorũ formę reflectuntur à ſpeculis ſphæricis cõuexis, tantò loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi: ſed punctus i illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y: & locus ſuę imaginis eſt punctũ t. Quæcunq; uerò linea ducitur à puncto t ad aliquod punctũ lineæ n q ultra q, propius ad punctũ n, ut linea t k, illa cũ oppoñatur angulo obtuſo, ut patet, erit per 19 p 1 maior quam linea t q: ergo etiam erit maior quàm linea i n, quæ eſt maior illa perpendiculari, cuius imago uiſui occurrit. Patet ergo quod imago illius perpendicularis erit maior ipſa perpendiculari. Et idẽ accidit, quæcunq; linea ducatur à puncto i ad lineam n q, inter illã perpendicularẽ i k & lineã i n: erit enim ſemper linea i n maior illa linea per 47 uel 19 p 1: & imago illius lineę ſemper erit maior quàm linea q t: & ita ſemper erit imago ipſius maior quàm ipſa. Quod eſt propoſitũ. Poſſunt aũt hęc clarius patefieri. Quia enim forma puncti n reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z à puncto ſpeculi m. & locus imaginis eſt punctũ q: patet quòd linea reflexionis, quę eſt z m q, ſecat circulũ: ſit punctũ ſectionis z: patet ergo quòd contingens ducta à puncto z ad circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, non poteſt cadere in punctũ m: quia per 21 huius angulus a m z oportet quòd ſit maior recto, quod eſſet contra 18 p 3, ſi linea z m eſſet circulũ contingens: neq; poteſt cadere in punctũ z, quia ibi ſecat & non contingit: cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e,& ꝓducta ad lineã n a, cadet altius quàm punctũ q: quoniã punctus, in quẽ cadit, dicitur finis cõtingẽtiæ, qui ſit n: & eſt meta imaginũ, ut patet p 7 definitionẽ huius & puncta ſub illo pũcto, q eſt meta imaginũ exiſtentia, non poterunt reflecti ad uiſum, ſuperiora uero illo poterunt reflecti. Igitur perpendicularis ducta à puncto i ſuper lineam n q, ſi ceciderit altius puncto n, qui eſt meta imaginũ, poteſt reflecti ad uiſum pũctus illic lineæ n q, in quẽ ipſa ꝓpendicularis cadit: & erit, ut prędictum eſt, imago perpendicularis maior ipſa perpẽdiculari. Si uerò perpẽdicularis cadat in ipſum punctum n, qui eſt meta imaginum, uel inferius illo: tunc forma pũcti, in quẽ cadit perpẽdicularis, nõ reflectetur: quare nulla erit imago ipſius ꝓpẽdicularis: uerum tamẽ quando n finis cõtingentiæ eſt inferior quàm linea i n, & plus ad centrũ: erunt inter pũctum, qui eſt finis contingentiæ, & punctũ n infinita pũcta, quorũ quodlibet reflectitur ad uiſum: & imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q: & cuiuslibet lineæ ductę à pũcto i ad quodlibet illorũ, erit imago maior illa linea, cuius eſt imago. Patet ergo propoſitũ longis ambagibus certius perquiſitum.

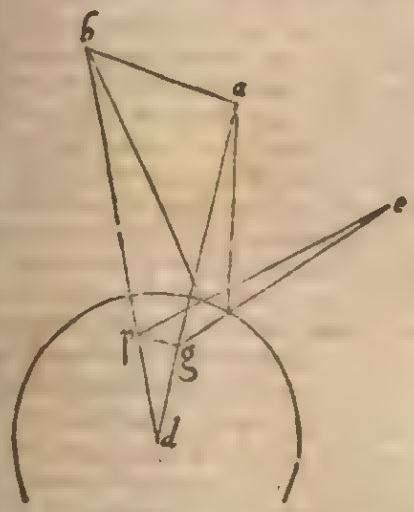
30. In omni diſtãtia, qua certa quãtitas rei à uiſu poteſt cõprehẽdi, imago cuiuslibet rei niſæ in ſpeculo ſpherico cõuexo minor uidetur ꝙ forma rei extra. Eucl. 21 th. catoptr. Albaten 5 n 6.

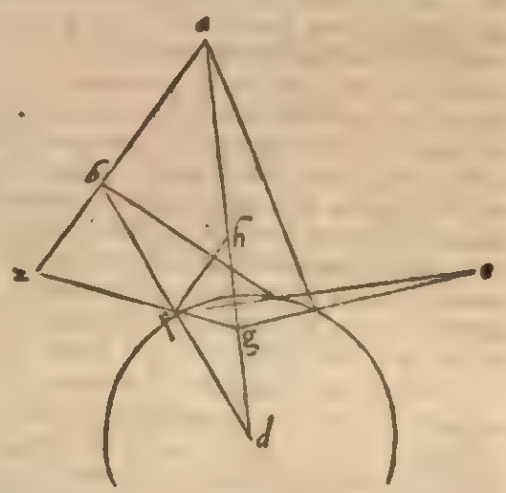
Sit a b linea uiſa: & ſit z x arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d: ſitq; e centrum uiſus: & reflectatur forma puncti a ad uiſum e à puncto reflexionis b arcus z x: & forma puncti b à puncto n: intelligaturq; linea a b produci intra ſpeculum. Aut ergo ipſa tranſit centrum ſpeculi: aut non. Sit autem primò, quòd tranſeat: & ducatur linea a b d: ducatur quoq; à puncto n linea contingens circulũ, quæ ſit n l: & à puncto b ducatur contingens, quæ h m: & ducantur lineæ incidentię & reflexionis, quę ſint b n, e n, a h, e h: producanturq; lineæ

xorq; lineæ reflexionis e h & e n, donec cadant t in perpendicularem a d: & incidat linea e h in punctum t, & linea e n in punctum c. Palàm ergo per 11 huius quoniam t est locus imaginis formæ puncti a: & q est locus imaginis formę puncti b. Dico quòd linea a b est maior quàm linea q t. Patet enim ex 12 huius quia proportio a d ad d t est, sicut a m ad m t. Similiter per eandem proportio b d ad d q est sicut proportio b l ad l q: sed a d est maior quàm b d, & d t est minor quàm d q: ergo per 9 th. 1 huius maior erit proportio a d ad d t, quàm b d ad d q: ergo per 11 p 5 maior erit proportio a m ad m t, quàm b l ad q l. Secetur ergo linea a m, in puncto f per 3 th. 1 huius, ita ut proportio f m ad m t sit sicut b l ad l q: & ita cum m t sit maior quàm l q: erit per 14 p 5 f m maior quàm b l: ergo p 8 p 5 erit f m ad t m maior proportio quàm b l ad t m: erit ergo minor proportio b l ad m t, quàm b l ad l q: & multò magis erit minor proportio b m ad m t, quàm b l ad q l. Secetur ergo m t in puncto k taliter, ut proportio b m ad m k sit sicut b l ad l q. Palàm ergo per naturam proportionis, & per 8 p 5 quoniam punctus k necessariò cadet inter puncta m & q: linea enim l q minor est quàm m q, & linea b l est maior q̄ linea b m. Cum igitur sit proportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k: erit per 19 p 5 proportio f b ad k t, sicut b l ad l q: sed b l est maior quàm l q: ergo f b est maior quàm k t: sed f b est minor quàm a b, & k t est maior quàm q t. Si ergo f b est maior quàm k t: ergo multò fortius a b est maior quàm q t. Et hoc est propositum. Si verò linea a b producta nó perueniat ad



cẽtrum d: ducatur à puncto a linea ad centrũ d, quæ sit a d: & à pũcto b ducatur b d: & locus imaginis a sit pũctus g: locus imaginis b sit pũctus p: & ducatur linea p g: erit ergo linea p g imago lineę



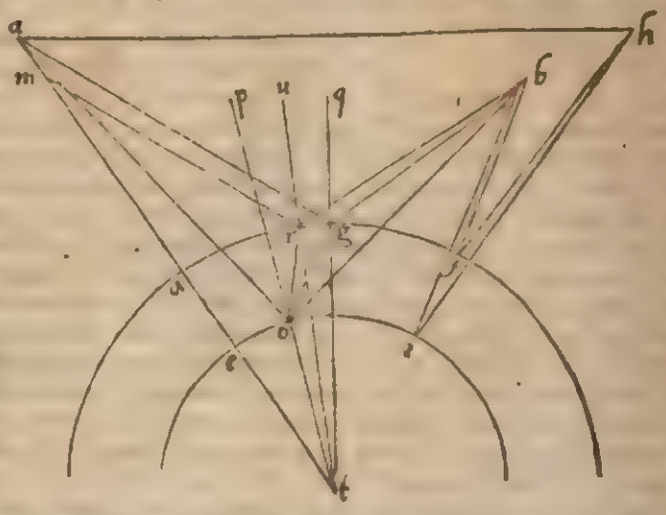


a b. Dico quia a b est maior q̄ p g. Aut enim p g est æquidistãs lineæ a b: aut nõ. Si fuerit æquidistãs, palàm quia p g est minor q̄ a g per 29 p 1 & per 4 p 6: cũ sit proportio a b ad p g, sicut a d ad d g, & a d sit maior quam d g, erit a b maior quàm p g. Si verò linea p g non sit æquidistãs ipsi a b, producatur usq; quò concurrat cum a b: & sit punctus concursus z: & à puncto p ducatur æquidistans a b, quæ sit p h: angulus ergo p g h si sit rectus uel maior recto, erit per 19 p 1 latus p h maius latere p g: sed p h est minus quàm a b per 29 p 1. 4 p 6: ergo p g est minus quàm a b. Si angulus p g h fuerit acutus, maior tamen angulo p h g, adhuc sequitur idem quod prius. Quòd autem angulus p g h sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cum tanta fuerit rei à speculo distantia, quòd illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor quàm sit secundum ueritatem: tunc aũt potest imago uideri maior quàm forma per se uisui occurrens, ut patet per præmissam. Patet ergo propositum.

40. In minoribus speculis sphæricis cõuexis eiusdẽ rei apparẽt idola minora. Euclid 22 th. catoptr.

Sint duo specula sphærica conuexa super idem centrum t collocata, exempli causſa, quorum maioris circulus communis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uerò sit e i: fiat quoq; reflexio formæ alicuius uisibilis, ut ipsius h d, ab utroq; illorũ speculorũ, ita ut forma puncti d reflectatur à puncto g circuli speculi maioris, scilicet ipsius a g, ad uisum, qui sit b. Si itaq; idem uisibile d reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto circuli e i speculi minoris, ut à puncto o: nõ est possibile ut linea reflexionis, quę sit o b, cadat in punctũ g speculi circuli maioris. Detur enim, ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uisum b: & ducatur linea d g, ut prius. Manifestũ itaq; p 8 huius quoniã linea à centro speculi t ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b p duo æqualia: quę producta sit t g q. Et quoniã forma puncti d incidit pũcto speculi minoris, quod est o: ducatur linea t o à cẽtro speculi: hæc ergo diuidet angulum d o b per æqualia: & producta sit t o p. Quia itaq; angulus d g b extrinsecus est ex hypothesi angulo d o b in trigono d o g: palàm per 16 p 1 quoniam ipse est maior illo: ergo medietas anguli d g b est maior medietate anguli d o b: & ita angul⁹ q g b maior est angulo p o g: sed angul⁹ o

g t est ęqualis angulo q g b p 15 p 1: ergo angul⁹ p o g extrinsecus erit ęqualis angulo o g t intrinseco in trigono t o g: quod est contra 16 p 1 & impossibile: non ergo transibit linea reflexionis o b punctũ g. Sed neq; ultra pũctũ g uersus punctum a ad aliquod aliud punctũ speculi maioris incidere potest. Si enim hoc fit possibile: sit, ut ad punctũ r incidens reflectatur linea d o ad b: palã autẽ per 17 huius (cum a punctus lineæ d a cadat in superficie speculi, & reflectatur ab illo pũcto, cui incidit, & punctum d reflectatur à puncto g) quia quodlibet punctorũ lineę d a reflectitur ab aliquo punctorũ arcus a g & fiũt propinquiora centro speculi, quod est t: quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uisus, quod est b. Aliquod ergo pũctorũ lineæ d a reflectetur à pũcto r ad b: sit illud m: & accidet idẽ impossibile, qđ prius, ductis lineis m r, r b, t r. Vel si forma pũcti d reflectitur à puncto speculi maioris, qđ est g: & itẽ per reflexionẽ à pũcto speculi minoris, qđ est o, incidit pũcto speculi maioris, qđ est r: à duob. ergo pũctis maioris speculi, quæ sunt g & r, reflectitur forma unius pũcti ad uisum b: coincidũt ergo radij à duob. pũctis huius speculi reflexi, qđ est contra 15 huius, & impossibile. Nõ cadet ergo radius reflexionis a pũcto o speculi minoris in aliqđ pũctũ arcus a g speculi maioris, a quo fit reflexio formarũ pũctorũ lineæ a d, sed directẽ puenit ad uisum in pũctũ b, trãs aliquẽ pũctorũ arcus circuli speculi maioris, citra pũctũ g. Similiterq; sit, ut pũctus h lineæ d h ex alia parte uisus b, q̃ sit pũctũ d, reflectatur ad uisum b ab aliquo puncto speculi maioris, qđ sit f: eritq; t per 17 huius ex alia parte puncti g: reflectaturq; forma pũcti h à pũcto i minoris speculi ad pũctũ b. fiet quoq; reflexio a pũcto i ad b similiter, ut prius. Quia ergo angulus g b f, sub quo apparet idolũ in maiori speculo, est maior q̃ angulus o b t, patet p 20 th. 4 huius quoniã in maiori speculo maius apparet idolũ q̃ in minori: formæ enim magis coangustãtur circa cẽtra minorũ speculorũ, q̃ circa cẽtra maiorũ: unde fiunt semper maiores in speculis maioribus. Vniuersaliter aũt in omni situ ꝓportionato rerũ ad specula potest patere propositũ per 46 th. 1 huius: quoniã partes diametri circuli maioris sunt maiores & minoris minores: & fiunt ex cõsequenti imagines maiores & minores, ut patet per 11 huius. Patet ergo propositũ.



41. In eodem speculo sphærico conuexo, centro uisus immoto existente: imago rei approximatæ superficiei speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam enim, ut patet per 11 huius, imagines punctorum rei uisæ uidentur in cathetis suæ incidentiæ, & imagines rerum uisarum inter cathetos incidentię suorum terminorum: catheti uerò punctorũ terminalium rei à speculi superficie elõgatæ continent angulum minorẽ, & approximatæ maiorem per 14 th. 1 huius: linea enim æqualis & æquidistans basi trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo subtenditur. Et quoniam mutata re secundum locum, mutatur ipsius imago in omni speculo, ut patet per 42 th. 5 huius: patet quòd imago rei elongatę fit minor: unde & uidetur minor: & approximatæ superficiei speculi sit maior: unde & uidetur maior: quoniam secundum præmissa in proxima præcedente uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorum punctorum terminalium illius rei, ut patere potest per 34 th. 1 huius, & per 23 huius. Patet ergo propositum. Et per hæc & per præmissam potest patere, quoniam si sit proportio elongationis rei uisæ à superficie speculi maioris ad elongationẽ à superficie speculi minoris, sicut excessus imaginum, quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundum proportionẽ diametrorum speculorum: possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidẽ rei, ęqualẽ imaginem uideri eiusdem rei, quæ alàs in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per præmissam. Et hoc est notatu dignum.

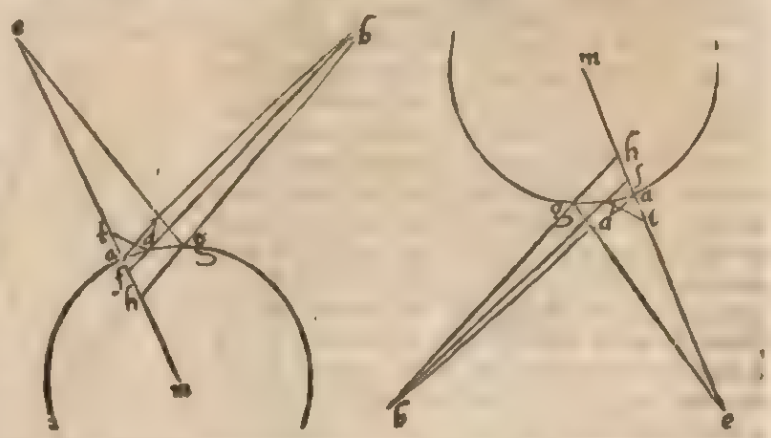
42. In speculo cõuexo sphærico dextra rei uisæ apparẽt sinistra, et sinistra dextra. Euc. 20 th. catop.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa, quæ similem passionem declarat in speculis planis: unde eodem modo demonstrandum: nec aliter oportet immorari.

43. Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes speculis sphæricũ conuexis, reuersæ apparent. Euclides 8 th. catoptr.

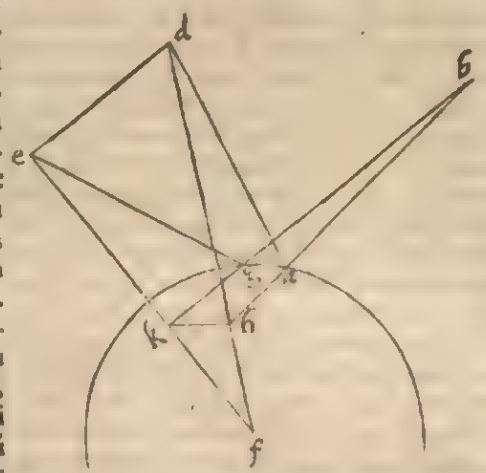
Esto speculum sphæricum cõuexum a d g: cuius centrũ m: incidatq; superficiei speculi perpendiculariter altitudo, quæ sit e a, cuius altius punctum sit e: & sit centrum uisus b: reflectaturq; punctus a à puncto speculi, qui sit a: & sit linea reflexionis, quæ a b: reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e à puncto speculi g: sitq; linea reflexionis g b: & alter punctus lineæ e a (qui sit t) inferior pũcto e, reflectatur ad uisum b à puncto speculi d: & sit linea reflexionis d b. Producatur itaq; linea altitudinis e a ultra punctum a: palamq; ex hypothesi, & per 72 th. 1 huius quoniã ipsa transibit centrum m: &

trũ m: & ꝓducatur linea reflexionis b g intra ſpeculũ. Et qa lineæ e a & b g ſunt in eadẽ ſupficie reflexiõis p 27 th. 5 huius: palã cũ nõ ſint ęquidiſtãtes, ut patet per 9 huius, quia concurrent: cõcurrant itaq; in puncto h: ſed & b d linea reflexionis cõcurrat cũ linea e a producta, in puncto f. Et quoniã per 11 huius pũcta h & f ſunt loca imaginũ pũctorũ e & t: palã quòd linea h f eſt imago lineæ e t: ſimiliter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonſtrãdũ. Eritq; imago lineę e a linea a h: reuerſa ergo uidetur altitudo: quod enim ſupremũ eſt, uidetur infimũ, & ecõuerſo Patet enim p 23 huius quoniã ſuper unã cathetũ incidẽtię ſignatis duob. pũctis, erit locus imaginis pũcti à cẽtro ſpeculi ꝓpinquioris, remotior à cẽtro ſpeculi, & remotioris propinquior: remotior itaq; uidebitur à cẽtro m imago pũcti t, q̃ eſt f, q̃ imago pũcti e, q̃ eſt h. Palã itaq; eſt ꝓpoſitũ primũ. Et eodẽ modo eſt de ꝓfunditatib. demõſtrãdũ: infimũ.n. pũctũ reflectitur ad pũctũ imaginis ſupremũ, & ecõuerſo. Media quoq; pũcta modo medio reuerſẽ diſponũtur. Propoſitũ aũt eſt hoc.



44. Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſua proprie diſpoſitionis. Euclides 10 th. catoptr.

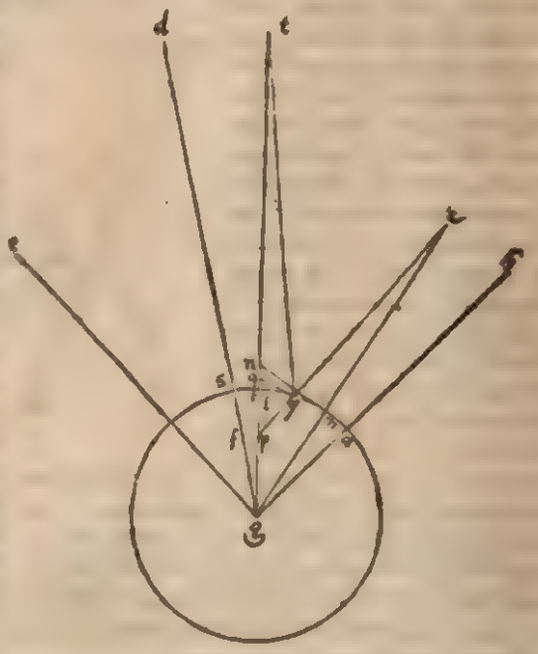
Eſto longitudo d e obliquè incidens ſpeculo ſphærico conuexo, quod ſit a g: & eius centrũ f: & ſit altius pũctũ d quàm e pũctũ à ſuperficie ſpeculi data: ſitq; centrũ oculi b: & reflectatur punctus d ad uiſum b à pũcto ſpeculi a, & pũctus e à pũcto g. Et à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ per 72 th. 1 huius neceſſariò tranſibit centrum ſpeculi, quod eſt f: quæ ſit d f: & ſimiliter ducatur cathetus e f: ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g: & producãtur intra ſpeculũ: cõcurratq; b a cũ d f in puncto h, & b g cũ e f in pũcto k: & ducatur linea h k, eritq; p 11 huius linea h k imago lineæ d e: eſt autẽ linea k h obliquè ſe habẽs ad uiſum b, ſicut linea d e ad ſpeculũ. Quoniã p 23 huiꝰ pũcti e, qd' eſt ꝓpinquius cẽtro ſpeculi, imago, q̃ eſt k, remotior fit à cẽtro ſpeculi f: & punctũ h, qd' eſt imago pũcti d remotioris à cẽtro ſpeculi, fit ꝓpinquius cẽtro ſpeculi: qd' patet p hoc: quoniã alicuius pũcti catheti d f ſtãtũ diſtantis à pũcto f, quantũ pũctũ e: locus imaginis eſt remotior à cẽtro f, q̃ locus imaginis pũcti d p 23 huius: eſt itaq; h remotius à conuexa ſupficie ſpeculi apparẽs, & pũctũ k propinquius eidẽ ſuperficiei. Sic aũt & pũctus d fuit remotior à ſuperficie ſpeculi, & pũctus e ꝓpinquior. Patet ergo ꝓpoſitũ, quoniã obliquę lõgitudines apparẽt illius diſtantiæ à ſuperficie ſpeculi, cuius ſunt ſecundum ueritatẽ in ſua propria diſpoſitione.



45. Duobus punctis rei uiſæ æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi ſpharici conuexi, & inæqualiter à centro uiſus in eadẽ ſuperficie uel diuerſis: erunt imago & finis cõtingentiæ puncti remotioris à centro uiſus remotiora à centro ſpeculi, quàm imago & finis cõtingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quòd punctorũ æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi & à centro uiſus, imagines à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt. Alhazen 7 n 6.

Sint t & d duo pucta æqualiter à puncto g cẽtro ſpeculi remota: & ſit e cẽtrũ uiſus: & ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b: cuius cẽtrũ erit pũctũ g p 1 huius. Sitq; pũctũ d ꝓpinquius uiſui, q eſt e, q̃ pũctũ t: & ducãtur duæ catheti incidẽtiæ à pũctis t & d ad cẽtrũ circuli g, q̃ ſint t g & d g: ſecetq; cathetus t g ſupficiẽ ſpeculi in pũcto b: fiatq; angulo e g d ſuper lineã t g æqualis angulus, q ſit t g z: & angulo e g t æqualis angulus, q ſit t g h p 23 p1: ſecetq; linea h g circulũ in pũcto a: & ſumatur p 20 uel 22 huius in circulo pũctũ, à quo forma pũcti t reflectatur ad pũctũ z: qd' ſit pũctũ q. Palã ergo qd' forma pũcti t nõ reflectitur ad pũctũ h ab aliquo pũcto arcꝰ b q: nõ.n. à pũcto b: quoniã cũ ille ſit in catheto incidẽtię, palã p 10 huius qa reflectitur in ſeipſum & nõ ad pũctũ h. Sed neq; à pũcto q: quoniã ab illo forma pũcti t reflectitur ad pũctũ z. Quocũq; uerò pũcto ſumpto in arcu b q, linea à pũcto h ad illud pũctũ ducta ſecabit lineã q z: igitur ad illud pũctũ ſectiõis reflectitur forma pũcti t à pũcto aliquo arcus b q, & ad idẽ pũctꝰ ſectiõis reflectitur à pũcto q: ergo forma puncti t reflectitur à duob. punctis ſupficiei ſpeculi ad unũ punctũ: qd' eſt impoſsibi-

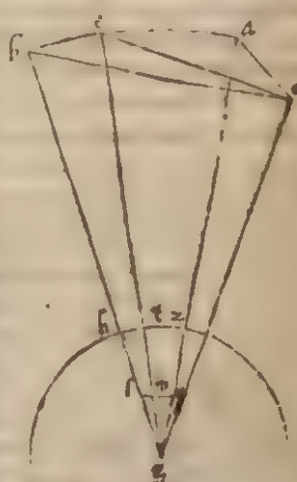
le,& contra 16 huius. Restat ergo ut forma puncti t reflectatur ad punctũ h ab aliquo puncto arcus



q a Sit illud pũctũ m:& à puncto m ducatur linea cõtingẽs circulũ p 17 p 3: & ꝓducatur usq; ad cathetũ g t:& sit m n:eritq; pũctus n finis cõtingẽtię puncti t respectu puncti h: & à puncto q ducatur linea cõtingẽs circulũ,quę ꝓducta ad cathetũ t g, sit q o:hęc ergo necessariò cadet sub linea n m per 60 th. 1 huius: & ꝓducatur linea z q donec cadat super cathetũ g t in pũcto p (cadet aũt p 9 huius) & erit p 11 huius punctus p locus imaginis formæ puncti t: erit quoq; p 12 huius ꝓportio g t ad p g, sicut t o ad o p: ergo p 16 p 5 erit permutatim ꝓportio g t ad t o,sicut g p ad p o:sed maior est proportio g t ad t n, quã ad t o p 8 p 5: cũ t n sit minor q̃ t o,ut patet ex præmissis: maior ergo erit ꝓportio g t ad t n,q̃ g p ad p o:est autẽ p 8 p 5 maior ꝓportio g p ad p o, q̃ ad p n: ergo multò maior est ꝓportio t g ad t n, q̃ g p ad p n: quoniã p o minor est q̃ p n. Diuidatur ergo p 119 th. 1 huius linea g n in puncto l taliter,ut sit ꝓportio t g ad t n, sicut g l ad l n:eritq; g l maior q̃ g p,nõ æqualis neq; minor p 8 p 5:eritq; p 16 p 5 ꝓportio t g ad g l, sicut t n ad l n:ergo p cõuersam 12 huius erit punctũ l locus imaginis puncti h. Sint ergo lineę h g, e g, z g æquales inter se:& g f sit æqualis g p,& g s æqualis lineæ g o. Cũ igitur angulus e g d sit æqualis angulo t g z: erit p 1 suppos. 1 huius remotio pũcti d à puncto e, sicut remotio puncti z à puncto t. Quoniã cũ pũcta d & t sint eiusdẽ distãtiæ à cẽtro speculi, qđ̃ est g: erũt lineæ d g & t g æquales:erit ergo per 23 huius imago formę pũcti d respectu uisus e tãtũ eleuata in catheto g d, quãtũ imago pũcti t eleuata est,respectu pũcti z in catheto g t:erit ergo locus imaginis formę pũcti d in pũcto f, sicut locus imaginis formæ pũcti t est in pũcto p:cũ lineæ g f & g p sint æquales. Et similiter finis cõtingẽtię pũcti d, respectu pũcti e erit eiusdẽ altitudinis, cuius est finis cõtingẽtię pũcti t, respectu pũcti z: erit ergo secũdũ ꝓmissã finis cõtingẽtiæ pũcti d in pũcto s. Verũ qa angulus e g t æqualis est angulo t g h,& linea h g æqualis est lineę e g erit p 15 p 6 ꝓpter æqualitatẽ angulorũ, æqualitas arcuũ interiacẽtium cathetũ t g & lineas h g & e g:erit ergo p ꝓmissa pũctus l locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h:& erit pũctꝰ u finis cõtingẽtię, respectu pũcti e, sicut est respectu pũcti h. Imago ergo puncti remotioris ab e cẽtro uisus remotior est a cẽtro speculi q̃ imago pũcti ꝓpinquioris:& finis cõtingẽtiæ pũcti remotioris remotior est ab eodẽ cẽtro q̃ finis cõtingẽtiæ ꝓpinquioris. Et hoc est ꝓpositũ. Ex quo patet qđ̃ si pũcta uisam speculo sphærico cõuexo æqualiter distẽt à cẽtro speculi,& à cẽtro uisus, qđ̃ imagines ipsorũ à cẽtro speculi æqualiter distabũt: nec enim, ut patet ex ꝓmissis, & diuersitas in locis imaginũ, cũ fines cõtingẽtiarũ semper sint æqualiter à cẽtro speculi distãtes, secundum quos accidit distantia imaginum a centro speculi, quod est g. Patet ergo quod ꝓponebatur.

46. Imago arcus concentrici speculo spherico conuexo (diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ) uidetur curua, & semper æquidistans arcui, cuius est imago. Alhaz. 11 n 6.

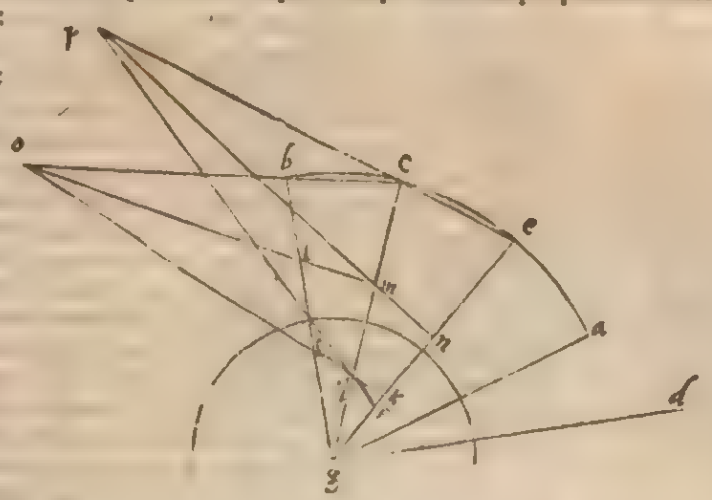
Esto a b arcus oppositus speculo sphęrico cõuexo: in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z: & sit g cẽtrũ illius arcus a b, & similiter centrũ speculi: quoniã ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt cõcẽtrica: sitq; d cẽtrũ uisus: & ducãtur lineę d g, a g, b g: & sumatur in arcu a b pũctus e quocũq; modo, & ducatur linea e g: erit itaq; superficies a g b superficies incidẽtiæ, in qua erit linea e g:& linea d g est diameter uisualis, q̃ ex hypothesi est erecta super superficiẽ a g b: erũt ergo p definitionẽ lineę sup superficiẽ erectę anguli d g a, d g b, d g e recti & oẽs æquales: sed & latera laterib. æqualia sunt, quoniã d g est æquale sibijpsi, & alia latera sunt æqualia p definitionẽ circuli: ergo p 4 p 1 bases illorũ triangulorũ sunt æquales. Oẽs ergo pũcti arcus a b eiusdẽ distãtiæ sunt à cẽtro uisus: quare imagines omniũ illorũ pũctorũ eiusdẽ distãtię erũt à cẽtro speculi p corollariũ ꝓmissę. Sitq; q m l imago arcus a e b: erit igitur linea g q æqualis lineis g m & g l: quare p 9 p 3 linea q m l erit arcus circuli, cuius cẽtrũ erit pũctũ g: erit ergo cõuexitas ipsius respectu cẽtri g, nõ respectu superficiei cõuexæ speculi siue loci reflexiõis. Et quoniã curuitas arcus a b respicit cõuexitatẽ superficiei speculi, ut cõcẽtrica ipsi ex hypothesi, patet qđ̃ idẽ arcus est cõcentricus suę imagini: ergo per 73 th. 1 huius patet qđ̃ imago æquidistat arcui uiso: quoniam est semper in superficie incidentiæ: est enim semper imago cuiuslibet puncti in catheto suæ incidentiæ per 11 huius: omnes autem catheti illæ sunt in superficie incidẽtiæ. Patet ergo propositum.



47. Imago

47. Imago arcus concentrici ſpeculo ſpherico conuexo (diametro uiſuali ſuperficiei incidentie obliq; incidente) uidetur curua, non æquidiſtans arcui, cuius eſt imago, niſi perpendicularis ducta à uiſu ſuper aliquem punctum uiſi arcus incidentis. Alhazen 12 n 6.

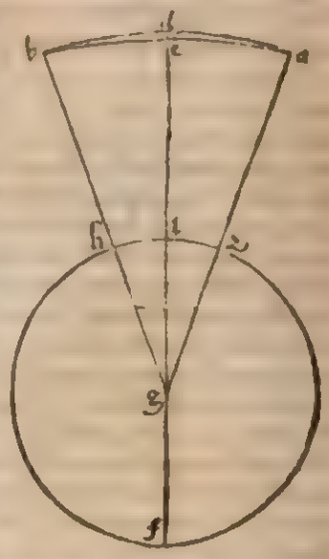
Diſponãtur omnia, ut in p̃cedẽte theoremate, niſi q̃d diameter uiſualis, q̃ eſt d g, nõ ſit erecta, ſed obliquè incidẽs ſuperficiei a b g. Dico q̃d imago arcus a b uidetur curua. Ducatur enim ꝓpendicularis à p̃ncto d ſup hãc ſuperficiẽ p 11 p 11. Cũ itaq; illa ꝓpendicularis ſit minor omnib. lineis ductis a p̃ncto d ad hãc ſuperficiẽ p 21 t. 1 huius, erit angulus rectus, quẽ cõtinet hęc ꝓpẽdicularis uerſus p̃nctu g, minor quolibet angulo uerſus punctũ g imaginato, quẽ cõtinet alia linea à p̃ncto d ad ſuperficiẽ illã ducta p 16 p 1: & linea à p̃ncto d ad ſuperficiẽ illã ducta, quãtò remotior erit à ꝓpẽdiculari, tãto maior erit & maiorẽ angulũ cõtinebit uerſus g: q̃a minorẽ cõtinet uerſus ꝓpẽdicularẽ p 21 p 1. Si ergo hęc ꝓpendicularis nõ cadat in arcũ a e b, ſed ultra ipſum: tũc erũt oẽs lineæ ductę à p̃ncto d ad hũc arcũ declinatæ in partẽ unã, & remotiores maiores & maiorẽ angulum cõtinentes uerſus p̃nctũ g, q̃ ꝓpinquiores ꝓpendiculari. Si ergo ſumãtur tria p̃ncta in arcu a b, q̃ ſint e, c, b: & finis cõtingẽtiæ p̃ncti b ſit l: & finis cõtingẽtiæ p̃ncti c ſit m: palã p 45 huius, q̃a ex eo, q̃d p̃nctũ c eſt ꝓpinquius uiſui d q̃ p̃nctus b: erit p̃nctus m ꝓpinquior cẽtro g q̃ p̃nctus l: ſunt aũt lineæ g b & g c æquales ex hypotheſi, & p definitionẽ circuli: eſt ergo linea c m maior q̃ b l. Sit aũt q imago p̃ncti c, & ſit t imago p̃ncti b: & ducatur linea q t: & ducãtur lineæ c b & m l: q̃ q̃dẽ ꝓductę cõcurrẽt. Quia ſi a p̃ncto m ducatur linea æquidiſtans lineæ c b, illa ſecabit ex linea g b lineam æqualem ipſi m c per 2 p 6: eſt autem c m maior quàm b l: concurrant ergo lineæ c b & m l in punctο o. Et quoniam per 12 huius proportio eſt lineæ g c ad g q, ſicut lineæ c m ad m q: erit p 16 p 5 permutatim proportio g c ad c m, ſicut g q ad q m: & ſimiliter erit g b ad b l, ſicut g t ad t l: ergo per 124 th. 1 huius, cum lineæ g c & g b angulariter cõiunctæ ſint proportionaliter diuiſæ, & à punctis ſectionum ducantur lineæ cõcurrẽtes, quæ c o & m o: palàm quòd linea q t concurret cum lineis c b, m l: & erit ipſarum concurſus in punctο o. Finis uerò contingẽtiæ puncti e ſit n. Et quoniam p̃nctus n per 45 huius demiſſior eſt punctο m: erit, ut prius, e n linea maior quã linea c m. Productis ergo lineis e c & n m, patet, ut prius, quòd concurrent: ſit ergo punctus concurſus p: & ducatur linea q p, & procedat donec ſecet lineam e g in punctο f: & producatur linea o q uſq; ad lineam e g, quã ſecet in punctο k. Palã quoq; propter hoc, quòd punctus n eſt demiſſior punctο m, quia punctum k erit ſuperius quã punctum f, & linea g k maior erit quã g f: patet autẽ per 123 th. 1 huius quoniam proportio lineæ g e ad e n eſt ſicut lineæ g f ad f n: ſed finis contingentiæ eſt punctus n: locus ergo imaginis erit punctus f per 12 huius. Igitur linea f q t erit imago arcus circuli e c b: & erit linea curua, nõ recta, utpote arcus illis tribus punctis per 5 p 4 circũſcriptus. Nõ erit aũt ille arcus æq̃diſtans arcui ſpeculi neq; arcui uiſo: quoniã, ut patet, lineę t b & q c & f e ſunt inæquales, propter q̃d remanẽt lineę g t, g q & g f inæquales. Similiter quoq; demõſtrãdũ ſi perpẽdicularis ducta à punctο d, cadat ex alia parte arcus a b citra ipſum: tunc enim ſimilis erit probatio. Patet ergo propoſitum primum. Si uerò perpendicularis ducta à punctο d ſuper ſuperficiem incidentię cadat in medio arcus a b: lineę à punctο d ex diuerſis partibus ad arcum ductę æqualiter diſtantes à perpendiculari, erunt æquales, & æquales angulos continentes uerſus punctum g: & imagines ipſarum æqualiter diſtabunt à centro g: & fines contingentiarum ſimiliter. Imago itaq; æquidiſtabit arcui a b, & arcui ſpeculi: quoniam imago figurabitur ſuper centrum ſpeculi, quod eſt g: & erit illi concẽtrica per 73 th 1 huius. Poteſt quoq; probari prędicto modo de utraq; parte arcus per ſe, ſecundum quod diuiditur à perpendiculari: quòd eius imago ſit linea curua modo prædicto æquidiſtans arcui uiſo propter æqualitatem linearum à centro ſpeculi & arcus uiſi ad loca imaginũ productarũ. Quod eſt propoſitũ: de imagine enim arcus a e poteſt ſecũdũ præmiſſa idem patere.



48. Imago arcus eccentrici circulo (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidẽtię & ſpeculi ſpherici conuexi) ſecundũ mediũ eius punctum propinquioris cẽtro ſpeculi (uiſu exiſtẽte extra ſuperficiẽ incidentiæ) uidetur maioris curuitatis quã arcus eidẽ circulo ſpeculi æqdiſtãtis. Alha. 3 n 6.

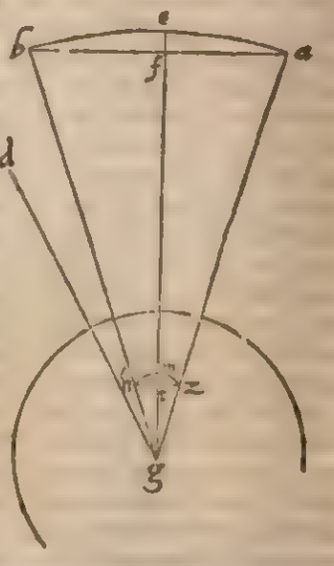
Eſto arcus uiſus b e a: circulusq; communis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit h z: cuius centrũ ſit g: ſitq; arcus b e a eccentricus arcui h z: ſint tamẽ iſti arcus in eadẽ ſuperficie. & ſit e medius punctus arcus b e a ꝓpinquior cẽtro g: ſitq; uiſus extra ſuperficiẽ incidẽtiæ. Dico quòd imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̃ imago alterius arcus cõcentrici ipſi ſpeculo. Ducatur enim linea à cẽtro ſpeculi, q̃d eſt g, ad cẽtrũ arcus b e a, q̃d ſit f: ꝓductaq; linea g e, palã p 7 p 3 quoniã ipſa eſt breuior omni-

uior omnibus lineis à cẽtro g ad arcũ a b productis. Et quoniã arcus b e est æqualis arcui e a, palã per 7 p 3 quoniam linea g a æqualis est lineę g b: ductisq; lineis g a, g b, secũdum ipsarũ quantitatem describatur arcus à centro g: palamq; per præmissa, quoniam arcus descriptus secundum sui punctum medium magis distabit ab arcu h z, quàm arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a: & ducatur linea g d ad medium punctum illius arcus, quę erit æqualis g b: excedit ergo arcus b d a arcum b e a. Manifestum aũt ex præcedentib. quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis. Puncta ergo cõmunia istis duobus arcubus, quę sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter priorib. sed cum punctũ d sit remotius à centro g quã punctum e: eius imago erit propinquior centro speculi quã imago puncti e per 23 th. huius: & ita cuiuslibet pũcti arcus b d a imago est propinquior centro imagine puncti sibi correspondentis in arcu b e a. Quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b. Et hoc est propositum. Et secundum hunc modũ in alijs sitibus arcuũ & specul orũ potest fieri demonstratio, quando uisus non fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.



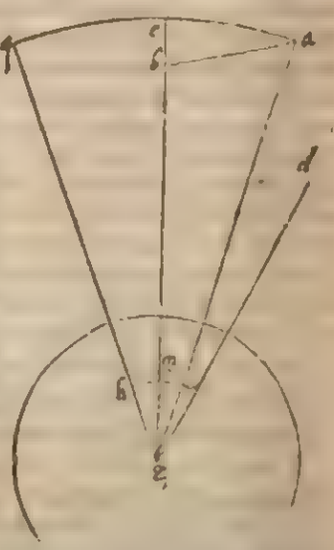
49. In speculis sphæricis cõuexis, uisu nõ existẽte in superficie lineæ rectæ æqdistãtis speculo, imago uidetur curua. Alha. 14 n 6.

Sit linea recta uisa a b: & sit speculi sphærici conuexi centrum g: erit ergo superficies incidentiæ a g b: extra quã sit centrum uisus, quod sit d: sitq; linea a b æquidistãs speculo: hoc est lineæ contingenti arcum circuli (qui est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi) secundum mediũ punctum illius arcus. Dico quòd imago lineæ rectæ a b curua uidebitur. Ducantur enim lineę rectę: d g à centro uisus ad centrum speculi, & g b, g a à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g, cum linea a b æquidistet speculo, palàm quòd sunt æquales. Fiat ergo circulus concentricus speculo secundum quantitatem illarum linearum, qui sit a e b: cadet ergo linea a b intra illum circulum: eritq; per 46 uel 47 huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita quòd imago pũcti a sit z, & imago pũcti e sit t, & imago puncti b sit h: & ducatur linea g e secans rectã a b in pũcto f. Palã ergo quòd punctus e est in eadẽ linea cũ puncto f, sed remotior à centro g: erit ergo per 23 huius imago puncti e propinquior centro speculi, quàm imago puncti f: communiũ uerò punctorũ, quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f: erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. Patet autem quòd linea z m h est linea curua, cum linea z t h sit recta: & omnium punctorum lineæ rectę, quæ a f, loca imaginum ordinentur secundum conuenientem sibi proportionẽ inter puncta z & m, respectu arcus z m, & omniũ punctorũ lineę b f loca imaginũ ordinentur secundũ conuenientẽ sibi proportionẽ inter puncta h & m respectu arcus h m. Patet ergo propositũ: resectisq; lineis a f & b f æqualiter, eadẽ est demõstratio.



50. Lineæ rectæ non æquidistantis speculo, quæ productæ non cõtingeret, uel secaret superficiẽ speculi sphærici cõuexi (uisu nõ existente in superficie incidentiæ) imago uidetur curua. Alhaz. 15 n 6.

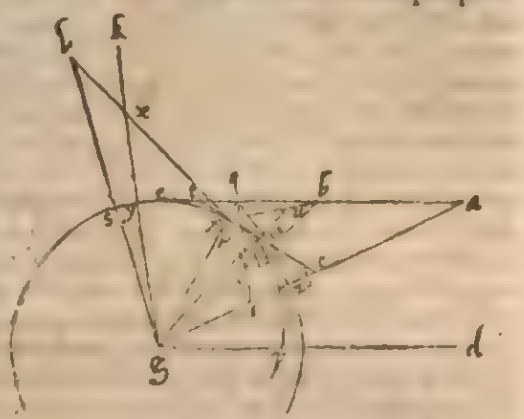
Disponantur omnia, ut in præcedente, nisi quòd linea a b non æquidistet speculo, nec contingat, nec secet speculum, sed tantùm obliquetur super ipsum. Palàm ergo quòd lineę g b & g a productę sunt inæquales. Sit ergo a g maior quàm g b: & fiat circulus super centrũ g ad quantitatem lineę a g maioris, qui sit a e q: & ducatur g b ultra b, usquequò cadat in circulum, in punctũ e. Patet autem ex 46 uel 47 huius quoniã imago arcus a e est curua: punctus aũt imaginis a sit z, pũctus uerò imaginis e sit m: eritq; z m imago arcus a e. Et quoniã imago pũcti b est remotior à cẽtro imagine pũcti e per 23 huius: patet quòd erit imago lineę a b curua: qd' etiã per pũcta media arcus a e & lineę a b faciliter poterit ostendi. Patet ergo propositũ: resectaque linea a b ex quacũq; sui parte semper eadẽ est demõstratio, quæ prius.



51. Imago lineæ rectæ, quæ productæ contingeret speculum sphæricum conuexum (uisu non existente in superficie incidẽtiæ) semper uidetur curua. Alhazen 16 n 6.

Sit dispositio, quæ prius, ita tamen ut linea a b producta, contingat speculum in puncto e: & ducantur a centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a: sitq;, ut superficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum

ſpeculum in arcu e h z: & ſit d cẽtrũ uiſus: ſitq; ſectio cõmunis ſuperficiei reflexionis (in qua ſunt lineæ g a & g d) & ſuperficiei ſpeculi, arcus z p. Communis uerò ſectio ſuperficiei reflexionis, in qua ſunt lineæ g h & g d) & ſuperficiei ſpeculi, ſit arcus h p. Palàm ergo per ea, quæ demóſtrata ſunt in 16 huius, quòd forma pũcti b reflectitur ad uiſum d ab aliquo pũcto arcus h p. Si ergo à pũcto illo ducatur linea cõtingẽs arcũ h p, illa ſecabit lineã b g: & finis cõtingẽtiæ erit pũctus illius ſectionis. Sit pũctus ille m. Palã etiã quòd ſi à pũcto m ducatur linea cõtingẽs arcũ e h, qđ illa cadet citra punctũ e p 60 th. 1 huius: quoniã linea a b producta eſt cõtingens circulũ in pũcto e, & pũctus b eſt altior pũcto m. Cadat ergo contingẽs à pũcto m ducta in pũctũ f. & hęc cõtingẽs producta in cõtinuũ & directum per 60 th. 1 huius ſecabit lineam a e: ergo ſecet in pũcto t: & ex alia parte ſecabit lineam g a per 14 th. 1 huius, cum illæ omnes lineę ſint in una ſuperficie: ſecet ergo ipſam in puncto c. Fiat quoque ſuper g terminum lineę b g angulus æqualis angulo b g d per 23 p 1, qui ſit angulus b g s, cadente puncto s in peripheriam circuli: & producatur linea g s ad æqualitatem lineæ g d, quæ ſit g l. Erit ergo per 16 p 3 arcus s h æqualis arcui h p. Sicut ergo reflectitur forma puncti b ad uiſum in puncto d ab aliquo puncto arcus h p: ſic reflectetur ad punctum l ab aliquo puncto arcus h s: & erit reflexio à puncto f, ſicut in arcu h p fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m: quoniam illi arcus neceſſariò ſunt ęquales, ut patet per 58 th. 1 huius. Et quoniam à puncto m uenit utraque illarum linearum contingentium: palã quòd ipſæ ambæ ſunt æquales per 58 th. 1 huius. Ducantur ergo lineę b f & l f. Similiter, quoq; forma puncti a reflectitur per 16 huius ad uiſum d ab aliquo puncto arcus z p. Verùm in triangulo curuilineo h z p duo arcus h z & h p ſunt maiores tertio per 28 p 3 & per 20 p 1: ſed arcus h p eſt æqualis arcui h s: igitur arcus z p eſt minor arcu z s. Reſcindatur ergo arcus z s ad æqualitatem arcus z p (quod poteſt fieri auxilio 34 p 1) ſit ergo factum in puncto y: & ducatur linea g y: quæ producta ad æqualitatem lineæ g s, ſecabit neceſſariò lineam f l: ideo quia linea g d eſt æqualis lineæ g l. Quia itaque linea illa ſecat angulum l g z: ergo ſecabit etiam baſim ei ſubtenſam per 29 th. 1 huius. Secet ergo in puncto x: & ſit linea g y k ęqualis lineæ g d. Palam ergo quoniam ſicut forma puncti a reflectitur ad uiſum d ab aliquo puncto arcus z p: ſimiliter eadem forma puncti a reflectitur ad k ab aliquo puncto arcus z y. Sed non reflectetur a ad k, niſi ab aliquo puncto, quod eſt citra punctum f ex parte puncti z. Si enim dicatur quòd a puncto f uel ab alio puncto arcus f y reflectitur forma puncti a ad punctum k: ſit, ut fiat illa reflexio à puncto f: palàm ergo quòd tunc linea ducta à puncto a ad punctum reflexionis t, ſecabit in aliquo puncto lineam b f: quia linea contingens circulum in puncto e tranſit per punctum b. Ad illud ergo punctum communis ſectionis illarum linearum a f & b f reflectetur punctus k, & ad idem punctum à puncto f reflectetur punctus l: & ita duo puncta in his ſpeculis reflectentur ad idem punctum ab eodem puncto f & ex eadem parte diametri uiſualis, quod eſt contra 16 huius. Sed neque ab alio puncto arcus f y: quoniã tunc, ut prius, linea ducta à puncto a ad punctũ reflexionis, ſecabit lineã b f: ſit punctũ ſectionis u. Ad illud ergo punctũ ſectionis u reflectetur forma pũcti k & forma puncti l: & ita duo pũcta eiuſdẽ diſtãtię à centro propoſiti ſpeculi, quod eſt pũctũ g (quoniã ambæ l g, k g ſunt ęquales ipſi g d ex hypotheſi) reflectentur ad idem centrum uiſus ex eadem parte diametri uiſualis, quæ ab illo puncto ſectionis lineę b f, quod eſt u, eſt ducibilis ad punctum g centrũ ſpeculi. Erit ergo per 18 huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totum ſuæ parti: quod eſt impoſsibile. Non ergo reflectitur forma puncti a ad punctum k ab aliquo puncto arcus f y: reſtat ergo, ut punctus a reflectatur ad punctum k ab aliquo puncto arcus z f alio, quàm ſit punctum f. Si igitur ab illo puncto ducatur linea contingens circulum, illa producta neceſſariò ſecabit lineã a z: & cadet inter puncta z & c per 60 th. 1 huius: ideo quòd punctus f reſpectu diametri g a demiſsior eſt quolibet puncto arcus z f: & ita linea contingens à puncto f, quæ eſt f c, altior eſt aliis contingentibus à punctis arcus z f ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n: & ducatur linea m n: quæ quidẽ linea cum tranſeat per acumen trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t per 15 p 1, quoniã & ipſa diuidit angulũ g m c, ut patet ex præmiſsis. Quia ergo diuidit b m t, ergo neceſſariò ſecabit baſim b t per 29 th. 1 huius. Secet ergo ipſam in puncto q: & ducatur linea g q: ſit autẽ i imago puncti a: & ſit o imago puncti b: & r ſit imago puncti q. Palam autem ex 45 huius, cum punctum b ſit propinquius puncto g centro ſpeculi quàm punctum a, quod erit imago puncti b remotior a puncto g quàm i imago puncti a. Ducatur ergo linea o i, quæ per 11 huius erit imago lineæ a b. Palam etiam per 12 huius & per 16 p 5 quòd proportio a g ad a n eſt, ſicut g i ad i n, & proportio b g ad b m per eadem eſt ſicut g o ad o m. Cum ergo lineę a g & b g diuidantur ſecundum proportionem ſimilem, utraq; ipſarum in duobus punctis, & à punctis diuiſionum ducantur lineæ, quarum duæ ſcilicet g q & m n concurrant ad idẽ punctum q, tertia (quę eſt i o neceſſariò concurret ad idem punctum per 124 th. 1 huius. Linea ergo i o producta cadet ſuper punctum q: eſt ergo linea i o q linea recta. Igitur linea i o r non erit recta: ſed linea i o r eſt imago lineæ a q. Quare palã quòd imago lineę a q erit curua. Poſito aũt b loco pũcti q, & alio pũcto lineæ a

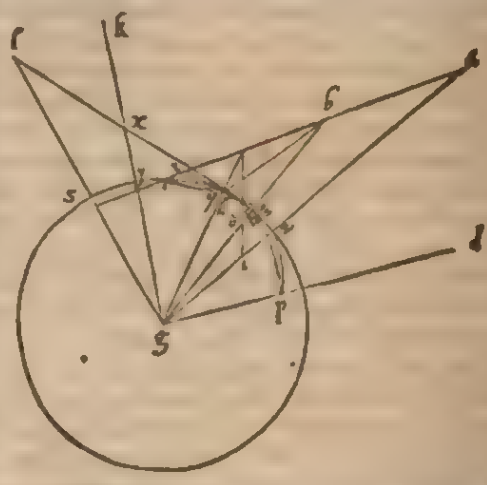


b poſito

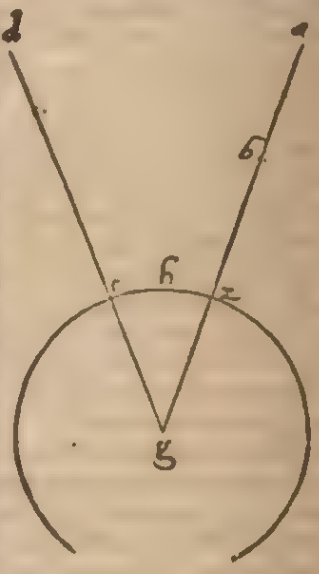
b posito loco pũcti b, eodẽ modo penitus ꝓbatur, qd imago lineæ a b est curua. Et hoc est ꝓpositũ.

52. Imago lineæ rectæ, quæ productæ secaret circulum (qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi) non tamen per centrum, uisu non existente in superficie incidentiæ, uidetur curua. Alhazen 17 n 6.

Manente priori dispositione, sit, ut linea a b producta, circulũ e h z (qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi) secet in pũcto e: & punctus reflexionis formæ puncti b ad punctum l sit punctum f: & sit m finis contingentiæ lineę contingentis circulum e h z in pũcto f productæ ad lineam b g. Reflectetur itaque b ad d ab aliquo pũcto arcus h p, sicut in præcedente propositione premissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflexionis usq; ad pũctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior, aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in precedente arcus ille sit æqualis arcui h f: ideo quia à puncto m productę lineæ contingentes pertingunt ad arcus æquales per 59 th. 1 huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à puncto m ex parte e. Igitur linea a e transit per punctum q: & ita linea m q secat lineam a e trãs punctũ e: quoniam utrunq; punctorum e & q est in peripheria circuli, & est punctum unum. Si uerò arcus ille sit minor arcu h e: secabit linea q m lineam e a ultra punctũ q: sit, ut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triãgulus ducta linea e q. Si uerò arcus ille fuerit maior arcu h e: secabit linea m q lineam a e citra punctum q: quodcunque istorum acciderit: iteretur probatio præmissę: & eodem modo penitus probabitur, quòd imago lineę a b est curua. Quod est propositum.

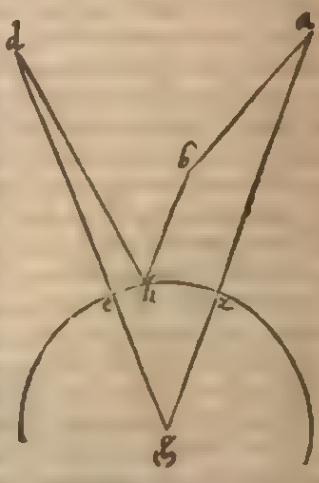


53. Imago lineæ rectæ, quæ productæ transiret centrum circuli (qui est cõmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi) centro uisus existente in eadem superficie, uel extra illam, nõ tamen in illa linea, semper uidetur recta. Alhazen 18 n 6.



Disponãtur omnia, ut in precedentib. nisi quòd hactenus locuti sumus de passionibus harum linearum, uisu non existente in superficie incidentię, & nunc uisum supponimus quandoq; esse in superficie incidentię, qui sit, ut prius, in pũcto d: & ducatur linea g d: concurratq; linea a b protracta cum circulo e h z, transiens ipsius centrum g. Palã ergo quòd angulus illarum linearũ a g, & d g cadet super g centrũ speculi: uidebiturq; imago lineę a b una linea recta. Imago enim cuiusli bet puncti illius lineę a b, cum ipsa sit in catheto suæ incidentię dispo sita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g per 11 huius: erit ergo imago illius totius lineę recta, sicut & ipsa linea a b producta, est linea recta. Patet ergo propositum.

54. Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli (qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi) centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quòd declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantùm imago unius puncti uidetur. Alhazen 19 n 6.



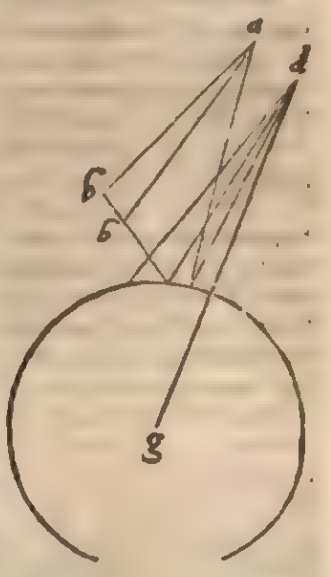
Ordinentur omnia, ut prius in 51 huius: & sit linea a b declinata super circulũ e h z, ita qd nõ attingat centrũ eius: sitq; uisus d in superficie incidẽtię: & sit declinatio lineę ad partẽ aliã ab illa, in qua est uisus: ut si uisus sit in parte dextra, declinet pũctũ a ad sinistrã, uel ecõtrario: & linea pertingat ad superficiẽ speculi: dico quòd tantũ unius pũcti lineę a b imago uidebitur. Sumatur enim per auxiliũ 16 huius pũctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, q sit h: & sumatur aliqua linea reflexionis punctorũ a b lineæ declinatæ, ut pũcti b: & illa cadet forsitan super hanc lineã reflexionis d h: quod si fuerit, nõ uidebitur quidẽ imago lineæ huius declinatæ, quę a b, nisi secundũ solũ illũ punctũ b: quod patet ducta catheto incidentiæ à pũcto a, qui sit a g: tunc enim arcus interiacens punctũ h, à quo reflectitur forma puncti b, & punctum sectionis circuli e h z per cathetũ a g (quod sit z) continet omnia puncta reflexionis formarũ punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50 huius. Producta ergo à cẽtro uisus ad centrum speculi linea, quæ sit d g, secans circulum e h z in puncto e: si sumatur in arcu circuli

qui

qui e h, citra hanc lineam d h punctus, a quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineę declinatę a b: sed ille punctus reflectitur a puncto ad quo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ tuæ reflexiõis: cum linea tuę reflexionis sit ultra lineam reflexionis formæ puncti b: & ita illæ punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum a duobus punctis arcus speculi: quod est impossibile, & cõtra 16 huius. Non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculo. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflecteretur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h interiacentis lineam d g & punctum reflexionis formæ pũcti b, cum illa puncta omnia sint in eadem superficie incidentię, sicut & centrum uisus: tunc patet per 1 p 11 quòd omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie: linea ergo incidentiæ illius puncti secaret lineam incidentiæ formæ puncti b. Forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundem uisum d à duobus punctis, scilicet a puncto h puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato: quod totũ est impossibile, & contra 16 huius. Non ergo reflectitur aliquis punctorum lineę a b, pręter punctũ b, ad uisum d ab aliquo puncto arcus e h discooperti. Licet autem reflectatur quilibet punctus lineę a b ab aliquo puncto arcus h z prius sumpti, non tamen uidebitur, cũ sit in linea reflexionis, quæ occultatur uisui per precedentia puncta lineę solidę: & ita linea adiacens lineę reflexionis formæ puncti b non uidetur, uisu sic disposito, ut premissum est. Patet ergo propositum.

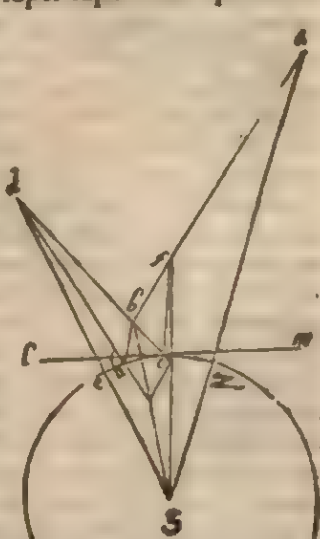
55. Linea recta declinata à cẽtro circuli (qui est cõmunis sectio superficiei incidẽtiæ & speculi spherici conuexi) cẽtro uisus existẽte in eadẽ superficie incidentiæ, ita ꝙ declinatio lineæ sit ad partẽ uisus, sine sit tangens superficiẽ speculi sine non, nullius puncti imago uidetur. Alhaz. 20 n 6.

Sit dispositio, quę suprà: & sumatur a b linea declinata, ut proponitur: & eius declinatio sit ex parte uisus: dico quod nullus punctus illius lineę uidebitur. Detur enim, quod aliquis punctorũ illius lineę possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacentis lineam reflexionis, non impeditam per corpus lineę interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à centro uisus ductam ad centrũ speculi: & ducatur linea a b illo puncto ad punctum arcus sumptum: hęc itaque secabit lineam reflexionis: & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi: quod est impossibile. Si uerò dicatur quòd punctus sumptus in linea a b reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile: quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui & speculo, abscindentem omnes lineas reflexionum suorum punctorũ. Et præterea secundũ hanc dispositionẽ uisus est ex parte anguli minoris lineę obliquè speculo incidentis: reflexio uerò solũ fit ex parte anguli maioris, ut patet per 21 th. 5 huius. Non est ergo possibile aliquod punctorũ illius lineę reflecti ad uisum sic situatum. Nullius ergo pũcti illius lineę a b imago uidetur. Quod est ꝓpositũ



56. Linea recta obliqua, non tangentis superficiem speculi sphærici connexi uisu existente in superficie incidentiæ, ita quòd obliquatio lineæ sit ad partem aliam à uisu: modicùm imaginis uidetur: & erit imago semper curua. Alhazen 21 n 6.

Disponantur omnia, ut in præcedentibus: sitq; linea a b obliquata super superficiem speculi: ita quòd producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi: sed distet punctus b aliqualiter ab illa in aere existens: sitque uisus d in superficie incidentiæ illius lineæ a b. Dico quòd modicùm imaginis lineæ a b uisui occurret. Ducatur enim linea d b super superficiem speculi, incidens in punctum c circuli e h z, (qui est communis sectio superficiei incidentię & superficiei speculi:) A puncto quoque c ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit l c m: & super c terminum lineæ m c fiat angulus æqualis angulo d c l, per lineam c f secantem lineam a b in puncto f: & à puncto f ducatur cathetus f g ad centrum speculi: & ducatur cathetus b g. Palàm itaque quòd forma puncti f reflectitur ad uisum d à puncto c per 20 th. 5 huius: eritque locus imaginis in linea f g: similiterque forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi: & locus imaginis erit in linea b g per 11 huius. Et quia propter interpositionem lineæ solidæ, quæ f b, alia puncta lineæ a b non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta à punctis sectionum linearum reflexionum punctorum b & f, & cathetorum b g & f g: (quæ est res modica) patet quòd imaginis lineæ a b pars modica uidetur. Quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum

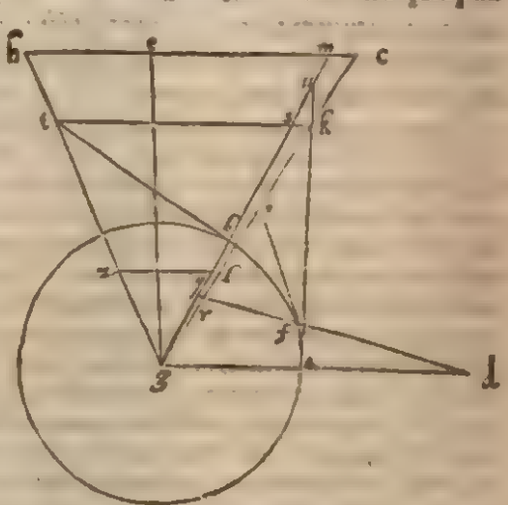


uisus

uiſus in eadem ſuperficie declinat plus ad ſuperficiem ſpeculi. Vnde ſi uiſus perueniat inter ſuperficiem ſpeculi & punctum b: totius lineę a b uidebitur imago. Tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productam cathetum puncti a ultra lineam a g. Et ſi taliter ſituetur hęc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c & inter lineam per punctum reflexionis puncti b tranſeuntem ad centrum ſpeculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineę a b uel partis eius ſemper curua: quod poteſt oſtendi per modum 50 huius: & minuitur curuitas imaginis huius lineę, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineam tranſeuntem ad centrum per punctum reflexionis formæ puncti b. Vniuerſaliter uerò quicquid interpoſitum uiſui & ſpeculo impedit peruentum formarum punctorum ſpeculi ad uiſum: illius imago non uidebitur in his ſpeculis. Hæc autem, quæ hic propoſita ſunt, intelligenda ſunt de lineis occurrentibus uiſui in arcu circuli, qui apparet uiſui, utpote in arcu, qui interiacet duas contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculum: quoniam ille ſolum opponitur uiſui per 5 huius: linearum uerò concurrentium cum ſpeculo in parte circuli occulta uiſui, aliqua poteſt eſſe æquidiſtans lineę contingenti, & illa nó uidebitur: ſimiliter & cóterminalis illi æquidiſtanti, quæ cadit ſub æquidiſtante, penitus occultabitur uiſui: ſed linea conterminalis æquidiſtanti cadens ſuper ipſam ex parte illa, poterit uideri. Et hęc experimentantium induſtriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonſtranda: erunt tamẽ hoc modo uiſarum linearum rectarum imagines ſemper curuę.

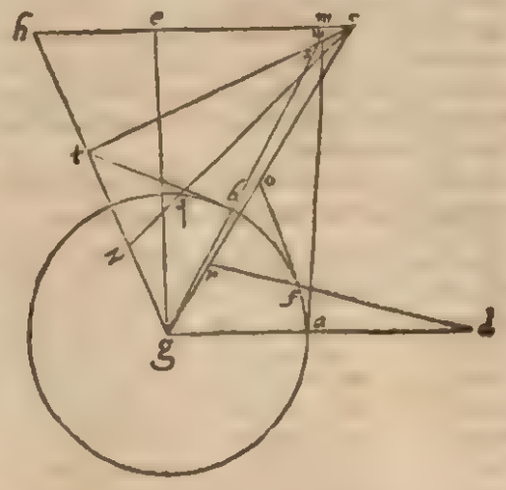
57. Viſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ lineæ rectæ, non concurrentis cum ſuperficie ſpeculi ſpharici conuexi, ſed æquidiſtantis lineæ interiacenti centrum ſpeculi & uiſus, uel concurrentis cum illa extra ſpeculum ex parte uiſus: imago uidebitur curua. Alhazen 22 n 6.

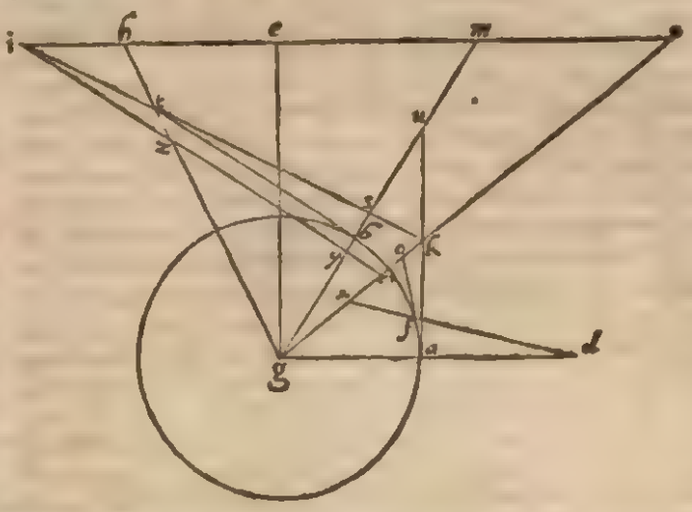
Sit d centrum uiſus: & g centrum ſpeculi: & h e ſit linea uiſa: quę quidem linea non concurrat cũ circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſed ſit æquidiſtans lineæ d g, uel ſecet eam ex parte d. Sit quoque a b circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua ſunt lineę d g & h e, & ſuperficiei ſpeculi propoſiti: & producatur linea h g, in qua ſit punctus z imago puncti h. Punctus quoq; circuli, à quo reflectitur forma puncti h ad uiſum d, ſit b: ducaturq́ue à puncto b linea circulum contingens, quæ ſecet lineam h g ſuper punctum t: eritq; punctus t finis contingentię. Ducatur etiam linea g b, quæ producta neceſſariò cócurret cum linea h e. Si enim h e fuerit æquidiſtans d g, concurret quidem per 2 th. 1 huius: ſi uerò d g concurrat cum h e, multò fortius g b concurret cum eadem per 29 th. 1 huius. Concurſus quoque ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam: ſi ultra, concurrat in puncto m. Ducatur quoque linea m g: quæ erit cathetus incidentię puncti m: & imago puncti m ſit q. Imaginata quoque linea à pũcto reflexionis formæ puncti m ad lineam g m producta: finis contingentiæ ſit punctus s: & ducatur linea z q copulans loca imaginum: ſimiliter ducatur linea t s cupulans fines cõtingentiarum. Sit quoque, ut linea d g ſecet circulum a b in puncto a: & producatur à puncto a linea contingens circulum, quæ ſit a u. Palàm itaque quoniam arcus a b eſt minor quarta circuli, cum uiſus d uideat ex circulo minus medietate per 3 huius: quare angulus a g b eſt acutus per 33 p 6, & angulus u a g eſt rectus per 18 p 3: igitur linea a u concurret cum linea g b per 14 th. 1 huius: concurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u cadet ultra punctũ s. Quia cum per 16 huius punctus m reflectatur ab aliquo puncto arcus a b: & punctus a ſit demiſsior illo puncto reflexionis formę puncti m: erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum, altior fine contingentiæ illius puncti per 60 th. 1 huius: & ita erit punctus s demiſsior puncto u. Protrahatur ergò linea t s, donec concurrat cum linea u a: cõcurret autem per 14 th. 1 huius: & ſit concurſus in puncto k: & ducatur linea g k: quæ producta concurret cum h m per 2 uel per 29 th. 1 huius: ſit concurſus in puncto c. Punctus itaque c reflectitur ad uiſum d ab aliquo puncto arcus a b: quòd patet per ea, quæ demonſtrata ſunt in 16 huius: ſit ille punctus f: à quo ducatur linea contingens ſpeculum uſque ad cathetum g c: quæ quidem erit demiſſior quàm linea a k: & ſit f o, ſecans lineam g c in puncto o: qui ſit finis contingentiæ: ergo per 60 th. 1 huius erit punctus o demiſsior puncto k: ſunt enim puncta k & o fines contingentiarum. Producatur quoque linea d f, uſquequò cadat ſuper g e cathetum: cadet aũt per 9 huius: ſit ergo, ut cadat in punctũ r: & producatur linea z q uſq; ad lineam g c: & cadat in punctum l. Dico quoniam punctum l eſt altius quá punctũ r. Lineę enim h c & t k, & z l aut ſunt æquidiſtátes aut cócurrũt. Sint primò æquidiſtátes: cũ ergo hæ lineę æquidiſtátes ſecent lineam c g, ſuper tria puncta c, k, l, & ſecent utranque linearum m g & h g: & cum ſit proportio lineę h g ad h t, ſicut lineæ g z ad z t per 12 huius, & per 16 p 5: & ſimiliter cum ſit proportio lineæ m g



ad m s,

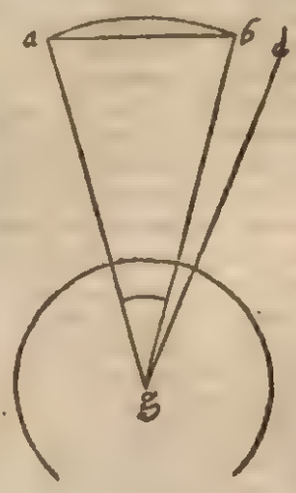
ad m s, ſicut g q ad q s: erit eadẽ proportio g c ad c k, quæ g l ad l k per 122 th. 1 huius: ſed palàm per 11 huius quoniam r eſt imago puncti c: linea enim d f eſt linea reflexionis, concurrens cum catheto e g in puncto r: & o eſt finis contingentiæ: eſt ergo per 12 huius, & per 16 p 5 proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o: ſed maior eſt proportio g c ad c k, quàm g c ad c o per 8 p 5: & ita erit maior proportio g l ad l k, quàm g r ad r o: ergo econtrario conuerſim per 6 th. 1 huius erit minor proportio l k ad g l, quàm r o ad g r: eſt ergo maior proportio o r ad g r, quàm k l ad g l: ergo coniunctim per 11 th. 1 huius maior proportio eſt o g ad r g, quàm k g ad l g: ſed k g eſt maior quàm o g: ergo per 14 p 5 l g eſt maior quàm r g. Eſt ergo punctus r demiſſior puncto l: ſed z q l eſt linea recta: ergo linea z q r eſt linea curua: ergo imago lineę h c eſt curua. Poſito ergo alio puncto lineæ h e loco puncti m, & puncto e loco puncti c: erit probare quòd imago lineæ h e rectę ſit curua. Si uerò lineæ h m, t s, & z q non ſunt æquidiſtantes, concurrant ergo: & erit cõcurſus aut ex parte d, aut ex parte h: ſit ex parte d, & concurrant in puncto c: erit ergo per 53 huius z q l linea recta: quare z q r erit linea curua: eſt ergo imago lineæ h e rectæ curua, demonſtratione completa, ut prius. Hoc ergo eſt propoſitum.





58. Omnis arcus circuli, in cuius ſuperficie incidentiæ fuerit centrum uiſus, imago ſenſibiliter apparens intra ſpeculum ſphæricum conuexum, uidetur ſemper curua. Alhazen 23 n 6.

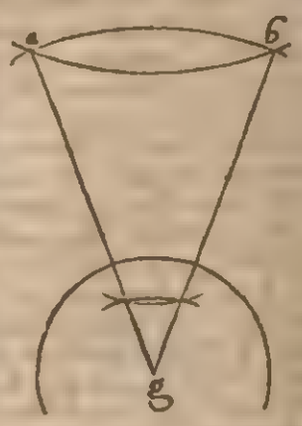
Sit arcus uiſus a b: & ſit centrum ſpeculi punctum g: & centrum uiſus punctum d: ſitq; hoc centrum uiſus in ſuperficie incidentiæ, quæ eſt a b g. Dico quòd imago arcus a b uidetur ſemper curua, quando ſenſibiliter intra ſpeculum uidetur. Ducatur enim chorda a b: palamq; ex præmiſſis propoſitionibus, quoniam imago chordæ a b ſecundum omnem ſui ſitum, reſpectu ſpeculi uidetur ſemper curua: niſi ſolùm tunc, quando ipſa ſit in catheto incidentiæ unius ſuæ extremitatis: ut cum ipſa eſt perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem pertranſiens eius centrũ: tunc enim ipſius imago uidetur recta, ut patet per 53 huius. Arcum uerò a b eſſe in catheto incidentiæ ſuarum extremitatũ eſt impoſsibile: cum quilibet ſuorum punctorum diuerſam habeat incidentiæ cathetum. Ergo nunquam uidebitur imago arcus taliter diſpoſiti in linea recta: quoniam ſemper loca imaginum diuerſorum punctorum in diuerſis ſunt cathetis. Curuitas uerò imaginum poteſt faciliter concludi ſecundum modum, quo in præcedentibus in lineis rectis uſi ſumus: & coadiuuabit ad hæc 45 huius. Patet ergo propoſitum.



59. Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum, cum locus ipſarũ eſt intra ſpeculum ſphæricum cõuexum uel extra ipſum, conuexitati arcuum ſit contraria ſecundum ſitum.

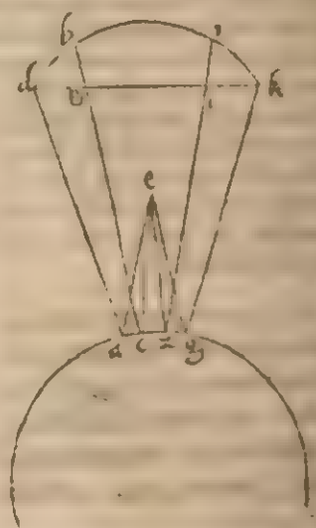
Eſto quòd arcus a b reſpiciat ſecundum ſui concauum uel conuexum centrum ſpeculi ſphæriel conuexi, quod ſit punctum g. Dico quòd conuexitas ipſius imaginis erit cõtraria ſecundum ſitum conuexitati ipſius ſpeculi, quando imago to taliter eſt intra ſpeculũ, uel totaliter extra, uel ſecun-

dum partem intra, ſecundum partem extra, & ſecundum partem in ipſa ſuperficie ſpeculi **Loca e-**
nim imaginum punctorum remotiorum à ſuperficie ſpeculi fiunt propinquiora centro ſpeculi, & loca punctorum propinquiorum ſuperficiei ſpeculi fiunt remotiora à centro ſpeculi, ut patet per 23 huius. Et quia imagines accipiunt continuitatem ſitus ſuarum partium à continuitate rerum, quarum ipſę ſunt imagines: patet quòd conuexitas ipſarum imaginum conuexitati ipſorum uiſorum arcuum fit contraria ſecundum ſitum, prout etiam oſtendimus in 46 huius. Patet ergo propoſitum.



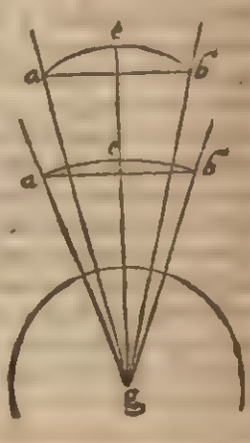
60. Imaginum curuarum eiuſdem arcus uiſi remotioris à centro ſpeculi ſpharici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus uiſus, cuius punctus medius ſit e: & cuius arcus imago ſit curua: & eius chorda ſit a b linea recta: ſitq; centrum ſpeculi g. Dico quòd accedente linea a b ad ſpeculum, imago eius fit minoris curuitatis, & recedente ipſa fit maioris. Ducantur enim catheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorum a & b per 11 huius. Quia itaq; accedente linea recta a b ad ſuperficiem ſpeculi, angulus a g b fit maior, & recedente ipſa angulus a g b fit minor per 34 th. 1 huius: imago uerò puncti e plus elongati à centro ſpeculi fit propinquior centro ſpeculi, & imago eiuſdem approximantis ſpeculo ſit remotior à centro per 23 th. huius: extrema uerò puncta illius imaginis ſemper ſunt in cathetis a g & a b: patet ergo quòd imago arcus a b remotioris à centro ſpeculi plus cõanguſtatur, & approximati plus ampliatur: & ſecundũ hoc ipſius curuitatis modus uariatur modo propoſito. Quoniam ipſius remotioris à centro ſpeculi imago ſit curuior, & propinquioris ſit minus curua: quoniam ipſa ſemper ſit pars circuli maioris in acceſſu ad centrũ ſpeculi, & ſit pars circuli minoris in receſſu à cẽtro: & ſecundũ quantitatẽ acceſſus illius & receſſus uariatur quãtitas dictarũ imaginũ. Patet ergo propoſitũ.



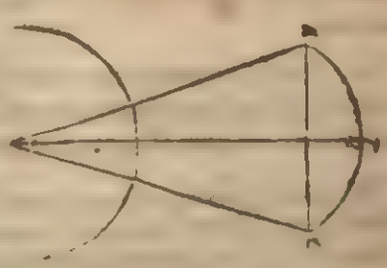
61. Omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſpharici conuexi uiſui occurrens, ſemper apparet conuexa. Euclides 23. th. catoptr.

Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a g: & ſit centrum uiſus e: & ſit linea recta uel curua uiſa, quæ d k: in qua ſignentur puncta b & i, ſitq; ut loca imaginum iſtorum punctorum ſint in ſuperficie ipſius ſpeculi, lineis incidentiæ exiſtentibus ipſis, quæ d a, b c, i z, & k g: lineis quoq; reflexionis exiſtẽtibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarũ linearũ reflexionis ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: palàm per 72 th. 1 huius quoniã ipſa trãſibit centrũ ſpeculi: ergo p 8 p 3 uel per 21 th. 1 huius illa erit breuiſsima omniũ linearũ illarũ reflexionis, & illi propinquiores ſunt remotioribus breuiores. Patet ergo quoniã illa imago uidetur curua: quoniam aliqua pars ipſius propinquior eſt uiſui, & aliqua remotior. Idem quoq; accidit, ſi nulla illarum linearum reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem: quoniam ducta perpendiculari linea à puncto e ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11 p 11: palàm quòd omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari propinquiores remotioribus ſunt breuiores: & ſic item imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ eſt d k, occurrens uiſui in ſuperficie ſpeculi, uidetur ſemper curua. Et quoniã eodem modo eſt demonſtrandum de qualibet imagine apparente in ſuperficie ſpeculi: patet ergo propoſitum.



62. Imago lineæ curuæ ſecundũ eius concauitatẽ reſpicientis ſuperficiẽ ſpeculi ſpharici conuexi, nonnunquã uidetur recta. Alhazen 23 n 6.

Sit linea curua a b c, oppoſita ſpeculo ſphærico cõuexo ſecundũ ſui partem concauã. Dico qd' nõnunq; imago ipſius poteſt uideri linea recta. Ducatur enim eius chorda recta linea, quę ſit a c: palamq; per plures præmiſſarũ propoſitionum huius, quoniã in aliquo ſitu imago ipſius lineę rectæ uidetur curua curuitate reſpiciente centrũ ſpeculi. Quia ergo extremitates lineę curuę a b c, quę ſunt a & c, uidẽtur in extremitatib. imaginis lineę rectę a c: imaginetur ipſi curuę imagini lineę rectę a c ſubrendi chorda intra ſpeculũ. Si itaq; hoc acciderit, quòd eſt poſsibile, ut curuitas ipſius arcus, q eſt a b ſit ſimilis curuitati imaginis ipſius chordæ, ita qd' eius ſinus uerſũ hinc inde ſint ſimi-



les: pa-

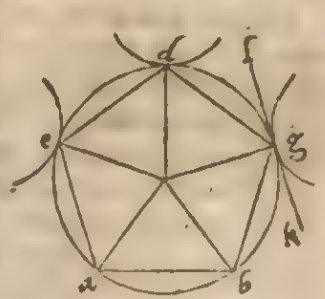
les: palã p 23 & p 45 huius quòd imago lineę curuę, quę a b c, erit linea recta, subtẽsa per modũ chor dæ ipsi imagini curuatæ. Videbitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineę a b c. Quòd est propo sitũ. Patet hoc etiã aliter. Quia enim, ut in præmissa proxima dictũ est, omnis imago in superficie spe culi sphærici cõuexi uisui occurrẽs, semper uidetur cũuexa, centrũ speculi respiciens secundũ eius concauitatẽ, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respicit centrum speculi secundum sui concauum. Cum ergo non eatur ab extremo in extremũ sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis: palàm quòd illa imago in aliquo situ habeat dispositionẽ rectitudinis. Et quia omnia loca imaginũ punctorum illius arcus cadunt in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere esset longum & inutile: patebit tamen simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti. Per hunc itaq; modum accidit circulum quan doq; uideri ad modũ semicirculi & diametri, & ex portione circuli fit portio reuersa, ita quòd ima go rectæ lineæ fit curua, & curuæ lineę fit recta: & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem par tem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suę chordæ: & quandoq; ad partes diuersas, sicut intersectione duorum circulorũ inæqualium superficies inclusa: & harum imaginum est mul ta diuersitas, quã ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineę rectę apparet curua, & lineę curuę imago semper uidetur curua: & quandoq; apparet uisui recta. Et quod ostendimus de lineis, accidit etiam in ipsis superficiebus planis concauis & conuexis per lineas, quæ insunt illis superficiebus: & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarum. Si autem proponatur uisui in his speculis corpus curuũ longum, modicum habens latitudinis: apparebit illius corporis curuitas manifestè, cũ ipsa discerni possit per ea, quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut infra: non enim bene discernitur curuitas non magna, quando occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis: unde in corpore conuexitatis modicę, & quantitatis magnæ non bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cum non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadiuuant nõ modicè com prehensionem conuexitatis.

63. A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarum composita, for mæ reflexæ monstruosæ imaginis uidentur.

Quia enim diuersarum sphæricarum superficierũ diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis cõuexis per 11 huius est in catheto suæ incidentię, ducta à puncto uisu ad centrum speculi: hæc aũt centra diuersificantur in huiusmodi speculis irregularibus: patet ergo quòd formę diuersorum punctorum in partes diuersas protrahuntur. Et quoniam à tota superficie fit reflexio, & puncta reflexa secundum loca diuersificantur, non secundum eundem situm: patet quòd imago tota, quæ ex locis talium punctorum aggregatur & unitur, suarum partiũ recipit inordinatũ situm. Videtur ergo imago in talibus speculis monstruosa: & fit extensio uniformis aliquarum suarum partium secundum uniformem extensionem illarum superficierũ, & aliarum partium fit deformitas ab alijs. Vnde quædã imaginis partes trahuntur in longũ, quædam in latum, quædã in transuersum, secundum quod partes aliquę superficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum. Patet ergo propositum.

64. Possibile est per plura, quotcunq; quis uoluerit, conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 15 th. catoptr.

Fiat hic dispositio, quæ in 61 th. 5 huius de speculis planis dicta est: sitq; a centrum uisus: & punctus uisus b: & describatur, exempli causã, polygonium æquilaterũ & æquiangulũ, quod sit a b g d e: & ad puncta g, d, e sint specula sphæ rica conuexa contingentia puncta angulorũ æqualium: & imaginen tur lineę contingentes specula in eisdem punctis, ut in puncto g, li nea l k. Et quoniam angulus b g k est æqualis angulo d g l: palàm per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti b reflectetur à puncto g ad pun ctum d: & eadem ratione à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a. Hoc autem est, quod proponebatur.



65. A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossi bile est accendi: ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam enim, ut ostensum est in 15 huius, lineę reflexionis for mæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquidistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt: ergo neq; radij solares uel alij, superficiei huius spe culi incidentes in aliquo unquam puncto possunt cõcurrere, sed disperguntur in ipso medio. Non ergo illi radij aggregati unquã corpus aliquo modo quodcunq; etiã ipsum sit combustibile, possunt incendere, ut reflectuntur à superficie speculi unius: ex plurium tamen speculorum compositione posset aliquid huiusmodi effici, ita ut à quolibet illorum speculorũ uno puncto reflecteretur unus radius ad unum punctum, cum aliorum speculorum radijs concurrens: & sic fortificaretur actio ra diorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio uirtutis. Hæc autem speculorum compositio plus esset difficilis quàm utilis: unde tali operi nos non dignum credimus insistì. Patet itaq; propositum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER SEPTIMVS.

ORdinis realis ſeries nos admonet, ut qui planorũ ſpeculorũ & ſphæricorum conuexorũ paſſiones proprias, prout potuimus, trãſcurrimus: nunc ad ſpeculorũ columnariũ & pyramidaliũ proprietates diuertamus. Sunt enim ſpeculorũ iſtorũ aliquæ paſſiones ex paſſionibus præmiſſorũ ſpeculorũ conſtantes uel cõpoſitæ, ſicut & figuræ iſtorum ſpeculorũ ex figuris illorum præmiſſorũ ſpeculorum aliqualiter cõponuntur. Speculũ enim columnare cum ſit pars columnæ rotundæ (ſicut in 8.14 & 15 th.5 huius declarauimus.) palàm ex præmiſſis in primo libro huius ſcientiæ, & in principijs 11 Euclidis quoniam ſit ex tranſitu quadrilateri rectanguli, quod uno ſuorum laterum fixo, motus alijs circumducitur. quouſq; redeat ad locũ, unde motus accepit principiũ. Speculũ quoq; pyramidale cauſſatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unũ laterũ rectum angulum continentiũ figitur, & alia duo modo præmiſſo, quouſq; ad locũ, unde moueri cœperunt, circumducuntur. Virumq; ergo iſtorum ſpeculorum, quia ex motu linearũ rectarum ortũ habet, palàm quia rectarũ linearũ paſſiones proprias non euadit. In quantum uerò illæ lineæ cauſſant circulorũ figuras, cũ circulariter circumferuntur: in tantũ hæc ſpecula paſſiones circulares, hoc eſt ſphæricas, quarum origo eſt circulus, cõmuniter conſequuntur: & hoc maximè in ſpeculis columnaribus euidentius apparet, prout manifeſtabimus in proceſſu. Propriè uerò iſtorũ ſpeculorũ paſſiones, ut illæ, quæ ſecundum oxygonias ſectiones accidunt, quæ ſolis his ſpeculis, ſiue ſint conuexa, ſiue concaua, conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum & motus accidunt in illis: hæc ergo ſpecula poſteriorẽ ordinem recipiunt ad plana ſpecula & ſphærica conuexa. Prius uerò de his ſpeculis columnaribus & pyramidalibus conuexis proſequemur, quàm de quibuſcunq; concauis & ſphæricis, propter ſimplicitatem paſſionum ſpeculorum conuexorum reſpectu concauorum, ut illarum, quæ in alias deſcendunt. Quæ uerò præmittimus, ſunt iſta.

DEFINITIONES.

1. Maius ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauũ dicimus, quod eſt pars maioris columnæ uel pyramidis: & minus, quod eſt pars minoris. 2. Axem ſpeculi columnaris uel pyramidalis dicimus axem illius columnæ uel pyramidis, cuius pars ſpeculum exiſtit. 3. Baſes ſpeculorũ propoſitorũ dicimus baſes ſuarum columnarum uel pyramidum quarumcunq;. 4. Diametrũ uiſualem dicimus lineam à centro uiſus perpendicularem ſuper ſuperficiem ſpeculi & ad axem productam: & eadẽ dicitur cathetus reflexionis. 5. Cathetus incidentiæ dicitur, ut prius, linea perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ ſuper lineam, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi: utpote ſuper lineam rectã, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi, uel ſuper circulũ, uel ſuper oxygoniã ſectionẽ, ſecundum quod ab aliqua iſtarum linearum reflexio procedit. 6. Finis contingentiæ dicitur punctus, in quo altera catheterum ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum ſecundum circulum uel ſectionem oxygoniam contingentem. 7. Metam locorum dicimus, ut in ſpeculis ſphæricis, punctũ uel lineam, ultra quã imagines nõ uidentur.

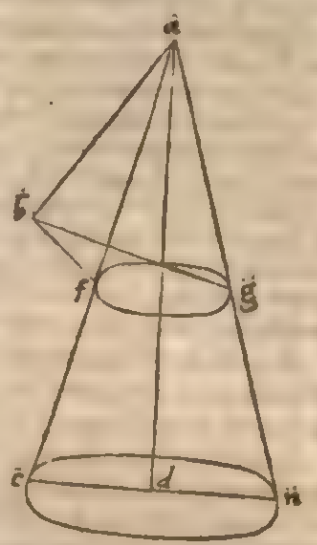
THEOREMATA.

1. Oppoſito uiſui ſpeculo colũnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua: linea recta à centro uiſus ducta, cum axe ſpeculi in

uertice

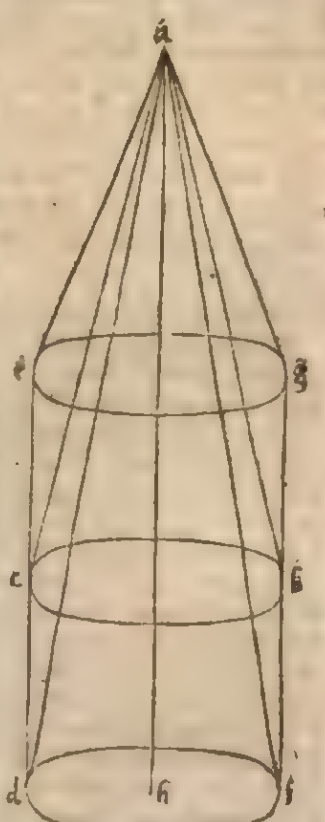
uertice acutum angulum tenente: à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolùm ſit reflexio ad uiſum. Alhazen 35 n 4.

Hoc, quod hic proponitur, uniuerſaliter cõuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundũ angulum rectũ ſiue ſecundũ acutum ſibi incidat linea uiſualis: ſemper enim ſicut per 78 th 4 huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolùm fit reflexio ad uiſum. Hæc aũt ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à cẽtro uiſus productis, ſecundũ lineã lõgitudinis cõtingentibus columnã. Et quoniã huius paſſionis idẽ eſt demonſtrandi modus in utroq; ꝓpoſitorũ ſpeculorũ: difficiliùs uerò in pyramidalibus, ſufficit, exẽpli cauſſa, propoſitũ in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaq; ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d: & uertex a: diameter baſis c n: centrũ baſis d: & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quòd non inclinetur ſuper illam: & ſit centrũ uiſus b: cõcurratq; linea b a à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis, continens cum ipſo angulum acutũ, qui eſt d a b. Dico quòd ſolùm à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis, quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandẽ ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum. Imaginemur enim ſuperficiẽ à centro uiſus prodeuntẽ, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem: & palàm per 100 th. 1 huius quoniam cõmunis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquidiſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g: & à centro uiſus ducantur duæ lineæ b f & b g illum circulum contingentes per 17 p 3: & per 101 th. 1 huius ducantur à punctis f & g duę lineę longitudinis pyramidis, quę ſint e f a, & n g a. Palàm itaq; quoniã ſuperficies, in qua ſunt lineę e f a & linea b f continget pyramidem. Si enim dicatur quòd ſecet illam, & nõ contingit: palàm quoniã linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie, ſecabit circulũ f g, & non cõtinget: ducta autem eſt ad contingentiam: ſecare igitur eſt impoſsibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget. Et ſimiliter oſtendendum eſt de ſuperficie, in qua ſunt lineę n g a & b g, quòd & illa pyramidem contingat. Superficies ergo pyramidis interiacẽs has duas ſuperficies contingentes, uiſui occurret, & ſolùm ab hac fiet reflexio ad uiſum: quia, ut per 16 th. 2 huius oſtẽſum eſt, longior radius ad circulũ columnæ uel pyramidis rotundarũ perueniens, quaſi linea contingens eſt. Patet ergo propoſitum: quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.



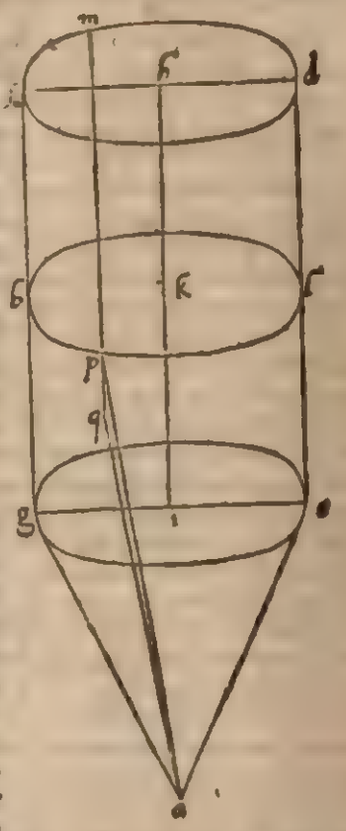
2. Si à centro oculi ad lineas, quæ ſunt termini ſuperficierũ ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui, duæ ſuperficies reflexionis producantur: neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi. Alhazen 26 n 4.

Verbi gratia, ſint conuexo ſpeculo columnari, quod ſit d f e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g: ſintq; illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa & per 78 th. 4 huius: & ſit centrũ uiſus a: productiſq; lineis a d, a f, a g, a e: erunt ſuperficies trigonę a d e, & a f g. Dico quòd illæ ſuperficies contingẽt columnã. Si enim dicatur qđ altera ipſarũ ſecat columnã, ut ſuperficies a d e, planũ eſt quòd illa ſectio erit ſuper lineã longitudinis d e, in quã cadit illa ſuperficies: & ſimiliter erit procedendũ ſi ſuperficies a f g ſecet columnã: & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo, ut ſuperficies plana pertranſiẽs centrũ uiſus, ſecet columnã ęquidiſtanter baſibus: eritq; per 100 th. 1 huius ſectio cõmunis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c: hic ergo tranſit per duas lineas longitudinis d e, & f g: ducantur ergo lineæ a b & a c ad hunc circulum. Hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnę, ſecabunt circulum b c: minus ergo uidebitur de arcu b c, quàm ſit illud, quod ſub lineis circulũ b c contingentibus à centro uiſus puncto ſcilicet a ductis continetur, quod eſt contra ea, quæ declarata ſunt in 51 th. 4 huius: & ſimiliter de baſibus columnæ declarandum. Non erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas: quod eſt contra hypotheſim. Eodem modo quoq; eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandũ: & ſequitur idẽ impoſsibile, quod prius, per 84 th. 4 huius: quod eſt contra hypotheſim. Patet ergo propoſitum.



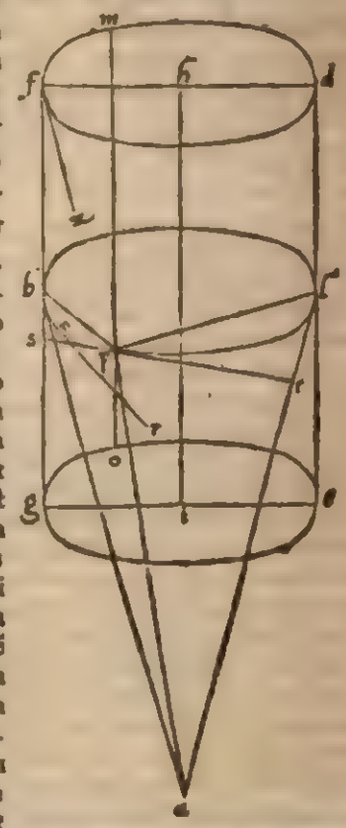
3. Cõmunis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ, contingentiũ ſpeculũ columnare cõuexum, eſt linea tranſiens centrum uiſus æquidiſtanter axi illius ſpeculi. Alhazen 26 n 4.

Quod hic proponitur, patet. Esto enim axis speculi columnaris conuexi h k i: & basis superior columnæ circulus f d: cuius centrum sit h: & inferior basis circulus g e: cuius centrum i: & communis sectio alicuius superficiei reflexiõis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l: cuius centrum k. Cum itaq; axis h i, qui orthogonalis est super bases, ut patet per 92 th 1 huius, sit etiam orthogonalis super circulũ b l per 100 & per 23 th. 1 huius: & per eadem sint lineæ longitudinis columnæ d e & f g orthogonales super circulum b l. Superficies ergo contingentes columna secundum illas lineas d e & f g, erectæ erunt super circulum b l per 18 p 11: ergo & super superficiem reflexionis, secantẽ columnã secundũ illum circulum b l: ergo per 19 p 11 cõmunis sectio illarũ superficierum contingentiũ columnã orthogonalis erit super illam superficiẽ reflexionis Ergo per 6 p 11 illarũ superficierũ cõmunis sectio æquidistans erit axi columnæ, qui super eandem superficiem est orthogonaliter erectus. Secant aũt illæ superficies se in centro uisus: quoniam centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum propositum contingentibus, & de superficie reflexionis ex 27 th. 5 huius. Patet ergo propositum.



4. Ad quodũ̃ punctũ signatũ in superficie apparẽte speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi à centro uisus ducatur linea recta: illa producta necessariò speculũ secabit. Alhazen 27 n 4.

Sit dispositio omnimoda præmissæ: signeturq; in apparẽte uisui portione speculi, quę est e d f g, punctus q: & producatur linea a q. Dico quòd linea a q ꝓducta necessariò speculũ secabit. Producatur enim à puncto q linea longitudinis columnæ, quæ sit q m, p 101 th 1 huius: hæc itaq; linea erit æquidistans ambabus lineis longitudinis d e & f g per 92 th. 1 huius, 6 p 11 & 30 p 1. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet columnã ultra punctũ q secundũ circulum b l per 100 th. 1 huius. Linea ergo q m necessariò trãsibit per circulũ sectionis, qui est b l, secãs eum in pũcto: sit ergo illud punctũ p: ducaturq; linea a p. Hæc ergo, quia cadit inter lineas à centro uisus a ad circulũ b l ꝓductas illum cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã quia secabit circulum. Ergo etiã superficies à centro uisus ad speculi superficiem protensa, in qua sunt lineę a p & a q, secabit speculũ: quia illa superficies secabit superficiẽ columnaris speculi secundũ lineam longitudinis, quæ est m q. Palàm ergo quoniam linea a q ꝓducta secabit speculũ: eodẽq; modo patet de quolibet alio dato puncto. In speculis quoq; pyramidalibus cõuexis eodem modo demonstrandũ, ducta linea à uertice pyramidis ad punctum quẽcunq; in illius speculi superficie datũ. Palàm est ergo ꝓpositũ.



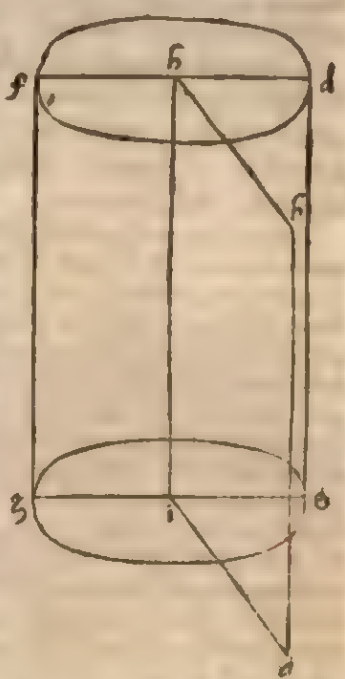
5. Omnis superficies plana in aliqua linea lõgitudinis superficiei apparentis uisui speculi colũnaris uel pyramidalis conuexi, contingens speculu, secat superficies à uisu productas, quæ cõtingunt portionis apparentis extremitates: omnesq; illæ superficies inter uisum & speculi superficiẽ extenduntur. Alhazen 27 n 4.

Maneat superior dispositio: cõtingatq; aliqua supficies plana superficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã lõgitudinis, quę est m o, p 95 th. 1 huius: ducaturq; supficies reflexiõis, quę sit a b l: & in ea ꝓducatur linea cõtingẽs circulũ b l in pũcto p, quę sit s p t. Palã ergo qd linea s p t secabit lineas a b & a l. Ducatur enim linea p l. Quia ergo linea s p t secat angulũ a p l, patet p 29 th. 1 huius quoniã ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qd linea s p secabit lineã a b: palã ergo quoniã lineę a l & p t cõcurrent. Sed linea p t est in supficie cõtingẽte columnã secundũ lineã lõgitudinis m o: linea uerò a l est in supficie cõtingẽte columnã secũdũ lineã lõgitudinis d e, quę est extremitas portionis apparẽtis. Patet ergo ꝓpositũ primum. Sed & oẽs tales supficies, qualis est supficies, in qua est linea s t, inter uisum & speculi supficiẽ extenduntur. Et de speculi quidẽ superficie patet, cũ sint illę superficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & nõ secantes illã: sed & patet de centro uisus. Sit enim punctum n proximũ punctũ signabile sub puncto b, in arcu l b: & imaginetur aliqua superficies cõtingens supficiẽ colũnę in linea lõgitudinis, in qua sit punctus n: hæc ergo necessariò secabit supficiẽ reflexionis, quę est a b l: quoniã est orthogonalis super illã per 18 p 11. Sit itaq; superficies reflexiõis, quę a b l, & dictę superficiei cõmunis sectio linea recta, quę sit n r. Palàm ergo p præmissa quoniã linea n r cõtingit circulũ b n in pũcto n: sed punctũ n demissius est pũcto b: ergo

ergo cõtingẽs linea, quę n r, erit demissior linea cõtingẽte, quę est a b, p 60 th. 1 huius. Nõ ergo pertinget linea n r ad punctũ a centrũ uisus. Eodẽ modo demõstrandũ in alijs qbuscũq; superficiebus taliter cõtingentibus superficiem apparentem speculi columnaris. Similiter quoq; demonstrandũ est de superficiebus contingentibus specula pyramidalia quæcunq;. Patet ergo propositum.

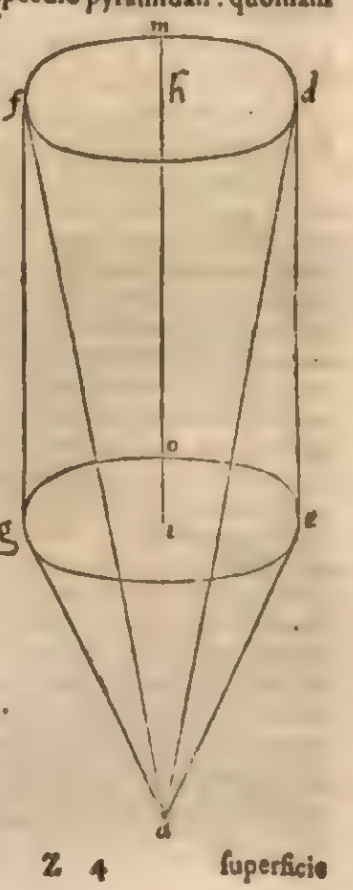
6. Omnis superficies reflexionis, in qua sunt linea contingens basim speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi: idem speculum secũdum lineam suæ longitudinis necessariò est contingens.

Hoc patet per modum 2 huius: quoniam eadem huius & illius est demõstratio. Sit enim, resumpta figura præcedenti, superficies reflexionis g a f, in qua sit linea z f contingens columnam uel pyramidem in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis, quę sit g f. Dico quòd illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem. Si enim detur quòd illa superficies columnam uel pyramidẽ speculi secet: tunc & linea z f basim illius speculi secabit: quod est contra hypothesim. Palam ergo propositum.



7. Oppositio uisui speculo columnari uel pyramidali cõuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uisę sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante: communis sectio superficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linea longitudinis speculi: & si illa communis sectio sit linea longitudinis, superficies reflexionis secat speculum per axem. Alhazen 29 n 4.

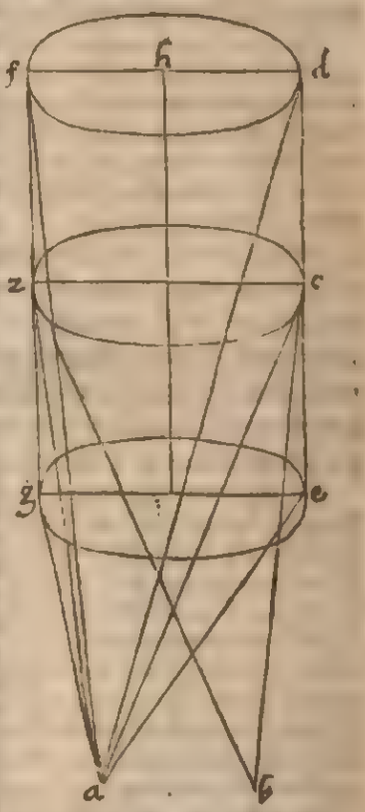
Sit speculum columnare cõuexum, cuius axis sit h i: cuius superficies apparens uisui sit e d f g: sitq; a cẽtrum uisus, & b punctum uisum: secetq; superficies reflexionis (in qua per 27 th. 5 huius necessariò sunt puncta a & b) ipsum speculum secundum axem h i. Dico quod communis sectio illius superficiei reflexionis & superficiei e d f g, est linea longitudinis speculi. Quoniam enim per 93 th. 1 huius cõmunis sectio illius superficiei planę & superficiei totius columnæ speculi est quadrangulum rectangulum sub duabus lineis longitudinis & duabus diametris basium columnę contentum, cum superficies reflexionis transeat per centrum uisus, cui directè in speculo opponitur superficies apparens uisui, per 1 huius: patet quòd communis sectio illarum duarum superficierum erit linea una longitudinis, quæ est unum latus illius rectanguli, quod est communis sectio illius superficiei planæ & superficiei totius columnæ. Similiter quoq; patet per 90 th 1 huius de speculo pyramidali: quoniam communis sectio superficiei reflexionis & superficiei conicæ speculi uisui apparentis, est unum latus illius trigoni (qui est communis sectio huius planæ superficiei & totius superficiei ipsius pyramidis speculi) quod est una linearum longitudinis pyramidis. Patet ergo propositum.



8. Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis speculum secundũ axem secãtem est erecta, ut quæ secundum communem sectionem illius superficiei & speculi, lineam scilicet longitudinis, superficiem apparẽtem speculi per æqualia diuidentem, speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexum, cuius apparens uisui superficies sit e d f g: & axis h i: sitq; centrum uisus punctum a: & communis sectio superficiei reflexionis speculum secundũ axem secantis & speculi sit linea longitudinis, quæ m o, per æqualia diuidens superficiem e d f g: cõtingantq; superficiẽ speculi superficies planæ quotcunq;. Dico quòd unica illa, quæ secũdum lineam longitudinis m o speculum contingit, erecta est super illam superficiem reflexionis: & quòd omnes aliæ super ipsam sunt obliquatæ. Vt enim patet per 92 th. 1 huius linea m o rectos est angulos cõtinens cum semidiametris basium columnæ, & similiter cum semidiametris omnium circulorum basibus illis æquidistantium, secantium columnam, ut patet per 100 & per 23 th. 1 huius: palàm quoq; per 96 th. 1 huius quoniam omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles sunt super ipsam superficiem contingentem speculum, necessariò transeunt per axem speculi: omnes uero illæ perpendiculares cadunt in

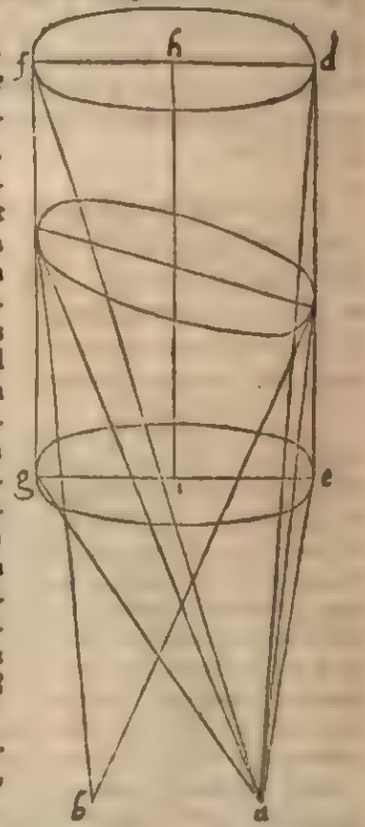
ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante. Ergo per definitionem illa ſuperficies contingẽs eſt erecta ſuper ſuperficiẽ illam reflexionis. Omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecundum alias lineas longitudinum contingẽtes, ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ. Aliter enim cum illæ ſuperficies contingẽtes ſe neceſſariò interſecent: ſi ab aliquo puncto lineæ (quæ per 3 p 11 eſt communis ſectio illarum ſuperficierum) duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur: erũt procreati illius trigoni duo anguli recti: quod eſt impoſsibile. Non eſt ergo aliqua aliarum ſuperficierum ſpeculum contingẽtium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta: niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingẽs. Et eodẽ modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari. Patet ergo propoſitum.



9. Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquidiſtanti baſibus columnæ: communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi erit circulus æquidiſtans baſibus columnæ. Alhazen 30 n 4.

Eſto columnare ſpeculum cõuexum, cuius axis ſit h i: & baſis ſuperior circulus f d: inferior baſis circulus g e: & ſit centrũ uiſus pũctum a: & punctum rei uiſæ ſit b: ſitq; ſpeculum directè uiſui oppoſitum, ut proponitur. Dico quòd ſuperficies reflexionis (quæ ſit a b c z) ſecabit ſuperficiem propoſiti ſpeculi taliter, quòd communis ſectio, quę ſit c z, erit circulus æquidiſtãs baſibus ſpeculi. Hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100 th. 1 huius: uel etiam hoc modo. Ducantur enim duæ lineæ productæ à uiſu contingentes ſpeculũ, quæ ſint a z & a c: ſintq; z & c puncta contingentiæ oppoſitã adinuicem in eadem ſuperficie: & ab utroq; illorum pũctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g. Et quoniã linea d c eſt æqualis lineæ f z, & linea c e æquális lineæ z g ex hypotheſi & per 25 th. 1 huius, propter æquidiſtantiam baſium ſpeculi & ſuperficiei reflexionis: palàm quia linea z c (quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi) æquidiſtabit arcubus baſium, qui ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineis d f, c z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquidiſtantes per 33 p 1: ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdẽ ſunt ſuperficiebus, erunt æquidiſtantes: & ſunt circulares: quoniam ſunt æquidiſtantes in eadẽ ſuperficie columnari. Patet ergo propoſitum.

10. Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie colũnæ uel pyramidis, ſuperficie reflexionis obliquè axi ſpeculi incidente: communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi erit oxygonia ſectio. Alhazen 31 n 4.



Eſto, ut in præmiſsis, ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i: & ſuperficies eius apparens uiſui ſit e d f g: ſitq; centrum uiſus punctum a: & punctus rei uiſæ b: ſecetq; ſuperficies reflexionis ſpeculum obliquè trans axem, ſcilicet non æquidiſtanter baſibus columnæ. Dico quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxygoniæ ſectionis. Quoniam enim per 103 th. 1 huius patet quòd omnis ſuperficiei ſecantis columnam uel pyramidem trans axem non æquidiſtãter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulũ eſſe eſt impoſsibilé, uel etiam lineam longitudinis per 7 huius, cum talis ſuperficies plana nõ ſecet pyramidem uel columnam ſecundum axis longitudinem: patet quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis (quæ plana eſt) & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neq; linea longitudinis. Erit ergo pars ſectionis oxygonię: quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidalis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxygoniam ſectionem in 98 th. 1 huius. Patet ergo propoſitum.

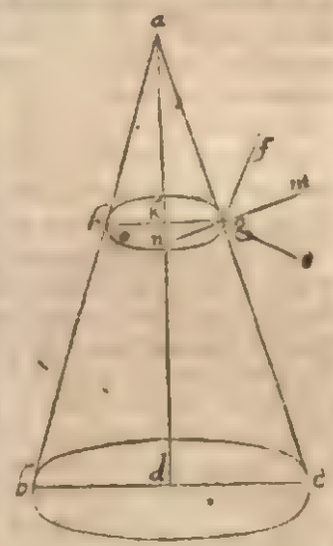
11. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente: omnes ſuperficies planæ ſpeculum contingentes, ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat

Remaneat disposito, quæ præcessit in 9 huius. Et quia per 95 th.1 huius omnes planæ superficies columnam contingentes, secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92 th.1 huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum semidiametris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectæ. Ergo per 100 & 23 th.1 huius illæ lineæ omnes sunt erectæ super circulum æquidistantem basibus columnæ. Hic autem est circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi per 9 huius.) Ergo per definitionem superficierum erectarum super superficies, omnes illæ superficies contingentes columnam, super præfatam superficiem reflexionis eriguntur. Quod est propositum.

12. Communem sectionem superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi circulum impossibile est esse. Alhazen 41 n 4. Item 50 n 5.

Sit pyramidale speculum conuexum a b c: cuius uertex a: diameter basis b c: sitq; axis speculi linea a d: est ergo per 89 th.1 huius punctum d centrum basis: sitq; centrum uisus e: & punctus rei uisæ sit f. Dico quod forma puncti f non potest reflecti ad uisum e ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus. Si enim hoc sit possibile: esto quòd reflectatur forma puncti f ad uisum e à puncto speculi g: sitq; circulus g h communis sectio superficiei reflexionis & speculi: cuius centrum sit k: eritq; per 100 th.1 huius circulus g h æquidistans basi b c. Producatur ergo à puncto g extra speculum linea g m perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto g per 12 p 11. Quia uerò superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto g: ideo quod omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95 th.1 huius, & linea longitudinis obliquè superitat superficiei basis: palàm quòd superficies circuli h g æquidistantis basi, non est orthogonalis super superficiem speculum contingentem in puncto g. Producta ergo linea perpendiculari, quæ est g m, intra pyramidem: palàm quòd ipsa non pertinget ad centrum circuli, quod est k, sed cadet sub illo in alio puncto axis, qui sit punctus n: & continebit lineam g n acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulum g n a, qui necessariò est acutus per 32 p 1, ideo quòd angulus g k n est rectus per 29 p 1: cum angulus a d c sit rectus. Et quoniam, ut patet per 27 th.5 huius, punctum m, qui est terminus lineæ perpendicularis super superficiem speculi (quæ perpendicularis est linea n g m) in superficie reflexionis consistere est necesse: linea ergo h k g non est in illa superficie. Palàm ergo quòd formę puncti f ad uisum e non fiet reflexio à puncto speculi g, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h: oporteret necessariò superficiem circuli g h perpendicularem esse super superficiem planam contingentem speculum in puncto g, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k: quod est impossibile per præmissa. Patet ergo propositum.



13. Oppositio uisui speculo pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisæ sit cum centro uisus in eadem superficie æquidistante basi pyramidis: impossibile est reflexionem fieri ad uisum.

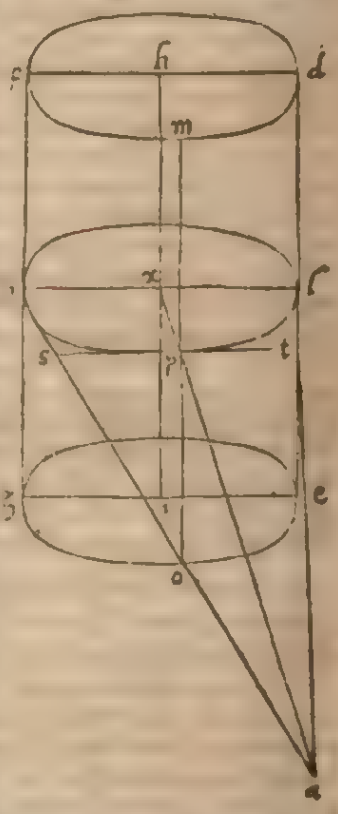
Existente enim tali dispositione centri uisus & puncti rei uisæ, respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur: palàm per 100 th.1 huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus. Patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum impossibile esse, ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus. Quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100 th.1 huius æquidistàs basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficie reflexionis. Et quia axis a d est perpendicularis super illum circulum per 23 th 1 huius: erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis: & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiem reflexionis. Ergo in illa superficie non posset duci perpendicularis super lineam longitudinis: sed per 27 th.5 huius perpendicularis ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendicularis super lineam longitudinis: cum quælibet superficies contingès pyramidem, contingat illam secundum lineam longitudinis. Ergo nunquam fiet reflexio ad uisum in hoc situ formæ alicuius pũctorum rei uisæ, superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale, contingente. Si uerò superficies, in qua est linea contingens speculi circulum, secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi: tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum cõuexa superficies communicat cum speculis sphæricis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis: nec tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalium accedit. Patet ergo propositum.

14. Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis est li-

14. Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis est linea recta) secundum diuersas uisus situationes quandoq; solum unam, quandoq; plurimas ad eundem uisum possibile est applicari.

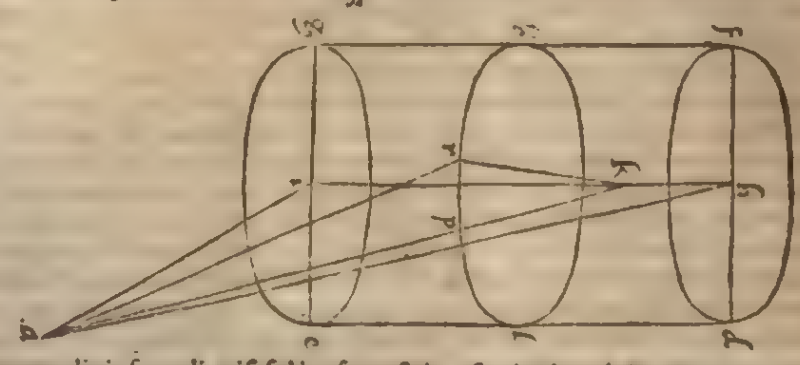
Quocunq; enim modo uisu taliter disposito, ut minus medietate superficiei conicæ pyramidis uideatur per 84 th.4 huius: tunc solùm unica superficies reflexionis transit per uisum, cuius communis sectio cú superficie pyramidis sit linea longitudinis: quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis. Ostensum est enim per 7 huius quoniam in omni superficie reflexionis factæ à speculis pyramidalibus (quãdo communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi) necesse est esse axem speculi. Taliter uerò disposito uisu, ut tota pyramis uideatur per 92 th.4 huius, nõ solùm plures, sed etiam infinitæ superficies reflexionum (quarum communis sectio est linea longitudinis) ut proponitur, possunt ad oculum applicari: quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune: & omnes le æqualiter habent ad uisum. Cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis: tota pyramis uidetur per 92 th 4 huius. In qualibet ergo superficie reflexionis sit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem, ad axem transiens à puncto reflexionis: eritq; cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinis in hoc situ: quoniam quælibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90 th.1 huius. Patet ergo propositum.

15. Omnis superficies reflexionis (cuius communis sectio & superficiei speculi columnaris uel pyramidalis conuexi est linea longitudinis speculi) per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.



Esto speculum columnare conuexũ, cuius apparens superficies uisui sit e d f g: & axis h i: & sit cẽtrum uisus a, ut prius in præmissis. Patet itaq; per 7 huius quoniã superficies reflexionis taliter secans speculum columnare uel pyramidale, secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis, secundum quam illa superficies reflexionis secat speculum; linea m o. Dico quòd linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g uisui apparẽtem. Patet enim per 25 th.5 huius quòd illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o. Si ergo in linea m o signetur punctum p: & ducatur linea a p: & à puncto p ducatur linea t p s in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t contingat quendam circulum columnæ æquidistantem basibus, qui sit b l: erit linea a p perpendicularis super lineam r p s: quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erecta: ergo per 19 p 3 linea a p producta transit centrum circuli b l, quod sit x. Ducanturq; lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58 th.1 huius: copulentur quoq; semidiametri x b & x l. Erunt ergo trigoni a b x & a l x æquianguli per 8 p 1: & erit angulus p a l æqualis angulo p a b: ergo per 58 th.1 huius linea a p diuidit arcũ l p b per æqualia in puncto p: sed arcus l p b est æquidistans basibus columnæ. Lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparẽtem æquidistant lineę m o: quod patet per 92 th.1 huius, & per 28 p 1. Linea itaq; m o diuidet per æqualia bases columnæ: est autem linea m o in superficie reflexionis. Palàm ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia. Et quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadẽ est demõstratio. Patet ergo propositũ.

16. Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõnexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius cõmunis sectio & superficiei speculi est linea logitudinis illius speculi. Alhazen 29 n 4.

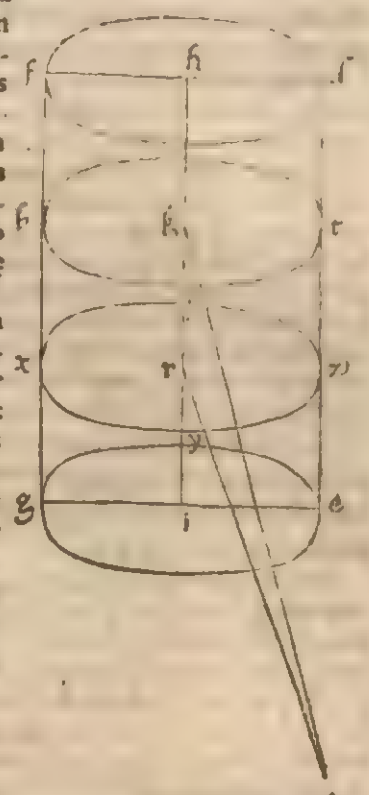


Sit dispositio figuræ eadem, quæ in præcedente. Et quia nunquã cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi est linea longitudinis speculi, nisi solùm superficie reflexionis columnam per axem secante per 7 huius: in hoc autem situ superficies reflexionis (quæ est a h i) secat superficiem e d f g appa-

apparentem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, & superficies transiens per axem h i, est unica: patet quod huius solius & superficiei speculi communis sectio est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & alia superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiei speculi est linea longitudinis speculi: ergo per 7 huius illa superficies secat speculum secúdum axem h i. Ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k: & ducatur in propositâ superficie reflexionis superficiê apparentê speculi per æqualia secante, linea a p k. Palàm ergo quod illæ duę rectæ includêt superficiê: quod est impossibile Patet ergo ꝓpositũ. Vnica enim potest imaginari superficies, in qua sint axis colũnæ & centrũ uisus & pũctus rei uisæ, & nõ plures.

17. Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi est circulus æquidistans basibus columnæ. Alhazen 30 n 7.

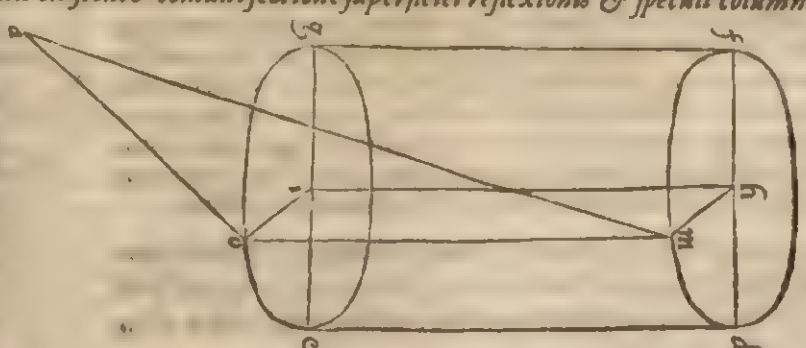
Sit dispositio, quæ suprà, ita ut cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi sit circulus. Quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea perpendiculariter erecta super superficiem contingẽtem speculum in puncto reflexionis, est diameter circuli basibus columnę æquidistantis: & non potest esse in superficie columnæ, nisi unus circulus æquidistans basibus columnæ, qui cum centro uisus sit in eadê superficie: palam quia omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundê uisum factarũ unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi est circulus æquidistãs basibus eorum. Si enim dicatur quòd sint plures: sit communis sectio unius earum superficierũ & superficiei speculi linea circularis, quę sit b p t: alterius uerò x y z: puncta quoq; in quibus axi columnę incidunt centra illorum circulorum sint k & r: & producantur lineæ a k & a r à cẽtro uisus ad illa puncta. Palàm ergo propter æquidistantiam basium ad illas, quoniá in trigono a k r duo anguli ad basim k r sunt recti: linea enim k r, cũ sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est e recta super bases colũnæ per 92 th. 1 huius: ita & super superficies circulorum illis basibus æquidistãtium per 23 th. 1 huius. Ergo & super diametros illorũ circulorum est perpendicularis: sunt autẽ illæ diametri in lineis a k & a r. Linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r: quod est impossibile. Patet ergo propositũ.



18. Superficierum reflexionis (quarum communis sectio cum superficie speculi colũnaris uel pyramidalis conuexi est sectio oxygonia) plures ab eadem portione apparẽte speculi ad eundem uisum est possibile applicari. Alhazen 31. n 4.

Fiat ordinatio figuræ, quæ suprà in 15 huius: sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o: & cõmunis sectio superficiei reflexionis æquidistantis axibus columnę circulus b p l. Palàm ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l potest fieri reflexio ad uisum a secundũ partes sectionis columnaris. Quia enim ad quodlibet illorum punctorum potest aliquis punctus rerum uisarum incidere: patet quòd à quolibet illorũ punctorum fieri potest reflexio ad uisum per 1 th. huius. Manifestum est ergo quòd partes illarũ sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum eandem lineam perpendicularem super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet per 104 th. 1 huius. Patet ergo propositum.

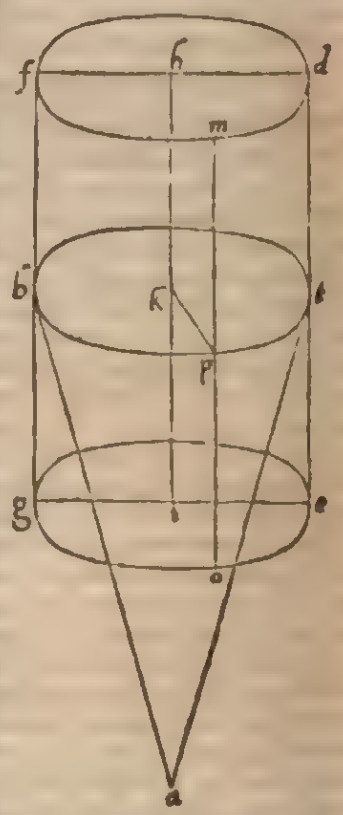
19. Linea longitudinis existente cõmuni sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis cõuexi: à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadẽ superficie. Alhaz. 32. 42 n 4.



Signata, ut in præmissa 15 huius, superficie reflexionis tali, ut proponitur, quæ secet superficiem speculi secúdum lineam m o. Dico quòd à quocunq; puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum: semper omnes lineæ reflexionis erunt in eadem superficie a m o. Quoniam enim in superficie a m o est per 7 huius axis h i: & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem

refle-

reflexionis, ut patet per 8 huius: palàm quia quocunq; pûcto in illa linea m o ſumpto, perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, ſemper erit in eadê ſuperficie cũ axe h i: & erit illa linea orthogonalis ſuper ſuperficiem contingẽtem ſuperficiem columnæ ſecundũ illam lineam m o: quia per 18 p 3 illa linea à puncto contactus ad centrũ circuli ducta eſt perpendicularis ſuper lineã, contingentem circulum ductã in ſuperficie columnã contingente. Superficies ergo m o h i eſt erecta ſuper ſuperficiẽ in linea m o ſpeculum contingentem: ſed centrũ uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandẽ ſuperficiem: quoniã in ſuperficie una eſt cẽtrum uiſus & linea m o & axis ſpeculi h i, ut patet per præmiſſa: una ſola autem ſuperficies eſt orthogonalis ſuper illam ſuperficiem contingentem ſecundum lineam m o: quoniam dato oppoſito, contingeret duas lineas ſuper pûctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, quod eſt impoſsibile per 13 p 11. Omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o factæ ſunt in una & eadem ſuperficie. Quod eſt propoſitum.

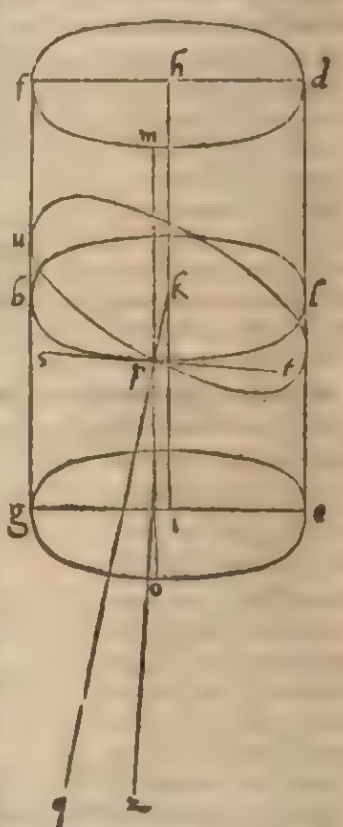


20. Sectione communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris connexi, exiſtẽte circulo: à quocunq; punctõ illius circuli fiat reflexio, ſemper fit in eadem ſuperficie. Alhazen 32 n 4.

Fiat figuratio ut in 17 huius: & ſignetur quodcũq; punctum placuerit in circulo b p t: palàm quoniam ſemper ſemidiameter illius circuli ducta à puncto k centro illius circuli b p t erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in illo puncto reflexionis dato: erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extrà ſuper ſuperficiem contingentem columnam in eadem ſuperficie conſiſtens tota per 1 p 11: eſt autem illa ſuperficies educta extra columnam ſuperficies reflexionis. Quia ergo quælibet talium perpendicularium eſt in ſuperficie illius circuli, & pûctum uiſus, quod eſt a, ſimiliter eſt in eadem ſuperficie. In hac ergo ſola ſuperficie erit reflexio cuiuſcunq; puncti rei uiſæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis ſuæ uiſæ. Quod eſt propoſitum.

21. Omnis perpendicularis à puncto reflexionis ſuper ſpeculi columnaris connexam ſuperficiem erecta, producta intra ſpeculum eſt diameter circuli aquidiſtantis baſibus columnæ: & econuerſo. Alhazen 34 n 4.

Sit diſpoſitio figuræ, ut prius: ſitq; punctum reflexionis p, ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis uel circulus uel ſectio columnaris: & à puncto p ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in eodem puncto p: quæ ſit p q. Dico ſi linea p q intelligatur produci intra ſpeculum, quòd ipſa cadet in punctum k, quod eſt centrum circuli b p l: & erit diameter illius circuli. Quia ſi detur, quòd non: cum conſtet per 18 p 3 diametrum k p perpendicularem eſſe ſuper lineam s t contingentem circulum b p l in puncto p, & ex conſequenti ſuper ſuperficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6 huius eſt linea s t: cum etiam linea q p ſit perpendicularis ſuper eandem lineam & ſuperficiem in eodem puncto ſpeculum contingentem: palàm quòd erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p linea una per 14 p 1: ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p lineæ s p, & continet quælibet ipſarum angulum rectum cum eadem: & danti oppoſitum etiam accidit ex eodem puncto p ſuperficiei contingẽtis duas erigi perpendiculares ſuper illam ſuperficiem, quod eſt contra 13 p 11. Producta enim diametro k p extra ſpeculum, ſi ipſa non pertingat ad punctum q: ſit, ut ipſa pertingat ad pûctum z extra ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem: accidet ergo ipſam p z & perpendicularem q p ſuper eandem ſuperficiem ad idem punctum p productas perpendiculares eſſe: quod eſt impoſsibile. Patet ergo propoſitum primum. Conuerſa quoq; patet per eundem modum.

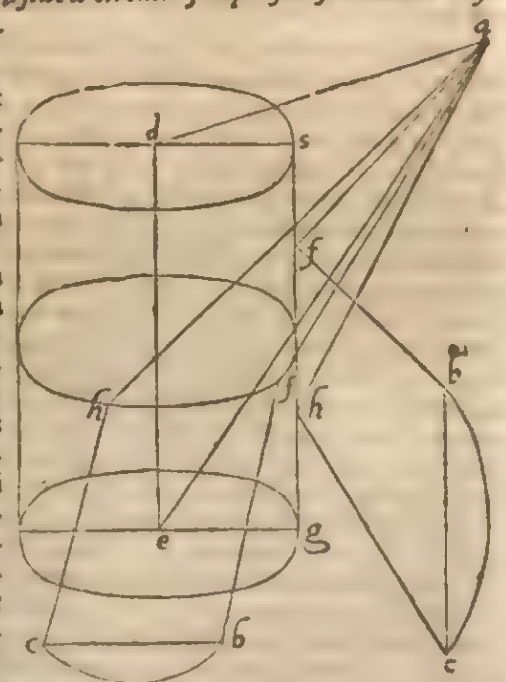


22. Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris connexi communi ſectione quacunq; linea exiſtente: formæ eiuſdem puncti rei uiſe non fit reflexio ad uiſum eundem, niſi ab uno tantum illius ſectionis puncto. Alhazen 33 n 4.

Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7 huius: tunc non fiet reflexio, niſi

xio, niſi ab uno tantùm puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45 th.5 huius. Si uerò communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9 huius: tunc ab uno tantùm puncto illius circuli fiet reflexio, quemadmodum in ſpeculis ſphæricis conuexis oſtenſum eſt per 16 th.6 huius. Si uerò illa communis ſectio fuerit oxygonia, ut patet per 10 huius: tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrandum. Fiat ergo diſpoſitio figuræ, ut in præmiſſa proxima: ſitq; pars colũnaris ſectionis linea, quæ eſt p u. Dico quòd ab uno tantùm puncto lineæ p u fiet reflexio ad uiſum in illa ſuperficie. Dato enim quocunq; puncto alio, palam quoniam perpendicularis ab illo puncto reflexionis erecta ſuper ſuperficiem columnæ, orthogonalis eſt ſuper lineam longitudinis columnæ per illum punctum tranſeuntis: quare & ſuper axem perpendicularis erit per 29 p 1: & erit illa perpendicularis, diameter circuli æquidiſtantis baſibus ſpeculi per præmiſſam. Et ſuperficies reflexionis & circulus ille ſecant ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli per 104 th.1 huius: & diameter illa eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto contingentem: & ſuperficies reflexionis eſt ſecãs illam lineam longitudinis columnæ, ſuper quam fit contingentia: & eſt declinata ſuper eam: ergo & ſuper axem erit illa ſuperficies reflexionis declinata. Sed in ſuperficie plana ſuper aliquã lineam declinata (ut ſpecialiter patet de ſectione oxygonia per 112 th.1 huius) non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineam uel in ipſum axem: quoniam linea terminans illam ſuperficiem, in uno tantùm puncto ſecat illam lineam, ſuper quam ſuperficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantùm illius ſectionis fiet reflexio. Si enim à duobus punctis illius ſectionis daretur fieri reflexio ad eundem uiſum: ſequeretur quòd in eadem ſuperficie illius reflexionis eſſent duę lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſuper axem columnæ: quod eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axem. Perpendicularis enim ducta à puncto reflexionis, cadit in circulum æquidiſtantem baſibus columnæ in punctum axis: & eſt communis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexionis per 104 th.1 huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto: tunc itẽ perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquidiſtantis, & caderet in punctum axis, in quod nõ cadit ſuperficies reflexionis. In omnibus ergo his reflexionum ſuperficiebus ab uno tantùm puncto lineæ communis ſit reflexio in eadem ſuperficie, reſpectu eiuſdem uiſus: quamuis reſpectu duorum uiſuum poſsit fieri reflexio à duobus pũctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametri circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem: ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtantiæ oculorum, uel minor, non aliter: ad unum uerò uiſum hæc fieri non poteſt: quoniã ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78 th.4 huius. Patet ergo propoſitum: quod nos deinũ particularius proſequemur, oſtendẽtes quòd in his ſpeculis quacunq; linea communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantùm puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

23. *Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie, in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi columnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſsior centro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo: ſemper fiet ſecundum oxygonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.*



Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c: & ſit centrum uiſus a: ſitq; axis ſpeculi columnaris uel pyramidalis cõuexi d e: ducanturq; lineæ a d & a e continentes cum axe d e trigonum a d e, in cuius ſuperficie non ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonum a d e, ſiue non. Secet ipſum: fiatq; lineæ b c reflexio ad uiſum a à ſuperficie ſpeculi propoſiti. Palàm autem quòd ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti non poteſt per 29 th.5 huius. Dico quòd ſi linea b c reflectatur ad uiſum a à linea lõgitudinis ſpeculi, quæ ſit s g (ut ſi linea b c æquidiſtet axi d e, & ſuperficies, in quã eſt linea b c, ſecet ſpeculum trans axem orthogonaliter ſuper baſim ſpeculi: ſecetq; ſuperficiem, in qua ſunt centrũ uiſus & axis ſpeculi, qui eſt d e, ita quòd communis ſectio illarum ſuperficierum ſit axis d e) fiet tamen reflexio ad uiſum ſecundum oxygonias ſectiones, quamuis fiat à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt s g. Palàm enim per 27 th.5 huius quoniam in omni ſuperficie reflexionis oportet ut ſit cẽtrum uiſus, & punctus, cuius forma reflectitur ad uiſum, & punctus ſpeculi, qui eſt punctus reflexionis. Sit ergo, ut punctus b reflectatur ad uiſum a à puncto ſpeculi f: & punctus c à puncto h. Et ducantur lineæ a f, b f, a h, c h. Quia itaq; punctus b lineæ b c non eſt in ſuperficie a d e ex hypotheſi: patet quòd ſuperficies ſuæ reflexionis, quæ eſt a f b, ſecat ſuperficiem a d e ſuper punctum a,

& ſuper punctum ſpeculi f: ſecat ergo ipſam ſecundum lineam a f: & ſecat ſpeculum trans axem d e, non autem æquidiſtat baſi ex hypotheſi: quoniam illa linea uiſa, quæ b c, non eſt in ſuperficie a d e, ſed extra illam. Superficies ergo b f a, quæ eſt ſuperficies reflexionis, tranſuerſaliter ſecat axem d e: quoniam linea uiſa eſt altior uel baſsior centro uiſus ex hypotheſi. Communis ergo ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi per 10 huius eſt oxygonia ſectio. Similiterq; eſt de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad centrum uiſus a à linea longitudinis ſpeculi: cuiuslibet tamen puncti reflexio ad uiſum fiet ſecundum oxygoniam ſectionem. Similiterq; demonſtrandum, ſi ſuperficies incidétiæ lineæ b c orthogonaliter ſecet axem ſpeculi, & ſuperficiem a d e: tunc enim communi ſectio ſuperficiei incidentiæ lineæ b c & ſuperficiei ſpeculi fiet circulus æquidiſtans baſi ſpeculi per 100 th. 1 huius. Vnde ſi fiat reflexio ad uiſum, fiet ab arcu circuli æquidiſtantis baſi ſpeculi: quælibet tamen ſuperficies reflexionis tranſiens centrum uiſus ſecabit obliquè axem ſpeculi ſecũdum aliquod punctum illius arcus. Licet itaq; omnia puncta lineæ b c reflectantur ad uiſum a ab arcu circuli ſpeculi: ſit tamen cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio ſecundum oxygoniam ſectionem. Si tamẽ aliquis punctorum lineæ b c fuerit cum centro uiſus in eadem ſuperficie æquidiſtanter baſi ſpeculum ſecante: illius ſolius reflexio fiet ſecundum circulum, aliorum uerò omnium punctorum reflexio fiet ſecundũ oxygonias ſectiones: & ſic puncta illius lineæ diuerſas afferent uiſui paſsiones. Patet ergo propoſitum.

24. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis, centrum uiſus: punctum uiſum: punctum reflexionis: punctum axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi, conſiſtere eſt neceſſe. Alhaz. 23. 34 n 4.

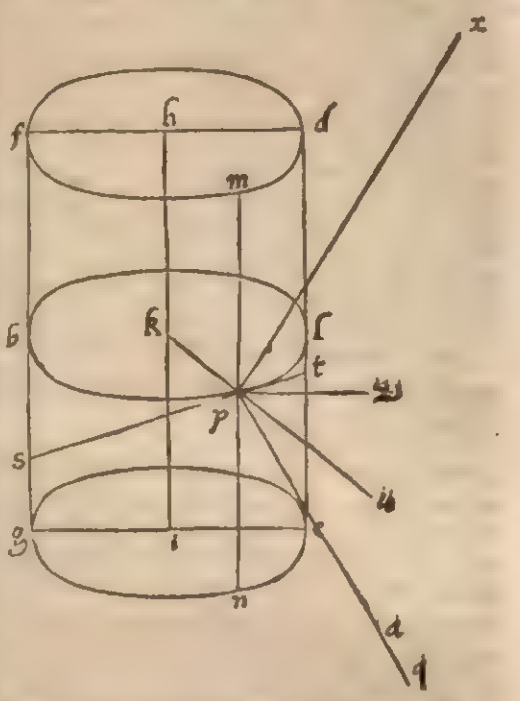
Quòd centrum uiſus: & punctum reflexionis: & punctum reflexũm ſint in ſuperficie reflexionis patet per 27 th. 5 huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſariò ſunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta. Et ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculum ſecũdum lineam ſuæ longitudinis: palàm per 7 huius quòd totus axis & punctum, in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta, ſunt in hac ſuperficie. Si uerò communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus: palàm quia centrum illius circuli, qui eſt punctus axis, ad quem per 21 huius omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, eſt in ſuperficie reflexionis: quoniam tunc totus circulus eſt in ſuperficie reflexionis. Si autem communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſectio oxygonia: palàm per 10 huius quia hæc ſectio decliuis eſt ſuper axem columnæ, interſecans axem in puncto, cui incidit perpendicularis producta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in pũcto ſectionis. Patet ergo propoſitum ſecundum omnem diuerſitatem dictarum ſectionum.

25. In ſuperficie apparente ſpeculi columnaris connexi ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, ſiue circulus, ſiue oxygonia ſectio: à quolibet puncto poteſt fieri reflexio ad uiſum. Alhazen 28 n 4.

Signentur termini apparẽtis portionis colũnæ, ut prius: & ſit illa portio d e f g: & ſit p punctus datus in ſuperficie illa apparẽte: ſitq; x punctus rei uiſæ. Dico quòd à puncto p poteſt fieri reflexio formæ puncti x ad centrum uiſus, quod ſit a. Sit enim primò, ut ſuperficies reflexionis (in qua ſunt punctus uiſus, qui eſt x, & centrum uiſus a, & punctus, à quo fit reflexio, qui eſt p) ſecet columnam ſpeculi ſecũdum axem h k i: erit ergo per 7 huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi linea longitudinis columnæ, quæ ſit m p n. Ducatur itaq; linea x p: & à puncto p erigatur linea perpendicularis ſuper lineam m n per 11 p 1, quæ ſit p z: & ſuper punctum p terminum lineæ z p fiat angulus æqualis angulo x p z, qui ſit z p q. Si itaq; centrum uiſus, quod eſt a, fuerit in linea p q, palàm per 20 th. 5 huius, cum angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, quoniam à puncto p fiet reflexio formæ puncti x ad uiſum a exiſtentem in linea p q. Quòd ſi ſuperficies reflexionis ſecet columnam ſpeculi æquidiſtanter baſibus: palàm quia communis ſectio erit circulus per 9 huius: fietq; iterum à puncto p reflexio ad uiſum. Ducatur enim per 102 th. 1 huius circulus æquidiſtans baſibus columnæ, tranſiens per punctum p, qui ſit b p l: cuius centrum ſit k in cuius ſuperficie extenſa extra ſpeculum ſi fuerit punctum uiſum, & ducatur linea x p, quæ producta ſi tranſeat centrum circuli k: palàm, cum axis columnæ h k i ſit orthogonalis ſuper ſuperficiem illius circuli, ſicut & ſuper baſes columnæ per 100 & 23 th. 1 huius, quoniam & ipſe axis h k i orthogonalis erit ſuper lineam x p: ergo & linea longitudinis columnæ (quæ eſt m p) erit orthogonalis ſuper lineam x p per 29 p 1. Reflectetur ergo per 21 th. 5 huius linea x p in ſeipſam, & in ea exiſtente uiſu forma pũcti x uiſui occurret. Si uerò linea x p producta non tranſeat centrum circuli k, ſed obliquetur ab illo: tunc copuletur ſemidiameter, quæ k p, quæ, ut patet ex præmiſsis, erit orthogonalis ſuper axẽ h i: erit ergo linea k p perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt m p per 29 p 1: erit ergo k p perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem columnam ſecundũ lineam longitudinis m p: in qua ducatur linea contingens circulum b p l in puncto p, quæ ſit s p t: educaturq; linea k p perpendiculariter ſuper illam ſuperficiem in punctum u: ſitq;, ut prius, centrum uiſus, quod eſt a, in linea q p in eadem ſuperficie circuli. Et quoniam in illa ſuperficie circulum contingente eſt linea s t, erit angulus k p t rectus: ergo & angulus s p u eſt rectus per 15 p 1. Palàm ergo quia angulus a p s eſt minor recto: ergo eſt

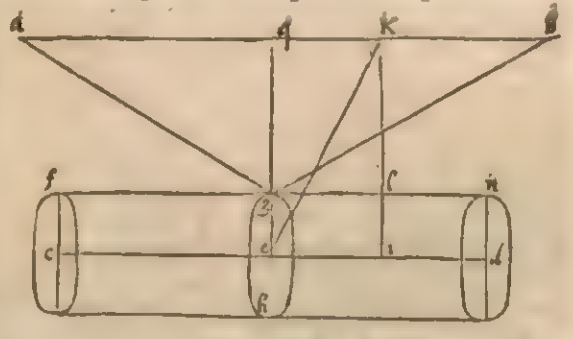
acutus:

acutus: ergo per 13 p 1 angulus a p t est obtusus: rescindatur ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u per 27 th. 1 huius. Si ergo linea x p illum angulum contineat: palàm per 20 th. 5 huius quoniam à pũcto p reflectetur forma pũcti x ad punctum a centrum uisus. Quòd si linea x p illum angulũ non contineat: tunc, ut prius, super punctum p terminum lineę u p fiat angulus ęqualis angulo x p u per 23 p 1. In linea quoq; illum angulum continente posito centro uisus a, patet propositum, ut prius. Et quoniã perpendicularis k p u est cum puncto a in eadem superficie per præmissam, erit linea a p in eadem superficie cum linea x p: & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiẽ speculum contingentem secundũ lineam m n: quoniam perpẽdicularis p u (quæ est in superficie reflexionis) erecta est super superficiem secundũ lineam m n speculum contingentem: & est in ea circulus b p l æquidistans basibus columnæ. Et similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta superficie speculi. Idem quoq; patet si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi colũnaris fuerit sectio oxygonia per 10 huius: quoniam, ut ostendimus in 21 huius, patet quòd semper perpẽdicularis ducta à pũcto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli cuiusdam secãtis superficiem speculi ęquidistanter basibus columnæ: ductaq; linea in puncto dato speculum secundum oxygoniam sectionem contingente, & producta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ & centrũ uisus cadant in eandem perpendicularem, uel in lineas in eadem superficie cum perpendiculari existentes, & æquales angulos cum ipsa continentes: fiet secundum præmissa reflexio ad uisum. Patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione communi superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris.



26. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente: formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantùm puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio. Alhazen 46 n 5.

Esto speculum columnare conuexum, cuius axis sit c d: sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b reflectatur ad a cẽtrum circuli à puncto g superficiei speculi: & sit communis sectio superficierum istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi. Dico quòd forma puncti b non potest reflecti ad centrum uisus a ab alio puncto speculi quàm à puncto g. Ducatur enim à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnam secundum lineam f g n per 12 p u: quæ sit linea g q, secans lineam a b productam inter punctum uisum & centrũ uisus in puncto q. Palàm per 21 huius quoniam hæc linea g q producta intrà speculum secat ipsum trans axem c d: secet ergo in puncto e. Et quia linea longitudinis, quę est f n, est in superficie reflexionis: palàm quoniam axis c d erit in eadem per 7 huius: ergo & pũctum e erit in illa superficie. Cum itaq; una sola superficies possit intelligi, in qua sunt simul omnia pũcta a, b, g & e, & lineæ f n & c d: palam quòd à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b ad a centrum uisus, nisi à linea longitudinis f n: sed per 45 th. 5 huius ostensum est quòd in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum: ergo & in his speculis non potest fieri reflexio ab alio pũcto quàm ab uno solo puncto scilicet lineæ f n. Forma ergo puncti b reflectitur ad uisum a ab uno solo puncto superficiei totius speculi. Quod est propositum.



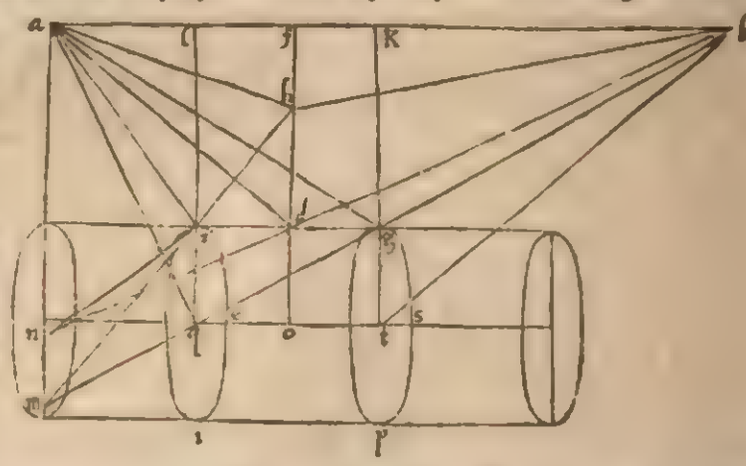
27. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente circulo basibus speculi æquidistante: ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum. Alhazen 46 n 5.

Sit dispositio, quæ in præcedente, palamq; per 17 huius quoniam hac hypothesi existẽte, superficies reflexionis a b g erit æquidistans basibus columnæ: circulus quoq;, qui est communis sectio superficiei a b g & columnæ, cuius axis est c d, qui est æquidistans basibus columnæ, sit g h: cuius centrum sit punctum e. Dico quòd à circulo g h (qui est communis sectio superficiei a b g & superficiei speculi) non potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantùm pũcto g. Patuit enim per 16 th. 6 huius quia in speculis sphæricis conuexis à circulo, super quem fit reflexio, non potest

fieri reflexio, nisi ab uno tantùm puncto: ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantùm puncto, quod sit g. Si uerò detur, quòd ab alio puncto speculi huius (ut à puncto l) similiter fiat reflexio, sicut à puncto g: producatur à puncto dato l linea l k per 12 p 11 perpendicularis super superficiem columnæ: hæc ergo producta cadet orthogonaliter super axem c d per 21 huius: cadat in punctum axis, quod sit i. Similiter quoq; linea l k, ut patet ex præmissis, secabit lineam a b productam inter punctum rei uisæ & centrum uisus: secetq; ipsam in puncto k: quod siue fuerit idem cum puncto q, siue aliud a puncto q, ducatur semper linea k e ad centrum circuli g h: eritq; linea k e orthogonalis super axem c d: quoniam est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secante. Duæ ergo lineæ k e & k i cum linea e i, parte axis continent triangulum, cuius duo anguli sunt recti: quod est impossibile. Palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto superficiei totius speculi alio, quàm à puncto g. Et hoc est propositum.

28. Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxygonia: formæ eiusdem puncti rei uisa ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum. Alhazen 47 n 5.

Sit superficies reflexionis a b g: cuius communis sectio cum superficie speculi columnaris sit oxygonia sectio, transiens in superficie speculi punctum g: & sit b punctus rei uisæ: & a centrum uisus: & g punctus reflexionis. Dico quoniam forma puncti b non reflectitur ad centrum uisus a ab aliquo puncto totius superficiei speculi, nisi à puncto g. Ducatur enim à puncto a superficies æquidistans basibus columnæ, secans speculum secundum circulum, qui sit e z i: quod sic fiet. Producta enim à puncto a linea perpendiculari super axem columnę per 12 p 11: erit hęc linea perpendicularis erecta super superficiem columnæ: quia erit perpendicularis super lineam longitudinis columnæ, cui ipsa incidit per 29 p 1. Ducatur item ab eodé puncto axis, quod sit q, alia linea rectum continens angulum cum axe, quæ sit linea q e. Ergo per 18 p 11 patet quoniam superficies plana lineas illas a q & q e imaginata pertransire, super superficiem speculi erit orthogonaliter erecta. Et quoniam per 4 p 11 axis speculi erectus est super illã superficiem, patet per 14 p 11 & per 92 th. 1 huius quoniam illa superficies æquidistat basibus speculi: ergo per 100 th. 1 huius, cum ipsa secet superficiem columnæ æquidistanter basibus: patet quòd ipsa secat secundum circulũ, qui sit e z i, cuius centrum erit punctum q. Et eodem modo à puncto g ducatur superficies æquidistans basibus speculi, quæ secet speculum secundum circulum s g p: cuius centrum sit t: & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctum g, quæ sit t g: & hæc per 21 huius erit perpendicularis super superficiem contingentem columnam in linea lõgitudinis, in qua est punctus g. Linea quoq; t g producta concurrat cum linea a b in puncto k: cõcurret autem per 29 th. 1 huius: ideo qa diuidit angulum a g b, & puncta g, a, b sunt in eadem superficie reflexionis per 24 huius. Ducatur etiam à pũcto g linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit g z, cadés inter duas sectiones æquidistãtes basibus speculi nũc ductas: & erit per 25 th. 1 huius pars axis æqualis lineæ g z, linea t q: & à puncto b rei uisæ ducatur linea perpendicularis super superficiem, secantem speculum secundum circulum e z i per 11 p 11: quæ sit b h: & ducãtur duæ lineæ a z & h z: & ducatur â puncto z in superficie illa ad axé speculi linea z q: eritq; hæc linea z q perpendicularis super axem q t per 21 huius, sicut & superficies e z i, in qua protrahitur: & erit per eundem 21 huius linea z q perpendicularis super superficiem contingẽtem speculum in puncto z. Quia ergo linea q z educta extra speculi superficiem necessariò diuidit angulum h z a, eò quòd à concursu linearum h z & a z orthogonaliter producitur super superficiem contingẽtem, cui superficiei lineæ a z & h z obliquè incidunt: palàm per 29 th. 1 huius quia producta linea z q concurret cum linea a k, quæ subtenditur angulo a z h: concurrat ergo in puncto l. Dico quoniã forma puncti h lineæ b h reflectitur ad uisum a a puncto speculi z. Ducatur enim a puncto a linea æquidistans k g lineæ, quę sit a m: hæc utiq; per 2 th. 1 huius concurret cum linea b g, cum qua sua æquidistans concurrit: sunt enim lineæ a b, b g, k g omnes in eadem superficie reflexionis: sit ergo punctus cõcursus linearum b g & a m punctus m. Palàm quoq. per 6 p 11 quoniam linea g z æquidistat lineæ b h, cum utraq; ipsarum sit orthogonalis super superficiem e z i æquidistantem basibus columnæ: est ergo per 7 p 11 linea b g m in eadem superficie, cum secet illas duas lineas æquidistãtes. In superficie ergo reflexionis (quæ est a b g) sunt



tria

tria puncta m,z,h. Itē quia linea a m est æquidistans lineæ k g, sed & linea z l est æquidistans lineæ k g per 33 p 1: sunt enim lineæ g z & t q æquales & æquidistātes, ut patet ex præmissis, & linea t g producitur in punctum k: & linea q z in punctū l: erit ergo per 30 p 1 linea l z æquidistās lineæ a m. Sunt ergo per 2 th. 1 huius lineæ l z & a m in eadē superficie: & in eadem est linea h a per 7 p 11. Igitur tria puncta m,z,h sunt in eadem superficie, in qua sunt lineæ l z & a m & h a, quæ est superficies h l z m. Sed iam patuit suprà quod sunt in superficie m b h: igitur sunt in linea cōmuni illis duabus superficiebus: ergo per 3 p 11 linea h z m est linea recta. Cum itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi: erit per 20 th. 5 huius angulus a g k æqualis angulo k g b: sed angulus k g b per 29 p 1 est æqualis angulo a m g, cum sit extrinsecus ad illum, & linea k g æquidistet lineæ a m: sed & angulus a g k est æqualis angulo m a g per eandem 29 p 1, quia est illi coalternus: ergo anguli a m g & m a g sunt æquales: ergo per 6 p 1 duæ lineæ a g & m g sunt æquales. Quia uerò linea g z est erecta super superficiem a h z, ut patet ex præmissis: erit linea g z orthogonalis super quamlibet lineam superficiei a h z, ductam à puncto z: ergo erit perpēdicularis super lineam z m: angulus ergo m z g erit rectus: erit quoq; per 47 p 1 quadratum lineæ m g æquale quadratis duobus linearū m g & g z: & similiter quadratum lineæ a g est æquale quadratis linearum a z & g z: sed quadratum lineæ m g æquale est quadrato lineæ a g; quoniā lineæ m g & a g sunt æquales: ablato ergo utrobiq; quadrato communi, quod est quadratum lineæ g z: relinquitur quadratum lineæ m z æquale quadrato lineæ a z: est igitur linea m z æqualis lineæ a z: ergo per 5 p 1 angulus a m z est æqualis angulo z a m: sed per 29 p 1 angulus l z h extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angulus z a m est æqualis angulo l z a per eandem 29 p 1, quia illi anguli sunt coalterni: ergo angulus a z l est æqualis angulo l z h. Forma ergo puncti h incidens speculo in puncto z reflectitur ad a centrum uisus à puncto speculi, quod est z, ut patet per 20 th 5 huius. Si uerò dicatur quod ab alio puncto quàm à puncto g potest forma puncti b reflecti ad uisum a: illud aliud punctum aut erit in linea longitudinis, quę est g z, aut in alia. Si est in linea g z, ducatur à dato puncto lineæ g z, quod sit d, linea perpendicularis super lineam g z: quæ ad utramq; partem producta sit linea o d f: & copulentur lineæ a d & b d. Linea itaq; o d f per 29 th. 1 huius necessariò secabit lineam a b: & erit æquidistans lineæ a m per 28 p 1: & linea ducta à puncto b ad illud punctum d, necessariò cōcurret cum linea a m per 2 th. 1 huius: & erit punctus d & punctus m in eadem superficie: quoniam lineæ d f & a m, cum sint æquidistantes, sunt in eadem superficie per 1 th. 1 huius. Linea ergo b d aut cadet super punctum m, aut super aliud punctum lineæ a m. Si cadat super punctum m, erit ducere à puncto b ad pūctum m duas rectas lineas, ut lineam b g m, & lineam b d m: quod est impossibile: quoniam tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uerò ad aliud punctum lineæ a m, quàm ad punctū m, incidat linea b d: sit illud punctum n: & ducatur à puncto n linea n z ad punctum z: & potest probari, quòd hæc linea n z cum linea h z facit lineam rectam, sicut prius probatum est de linea m z. Quoniam enim puncta n, z, h sunt in duabus planis superficiebus: ergo sunt in illarum communi sectione: ergo per 3 p 11 erit linea h z n linea recta: & ita à puncto h erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m cadentes: quod est impossibile per 1 p 11. Palàm ergo quòd à nullo puncto lineæ g z potest forma puncti b reflecti ad uisum a, nisi à solo puncto g. Si dicatur quòd extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit reflecti forma puncti b ad a uisum: ducatur super illud punctum speculi linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius: & à puncto circuli e z i, in quem cadit hæc linea, probabitur forma puncti h reflecti ad uisum a secundum prædictam probationem: sed iam probatum est quod forma puncti h à puncto speculi z reflectitur ad uisum a: & ita formæ eiusdem puncti h ad eundem uisum a à punctis duobus unius circuli fiet reflexio, quod est contra 16 th. 5 huius, & impossibile. Superest ergo, ut à solo pūcto speculi proposito reflectatur forma puncti b ad uisum a. Palàm enim, quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxygonia sectio, quia tunc nō fiet reflexio, nisi ab uno tantùm puncto: quoniam, ut patet per 24 huius in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet, ut sit punctus axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineam longitudinis speculi per punctum illū transeuntem: ergo & super axem speculi per 28 p 1: quoniam linea longitudinis columnæ & axis semper æquidistant per 92 th. 1 huius. Est autem illa perpendicularis communi sectioni oxygoniæ, à cuius pūcto fiet reflexio, & cuidam circulo æquidistanti basibus speculi per 104 th. 1 huius: est ergo semidiameter illius circuli. Superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super peripheriam circuli per 21 huius: & superficies reflexionis, in qua est illa sectio oxygonia, est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrum, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta: super aliquam uerò superficiem declinatam super axem columnę non potest intelligi, nisi una tantùm lineā perpendiculariter cadens super axem per 112 th. 1 huius. Si uerò ab eadem oxygonia sectione fierēt à duobus punctis reflexio: esset necessarium, ut in illa sectionis superficie possent duci duę perpendiculares super axem speculi: quod est impossibile: cum unus uisus semper uideat minus inedietate columnæ. Et similiter patet per 79 th. 4 huius quòd duo uisus uidēt minus medietate columnę, quando diameter basis columnæ maior est quàm distantia oculorum: hoc autem planius declaratum est in 22 huius. Patet itaq; propositum.

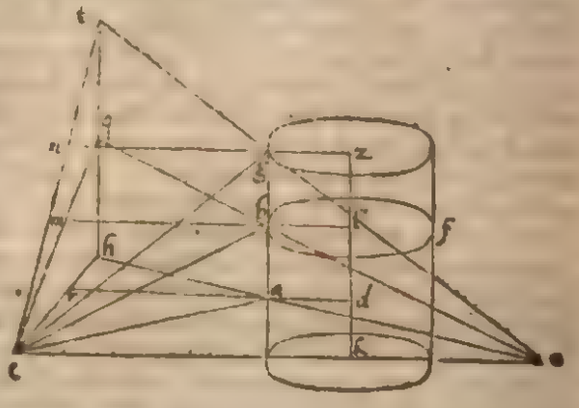
29. Oxygonia sectione existente communi superficiei reflexionis & speculi columnaris con-

axi: dati puncti uisi ad datum centrum uisus punctum reflexionis inuenire. Alhazen 48 n 5.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis per 46 th 5 huius ostensum est. Si uerò illa communis sectio fuerit circulus: tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20 uel 22 th. 6 huius. Si autem illa communis sectio sit oxygonia sectio, qualis proponitur: sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxygoniæ ad a centrum uisus. Dico quòd possibile est inueniri punctum reflexionis. Ducatur enim a puncto a, ut in præcedente propositione, superficies æquidistans basibus columnæ: quæ secabit columnam super circulum, qui sit e z i: & ducatur à puncto b perpendicularis super hanc superficiem per 11 p 11, quæ sit b h, & per 20 uel 22 t 6 huius, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus, à quo reflectitur forma puncti h ad uisum a, qui sit punctus z: & à puncto z per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis, quæ sit z g: & ducatur linea h a: & à puncto z ducatur perpendicularis super lineam h a per 12 p 1, quæ sit z l: & huic ducatur æquidistans à puncto a per 31 p 1, quæ sit a m: & linea h z producatur usquequò concurrat cum linea a m: & sit cõcursus in puncto m: & à puncto m ducatur linea ad punctum b, quæ necessariò secabit lineam z g, cum sit in eadem superficie cum illa: quoniam cum linea b h sit æquidistans lineæ g z per 6 p 11, eò quòd ambæ lineæ b h & g z sunt perpendiculares super eandem superficiem e z i æquidistantem basibus columnæ: erit ergo linea h m in superficie illarum per 7 p 11: & ita linea m b erit in eadem superficie: quæ si secuerit lineam z g in puncto g: palàm ex his, quę in præcedẽte propositione præmissa sunt, quòd punctus g erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum. Hæc omnia pluraq; alia patent per ea, quæ dicta sunt in præcedente demõstratione. Et hoc est propositum: quoniam secundum hunc modum cuiuslibet dati puncti ad datum uisum punctus reflexionis poterit inueniri.

30. Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadem superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum. Alhazen 26 n 6.

Esto axis speculi columnaris conuexi linea z k: & sit linea uisa axi æquidistans, quæ t h: sitq; centrum uisus e extra superficiem t h z k. Dico quòd forma lineæ t h reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est communis sectio superficiei t h z k, & superficiei speculi. Et quia uisus e non est in superficie t h z k: sit superficies per ipsum uisum transiens, secãs columnam speculi æquidistanter basibus: eritq; hæc superficies secans columnam secundum circulum per 100 th. 1 huius: qui circulus sit b f. Palàm ergo cum linea h t ex hypothesi æquidistet axi z k, quòd aliquis eius punctus reflectitur ad uisum e ab aliquo puncto circuli b f: sit ergo hoc à pũcto b. Punctus quoq; lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, sit q: & ducantur lineæ q b, e b, q e: & ducatur per 101 th. 1 huius à puncto b linea longitudinis columnæ, quæ sit a b g: & ducatur à puncto b perpendicularis cadens super axem z k in punctum l: quæ producta ad lineam q e, secabit ipsam per 2 th. 1 huius: quoniam illæ duæ lineæ æquidistant, ut patet ex præmissis. Et quoniam superficies e q b est superficies reflexionis: patet quòd punctum b cum linea e q est in eadem superficie. Secet ergo linea b l producta ipsam lineam q e in puncto m: & sit linea m l: ducaturq; à puncto e linea æquidistans lineæ m l per 31 p 1, quæ sit e o: & producatur linea q b ultra punctũ b: quæ quia concurrit cũ linea m l: palàm per 2 th. 1 huius quia ipsa cõcurret cum eius æquidistante, quæ est linea e o: sit ergo punctus cõcursus o. Palàm aũt per 20 th. 5 huius quoniam angulus incidentiæ, qui est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a: anguli uerò m b g & m b a sunt æquales, quia recti: relinquitur ergo angulus q b m æqualis angulo reliquo, qui est e b m: sed per 29 p 21 angulus q b m est æqualis angulo b o e: quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis: sed & angulus m b e æqualis est angulo b e o: quia coalternus est: ergo angulus b o e æqualis angulo b e o: ergo per 6 p 1 in trigono b e o latus b e est æquale lateri b o. Sumatur autẽ & alius pũctus in linea t h, qui sit punctus t: & ducatur linea t o. Quia ergo linea t h æquidistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g per 30 p 11: ideo quòd utraq; illarum est æquidistans axi z k: palàm ergo per 1 th. 1 huius quòd lineæ t h & a g sunt in eadem superficie, cum etiam linea t h & z k, axis sint in eadem superficie. Ergo per 7 p 11 linea q b o secans illas lineas æquidistantes, quę sunt t h & a g, est cum illis in eadem superficie: & similiter linea t o est in eadem superficie cum illis per 1 p 11: sunt enim puncta t & o in dicta superficie: secabit ergo linea t o lineam a g: sit punctus sectionis g: & ducantur lineæ e g & e t. Quia itaq; a g, quę est linea longitudinis speculi, est perpendicularis super superficiem circuli b f per 8 p 11: ideo quod axis z k, cui æquidistat linea a g, perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 23 th. 1 huius, cum ipsa sit perpendicularis super basim columnæ per 92 th. 1 huius.

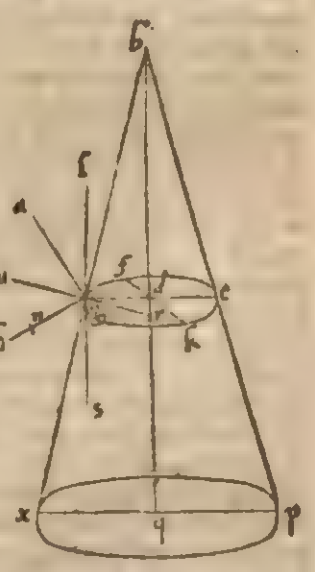


Super-

Superficies aũt circuli b f est pars supficiei e o b f: hæc enim superficies secat columnã æquidistãter basi, ut patet ex præmissis: ergo per definitionẽ lineæ super supficiẽ erectę angulus g b o est rectus, & angulus g b e rectus: ergo per 47 p 1 quadratũ lineæ g o ualet ambo quadrata linearũ g b & b o: & quadratũ lineę g e ualet ambo quadrata linearũ g b & b e. Et quoniã ostensum est quòd lineæ b e & b o sunt æquales, erunt etiã ipsarum quadrata æqualia, & quadratũ b g utriq; est commune: erit ergo quadratũ lineæ g e æquale quadrato lineę g o: erit igitur per 6 p 1 in trigono e g o linea g e æqualis lineæ g o: ergo per 5 p 1 erit angulus g e o æqualis angulo g o e. A` puncto itaq; g ducatur perpendicularis super axem speculi, qui est z k, per 12 p 1, quæ sit linea g z: & hæc producta ultra punctum g ad lineam t e, sit z g n: eritq; linea z n æquidistans lineę l m per 28 p 1: quoniam lineæ n z & m l ambę sunt perpendiculares super axem z k: sed & linea e o æquidistat lineæ m l, ut patet ex præmissis. Linea ergo z n æquidistat lineæ e o per 30 p 1. Erit ergo per 29 p 1 angulus t g n existens extrinsecus, æqualis angulo g o e intrinseco: & angulus n g e æqualis angulo g e o, quia sunt coalterni: sed angulus g e o ostensus est esse æqualis angulo g o e: ergo angulus t g n est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o & linea n g z sint in in eadem superficie, in qua est punctus g: puncta ergo o, g, t erunt in eadem superficie: ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g per 1 p 11. Forma ergo puncti t reflectitur ad uisum e à puncto speculi g, ut patet per 20 th. 5 huius, propter æqualitatem angulorum t g n & n g e. Sumpto autem in linea t h puncto h eiusdem distantiæ à puncto q, & à centro uisus e, cuius est punctus t: & ducta linea h o, transibit hæc per lineam longitudinis speculi, quæ est a g: fiat punctum transitus a: & ducta à puncto a linea perpendiculari super axem z k, quæ sit a d, & quæ producta ad lineam h e, sit d r, & ducta linea e a, patebit, sicut prius, quia duo anguli a b e & a b o sunt recti, & latera a e & a o sunt æqualia: fiuntq;, ut prius, duo anguli h a r & e a r æquales Forma ergo puncti h, ut suprà patuit, reflectitur ad uisum e à puncto speculi a. Similiter quoque sumpto quocũq; puncto lineæ t h, erit probare, quòd ille punctus reflectitur ad e ab aliquo puncto longitudinis speculi, quę est a g Tota ergo linea t h reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quę est a g, ad uisum e: quod est propositum. Est tamen notandum, quòd in hac dispositione figuræ punctum q lineæ t h est medius punctus illius lineæ: & est in eadem superficie cum centro uisus e: propter quod puncta t & h æqualiter distant à uisu: & similiter puncta reflexionum, quæ sunt g & a: propter quod patet, quòd lineæ g b & b a sunt æquales: & tota dispositio figuræ sit secundum illa. Quòd si uisus sit inferior tota linea t h: notandum quòd fit reflexio à linea a g, prout secat plurimas oxygonias sectiones, ut patet per 23 huius: aliàs uerò quandoq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

31. Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis connexi: à quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum. Alhazen 40 n 4.

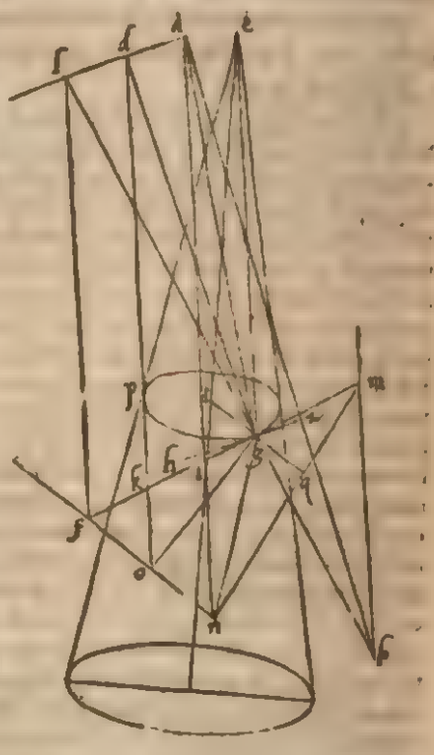
Esto speculum pyramidale conuexũ b x p: cuius uertex sit b: & diameter basis x p: sitq; centrũ basis q: erit ergo linea b q axis ipsius speculi. Sit quoq; quicunq; datus punctus in ipsius superficie apparente, punctus g: & sit centrũ uisus a: & punctus rei uisæ sit n. Dico quòd forma puncti n reflecti potest à puncto g ad uisum a, si fuerit in situ cõuenienti reflexioni. Circunducatur enim per 10 à th. 1 huius à puncto g circulus pyramidi speculi æquidistans basi x p: cuius centrũ sit d, & cuius diameter sit g c: semidiameter g d, quę necessariò erit perpendicularis super axẽ b q per 29 p 1: eò quòd x q semidiameter basis speculi est perpendicularis super eundem axem b q, sicut & alia semidiameter basis in eadẽ superficie existẽs cũ diametro g c æquidistat illi: est enim axis b q perpendicularis super superficies amborum circulorũ x p & g e per 24 th. 1 huius: & producatur linea g b à dato puncto g ad uerticẽ pyramidis b. Palàm ergo per 32 p 1 quoniã angulus g b d est acutus: cũ angulus b d g sit rectus. In superficie quoq; trigoni g b d sit linea reflexionis, quæ est a g per 7 huius, & ex hypothesi erunt lineæ reflexionis a g & longitudinis b g & axis b d q in eadem superficie. Et quoniam angulus b g d est acutus, fiat per 23 p 1 angulus b g r rectus, producta linea g r ad axem: eritq; r g linea perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est b x: eritq; g r linea in eadem superficie cum alijs lateribus trigoni b g r per 2 p 11. A` puncto quoq; g ducatur linea contingens circulũ per 17 p 3, quæ sit linea l g s: eritq; per 18 p 3 linea l g s perpendicularis super diametrũ g c: ducaturq; alia diameter circuli g c perpendicularis super diametrũ g c: quæ extrahatur à pũcto d per 11 p 1: & sit f k: eritq;, sicut prius, diameter f k perpendicularis super axem b q: erit ergo per 4 p 11 diameter f k perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ g c & b q: eritq; diameter f k æquidistans lineę contingenti circulum, quę est l g s, per 18 p 3 & per 28 p 1: ergo per 8 p 11 linea contingens circulũ g c, quæ est s g l, perpẽdicularis est sup superficiẽ, in qua sunt diameter g c & axis b q: ergo p definitionẽ lineę erectę angulus l g r est rectus. Si ergo imaginẽmur superficiẽ contingentẽ pyramidẽ, in qua sit linea l g s cõtingens circulũ b c: palã quoniã linea r g erecta est super illã super-



ficiem. Si ergo linea reflexionis, quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto g: fiet ergo per 21 th. 5 huius forma secundũ illam lineã superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ. Et si punctus n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a à puncto speculi g per lineã a g. Si uero linea a g non fiat una linea cum linea g r: palàm per cõuersam 14 p 1 quòd angulus a g l est minor recto uel maior: quoniã si erit rectus, tunc lineę a g & g r ambæ coniunctæ sunt linea una per eandẽ 14 p 1. Sit ergo angulus a g l acutus: & producatur linea r g in continuũ & directũ usq; ad punctũ u: eritq; linea u g perpendicularis super superficiem contingentẽ speculum in puncto g: & erit angulus u g l rectus per 15 p 1: erit ergo angulus u g a acutus. Ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h æqualẽ continẽs angulum cum linea u g angulo u g a per 23 p 1. Si ergo punctus rei uisę, qui positus est esse n, fuerit in linea h g: palàm per 20 th. 5 huius quoniã possibile est a puncto g fieri reflexionẽ ad uisum a: eritq; linea incidentiæ, quę est n g cũ linea reflexiõis, quę est g a, in eadẽ superficie orthogonali super superficiẽ, cõtingentẽ pyramidem in puncto reflexionis, quod est g: reflecteturq; forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi, quod est g. Et eodem modo de quolibet alio dato puncto superficiei speculi demonstrandum. Patet ergo propositum.

32. Dato puncto speculi pyramidalis cõuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxygonia sectionis, uel à linea longitudinis speculi: possibile est loca inuenire, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodẽ dato puncto speculi, prout est punctus circuli æquidistantis basi. Alhazen 52 n 5.

Sit a centrum uisus: b punctus rei uisæ: & sit g punctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis conuexi, cuius uertex sit e. Dico quòd possibile est inuenire id, quod proponitur. Ducatur enim, prout docuimus in 28 huius, super punctum g superficies æquidistans basi, secans pyramidem super circulum basi æquidistantem per 100 th. 1 huius, quæ sit p g: cuius centrum sit t: & ducantur lineę a g, b g, a b: & à puncto g ducatur ad centrum circuli linea g t: & à uertice pyramidis, qui est punctus e, ducatur axis e t. Et quoniam superficies reflexionis semper est erecta super superficiem speculum in puncto reflexionis cõtingentem, ut patet per 8 huius, uel per 25 th. 5 huius: ducatur in superficie reflexionis linea perpendicularis super superficiem, contingentem speculum in puncto reflexionis, quod est g, quæ sit h g: & palàm per 26 th. 5 huius quoniam hæc diuidit angulum a g b per æqualia: ipsa ergo producta secabit lineam a b per 29 th. 1 huius: sit ergo, ut secet eam in puncto z. Ducatur quoq; à puncto e uertice pyramidis linea longitudinis speculi, quæ sit e g: & huic lineę e g ducatur æquidistans à puncto a centro uisus, quę necessariò secabit superficiem circuli p g: secet ergo ipsam in puncto n: & sit a n. Et similiter à puncto b ducatur linea æquidistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiem circuli g p in puncto m. Quia itaq; ambæ lineæ a n & b m æquidistant eidem lineæ longitudinis speculi, quæ est e g: patet per 30 p 1 quia ipsæ adinuicé æquidistãt, scilicet lineæ a n & b m. A` puncto ergo n ducatur per 31 p 1 linea æquidistans semidiametro circuli, quæ est g t, sitq; illa æquidistans linea n f: & ducantur lineę n g, m g, n m. Palàm itaq; per 29 th. 1 huius quia linea t g producta secabit lineam n m: ideo, quia secat angulum m g n: est enim trãsuersim ducta in eadem superficie: & etiam lineæ n f & g t sunt æquidistantes: sed linea n m secat lineam n f: ergo & ipsa secabit per 2 th. 1 huius lineam g t: secet ergò in puncto q. Palàm etiam per 2 th. 1 huius quòd linea m g producta secabit lineam n f, cum secet lineam g t æquidistantem ipsi n f: sitq; punctus sectionis f: & à puncto a ducatur linea æquidistans lineę perpendiculari super superficiem, contingentem speculum in puncto g, quæ est linea h z: & sit illa æquidistans linea a l. Palàm ergo per 2 th. 1 huius quòd linea b g concurret cum linea a l: quia secat eius æquidistantem lineam h z: sit ergo punctus concursus l. Ducatur quoq; linea, quæ est sectio communis superficiei contingenti speculum in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o. Palàm quòd linea g o erit orthogonalis super semidiametrum circuli, quæ est g t per 18 p 3: ideo quia linea g o est contingens circulum p g: quoniam ipsa ducta est in superficie plana contingente speculum in puncto g. Et quoniam lineæ n f & g t æquidistant: erit per 29 p 1 linea g o orthogonalis super lineam n f æquidistantem lineæ g t. Sumatur etiam linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, quæ sit linea g d: quæ quidem, cum secet lineam g h in puncto g, palàm per 2 th. 1 huius quia



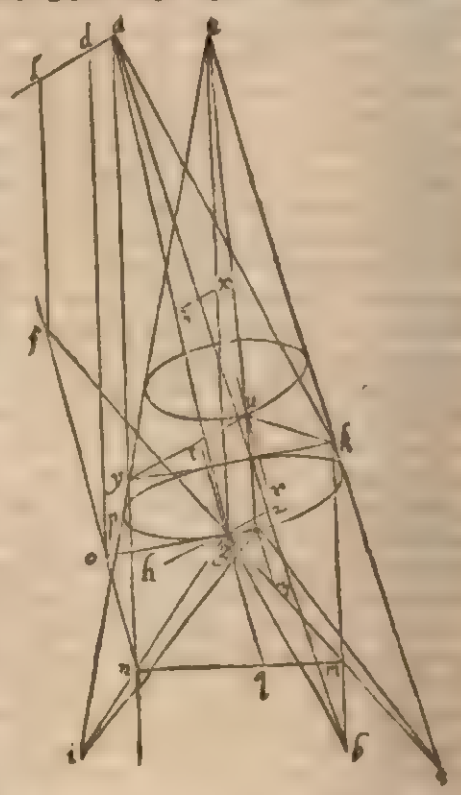
ipsa

ipſa ſecabit lineam a l æquidiſtantem lineæ g h: ſit ergo punctus ſectionis d: & erit linea g d perpendicularis ſuper lineam a l per 29 p 1: eſt enim linea g d perpendicularis ſuper lineam g h. Quia cũ linea h g ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentẽ circulum in puncto g: erit neceſſariò perpendicularis ſuper lineã g d productã ab eodẽ puncto in illa ſuperficie per definitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. Palàm autẽ ex prædictis, quoniã linea n f eſt æquidiſtans ſemidiametro circuli p g, quę eſt g t: ſimiliter quoq; linea a l eſt æquidiſtans lineę g h: igitur per 15 p 11 ſuperficies, in qua ſunt lineę n f & a l (quę producta ultra pũcta l & f, neceſſariò cõcurrẽt per 14 th. 1 huius: quoniã anguli n a & l a f, ut patet, ſunt minores duobus rectis) eſt æquidiſtãs ſuperficiei g t h: ſed & linea e g æquidiſtat lineę b m, ut patet ex præmiſſis: ergo per 1 th. 1 huius ipſæ ſunt in eadẽ ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficies æquidiſtantes: una ipſarum ſuper lineam e g: aliã uerò ſuper lineã f l. Ergo per 16 p 11 cõmunes ipſarum ſectiones erunt æquidiſtantes: erit ergo linea f l æquidiſtãs lineę e g: ſed linea a n eſt æquidiſtãs lineæ e g, ut patet ex præmiſſis: ergo per 30 p 1 erit linea f l æquidiſtans lineæ a n. Verũ ſuperficies contingens ſpeculũ in puncto g ſecat eaſdẽ ſuperficies æquidiſtantes, quę ſunt g t h & n f a t: unã earum ſuper lineã e g, ſecundum quã ipſa eſt ſpeculũ contingens: & aliam ipſarũ ſuper lineam o d: ergo per 16 p 11 linea o d æquidiſtat lineæ e g: igitur per 30 p 1 erit linea o d æquidiſtãs lineis a n, & l f æquidiſtantibus lineæ e g. Et quia lineę n f & a l, inter quas ducuntur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadẽ ſuperficie per 2 p 11 patet quod lineę a n, o d, f l ſunt in eadẽ ſuperficie. Ducatur itaq; à puncto f linea æquidiſtans lineę l a per 31 p 1 ſecans lineã o d in puncto k, & lineam a n in puncto i: eritq; linea f i æqualis lineę l a per 34 p 1: & ſimiliter erit linea f k æqualis lineæ l d, & k i æqualis ipſi d a. Eſt autẽ per 2 p 6 proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f. Et quoniã ex præmiſſis angulus b g z eſt æqualis angulo a g z: quoniã linea g z diuidit angulũ a g b per æqualia per 26 th 5 huius: ſed angulus b g z eſt æqualis angulo g l a per 29 p 1, extrinſecus enim intrinſeco eſt æqualis: & lineæ h z & a l ſunt æquidiſtantes: ſimiliter angulus z g a per eandẽ 29 p 1 æqualis eſt angulo g a l, quia coalternus: angulus ergo g l a æqualis eſt angulo g a l: ergo per 6 p 1 lineæ g a & g l ſunt æquales: & linea g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis: trigonũ ergo a g l diuiſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles per 31 th. 1 huius: eſt ergo, proportio lineę a d ad lineã d l, ſicut lineę g a ad lineã g l: ſed linea a g, ut patet ex præmiſſis, eſt æqualis lineę g l: eſt ergo linea a d æqualis lineę d l: ergo & linea n o eſt æqualis lineę o f: & linea g o eſt per 29 p 1 perpendicularis ſuper lineã n f: quoniã linea g o eſt perpendicularis ſuper lineã g t, ut patet ex præmiſſis per 18 p 3, & lineæ g t & n f æquidiſtant, ut præmiſſum eſt. Quia itaq; angulus g o f eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o cõmunis: erit ergo per 4 p 1 angulus o f g æqualis angulo o n g: ſed angulus q g m æqualis eſt angulo o f g per 29 p 1, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q g n æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, & lineę t q & n f æquidiſtent, ut patet ex præmiſſis: erit ergo q g m angulus æqualis angulo q g n: ergo per 20 th. 5 huius à puncto g circuli p g poteſt forma puncti m reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto n: non tamen quod ſecundũ circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidalibus conuexis, ſed ſic ſcilicet quòd punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphærę uel columnæ intra ſpeculũ pyramidale imaginatæ: quoniã ſuperficies contingens circulum p g eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis: propter quod neceſſe habet pyramidem ſpeculi in ſui parte ampliore, ut in ea, quę eſt uerſus baſim, ſecare ſecundũ æquidiſtantiã axis pyramidis ſpeculi: & ſic ſuperficies reflexionis, in qua ſunt centrum uiſus, & punctus rei, & circulus p g) erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentẽ: & puncta n & m ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecundũ angulos æquales contentos cum diametro ipſius. Collocato ergo centro uiſus in puncto n & puncto rei uiſæ in puncto m uel econuerſo: reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi pyramidalis nõ præſtante impedimentum: ut ſi fortè lineæ a n & b m cadant in ipſo circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeat à puncto g ad uiſum aliquid reflecti. Et hoc eſt propoſitum.

33. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi, ab uno tantùm puncto ſuperficiei ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum. Alhazen 53 n 5.

Sit omnino diſpoſitio, quæ eſt in proxima præcedente: & reflectatur forma puncti b ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, a puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi, quod ſit g: ita quod cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt e g. Dico quòd forma pũcti b reflectitur ad uiſum a à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, qd̃ eſt g. Si enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi: tunc illud punctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quę eſt e g, aut nõ. Si ſit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g: ſit illud punctũ x: & ab eo ducatur perpendicularis ſup ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ in illo pũcto p 12 p 11: hęc ergo ppẽdicularis ſit x z: eritq; linea x z per 6 p 11 æquidiſtans lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem: cum punctũ g & x ſint in eadem linea longitudinis, ſecundum quã ſuperficies illa pyramidẽ contingit. Et quia linea h z & a l ſunt æquidiſtantes, ut patet per illa, quæ dicta ſunt in præmiſſa: erit ergo per 30 p 1 illa perpendicularis x z æquidiſtans lineæ a l. Et quia linea x z ſicut & linea z h, eſt in ſperficie reflexionis, quę per 8 huius uel 25 th. 5 huius eſt erecta ſuper ſuperficiem cõtingentem ſpeculum in linea e g: erit ergo per 1 th. 1 huius lineã a l in ſuperficie reflexionis huius lineæ perpendicularis, quę eſt x z: & erit ſimiliter in ſuperficie reflexionis lineę perpendicularis, quę eſt z g. Igitur illæ duæ ſuperficies reflexionis ſecãt ſe ſuper lineã a l per 19 th. 1 huius: ſed ſecant ſe etiã ſuper punc-

per punctũ b: quoniá illud eſt, quod reflectitur per utranq; hoc aũt eſt impoſsibile: quoniá punctũ b nõ eſt in linea a l. Oſtenſum eſt enim prius lineam f l ęquidiſtantẽ eſſe lineę b m: quę duę lineę uel concurrerẽt ſi punctũ b eſſet in linea a l: uel ſequeretur puncta m & n cadere ex una parte lineæ g q. Non ergo fieret reflexio punctorũ m & n adinuicẽ à puncto g, quod eſt cõtra demonſtrata in præmiſſa. Reſtat ergo, ut à nullo puncto lineę longitudinis, quę e g, præterquá à puncto g, forma puncti b poſsit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens in puncto a. Si aũt poſsibile eſt, ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a ab aliquo puncto ſpeculi extra lineã longitudinis g e, ſit ille punctus u: & per 101 th. 1 huius ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c: quæ in puncto c ſecet peripheriá circuli g p. Et ſumatur ſuperficies ęquidiſtans baſi tranſiens per punctũ u: palàm ergo per 8 p 11 quoniá linea a n ſecat hanc ſuperficiem: ideo, quia linea e g, cui æquidiſtat linea a n, ſecat eandẽ ſuperficiẽ: ſunt aũt per 1 th. 1 huius lineę a n & e g in eadẽ ſuperficie, cũ ſint æquidiſtantes: ſit ergo ut linea a n ſecet illã ſuperficiem in puncto y. Similiter quoq; linea b m æquidiſtãs lineæ e g, ſecabit eandẽ ſuperficiẽ: ſit quoq; punctus ſectionis k: & ducãtur lineę k u, y u, a k. Et cum illa ſuperficies per 100 th. 1 huius ſecet pyramidẽ ſecundũ circulũ, tranſeuntẽ per punctũ u, ducatur à pũcto u linea ad centrum huius circuli, quę ſit r u: & producatur extra ſpeculum: & ſit item u r: & à uerticẽ pyramidis ſpeculi pũcto ſcilicet e ducantur lineæ e k, e y, quæ neceſſariò ſecabũt ſuperficiẽ circuli p g: & ſint puncta ſectionũ i & s: & ducantur lineę i c & s c. Sicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à puncto ſpeculi g: eodẽ modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto y à puncto ſpeculi u: angulus ergo r u y erit æqualis angulo r u k. Et quoniá linea b h æquidiſtat lineę e g, & linea cõmunis ſuperficiei b g e k & ſuperficiei circuli p g eſt linea m g per 19 th. 1 huius: quoniá linea m g eſt in utraq; illarũ ſuperficierũ: patet quòd linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiẽ circuli p g, cadet ſuper lineam communẽ, quę eſt m g: cadit aũt in punctũ illius ſuperficiei, quod eſt s, ut præmiſſum eſt: quoniá linea e k s eſt linea una: erit igitur linea s m g linea recta. Eodẽ modo cũ ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiẽ circuli p g ſuper lineam n g, linea e y cõcurret cũ linea n g in puncto i per modũ præmiſſum: ergo linea i n g eſt una linea recta. Palam etiá quòd ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineã i c: ſecat aũt ſuperficiẽ huic ſuperficiei ęquidiſtantẽ, quę tranſit per punctũ u ſuper lineam y u: ergo per 16 p 11 linea i c æquidiſtat lineæ y u. Similiter ſuperficies s c e ſecat ſuperficies illas æquidiſtantes, ſcilicet ſuperficies g p & u y ſuper duas lineas s c & k u: ergo per eandẽ 16 p 11 lineæ s c & k u ſunt æquidiſtãtes. Similiter ſi ſumatur ſuperficies ſecans ſpeculũ ſuper lineã longitudinis, quę eſt e c, in qua ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt enim puncta r, u, c, M in eadẽ ſuperficie: cũ puncta r, u, t, & aliquis punctus lineę s g ſint in eadẽ ſuperficie: quia eadẽ eſt demonſtratio dato alio quocunq; puncto lineę c M: ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculũ ſecundũ lineã e c, ſecabit illas ſuperficies æquidiſtantes ſuper duas lineas M c & r u: igitur, ut prius per 16 p 11 illę duę lineę M c & r u ſunt æquidiſtantes: igitur per 10 p 11 angulus s c M æqualis eſt angulo k u r: & angulus M c i æqualis angulo r u y: ſed iam patuit quòd angulus k u r æqualis eſt angulo r u y: ergo angulus s c M æqualis eſt angulo M c i. Quare forma pũcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto ſpeculi c, nõ impediente corpore pyramidis ſpeculi. Sed iam probatũ eſt per præmiſſa, quòd forma puncti m reflecti poteſt ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto g circuli p g: quoniá poteſt reflecti ad punctũ n: & puncta n & i ſunt in eadẽ linea recta cõſiſtentia, ut præoſtenſum eſt. Poterit ergo forma puncti m à pũcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i: & ita punctũ s, qđ eſt in lineã s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentẽ in puncto i à puncto g. Igitur forma pũcti s reflectitur ad uiſum in pũcto i à duobus punctis circuli p g, qđ eſt impoſsibile, & cõtra 16 p 6 huius, & contra 27 huius. Reſtat ergo, ut primũ ſit impoſsibile: ſcilicet quòd forma puncti b reflecti poſsit ad uiſum exiſtentẽ in puncto a ab aliquo alio puncto ſpeculi, quàm à puncto g. Ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdẽ puncti cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi. Quod eſt propoſitum.

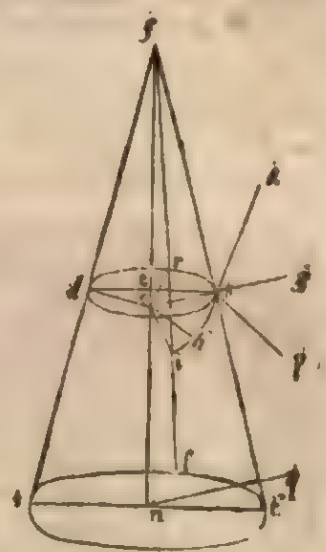


34. Cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxygonia ſectione: à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum: & ab uno uel à duobus punctis tantùm. Alhazen 43 n 4.

Eſto ſpeculum pyramidale conuexum f k s: cuius uertex f: diameter baſis k s: centrumq; baſis n:

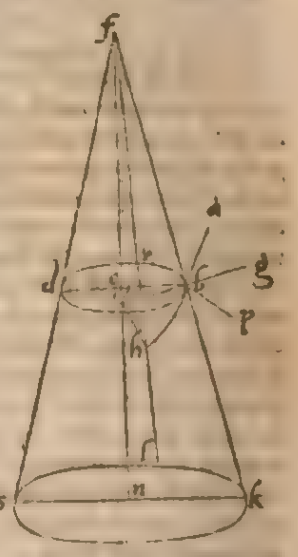
erit

[illegible] lineæ t n. ſitq; centrum uiſus punctus a. Dico quòd cõmuni ſectione ſuperficiei [illegible] ſpeculi exiſtente ſectione oxygonia, quæ ſit b i: poſsibile eſt à quolibet puncto [illegible] reflexionẽ alicuius puncti uiſi ad punctum a, quod eſt centru uiſus. Sit enim punctus b datus in ſuperficie ſpeculi, de quo dubitatur utrũ ab eo poſsit fieri reflexio formæ alicuius puncti rei uiſæ ad centrum uiſus, quod eſt a. Ducatur ergo à puncto b linea longitudinis pyramidis ſpeculi per 101 th. 1 huius, quæ ſit b f: ducaturq; à puncto b perpendicularis ſuper illã lineam longitudinis extra ſpeculum, quæ ſit b g: & ſuper punctum b terminum lineæ b g fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a b g, qui ſit g b p, ducta linea b p in eadem ſuperficie reflexionis: patetq; per 20 th. 5 huius quia omnis punctus rei uiſæ exiſtens in linea b p reflecteretur ad uiſum in punctum a: ſed & à ſolo puncto b uel duobus tantùm fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto a. Palam enim per 96 th 1 huius quòd ſi perpendicularis g b producatur intra pyramidem: quoniá concurret cum axe f n: ſitq; punctus concurſus c. Palàm ergo quoniam angulus g c f cum ſit in ſuperficie ſectionis, uerſus uerticem pyramidis eſt ácutus per 32 p 1, quoniá in trigono b c f angulus c b f eſt rectus. Circunducatur ergo per 102 th. 1 huius à puncto reflexionis, quod eſt b, circulus ſpeculo pyramidali: cuius diameter ſit b d: & eius centrum e, ſecás axem f n in puncto e. Et quia ille circulus per 100 th. 1 huius eſt æquidiſtans baſi ſpeculi, palàm quia perpendicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem: quia linea æquidiſtans lineæ g c ſi produceretur à puncto n centro baſis ſpeculi, patet quòd declinata eſt ſuper baſim pyramidis, ut ſit linea n q. Producta ergo linea c d à puncto axis e ad circuli peripheriam, cum angulus b e c ſit æqualis angulo d è c; quoniam uterq; ipſorum eſt rectus: omnes enim anguli contenti ſub ſemidiametris circuli & axe f e ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uerò linea eſt communis: palàm per 4 p 1 quoniam latus b c æquale eſt lateri c d: & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales: quia idem eſt de omnibus lineis à puncto c ad circuli b d circumferentiam productis per 65 th. 1 huius: quoniam punctus c eſt polus circuli b d. Fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e. Superficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxygoniam ſectionem: aut continget hanc pyramidem c b d: aut ſecabit. Si contingat, dico quòd à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis, tantum fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem. Palàm enim quòd ſuperficies reflexionis continget pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95 th 1 huius: hæc autem erit linea b c; in qua eſt punctũ b, à quo ducitur linea b c perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, & linea reflexionis b a. A puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi, ducãtur lineæ plures ad ſectionẽ oxygoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s. Omnes itaq; illæ lineę prius cadent in ſuperficiẽ circuli b d, quę eſt baſis pyramidis intellectæ, q̃ cadant in ipſam ſectionẽ, præter unã ſolam, quę cadet in punctũ reflexiõis b, quę eſt linea f b. A ſolo itaq; puncto b fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quòd ab alio puncto dictę ſectiõis oxygonię, ut à puncto i, fiat ad uiſum a reflexio: tunc linea ab illo puncto i ad punctũ c, quod eſt uertex pyramidis intellectę, ducta, quę ſit i c erit, ut prius, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96 th. 1 huius. Cum enim illa perpendicularis neceſſariò ſit in ſuperficie reflexiõis, in qua eſt ſectio: oportet quòd ipſa cadat in punctũ c. Ergo erit perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctũ i tranſeuntẽ, quæ ſit f i l. Sit quoq; punctus, in quo linea f i ſecat circulũ d b, punctus r. Patet aũt per præmiſſa & per 96 th. 1 huius quoniã linea c r à uertice pyramidis intellectę ducta ad illã lineã longitudinis neceſſariò eſt perpendicularis ſuper illã, ſicut linea c b eſt perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b: quoniã, ut patet per 89 th. 1 huius anguli omniũ linearũ longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales: erunt ergo in triangulo c i r duo anguli recti: quod eſt impoſsibile & cõtra 32 p 1. Non ergo fiet reflexio ab alio puncto ſectionis oxygoniæ, quę eſt b i, q̃ à puncto b, ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingente. Quòd ſi ſuperficies reflexionis ſecet pyramidẽ c b d, palàm per 104 th. 1 huius quoniá ſecabit circulũ b d, q̃ eſt baſis eiuſdẽ pyramidis, in duobus tantùm punctis. Dico ergo quòd in his ſolis duobus punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum à tota data oxygonia ſectione. Quoniá enim ab utroq; iſtorũ punctorũ linea ducta ad punctũ c, qđ eſt uertex pyramidis c b d, eſt perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi tranſeuntẽ per illum punctũ, ut patet ex præmiſsis: ab illis ergo duobus punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum a, prout modo præmiſſo demonſtrari poteſt. Quòd ſi dentur puncta alia illius ſectionis oxygoniæ, à quibus dicatur poſſe fieri reflexio: tunc ſemper linea à dato puncto, quod ſit h, ducta ad punctum c uerticem imaginatæ pyramidis, tenebit angulum rectum cum linea longitudinis ſpeculi per illum dictum punctum tranſeuntem: & fiet angulus extrinſecus æqualis intrinſeco ſibi oppoſito, quod eſt contra 16 p 1: aut duo anguli trianguli fient recti, quod eſt contra 32 p 1, ut prius. Lineæ enim à puncto c ad communem ſectionem eiuſdem lineæ longitudinis & circuli



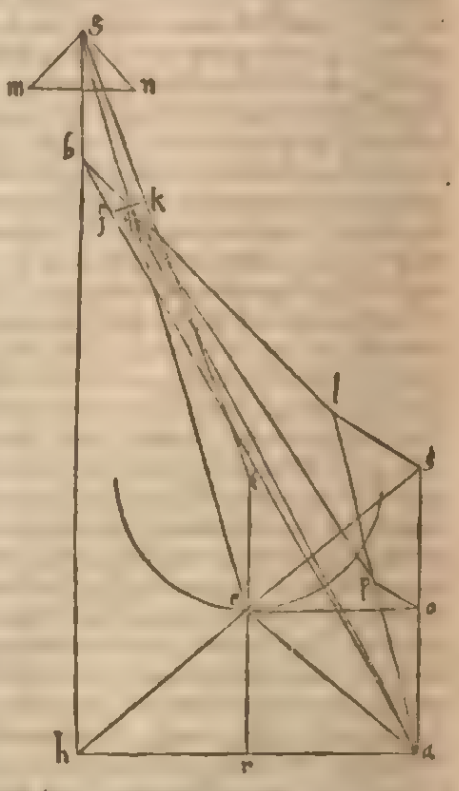
b d ducta

b d ducta tenebit cum linea longitudinis angulum rectum. Si uerò angulus f h c ſit acutus, ideo quòd angulus c r h ſit rectus: palàm per 13 p 1 quòd angulus c h l eſt obtuſus. Omnes enim lineæ ductę à puncto c, quod eſt uertex pyramidis intellectæ, quæ eſt ć b d, ad puncta ſectionis, quæ interiacent uerticem ſpeculi & peripheriam circuli b d, facient angulos obtuſos cum lineis longitudinis uerſus uerticem pyramidis, qui eſt f: & omnes lineæ, quę ducuntur à puncto c ad puncta interiacentia circulum b d & baſim ſpeculi k s, facient cum lineis longitudinis angulos acutos uerſus uerticem ſpeculi, qui eſt f, & obtuſos ex parte baſis. A nullo ergo omnium illorum punctorum fiet reflexio, ſed à ſolis punctis circuli b d: ſed neq; ab illis poteſt fieri reflexio per 25 huius, niſi in ſectione oxygonia ceciderint: hoc autem non eſt poſsibile, ut præmiſſum eſt, niſi in uno tantùm puncto ſectione oxygonia imaginatam pyramidem contingente, uel tantùm in duobus punctis dicta ſectione baſim pyramidis imaginatæ ſecante: nec enim poſſunt hæc per modos alios uariari. Patet ergo propoſitum.



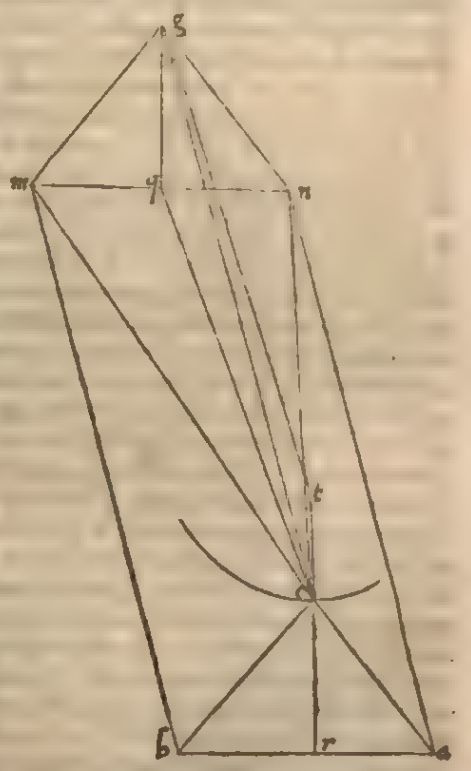
35. Dato ſpeculo pyramidali connexo, centroq; uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus inter ſuperficiem æquidiſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem & inter ipſam baſim: poſsibile eſt inuenire punctum reflexionis. Alhazen 54 n 5.

Eſto datum ſpeculum pyramidale, cùius uertex ſit punctus g: & fiat ſuper ipſum uerticem ſuperficies æquidiſtans baſi pyramidis, quę ſit m n g: quod fiet ductis à puncto g uertice ſpeculi tribus lineis perpendicularibus ſuper axem ſpeculi per 11 p 1, & imaginata plana ſuperficie inter illas lineas extenſa: ſitq; a punctus rei uiſæ. & b centrũ uiſus: quæ ſint ambo ſub illa ſuperficie m n ġ, inter ipſam ſcilicet & baſim ſpeculi: ſitq;, exempli cauſſa, punctũ b propinquius uertici ſpeculi g quàm punctum a: quoniam ſi poſitum fuerit eſſe econuerſo, ſemper eadem eſt demonſtratio. Dico quod eſt poſsibile punctum reflexionis inueniri. Ducatur enim à puncto a, qui eſt punctus rei uiſæ, ſuperficies ſecans pyramidem æquidiſtanter baſi, ut prius: & ducatur à uertice ſpeculi, qui eſt punctum g, linea ad punctum b, quod eſt centrum uiſus, quæ ſit g b. Hæc itaq; linea producta cadet in ſuperficiem à puncto a rei uiſæ ductam æquidiſtanter baſi pyramidis: cum illa linea g b ſit inter ſuperficies æquidiſtantes ducta à uertice axis ambas illas ſuperficies tranſeuntis: punctus ergo, in quem cadit hæc linea g b, ſit punctus h. Ergo per modum demonſtrandi, quo uſi ſumus in 32 huius, demonſtrari poteſt quoniam forma puncti a reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h ab aliquo puncto circuli, quem efficit ſuperficies ſecans pyramidem, ducta à punctis a & h: cuius circuli centrum ſit punctum axis ſpeculi, quod eſt t: & ſit punctus reflexionis inuentus in illo circulo punctus e: & ducatur inter a punctum rei uiſæ & centrum uiſus b linea a b: & linea longitudinis ſpeculi, quę ſit g e: & axis pyramidis ſpeculi ſit g t: & ducatur à puncto e linea ad centrum ſui circuli, quæ ſit e t: hæc enim cadet ſuper axẽ g t perpendiculariter per 100 & per 89 th. 1 huius, uel per 21 huius: & etiam ideo quòd axis g t cum ſit perpendicularis ſuper baſim pyramidis ſpeculi & etiã erectus ſuper ſuperficiem circuli æquidiſtantis illi baſi per 23 th. 1 huius: eſt ergo per definitionem lineę ſuper ſuperficiem erectæ axis g t perpendicularis ſuper ſemidiametrum e t, & erit linea e t erecta ſuper lineam contingentem illum circulũ in puncto e per 18 p 3: & hæc linea t e producta extra circulum ductis lineis h e & a e, ſecabit angulum ab eis contentum per æqualia, ſcilicet angulum h e a per 26 th. 5 huius: ergo per 29 th. 1 huius eadem linea t e producta lineam h a ductã ſecabit: cum ſit cum illa in eadẽ ſuperficie reflexionis, ut patet per 24 huius: ſit ergo linearum t e & h a punctus ſectionis r. Et quia lineæ g e & e t efficiunt ſuperficiem ſecantem lineam a b: ſit punctus ſectionis f: & ab illo puncto f ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis ſuper lineã longitudinis g e, quæ ſit f q: eritq; linea f q per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem ſuper lineam g e. Deinde à puncto a ducatur linea æquidiſtãs lineæ f q, quæ ſit linea a l: producaturq; linea f q, donec concurrat cum axe g t in puncto k. Ducatur item à puncto a linea æquidiſtans lineæ r t, quæ ſit a s: & ducatur à puncto e linea, quæ ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ



nis, quæ est a e h, & superficiei contingentis pyramidem speculi in linea longitudinis, quæ est g e: & sit hæc linea e o: quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e t, ut patet per 18 p 3: contingit enim linea e o circulum, cuius est centrum punctum t: palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r: ergo per 29 p 1 erit linea e o perpendicularis super lineam a s: quoniam linea a s æquidistat lineæ t r, ut patet ex præmissis. Ducatur quoque linea b q, quæ producta necessario concurret cum linea a l per 2 th. 1 huius: quia concurrit cum eius æquidistante, scilicet linea f q: sit punctus concursus l: & ducatur à puncto q linea, quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e & superficiei a b l: quæ sit q p: quæ per 2 th. 1 huius secabit lineã a l: quia secat eius æquidistãtẽ, quę est f k: sit pũctus sectionis p: producaturq; linea h e, donec concurrat cum linea a s: concurret autem per 2 th. 1 huius: sit punctus concursus s: & ducantur duę lineę l s & p o. Quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g t, & linea f k acutum angulum continet cum axe g t, angulus enim f k g per 32 p 1 est acutus: ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis, est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineæ r t & f k concurrent in aliquo puncto uitra axẽ g t: sed & illarũ æquidistãtes lineę, quæ sunt a l & a s cõcurrunt in pũcto a: suntq; in alia superficie, q̃ lineę r t & f k, quę sunt in supficie g e k per 11 p 11: palã ergo quoniã supficies a l s est æquidistãs supficiei g e k per 15 p 11. Lineę quoq; q e & p o sunt in supficie cõtingẽte speculũ in linea lõgitudinis g e, & secãte illas duas superficies æquidistantes sup duas lineas, quę sunt q e & p o: igitur linea q e æquidistat lineę p o per 16 p 11. Et quia linea h e producta concurrit cum linea a s in puncto s: erit ergo linea e s in superficie h e g per 1 p 11, & in eadem superficie est linea b l: & hæc superficies secat prædictas superficies æquidistantes, quæ sunt a l g & g e k, in duabus lineis e q & l s: igitur per 16 p 11 linea e q est æquidistans lineæ l s: ergo per 30 p 1 linea p o, quæ est æquidistans lineæ q s, ut suprà patuit, erit æquidistans ipsi lineę l s. Erit ergo per 2 p 6 proportio lineę a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineã p l: sed quoniam per 20 th. 5 huius angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus h e r æqualis angulo e s a per 29 p 1: quoniam extrinsecus intrinseco est æqualis: & angulus e a s æqualis est angulo r e a, quia coalternus: palàm quia angulus e s a est æqualis angulo e a s: ergo per 6 p 1 erit linea e a æqualis lineę e s, quia linea e o est perpendicularis super lineam a s, erũt per 31 th. 1 huius trigoni a e o & s e o similes: ergo per 1 definit. 6 ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Sed ex præmissis patet quòd latus a e est æquale lateri e s: ergo & latus a o erit æquale lateri o s: ergo & linea a p est æqualis ipsi lineę p l: & linea p q est per 29 p 1 perpendicularis super lineam a l: cum ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquidistantem lineę a l. In trigonis ergo q p a & q p l anguli ad p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est commune: ergo per 4 p 1 erit linea a q æqualis lineę q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l: sed angulus q l a æqualis est angulo b q f per 29 p 1, cum sit ei extrinsecus: & angulus q a l æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus: erit ergo angulus b q f æqualis angulo a q f. Igitur per 20 th. 5 huius forma puncti a reflectitur ad uisum b a puncto speculi q. Quod est propositum.

36. Dato speculo pyramidali cõuexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquidistanter basi in uertice contingente: possibile est inuenire punctum reflexionis. ✠ *Alhazen 55 n 5.*

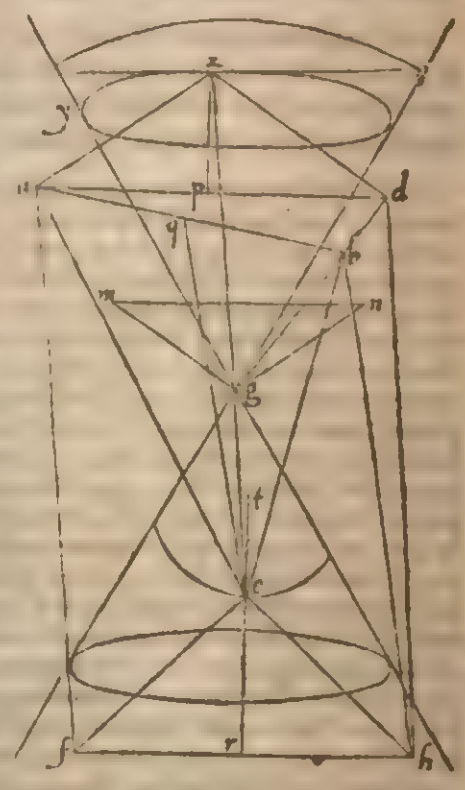


Fiat dispositio, ut proximę præcedẽtis: sitque uertex speculi pyramidalis punctus g: in quo ipsum contingat superficies plana, quę sit m n g, æquidistans basi ipsius: & sint centrum uisus & punctus rei uisę in superficie m n g, ita quòd unum sit in puncto m, aliud in puncto n. Dico quòd possibile est punctum reflexionis inuenire. Ducantur enim lineę m g, n g, m n: & diuidatur angulus m g n per æqualia per lineam q g. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum m. Palàm etiã quòd linea m g & axis pyramidis speculi, qui sit g t, sunt in superficie secante pyramidem super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e. Et à puncto q ducatur perpendicularis super hanc lineam longitudinis, quę est g e, per 12 p 1, quę sit q e: & super punctum e ducatur superficies æquidistans basi speculi: quę secabit pyramidem secundum circulũ, per 100 th. 1 huius. Linea uero communis superficiei q e g & huic circulo sit linea e r. Palàm ergo quoniam hęc linea cadet super axem speculi in centro circuli, quod sit t. Deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquidistans lineę longitudinis speculi, quæ est e g per 31 p 1: quę producta in superficiem illius circuli, cadat in punctum b: & similiter à puncto n, qui est punctus rei uisæ, ducatur linea æquidistãs lineę g e,

quæ producta in dictam ſuperficiem, cadat in punctum a: & ducatur linea b a in ſuperficie plana ſecante ſpeculum ſecundum prædictum circulum: & producatur linea t e extra ſpeculum, quæ ſecabit neceſſariò lineam b a per 29 th. 1 huius: cum illæ ambæ lineæ in eadem ſint ſuperficie circuli: ſecet ergo ipſam in puncto r. Quia uerò linea m b æquidiſtat lineę e g: palàm per 1 th. 1 huius quia eſt cum ipſa in eadem ſuperficie: quę ſuperficies ſecat ſuperficiem m n g. & ſuperficiem b e a ſuper duas lineas m g & b e: ſuperficies uero m g n & b e a ſunt æquidiſtantes per 24 th. 1 huius: quoniam ipſæ ambæ æquidiſtant baſi ſpeculi: ergo per 16 p 11 linea m g eſt æquidiſtans lineæ b e. Similiter quoq; lineę a n & g e ſunt in ſuperficie ſecante illas æquidiſtantes ſuperficies ſuper lineas n g & e a: igitur per 16 p 11 linea n g æquiſtat lineæ a e Similiter ſuperficies q g e ſecat eaſdem ſuperficies æquidiſtantes ſecundum duas lineas r e & q g: igitur, ut prius, lineę r e & q g æquidiſtant. Igitur duæ lineæ q g & m g æquidiſtant duabus lineis b e & r e: ergo per 10 p 11 angulus m g q eſt æqualis angulo b e r: & angulus q g n eadẽ ratione eſt æqualis angulo r e a. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti a poteſt reflecti ad uiſum b à puncto ſpeculi e. Si ergo à puncto a ducatur linea æquidiſtãs ductę lineę q e, & alia æquidiſtans lineę r e: & copulentur lineę m e & n e, & producatur linea m e, donec concurrat cũ linea æquidiſtante lineę q e ducta à puncto a, & ducantur lineę communes, ut in proxima præcedente, & iteretur probatio, ut in illa: patebit quoniam forma puncti n poteſt reflecti ad uiſum m à puncto ſpeculi e. Igitur punctus e erit punctus reflexionis. Quod eſt propoſitum.

37. Dato ſpeculo pyramidali conuexo, & centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus ultra ſuperficiem æquidiſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem: poſsibile eſt punctum reflexionis inueniri. Alhazen 56 n 5.

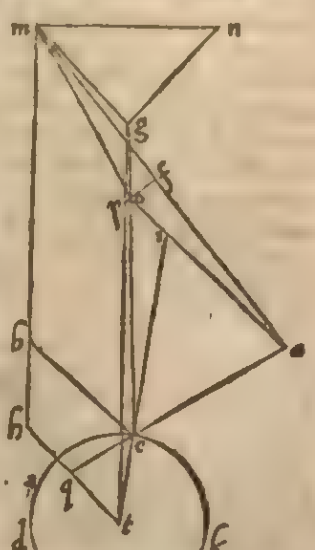
Sit diſpoſitio, quę prius: & ſit b centrum uiſus: & a punctus rei uiſæ ultra ſuperficiem m g n ſpeculum in puncto g uertice pyramidis contingentem. Dico quòd eſt poſsibile inueniri punctum reflexionis. Fiat enim pyramis huic oppoſita: & eſt hoc per 91 th. 1 huius poſsibile, lineis omnibus longitudinis pyramidis ſpeculi imaginatis protrahi ultra ipſarum cõmunem ſectionem, quę fit in uertice g: eritque baſis huius pyramidis æquidiſtans baſi pyramidis primæ. Ducatur itaque à puncto a (qui eſt punctus rei uiſæ) ſuperficies ſecans hanc ſecundam pyramidem æquidiſtanter baſibus unius & alterius pyramidum. Et quoniam illæ baſes ad inuicem æquidiſtant: palàm per 23 & 24 th. 1 huius quoniam illa ſuperficies æquidiſtat ambabus baſibus pyramidum: palam autem per 100 th. 1 huius quoniam illa ſuperficies ſecabit pyramidem illam ſecundam ſecundum circulum, qui ſit y z. Centrum itaque uiſus (quod eſt b) aut erit in hac ſuperficie pyramidem ſecante, aut non. Si fuerit in illa ſuperficie, fiat ductio linearum ab ipſo puncto b, & compleatur demonſtratio ſicut in 35 huius, quantùm ad hoc quòd fiat reflexio formę puncti a ad centrum uiſus b ab aliquo puncto ſecundę pyramidis, quod ſit z: quo habito, compleatur demonſtratio, ut infrà ſtatim patebit. Quòd si punctus b (qui eſt centrum uiſus) non fuerit in illa ſuperficie: ducatur à puncto g uertice ipſius ſpeculi ad centrum uiſus, quod eſt b, linea g b: quę producatur uſquequò concurrat cum hac ſuperficie circuli y z: & ſit concurſus in puncto d. Palàm itaque quòd forma puncti a reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto d ab aliquo puncto circuli y z arcus ſui interioris, ut patuit per 31 huius. Sit ergo ille punctus z: & ducantur lineæ a z, d z, a d: angulum quoque a z d diuidat linea p z per æqualia: cadetque punctus p in lineam a d: & ducatur linea a b: & à puncto z ducatur linea z g per 101 th. 1 huius, quæ ſit linea lõgitudinis ſecundæ pyramidis. Palàm quoque per 91 th. 1 huius quoniam eadem linea producta trans uerticem pyramidis ſpeculi, erit linea longitudinis primæ pyramidis ipſius ſpeculi: quæ ſit linea z g e. Palàm ergo quoniam ſuperficies p z e ſecabit lineam a b: ſecet ergo ipſam in puncto q: & à puncto q per 12 p 1 ducatur linea perpendicularis ſuper lineam g e: & cadat in punctum e: & erit linea q e perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentem pyramidem ſecundum lineam g e: quoniam linea q e eſt perpendicularis ſuper curuam ſuperficiem pyramidis, ut patet. Super punctum quoque e fiat per 102 th. 1 huius ſuperficies æquidiſtans baſi, quę ſit f e h, & ducatur à puncto b centro uiſus linea æquidiſtans lineę z e longitudinis ſpeculi: quæ ſit b h, concurrens cũ ſuperficie illa f e h in puncto h: & eidem lineæ z e ducatur à puncto a rei uiſę linea æquidiſtans, quę ſit a f, ſecans ſuperficiem f e h in puncto, qui eſt f. Palàm itaque per 1 th. 1 huius, cum linea b h ſit æquidiſtans lineę z e, quoniam illę lineę ſunt in eadem ſuperficie: ſed & puncta b & d ſunt in eadem linea: quia



quia per 1 p 11 lineę d z & h e sunt in eadem superficie, quę secat superficies illas ęquidistátes, scilicet y z & f e h sup duas lineas d z & h e. Igitur p 16 p 11 illæ duę lineę d z & h e sunt ęquidistátes. Et simi liter quoniam superficies ducta per punctum a secat pyramidem secundam ęquidistáter ambabus basibus præmissarum pyramidum, speculi scilicet, & pyramidis imaginatę secundum circulum y z, & superficies ducta per lineam f e, quæ est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundum circulum æquidistantem basi speculi: patet quod superficies, in qua sunt lineę a z & f e, sunt ęquidistantes per 24 th. 1 huius: lineę ergo a z & f e sunt ęquidistantes. Patet ergo quòd duę lineę d z & a z æquidistant duabus lineis h e & f e: ergo per 10 p 11 angulus d z a est ęqualis angulo h e f. Copuletur quoque linea h f. Et quoniam linea p z est diuidens per ęqualia angulum d z a: erit ipsa per 26 th. 5 huius perpendicularis super lineam, circulum y z contingentem in pũcto z: ergo per 19 p 3 linea p z producta transibit centrum circuli y z. Superficies ergo p z e secat speculum trans axem: secat ergo circulum ductum per punctum e transeuntem. Sit ergo communis sectio superficiei p z e & illius circuli linea r e. Sicut ergo linea s p z transit centrum circuli y z: similiter linea r e diuidens angulũ h e f transibit centrum alterius circuli, super quem superficies f e h secat pyramidem speculi ęquidistanter basi. Et quia superficies, in qua sunt duę lineę p z & e r, secat illas duas superficies ęquidistantes super duas lineas p z & r e: igitur per 16 p 11 lineę p z & r e sunt æquidistantes. Duę ergo lineę a z & z p sunt ęquidistantes duabus lineis f e & e r: ergo per 10 p 11 angulus a z p ęqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d z p est ęqualis angulo r e i: quoniam sicut totus angulus d z a est ęqualis toti h e f, sic medietas medietati: ergo angulus f e r ęqualis est angulo h e r. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti f reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi e. Ergo si à puncto f protrahatur linea ęquidistans lineę q e, & alia linea ęquidistans lineę r e, & lineę aliæ communes, ut in 35 huius, reiterata demonstratione illius: patebit quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum b à puncto speculi e. Quod est propositum. Quòd si à puncto q non possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a ad uisum b in tali dispositione constitutum: aliàs autem semper fiet reflexio, ut prætensum est: & patet per 14 huius, & per 90 th. 4 huius.

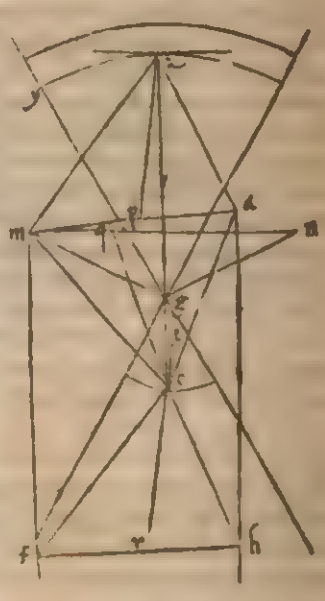
38. Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub superficie speculũ æquidistanter basi in uertice contingente, & centro uisus in eadem superficie: possibile est punctum reflexionis inueniri. Alhazen 57 n 5.

Permaneat prior dispositio præmissarum: & sit a punctus rei uisę, qui sit sub superficie m n g contingente pyramidem speculi in uertice g ęquidistanter basi: & sit centrum uisus in illa superficie. Dico quòd adhuc possibile est inueniri punctum reflexionis. Sit enim centrum uisus in puncto m superficiei m g n, quę posita est superficies contingens speculũ in puncto uerticis g ęquidistanter basi speculi: & à puncto a rei uisę ducatur superficies ęquidistans basi pyramidis: quę per 100 th 1 huius secabit pyramidem super circulum, qui sit d e k: cuius centrum sit punctum t, & ducatur axis speculi, qui sit g t: & à puncto m centro uisus ducatur ad a punctum rei uisę linea m a: & linea perpendicularis super dictam superficiem circuli, quę sit m h: & à puncto h ad cẽtrum circuli ducatur linea h t: & à puncto rei uisę (qui est a) ducatur ad lineam h t linea a e q intra circulum, secãs peripheriam circuli in puncto e, & producta taliter ut pars ductę lineę intra circulũ, quę est e q, sit æqualis lineę q t scilicet parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum: quod potest fieri per 136 th. 1 huius: & ducatur linea t e i: & à puncto h ducatur in eadem superficie speculum secante secundũ circulũ d e k, linea ęquidistans & æqualis lineę t e, quæ sit h b: & ducãtur lineę m b, & b e, & g e: eritq; g e linea lõgitudinis speculi. Palàm quoniã superficies g t e secans speculum trans axé, secat etiam lineam a m: sit ergo punctus sectionis f: & ducatur à puncto f perpendicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctum o: & producatur ad axem g t: & sit f o p secans axem g t in puncto p: & ducantur lineæ m o & a o. Dico quoniam punctus o, (qui est punctus superficiei speculi: cum sit in linea suę longitudinis, quæ est g e) est punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrum uisus punctum m. Palàm enim ex præmissis, quoniam linea h b est æqualis & æquidistans lineę t e: igitur per 33 p 1 erit linea h t ęqualis & ęquidistans lineę b e: sed linea m h est ęqualis & ęquidistans axi g t per 25 th. 1 huius: eò quòd ipsę sunt lineæ ęquidistantes inter superficies ęquidistantes productæ: ergo per 33 p 1 linea h t æquidistat lineę m g: ergo per 30 p 1 linea m g ęquidistat lineę b e: & est ęqualis illi. Palàm etiam quòd angulus q t e est ęqualis angulo q e t per 5 p 1: ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmissis, sunt æquales: sed angulus q e t æqualis est angulo a e i per 15 p 1: angulus ergo q t e est æqualis angulo a e i: sed angulus q t e per 29 p 1 est ęqualis angulo i e b: propter hoc quòd lineę e b & t h æquidistant: ergo angulus i e b est ęqualis angulo i e a. Patet ergo per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b à puncto speculi e. Et cum linea b m ęquidistans sit lineę g e, si à puncto a ducatur linea ęquidistans



lineæ f o p, & linea æquidistans lineę i t: & iteretur figura suprà dicta 35 huius, & probatio eiusdem: palàm quia forma puncta reflecteretur ad centrum uisus existens in puncto m à puncto speculi o. Quod est propositum: nec refert quemadmodum demonstrauimus hoc in sequenti proxima: siue punctum rei uisæ, siue centrum uisus sit in superficie m g n: quoniam idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

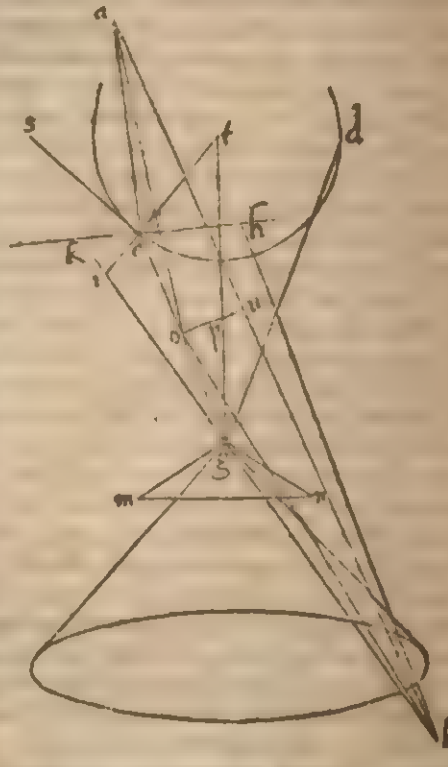
39. Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquidistanter basi in uertice contingentem, & centro uisus in eadem superficie: possibile est punctum reflexionis inuenire. Alhazen 58 n 5.



Remanente dispositione figuræ precedentis: sit centrum uisus in puncto m superficiem m g n: & sit a punctus rei uisę ultra illam superficiem: fiatque pyramis alia huic opposita: & fiat super punctum a superficies æquidistans basi huius pyramidis: & per proximam precedentem inueniatur in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus: & ducatur à puncto illo linea ad punctum g: & producatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea lõgitudinis pyramidis ipsius speculi: inuenieturq; punctus reflexionis secundum ea, quę præmisimus in 37 huius: eiusq; idem probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. Et hoc est propositum.

40. Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquidistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso. possibile est punctum reflexionis inuenire. Alhazen 59 n 5.

Dispositione priori remanente: sit punctus a rei uisæ sub superficie m n g: & punctus b centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g contingentem: uel econuerso a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrum uisus sub superficie m n g. Dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inuenire. Sit enim, exempli gratia, punctum a sub superficie m n g, & b ultra illam: ducaturque a puncto a superficies æquidistãs basi speculi secans per 100 th. 1 huius pyramidem speculi super circulum, qui sit d e: cuius centrum sit t: & ducatur axis speculi, qui sit g t: & ducatur linea b g à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus, ad uerticem pyramidis: quæ producta concurret necessariò cum superficie a e d: quoniam concurrit cum axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k: & in circulo d e inueniatur per 135 th. 1 huius pũctus, qui sit e, ita ut linea circulum contingens à puncto e ducta, quę sit e s, diuidat per æqualia angulum, quem continent ductæ lineę k e & a e: copulenturq; lineę longitudinis, quæ sint g e & g d: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineę g e: quę necessariò concurret cum linea k e concurrente cum eius æquidistante quæ est g e, per 2 th. 1 huius: sit concursus in puncto h. Palàm itaque per 1 p 11 quia punctus b est in superficie g e k: quoniam est in linea k g b, quę ducta est in illa superficie, & linea b h est in eadem superficie per 1 th. 1 huius: quoniam ipsa linea b h est æquidistans lineę g e: & ducatur linea t e i à centrò circuli t per punctum contactus e. Palàm itaque quoniam superficies g t e secans speculum trans axem g t, secat etiam lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u: & à puncto u ducatur perpẽdicularis super superficiẽ contingentẽ speculũ secundum lineã longitudinis speculi, quę est g e: hęc enim superficies continget circulum d e in puncto e, quæ linea sit o p u, secans superficiem speculi in puncto o, & axem g t in pũcto p: & ducãtur lineæ a o & b o.

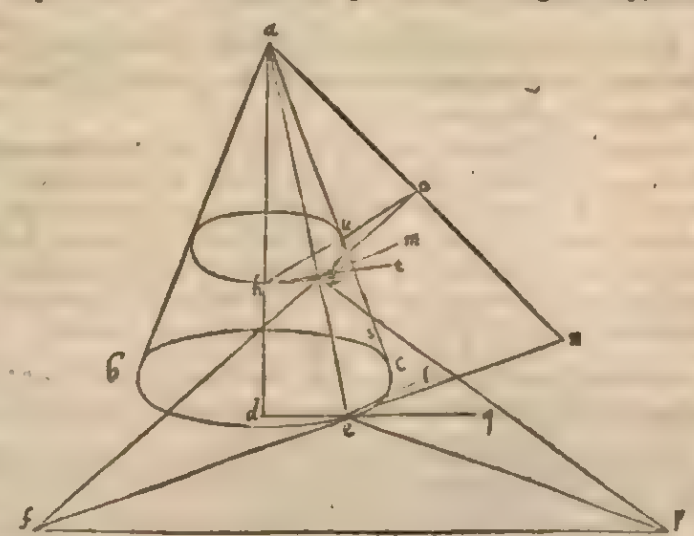


Cum itaque, ut patet ex præmissis, angulus a e s sit æqualis angulo s e k, & cum angulus i e s sit rectus per 18 p 3, & angulus s e t rectus: palàm quod angulus i e a est æqualis angulo t e k: sed & angulus t e k æqualis est angulo i e h per 15 p 1: ergo angulus a e i est æqualis angulo i e h. Potest ergo forma pũcti a reflecti ad uisum existentẽ in pũcto h à puncto speculi, quod est e, per 20 th. 5 huius. Si ergo à puncto a ducatur linea æquidistans lineæ u p, & linea æquidistãs lineæ i e, & iteretur probatio 35 huius: palàm

palàm quoniam forma puncti a reflectetur à puncto ſpeculi, quod eſt o, punctum lineę g e, ad uiſum exiſtentem in puncto b. Quod eſt propoſitum. Et quoniam ſemper eſt eodem modo demonſtrandum quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacũque altera parte ſuperficiei m n g: patet illud, quod proponebatur. Et imaginandum eſt ita, quòd in figura ſolida punctum b cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palàm itaque ex præmiſſis ſex theorematibus, cũ nõ ſit poſsibile alio modo ſe habere punctum rei uiſæ ſecundum ſitum reflexibilitatis à ſpeculis pyramidalibus conuexis ad centra uiſus, niſi modis propoſitis: quoniam aut ambo erunt ſub ſuperficie m n g: aut ambo ultra illam: aut ambo in illa: aut unum in illa, aliud ſub illa uel ultra illam: aut unum ſub illa, aliud ultra illam: & omnibus his modis reflexionis punctum eſt inuentum. Vniuerſaliter ergo in tota ſuperficie ſpeculi pyramidalis conuexi quocunq; modo ſe habente rei uiſibilis pũcto ad centrum uiſus, punctum reflexionis eſt poſsibile inueniri: quod principaliter quærebatur.

41. Speculo pyramidali conuexo ſuper ipſius baſim erecto: poſsibile eſt rectam lineam rei uiſæ & centrum uiſus ſic ſiſti, ut ab una linea longitudinis ſpeculi fiat formarum omnium punctorum illius lineæ reflexio ad uiſum. Alhazen 31 n 6.

Sit ſpeculum pyramidale conuexum, cuius uertex ſit a: axis uerò a h: linea longitudinis a z: & à puncto z ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in linea longitudinis: quæ producta neceſſariò concurret cum axe a h per 96 th. 1 huius: ſitq; linea h z t ſecans axẽ a h in puncto h: & eius punctus t ſit extra ſuperficiem ſpeculi: & erit angulus a z h rectus: ergo per 32 p 1 angulus a h z eſt acutus. Ducatur quoque à puncto a uertice ſpeculi linea extra pyramidem ultra ſuperficiem contingentem pyramidem in linea a z, continens angulum acutum cum ſpeculi axe, qui eſt a h, & cũ linea lõgitudinis a z, quæ ſit a n: lineę quoq; a h, a z, a n non ſint in eadem ſuperficie, ſed in diuerſis: & in ſuperficie h a n à puncto h ducatur linea, cum axe continens angulum æqualem angulo a h z: quæ linea concurret cum linea a n per 14 th. 1 huius: cum anguli h a n & a h z ſint acuti, ut patet ex præmiſſis: concurrant ergo in puncto o: & ſit linea h o: & facto ſuper punctum z circulo æquidiſtante baſi per 102 th. 1 huius: palàm quoniam linea h o tranſibit ſuperficiem illius circuli: ſicut etiam linea h z t tranſit per ſuperficiem eiuſdem circuli. Fit enim punctus h polus illius circuli: ideo quòd ſemidiameter illius circuli cum axe a h continet angulum rectum, & anguli a h z & a h o ſunt acuti, ut patet ex præmiſſis. Secet itaq; linea h z t ſuperficiem illius circuli in puncto z: & linea h o in puncto u: ducaturq; linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit a u s: ducatur quoq; linea o z: quæ producatur uſque ad punctum f. Et quoniam linea o z eſt ultra ſuperficiem contingentem pyramidem in linea a z, cum linea h z ſit perpendicularis ſuper illam ſuperficiem: palàm quia angulus o z h erit maior recto, cum angulus a z h ſit rectus: igitur per 13 p 1 angulus f z h eſt minor recto. A' puncto ergo z ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ ſit z m: cadetq; linea z m in ſuperficie contingente ſpeculum ſecũdum lineam longitudinis, quę eſt a z: eſt ergo linea h z perpendicularis ſuper lineam m z: & à puncto f ducatur linea perpendicularis ſuper lineam a z per 12 p 1, quę ſit linea f e, concurrens cum linea a z producta in puncto e: quę linea f e producta concurret cum linea a n per 14 th. 1 huius: quia cum angulus a e f ſit rectus, angulus e a n eſt acutus: concurrant ergo in puncto n: & à puncto e ducatur linea æquidiſtans lineæ t h: quæ ſit e q, per 31 p 1: itemque ab eodem puncto e ducatur linea æquidiſtans lineę m z, quæ ſit e l. Palàm autem quod linea m z eſt perpendicularis ſuper lineam a e per 22 th. 1 huius, quoniam ipſa eſt perpẽdicularis ſuper lineam t h, ut ſuper diametrum circuli, quẽ ipſa eſt contingens in puncto z. Igitur linea l e, cum ipſa ſit æquidiſtans lineæ m z, eſt per 29 p 1 perpendicularis ſuper lineam a e. Sunt quoque lineæ m z & l e in eadem ſuperficie per 1 th. 1 huius, cum ipſæ ſint æquidiſtantes: producaturq; linea q e ultra punctum e: & hæc per 2 th. 1 huius ſecabit axẽ a h, cum ipſa ſit in eadem ſuperficie cum linea h t per 1 th. 1 huius: ſecet ergo axem in puncto d: eritq; angulus h d q acutus æqualis angulo a h t per 29 p 1. Fiat quoque ſuperficies l e d q ſecans pyramidem: erit ergo illius ſuperficiei & ſuperficiei pyramidis communis ſectio oxygonia per 103 th. 1 huius. Cum ergo linea a e ſit perpendicularis ſuper lineam f n, & ſuper lineam d q, & ſuper lineam l e: patet per definitionem lineæ erectę ſuper ſuperficiem, quoniam linea longitudinis pyramidis, quæ eſt a e, erecta eſt ſuper ſuperficiem illius ſectionis oxygoniæ, quæ eſt l e d q. Et quia linea a e eſt perpendicularis ſuper lineam f e n: erit ergo linea f n in ſuperficie illa ſecante pyramidem ſecundũ illã



ſectionem: fiat ergo, ut in illa ſuperficie ſectionis à puncto f ducatur linea f p per 31 p 1 æquidiſtãs lineę e q: ergo per 9 p 11 erit linea f p æquidiſtans lineæ z t. Verùm cum angulus o z t ſit acutus: ideo quod angulus o z h eſt obtuſus: erit per 13 p 1 angulus t z f obtuſus. Ducatur itaque à puncto z linea faciens cum linea t z angulum æqualem angulo o z t: quę quidem linea producta neceſſariò ſecabit lineam f p per 2 th. 1 huius: cum linea f p ſit æquidiſtans lineę z t. Secet ergo ipſam in puncto p: & ducatur linea p e: quæ per 1 p 11 erit in ſuperficie l e d q: erit ergo angulus a e p rectus, ut patet ex præmiſsis & per definitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. Cum ergo lineæ p z & o z, ut patet ex præmiſsis, in eadem ſint ſuperficie pyramidem ſecante, & angulus o z t æqualis ſit angulo t z p: palàm per 20 th. 5 huius quia forma puncti o reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto p à puncto ſpeculi z. Verùm quia angulus o z t per 29 p 1 eſt æqualis angulo z f p, quia eſt extrinſecus illi: & angulus h z f æqualis eſt angulo o z t per 15 p 1: ſed angulus z p f æqualis eſt angulo p z t per 29 p 1, quia eſt coalternus: palàm quia angulus z f p ęqualis eſt angulo z p f: ergo per 6 p 1 latus z f ęquale eſt lateri z p. Et quia angulus f e z eſt rectus: ideo quia linea a e eſt perpendicularis ſuper lineã f n: palàm per 47 p 1 quia quadratum lineæ f z ualet ambo quadrata linearum e f & e z: ſed eadem ratione quadratũ lineę z p ualet ambo quadrata linearum e z & e p: quoniam, ut patet ex præmiſsis, angulus p e z eſt rectus: quadratum uerò lineę p z eſt ęquale quadrato lineę z f: quoniam, ut patet ex præmiſsis, lineę z f & z p ſunt ęquales: illa ergo duo quadrata hinc inde ſunt ęqualia: ergo ablato communi quadrato lineæ z e, remanet quadratum lineę e p æquale quadrato lineę e f: igitur latus f e æquale eſt lateri p e: ergo per 5 p 1 angulus e p f eſt æqualis angulo e f p. Sed angulus n e q eſt æqualis angulo e f p p 29 p 1, quoniam extrinſecus eſt illi: & angulus q e p æqualis angulo e p f, quia coalternus eſt illi: angulus ergo n e q & q e p ſunt æquales: qui cum ſint in eadem ſuperficie, quæ eſt p e n: palàm per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti n reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto p à puncto ſpeculi, quod eſt e. Similiter ſi ducatur à puncto f quæcunq; linea ad aliquod punctum lineę z e, & producatur uſque ad lineam o n: ſemper probabitur de puncto lineę o n, in quem cadit producta linea, quòd ipſe reflectetur ad punctum p à puncto aliquo lineę z e, quem ſecat illa linea. Simili modo & omniũ huiuſmodi linearum probatio ſumet initium à linea perpendiculari, quæ eſt f e, & a parte lineæ e z, quæ erit communis omnib. illis triangulis: & ita quodlibet punctũ lineę a o n reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto p ab aliquo pũcto lineę z e: quia de omnib. eſt eadem demõſtratio: quod etiam patet per 34 th. 5 huius. Si itaq; quęcunq; linea recta cuiuſcũq; rei uiſæ ponatur in loco lineę a o n, & centrũ uiſus ſiſtatur in puncto p: ſemper fiet reflexio ad uiſum ab aliquo punctorum lineę a z e, quę eſt linea lõgitudinis ſpeculi: & hoc proponebatur faciendum. Patet ergo propoſitum.

42. Cum ſuperficies reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis ſectio fuerit linea longitudinis: erunt loca imaginum & diſtantia ipſarum à uiſibus, quæ & in ſpeculis planis. Alhazen 43. 49 n 5.

Quando cauſſa in diuerſis ſubiectis uniuocatur, & paſsio uniuocabitur: ob hoc non repetimus illa hic, quæ in ſpeculis planis dicta ſunt in quinto libro huius ſcientiæ. Quia enim utrobiq; in planis ſcilicet, & propoſitis ſpeculis lineę incidentiæ & reflexionis incidunt & reflectuntur à lineis rectis: erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi, tãtùm diſtans à ſuperficie ſpeculi, quantùm punctus rei uiſæ diſtat ab eadem ſpeculi ſuperficie: ideo quia ſemper imago rei uiſæ uidetur in cõcurſu lineę reflexionis cum catheto incidẽtiæ in omnibus his ſpeculis, ut patet per 37 th. 5 huius. Patet ergo propoſitum.

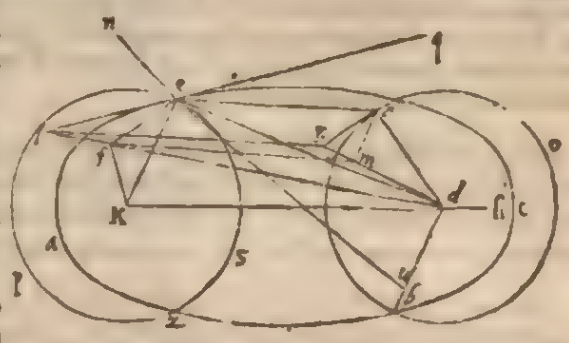
43. Cum ſuperficies reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi cõmunis ſectio fuerit circulus: erunt puncta reflexionũ & loca imaginũ, quæ & in ſpeculis ſphæricis conuexis. Alha. 43 n 5.

Erit enim aliquando locus imaginis intra ſpeculum columnare conuexum: aliquando in ſuperficie ſpeculi: aliquando extra ſpeculũ, ſecundum modum quo cathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuerſis punctis concurrunt: cuius qui cauſſam & demõſtrationem quæſierit, recurrat ad ea, quæ in ſexto huius ſcientiæ libro de ſpeculis ſphæricis conuexis demonſtrata ſunt: nam eadem penitus eſt ratio hinc inde: quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca, & eædem proportiones linearum ſunt in illis ſpeculis & in iſtis. Patet itaq; per illa propoſitum: nec uiſum eſt nobis dignum in his amplius immorari.

44. A puncto ſectionis columnaris, cui incidit cathetus incidentiæ ad perpendicularẽ ductam à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris conuexi, ducta recta ad axem cõtinente angulum acutum cum eadem: erit concurſus catheti incidentiæ cum illa perpendiculari ſub axe. Alhazen 24 n 6.

Hoc, quòd hic proponitur demonſtrandum, patet per 114 th. 1 huius: ut autem huic noſtro propoſito concluſio mathematica ſenſibiliter applicetur, eandẽ demonſtrationẽ duximus iterandam. Sit ergo a e b c columnaris ſectio: & ſit e datus punctus, cui incidat cathetus incidentiæ formæ puncti n: qui ſit punctus rei uiſæ: & b ſit punctus reflexionis, à quo ducta ſit linea b d perpendicularis ſup axem ſpeculi, qui ſit h k. ſecetq; cathetus incidentię ducta à puncto n, qui eſt punctus rei uiſæ, ipſum ſpeculũ ſecundũ punctũ propoſitæ ſectionis, qui ſit e: dico uerum eſſe, quod proponitur. Ducatur enim

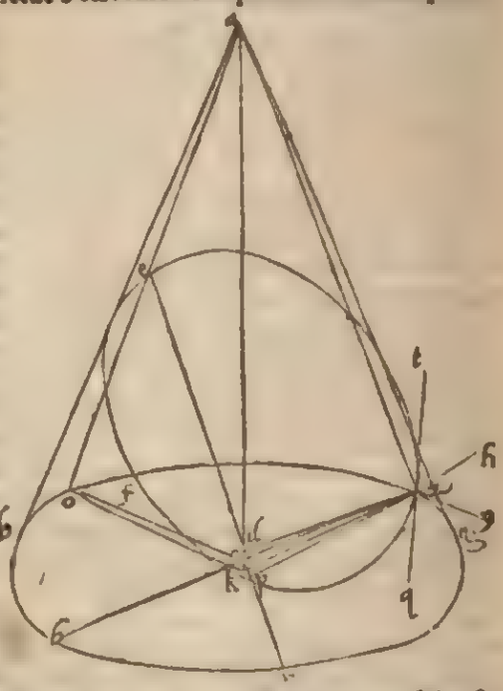
enim linea e d: sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus: sit ergo q e l linea contingens sectionem in puncto e: & super punctum sectionis b sit circulus æquidistans basibus speculi per 102 th. 1 huius, qui sit b t o: cuius centrũ sit d: & ducatur à pũcto e linea longitudinis speculi per 101 th. 1 huius, quæ sit e t. A` puncto quoq; d per 11 p 1 ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. Palàm ergo quòd superficies h d g (cum per axem h k transeat, qui per 92 th. 1 huius est erectus super circuli superficiem) perpendicularis est super eandem circuli superficiem per 18 p 11. Superficies uero contingens speculum in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g speculum secanti. Hoc enim quia linea longitudinis speculi ducta à puncto b est æquidistans axi h k, & linea circulum b t o contingens super punctum b, est æquidistans lineæ g d per 29 p 1: angulus enim g d b est rectus, ut patet ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b & sub linea contingente circulum in pũcto b est rectus per 18 p 3: ergo illæ superficies æquidistant per 14 p 11. Igitur superficies, in qua sunt lineæ l e & e t, non est æquidistans superficiei h d g: quod patet per 24 th. 1 huius: quoniam superficies contingens sectionem oxygoniam in puncto b non est æquidistans superficiei contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt linea l e q contingens sectionem, & linea longitudinis, quæ est e t. Angulus enim e d b, ut patet ex hypothesi, est acutus: superficies ergo b d g non æquidistat superficiei l e t: ergo concurret cum illa: concurrat ergo in linea l g: & ducatur linea g t: quæ necessariò erit contingens circulum b t o: cum superficies, in quâ ducitur linea g t, ipsum speculum sit contingens. Ducta autem linea t d, erit angulus g t d rectus per 18 p 3: quoniam linea t d est diameter circuli. & linea g t contingit illum circulum in puncto t. Fiat quoque, ut prius, super e punctum sectionis circulus æquidistans basibus speculi, qui sit e s z p: & centrum huius circuli sit punctus axis, qui k: & ducatur linea k e: & ducatur etiam linea d l: quæ quidem secabit superficiem circuli e s p: secet ergo illam in puncto f. Quia itaque punctum d est in superficie sectionis per 24 huius: cum ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis & punctum l, quod est punctum lineæ contingentis sectionem, est in eadem superficie sectionis: ergo per 1 p 11 tota linea d l est in superficie sectionis: punctum ergo f est in superficie sectionis: sed ipsum est in superficie circuli e z p: est ergo in communi sectione illarum superficierũ circuli scilicet & sectionis: sed & punctum e est in ambabus eisdem superficiebus: ergo item per 1 p 11 linea e f ducta erit in ambabus illis superficiebus: ergo per 19 th. 1 huius secundum lineam e f secant se superficies sectionis & circuli e z p. Ducatur itaque linea k t: & à puncto f ducatur perpendicularis super superficiem circuli b t o per 11 p 11, quæ sit f m: cadetq; punctus m in linea d g, ut patet: & ducatur linea t m. Palàm quoniam linea k d æquidistans & æqualis est lineæ f m per 25 th. 1 huius: sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b t o: qui illi circuli æquidistant per 24 th. 1 huius: utraque enim ipsarum æquidistat basibus columnæ per 100 th. 1 huius. Quoniam ergo linea f m est æqualis & æquidistans lineæ d k, quæ est pars axis: ergo per 33 p 1 linea k f æqualis & æquidistans est lineæ d m: & similiter erit linea f m æqualis & æquidistans lineæ longitudinis, quę est e t, per 33 p 1: quoniam linea e t est æqualis & æquidistans axi k d per 92 th. 1 huius, cum sit linea longitudinis speculi: & erit, ut prius, linea k e æqualis & æquidistans lineæ d t, & linea e f æqualis est & æquidistans lineæ t m per eandem 33 p 1. Verùm etiam superficies k d l g (quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus) orthogonalis est super superficiem sectionis oxygoniæ, quę est a e b c per definitionem superficiei erectę: & eadem superficies k d l g orthogonalis est super superficiem circuli e s p: quoniam illa superficies k d l transiens per axem, per 18 p 11 erecta est super bases columnæ: ergo & super superficiem circuli e s p, æquidistantis basibus erecta est eadem superficies k d l. Quia itaque dicta superficies k d l est erecta super superficiem sectionis oxygonię & circuli e s p: est ergo orthogonalis super lineam communem dictę sectionis & circuli (quę est linea e f) per 19 p 11. Et quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k t: igitur per definitionem lineę super superficiem erectę angulus e f k est rectus: ergo & angulus t m d est rectus per 10 p 11: latera enim illos angulos continentia in æquidistantibus circulorum superficiebus protracta æqualia sunt & æquidistantia, ut patet ex p ęmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g t d sit rectus per 18 p 3: in trigono ergo orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basim perpendicularis t m: ergo per 8 & 17 p 6 illud l, quod fit ex ductu lineæ d m in g m est æquale quadrato lineæ m t. Et quoniam linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentię, quod est t: palam quòd linea l g est æquidistans axi k d. Quoniam enim superficies secundum lineam longitudinis speculum contingentes sunt erectę super basium columnę superficies: ergo per 19 p 11 earum communis sectio, quę in proposito est linea l g, super easdem superficies basium perpendicularis erit: æquidistabit ergo axi h k per 6 p 11: ergo etiam æquidistabit lineæ f m per 30 p 1. Quia ergo in trigono l g d linea f m æquidistat basi l g: patet per 2 p 6



quoniam secat alia latera illius trigoni proportionaliter. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g: ergo permutatim per 16 p 5 erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g: sed linea d f maior est quàm linea d m per 19 p 1: quoniam in trigono f d m angulus f m d est rectus per præmissa uel 8 p 11: ergo & linea f l est maior quàm linea m g: ergo illud, quod fit ex ductu lineæ f d in f l maius est illo, quod fit ex ductu lineæ d m in m g: ergo & quadrato lineæ t m: sed linea t m est æqualis lineæ e f, ut patet ex præmissis: ergo illud, quod fit ex ductu lineę d f in l f maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l angulus l e d maior recto per 30 th. 1 huius. Quia si esset rectus, tunc cum linea e f sit perpendicularis super lineam d l: esset per 8 & per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e b c, quæ est linea q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniens in punctum d. Sit ergo illa perpendicularis linea e u. Et quia angulus e d b est acutus, & angulus d e u acutus: quoniam angulus u e q est rectus: ergo per 14 th. 1 huius lineæ e u & b d productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k: & sub concursu lineæ e d cum linea b d: quod est euidens. Patet ergo propositum.

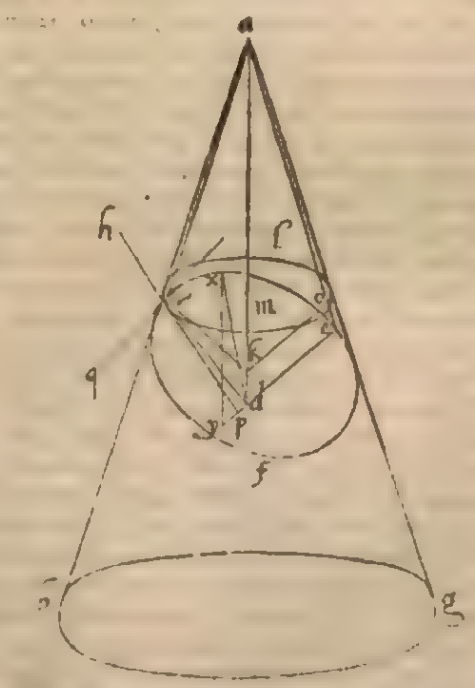
45. Perpendicularẽ ductã à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiẽ speculi pyramidalis cõuexi, cũ catheto incidentiæ punctο remotiori à uertice speculi, quàm sit punctus reflexionis, incidente, sub axe speculi cõcurrere est necesse: dũ tamẽ linea à pũcto catheti incidentiæ ducta ad perpendicularẽ, super axem angulum contineat acutũ. Alhaz. 30 n 6.

Hæc quoq; propositio patet per 113 th. 1 huius: ut autem iam facilius pyramidalibus speculis applicetur: sit speculum pyramidale conuexum a b g: cuius uertex sit a: & axis a k: cadatq; in ipsum sectio oxygonia: à cuius circumferentia formę pũctorum lineę uisæ reflectãtur ad uisum, quę sit e f z: punctum quoq; reflexionis sit e: & sit linea e d exiens à puncto e (quod est punctum reflexionis) perpendicularis super superficiẽ contingentẽ speculũ: quæ producta in superficie sectionis concurret quidẽ cũ axe a k per 14 th. 1 huius: angulus enim e a k est acutus, & angulus a e d est rectus: cõcurrat ergo in puncto d: sitq; catheto incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto speculi e z: quę sit h z. Dico quòd cathetus h z concurret cum perpendiculari e d ultra punctum d sub axe speculi. Ducatur enim linea t z q, quæ contingat sectionem e f z in puncto z, dum tamẽ sit punctũ z remotius à puncto a uertice speculi, quàm sit punctũ e: ducta quoq; linea z d angulũ acutũ cõtineat cum perpendiculari e d super ipsum axem speculi, in quẽ cadit punctum d. Trãseat quoq; super punctũ z superficies æquidistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulũ r z g per 100 th. 1 huius: iste ergo circulus secat sectionẽ e f z in duobus tantũ locis per 104 th. 1 huius: quoniã circulus est perpendicularis super axem a d, & sectio est obliqua super eundem axem: & ducantur lineæ a z & a e. Linea quoq; a e, quæ ex hypothesi est breuior quàm linea a z (ideo quòd punctum z remotius est à uertice pyramidis quam punctum e, protrahatur ultra punctum e) donec cõcurrat cum circumferentia circuli r z g: & sit concursus punctus o: ergo punctus o est remotior à puncto a uertice speculi, quàm sit pũctus e: eritq; linea a o æqualis lineę a z p 89 th. 1 huius: ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducuntur ad circuli circumferentiam. Cum ergo exierit à puncto o perpendicularis super superficiem contingentem speculum secundum lineam a o: concurret illa linea cum axe a k ultra punctum d (cui prius data est incidere perpendicularis e d) per 2 th. 1 huius: erit enim linea illa æquidistans lineę e d per 6 p 11: sit ergo punctus cõcursus k: ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia linea k z est æqualis lineę k o per 65 th. 1 huius: est enim k polus circuli: sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89 th. 1 huius: cum sint lineæ lõgitudinis unius pyramidis, & linea a k cõmunis est ambobus illis trigonis: erũt ergo p 8 p 1 trianguli a o k & a z k æquianguli: sed angulus a o k est rectus: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo linea k z perpẽdicularis super lineã lõgitudinis speculi a z, q̃ est in supficie cõtingẽte speculũ: est ergo linea k z erecta super superficiẽ contingentẽ speculũ secũdũ lineã a z: ergo p 18 p 11 & superficies z k o est erecta super illã superficiẽ contingentẽ. Et quia à puncto z ducta est linea cõtingẽs sectionẽ, q̃ est t z q: cũ ergo, ut patet, linea k z sit erecta super supficiẽ speculum contingentẽ secundum lineam a z, & cõmunis sectio superficiei sectionis & illius superficiei speculũ contingentis sit linea t z q cõtingẽs sectionẽ: erit linea k z ppẽdicularis super lineã t z q: erit ergo angulus k z q rect⁹ p definitionẽ lineæ sup supficiẽ cõtingẽtẽ erectę. Et qa, ut patet ex p̃missis, angul⁹ k z q est rectus: trigonũ quoq; a z k erectũ est super superficiẽ speculũ secũdũ lineã a z cõtingẽtẽ: & linea k z est similiter perpẽdicularis super



ſuper hanc ſuperficiē cōtingentē. Extrahamus ergo à puncto z cōmunē ſectionē ſuperficiei circuli r z g & ſuperficiei pyramidis ſecūdum lineā a z contingentis: hęc aūt per 2 p 11 eſt linea recta: ſit ergo hæc linea z y & palam per præmiſſa, quòd linea z y cōtingit circulū r z g: ſit quoq. cētrum huius circuli c: & producatur linea c z: angulus ergo c z y eſt rectus per 18 p 3: & ducatur à puncto c, quod eſt centrū circuli r z g, linea cōtinens cū linea z c angulū rectū per 11 p 1: & ſit linea c r: linea ergo c r eſt æquidiſtans lineę z y per 28 p 1: linea uero c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a z c per 4 p 11: ideo quia angulus z c r eſt rectus ex præmiſſis, & angulus z c a eſt rectus: ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli r z g per 89 th. 1 huius: & quia etiam axis eſt perpendicularis ſuper baſim pyramidis, cui circulus æquidiſtat: ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23 th. 1 huius: linea ergo z y æquidiſtans lineæ c r, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē a z c per 8 p 11: ergo linea z q contingens ſectionem eſt obliqua ſuper ſuperficiem a z c: ergo & ſuper lineam c z. Producatur ergo à puncto z in ſectionis ſuperficie extra ipſam ſectionis peripheriam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per 11 p 1: quæ ſit z h. Et quia punctus d per 24 huius eſt in ſuperficie ſectionis in aliquo puncto axis: palàm quòd ipſum aliud eſt à pūcto k, qui eſt punctus axis interior puncto d extra ſuperficiē ſectionis: ſed pūctus z eſt in ipſius ſuperficie: patet ergo quoniā linea k z eſt extra ſuperficiē ſectionis. Linea ergo k z ſecat lineā z h, nec cōtinuatur cū ipſa: quoniā linea z h eſt in ipſa ſuperficie ſectiōis, & linea k z eſt extra illā. Et quoniā lineæ k z & h z ſecant ſe in pūcto z: patet quòd ipſę ſunt in aliqua ſuperficie una per 2 p 11: ſint ergo lineę z k & z h in alia ſuperficie præter ſuperficiē ſectionis, quę ſecet ſuperficiē ſectiōis ſuper lineā p z h in ambabus iſtis ſuperficiebus exiſtentē per 19 th. 1 huius: & ſit z p eadē linea cū z h, quę eſt producta in ſuperficie ſectionis. Linea uerò d z, quę eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperficiem, in qua ſunt lineæ k z & z h: ſed linea z k continet cum linea z q angulum rectum: ideo quia, ut prædictū eſt, linea k z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem, quę tranſit lineas a z & z q: & ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus communem per 19 th. 1 huius, quæ eſt h z. Verùm linea d z eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſuprà patuit, & ſecatur a linea k z in puncto z, & pūcta t & q ſunt à lateribus ſuperficiei k z p h: ergo ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q: differentia ergo communis ſuperficierum h z k & d z q eſt in ſuperficie h z k: eſt quoq. illa communis ſectio linea recta per 3 p 11: continet ergo illa linea cum linea z q angulum rectum. Nam linea z q cum ſit perpendicularis ſuper lineam z h, & ſuper lineam z k: patet per 4 p 11 quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiē h z k: ergo & ſuper lineam z p. Et quoniam ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z q, & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectiōis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, ſit ex parte ſemidiametri z c, erit linea (quę eſt differentia communis his duabus ſuperficiebus) media inter duas lineas q z & z d: ergo angulus q z d eſt obtuſus: & linea h z eſt in ſuperficie, in qua ſunt lineæ d z & z q, quę eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea z q angulum rectum: linea ergo z h producta intra ſectionem ultra punctum z, ſecabit angulum d z q: & linea h z concurret cum linea e d ſub pūcto d puncto axis per 14 th. 1 huius. Angulus enim z d e eſt acutus ex hypotheſi, & angulus d z p acutus. Cathetus itaq; incidentię, quę eſt h z, cum perpendiculari e d, quę ducitur à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem, concurret ſub axe: & ſub puncto ipſius axis, qui eſt d: ſit itaq; punctum concurſus p. Et hoc eſt propoſitum.

46. Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiem ſpeculi pyramidalis conuexi, cum cathero incidentiæ pūcto propinquiori uertici ſpeculi, quàm ſit punctus reflexionis incidentę, ſub axe ſpeculi concurrere eſt neceſſe: altioris quoque puncti cathetus cum eadem porpendiculari concurret remotius ſub axe: dum tamen linea à puncto ſuperiori cum perpendiculari ducta à puncto inferiori ſuper axem angulum contineat acutum.

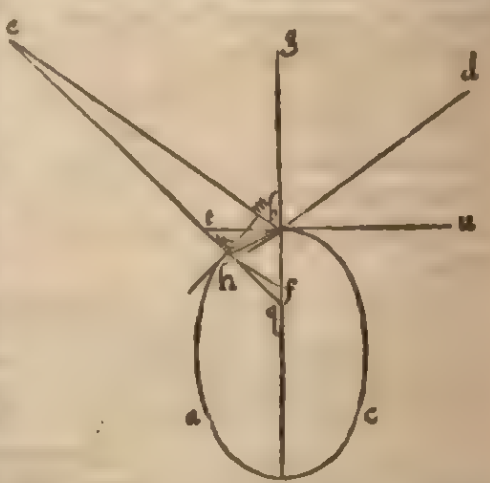


Sit, ut in præmiſſa, ſpeculum pyramidale conuexum a b g: cuius uertex ſit a: & axis a d: ſitq; in ipſo ſectio pyramidalis, quæ e f z: punctum quoque reflexionis ſit e: ſitq; linea e d perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, concurrens cum axe a k in puncto d in ſuperficie ſectionis: ſitq; cathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto e, quæ ſit h z: cuius punctum z ſit propinquius uertici ſpeculi quàm punctum e: ita tamen quòd linea z d cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum. Dico quòd uerū eſt, quod proponitur. Circūducatur enim à puncto a

puncto z ipsi speculo circulus per 102 th. 1 huius, qui sit z m l: & ducantur lineę a z & a e. Linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z: patet ergo per 100 & 89 th. 1 huius quoniá abscinditur per superficiem circuli z m l: ideo quia punctũ z propinquius est uertici pyramidis, qui est a, q̃ punctum e. Sit ergo, ut abscindatur in puncto o: est ergo punctum o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e punctũ: eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89 th. 1 huius. Cum ergo exierit à pũcto o perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k: erit per 28 p 1 linea o k æquidistans lineæ e d. Ducantur ergo lineæ k z & d z. Et quia linea k z est æqualis lineæ k o per 65 th. 1 huius: est enim pũctus k polus circuli z m l: sed & linea a o est æqualis lineæ a z p 89 th. 1 huius, & linea a k est cõmunis ambobus illis trigonis: erunt ergo per 8 p 1 trigoni a o k & a z k æquianguli: sed angulus a o k est rectus, quia o k perpendicularis ducta est super lineam a o: uel etiã per 29 p 1: ideo quia angulus a e d est rectus, & lineæ e d & o k æquidistant: ergo & angulus a z k est rectus: est ergo linea k z perpendicularis super lineã lõgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculũ: est ergo linea k z erecta super superficiẽ cõtingentẽ speculũ secundũ lineã a z. Ducta quoq; à puncto z linea cõtingente sectionẽ in puncto z, quæ sit t z q, perficiatur demonstratio, ut in proxima præmissa: patetq; propositũ nunc, ut prius. Cadet enim punctus p, qui sit cõmunis sectio cathe-ti incidẽtiæ ductæ à pũcto z cũ ꝓpendiculari e d, sub axe a d & sub pũcto d. Et si in peripheria ipsius sectionis signetur pũctus propinquior uertici, q̃ sit punctũ z, qui sit punctus x: ab eo quoq; ducatur cathetus incidentiæ, quæ sit x y: quæ eodẽ modo, si angulus x d e fuerit acutus, demõstrabitur concurrere cum perpendiculari e d sub axe a d: sit concursus in puncto y. Dico quod punctus y remotior erit sub axe a d quàm punctũ p: non enim secabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p: quoniã cathetus ducta à puncto altiori ulterius protenditur sub axem: & cathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d. Reliquæ uerò catheti harum mediæ, à quarum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos cum perpendiculari e d, non secabunt lineam d p. Patet ergo propositum.

47. Cathetum incidentiæ linea reflexionis intra sectionem oxygoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet cathetum: erit totius cathetꝰ proportio ad partẽ sui resectam intra sectionem oxygoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam, quæ utrasq; interiacet sectiones. Alhazen 44 n 5.

Esto a b c sectio oxygonia: cuius punctus b sit punctus reflexionis: & sit e punctus rei uisæ: d centrum uisus: à puncto quoque reflexionis, quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, quæ sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctũ q: & ducatur à puncto e linea e k perpendicularis super ipsam sectionẽ, aut super lineã sectionẽ contingentem, ut fuerit possibile: ducatur quoque linea contingens speculũ in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k. Duæ itaque perpendiculares, quæ sunt g b q & e k concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes: sit ergo punctus concursus illarum perpendicularium punctum q. Sed & hoc in proposito aliter declarandum. Ducantur enim lineæ e b, d b, k b: palam per 29 th 1 huius, & ex præmissis quoniam linea k m cadet intra superficiem e k b, & linea b t cadet intra eandem superficiem: igitur linea b t secabit lineam e k: sit, ut fecet ipsam in puncto t: & linea k m secabit lineam b e: & sit, ut secet ipsam in puncto m. Cum ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis: palàm quòd angulus e k b maior est recto: & similiter quia angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto: palàm ergo per 14 th. 1 huius quoniam duæ perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo puncto superficiei sectionis, cũ sint in eadem superficie: fit, ut prius, earum concursus in pũcto q: similiter quoque angulus d b k est maior angulo recto, qui est g b t, ut patet ex præmissis: ergo per 14 th. 1 huius lineæ d b & e k concurrent: sit ipsarum concursus punctus h: igitur per 17 th. 1 huius punctus h est locus imaginis formæ puncti e. Dico itaq; quòd erit proportio lineæ e q, quæ est cathetus incidentiæ formæ puncti e, ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quia enim lineæ e k & b e concurrunt in puncto e: ducatur à puncto h linea h f æquidistans lineæ e b per 31 p 1. Et quoniam angulus e b t est per 20 th. 5 huius æqualis angulo d b u, & per 15 p 1 angulus d b u est æqualis angulo t b h: palàm quòd angulus e b t erit æqualis angulo t b h. Restat ergo, ut angulus e b g sit æqualis angulo h b q: ideo quia anguli t b q & t b g sunt recti & æquales. Cum igitur linea t b diuidat angulum e b h per æqualia: erit per 3 p 6 proportio lineæ e t ad t h, sicut lineæ e b ad b h: sed per 29 p 1 angulus e b g est æqualis angulo h f b: angulus ergo h f b est æqualis angulo h b f, quoniá ut prætensum est, angulus e b g est æqualis angulo h b f: ergo per 6 p 1



linea

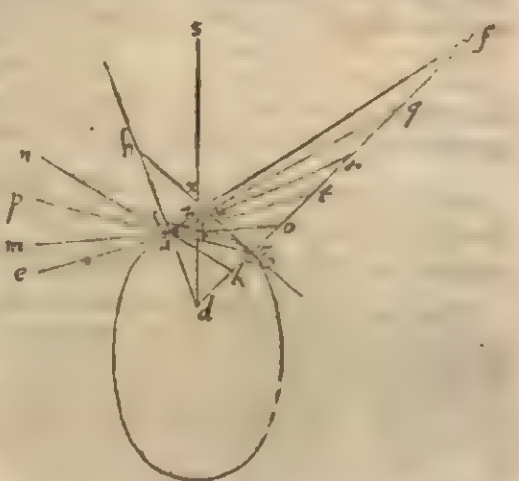
linea h b est æqualis lineæ h f: ergo per 7 p 5 proportio lineæ e b ad lineã h f est, sicut ad lineã h b: est aũt proportio lineæ e b ad h f, sicut lineæ e q ad q h per 4 p 6: quia per 29 p 1 trigona e q b & h q f sunt æquiangula: erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h. Erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e t ad lineam t h. Quod est propositum.

48. In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente: linea recta interiacens punctum concursus duarum perpendicularium & locum imaginis, maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis. Alhazen 44 n 5.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima. Et quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f per 4 p 6 & 29 p 1: & proportio lineæ e b ad h f est, sicut lineæ e b ad lineam h b per 6 p 1 & 7 p 5: erit proportio lineæ e b ad lineam b h, sicut lineæ e q ad lineã q h per 11 p 5: ergo permutatim per 16 p 5 & corollarium 4 p 5 erit proportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b: sed linea e q maior est quàm linea e b per 19 p 1, eo quod angulus e b q maior est recto, ut patet ex præmissis, quia angulus t b q est rectus: ergo linea q h est maior q̃ linea h b. Quod erat ꝓpositum: est enim punctus q ille punctus, in quo cõcurrunt duę perpẽdiculares g b q & e k, quę est cathetus incidentiæ: & punctus h est locus imaginis formæ puncti e: & punctus b est pũctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existentis in puncto d.

49. Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxygonia, formaq; rei uisæ obliquè speculo incidente: locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi: quandoq; intra speculum: & quandoq; extra ipsum. Alhazen 45. 51 n 5.

Quod hic proponitur, locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi: tunc enim unius solius formæ puncti super lineam perpendicularem accedit ad speculum, & secundum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote punctus ipsius perpẽdicularis lineæ, qui est in superficie oculi uidentis. Punctus enim ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem: quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem, propter rationem assignatam in 32 th. 5 & 10 th. 6 huius. Et similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm à puncto illo, cui incidit ipsa perpendicularis. Si enim daretur hoc posse fieri: tunc accideret duas perpendiculares ductas à superficie speculi concurrere in centro eiusdẽ uisus, quod esset contra 6 p 11 & contra 20 th. 1 huius: & duo anguli trianguli fierent recti: quod esset contra 32 p 1, & impossibile. In tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantũ in seipsam. Sit autem nunc, ut forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed obliquè: & esto, ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxygonia sectio, quæ a b g: ad cuius punctum a sumatur linea contingens sectionem, quæ sit e a t: & ducatur perpendicularis à puncto a per 11 p 1 super lineam et intra sectionem, quæ sit a d: cadatq; punctus d intra sectionẽ. Palàm ergo per 115 th. 1 huius quòd linea d a dividit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est punctus unicus, in quo pũcto linea sectionem contingens, erit æquidistans lineæ d a: sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit punctus g, cuius puncti contingens concurrat cum linea d a in puncto h extra sectionem: & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam cõtingentẽ (quę est g h) per 11 p 1, quę perpendicularis sit g q, secãs lineã aliã cõtingẽtẽ, quę est e a t, in pũcto t: erit ergo punctũ t finis cõtingẽtię per 6 definitionẽ 6 huius: & hæc quidem perpendicularis (quæ g q) necessariò concurret cum linea h d p 14 th. 1 huius: ideo qd' angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus: sit ergo in pũcto d ipsarũ cõcursus: & ducatur linea g a: quæ producatur extra sectionẽ usq; ad punctũ p: & ducatur linea q a. Igitur angulus q a h aut est æqualis angulo h a p: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: incidet ergo forma puncti q speculo in pũcto a, & reflectetur ad cẽtrũ uisus existẽs in pũcto p per 20 th. 5 huius: & locus imaginis erit pũctus g, q est pũctus sectionis oxygoniæ & superficiei colũnę speculi p 17 th. 5 huius: quoniã in illo pũcto cõcurrit cathetus incidẽtiæ ducta à pũcto rei uisæ, quę est q, super lineã cõtingentẽ sectionẽ in pũcto g, cũ linea reflexionis, quę est p a. Et quia pũctus g est in superficie speculi: patet qd' tũc uidebitur imago formæ pũncti q in superficie speculi. Si uerò in linea g q supra punctũ q sumatur alius pũctus, ut f, & ducatur linea f a: erit quidẽ angulus f a h minor angulo h a p: est enim angulus f a h minor angulo q a h, q est æqualis angulo h a p: fiat ergo angulo f a h super a termiñ lineę h a æqualis angulus, q sit h a n p 23 p 1: & ꝓducatur linea n a intra sectionẽ: cõcurretq; cum

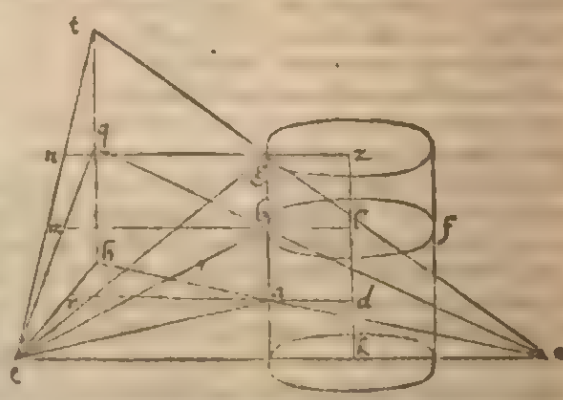


cathcto

catheto f q g d: & sit punctus cõcursus k. Palam ergo per 20 th. 5 huius quòd forma puncti f reflectitur à puncto speculi, quæ est a, ad uisum existentem in puncto n: & locus imaginis formæ puncti f erit in puncto k: & imagines omnium punctorum lineæ q f, quæ sunt ultra punctũ q, erunt intra columnã speculi, ut patet per 34 th. 5 huius, & ex præmissis. Si uero inter punctũ q & punctũ r (qui est finis cõtingentiæ) ponatur punctus aliquis, ut r: erit angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p: fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m. Palàm quòd linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionẽ. Ideo enim, quia linea p a continens cum linea a h angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsam sectionẽ in punctum g: patet quia linea m a secabit lineam g q extra sectionẽ: sitq;, ut cadat in punctum o: erit ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti r in puncto o: & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum, inter puncta o & g. Si autem angulus q a h fuerit minor angulo h a p: secetur ex angulo h a p angulus h a n æqualis angulo q a h per 27 th. 1 huius. Palam ergo, ut prius, quòd formæ puncti q imago erit in puncto k. & omniũ superiorũ punctorum lineæ q t imagines erunt intra sectionem. Si uero punctus r sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqualis angulo h a p: tunc erit imago formę puncti r in sectionis puncto g, quod est in superficie speculi: & omnium punctorum inter r & q imagines erũt intra speculum: & omniũ punctorum inter puncta r & t imagines erunt extra speculi superficiem. Si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p: fiat angulus h a m æqualis angulo q a h: palamq; quòd linea m a producta secabit sectionem: linea enim e a tangit sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessariò sectionem secabit: secet ergo in puncto b: & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, quæ concurrat cum linea d h in puncto l: cõcurret autem per 14 th. 1 huius: angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, cùm recta linea d b: eritq; angulus d l b acutus per 32 p 1: cum angulus d b l sit rectus: est ergo per 13 p 1 angulus h l b obtusus: linea ergo l b concurret cum linea h d, ut patet per 60 th. 1 huius, ex parte punctorum h & g: quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus: facietq; cum ipsa angulum acutum. Ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à puncto b per 11 p 1, quæ sit b s: hæc ergo cõuncta cum linea d b fiet linea una per 14 p 1. quoniam utraq; ipsarum cum linea l b in eodem puncto, qui est b, continet angulum rectum: & linea b s secabit lineam h g: sit, ut secet ipsam in puncto x. Et quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h d, & angulus s b l est rectus: patet quòd linea b s cum linea h g ex parte puncti h continet angulum acutum per 14 th. 1 huius: eritq; angulus s x h acutus: ergo & angulus g x b illi contrapositus similiter est acutus per 15 p 1. Quia uero linea h g secat lineam q a, sit punctus sectionis u. Et quoniã angulus h g d est rectus, & linea q a concurrit cum linea d g in puncto q: quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie: palam per 14 th. 1 huius quod linea h g cum linea q a continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a. Quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g contrapositus angulo h u a per 15 p 1 est acutus: patet per 14 th. 1 huius quòd lineæ s b & q u cõcurrunt: sit ergo concursus ipsarum in puncto z. Forma itaque puncti z mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m ad uisum existentem in puncto m: & locus imaginis erit punctus b: & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s ultra punctum z erũt intra sectionem: & omniũ punctorum lineæ z b, quæ sunt citra z, loca imaginum erunt extra sectionem. Quod est propositũ.

50. Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, centroq; uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum: imago ejus uidebitur recta, æqualis rei uisæ. Alhazen 25 n 6.

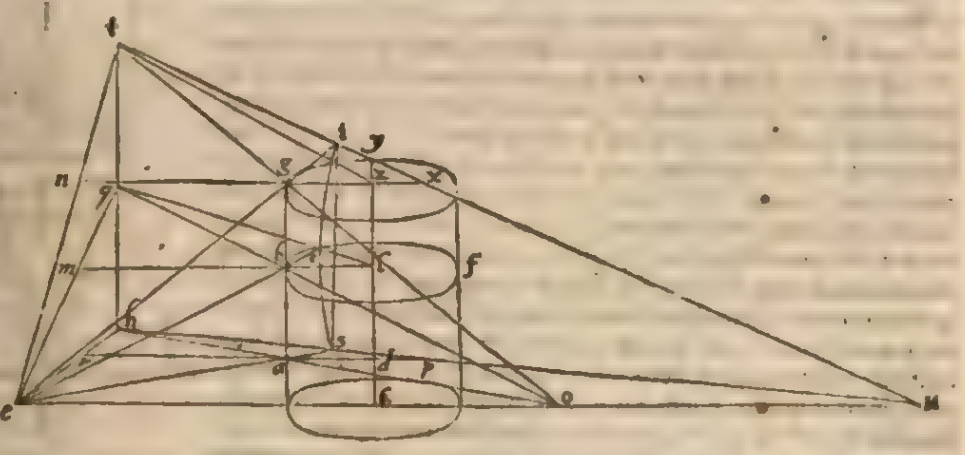
Esto speculum columnare, ut in 20 huius: cuius axi z k æquidistet linea recta, quæ sit t h: erit ergo per 30 p 1 & per 92 th. 1 huius linea t h æquidistans lineę longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g. Dico quod si uisus (cuius centrum sit e) fuerit in eadem superficie t h z k cum linea t h, & cum axe z k: possibile est ut omnia puncta lineæ t h reflectantur ad uisum e: quoniam per 30 huius possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h sint in linea longitudinis columnę, quæ est g a: quia illa linea superficiei reflexionis, in qua sunt uisus e, & axis z k, & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 92 th. 1 huius. Videbitur ergo imago formæ lineæ t h recta: ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe: & proportionabuntur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum lineam rectam dispositа, sicut in speculis planis per 52 th. 5 huius extitit probatum de lineis rectis uisis. Patet ergo propositum.



51. Lineæ

51. Linea rectæ æquidistantes axi speculi columnaris connexi, nisi non existente in eadē superficie, imago curua uidetur modica curuitatis, & minor re uisa. Alhazen 27 n 6.

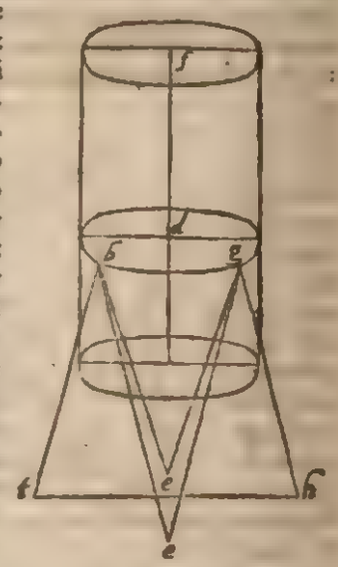
Sit dispositio, quæ prius in 30 huius: reflectaturq; forma lineæ t h à linea longitudinis speculi, quę sit a g. Dico quòd imago lineæ t h uidebitur aliquando curua: forma enim puncti eius, quod est q, ut suprà patuit in 30 huius, reflectitur ad uisum e à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f: linea ergo à puncto q ducta ad centrū circuli b f, quod est l, quæ erit q l, ipsa est cathetus incidentiæ formæ puncti q: quoniam, ut patet per 18 p 3, linea q l est perpendicularis super lineam contingentē circulum b f, cuius peripheria est communis sectio superficiei reflexionis & speculi: hæc quoq; cathetus q l, ut patet, concurret cum perpēdiculari producta à puncto b, quod est punctum reflexionis, super ipsam superficiem speculi super axē z k: & erit concursus in puncto axis l, scilicet in cētro circuli b f per 96 th. 1 huius. Cōcurrat ergo linea q l cū linea m l in puncto axis l: producatur quoq; linea reflexionis, quæ est e b, quousq; cōcurrat cum catheto q l: & sit punctus concursus c: uidebitur ergo per 37 th 5 huius imago formę puncti q in puncto c: & est punctus c per 1 p 11 in superficie, in qua sunt linea q h, & axis z k, & linea longitudinis a g. Itē forma puncti t lineę t h reflectitur à puncto speculi g, qui per 10 huius est punctus sectionis oxygonię, cum punctus t sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsi sint in eadē superficie. Est autē à puncto t, unum tantū ducere perpēdicularē super ipsam oxygoniam sectionē, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineam contingētē speculum in puncto aliquo oxygoniæ sectionis: per 12 p 1 sit ducta: hæc ergo per 114 th. 1 huius uel per 44 huius concurret cū perpēdiculari ducta à puncto eiusdē sectiōis, quod est g, super axē z k, quæ est linea n g z: erit q; concursus sub axe, hoc est sub pūcto z, q est cōcursus perpendicularis n z, & axis z k: quoniam ducta linea t z, erit angulus t z n acutus: ideo quòd angulus n z y est rectus, axe k z producto ultra punctum z ad punctū y. Producatur itaq; linea n z ultra pūctum z ad pūctum x: & ducatur à pūcto t linea concurrens cum linea n z producta ultra pūctum z in pūcto x: concurret autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus x n t est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus: secet q; linea t x axē k z in pūcto y: & producatur linea e g ultra pūctum g, donec concurrat cum linea t x: concurrēt autē per 29 th. 1 huius: linea enim e g producta secat angulum t g x: ergo & basim t x: quoniam illę lineę sunt in eadem superficie, ut patet: sit ipsarum sectio in pūcto i: erit ergo punctus i locus imaginis formæ puncti t per 37 th. 5 huius. Similiter ducta à puncto h lineę t h, linea, quę sit orthogonalis super lineā contingentem speculum in aliquo pūcto sectionis oxygonię, à qua reflectitur forma pūcti h ad uisum e per 10 huius, illa concurret cum perpendiculari d a r sub pūcto d, qui est pūctus axis per 114 th. 1 huius uel per 44 huius: concurrat ergo in pūcto p: & ducatur linea e a ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p: & sit secūdum præmissos modos punctus concursus s: erit quoq;, ut prius, punctus s imago puncti h. Ducatur quoq; linea s i: palàm ergo cum linea t i concurrat in puncto x cum perpendiculari n z, quę est æquidistans lineæ e o, quòd eadem concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius: concurrat ergo in puncto u: similiter linea h s cum concurrat cum perpēdiculari d r, quę est æquidistans lineę e o, concurret cum linea e o per 2 th. 1 huius. Sed quoniam situs puncti t lineæ t h respectu pūcti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu: quoniam linea t h æquidistat axi z k, & similiter puncta t & h æqualiter distant à pūcto q, &, ut patet ex præmissis in 30 huius, situs puncti t & puncti h ad punctum o est idem, & punctorum i & s, respectu puncti o est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsente demonstratione: ergo per 1 p 11 erit linearum t i & h s respectu lineæ e o idem situs. Lineę ergo t i & h s concurrent super idem punctum lineę e o: concurrant ergo in pūcto u: erit ergo t u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s: axis autem speculi, qui est z k, nō est in hac superficie: uerūm linea t h est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per 1 th. 1 huius: ergo superficies illa secat superficiem trianguli t u h super lineam communem, quæ est e h, nō super aliam. Cum ergo punctus t sit in superficie lineę t h, & similiter axis z k sit in eadem superficie, & punctus e non sit in linea t h: ergo non est in superficie trianguli t u h: & duo puncta i & s sunt in superficie illius trianguli: linea ergo i s erit



curua per 1 p 11. Et quia ipſa eſt imago lineæ t h: palàm quòd imago lineæ rectæ, quæ eſt t h, eſt curua: quod eſt primum propoſitum. Sed eius curuitas modica eſt: quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s, ad punctum ſcilicet ſectionis lineæ i s, & ſuperficiei circuli eſt ualde parua: ſed quantò maior fuerit linea uiſa, quę eſt t h æquidiſtans lineæ longitudinis ſpeculi, tantò imago eius erit minus curua: & quantò minor fuerit linea t h, tantò curuitas erit maior. Et quoniam linea i c minor eſt quàm linea t q, & linea s c minor quàm linea h q: quoniam linea i s, à quo modicùm declinat linea i c s, cadit inter lineas t u & h u concurrentes in puncto u, & eſt quaſi æquidiſtans lineæ t h, ſicut & axi k z: patet ergo quòd linea imaginis (quæ eſt i c s) minor eſt re uiſa, in qua eſt linea t h: & hoc eſt ſecundum propoſitum. Patet ergo totum, quod proponebatur.

52. Superficie linea rectæ uiſæ ſuperficiem, in qua eſt axis ſpeculi columnaris conuexi, orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie: à circumferentia circuli (qui eſt communis ſectio ductarum ſuperficierum & ſpeculi) fiet reflexio: lineaq; rectæ uiſæ imago erit curua. Alhazen 28 n 6.

Eſto linea t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis dati ſpeculi columnaris, qui ſit d f: ſitq; punctum e in eadẽ ſuperficie cum linea t h: erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ ſuperficies ſe interſecant: quod neceſſe eſt eſſe per 19 th. 1 huius, & per 1 p 11. Dico quòd formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei t h e, & ſuperficiei colũnæ ipſius ſpeculi) quæ ſit g b, fiet reflexio ad uiſum. Aut enim centrum uiſus (quod eſt e) erit retro lineam t h: & tunc, cum illa linea ſit corporalis, & non diaphana, eius denſitas occultabit uiſui ſpeculum, & nõ fiet reflexio, niſi fortè ſolæ formæ capitum lineę, quę ſunt t & h, appareant & reflectantur ad uiſum à circulo ſpeculi, qui eſt b g: & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, ſicut per 56 th. 6 huius patuit de ſpeculis ſphæricis conuexis. Si uerò fuerit linea t h diaphana groſſæ diaphanitatis, ut cryſtallus: de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ. Sed ſi linea t h ſiue exiſtente diaphana ſiue non, fuerit uiſus ſub illa inter ipſam ſcilicet & ſpeculum: tunc occultabitur pars lineæ t h propter interpoſitionem capitis, in quo eſt uiſus: pars autem illa lineæ t h, quę uideri poteſt, non obſtante capitis impedimẽto, reflectetur a circulo b g ad uiſum, eodem penitus modo, quem de ſpeculis ſphæricis conuexis oſtendimus ſuo loco. Eſt ergo imago lineæ rectæ t h taliter uiſę ſemper curua. Quòd ſi centrum uiſus e fuerit extra terminos lineę t h in eadem ſuperficie, ut prius, & fiat reflexio formæ lineę t h ad uiſum: uidebitur imago lineę t h tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa. Et hoc eſt propoſitum.

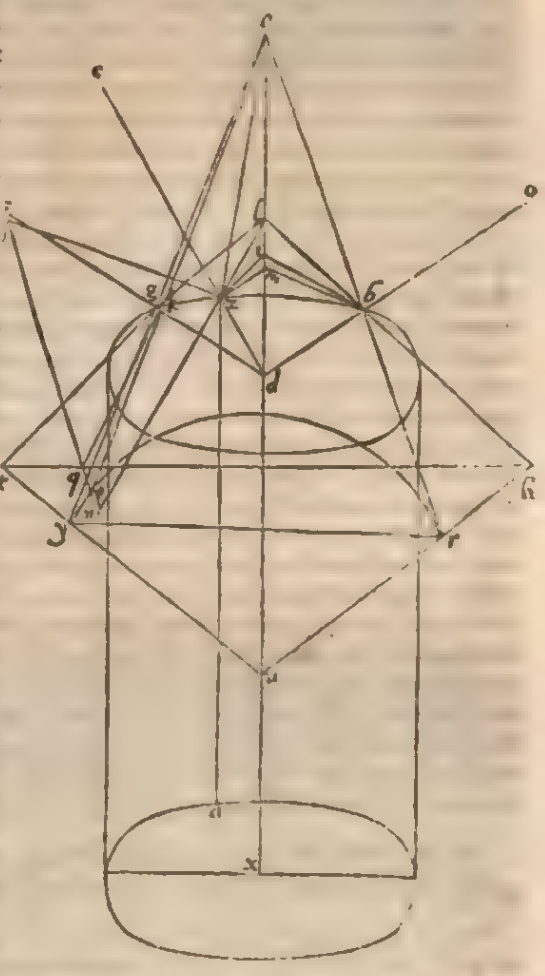


53. Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq; uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, factaq; reflexione ad uiſum æqualiter diſtãtem ab extremis illius lineæ: eius imago uidetur maxima curuitatis. Alhazen 29 n 6.

Sit ſuperficies plana, in qua eſt linea t h, orthogonaliter ſecans ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi columnaris conuexi, quod ſit b k g: ſitq; cẽtrum uiſus e non in eadem ſuperficie cum linea t h: cuius extrema t & h, ſicut proponitur, æqualiter diſtent à centro uiſus e: palamq; per 10 huius quoniam communes ſectiones omnium ſuperficierum reflexionis & ſpeculi, erũt oxygoniæ. Et quoniam ex hypotheſi forma puncti h reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto ſpeculi poſiti: ſit ergo, ut hoc fiat à puncto b per 29 huius. Et quia punctus t eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e (quod eſt centrum uiſus) cuius eſt punctum h: patet quòd forma puncti t reflectitur ad uiſum e ab aliquo puncto ſpeculi: ſit illud punctum g. Et cum extrema puncta lineę h t ſint eiuſdem ſitus & longitudinis à centro uiſus e: erunt etiam puncta reflexionum formarum illarum punctorum (quę ſunt b & g) eiuſdem diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus. Igitur duo puncta b & g erunt in circulo æquidiſtante baſibus ſpeculi, qui cadet ſemper inter lineam h t & inter ſuperficiem tranſeuntem centrum uiſus e, & ſecãtem ſpeculum æquidiſtanter baſibus ipſius ſpeculi: quod ideo accidit, quia puncta reflexionum, quę ſunt b & g, plus declinant ad centrum uiſus, ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & t, quorum formę reflectuntur. Sit ergo ille circulus b z g, cuius centrum ſit d: ducantur itaq; lineæ incidentiæ, quę ſunt h b & t g: & lineæ reflexionum, quæ ſunt b e & g e: & à centro d ducantur perpendiculares ſuper lineas circulum b z g contingentes in punctis b & g, quæ ſint d g & d b o. Palamq; per 21 huius, quoniam illarum perpendicularium partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiametri circuli b z g: & ducatur linea à puncto d centro circuli ad centrum uiſus, quę ſit e d: & producantur lineæ incidentię, quę ſunt h b & t g, donec concurrant cum linea e d. Cũ autẽ puncta h & t ſint eiuſdẽ ſitus & diſtantiæ, reſpectu pũcti e, & reſpectu centri d: palà quòd lineæ h b

& t g

& t g habebunt eundem ſitum, reſpectu lineæ e d: concurrent ergo in idem punctum illius lineæ et: eſto quòd concurrant in punctum l: ducaturq; linea longitudinis columnæ ſpeculi, in qua ſit pũctus z: & ſit hęc linea in ſuperficie plana, in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi: ſitq; linea a z: & ducantur lineę l z n & d z c. Et quoniam ſuperficies, in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi, interſecat ſuperficiem, in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo fit hæc ſectio, punctus q: & a puncto q ducatur linea æquidiſtans lineæ d z c: cadet quidem hæc linea per 2 th. 1 huius ſuper axem ſpeculi ex una parte, & ſuper lineam l z n ex alia: cadat ergo in punctum n lineæ l z n. Palàm autem per 20 th. 5 huius quoniam angulus h b o (qui eſt angulus incidentiæ formæ puncti h) eſt æqualis angulo o b e, qui eſt angulus reflexionis: ſed angulus h b o per 15 p 1 eſt æqualis angulo l b d, quoniam eſt ei contrapoſitus: & angulus o b e æqualis eſt duobus angulis b e d, & b d e per 32 p 1: cum in triangulo e b d ipſe ſit extrinſecus: angulus ergo l b d æqualis eſt eiſdem duobus angulis, ſcilicet b e d, & b d e. Secetur itaq; ex angulo l b d angulus, qui ſit m b d, æqualis angulo b d e per 27 th. 1 huius: remanet ergo angulus m b l æqualis angulo b e d. Quia ergo in triangulo e b m angulus b e m eſt æqualis angulo m b l trianguli b m l, & angulus b m e communis utriq; illorum trigonorum: erit per 32 p 1 angulus m b e trigoni maioris æqualis angulo m l b trigoni minoris: eſt ergo per 4 p 6 proportio lineæ e m ad b m, ſicut lineæ b m ad m l: ergo per 17 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ e m in m l æquale eſt quadrato lineę b m. Ducatur quoq; linea m z. Et quoniam angulus b d m maior eſt angulo z d m (quia enim angulus s d e eſt æqualis angulo o d e propter identitatem ſitus punctorum reflexionum, quæ ſunt b & g à centro uiſus e, quæ cauſſatur, ut præoſtenſum eſt, ex identitate ſitus punctorum uiſorum, qui ſunt h & r, reſpectu uiſus e: angulus uerò s d e maior angulo z d m, ut totum ſua parte: ergo & angulus b d m eſt maior angulo z d m) ſed & duo latera z d & d m ſunt æqualia duobus lateribus b d & d m: quoniam d b & z d ſunt ex centro ad circumferentiam, & latus d m eſt commune: erit ergo per 24 p 1 latus m b maius latere m z: illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius eſt quadrato lineę z m: ſit ergo ductus lineę e m in lineam m i, (quę minor eſt quàm ſit linea m l) æqualis quadrato lineæ m z: & ducantur lineæ i b, i z, e z. Et quia trianguli e z m, & z i m (quorũ cõmunis angulus eſt z m i) per 6 p 6 ſunt æquianguli, propter laterum ſuorum proportionalitatem ex 17 p 6, quę continent illum communem angulum: erit ergo angulus m z i æqualis angulo z e i: eſt ergo angulus m z l (qui eſt maior angulo m z i) maior angulo z e d: ſed quoniam angulus m b d conſtitutus eſt æqualis angulo b d m: erit linea m d æqualis lineæ m b per 6 p 1: ſed linea m b eſt maior quàm linea m z, ut patet ex præmiſſis: ergo linea m d eſt maior quàm linea m z: ergo per 18 p 1 erit angulus m z d maior angulo m d z: igitur angulus d z l maior eſt duobus angulis e d z, & z e d. Angulus enim d z l continet angulum m z l maiorem angulo z e d: quoniam angulus m z i, qui eſt pars anguli m z l, æqualis eſt angulo z e d, ut ſuprà patuit. Item præter angulum m z l, continet angulus d z l & angulũ d z m maiorem angulo m d z: angulus uerò n z c eſt æqualis angulo d z l per 15 p 1, & angulus e z c per 32 p 1 æqualis eſt duobus angulis z d e & z e d: eſt ergo angulus n z c maior angulo e z c. Secetur ergo ex angulo n z e per 27 th. 1 huius angulus æqualis angulo e z c, qui ſit f z c, ducta linea z f: quę quidem concurret cum linea n q per 2 th. 1 huius: quoniam concurrit in puncto z cum linea e d æquidiſtante lineę n q: concurrat ergo ſuper punctum f. Cum ergo angulus f z c ſit æqualis angulo e z c: palàm per 20 th. 5 huius quoniam reflectetur forma puncti f ad uiſum e à puncto ſpeculi z: ſed forma puncti q reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineę longitudinis ſpeculi tranſeuntis per punctum z: reflectitur ergo à puncto, quod eſt ultra punctum z. Quia ſi detur, ut reflectatur à puncto, quod ſit citra punctum z, propinquius puncto e, quàm ſit punctum z: tunc linea ducta à puncto q ad illum punctum reflexionis ſecabit lineam f z: ille ergo punctus ſectionis reflectetur ad uiſum e à duobus punctis lineę longitudinis ſpeculi, quæ eſt z a, ſcilicet à puncto z, & ab alio puncto dato: quod eſt impoſsibile per 26 huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formę puncti q ultra punctum z: & ſit punctus k: à quo reflectatur forma puncti q ad uiſum e: & ducatur linea in-



cidentię, quę sit q k, & linea reflexionis, quę e k: & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q: concurret autem linea e k cum linea n q per 2 th. 1 huius: quia concurrit cum linea d æquidistante lineæ n q: hęc enim in eadem superficie est inter puncta e & k: concurrunt itaque lineę e k & n q: & sit punctus concursus p: erit ergo per 37 th. 5 huius pũctus p locus imaginis formæ puncti q: sed punctus h reflectitur ad uisum e à puncto sectionis oxygonię, cum non sit in eadem superficie cum uisu e. Si ergo à puncto h ducatur cathetus incidentiæ formæ puncti h, quæ erit linea perpendicularis super lineam rectam contingẽtem sectionem oxygoniam in aliquo puncto ipsius sectionis: palàm quia cathetus illa concurret cum perpendiculari o b d sub axe per 44 huius: concurrat ergo in puncto aliquo. Similiter à puncto t est ducere unam cathetum incidentiæ, lineam scilicet perpendicularem super sectionem oxygoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t ad uisum e, quæ, sicut prius, concurret cum perpendiculari s g d sub axe. Et quoniam semidiametri b d & g d non possunt esse linea una, ut patet per 78 th. 4 huius: palàm per 112 th. 1 huius quoniam reflexio formarum punctorum h & t fit ex hypothesi, & per 23 huius à duobus punctis duarum sectionum columnarium secundum lineam c d productam trans speculum se intersecantium per 24 huius, & per 1 p 11, & 19 th. 1 huius. Et quoniam puncta h & t lineæ h t sunt eiusdem situs, respectu lineæ e d: ideo enim quòd illa pũcta h & t sunt eiusdem situs, respecto uisus e ex hypothesi, linea uerò e d, quæ diameter uisualis, est in eadem superficie cum axe speculi & centro uisus: habent ergo puncta h & t eundem situm, respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter, per quæ transeunt cathetι incidentiæ ductæ à punctis h & t: & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t, respectu uisus e, & respectu lineę e d. Palàm ergo quòd illæ duę cathetι à punctis h & t ductæ super illas sectiones, quarum, ut patet ex præmissis, quælibet concurrit cum linea e d, ambæ cõcurrent in eodem puncto lineæ e d: concurrant ergo in puncto u. Et quia linea e b producta concurret cum linea h u: sit punctus concursus r: concurratq; linea e g cum linea t u in puncto y: & ducatur linea r y. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quia pũctum r est imago formę puncti h, & punctum y est imago formæ puncti t. Habemus quoq; triangulum e r y, & extra superficiem huius trianguli est pũctum z: superficies ergo huius trianguli altior est quàm linea e p, si cẽtrum uisus fuerit altius quàm linea h t, & est basior, si cẽtrum uisus fuerit basius quàm linea h t: est ergo pũctus p semper extra illã superficiem. Linea ergo r p y est semper curua per 1 p 11, sed ipsa est imago lineę t h, ut patet per 37 th. 5. Est ergo imago lineę h t modo proposito situatæ, respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi, semper curua curuitate non modica. Quod est propositum.

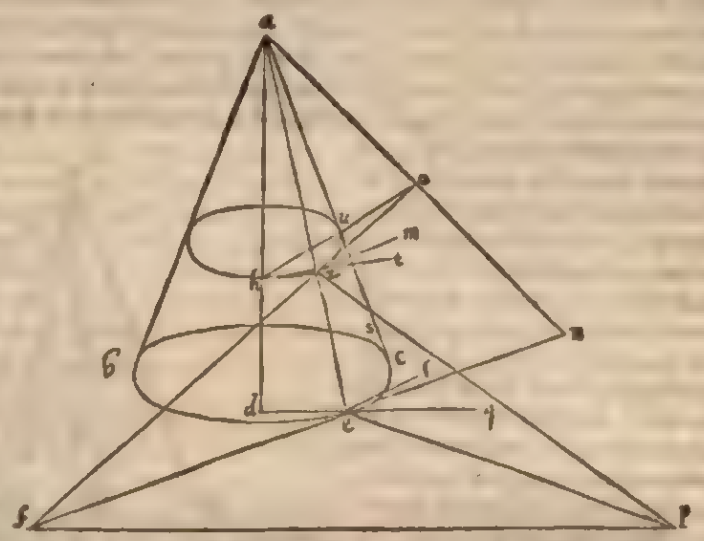
54. Linea rectæ uisæ non æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies obliquè secat axem: imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem axem: sui situs.

Quia enim per 51 huius patet quòd linea recta æquidistãs axi speculi columnaris conuexi imagi nẽ habet nó rectam sed curuam, licet modicę curuitatis: lineę uero (cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi, uisu non existẽte in eadem superficie cũ linea uisa) imago semper uidetur curua per proximam præmissam: palàm per eandẽ quoniã lineę inter has duas sitę, quę magis accedunt ad situ lineæ æquidistantis lineæ lõgitudinis colũnę, habebũt imagines plus accedẽtes rectitudini: lineę uerò, quæ plus appropinquãt lineis, quarũ superficies orthogonaliter secãt axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem: & augmẽtatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum ultorum situum. Et hoc est propositum.

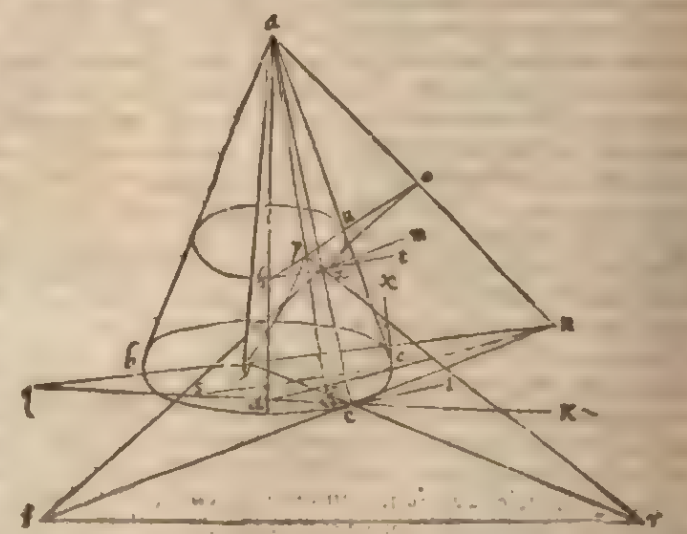
55. Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis cõuexi obliquè super axẽ, reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi: imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum. Alhazen 32 n 6.

Sit speculum pyramidale conuexum a b c, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d: signeturq; in superficie conica eius linea longitudinis, utcũq; cõtingit, quę sit a z, per 101 th. 1 huius: ducaturq; per punctum z superficies æquidistans basi pyramidis: hęc ergo per 100 th. 1 huius secabit pyramidem speculi secũdum circulum, qui sit z u: & ducatur per 11 p 1 à pũcto z perpẽdicularis super lineam longitudinis z a: quę producta ad axem speculi, qui est a d, cadat in pũctum h: cõcurret autem cum axe per 96 th. 1 huius, uel per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus d a z est acutus. Et à pũcto z ducatur linea contingens circulum z u per 17 p 3, quę sit z n: & ducatur à pũcto a linea cõtinens cum utraq; linearum a z & a h, angulum acutum: quę sit extra superficiẽ contingẽtem pyramidem super lineam a z: hoc enim est possibile, cũ angulus h a z sit acutus. Sit ergo illa linea a n: & in superficie, in qua sunt lineę a n & a h, ducatur à puncto h linea continens cum linea a h angulum æqualem angulo z h a per 23 p 1: hęc ergo linea concurret cum linea a n per 14 th. 1 huius: ideo quòd, ut patet ex præmissis, duo anguli n a h & a h z sunt acuti. Sit ergo pũctus concursus o: linea itaq; h o secabit circũferentiã circuli z u: ideo enim quòd angulus a h o est æqualis angulo a h z, oportet quòd lineæ z h & o h sint in eadem superficie. Secet ergo linea h o peripheriam circuli in puncto u: & ducatur linea longitudinis speculi, quę a u: & extrahatur linea perpendicularis h z extra speculum ad punctum t: & ducatur linea o z: & producatur in continuum & directum: & sit o z f: & producatur linea a z ad punctum e. Angulus ergo f z h erit acutus per 15 p 1: quia linea o z cum linea t z continet angulum acutum:

acutum: est enim angulus a z t rectus. Et quia linea o z secat superficiem contingentem speculũ super lineam a z, super quam erecta est linea h z, ut patet ex præmissis: angulo itaq; a z h existente recto, angulus o z a est acutus: ergo per 15 p 1 relinquitur ut angulus e z f sit acutus. A punctο ergo f ducatur perpendicularis super lineam a e per 12 p 1: & producatur in continuum & directũ, donec concurrat cum linea a o in punctο n: concurret autem linea f e cum linea a o per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus e a o est acutus, & angulus a e n rectus: & ducatur à punctο e linea e d æquidistans lineæ z h: erit ergo p 8 p 11 linea e d perpẽdicularis super superficiem cõtingẽtem pyramidẽ secundũ lineam a e: cũ linea z h sit perpẽdicularis super eandem superficiẽ: & ducatur à pũcto e linea e l æquidistãs lineæ z m: & imaginetur supficies, in qua sint lineę e l & e d, secare pyramidẽ: erit quoq; cõmunis sectio huius superficiei & superficiei conicæ ipsius speculi sectio oxygonia p 103 th. 1 huius: quoniã illa superficies l e d est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c. Linea uerò m z, quę est cõtingens circulũ z u, est perpẽdicularis super lineã a e per 22 th. 1 huius: ideo quia axis a h erectus est super superficiẽ illius circuli per 89 th. 1 huius, & linea z m est perpẽdicularis super illius circuli semidiametrũ per 18 p 3: est ergo linea z m erecta super superficiẽ a z h, ut patuit in 41 huius: quoniã superficies circuli, & superficies a z h sunt adinuicẽ rectę: ergo linea l e æquidistãs lineę z m, per 8 p 11 est perpẽdicularis super superficiem a d e: ergo angulus a e l est rectus: quod tamẽ facilius patet per 29 p 1. Quia enim angulus a z m est rectus, erit & angulus a e l rectus: sed & angulus a e n est rectus: & simiter angulus a e d est rectus p 29 p 1: ideo quia angulus a z h est rectus, & linea e d ęquidistat lineę z h: ergo per 5 p 11 lineæ n e, l e, d e sunt in eadẽ superficie sectionis: & linea a e est erecta super superficiẽ illius sectionis: cũ oẽs illę lineę cũ linea a e cõcurrant ad angulos æquales & rectos: ergo linea f n est in superficie sectionis. Protrahatur itaq; linea d e in continuũ & directũ usq; ad pũctum q: & extrahatur à pũcto t linea æquidistãs lineæ d e q, quę sit f p: hęc ergo linea æquidistabit lineę h z per 30 p 1: & producatur à pũcto z in superficie o z h linea recta continẽs cũ linea z t angulũ æqualẽ angulo o z t, qui est acutus per 13 p 1: ideo quia, ut suprà patuit, angulus o z h est obtusus: hæc ergo linea cõcurret cũ linea f p per 2 th. 1 huius: quia secabit lineã z h æquidistãtẽ lineę f p, & est in superficie eius: q; a linea z f est in superficie eius: oẽs aũt lineę æquidistãtes sunt in eadẽ superficie per 1 th. 1 huius: cõcurrat ergo in pũcto p: & sit angulus p z t æqualis angulo o z t. Et quia angulus o z t est æqualis angulo z f p per 29 p 1, quia est extrinsecus illi, & angulus t z p æqualis est angulo sibi coalterno, qui est angulus z p f: palã quòd angulus z f p est æqualis angulo z p f: ergo per 6 p 1 lineæ z f & z p sunt æquales. Et quia linea f e n est in superficie sectionis, & linea f p est æquidistãs lineæ e d, quæ est in superficie sectionis: est ergo per 2 th. 1 huius & per 7 p 11 linea f p in superficie illius sectionis. Producatur quoq; linea p e: erit ergo linea p e similiter in superficie sectionis per 7 p 11. Et quoniã superius declaratũ est quòd linea lõgitudinis speculi, quę est e a, est perpẽdicularis super superficiẽ sectionis: uterq; ergo angulus a e p & a e f est rectus p definitionẽ lineę super superficiẽ erectę: quadratũ ergo lineę f z ualet duo quadrata linearũ z e & f e p 47 p 1: similiter quadratũ lineæ z p ualet duo quadrata linearũ z e & e p: sed quadratũ lineę z f est æquale quadrato lineę z p: quia & linea lineę est æqualis ex præmissis: est aũt amborũ cõmune quadratũ lineę z e: relinquitur ergo quadratũ lineę f e æquale quadrato lineę e p: erit ergo linea f e æqualis lineę p e: ergo per 5 p 1 duo anguli e p f & e f p sunt ęquales. Sed angulus n e q est ęqualis angulo e f p per 29 p 1: quia est ei extrinsecus, & angulꝰ q e p est ęqualis angulo e p f: quia est ei coalternus. sunt ergo anguli n e q & q e p ęquales. Ergo p 20 th. 5 huius forma pũcti n reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto p à pũcto speculi e: & forma pũcti o reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto p à pũcto speculi z. Et omnis linea producta à pũcto f ad aliquod pũctũ lineę o n, secabit lineã z e. Patet quoq; secũdũ præmissa quòd illa linea erit ęqualis lineę, pductę à pũcto p ad illud idẽ pũctum: quia linea a e est perpẽdicularis super superficiẽ, in qua sunt lineę p e & f e, quę est superficies sectionis: & duę lineę f e & p e sunt æquales: oẽs ergo lineę extractę à pũctis f & p ad aliquod unũ pũctum lineę z e, sunt ęquales, iterãdo modũ ꝓbandi, quo usi sumus prius. Patet ergo quòd forma omnis pũcti, qui est in linea o n, reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto p ex illo pũcto speculi, quod secatur in linea z e. Omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadensq; obliquè super axem pyramidis speculi, qui est a d, ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea longitudinis, quę est a z, uel alia quacũq;, præmisso modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectitur ad uisum tunc dispositum, respectu illius



uiſibilis, ut nunc eſt diſpoſitus punctus p, reſpectu lineæ o n. Similiterq; patet, quòd in hac diſpoſitione formæ punctorum totius lineæ a o n reflectentur ad uiſum in puncto p exiſtentem. Et ſi punctus f ulterius producatur in maiori diſtantia à puncto z: augmentabitur quantitas lineæ a o n ſecundum illud. Et huius quidem ſimile demonſtratum eſt per 41 huius: nunc uerò hoc præmiſimus in hoc propoſito theoremate, ut ſtudioſus indagator ea, quæ ſequuntur, facilius acceptet. Omnibus itaq; his ſuo modo diſpoſitis cõtinuetur linea n d: ſecabit ergo linea n d circumferentiá ſectionis: nam duo puncta d & n ſunt in eadem ſuperficie ſectionis, & punctum n eſt extra circumferentiam ſectionis, d uerò eſt intra illam: ſecet ergo linea n d circumferentiam ſectionis in puncto c: & quia triangulus a h o eſt totus in eadem ſuperficie per 2 p 11: palàm quoniam linea n d erit in ſuperficie trianguli a o h per 1 p 11: puncta enim d & n ſunt in lineis a o & a h: ergo & linea n d eſt in ſuperficie eadem cum illis: erit ergo punctus c in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h, ut patet ex præmiſſis: quoniam linea h o ſecabat peripheriá circuli z u in pũcto u: ſic enim uocauimus pũctum illud. Tria ergo puncta, quę ſunt a & u & c ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h: ſed puncta a, b, c ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi: ergo tria pũcta a, u, c ſunt in linea communi ſuperficiei ſpeculi & ſuperficiei a n d: ſed hæc linea communis eſt linea recta per 90 th. 1 huius: fit enim ſectio ſecũdum axẽ ſpeculi: ergo puncta a, u, c ſunt in linea recta. Protrahatur ergo linea a u rectè ad punctum c: & producatur linea r z ultra punctum z: quæ ſecabit lineá o h per 29 th. 1 huius: ideo quia lineæ r z & h o ſunt in eadem ſuperficie, & linea r z, quæ ſecat angulum f z e, ſecat angulum eius contrapoſitum, qui eſt h z o: ergo & baſim illi ſubtenſam, quæ eſt h d, neceſſario ſecabit: ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p in ſuperficie trianguli a o h. Producatur quoq; linea a p: & protrahatur ultra p: ſecabit ergo lineá d n per 29 th. 1 huius: quoniá ſecat angulũ d a n: ſecet quoq; ipſum in puncto g. Et quia punctus f nõ eſt in ſuperficie contingẽte pyramidem ſpeculi tranſeunte per lineã a z e, ſed obliquè incidit eidẽ, ut patet ex præmiſsis: eſt aũt in ſuperficie ſectiõis: & quoniã ſuperficies ſectionis nõ eſt erecta ſuper ſuperficiẽ a d e per 102 th. 1 huius: patet per 4 p 11 quia neceſſariò erit angulus f e d acutus, quoniá angulus a e f eſt rectus: angulus ergo d e n per 13 p 1 eſt obtuſus: ergo angulus e d n eſt acutus per 32 p 1: cadit ergo in triangulo amblygonio, qui eſt d e n. Et ſit linea c x contingens ſectionem in puncto c. Per ea ergo, quæ præmiſſa ſunt in demõſtratione 45 th. 5 huius, & etiá ex eo quoniá angulus d c x eſt obtuſus: palá quod perpẽdicularis extracta ex pũcto c ſuper lineã c x cõtingẽtẽ ſectionẽ, ſecat angulũ d c x: & qđ cõcurret cũ linea e d ſub pũcto d: hęc ergo perpẽdicularis ſecet lineá e d producta m ultra pũctum d in pũcto s: perpẽdicularis ergo extracta ex pũcto n ſuper lineá cõtingẽtem ſectionẽ, ſecabit lineá e d ultra pũctum s remotius a pũcto d, quàm ſit pũctus s: ſiue iſtæ perpẽdiculares cũ linea e d cõcurrant ultra circũferentiam ſectionis, uel intra illã. Perpẽdicularis enim extracta à pũcto n ſuper lineá cõtingentẽ ſectionẽ nõ ſecabit angulũ d c x, ſicut linea perpẽdicularis ducta à pũcto c ſecat angulũ illũ. Vt enim patet per 46 huius, & per 113 th. 1 erit illa perpendicularis remotior à linea n e, q̃ ſit linea n d: hęc ergo perpendiculariter ſecat axẽ ſpeculi, qui eſt a d, in pũcto altiori q̃ ſit pũctum d: ſit ergo perpẽdicularis extracta à pũcto n ſuper lineam contingẽtem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q: & linea r e ſecat lineam n e in puncto e, qui eſt pũctus circũferentiæ ſectionis, & eſt in ipſius ſuperficie: & ſimiliter linea n q eſt in ſuperficie ſectionis. Si ergo linea r e, quæ eſt linea reflexionis, extrahatur in cõtinuum & directũ: palàm quòd ipſa ſecabit lineá n q per 29 th. 1 huius: quoniá ipſa protracta ſecat angulũ q e n: ſecabit ergo baſim q n in trigono n e q: ſit ergo, ut ſecet ipſam in pũcto y. Iteꝝ quia pũctũ e (qđ eſt in ſuperficie ſectionis) eſt extra ſuperficiẽ trigoni a n d, patet qđ trigonũ a n d ſecabit ſupficiẽ ſectiõis: quia ſuperficies a n d nõ eſt ſuperficies ſectionis: cũ, ſicut patet ex præmiſsis, pũctus a ſit extra ſuperficiẽ ſectionis, & linea a e ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſectiõis, & pũctus e eſt in circũferẽtia ipſius ſectionis: eſt aũt linea n e d cõmunis ambabus illis ſuperficiebus, trigoni ſcilicet a n d & ſectionis. ergo p 19 th. 1 huius linea n e d eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ, ſcilicet trigoni a n d & ſectiõis, & linea n q cõcurrit cũ ipſa ſectiõe ultra pũctũ e, ut ſuprà declaratũ eſt: ergo linea n q eſt ultra ſuperficiẽ trigoni a n d: ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d: pũctus ergo y (qui p 37 th. 5 huius eſt locus imaginis formæ pũcti n, cũ ipſe ſit cõmunis ſectio lineæ reflexionis, q̃ eſt r e, & cathetꝰ incidẽtiæ formę pũcti n, q̃ eſt linea n q) erit ultra lineá a p g. Viſu itaq; exiſtẽte in pũcto r, & forma alicuius rei uiſę reflexa ad cẽtrũ uiſus in pũcto r à linea lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt z e (ut nũc in præce-

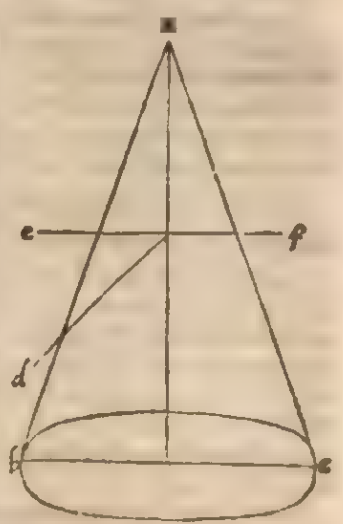


dentibus

dentibus oſtenſum eſt, quòd forma puncti o reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r à puncto ſpeculi z: & forma puncti n à puncto ſpeculi e) tunc punctus p erit locus imaginis formæ puncti o per 37 th. 5 huius: quoniam ipſe punctus p eſt cómunis ſectio lineæ reflexionis, quæ eſt z r, & catheti incidentiæ formæ puncti o, qui eſt linea o h: & punctus y eſt locus imaginis formæ puncti n: forma uerò puncti a uidebitur in ſuo loco proprio: quia eſt in uertice pyramidis: & erit imago lineæ a o n linea tranſiens per puncta a, p, y. Sed hæc linea eſt conuexa, quia punctum y eſt ultra lineam a p g: ſit ergo illa linea imaginis curua, quæ eſt linea a p y. Iam autem patuit quòd formæ omnium punctorũ lineæ a n reflectantur ad uiſum exiſtentem in puncto r à linea lógitudinis ſpeculi, quæ eſt a e. Lineę ergo reflexionum, per quas reflectuntur illæ formæ, ſunt omnes in ſuperficie trianguli r a e: omnes ergo imagines punctorum lineę a n ſunt in hac ſuperficie: ergo linea a p y, quæ eſt cóuexa, eſt in hac ſuperficie: & punctus p, qui eſt locus imaginis formæ puncti o, eſt propior centro uiſus, qui eſt punctus r, quá ſit punctus y, qui eſt locus imaginis formę puncti n: propter quod erit conuexitas huius imaginis reſpiciens centrum uiſus: eritq; conuexitas parua. Et diameter huius imaginis (quæ diameter eſt linea a y) erit minor, quá ſit linea a n, cuius imaginis eſt ipſa diameter: erit aũt illius diuerſitatis exceſſus in modica quantitate. Imagines ergo linearum, quæ extrahuntur ex uerticib. pyramidaliũ ſpeculorum conuexorũ obliquè ſuper axem ſpeculi, cõprehendũtur à uiſu in talib. ſpeculis ſecundum lineam longitudinis ſuæ reflexę: & apparent conuexę. Et hoc eſt propoſitum.

56. Omnis forma lineæ rectæ æquidiſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis conuexi, uiſu exiſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquidiſtanter baſi ſecantem, reflectitur ad uiſum ſecundum oxygonias ſectiones, imagoq; ipſius uidetur curua maxima curuitatis, cuius conuexitas eſt ad uiſum. Alhazen 33 n 6.

Eſto ſpeculum pyramidale conuexum: cuius uertex ſit a: diameter baſis b c: eſt ergo ipſius latitudo trigonũ a b c: ſitq; centrum uiſus d, & linea recta uiſa ſit e f æquidiſtans ſuperficiei trigoni a b c, ſitq; centrum uiſus d extra ſuperficiem, in qua linea e f exiſtente per ipſam ſecaretur ſpeculum æquidiſtanter ſuæ baſi. Dico quòd forma lineę e f reflectitur ad uiſum d ſecundum oxygonias ſectiones ſpeculi ſuperficiem ſecantes. Non enim poteſt reflecti ſecundum lineam longitudinis ſpeculi: quoniã tunc oporteret, ut cõcurreret cum axe ſpeculi uerſus uerticem per 41 huius, & quòd obliquè incideret eidem, cuius oppoſitũ dicit hypotheſis: à ſuperficie uerò iſtorum ſpeculorum ſecũdum circulum non fit reflexio per 12 huius. Oportet ergo de neceſsitate, ut harum linearum reflexio cũ fit ad uiſum, fiat ſecundũ oxygonias ſectiones. Et quoniam catheti incidentię, quæ ſunt perpendiculares ſuper illas oxygonias ſectiones, (quoniã ſunt perpẽdiculares ſuper lineas illas ſectiones contingẽtes) cũ lineis reflexionum concurrunt non in eadẽ linea æquidiſtante lineę uiſæ, ſed in lineis diuerſis: ideo imagines talium linearum ſic diſpoſitarum reſpectu ſuperficierum iſtorum ſpeculorum uidẽtur curuæ: ſicut de ſpeculis columnaribus oſtẽdimus in 53 huius. Sunt aũt imagines harũ linearum multũ curuæ, ita ut ipſarum curuitas ſit manifeſta ſenſui: ſitq; centrum illarũ imaginum extra ſuperficies, in quibus eſt conuexitas formarum harum linearum: fiuntq; diametri imaginum harum linearum multò minores ipſis lineis: quod accidit propter augmentum ſuę curuitatis. Patet ergo propoſitum.



57. Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexorum non ſecundũ concurſum cum uertice axis, neq; æquidiſtanter latitudini ſpeculi, ſed inter hæc obliquè incidentium imagines ſunt curuæ, diuerſæ curuitatis ſecundum modum, quo plus participant ſitib. extremis. Alhazen 34 n 6.

Quod hic proponitur, ſatis euidentẽ habet cauſſam. Lineę enim rectę applicatæ his ſpeculis neq; ſecundum lineam longitudinis, ut in 41 & 55 huius, neq; æquidiſtanter latitudini ſpeculi, ut in præmiſſa: medio modo, ſecundum quod plus approximant uni ſitui uel alteri, participant modos curuitatis. Vnde illæ, quę plus approximant in ſuo ſitu lineis exiſtentibus in longitudine ſpeculi, habent formas minus conuexas, quę uerò plus approximant lineis æquidiſtantibus latitudini ſpeculorum, habent formas magis manifeſtè conuexas: ſed tortuosè tamen: quia, quę appropinquant plus uertici ſpeculi, habent formas ſtrictiores & conuexiores, quę uerò appropinquant plus baſi ſpeculi, habent formas ampliores: ueruntamen omnium illarum imaginum conuexitas erit manifeſta. Patet ergo propoſitum.

58. Omnis forma rei uiſæ in ſpeculis pyramidalib. conuexis uidetur pyramidalis, ſimilis ſpeculi pyramidalitati. Alhazen 35 n 6.

Quod hic proponitur, patet per 40 th. 6 huius: quoniam ibidem monſtratum eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis, quòd quantò minus fuerit illud ſpeculum, tantò minores erunt circuli cadentes in ſuperficie ipſius: & ſic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erũt minores. Similiter quoq;

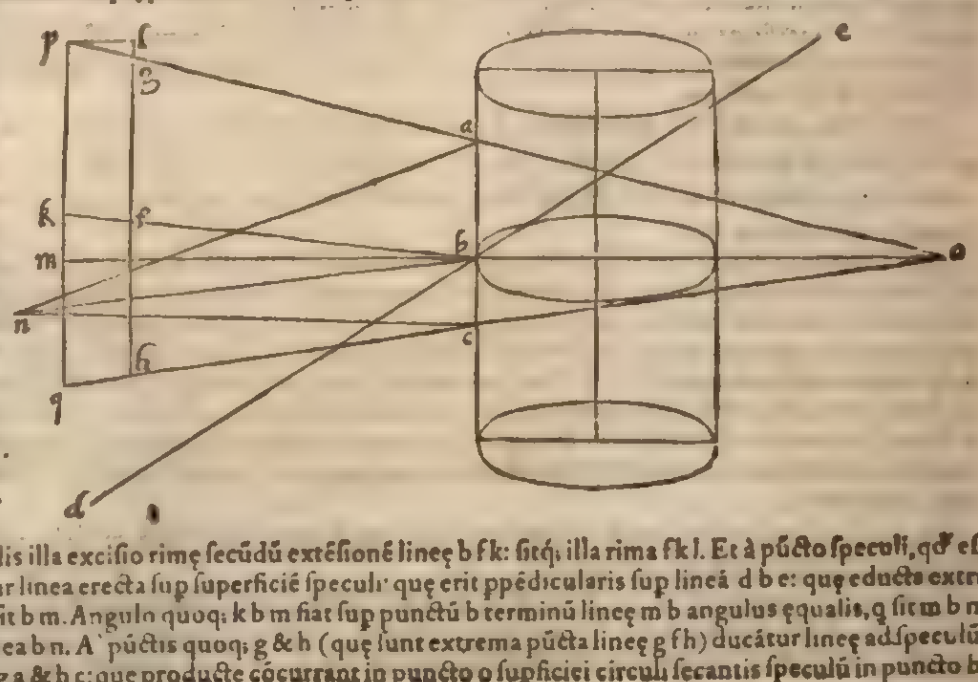
ſectiones cadentes in aliquo ſpeculo pyramidali: illę, quæ ſunt propinquiores uertici, ſunt minores & ſtrictiores: & ſic locus imaginis erit propinquior puncto, in quo cum axe ſpeculi cõcurrunt perpendiculares ductæ ſuper ſuperficies, contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum oxygoniarum ſectionum, à quarum punctis fit reflexio ad uiſum: erunt ergo illæ imagines minores. Sectiones uerò oxygoniæ, quæ ſunt propinquiores baſi, habent contrariam diſpoſitionem alijs ſuperioribus, quoniam ipſæ ſunt ampliores, ut patet per 116 th 1 huius: unde loca imaginum fiunt remotiora à puncto, in quo concurrunt prædictæ perpendiculares, ductæ ſuper ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionũ: fiunt ergo imagines maiores. Et propter hoc accidit, quòd imagines formarum uiſarum in ſpeculis pyramidalib. conuexis fiunt pyramidales, ſimiles pyramidalitati ſpeculorum. Quod enim ex formis fuerit propinquius uertici ſpeculi, erit ſtrictius: & quod fuerit propinquius baſi, erit latius. Omnino enim forma rei uiſæ, quæ comprehenditur per reflexionem ab aliquo ſpeculorum facta, aſsimilabitur ſuperficiei ſpeculi, à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38 th. 5 huius. Reliquæ uerò omnes fallaciæ, quæ accidunt uiſui ex ſpeculis columnarib. conuexis, accidunt etiam ex iſtis ſpeculis pyramidalib. conuexis: unde non eſt hic reiterationi talium immorandum. Econuerſo etiam quæcunq; fallacię accidunt in ſpeculis his pyramidalibus, accidunt etiã in ipſis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum: quoniã oxygonię ſectiones columnarũ ſpeculorũ, quę ſunt eiuſdem declinitatis ſuper axẽ colũnę, oẽs ſunt ęquales: & pars omnis talis ſectionis cacumen ſpeculi reſpicientis eſt ſimilis parti ſibi ęquali in eodẽ ſitu reſpicienti baſim ſpeculi, quod non eſt in ſectionib. oxygonijs pyramidum, quę, ut oſtenſum eſt p 116 th. 1 huius, omnes ad partem baſis pyramidum dilatantur, ſecundum quod circuli ipſas æquidiſtanter baſibus ſecantes ſunt maiores, qui circuli omnes in columnis ſunt æquales. Patet itaq; propoſitum.

59. In ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola: reiq; uiſæ propinquioris imago uidetur maior. Alhazen 36 n 6.

Propoſitæ paſsiones aliæq; quã plures cõmunes ſunt his ſpeculis columnaribus & pyramidalib. & ſpeculis ſphæricis conuexis: unde iſtarum paſsionum, ſicut & aliarum communium, idem hinc inde demonſtrandi eſt modus. Verũm ſi in propoſitis his ſpeculis fiat communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxygonia, quæ non accidit in ſpeculis ſphæricis, cum in illis ſolùm fiat circulus: tunc ex his, quæ in hoc noſtro libro præmiſimus, hic erit in ipſis ſectionibus, ut illic in circulis, demonſtrandum: patebitq; propoſitum ingenio diligenti.

60. Poſsibile eſt ſpeculum columnare uel pyramidale cõuexum taliter ſiſti, ut intuens uideat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit ſpeculum columnare cõuexum: cuius linea longitudinis ſit a b c: quod erigatur ſup baſim ſuã in loco aliquo domus conuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus ſit b, ſit erecta ſuper pauimentum domus: ducaturq; linea contingens ſpeculum in puncto b perpendiculariter ſup lineam a b: quæ ſit d b e, quæ ſecundum puncta d & e tangat parietes domus: & illa puncta ſignentur in ipſis domus parietibus. Superficies itaq;, in qua eſt linea d b e (quę eſt orthogonalis ſup axẽ ſpeculi) palã quoniã ſecat ſpeculũ ſecundum circulũ p 100 th. 1 huius. Super punctũ itaq; d parietis domus ſignato puncto f, ut propinquius cõuenienter poſsit fieri: ducatur à pũcto f linea ęquidiſtãs lineę ſpeculi, quę eſt a b c, cuiuſcũq; quãtitatis placuerit: quę ſit g f h: & eius medius punctus ſit f: copuleturq; linea f b: quę producatur ultra punctũ f trãs murum in punctũ k: & perforetur paries ſecũdum lineã g f h, ita quòd ex alia parte ſuperficiei muri maior fiat exciſio rimę parietis q̃uerſus ſpeculũ, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorũ: fiatq; totalis illa exciſio rimę ſecũdũ extẽſionẽ lineę b f k: ſitq; illa rima f k l. Et à pũcto ſpeculi, qđ eſt b, ducatur linea erecta ſup ſuperficiẽ ſpeculi: quę erit ppẽdicularis ſup lineã d b e: quę educto extra ſpeculũ ſit b m. Angulo quoq; k b m fiat ſup punctũ b terminũ lineę m b angulus ęqualis, q ſit m b n, ducta linea b n. A pũctis quoq; g & h (quę ſunt extrema pũcta lineę g f h) ducãtur lineę ad ſpeculũ, quę ſint g a & h c: quę productę cõcurrant in puncto o ſupficiei circuli ſecantis ſpeculũ in puncto b: ducaturq;



ducaturq; linea b o: facta quoque tali reflectione lineæ b n per 3 p r ut ipsa fiat æqualis lineæ b o. Dico quòd si in puncto n ponatur centrum uisus, quod adiplet in reflectetur forma lineæ g f h à linea longitudinis speculi, quæ a b c. Hoc autem patet per 20 huius. Forma quoq; totius lineæ g f h uidebitur extra speculum scilicet inter speculum & inter lineam g f h, scilicet citra punctum d lineæ d e contingentis speculum in puncto b, ut patet per 49 huius. Si itaq; lineę o g & o h producantur trâs murum in puncta p & q, & copuletur linea una, quæ sit p k q, in quam tabula aliqua depicta ordinetur ultra murum, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ situetur si per lineam p k q, taliterq; disponatur, quod per uisum existentem in puncto n, uel citra illum uideri non possit forma depicta in tabula: uidebitur tamé uisu sic dispositò imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculum pyramidale conuexũ & centrum uisus per 41 & 49 huius. At speculis uerò sphęricis conuexis adeò regularis reflexio non fiet, ut à propositis speculis: patet ergo propositum. Secundũ hunc itaq; modum studiosus perconsator inuigilet: quoniam hoc, quod hic premisimus in presenti theorematę, exempli causſa fecimus, ut ex huius libri 7 diffusione, uia perquisitionis diuersi artificij pateat animę diligenti.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER OCTAVVS.

NOTIFICATIS *aliqualiter passionibus speculorum planorum & cõuexorum regularium, ut sphæricorum, columnarium & pyramidalium: supereſt nunc, ut de speculorum concauorum proprietatib. aliqua conferibamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturalium formarum, uisuum' que aspicientium deceptio multiformis. Specula uerò concaua regularia (prout in 5 huius scientiæ libro th. 8 declarauimus) sunt tantùm tria, scilicet sphæricum, columnare & pyramidale: inter quæ primò de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis, quorum passiones ueluti simpliciores alijs, in reliqua concaua specula descendunt. Et quoniam principia communia hus speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio 6 libri scietiæ huius præmisimus ideo ipsa, ut ex præmiſſis suppoſita, hic non reiteramus: ea tamen, quæ propria sunt hus speculis, duximus explicanda.*

DEFINITIO.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat: ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum: & secũdum hoc totus situs partium imaginis, respectu situs partium rei uisæ uarietur.

THEOREMATA.

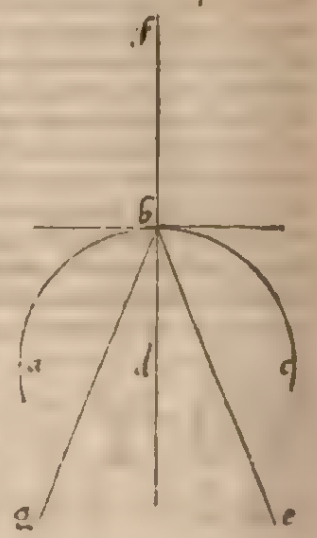
1. Oppoſito uisui speculo sphærico concauo: communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi erit circulus sphæræ, quandoq; magnus, quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoque pars eius maior, quãdoque minor, ut patet per 72 th. 4 huius. Secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur. Cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica: patet per 110 th. 1 huius quod iplorum communis sectio semper est circulus. Hic ergo quandoque est circulus magnus, ut quando transit cẽtrum speculi: quandoque minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud. Patet ergo propositum.

2. Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse: ex quo patet, quòd omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.

Huius propoſiti theorematis non est alia demonſtratio, quàm quæ facta est suprà in 1 th. 6 huius: ubi idem

ubi idem proponitur de ſpeculis ſphęricis conuexis. Et quia ſphæræ concauitas ſic reſpicit centrũ, ſicut & ipſius conuexitas, & ſuperficies reflexionis eſt ſemper ſupficies plana erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per 25 th. 5 huius: patet propoſitum: quoniam idem erit modus demonſtrandi hic, qui ſuprà. Eſto enim ſpeculum ſphæricum concauum a b c: cuius centrũ d: & ſit centrum uiſus g: reflectaturq́ue forma puncti e ad uiſum g à puncto ſpeculi b. Dico quòd ſuperficiei reflexionis, quę eſt e b g, & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio eſt circulus a b c. Sit enim ſuperficies plana contingens ſphęram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto b contingentem per 12 p 11: hæc ergo cadet neceſſariò in ipſam ſuperficiem reflexionis per 27 th 5 huius, & eadem linea f b producta ultra punctũ b neceſſariò tranſibit centrũ ſphæræ per 72 th. 1 huius, qd̃ eſt d: ꝓducta quoq; ſit diameter ſphærę: ergo & circuli magni illius ſphęrę. Et quoniam hęc diameter communis eſt ſuperficiei reflexionis & ipſi ſphærę: palam ergo propoſitum.

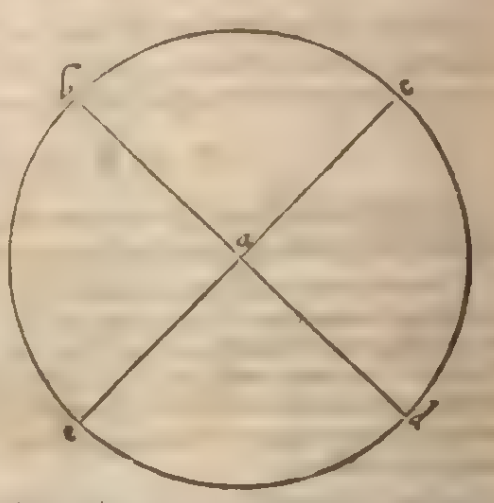


3. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis, centrum uiſus: centrum ſpeculi: punctum reflexionis: punctum uiſum: terminumq́ diametri uiſualis à centro uiſus per cẽtrum ſphæræ ductæ ad ſphæræ ſuperficiem, conſiſtere eſt neceſſe. Alhazen 23. 4 5 n 4.

Cum ſuperficies reflexionis contineat lineam incidentiæ & reflexionis: palàm quoniam continet punctum rei uiſæ, cuius forma reflectitur, & punctum reflexionis, à quo reflectitur, & centrum uiſus, ad quod reflectitur. Et quoniam communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphęrici concaui eſt circulus magnus per æqualia diuidens ſphęram per pręmiſſam: palàm quia in qualibet ſuperficie reflexionis eſt centrum ſpeculi: quia quælibet ipſarũ tranſit cẽtrum ſphærę ipſius ſpeculi, cum quęlibet illarum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculum in pũcto reflexionis contingentem per 25 th. 5 huius: ſed per 1 p 11 producta diametro uiſuali per centrũ uiſus & centrum ſphęrę, terminus illius diametri neceſſariò erit in eadem ſuperficie cum alijs duobus ſuis punctis. Prædicta ergo quinq; puncta neceſſario ſunt in omni ſuperficie reflexionis, quę fit à propoſitis ſpeculis. Et hoc eſt propoſitum.

4. Centro uiſus uel puncto rei uiſæ in centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtente: à quolibet puncto fiet reflexio in ſe ipſum. Ex quo patet quòd in hoc ſitu uiſus non comprehendet niſi ſe tantùm: & quòd punctus rei uiſæ exiſtens in centro ſpeculi nõ reflectitur aliqualiter ad uiſum. Euclides 24 th. catoptr. Ptolemæus 1 th. 2 catoptr. Alhazen 44 n 4. Item 62 n 5.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius centrum ſit a: & ſignetur in ipſo aliquis ſuorum magnorum circulorum, qui b c d e: & centrũ uiſus ſit in centro ſpeculi, quod eſt punctum a. Dico quòd à quocunque puncto fiet reflexio ad uiſum: ſemper oportet ut reflectatur radius in ſeipſum. Dato enim quòd a puncto b fiat reflexio ad centrum ſpeculi a, in quo eſt cẽtrum uiſus: palàm ergo per 72 th. 1 huius quoniam linea b a, quę eſt linea reflexionis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentem ſpeculum in puncto b: ſed omnis perpendicularis in ſe ipſam ſemper reflectitur per 21 th. 5 huius. Si ergo linea b a eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: palàm quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cũ linea b a. Dato enim oppoſito, ſequitur angulũ incidentię inęqualẽ eſſe angulo reflexionis: quod eſt contra 20 th. 5 huius, & impoſsibile. Linea itaq; a b reflectitur in ſeipſã, ut ipſa eſt facta linea b a. Et quoniam in hoc ſitu uiſus, omnes lineę incidẽtes ſuperficiei ſpeculi, ſunt ſemidiametri ipſius: palàm quoniam omnes anguli incidẽtię ſunt inter ſe ęquales per 43 th. 1 huius: quia ſunt anguli ſemicirculorum. Reflectuntur ergo neceſſario in ſeipſos: uidebiturq; in tota ſuperficie ſpeculi forma aſpicientis oculi una forma, & apud ſuperficiem ſpeculi apparebit: & nulla alia forma tunc uidebitur reflecti ad uiſum. Et ex hoc patet, cũ uiſus fuerit in centro a, quòd ipſe uidebit ſe à quoliber pũcto ſpeculi dati ppẽdiculariter: & qd̃ nihil aliud uidebit ꝑ reflexionẽ à ſupficie ſpeculi: quoniã ab uno pũcto ſpeculi ad cẽtrum plures perpendiculares duci nõ eſt poſsibile, ut patet per 20 th. 1 huius. Similiter neq; punctus rei uiſę exiſtens in centro uiſus reflectitur ad uiſum, ſed ſolùm in ſe ipſum: quoniã omnes lineę incidentię ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: unde



non

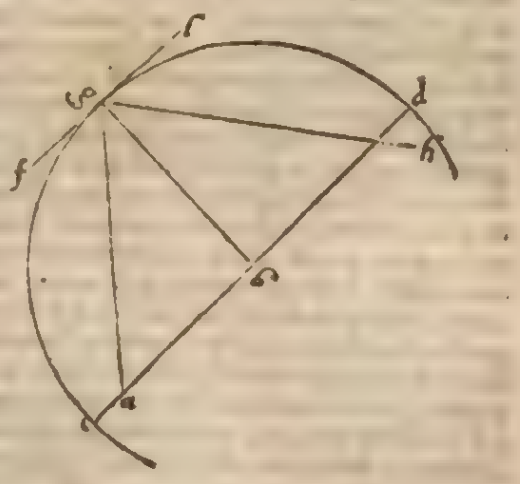
non reflectentur nisi in se ipsas. Et hoc est propositum. Et hæc quidem dicta sunt, non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutum fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius (cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam) tunc, ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portionis circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quæ à centro speculi intelligitur protendi: quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculum super lineam à uisu declinatam, & necessariò reflectetur super illam lineam declinatam. Quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi: & ita non pertinget ad centrum uisus. Patet ergo propositum.

5. Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi: impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorũ illius semidiametri obliquè speculo incidentem: reliqua uerò semidiametri est possibile. Alhazen 63 n 5.

Hoc, quod hic proponitur, euidenter declaratur. Si enim cẽtrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro: non comprehendet uisus formá alicuius puncti semidiametri, in qua est, obliquè speculo incidentem: quoniam angulus, quem efficient duę lineæ, quarum una ducitur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctũ, nõ poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam: cum illa perpendicularis tẽdat ad centrũ speculi, formam uerò alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus, obliquè speculo incidentem percipere poterit uisus: utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentię ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam. Hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum à linea incidentię & linea reflexionis contentum diuidat perpendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26 th. 5 huius. Ille ergo punctus poterit in speculo uideri: & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunq; diametris speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit. Quoniam centro speculi, ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis, & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus: à diuersis uerò circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti. Patet ergo propositum.

6. Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui: à quolibet puncto speculi potest fieri forma alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto, cui incidit diameter uisualis. Alhazen 45 n 4.

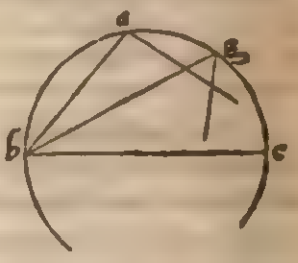
Esto per 2 huius communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d c: cuius centrum sit b: & centrum uisus sit a: & ducatur à cẽtro uisus per b centrum speculi diameter uisualis: quę sit a b d, incidens superficiei speculi in puncto d. Dico quòd à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formę puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo puncto d. Sit enim datus alius punctus, qui sit g: ducaturque ad ipsum semidiameter b g: & continuetur linea reflexionis, quæ sit g a: & ducatur linea f g l contingens circulum magnum speculi transeuntem pũcta g, d, c. Palàm per 18 p 3 quia anguli b g f & b g l sunt recti. Patet etiam per 42 th. 1 huius quoniam angulus b g a erit acutus: cadit enim linea a g inter diametrum & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculum, ubicunq; ponatur esse cẽtrum uisus, siue intra siue extra circulum g c d. Constituatur quoque per 23 p 1 in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad punctum g angulus æqualis angulo f g a: qui sit h g l: erit ergo angulus h g b æqualis angulo b g a. Et quoniam angulus contingentiæ est minimus angulorum per 16 p 3: palàm quòd ab angulo b g l recto abscisso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illum acutum angulum continẽs cadet intra circulum g c d: quoniam solus angulus contingentiæ cadit extra circulum. Posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g: semper fiet reflexio formæ alicuius puncti ad uisum a. Et eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d dato demonstrãdum. Sed & à puncto d fit reflexio. Cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto d: palàm quia linea a d reflectitur in seipsam per 21 th. 5 huius. Si ergo aliquid interponatur non diaphanum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediẽte medio: si uero nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilq; aliud. Et hoc est propositum.

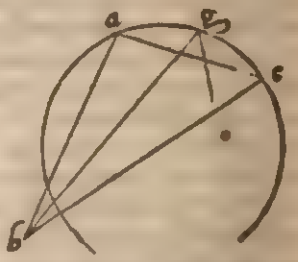


7. In spe-

7. In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra peripheriam uel extra ponatur centrum uiſus: oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur. Euclides 25 th catoptr.

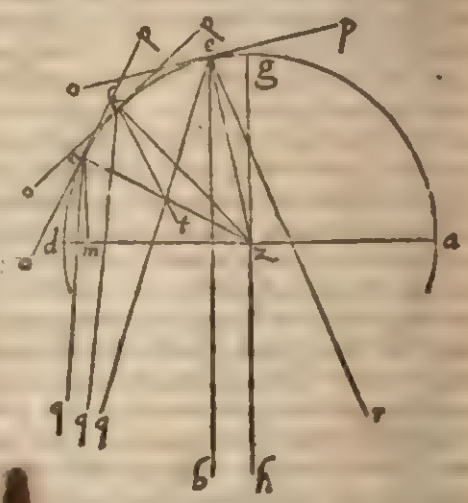
Sit ſpeculi concaui ſphęrici circulus magnus a b g: ſitque centrum uiſus in puncto b ſuper ſpeculi peripheriam: & ducantur lineę b a & b g non per centrum. Et quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43 th. 1 huius, eſt maior: anguius uerò reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20 th. 5 huius: palàm quia non fiet reflexio ſecundum lineam a b, ſed fiet ad partem maioris anguli: & ſimiliter eſt de puncto g: quoniam non fiet reflexio ſecundum lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 33 th. 5 huius. Si enim forma puncti b a punctis a & g reflecteretur in ſe ipſam: tunc anguli portionum ad punctum a & ad punctũ g eſſent æquales: quod eſt impoſsibile, & contra 43 th. 1 huius: per diametrum tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſeipſum: quoniam omnium ſemicirculorũ eiuſdem circuli anguli ſunt æquales per idem 43 th. 1 huius: ſed tunc non fiet reflexio niſi unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b e: qui non percipitur, quia indiuiſibilis eſt: & omne, quod uidetur, diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18 th. 3 huius: alij uero puncti incidẽtes obliquè reflectuntur ad partẽ anguli maioris, & non perueniunt ad uiſum, niſi illi, quorum reflexionis lineę incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo partium rei uiſæ ſitibus permutatis: quod autem non ſic reflectitur, non uidetur. In his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſupra peripheriam ſpeculi ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur. Idem enim accidit, ſi extra peripheriam ſpeculi propoſiti oculus ponatur: & eodem modo demonſtrandum: quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat per 20 th. 5 huius. Patet ergo propoſitum.





8. Ab altera parte producta diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito, ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illam, ſiue citra illam: nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri. Euclides 26 th. catoptr.

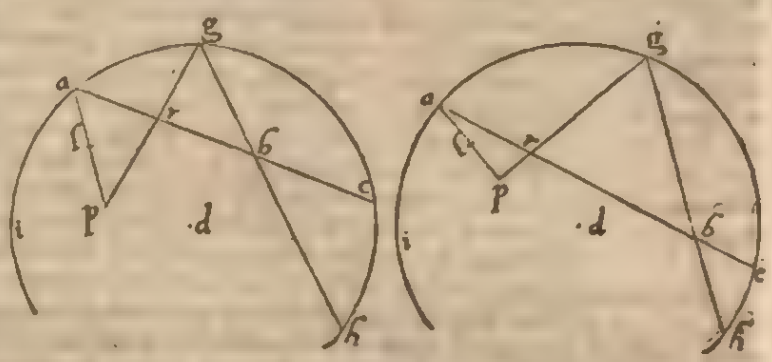
Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d: cuius centrum ſit z: & producatur ſemidiameter z g extra ſpeculum ad punctum h: ducaturq; à centro z per 11 p 1 alia diameter perpendiculariter ſuper lineam h g, quæ a z d: & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g: & à puncto b ducatur linea æquidiſtans lineæ h g per 31 p 1, quę ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e. Dico quod nulla rerum uiſibilium poſitarum ab illa parte diametri h g & lineę b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri. Detur enim, ſi fieri poſsibile, ut punctus q ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in pũcto b reflexus ualeat uideri: incidatq; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e: & à puncto e contingens circulum per 17 p 3: quæ ſit p e o: & ducatur linea e z. Si ergo forma puncti q à pũcto ſpeculi e reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto b: palàm per 20 th. 5 huius quoniam angulus q e o erit æqualis angulo b e p: ſed angulus b e p eſt maior angulo recto: quia per 18 p 3 eſt angulus z e p rectus: ergo & angulus q e o eſt maior recto: quod eſt contra 13 p 1. Palàm ergo quòd forma pũcti q non reflectitur à puncto e ad uiſum b. Sed neque ab aliquo alio puncto arcus e d: quoniam idem accidit impoſsibile. Sed ſuper terminum lineæ z e per 23 p 1 conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineę productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b. Idem quoque patet uiſu poſito in puncto t citra diametrum a d, producta linea t k: uel poſito ipſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n: copulatis quoque lineis z k, z n, & facta deductione ut prius. Patet ergo propoſitum.



9. In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & peripheriam fuerit punctũ rei uiſæ: poſsibile eſt, ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi linea reflexionis concurrant. Euclides 6 th. catoptr.

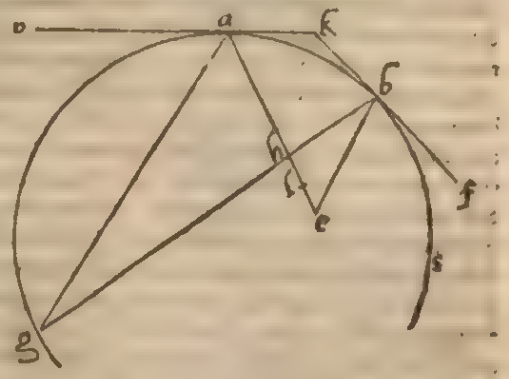
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g: centrum quoq; ſit punctus d: & ſit pun-

sit punctus rei uisæ b constitutus inter centrum d & peripheriam circuli a g: fiatq; reflexio formæ puncti b à puncto speculi, quod sit a: & à puncto speculi, quod est g. Dico quòd lineæ incidentiæ, quæ sunt b a & b g, possunt reflecti ad centrum unius uisus in puncto uno existentis. Sit enim primo, ut linea b g reflectatur ad uisum existentem in puncto p: producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g ad aliam partem peripheriæ, quæ sint lineæ a c & g h. Hæ ergo lineæ aut sunt æquales, aut inæquales. Sint primò æquales: erit ergo arcus a g c per 28 p 3 æqualis arcui g c h: erit ergo per 43 th.1 huius angulus portionis (qui est c a g) æqualis angulo portionis, qui est b g c: sed & angulus h g c est æqualis angulo p g a per hypothesim & per 20 th.5 huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & angulus c a g sit æqualis angulo l a r: relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p sit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus, in quo linea p g secat lineam c a, punctus r: angulus ergo p r c per 16 p 1 maior est angulo p g h: ergo & angulo l a c. Quia ergo angulus p r a cũ angulo p r c est æqualis duobus rectis per 13 p 1: patet quòd angulus p r a cum angulo r a l minor est duobus rectis: ergo per 14 th.1 huius lineæ g p & a l concurrent: sit concursus punctus p. Si itaq; in púcto p ponatur centrum uisus: palàm quòd ipse uidebit formã puncti b reflexam à duobus punctis speculi, quæ sunt a & g: similiterq; demonstrandum si lineæ a c & g h fuerint inæquales: ut si linea a c sit maior quàm linea g h: tũc enim per 43 th.1 huius angulus portionis, qui est c a g, erit maior angulo portionis, qui est h g c: remanetq; per modum, quo processimus prius, angulus h g p maior angulo c a l: fietq; angulus p r b: maior angulo h g p & maior angulo l a r: ergo, ut prius, lineæ g p & a l concurrent: sitq; cõcursus punctus p: & est idem, quod prius. Quòd si linea a c fuerit minor quàm linea g h: tunc per modum, quo usi sumus prius, erit angulus l a c maior angulo p g h: sed & angulus p r b maior est angulo p g h. Si itaq; angulus l a c sit minor angulo p r b, concursus fiet, ut prius, linearum a l & g p ad punctum p per 14 th.1 huius. Si uerò angulus l a c sit maior angulo p r b: fiet idem per 14 th. 1 huius concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi: unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoq; si angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b: tunc per 28 p 1 lineę a l & g p æquidistabunt. In nullo ergo puncto concurrent. Nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quod est b, reflexio ad unum centrum uisus à duobus punctis speculi sphærici concaui. Patet ergo propositum.



10. Lineæ reflexionis à speculis sphæricis concauis (puncto rei uisæ existente in peripheria speculi uel extra illam) nõnunquam in uno centro uisus à diuersis punctis speculi concurrunt. Euclides 5 th. catoptr. Ptolemæus 2 th. à catoptr.

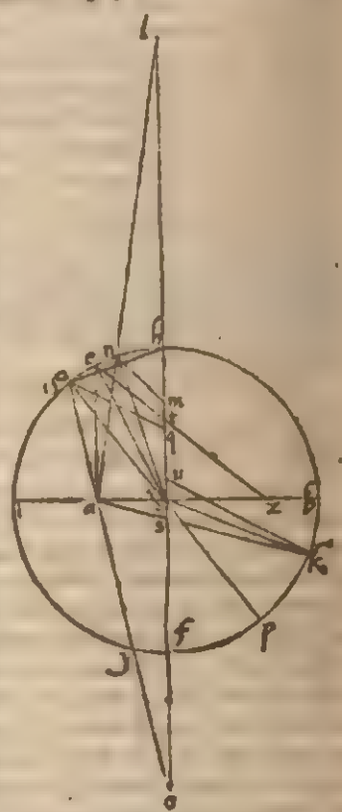
Sit speculum sphæricũ concauum g a b s: sitq; punctũ rei uisæ g: quod sit constitutũ in aliquo circunferentiæ puncto, quod sit etiã punctũ g: sitq; ut g punctum rei uisę reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ sint puncta a & b: fiatq; reflexio formæ puncti g à puncto speculi b ad punctũ e: & à puncto a ad punctũ l. Dico quòd lineas reflexionũ, quæ sunt b e & a l, possibile est concurrere. Ducantur itaq; lineæ contingentes speculum in punctis a & b: contingatq; ipsum linea k a p in puncto a: & linea k b f in puncto b: & ducántur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq;, ut lineæ a l & g b secent se in puncto h. Quia itaq; omnes anguli constituti super punctũ b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a per 13 p 1, & per 20 th.5 huius angulus e b f est æqualis angulo k b g, & angulus l a k æqualis est angulo p a g, & anguli cõtingentiæ omnes sunt æquales per 16 p 3: angulus uerò g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b s minoris portionis per 43 th.1 huius: ergo angulus k b h maior est angulo p a g: ergo angulus e b f maior est angulo k a h propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20 th.5 huius: palàm ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g: sed angulus l a g est minor angulo g h l per 16 p 1: angulus ergo g h l est maior angulo g b e: sed angulus l h g cum angulo b h l ualet duos rectos per 13 p 1: ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis: ergo per 14 th.1 huius lineæ a l & b e concurrent: sit concursus punctus e. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto e: patet quòd à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti g reflexio. Quòd si extra peripheriam



niam ponatur punctus g, accidet hoc idem: & eadem est demonstratio. Non est tamen hoc uniuersale: quia possibile est non concurrere: ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus rectis: tunc enim lineæ b e & a l non concurrent: uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere. Patet ergo propositum.

11. Locus imaginum formarum à speculis sphæricis concauis reflexarum quandoq; est in ipso puncto reflexionis: quandoq; est ultra speculum: quandoq; inter uisum & speculum: quandoq; in superficie ipsius uisus: quandoq; retro uisum. Alhazen 60 n 5.

Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundũ cathetum suæ incidentiæ: tunc necessariò imago uidetur in ipsa superficie speculi, in puncto scilicet suæ reflexionis: quando uerò formæ obliquæ incidunt superficiebus propositorũ speculorum: tunc diuersificantur loca imaginũ, ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus: & punctus d centrum speculi sphærici concauι: & ducatur superficies plana per hæc duo puncta, quæ erit superficies reflexionis: quoniá ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem, contingentem speculum secundum punctũ illum superficiei speculi, cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati: & erit communis sectio illarum superficierum circulus magnus per 2 th. huius. Sit ergo ille circulus h b f g: & ducatur linea à centro uisus ad centrum speculi: quę sit a d: & à puncto a ducatur ád circuli peripheriam linea maior quam linea a d, quæ sit a e: & à puncto d ducatur ad circulum linea æquidistans lineæ a e: quæ sit d h: & producatur linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in puncta i & b, taliter ut compleatur diameter i a d b: & ducatur linea d e. Quia itaq; linea a e est maior quam linea a d: palàm per 18 p 1 quoniam angulus a e d est minor angulo a d e: est ergo per 32 p 1 angulus e d h est angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus: sed per 29 p 1 angulus e d h est æqualis angulo a e d: quia sunt coalterni: est ergo angulus e d h minor recto. Super punctum quoq; e lineæ d e fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t. Palàm itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum. Quoniam si caderet extra circulum, fieret ille angulus aut rectus, si linea producta circulum cõtingeret, aut obtusus, si secaret: quod totũ patet ducta linea contingente circulum in puncto e per 17 p 3: & quia hoc est impossibile, ut patet ex præmissis: palàm quia linea t e cadet intra circulum, secabitq; lineam d h: sitq; punctus sectiõis t: & erit linea e t æqualis lineę d t per 6 p 1: sunt enim anguli e d t & d e t æquales. Et quoniá angulus a d e maior est angulo a e d per 18 p 1: palàm quia angulus a d e maior est angulo d e t: ergo per 14 th. 1 huius linea e t non æquidistat lineæ a b: concurrent ergo: sitq; punctus concursus z. Deinde à puncto a ducatur ad arcum e h linea a n: quæ cum concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h sibi æquidistantem producatur, palàm per 2 th. 1 huius quia concurret cum linea d h. Sit ergo punctus concursus l: & ducatur linea d n: & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a per lineam m n, qui sit m n d. Et quia angulus d n a est acutus per 42 th 1 huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in semicirculo est rectus per 31 p 3, omnis angulus cõtentus a quacũq; linea & termino diametri palàm quòd est acutus: cócurret ergo linea n m cũ linea d h: fit concursus in puncto m. Ducatur etiam à puncto a linea ad arcum e i f, quæ sit a g: & ducatur linea d g: fiatq; angulus q g d æqualis angulo d g a. Et quoniam, ut prius, angulus d g a est acutus per 42 th. 1 huius, erit etiá angulus q g d acutus: cócurret ergo linea g q cũ linea d h: fit concursus in puncto q. Palàm quoq;, cum linea g a concurrat cum linea a e, quoniam per 2 th. 1 huius concurret cum linea d h illius æquidistante: sit concursus punctus o ex parte puncti f: angulus enim g a d est maior angulo e a d: ergo per 14 th. 1 huius ad partem minorum angulorum fiet concursus: secetq; linea g o peripheriam circuli in puncto y: sitq; arcus g y maior arcu g h. Quòd autem linea g q cadat inter puncta d & h, palàm satis est ex præmissis: sed & idem patere potest ex hoc. Quia cum arcus, quę secat linea g o ex circulo h b f g, (qui est arcus g y) sit maior arcu g h: producatur linea g d ad peripheriam circuli in punctum p: eritq; arcus h p maior arcu y p: ergo per 33 p 6 erit angulus h g d maior angulo a g d: sed angulus q g d est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis: ergo angulus h g d est maior angulo q g d: linea ergo g q diuidit angulum h g d: ergo per 29 th. 1 huius diuidit & basim d h: cadet ergo punctum q inter puncta d & h. Item à puncto a ducatur ad arcum f b linea a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit linea k s maior quàm pars diametri, quæ est s d. Hoc autem facile per 7 p 3: ut si linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctũ d. Hac itaq; linea a k sic ducta, ducatur linea d k. Palàm ergo per 42 th. 1 huius quòd angulus d k a est acutus. Fiat ergo super punctum k terminũ lineæ d k angulo d k a



angulus

angulus æqualis, qui sit d k u. Cum itaq; per 18 p t angulus k d s sit maior angulo d k s: ideo quia linea s k est maior quàm linea d s: erit ergo angulus k d s maior angulo d k u: palàm ergo per 14 th. 1 huius, quia linea u k concurret cũ linea d h: sit ergo concursus in puncto u. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius & secundum prædicta, quòd forma puncti t à puncto speculi e reflectitur ad uisum, qui est in puncto a: cathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t est linea t d, quæ per 72 th. 1 huius est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquidistans lineæ reflexionis, quæ est a e: nunquam ergo concurret cum illa. Apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis, quod est e. Forma uerò puncti z reflectitur similiter à puncto e ad uisum existentem in puncto a: cathetus quoq; suæ incidentiæ, quę est b z d ducta à puncto z per centrum speculi concurrit cum linea reflexionis, quæ est a e in puncto a: locus itaq; imaginis formæ puncti z per 27 th. 5 huius erit centrum uisus, quod est a. Forma uerò puncti m à puncto speculi, quod est n, reflectitur ad uisum a: & perpendicularis ducta à puncto m, quæ est cathetus incidentiæ, quæ m d, concurrit cum a n linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum: & forma puncti m habet locum imaginis in puncto l sub speculo. Forma uerò puncti q peruenit ad punctum speculi, quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a: & locus imaginis suæ est in puncto o, quod est ultra uisum. Et forma puncti u peruenit ad punctum speculi, quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a: & cathetus suæ incidentiæ, quæ est perpendicularis ab eo ducta trans centrum speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k linea reflexionis in puncto s: locus itaq; imaginis suæ est punctum s, quod est inter uisum & speculũ. Palàm itaq; ex prædictis quòd imaginum à speculis sphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis: quædam uidentur ultra speculum: quædam inter uisum & speculum: quædam in superficie ipsius uisus: quædam citra uisum. Quod est propositum. Et si centrum uisus sit extra circulum speculi uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum: quoniam semper linea a e sit maior quàm linea a d: & accidunt omnia, ut prius. Patet ergo, quod proponebatur.

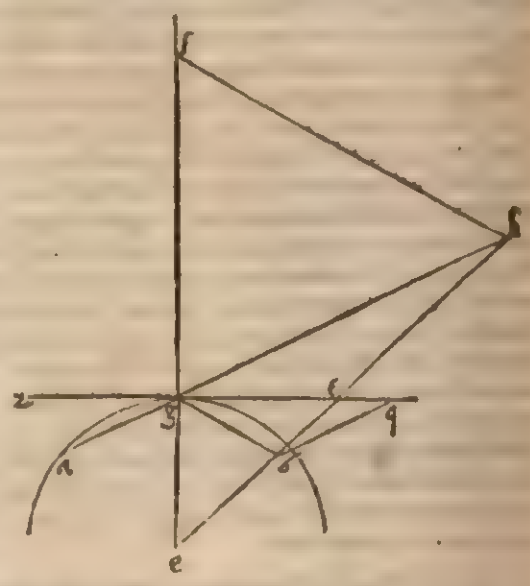
12. Imaginum reflexarum à speculis sphæricis concauis diuersa sit à uisu comprehensio, secundum suorum locorum propriam diuersitatem. Alhazen 61 n 5.

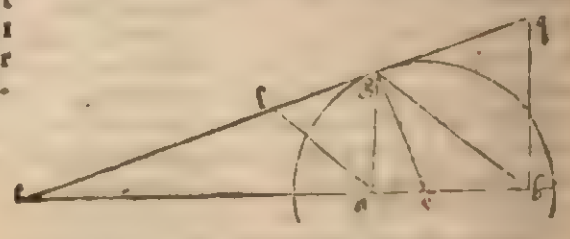
Remaneat dispositio præcedentis in tota forma figurationis. Cum itaq; locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l: aut inter uisum & speculum, ut in puncto s: tunc, quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, comprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uerò locus imaginis fuerit in puncto reflexionis: ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uisę æquidistat lineæ reflexionis: tunc enim locus imaginis est in puncto e: quia cum punctus e per 3 th. 1 huius sit punctus naturalis diuisibilis, sensibilis, utpote capax imaginis formę rei sensibilis, quæ est diuisibilis, cum sit naturalis (sumpto in sui medio puncto intellectuali) erit imago cuiuscunq; illius puncti sensibilis pars, quæ fuerit ultra medium punctum sumptum, apparens ultra speculum, & imago partis alterius, quæ fuerit citra punctum medium, apparebit inter uisum & speculum. Et cum totalis forma secundum partes sui ulteriores superficie speculi & citeriores uersus uisum semper uideatur una & continua, necessariò forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius speculi superficie, in puncto scilicet reflexionis: aliæ quoq; partes formæ sensibilis circumiacentis illud punctum uidebuntur ab illo puncto declinare modo dicto: quædam ad uisum & intra speculum: quædam ultra speculum. Verùm in imaginibus, quarum locus est punctus a, quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur: unde sæpius accidit error uisui in formis sic uisis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non solùm demonstratio, sed etiam experientia doceat, quod præmisimus: erigatur super superficiem speculi sphærici cõcaui stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit minor medietate semidiametri speculi: & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus: & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia à stipite sit maior quàm distantia centri uisus à diametro per stipitem transeuntem: apparebit quoq; imago illius stipitis ultra uisum: nec erit certa comprehensio formæ ipsius: imò apparebit quasi curua, cum tamen stipes sit formæ lineæ rectæ. Ex quo patet quòd in his speculis non comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum, aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiã situm stipitis & uisus uariè diuersificanti: & accidit eidem, quòd, cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, nõ plenè comprehendet formam illius ligni. Patet ergo propositum.

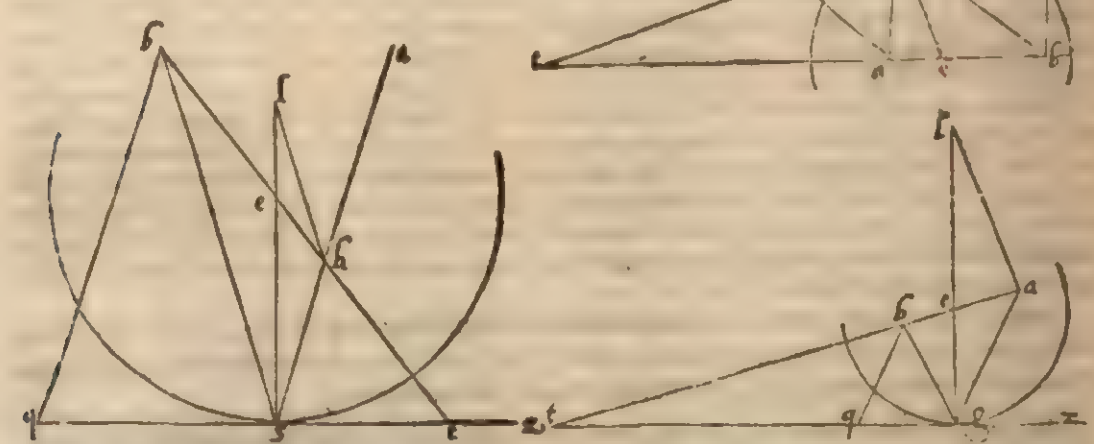
13. In speculo spherico concauo est proportio catheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à puncto rei uisæ ad finem cõtingentiæ ductæ, ad lineam à fine contingentiæ ad locum imaginis productam. Alhazen 64 n 5.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit e: & sit b punctus rei uisæ: & sit a centrum uisus: & sit g punctus reflexionis: & contingat linea z g circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, in puncto g: ducaturq; linea e g à puncto reflexionis ad centrũ speculi, & linea incidentiæ, quę b g, & cathetus incidentiæ: quæ sit linea e b, quæ producta concurrat cum linea z g in puncto t: concurrẽt autem per 14 th. 1 huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3 huius & per 1 p 11, & cum per 18 p 3 angulus e g z sit rectus, angulus uerò g e b sit acutus. Sit ergo

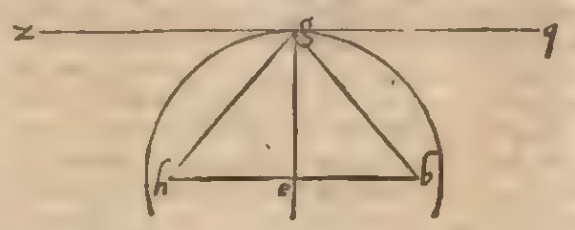
punctus t finis contingentiæ,ut patet è 6 defin.6 huius. Educatur quoq; extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g. Cathetus itaq; e b concurret cum a g linea reflexionis extra punctum g,qui est punctus reflexionis:& hoc ideo,quia lineæ e b & a g sunt duæ lineæ rectę, quarum a g secat lineam z g in puncto g,& sit angulus a g t obtusus,quoniam angulus e g t est rectus: linea uero e b secat lineam z g in puncto t,& sit angulus e t g acutus per 32 p 1 Non ergo concurrũt lineæ e b & a g in puncto g. Aut igitur lineæ a g & e b (cum non sunt æquidistantes,ut patet ex hypothesi) concurrent ultra punctum g:aut inter puncta g & e. Sit ergo,ut concurrant ultra punctum g: & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37 th. 5 huius. Dico quòd est eadẽ proportio catheti e b ad lineam e h (interiacentem centrũ speculi, & punctum concursus lineæ reflexionis & catheti incidentiæ,qui est locus imaginis) quę est proportio lineæ b t (interiacentis punctũ rei uisæ, & finem contingentiæ) ad lineam t h, quæ interiacet finẽ contingentiæ, & punctum concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ catheto,qui est locus imaginis formę puncti b,qui est pũctus rei uisæ. Producatur enim perpendicularis, quæ e g,ultra speculum: & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquidistãs lineę incidentiæ,quæ b g,per 31 p 1:quę necessariò per 2 th. 1 huius concurret cum producta linea e g: cum sua æquidistans,quę b g,concurrat cum eadẽ. Sit punctus concursus l: & à puncto b ducatur linea æquidistans lineæ g h,quæ, ut prius, necessariò concurret cum linea z t per 2 th.1 huius,cum linea g h cõcurrat cum eadem:sit cõcursus punctus q. Et quoniam angulus b g e est æqualis angulo a g e per 20 th.5 huius:sed angulus b g e est æqualis angulo g l h per 29 p 1,& angulus a g e æqualis est angulo l g h per 15 p 1:erit ergo angulus g l h æqualis angulo h g l:ergo per 6 p 1 erit linea l h æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q æqualis est angulo a g z:quia cũ anguli e g z & e g q sint æquales,quia recti,& anguli b g e & e g a sint æquales:remanent anguli residui æquales:sed & angulus a g z æqualis est angulo b q g per 29 p 1: angulus ergo b g q æqualis est angulo b q g:ergo per 6 p 1 linea b g est æqualis lineæ b q. Proportio itaq; lineæ b g ad lineam h l est,sicut lineę b q ad lineam h g per 7 p 5:sunt enim antecedentia æqualia inter se & consequentia æqualia inter se. Quia uerò angulus g h t æqualis est angulo t b q per 29 p 1: sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquidistantes: & angulus q t b æqualis est angulo h t g per 15 p 1:sed & angulus h g t æqualis est angulo t q b per 29 p 1:ergo trianguli t q b & g t h sunt æquianguli:ergo per 4 p 6 est proportio lineę q b ad lineam h g,sicut lineæ b t ad lineam t h: sed linea b q æqualis est lineæ b g:ergo per 7 p 5 est proportio lineæ b g ad lineam h g,sicut lineæ b t ad lineá t h: ergo per 11 p 5 est proportio lineæ b t ad lineá t h,sicut lineæ b g ad lineá h l. Quia uerò p 29 p 1 trianguli h e l & b e g sunt æquianguli: erit per 4 p 6 proportio lineę e b ad lineam e h,sicut lineæ b g ad lineam h l:ergo,ut prius,erit proportio lineę e b ad lineá e h,sicut lineæ b t ad lineam t h: quod est propositũ. Eadem quoq; est demonstratio, si locus imaginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis: aut si fuerit in puncto a: aut ultra illũ. Si uerò linea in puncto reflexionis speculũ contingens, quæ est z g,non cõcurrat cum catheto incidentiæ,quæ est b e h,sed sit ei æquidistans:





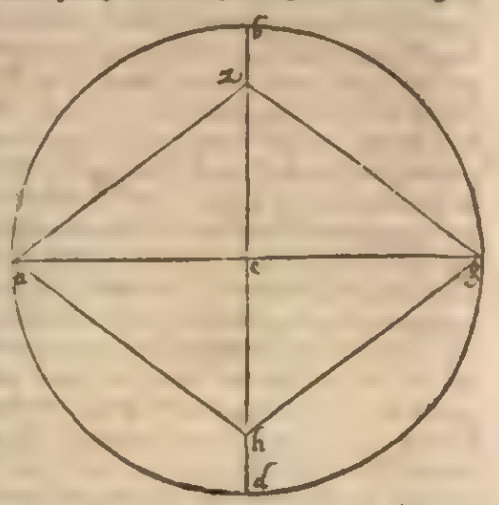


distans: ducatur à puncto contingentiæ, quod est g, linea perpendicularis, quæ sit g e, super lineam b h per 12 p 1: eritq; per 29 p 1 linea e g perpendicularis super lineam z g. Quia itaq; angulus b e g est æqualis angulo h e g: quia uterq; est rectus: & angulus b g e æqualis est angulo h g e per 20 th 5 huius: palàm per 32 p 1 quoniá triangulus b g e æquiangulus est triangulo h g e: ergo per 4 p 6 est proportio lineę b e ad lineá e h, sicut lineæ b g ad lineam g h: quod est propositú, ut prius. Non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quàm punctus g, qui est punctus contingentię. Similiterq; demonstrandum, si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus: tunc enim punctum h, qui est concursus lineæ reflexionis & catheti incidentiæ, & est locus imaginis, fit idē cum puncto a: qui est centrū uisus: nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3 p 6 est proportio catheti b e ad lineam e a ductá à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ b g ad lineam g a: quoniam linea g e diuidit angulum a g b per æqualia per 20 th. 5 huius. Erit ergo, ut prius proportio lineæ b t ad lineam t a, sicut lineæ b e ad lineam e a: quod est propositum. Et hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium. Patet ergo propositum.



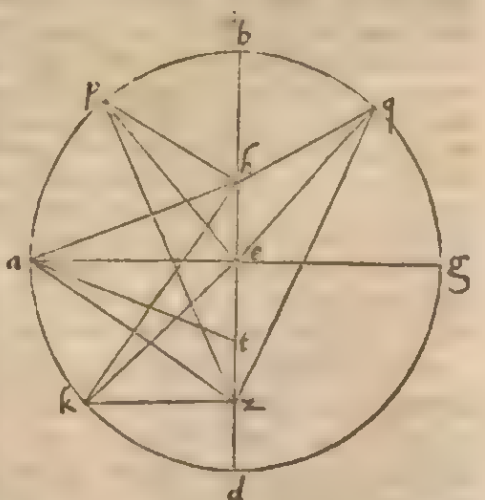
14. In speculis sphæricis concauis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam peripheriam unius circuli. Alhazen 65 n 5.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d: cuius diameter est b e d, & centrū e: signenturq; super diametrū b e d duo puncta ex utraq; parte centri e: quæ sint h & z æqualiter distantia à centro e: erunt ergo lineæ h e & z e æquales. Ducatur quoq; a centro per 11 p 1 diameter g e a perpendiculariter super diametrum b d: & copulentur lineæ h a & z a. Quia itaq; in trigonis h e a & z e a duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a communis, & utriusq; trigonorum anguli h e a & z e a sunt æquales, quia recti: palàm per 4 p 1 quoniam angulus h a e est æqualis angulo z a e: ergo per 20 th. 5 huius puncta h & z ad seinuicē mutuò reflectuntur à puncto speculi, quod est a. Idem quoq; patet ductis lineis h g & z g: quoniam istorū punctorū mutua reflexio fiet à puncto g. Si itaq; fixa diametro b d, imaginemur reuolui trigonum a h z circa diametrū b d, linea trigoni (quæ est h z) manente fixa: tūc punctum a motū peruenit in punctū g, & exinde reuertetur ad locum suum primum, motuq; suo describet in concauitate speculi circulum, à quo tali fiet formarū punctorum h & z ad seinuicem mutua reflexio: quoniā ad quemcunq; punctum illius circuli ducantur lineæ à punctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctum, anguli ad punctum illius circuli erunt æquales: & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20 th. 5 huius. Si ergo centrū uisus fuerit in puncto h, reflectetur adipsum forma puncti z à tota peripheria illius circuli. Si tamen puncta h & z inæqualiter distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed fortè fiet ab alio circulo, quem describit motu suo punctus reflexionis. Patet ergo propositum.



15. Duobus pūctis in una diametrorū speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantiū existentibus, sub inæquali distantia à centro: impossibile est ab aliquo punctorū peripheriæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorū adinuicem fieri reflexionem: à reliqui uerò semicirculi duobus punctis est possibile.

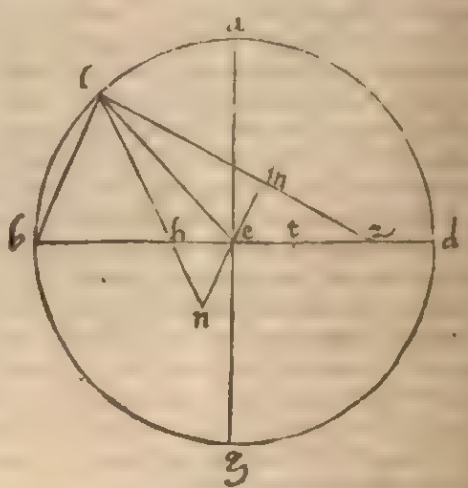
Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d: cuius centrū e: secentq; se in ipso duę diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d: in quarū una, quæ b d, sint duo pūcta h & z inæqualiter distātia à cētro e: sitq; h propinquius centro e, & z remotius: sitq; punctus h in semicirculo a b g, & pūctus z in semicirculo a d g. Dico qd' ab aliquo punctorū semicirculi a d g non potest fieri istorū punctorū adinuicem reflexio. Sit enim, si possibile est, ut fiat à puncto a: & ducatur linea h a: abscindaturq; à linea e z linea æqualis lineæ h e per 3 p 1, quæ sit e t: & ducatur linea t a. Palā ergo per 4 p 1 quia



angulus h a e est æqualis angulo t a e: sed angulus e a t per 29 th. 1 huius est minor angulo e a z: angulus ergo h a e est minor angulo z a e. Non ergo fiet punctorũ h & z mutua reflexio à [illegible] per 20 th. 5 huius. Sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat [illegible] punctorũ reflexio à puncto k peripheriæ semicirculi, qui a d g: & ducãtur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 20 th. 5 huius anguli h k e, & z k e æquales: linea ergo k e diuidit angulũ h k e per æqualia: erit ergo per 3 p 6 erit ꝓportio lineæ h k ad lineam k z, sicut lineę h e ad lineã e z: sed linea e h est minor ꝙ linea e z, ut patet ex hypothesi: ergo linea h k est minor ꝙ linea h z: est aũt linea h k maior ꝙ linea k z: quoniam est maior ꝙ linea e k per 19 p 1. ut enim patet, angulus h e k est obtusus maior angulo h e a recto: sed linea e k est æqualis lineę e a, quę est maior ꝙ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior ꝙ linea z k: & sequitur ex datis ipsam esse minorem: quod est impossibile. Non ergo fiet reflexio tot. punctorum h ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo punctorũ arcus a k g. Ab aliquibus uerò punctis peripheriæ semicirculi a b g mutuam reflexionem istorum punctorum fieri est possibile: quoniam est possibile esse aliquod punctum arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio linea z p ad lineam h p, sicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 3 p 6 angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p: & similiter potest fieri in arcu b g. Patet itaq; quod proponebatur: quoniã ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

16. Duobus punctis in una diametro speculi sphærici superficiei concaui existentibus, sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarũ ad minorẽ distantiã proportionẽ habeat, quã pars diametri interiacẽtis ambo puncta, ad partẽ interiacentẽ punctũ cẽtro propinquius & speculum: impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorũ fieri mutuã reflexionem.

Sit speculi sphærici concaui magnus circulus a b g d: cuius centrũ e: & diameter b d: sintq; duo puncta z & h constituta super illam diametrum b d. quorum remotior à centro e sit punctus z, & propinquior punctus h: erit ergo linea z e maior quàm linea h e: sitq; ipsarũ excessus linea z t. Dico quòd si proportio lineę z t ad lineã t e, uel ad lineã h e t. erit, sicut lineæ z h ad lineã h b; qđ impossibile est reflexionẽ fieri ab aliquo punctorũ circuli a b g d. Patet enim per præmissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo punctorũ semicirculi a d g: sed neq; ab aliquo punctorũ semicirculi a b g. Detur enim, si fit possibile, ut fiat à puncto l arcus a b: & ducatur linea l b, & ipsi æquidistãs ducatur à centro speculi per 31 p 1, quę sit linea m e n: & ducantur lineæ l z, l e, & l h: secabit itaq; per 2 th. 1 huius linea l z lineam n m: sit punctus sectionis m. Producatur quoq; linea l h ultra punctũ h, quæ similiter per 2 th. 1 huius secabit lineam m n: sit punctus sectionis n. Quia itaq; ex hypothesi est proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad lineam b h: erit ergo per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z e ad lineam t e, uel per 7 p 5 ad lineam h e, sicut lineæ z b ad lineã b h: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z e ad lineam z b, sicut lineæ h e ad lineam b h. Quia uerò lineæ b l & n e æquidistant: patet per 15 & 29 p 1 quia trigona b l h & n h e sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 est proportio lineę e n ad lineã b l, sicut lineæ e h ad lineam b h. Similiter quoq; trigona b l z & e m z sunt æquiangula per 29 p 1, quia lineæ b l & e m æquidistant: erit ergo proportio lineę e m ad lineam b l, sicut lineæ z e ad lineam z b: sed eadẽ est proportio lineæ e h ad lineam h b, quæ lineæ z e ad lineam z b: eadem ergo est proportio lineæ e n ad lineam b l, quę lineæ e m ad eandem lineam b l. Quia ergo linearũ n e & m e ad lineam b l eadem est proportio: ergo per 9 p 5 lineę n e & m e sunt ęquales. Quia itaq; angulus n l m diuiditur per ęqualia per lineã l e, ut patet per 20 th. 5 huius: (fit enim reflexio punctorũ h & z à puncto l) erit per 3 p 6 proportio lineæ l n ad lineam l m, sicut lineæ n e ad lineã e m: est ergo linea l n æqualis lineæ l m: linea uerò l e est communis ambobus trigonis l e n & l e m: ergo per 8 p 1 anguli l e m & l e n sunt æquales: sunt ergo recti per definitionem angulorum rectorũ: ergo per 29 p 1 angulus b l e erit rectus: linea ergo b l continget circulũ, & cadit extra circulum per 16 p 3: quod est impossibile: est enim ducta secãs circulũ per 2 p 3. Non ergo fiet reflexio à puncto l. Sequitur autem magis impossibile, si sit proportio lineæ z t ad lineam t e, sicut lineæ z h ad aliquam lineam minorem linea h b. Patet ergo propositum: quoniã de quolibet dato puncto est penitus eodem modo deducendum.

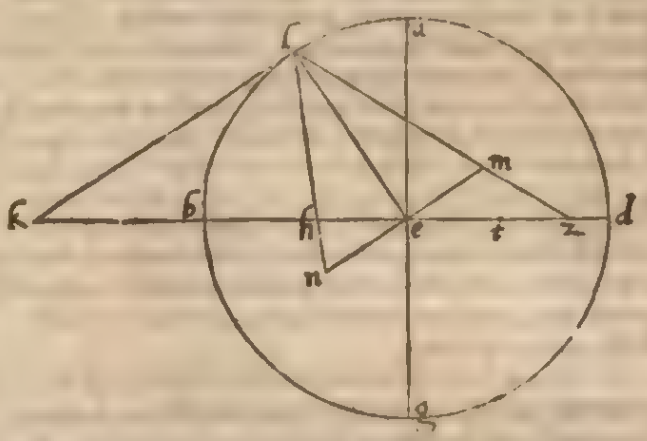


17. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphærici concaui, & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionẽ habeat, quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & peripheriam, fiet reflexio: possibileq; est punctum reflexionis inuenire.

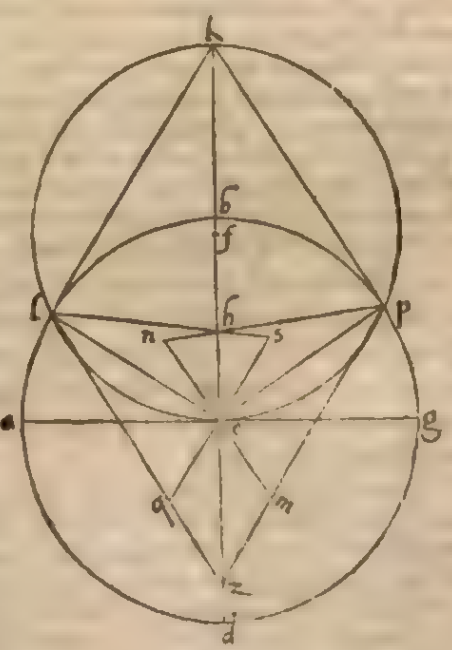
Sit speculi sphęrici concaui maior circulus a b g d: cuius centrum e: & diameter sit b d: in qua sit

centrum

centrum uisus, quod sit z: & punctus rei uisę, qui sit h: distetq; centrum uisus z plus à centro speculi, quod est e, quàm punctus rei uisæ, qui est h: sitq; proportio excessus distantiæ maioris, quæ est z e, ad minorem, quę est h e, sicut partis diametri inter puncta data cadentis, quæ est z h, ad lineam maiorem in parte diametri, quæ est inter pũctum h & peripheriam, quę est h b. Dico quòd in hoc situ fiet reflexio: & quod est possibile punctum reflexionis inuenire. Ducatur enim diameter a g orthogonaliter super diametrum b d. Et quia linea z e est maior quàm linea h e: sit linea e t æqualis lineæ h e per 3 p 1. erit ergo linea z t excessus lineæ z e super lineam h e: quæ ergo est proportio lineæ z t ad lineam h e, eadem sit per 3 th. 1 huius proportio lineæ z h ad aliam lineam, quæ sit h k: eritq; ex hypothesi linea h k maior quàm linea h b: cadet ergo pũctum k extra peripheriam circuli. A puncto itaq; k ducatur linea contingens circulum a b g d per 17 p 3, quæ sit k l, contingens circulum in puncto l: & copulentur lineę l z, & l h, & l e: & à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidistans lineæ k l: quæ sit n e m secans lineam l z in puncto m: & linea l h producatur: hæc ergo per 2 th 1 huius concurret cum linea m e n: quia concurrit cũ eius æquidistante, quę est linea l k: sit punctus concursus n. Quia itaq; est proportio lineæ z h

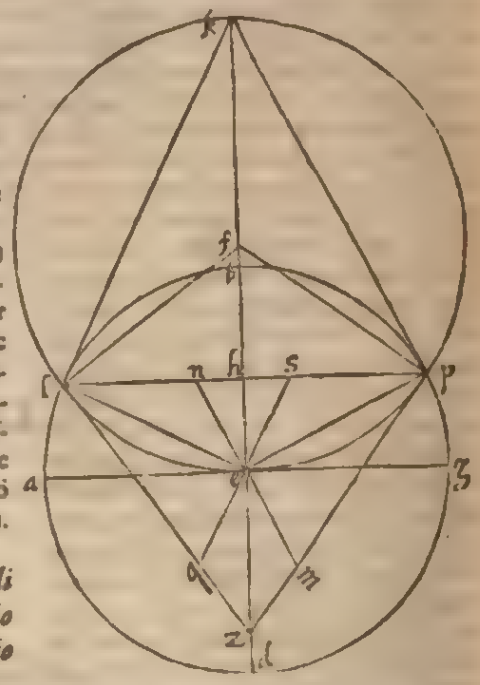


ad lineam h k, sicut lineæ z t ad lineam e h, uel ad eius æqualem lineam, scilicet t e per 7 p 5: erit per 18 p 5 coniunctim proportio lineæ z k ad lineam h k, sicut lineæ z e ad lineam t e: eritq; permutatim per 16 p 5 proportio lineæ z k ad lineam z e, sicut lineę h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Est autem proportio lineę k h ad lineam e h, sicut lineæ k l ad lineam e n per 4 p 6: quoniam trigona h l k & h n e sunt æquiangula per 29 p 1: ideo quia lineæ k l & n e sunt æquidistantes. Proportio uerò lineę k z ad lineam e z, est sicut proportio lineæ k l ad lineam e m per 4 p 6: quoniam trigona k l z & e m z sunt æquiangula per 29 p 1, quia linea e m æquidistat lineę k l. Lineæ itaq; n e & m e ad lineam k l eandem habent proportionẽ: quoniam ex hypothesi est proportio lineę k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam h e: ergo per 9 p 5 lineę e n & e m sunt æquales: linea uerò l e est cõmunis duobus trigonis l e n & l e m, & anguli l e n & l e m sunt æquales, quia sunt recti per 29 p 1, angulus enim k l e est rectus per 18 p 3: ergo per 4 p 1 duo anguli z l e & e l h sunt æquales. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti h reflectitur ad punctum z, uel econuerso, à puncto speculi, quod est l. Patet ergo propositum. Ostensum est enim quia fit reflexio mutua datorum punctorũ in hoc situ: & inuentus est punctus reflexionis: quòd proponebatur. Ex his itaq; manifestum est, quòd si linea e z fuerit maior quàm linea e h, & sit proportio lineæ k z ad lineam z e, sicut lineæ k h ad lineam e h; quòd in omnibus speculis sphęricis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quam linea e h, & minor quàm linea e k, fiet mutua reflexio punctorũ h & z adinuicem à duobus punctis cõmunis sectionis circuli speculi & circuli, cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b: & super cẽtrum e describatur circulus ad quantitatem semidiametri e b, qui sit a b g d: sitq; in speculo sphærico ẽconcauo: & diuisa datur linea e k per æqualia in puncto f per 10 p 1: fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k: hic ergo secabit circulum a b g d in duobus pũctis per 10 p 3, quę sint puncta l & p. Dico quòd punctorum h & z mutua reflexio fiet à punctis l & p. Ducãtur enim lineę k l, k p, e l, e p: erit ergo angulus k l e rectus per 31 p 3: ergo per 16 p 3 linea k l contingit circulum a b g d, cum sit perpendicularis super semidiametrum ipsius, quæ est e l. Ducta itaq; à puncto e linea n e m ęquidistanter lineę k l, demonstrabitur ut prius, quoniã puncta h & z mutuò reflectentur adinuicem à puncto l. Similiter quoque ductis lineis z p & h p, & linea q e s ęquidistantẽ lineę k p: nam eadẽ est demõstratio hinc inde. Semper enim anguli incidentię & reflexionis ad



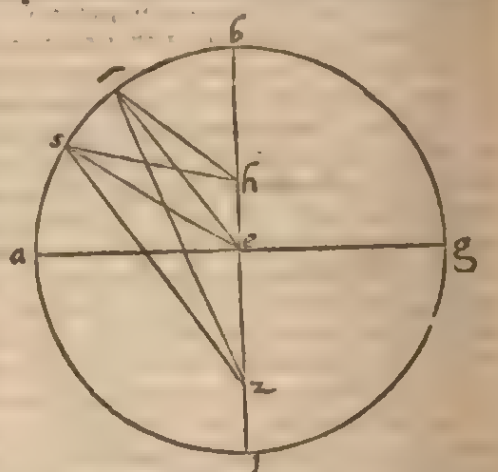
puncta l & p sunt ęquales. Patet etiam ex præmissis quòd si linea incidentię uel reflexionis, quę est h l, sit perpendicularis super lineam e k, quoniã linea z l necessariò circulum cõtingit, cuius diameter est linea e k: efficiturq; tunc angulus z l h maximus illorũ angulorum, secundũ quos in hoc situ

poteſt fieri reflexio. Ducatur enim à puncto f, quod eſt centrum circuli k l e p, linea f l: erit per 5 p 1 angulus f l e æqualis angulo f e l: ſed angulus f e l eſt æqualis duobus angulis e z l, & e l z per 32 p 1, cũ ſit illis extrinſecus in trigono z e l: angulus ergo f l e eſt æqualis duobus angulis e z l, & e l z: ſed angulus e l z eſt æqualis angulo e l h ex præmiſſis: remanet ergo angulus f l h æqualis angulo e z l. Sit quoq; angulus h l z communiter additus utrobiq;: erit ergo angulus f l z æqualis duobus angulis e z l & h l z: ſed quia angulus l h z ex hypotheſi eſt rectus: patet per 32 p 1 quòd illi duo anguli (qui ſunt h l z & h z l) ſunt æquales uni recto. Angulus ergo f l z eſt rectus. Linea ergo l z contingit circulum k l e p per 16 p 3. Sequitur ergo idem, quod prius. Et hoc eſt notandum, quòd in hac diſpoſitione cẽtri uiſus & ipſorum uiſibilium ſemper locus imaginis eſt in centro uiſus per 37 th. 5 huius: quoniam, ut patet, ibi concurrit cathetus incidentiæ cum linea reflexionis: patetq; ex præmiſſis, quomodo in hac diſpoſitione de facili inuenitur punctus reflexionis: imò puncta duo, quæ ſunt inter ſectiones duorum circulorũ. Patet ergo propoſitum.



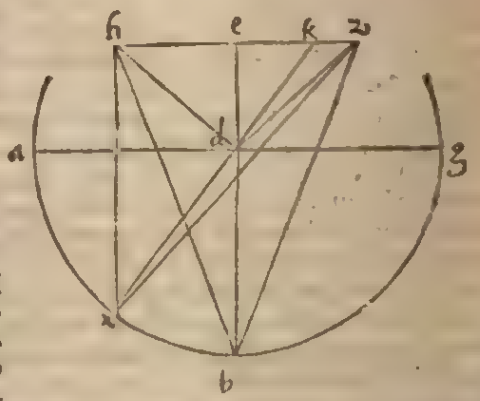
18. Duorum punctorum in eadem diametro ſpeculi ſpharici concaui exiſtentium formis ex aliquo puncto ſpeculi adinuicem reflexis: eaſdem ab aliquo pũcto alio eiuſdem quartæ illius circuli impoſsibile eſt reflecti.

Sit diſpoſitio, quæ in figuris proximis: reflectaturq; forma puncti h ad punctum z à puncto ſpeculi l. Dico quòd impoſsibile eſt, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiuſdem quartæ circuli, quæ eſt b a, quàm à puncto l. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut fiat à puncto s eiuſdem quartæ: & ducantur lineæ z l, h l, z s, h s, e l, e s. Quia itaq; angulus z l h diuiſus eſt per æqualia per lineã e l: patet per 3 p 6 quia eſt proportio lineæ z l ad lineã l h, ſicut lineæ z e ad lineam e h. Similiter quia angulus z s h diuiſus eſt per æqualia per lineam e s: erit per 3 p 6 proportio lineæ z s ad lineam s h, ſicut lineæ z e ad lineam e h: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ z s ad lineam s h, ſicut lineæ z l ad lineam l h: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineæ z s ad lineam z l, ſicut lineæ s h ad lineam l h: ſed linea z s eſt minor quàm linea z l per 7 p 3: ergo linea s h eſt minor quàm linea h l: quod eſt contra eandem 7 p 3: quoniam eſt linea s h propinquior centro ſpeculi, quod eſt e, quàm linea h l. Et quoniam de quolibet puncto arcus a b poteſt eadem fieri deductio: patet ergo quòd nõ poteſt fieri reflexio ab aliquo puncto quartæ circuli ab alio quàm à puncto l. Similiter quoq; demonſtrandum eſt in quarta circuli, quę eſt b g, ut ab illius aliquo puncto fiat reflexio. Patet ergo propoſitum.



19. Centro ſpeculi ſpharici concaui exiſtẽte extra lineam connectentem cẽtrum uiſus, & punctum rei uiſæ in diametris diuerſis exiſtentia, & æqualiter diſtantia à centro ſpeculi: ab uno tantùm puncto ſemicirculi, in cuius ſemidiametris illa puncta non conſiſtunt, fit reflexio ad uiſum.

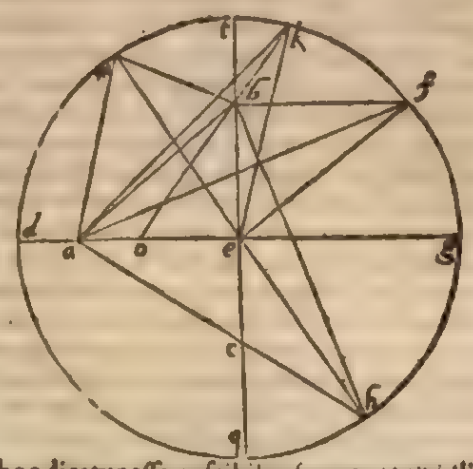
Sit ſpeculi ſpharici concaui circulus a b g: cuius centrum ſit d: diameter a g: & ſemidiameter d b orthogonaliter erigatur ſuper diametrum a g: ſitq; centrum uiſus punctum z: & punctus rei uiſæ ſit h: & ducatur linea z y ſecans productã ſemidiametrũ d b in pũcto e, ita quòd centrũ ſpeculi d ſit inter lineã z h & ſuperficiẽ ſpeculi, à qua fit reflexio: diſtentq; pũcta z & h æqualiter à pũcto d, qd̃ eſt centrũ ſpeculi: ppter qd̃ erit linea b d e ppendicularis ſup lineã z h p 8 p & 10 defi. 1. Dico quòd forma pũcti h reflectitur ad uiſũ z ab uno tãtùm puncto

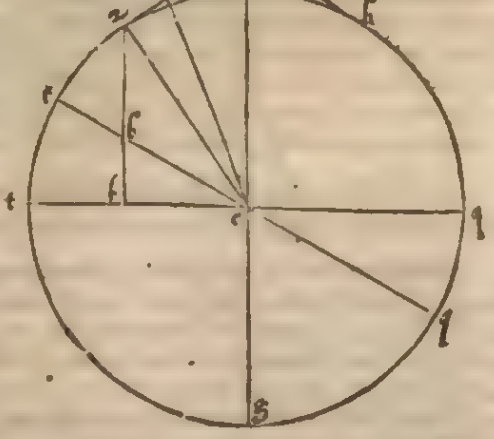


puncto semicirculi a b g, quod est b. Ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h. Et quia per 3 p 3 linea b d e diuidit lineam h z per æqualia: patet quòd duo latera b e & e h sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h & b e z sunt æquales, quia recti: ergo per 4 p 1 patet quoniam anguli z b e & h b e sunt æquales. Fit ergo per 20 th. 5 huius reflexio formæ puncti h à puncto speculi b ad centrum uisus, quod est z. Dico itaque quòd non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur, quòd fiat à puncto t: ducantur lineæ z t & t h: & à centro d ducatur ad punctum reflexionis t linea d t: quæ producta ad lineam z h secet ipsam in puncto k. Quia ita que per 20 th. 5 huius linea k t diuidit angulum z t h per æqualia: patet per 3 p 6 quoniam est proportio lineæ z t ad lineam t h, sicut lineæ z k ad lineam k h: sed linea z k est minor quàm linea z e: ergo & minor quàm linea k h. Erit ergo linea z t minor quàm linea t h: sed per 7 p 3 linea z t est maior quàm linea z b, & linea h b maior quàm linea h t: erit ergo linea z b minor quàm linea h b, quod est contra præmissa & contra 4 p 1. Non ergo reflectetur forma puncti h ad centru n uisus exiens in puncto z à puncto speculi t. Similiter quoque demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g. Patet ergo propositum.

20. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni speculi sphærici cõcaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo pũcto arcuũ interiacentiũ diametros circuli transeuntes per illa puncta: non autem ab aliquo puncto arcuum aliorũ. Alhaz. 66 n 5.

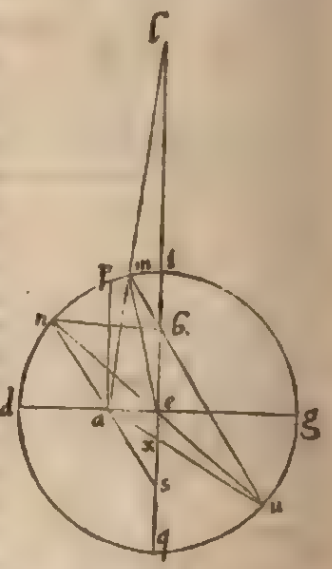
Circulus (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõcaui) sit d g t q & sit a centrum uisus intra speculum sphæricum concauum: & sit e centrum speculi: & sit b pũctus rei uisæ: & ducatur diameter d a g per centrum uisus a: & ducatur diameter t q, ut contingit. Dico quod si fuerit b punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi, qui est d q g. Ducatur enim à puncto b rei uisæ ad aliquẽ punctum semicirculi g t d arcus quartæ t d, qui sit pũctus m, linea incidentiæ, quæ sit b m: & ducantur lineæ b a & m a: & ducatur semidiameter e m, quæ quia diuidit basim a b trigoni a m b, diuidit ergo angulum b m a per 29 th. 1 huius. Producatur ergo semidiameter m e ad partẽ circũferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctũ, qui sit punctus h, arcus g q: & ducãtur lineę b h & a h: secabit quoq; linea a h diametrũ t q. Sit, ut secet ipsam in pũcto c: & linea h b secabit eandẽ diametrũ t q in pũcto b. Sunt quoq; pũcta b & c ex diuersis partibus cẽtri e: linea ergo e h diuidet angulũ a h b per 29 th. 1 huius, quoniã diuidit basim ei subtensam, quæ est b c. Dico itaq; quòd forma puncti b potest reflecti ad uisum a ab aliquo pũcto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta t & b, qui est arcus t d: & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi, interiacentis alias semidiametros illis conterminales, quæ sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est q g: & qd non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile: sumatur tunc aliquis pũctus arcus g t, qui sit k, propinquior pũcto t: & ducãtur lineæ a k & k b: & producatur linea k b, donec cadat sup diametrũ d g in punctũ o: cadet autem per 14 th. 1 huius: ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t est acutus: & oẽs illę lineę sunt in eadẽ superficie. Quoniam ergo puncta o & a sunt in eadẽ parte centri circuli, qd est e, patet quòd perpendicularis ducta à puncto k ad centrũ e, nõ diuidit angulũ o k a: & ita forma pũcti b nõ potest reflecti ad uisum a à puncto speculi, quod est k. Similiter sumpto alio puncto, quod sit f, ita ut linea b f sit equidistans diametro d g, uel quòd angulus f b t fiat obtusus. Semper enim tunc patebit quoniam perpendicularis e f non diuidet angulum b f a per 29 th. 1 huius: quoniam cadet extra a b basim trigoni a b f. Non ergo potest reflecti forma puncti b ad uisum a à pũcto speculi f: ergo neq; ab aliquo pũcto arcus oppositi arcui g t, qui est arcus d q. Eodem quoq; modo demonstrandum, si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi aut extra speculum: dum tamen punctum a, quod est centrum uisus, sit intra speculum: & idem erit modus probãdi. Similiter quoq; si punctus a centrum uisus fuerit in superficie specu-





ficie ſpeculi, & punctus b fuerit interius uel exterius, idem eſt probandi modus. Si etiam centrum uiſus a fuerit extra ſpeculum, & punctus b rei uiſæ fuerit intra ſpeculum: patet idem, quod propoſitum eſt. Ducantur enim à puncto a centro uiſus lineæ contingẽtes circulum g t d per 17 p 3, quæ ſint lineæ a h & a z: & ducantur duæ diametri, una uiſualis, quæ ſit a e g, & alia, quæ ſit t e q: & ſit b punctus rei uiſæ in diametro t e q. Palàm itaq; ex præmiſsis, quia reflectitur forma puncti b ad uiſum a ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo puncto arcus t z: quia impoſsibile eſt, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus z d: quoniam ille arcus cadit ſub puncto contingentiæ, & etiam propter inæqualitatem angulorum: quoniam per 18 p 3 angulus e z a eſt rectus, & angulus b z e per 42 th. 1 huius eſt minor recto, cui ſiunt inæquales omnes anguli conſtituti ſuper lineam z a. Similiter quoq; ab aliquo puncto arcus q g (qui eſt oppoſitus arcui t d) poteſt fieri reflexio formæ puncti b ad uiſum exiſtentem in puncto a: ſed ab arcu t g uel d q nulla fiet reflexio propter ſupradicta: ſimiliterq; permutato puncto b in aliam diametrum, quę ſit eadem diameter t q, idem accidet, quod prius. Patet ergo propoſitum.

21. Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diuerſis diametris circuli magni ſpeculi ſpharici concaui, ſi à centro uiſus ducatur linea æquidiſtans diametro, in qua eſt punctum rei uiſæ ſecans circulum: erũt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu ſpeculi interiacente terminum diametri rei uiſæ & illam æquidiſtantẽ, extra ſpeculum: & loca imaginum reflexarum à reliquo arcus interiacente diametros, erunt ultra uiſum: oppoſiti uerò arcus loca imaginum erunt inter centrum uiſus & ſpeculum. Alhazen 67 n 5.

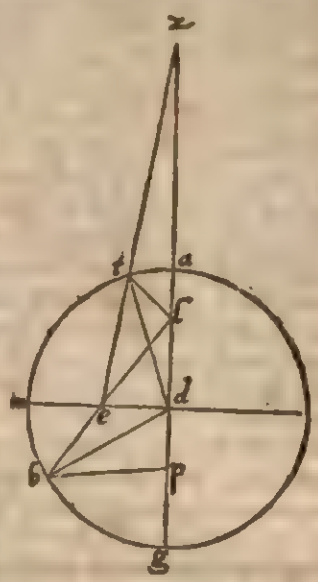


Sit diſpoſitio, quæ prius: & ducatur à puncto a linea æquidiſtans ſemidiametro t e, quæ ſit a p. Dico quòd loca imaginum reflexarum à punctis arcus t p erunt extra ſpeculum: loca uerò imaginum arcus p d erunt ultra centrum uiſus, quod eſt a: loca uerò imaginum arcus q g erunt inter centrum uiſus & ſpeculi ſuperficiem. Dato enim quòd forma puncti b exiſtens in ſemidiametro t e, reflectatur ad uiſum a exiſtentem in ſemidiametro d e ab aliquo puncto arcus p t, qui ſit m: palàm per 14 th. 1 huius quòd lineæ a m & b e concurrent ultra puncta m & b extra ſpeculum. Sit quoque punctus concurſus l, qui per 37 th. 5 huius erit locus imaginis formæ puncti b. Quòd ſi à puncto n arcus d p fiat reflexio: patet per eandem 14 th. 1 huius quoniam lineæ a n & b e concurrent ultra puncta a & e: ſit concurſus in puncto s: eritque punctum s locus imaginis formæ puncti b retro uiſum. Si uerò forma puncti b reflectatur ad uiſum a ab aliquo puncto arcus q g: quoniam in præmiſſa oſtenſum eſt hoc eſſe poſsibile: ſit, ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g, quod ſit u. Palàm itaque quoniam linea b e producta diuidit angulum a e u: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd ipſa ſecat baſim a u: ſit, ut ſecet ipſam in puncto x. Linea itaque a u, quæ eſt linea reflexionis, & cathetus incidentiæ formæ puncti b, quæ eſt b e, ſecant ſe in puncto x: eſt ergo per 37 th. 5 huius punctum x locus imaginis formæ puncti b: & ipſe eſt inter uiſum & ſpeculum. Secundum hæc itaq; loca imaginum diuerſantur, ut etiam declaratum eſt in 11 huius. Nunquam autem eſt poſsibile locum imaginis eſſe in centro uiſus, niſi cum punctus rei uiſæ & centrum uiſus in eadem ſunt diametro. Tunc enim facta reflexione, utcunq; ſit poſsibile, ſemper patet quòd linea reflexionis & cathetus incidentiæ concurrunt in centro uiſus: quoniam ſolus ille punctus ambabus illis lineis eſt communis. Patet itaq;, quod proponebatur. Semper enim eodem modo eſt demonſtrandum propoſitum, ſiue punctum a centrum uiſus ſit intra ſpeculum: ſiue in ſuperficie ipſius ſpeculi: ſiue extra ſpeculum: dum tamen linea à puncto a ducta æquidiſtanter diametro, in qua eſt punctus rei uiſæ, ſecet circulum ſpeculi, & non contingat ipſum. Forma uerò reflexa à puncto p ſecundum lineam p a (ſi punctus, cuius forma reflectitur, fuerit in ſemidiametro t e, cui æquidiſtat linea a p) poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie, ut oſtendimus in 11 & 12 th. huius.

22. Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſpharici concaui poteſt eſſe locus imaginum, quantumcunq; producatur. Alhazen 68 n 5.

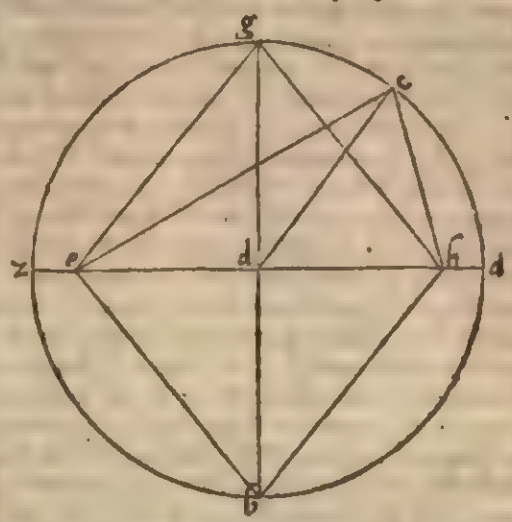
Sit a g diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui, qui ſit a t m g: cuius circuli cẽtrum ſit d: producaturq; extra circulum: & ſignetur in ipſa punctum z: ſitq; punctus e centrum uiſus intra circulum in ſemidiametro m d. Dico quòd punctus z poteſt eſſe locus imaginis. Ducatur enim linea e t z per t punctum circumferentiæ circuli: & ducatur linea d t: eritque angulus e t d acutus per 42 th. 1 huius. Fiat itaque angulus d t l ſuper terminum lineæ d t æqualis angulo e t d per 23 p 1: ſecetq; linea t l diametrum d a in puncto l. Palàm itaque per 20 th. 5 huius quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à puncto ſpeculi quod eſt t: & eius imaginis locus eſt in puncto z per 37 th. 5 huius: quoniam in illo puncto concurrit cathetus inciden-

incidentiæ, qui est d l z, cum linea reflexionis, quæ est c e. Et si sumatur punctus diametri z g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille punctus sit l: palàm quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ. Ducatur enim linea e l, & producatur usque ad punctum circumferentiæ, quod sit b, & ducatur linea d b: eritq; angulus d b e acutus per 42 th.1 huius. Fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p. Palàm itaque per 20 th.5 huius quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e à puncto speculi b: & locus imaginis formæ puncti p est punctus l per 37 th.5 huius. Sumpto quoq; quolibet puncto alio eadem est probatio. Patet ergo propositum.



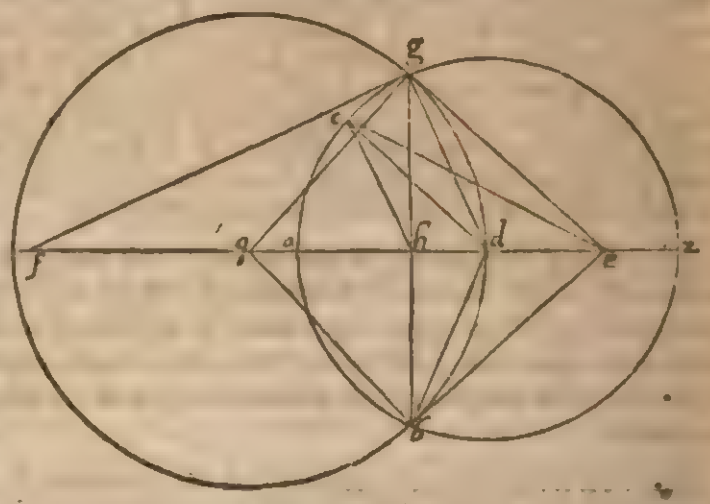
23. Centro uisus & puncto rei uisæ in eadẽ circuli magni diametro existentibus: punctorũ reflexorum à speculis sphæricis concauis, quibus est locus imaginis centrum uisus, possibile est, ut ab uno tantùm semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum: uel tantùm à quolibet unius alterius circuli determinati puncto. Alhazen 69 n 5.

Esto circulus speculi sphærici concaui g z b a: cuius centrum sit d: & intersecent se in ipso duæ diametri z a & g b orthogonaliter: & sit in diametro z a punctus e: qui sit centrum uisus: & h, qui sit punctus rei uisæ, sit in eadem diametro z a: quoniam ubicunque fuerint centrũ uisus & pũctus rei uisę in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, diametro z a per puncta e & h transeunte. Aut ergo linea e d interiacens cẽtra uisus & speculi est æqualis lineæ d h: aut non. Si sit æqualis, ita quòd illa pũcta æqualiter distent à centro speculi: ducantur lineæ h g, h b, e g, e b. Palàm itaq; per 4 p 1 quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales. Et quoniam angulus h g d est æqualis angulo d g e: palàm quia angulus h g e diuiditur per æqualia per lineam g d: potest ergo per 20 th.5 huius forma pũcti h à puncto speculi g reflecti ad uisum in punctum e: & erit per 37 th.5 huius locus imaginis punctus e, qui est cẽtrum uisus. Similiterq; potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e: & erit iterum locus imaginis punctum e per eadem, quæ prius. Si itaq; diametro z a manente immobili, semicirculus z g a imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam solus triangulus h g e moueatur fixo manente latere e h: palàm quia punctus g motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e: & locus imaginis erit semper punctus e, quod est centrum uisus. Quòd autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h reflecti ad uisum e, manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo, quem motu suo caussat punctum g uel punctum b: tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo, ut reflectatur à puncto illius, qui sit c: & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi. Ducantur quoque lineæ h c & e c: eritq; linea e c maior quàm linea e g per 7 p 3, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7 p 3: non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales: ergo per 3 p 6 angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c. Non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi c. Et eadem est deductio, si sumatur punctus c inter puncta g & z in arcu z g. Palàm itaque quoniam centro uisus, quod est e, & puncto rei uisæ, qui est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposito. Quòd si puncta dicta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à centro speculi, puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q per 126 th.1 huius, taliter, ut illud, quod fit ex ductu lineæ e q in q h sit æquale quadrato lineæ d q: erit ergo per 17 p 6 proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q. Fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q, cuius centrum sit q. Et quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis per 10 p 3: sint illa loca sectionis puncta g & b: & ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b. Et quia linea q g est æqualis lineæ q d per definitionem circuli: palàm per 7 p 5 quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d: est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h: angulus uerò g q h communis est utrique triangulorum, qui sunt e q g & h q g: ergo per 6 p 6 illi duo



trianguli

trianguli ſunt æquianguli: erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4 p 6: erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ e g ad lineam g h: erit quoq; per 19 p 5 proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h: ergo per 3 p 6 linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20 th. 5 huius forma puncti h à pũcto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus: & eſt punctus e locus imaginis ſuæ. Et ſimiliter forma pũcti h à puncto ſpeculi b reflectitur ad punctum e, qui eſt centrũ uiſus: & eſt punctũ e locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur



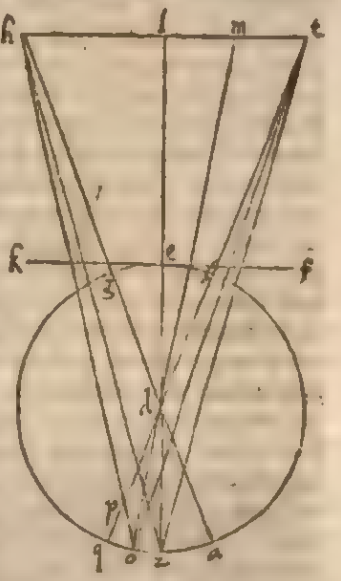
moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi (linea h e remanente immota) tunc punctus g deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e: & ſemper erit locus imaginis punctus e. Quòd uerò ab alio puncto quàm ab aliquo punctorum illius circuli, non poſsit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet, ut prius. Si enim ſumatur punctus c inter puncta g & a: erit per 7 p 3 linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea h g: non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h per 8 p 5: ergo per 3 p 6 linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. Non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e à pũcto ſpeculi c. Similiter quoq; ſi punctus c, à quo debeat fieri reflexio, cadat in arcum g z, idem ſequitur impoſsibile. Patet ergo propoſitum. Sicut autem hæc de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt: ſic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarum intelligenda ſunt. Forma enim puncti h continua uidetur formis aliorum punctorum: & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa: & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari ſpeculi habẽte ſenſibilem latitudinem, cuius medium mathematicum eſt circulus prædictus: & ſunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit eſſe maior, quòd non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g, prout oſtendimus per 17 huius: niſi enim fuerit proportio exceſſus lineæ e d ſupra lineam d h ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma pũcti h reflecti ad uiſum e per 16 huius: eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h: alias enim non poterit reflecti forma puncti h ad uiſum in punctum e. Quia ſi detur, quòd poſsit reflecti: fit, ut reflectatur à pũcto g. Dico itaq; quòd neceſſariò ſequitur, ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h: erit enim ex 42 th. 1 huius angulus h d g acutus: erit quoq; per idẽ 42 th. 1 huius angulus d g h minor recto. Ducatur itaq; à puncto g linea contingens circulum a g z b, quæ ſit g f: hæc ergo neceſſariò concurret cum linea e h per 14 th. 1 huius: cum angulus h d g ſit acutus, & angulus d g f rectus per 18 p 3: ſit concurſus punctus f: erit ergo per 13 huius proportio catheti incidentiæ, quæ eſt h d, ad lineam d e ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis, ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ, ad lineam f e ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis. Ergo per 5 th. 1 huius erit econuerſo proportio lineæ e f ad lineam f h, ſicut lineæ e d ad lineam d h: ſed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm ſit lineæ e f ad lineam f h per 4 th. 1 huius: quoniam æquali linea (quę eſt f a) addita utrobiq;, minuitur proportio: igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e: neceſſarium eſt, ut proportio lineæ e a ad lineam h a ſit maior quàm lineæ e d ad lineam d h. Hoc itaque cum fuerit, erit in hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ, ſicut prius, demonſtrandum. Palàm ergo ſunt omnia, quæ propoſita ſunt, cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi. Patet ergo propoſitum.

24. Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) non eſt poſſibile, ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantùm puncto: & unicus tantùm imaginis erit locus. Alhazen 70 n 5.

Eſto t punctus rei uiſæ: & h centrum uiſus: & ſit d centrum ſpeculi: & ducantur lineæ h d, t d, h t: ſuperficies itaq; reflexionis, quæ per 3 huius eſt ſuperficies h d t, ſecat ſuperficiem ſpeculi per 2 huius ſuper circulum, qui ſit e b q g. Palàm itaq; quòd forma puncti t non reflectitur ad uiſum h, niſi ab aliquo puncto huius circuli: non enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis. Producatur

itaq;

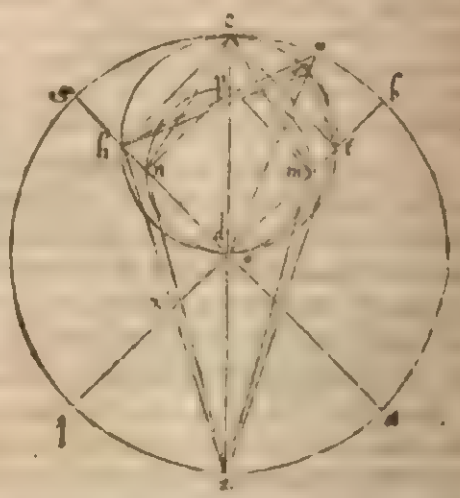
itaq; linea h d ultra centrum d, donec secet circumferẽtiam circuli: & sit punctus sectionis a: & producatur linea t d ultra punctum d, secans circulum in puncto q: incidatq; linea h d circulo in pũcto g, & linea t d in puncto b. Palàm ergo (cum per 20 huius solùm sit possibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & pũctus rei uisæ) quòd forma puncti t ad uisum existentem in puncto h non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a: reflectitur itaq; aut ab aliquo puncto arcus g b, aut ab aliquo puncto arcus q a. Diuidatur itaq; angulus t d h per æqualia per 9 p 1: diuidatq; ipsum linea d e l, secans circuli peripheriam in puncto e, & lineã h t in puncto l: & à puncto e ducatur linea contingens circulum per 17 p 3: quæ sit k e f. Si itaq; puncti t & h fuerint super illam lineam contingentem, ubicunq; consistant: palàm quòd non est possibile reflecti formam puncti t ad uisum h ab aliquo puncto arcus b g. Si enim à puncto t ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus, linea à puncto h ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum exterius & nõ interius, cum punctum sit extra speculum: & ita non erit reflexio à parte interiori concauitatis scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente. Ab arcu uerò a q possibile est ut fiat reflexio: quoniam lineas ductas à puncto t & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere. Producatur itaq; linea l d donec secet arcum a q: & sit punctus sectionis z. Dico quòd à puncto z reflectetur forma puncti t ad h centrum uisus. Ducantur enim lineæ t z, h z: secetq; linea h z cathetum incidentiæ, quæ est t d q, in puncto p. Cum itaq; angulus t d h sit diuisus per æqualia: patet quòd angulus t d z est æqualis angulo h d z per 13 p 1. Lineæ itaq; t d & h d aut sunt æquales, aut non. Si sunt æquales, & linea d z est communis: erit per 4 p 1 triangulus t z d æqualis triangulo h z d: & angulus t z h est diuisus per æqualia per lineam d z: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectetur ad uisum in pũctum h à puncto speculi z. Sed neq; est possibile à puncto alio arcus a q reflecti formam puncti t ad h. Sit enim, si est possibile, quòd reflectatur à puncto o, & ducantur lineæ t o & h o: linea quoq; o d in ducta per centrum speculi diuidat angulum t o h per æqualia: secetq; lineam h t in puncto m. Palàm ergo per 8 p 3 quoniam linea t z est minor quàm linea t o, & linea h o est minor quàm linea h z: est autem per 3 p 6 (cum angulus t z h sit diuisus per æqualia) proportio lineæ t z ad lineam h z, sicut lineę t l ad lineam h l: proportio uerò lineæ t o ad lineam h o per eandem 3 p 6 est, sicut lineę t m ad lineam m h: sed per 9 th. 1 huius maior est proportio lineæ h z ad lineam t z, quàm lineæ h o ad lineam t o: ergo per 11 p 5 maior est proportio lineæ h l ad lineam l t, quàm lineæ h m maioris, quàm sit linea h l, ad lineam m t minorem, quàm sit linea l t: quod est impossibile. Semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem quàm maioris ad minorem: quod facilitèr patet per 9 th. 1 huius. Non ergo fiet reflexio formæ puncti t ad uisum h à puncto speculi o. Similiter etiam demonstrandum quòd à nullo alio nisi à solo puncto z: quod est propositum. Quòd si lineæ t d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatem minoris per 3 p 1: & ordinetur demonstratio, ut prius. Et quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunq; speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis (quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, ut patet per 20 th. 5 huius: semper enim angulus incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis) patet quòd quæcunq; istarum linearum fuerit maior quàm alia, quòd non impedietur propter hæc reflexio: & quòd tantùm ab uno puncto speculi fiet reflexio: & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari. Et quia in tali dispositione centri uisus & puncti rei uisæ ab uno tantùm puncto speculi fit reflexio ad uisum: patet quòd unica est linea reflexionis, quæ h z: unicus est ergo locus imaginis, scilicet pũctus p, in quo linea reflexionis (quæ est h z) secat cathetum incidentiæ, quæ est t d q. Patet ergo propositum.



25. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares, ad se inuicem reflectuntur tantùm ab illo puncto circumferẽtiæ, & à puncto sibi oppositò: & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, ab eisdem duobus punctis: & pcd imaginum erunt tantùm duo. Alhazen 7 1 n 5.

Sint circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui) cuius centrum d, duæ diametri a g & b q: & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9 p 1: & à puncto speculi, cui incidit diameter z d e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g per 12 p 1, quæ sint e t & e h. Palàm ergo per 26 p 1 quòd trianguli e t d & e h d sunt æquales & æquianguli. Quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e t d & e h d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis communis: patet ergo quòd an-

gulus t e d est æqualis angulo d e h: ergo per 20 th.5 huius forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est e: & eodem modo forma puncti h reflectitur ad oculum existentem in puncto t à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis t z & h z. Cum enim ex præmissis lineæ t d & h d sint æquales, & per 13 p 1 anguli h d z & t d z sint æquales: erunt per 4 p 1 anguli t z d & d z h æquales: fiet ergo mutua reflexio punctorum t & h ad inuicem à puncto speculi, quod est z. Patet autem per 20 huius quod nõ reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto arcus a b, uel ab aliquo puncto arcus g q. nec ab aliquo puncto arcus a q, nisi à puncto z per 19 huius, & quod idem accidet impossibile contra 9 th.1 huius, quod in proxima præmissa, ducta prius linea t h. Quod uerò ab aliquo puncto arcus b g alio quàm à puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti t ad uisum h, sic patebit. Detur enim quòd illa reflexio possit fieri à puncto o: & ducantur lineæ t o & h o, d o: fiatq; circulus secundum quantitatem diametri d e. Palàm ergo cũ anguli e t d & e h d sint recti, quoniã ille circulus transibit per quatuor puncta, quæ sunt t, d, h, e per 31 p 3. Cum itaq; pũctus e sit communis utriq; illorum circulorũ, & sit super eandem diametrum e d, continget circulus maior minorem tantùm in puncto e per 13 p 3, & non in alio. Circulus itaque minor, qui est e t d h, secabit lineam d o productam in maiori circulo. Quoniam si non secaret, tunc contingeret in pũcto o circulum maiorem, & sic ipsum cõtingeret in duobus punctis, quod est impossibile. Sit, ut secet ipsam in puncto l: & ducantur lineæ t l & h l. Quia uerò, ut patet ex præmissis, linea t d est æqualis lineæ d h: erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d t per 28 p 3: ergo per 27 p 3 angulus t l d est æqualis angulo d l h: ergo per 13 p 1 angulus t l o est æqualis angulo h l o: sed angulus l o t est æqualis angulo l o h per 20 th.5 huius, & ex hypothesi, & latus o l est cõmune ambobus trigonis t o l & h o l: ergo per 26 p 1 illi trigoni sunt æquales & æquianguli: erit ergo linea t o æqualis lineæ h o, quod est impossibile: quoniam per 7 p 3 linea h o est maior quàm linea h e, & linea t o est minor quàm linea t e per eãdem 7 p 3: linea uero t e, ut præmissum est, æqualis est lineæ h e: est ergo linea h o maior quàm linea t o. Non ergo reflectetur forma puncti t ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o: sed neq; ab aliquo alio puncto arcus e b. Similiterq; est deducendum, si punctus o, a quo supponitur fieri reflexio, cadat in aliquem punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo, ut forma puncti t non reflectatur ad uisum h ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e: nec ab aliquo puncto arcus a q, nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur, ut contingit, linea e m super partem diametri b q, quæ est t d: & secetur a linea h d pars æqualis lineæ d m per 3 p 1: quæ sit d n: & ducatur linea e n. Palàm per 16 p 1 quòd angulus e m d est obtusus, cum angulus e t d sit rectus. Ab angulo itaq; e m d per 27 th.1 huius resecetur angulus rectus, qui sit d m p: & ducatur linea m p. Hæc ergo erit æquidistans lineæ e t per 28 p 1: concurret ergo linea m p per 2 th.1 huius cum linea e d, cum qua concurrit sua æquidistans, quæ est e t: fiat concursus punctus p: & ducatur linea n p: & fiat circulus secundum quantitatem diametri d p: eritq; per 31 p 3 ille circulus transiens per quatuor puncta m, d, n, p. Quia cum angulus p m d sit rectus, & angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4 p 1 angulus p n d rectus. Cum itaq; arcus d n sit æqualis arcui d m per 28 p 3, erit angulus d p n æqualis angulo d p m per 27 p 3, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32 p 1. Et quia linea n d est æqualis lineæ d m: erit per 4 p 6 linea m p æqualis lineæ n p. Et quia angulus m p d est æqualis angulo n p d: erit ergo per 13 p 1 angulus m p e æqualis angulo n p e: ergo per 4 p 1 linea e p existente communi triangulo n e p, & triangulo m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p. Palàm ergo quòd forma puncti m reflectitur ad uisum existentẽ in puncto n à pũcto speculi, quod est e: & eorum adinuicem fiet mutua reflexio: similiter à puncto z: & non ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q per 20 huius: neq; ab alio puncto arcus b g, quàm à puncto e: nec ab alio puncto arcus q a, quàm à puncto z. In his enim est eadem deductio, quæ prius. Palàm itaq; secundum modum prædictum: quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis t d h, & sumpto puncto ultimo, in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta t & h: semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d n, tantundem

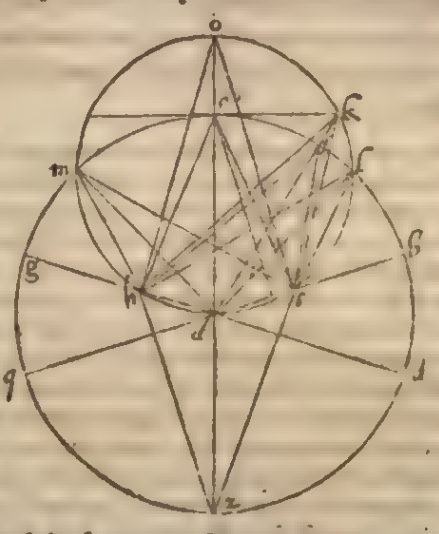


distans

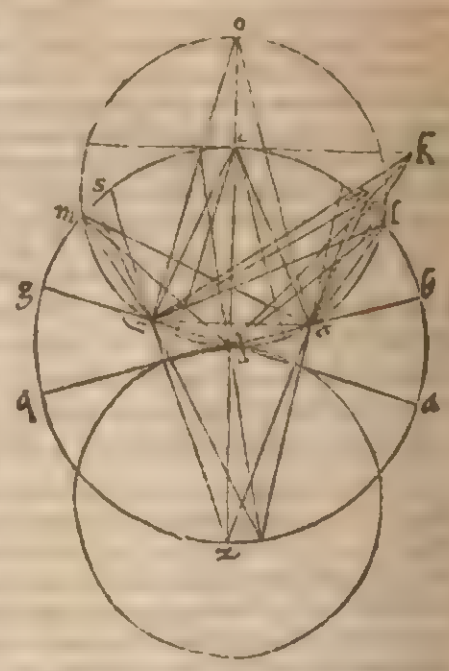
distans à centro speculi, quod est d: fierq; illà reflexio à puncto speculi e, & à pũcto illi opposito diametraliter, qui est punctus z: eruntq; loca imaginum tantùm duo, in quibus duæ lineæ reflexionis, quæ sunt e h & z h, concurrunt cum catheto incidẽtiæ, quæ t d. Patet ergo propositum. Hoc tamen est magis euidens, si diametri b q & a g secent se ad angulos non rectos: quoniam tunc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uerò illæ diametri secuerint se ad angulos rectos: tunc adhuc loca imaginum erunt tantùm duo: quoniam tunc, ut patet per 28 p 1, linea reflexionis, quæ e h, est æquidistans catheto incidentiæ, quæ est t d: & uidebitur una imago formæ puncti t in pũcto reflexionis, quod est e, per 11 huius: reliqua uerò uidebitur in pũcto x, qui sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est z h, & catheti incidẽtiæ, quæ est t d. Et sic loca imaginum diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum. Patet ergo propositum.

26. Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medio ducantur perpendiculares super alias duas diametros: quilibet punctus unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circumferẽtiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantùm circumferentiæ punctis: & secũdum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 72 n 5.

Sint, ut in proxima, circuli (qui est communis sectio speculi sphærici cõcaui, & superficiei reflexionis) duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d centrum speculi sphærici concaui: & diameter e z diuidat angulum b d g ab eis in centro contentum per æqualia: & sumatur in semidiametro b d punctus t supra punctum, in quem cadit perpẽdicularis ducta à puncto e super semidiametrum b d: & in linea d g sumatur eius pars (quæ sit d h) æqualis lineæ d t per 3 p 1, & ducantur lineæ t e & h e. Dico quòd forma puncti t reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi, quod est e, & à puncto z sibi diametraliter opposito: non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q. Est autem necessarium formam puncti t reflecti ad uisum existẽtem in puncto h ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b. Extrahatur enim à puncto t perpendicularis super lineam t d per 11 p 1, quæ sit t o. Et quia linea t o est æquidistans perpendiculari ductæ à puncto e super semidiametrum d b per 28 p 1: palàm quia linea t o producta cadet extra circulum speculi, non secans punctum e. Producatur ergo linea d e ultra punctum e. Et quia angulus b d e est acutus: ideo quia semidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia: propter quod uterq; ipsorum est minor recto: palàm quòd linea t o per 14 th 1 huius concurret cum linea d e: concurrant ergo in puncto o: & ducatur linea b o. Palàm itaq; per 4 p 1 cum angulus d t o sit rectus, quòd etiam angulus d b o est rectus. Fiat itaq; per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta t, d, h, qui per 31 p 1 nẽcessariò transibit per punctum o: & erit linea d o diameter eius: & ducatur per 17 p 3 linea contingens circulum b a z g in puncto é, quæ sit k e. Et quoniam circulus t d h o secat circulũ b a z g: necesse est ipsum secari in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta l & m: & ducantur lineæ t l, h l, d l, t m, h m, d m. Cum itaq; linea recta, quæ est t d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus t d æqualis arcui d h per 28 p 3: erit ergo per 27 p 3 angulus t l d æqualis angulo d l h: & ita forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto l. Et similiter angulus t m d est æqualis angulo d m h per 27 p 3: ergo forma puncti t reflectitur ad uisum h à puncto m. Palàm igitur quòd forma puncti t reflectitur ad uisum h à quatuor punctis e, z, l, m. Et quoniam lineæ reflexionis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z: patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & catheti incidentiæ, quæ est t d, sit locus imaginis. Et si aliqua illarum linearum fuerit æquidistans catheto t d: erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11 & 12 huius. Loca ergo imaginum sunt quatuor, secũdum numerum locorum reflexionis. Non potest autem forma puncti t reflecti ad uisum h ab alijs punctis præter hęc. Detur enim, si possibile est, ut fiat reflexio formæ puncti t ad uisum h à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit punctum f: & ducantur lineæ t f, h f, d f: & producatur d f, quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e: & sit, exempli causſa, punctus concursus k, qui sit communis sect. o linee e k, & peripheriæ circuli t d h o: concurrent autem lineæ d f & e k per 14 th huius: & ducantur lineæ t k & h k: erit itaq; ex hypothesi, & per 20 th 5 huius angulus t f d æqualis angulo d f h: ergo per 12 p 1 erit angulus t f k æqualis angulo h f k: sed angulus t k f est æqualis angulo f k h per 27 p 3: arcus enim in quos ad peripheriam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli t d h o (qui sunt d h & d t) sunt æquales, & linea f k est communis: erunt ergo per 26 p 1 trianguli t k f & h k f æquianguli: est ergo per 4 p 6 linea t k æqualis lineæ h k: quod est impossibile: quoniam, ut patet per 7 p 2,



linea h k eſt maior quàm linea h o, & linea t k minor eſt quàm linea t o: linea uerò t o eſt æqualis lineæ h o, per præmiſſa. Et eodem modo deducendũ, ſi in arcu m g ſit datus pũctus f: quoniam idem ſequitur impoſsibile dato puncto f in arcu g b ubicunq; extra tria puncta m, e, l. Quia ſi punctus k, qui eſt pũctus lineę contingentis, cadat extra peripheriam circuli m d t o, copulatis lineis à punctis ſectionis lineæ e k ad peripheriam circuli minoris, præmiſſo modo erit deducendum. Palàm ergo quòd non reflectitur forma puncti t ad uiſum h ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habẽs centrum in linea d z ad modum circuli t d h o habentis centrum in linea d o: palàm per modum 24 huius, ducta linea t h, quoniam lineæ à punctis t & h ad punctum z terminum diametri d z ductæ, ſi ad partem aliam ultra puncta t & h fuerint productæ: arcus interiacẽtes earum alteram & diametrum e d z, qui ſunt p e & s e æquales reſecant: ergo æquales angulos cum diamẽtro in puncto z conſtituunt: & eſt poſsibilis reflexio, quæ fit à puncto z. Ad alia uerò puncta arcuum uicinorum productæ à punctis t & h lineæ ſemper arcus inæquales reſecant: & ob hoc inæquales angulos cõſtituunt ſuper circumferentiam circuli maioris: & per modum, quo uſi ſumus in 24 huius, ſequitur impoſsibile contra 9 th. 1 huius, ut manifeſtũ eſt per ea, quę præmiſſa ſunt. Patet ergo propoſitum: quoniam tantùm à quatuor punctis fit reflexio tali exiſtente diſpoſitione: & tantùm ſunt quatuor loca imaginum. Quod eſt propoſitum.



27. Puncto rei uiſæ & centro uiſus in eadem ſuperficie circuli magni ſpeculi ſpharici cõcaui, diuerſis tamen diametris, & ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi exiſtentibus, in arcu illius circuli interiacente reliquas ſemidiametros, in quibus illa puncta non conſiſtunt, punctum reflexionis inuenire: ex quo patet, quòd ab uno tantùm puncto illius arcus ſit reflexio in hoc ſitu. Alhazen 73 n 5.

Sit, ut prius, circulus (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui) a b g q, cuius centrum d: & ducantur duæ diametri a d g & b d q: & diameter e d z diuidat angulum ab alijs duabus diametris contentum per æqualia: ſitq; t punctus rei uiſæ poſitus in ſemidiametro b d propinquior centro ſpeculi d, quàm ſit punctus h, qui ſit centrum uiſus poſitus in ſemidiametro g d. Dico quòd in hac diſpoſitione punctorum t & h, poſsibile eſt in arcu a q punctum reflexionis inueniri: & quòd in illo arcu unicus huius reflexionis eſt punctus. Sumatur enim extra circulum linea l y: & diuidatur per 119 th. 1 huius in pũcto m taliter, ut ſit proportio lineæ y m ad lineam m l, ſicut lineæ h d ad lineam d t: & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n per 10 p 1: & à puncto n educatur perpendicularis n k ſuper lineam y m per 11 p 1: & ſuper punctum l terminum lineæ y l fiat per 23 p 1 angulus æqualis medietati anguli a d t per lineam f l: erit itaq; angulus f l y acutus, ſiue angulus a d t fuerit acutus ſiue rectus, uel etiam obtuſus: ſed angulus f n l eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea f l concurret cum linea n k: concurrant ergo in puncto f: & per 134 th 1 huius à puncto m ducatur linea ad baſim f l, concurrens cum latere n k in puncto k: ſecetq; lineam l f in puncto c taliter, ut ſit proportio lineæ k c ad lineam c l, ſicut lineę h d ad lineam b d. Deinde ſuper punctum d terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m, qui ſit i d a: ſitq; punctus circumferentiæ, qui eſt a, ſupra punctum z, uel infra illum: & ſuper punctum i terminum lineæ d i fiat angulus æqualis angulo c l m, qui ſit o i d, ducta linea o i ſecante lineam d a in puncto o: quæ producatur ultra punctum o: & ſuper lineam o i ducatur perpendicularis a puncto h per 12 p 1, quæ ſit h r: & producatur linea r x, quouſq; ipſa æqualis ſit lineæ r i: & ducantur lineæ h x & h i. Palàm autem per 120 th. 1 huius quoniam à puncto m impoſsibile eſt duci aliam lineam ſuper lineam f l, diuidentem eam ſecũdum proportionẽ, qua diuiſit ipſam linea m c k. Cum itaq; angulus o d i ſit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m: erit per 32 p 1 angulus i o d æqualis angulo l m c: erit ergo per 13 p 1 angulus r o h æqualis angulo k m n: & angulus h r o eſt æqualis angulo k n m: quia uterq; eſt rectus: ergo per 32 p 1 angulus n k m eſt æqualis angulo r h o. Trigona itaq; n k m & r h o ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 latera ipſorum æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia. Producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h r: concurret autem per 14 th 1 huius: angulus enim h r i eſt rectus, & angulus r i d eſt acutus: concurſus autem punctum ſit s: eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f per 15 p 1. Erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ s d ad lineam d h, ſicut lineæ f c ad lineam k c: ſed lineæ h d ad lineam d i per 7 p 5 eſt proportio ſicut lineæ h d ad lineam d b: quoniam per definitionem circuli

lineæ

lineæ d i & d b ſunt æquales: eſt ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, ſicut lineæ k c ad lineam c l. Ex præmiſſis enim eſt proportio lineæ k c ad lineam c l, ſicut lineę h d ad lineam b d: eſt ergo per 22 p 5 per æquam ſcilicet proportionem proportio lineę s d ad lineam d i, ſicut lineæ f c ad lineá c l: ergo per 18 p 5 erit cõiunctim proportio lineę s i ad lineam d i, ſicut lineæ f l ad lineá l c. Sed cũ triangulus d i o ſit æquiangulus triãgulo c l m, ut ſuprà patuit: palàm per 4 p 6 quoniam eſt proportio lineæ d i ad lineam i o, ſicut lineæ c l ad lineam l m: eſt igitur per 22 p 5 proportio lineæ s i ad lineam i o, ſicut lineæ f l ad lineá l m: ergo per 5 th. 1. huius erit ecõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, ſicut lineæ l m ad lineam f l: ſed eſt proportio lineæ s i ad lineam i r, ſicut lineæ f l ad lineam l n per 4 p 6: quoniam triangulus r i s eſt ſimilis triangulo f l n per 32 p 1. Cum enim anguli s r i & f n l ſint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f ſunt æquales ex præmiſſis: erit angulus r s i æqualis angulo n f l: igitur per 22 p 5 erit proportio lineæ i o ad lineam i r, ſicut lineæ l m ad lineam l n: erit ergo ecõtrario per 5 th. 1 huius proportio lineæ i r ad lineam i o, ſicut lineæ l n ad lineam l m. Et quoniam linea x i eſt dupla lineæ i r, & linea y l eſt dupla lineæ l n: erit per 15 p 5 eadem proportio lineæ x i ad lineam i o, ſicut lineæ y l ad lineam l m: ergo per 17 p 5 erit diuiſim proportio lineæ y m ad lineam m l, ſicut lineæ x o ad lineam i o. Ducatur itaq; à puncto i linea æquidiſtans lineæ h x per 31 p 1, quæ ſit i u. Producatur quoq; linea d a, donec concurrat cum linea i u: concurret autem per 2 th. 1 huius: quia concurrit cum eius æquidiſtante, quæ eſt h x: ſit itaq; concurſus punctus u: eritq; triangulus o u i per 15 & 29 p 1 æquiangulus triangulo h o x: ergo per 4 p 6 eſt proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ x o ad lineam o i: eſt autem, ut patuit ex præmiſſis, proportio lineæ x o ad lineam o i, ſicut lineæ y m ad lineam m l: ergo per 11 p 5 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ y m ad lineam l m: eſt ergo per eandem 11 p 5 proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ h d ad lineam d t. Sed quoniam triangulus h r i æquiangulus eſt triangulo h r x per 4 p 1, quoniam ex hypotheſi linea x r eſt æqualis lineæ r i, & linea h r eſt perpendicularis ſuper lineam x i: palàm quia angulus h x r eſt æqualis angulo r i h: ergo angulus r i h eſt æqualis angulo u i o: quia per 29 p 1 anguli h x i & u i o ſunt æquales: cum ſint coalterni inter lineas x h & u i æquidiſtantes: ergo per 3 p 6 erit proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ h i ad lineam i u: eſt ergo proportio lineæ h i ad lineam i u per 11 p 5 ſicut lineæ h d ad lineam d t. Verùm angulus u i d, ut patet per præmiſſa, maior eſt angulo d i h: ſecetur ergo ab angulo u i d angulus æqualis d i h angulo per 27 th. 1 huius: & ſit angulus p i d: ſitq; punctus p in diametro d a: & ducatur linea p t. Palàm itaq; per 13 th. 1 huius quòd proportio lineę h i ad lineam i u conſtat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u: ſed per 3 p 6 proportio eſt lineæ h i ad lineam i p, ſicut lineæ h d ad lineam d p: quoniam angulus p i h diuiſus eſt per æqualia per lineam d i: igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ eſt proportio lineæ h d ad lineam d t, conſtat ex proportione lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u: & proportio lineæ h d ad d t conſtat ex proportione lineę h d ad lineam d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t: eſt igitur per 13 th. 5 huius proportio lineæ d p ad lineam d t, ſicut lineæ p i ad lineam u i. Verùm, ut ſuprà patuit, angulus r i u eſt medietas anguli u i h: quoniam angulus u i r eſt æqualis angulo h x i per 29 p 1, & angulus h x i eſt æqualis r i h per 4 p 1: eſt ergo angulus r i h medietas anguli u i h: & angulus d i h eſt mẽdietas anguli p i h: reſtat ergo, ut angulus d i o ſit medietas anguli p i u: ſed angulus d i o, cũ ſit æqualis angulo f l y, eſt medietas anguli p d t: igitur angulus p i u eſt æqualis angulo p d t. Eſt autem, ut patet per præmiſſa, proportio lineæ d p ad lineam d t, ſicut lineæ p i ad lineam i u: igitur per 6 p 6 trianguli p i u & d p t ſunt ęquianguli: igitur per 4 p 6 illi trigoni ſunt ſimiles: & angulus u p i ęqualis eſt angulo d p t: ergo per 14 p 1 linea t p i eſt linea una recta: cum angulo enim o p t uterq; illorum angulorum æqualium, qui ſunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos per 13 p 1. Quoniam ergo linea t p i eſt linea una recta: erit ipſa linea incidentiæ formę puncti t: & anguli t i d & d i h ſunt ęquales, ut patet ex præmiſſis. Palàm ergo per 20 th. 5 huius quod forma pũcti t reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto ſpeculi, quod eſt i: ſemperq; eadem eſt probatio, ſiue punctus rei uiſæ, qui eſt t, ſit extra circulum ſpeculi, ſiue intra: ſimiliter ſiue punctum h, quod eſt centrum uiſus, ſit extra circulum ſpeculi, ſiue intra: dum tamen diſtent inęqualiter à centro ſpeculi Patet ergo propoſitum. Fit enim reflexio ab uno tantùm puncto arcus a q interiacẽte illas ſemidiametros, in quibus puncta h & t non conſiſtunt. Et quoniam à puncto m impoſsibile eſt duci aliam lineam ſuper lineam f l, diuidentem ipſam ſecũdum proportionem, qua diuiſit ipſam linea m c k, ut patet per 120

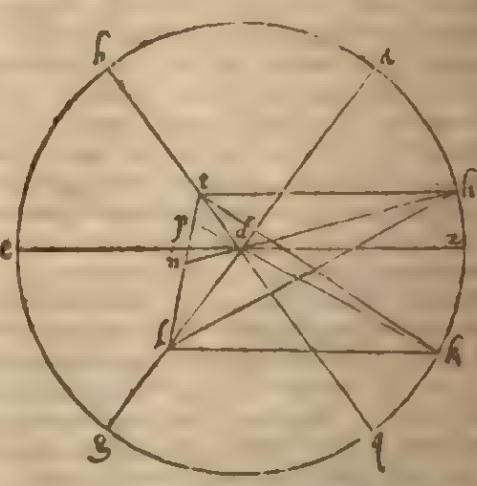
th 1 huius: manifestum est quia non est possibile in proposito arcu inueniri aliud punctum præmissæ reflexionis. Patet ergo, quod proponebatur.

28. Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi spharici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia: ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa nõ consistunt (præter punctum, cui incidit diameter angulum diuidens) infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantiũ reflectuntur. Alhaz. 74 n 5.

Sit dispositio figuræ præcedentis: secentq; circulum (qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui) duæ diametri, quæ sint b q & a g, super centrum d: diuidatq; diameter e d z angulum b d g per æqualia. Dico quòd quicunq; punctus sumatur in arcu a q, præter punctum z, ab illo possunt reflecti infinita paria punctorum inæqualiter à centro distantium. Sumatur enim in arcu a q punctus h: & sumatur in semidiametro d g punctus l: & à semidiametro b d secetur linea m d æqualis lineæ l d: & ducantur lineæ l m, l h, m h, d h: secabitq; diameter e z lineam m l per 29 th. 1 huius, quia secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m: sit ergo punctus sectionis f: eritq; per 4 p 1 & ex hypothesi linea m f æqualis lineæ f l. Producatur quoq; linea h d, quousq; cadat super lineam m l: cadet autem per 29 th 1 huius: sitq; punctus sectionis n: eritq; linea l n minor quàm linea n m: ideo, quia linea d n secat angulum f d l: quia angulus h d z (qui per 15 p 1 est æqualis angulo n d f) minor est angulo a d z. Verùm cum angulus f d m sit æqualis angulo f d l ex hypothesi, & angulo q d z per 15 p 1, & angulus m d a sit æqualis angulo l d q: & angulus a d h æqualis angulo n d l: angulus uerò m d n est maior angulo n d l, & angulus h d q est maior angulo a d h: ergo totus angulus l d h est maior toto angulo m d h: igitur per 24 p 1 linea l h est maior quàm linea h m, cum linea m d sit æqualis lineæ d l, & linea d h communis ambobus trigonis m d h & l d h. Erit ergo angulus d h l minor angulo d h m. Quoniã si detur, quòd sit æqualis: tunc erit proportio lineæ l h ad lineam m h, sicut lineæ l n ad lineam n m per 3 p 6. quod est impossibile per 8 p 5. Si uerò detur quòd angulus d h l sit maior angulo d h m: ergo per 27 th. 1 huius secetur ex angulo d h l angulus æqualis angulo d h m: & sequetur impossibile, ut prius, producta illa linea secante, ad lineam l n per 29 th. 1 huius. Est igitur angulus d h l minor angulo d h m. Secetur igitur ab angulo m h d angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d. Ergo forma puncti t per 20 th. 5 huius reflectetur ad uisum existentem in puncto l à puncto speculi, quod est h: & linea t d est minor quàm linea l d: quoniam est minor quàm linea d m. Similiter si sumantur in semidiametris b g & g d alia puncta quàm l & m, æqualiter distantia à punctis l & m: similiter probabitur quòd à puncto h fit reflexio punctorum inæqualiter distantium à centro adinuicem: & ita de infinitis punctis in his diametris sumptis semper similis erit probatio: & a quocunq; puncto arcus a q, præter quàm à puncto z, eadem est demonstratio. A puncto uero z non est possibilis reflexio propter angulorum t z d & d z l inæqualitatem: quæ patet per 4 p 1, relecta per 3 p 1 linea i d in puncto p ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p z. Patet ergo propositum.

29. Puncto rei uisæ & cẽtro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni speculi spharici concaui existẽtibus, inæqualiterq; distantibus à centro: si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt, fiat reflexio formarũ eiusdem puncti ad eundem uisum: ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti. Alhaz. 75 n 5.

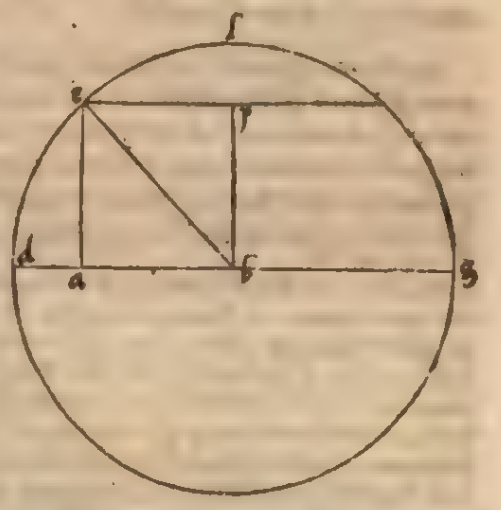
Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis: & sit, ut pũctus rei uisæ, (qui est t) in semidiametro circuli d b à puncto arcus a q, (quod sit h) reflectatur ad uisum existentẽ in pũcto l semidiametri d g plus distantẽ à cẽtro speculi, qd̃ est d, quã pũctus rei uisæ, qui est t: sintq; puncta t & l ambo intra speculũ. Dico quòd formã pũcti t ad uisum l impossibile est reflecti ab alio pũcto arcꝰ a q, quàm à pũcto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l: sit illud punctũ k: & ducãtur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h: & linea n d h: & producatur linea k d, quousq; cadat in lineã l t in punctũ p: cadet autẽ per 29 th. 1 huius, ut in præmissa ostendimus. Quia itaq;

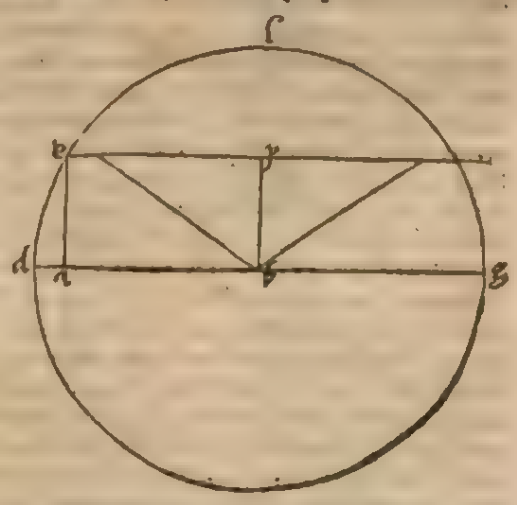


itaq;,ut patet ex hypotheſi,forma puncti t reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto l à puncto ſpeculi h:palàm per 20 th.1 huius quoniam angulus t h l diuiditur per æqualia per lineam n d h. Ergo per 1 p 6 patet quoniam eſt proportio lineæ l h ad lineam t h,ſicut lineæ l n ad lineam n t. Et ſimiliter cum angulus t k p ſit æqualis angulo l k p ex hypotheſi: erit per eandem 3 p 6 proportio lineæ l k ad lineam t k, ſicut lineæ l p ad p t: ſed linea l h eſt maior quàm linea l k per 7 p 3, & linea t h eſt minor quàm linea t k: igitur per 9 th.1 huius maior eſt proportio lineæ l h ad lineam t h, quàm lineæ l k ad lineam t k: maior ergo erit proportio lineæ l n ad lineam n t, quàm lineæ l p ad lineam p t: quod eſt impoſsibile, & contra idem 9 th.1 huius. Quocunq; uerò alio puncto dicti arcus h q dato,i dem accidit impoſsibile. Palam ergo quoniam ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h, eſt impoſsibile formam puncti t ad l centrum uiſus reflecti. Ergo nec aliquem punctorum æqualiter diſtantiũ à puncto t, & à puncto l, poſsibile eſt ab alio puncto arcus a q, quàm à puncto h reflecti. Et hoc eſt ꝓpoſitũ. Ex his itaq. duob. theorematibus patet uniuerſalis paſsio, quę accidit uiſibilibus, & uiſui ſic diſpoſito, reſpectu centri ſpeculi ab omnibus punctis arcus a q: quoniam à nullo puncto aliorum arcuũ eſt poſsibilis reflexio punctorũ taliter diſpoſitorũ, ut etiam hoc patet per 27 huius.

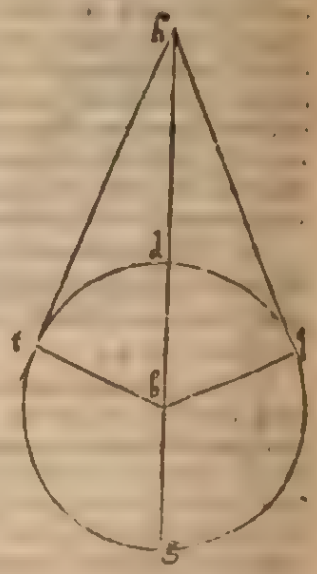
30. *Centro uiſus intra circulum (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui) in eius diametro exiſtente: à quolibet puncto illius ſemicirculi reflectuntur ad uiſum formæ punctorum æqualis uel inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi cum ipſo centro uiſus. Alhàzen 76 n 5.*

Sit a centrum uiſus: centrum uerò ſpeculi ſphærici cõcaui ſit b: & ſit a intra ſpeculum: ducaturq; una diameter, quæ ſit d a b g: & imaginetur ſuperficies planá, in qua ſunt puncta a & b quocunq; modo extenſa: hæc ergo per 69 th.1 huius ſecabit ſphæram ſpeculi ſecundum circulum, qui ſit d l g. Dico quòd à quolibet puncto alterius iſtorum ſemicirculorum reflectuntur ad uiſum a formæ punctorum inæqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi cũ ipſo puncto a. Sumatur enim in alicuius ſemicirculorum illorum peripheria punctus e: & ducantur lineæ e a & e b. Palàm itaq; quòniam angulus a e b erit acutus per 42 th.1 huius, & quia cadit in minorem arcum ſemicirculo. Super punctum itaq; e terminum lineæ b e fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a e b, qui ſit p e b: & producatur linea p e quantum placet. Palàm itaq; per 20 th.5 huius quoniam quodlibet punctum illius lineæ reflectitur ad uiſum a à puncto ſpeculi, quod eſt e. Ducta quoq; à centro ſpeculi, quod eſt b, ad lineá p e perpendiculari per 12 p 1: aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, ſecundum quam diſtat centrum uiſus à centro ſpeculi: aut maior: aut minor. Si fuerit æqualis: tunc, cum omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, præter illam perpendiculare, ſint maioreſ illa perpendiculari per 19 p 1, quòniam opponuntur angulo recto in illo triangulo: palàm quòd omnes lineæ erunt maiores quàm linea b a: & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b ſuper lineá p e, inæqualiter diſtabit à centro b cum puncto a centro uiſus. Si uerò perpendicularis fuerit maior quàm linea b a: tũc patet ſecundũ præmiſſa, quòd omnia puncta lineæ p e plus diſtabunt à centro b, quàm punctus a. Si aũt illa perpendicularis fuerit minor quàm lineá b a: tũc poſsibile eſt duci à puncto b duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis æquales lineæ b a: quod fiet ſubtenſis illis angulis, rectis ex utraq; parte lineis, æqualibus lineę a b per 26 th.1 huius: & omnes lineę aliæ ductæ à centro b ad lineá p e aut ſunt minores, aut maiores, quàm linea b a. Palàm itaq; per 28 huius quòniã à puncto e reflectũtur omnia pũcta lineę p e ad a cẽtrũ uiſus, quorũ diſtantia à centro ſpeculi inæqualis eſt diſtantiæ centri uiſus, quod eſt a, ab eodẽ centro ſpeculi. Sed, ut patet ex præmiſsis, inter hæc ſunt puncta æqualiter diſtantia à centro ſpeculi cũ puncto a. Sumpto quoq; quocũq; puncto in toto ſemicirculò illo, in quo ſumptũ eſt punctum e, ſemper eſt eodem modo demonſtrandum. Eodem quoq; modo poteſt in alio ſemicirculo circuli d l g demonſtratio formari. Patet ergo propoſitum.





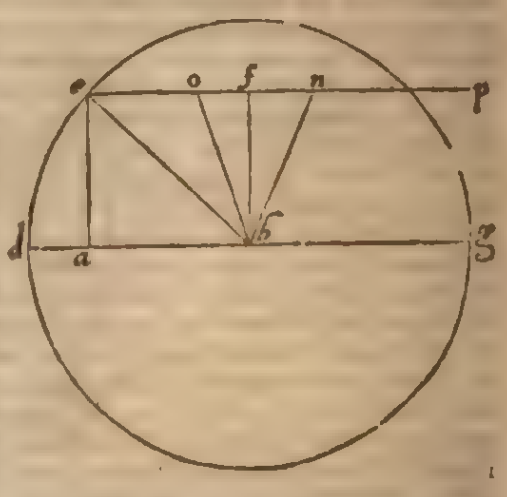
31. Centro uiſus extra circulũ (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpherici concaui) exiſtente, ſi à uiſu ducantur duæ lineæ circulum contingentes, & diameter circuli: à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiæ (præter quàm ab illis punctis) poteſt fieri reflexio ad uiſum punctorum inæqualiter diſtantium à centro circuli cum centro uiſus. Alhazen 77 n 5.



Huius demonſtratio euidens eſt per præmiſſa. Sit enim centrum uiſus h extra circulum d t g q, cuius centrum eſt b: & ducatur diameter h d b g: patetq; per 6 huius quòd à puncto g non fit aliqua reflexio ad uiſum: ducanturq; à puncto h (quod eſt centrum uiſus) duæ lineæ contingentes circulum d t g q per 17 p 3, quæ ſint lineæ h t & h q: palamq; eſt per ea, quæ dicta ſunt in 24 huius, quoniam ab arcu q d t nulla fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto h: ſed nec ab aliquo punctorum contingentiæ, quæ ſunt q & t, poteſt fieri reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto h: quoniam angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis: & lineæ q h & t h ſunt circulum contingentes, & ut patet per 42 th. 1 huius omnis angulus contentus ſub termino chordę & diametri eſt acutus: angulus uerò b q h eſt rectus. Non ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uiſum in punctum h: à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, poteſt fieri reflexio, demonſtratione 6 & 24 huius repetita. Patet ergo propoſitum, ſeruata hypotheſi præmiſſa.

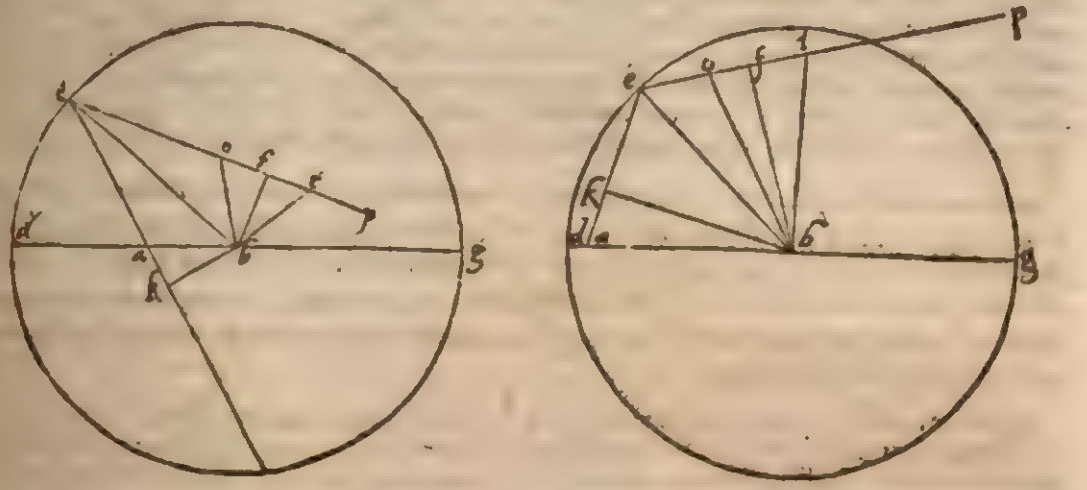
32. Centro uiſus intra circulum (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpherici concaui) exiſtente, factaq; reflexione ab aliquo puncto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi cum centro uiſus: diameter circuli, in qua eſt punctus reflexus, cum diametro, in qua eſt centrum uiſus facit angulum extrinſecum angulo reflexionis quandoq; maiorẽ: quandoq; minorem angulo conſtante ex angulis incidentiæ & reflexionis. Alhazen 78 n 5.

Stante priori diſpoſitione 30 huius, ducatur à centro ſpeculi, quod eſt b, linea b f perpendicularis ſuper lineam e p. Aut ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper lineam e a: aut non. Sit primò perpendicularis: & erũt duo anguli f b a & f e a æquales duobus rectis per 32 p 1, ideo quòd in quadrilatero f b a e alij duo anguli ſunt recti ex hypotheſi. Ducatur itaq; linea b o ſuper lineam e f: & erunt duo anguli o b a & o e a minores duobus rectis: ideo quòd angulus b o e eſt obtuſus, & angulus b a e rectus: erit ergo angulus o b g (qui per 13 p 1 cũ angulo o b a ualet duos rectos) maior angulo o e a, qui eſt angulus cõſtans ex angulo reflexionis & incidentiæ. Et cum triangulus e b f ſit æqualis triangulo e b a: quia cum angulus b f e ſit æqualis angulo b a e (quoniam uterq; rectus) & angulus b e f eſt æqualis angulo b e a per 20 th. 5 huius: erit per 26 p 1 angulus e b a æqualis angulo e b f: eſt enim b e latus utriq; illorum trigonorum cõmune: eritq; per 4 p 6 latus f b æquale lateri b a: quoniam ipſa reſpiciunt angulos æquales. Sed latus o b per 19 p 1 eſt maius latere b f: ergo & ipſum eſt maius latere b a. Ducta uerò linea b n ſuper aliquod punctum lineæ f p: erũt per præmiſſa duo anguli n b a & n e a maiores duobus rectis: ſed per 13 p 1 duo anguli n b a & n b g ualent duos rectos: ergo angulus n b g minor eſt angulo n e a: & linea n b cũ ſit per 19 p 1 maior q̃ linea b f, erit ipſa maior quàm linea b a. Itaq; forma



puncti n reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto a, à puncto ſpeculi, quod eſt e: & inæqualiter diſtat à centro ſpeculi, quod eſt b, cum centro uiſus, quod eſt a: & diameter b n, in qua eſt punctus rei uiſæ, quod eſt n, cum diametro a b g, in qua eſt centrum uiſus, quod eſt a, facit angulum n b g minorem angulo n e a, qui eſt angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis: diameter uero o b cum diametro a b g continet angulum o b g maiorem angulo o e a. Patet ergo propoſitum. Si uerò linea b a non fuerit perpendicularis ſuper lineam e a: tunc per 12 p 1 à puncto b ſuper productam lineam e a ducatur perpendicularis, quę ſit b k: quę quidẽ ſiue cadat ultra lineam a b, uel citra uerſus punctũ e, ſemper eadẽ probatio. Sit enim linea b f perpendicularis ſuper lineá e p: & ſit linea f t æqualis lineę a k: & ducatur linea t b. Palã itaq; quoniã in trigono k e b angulus e k b eſt rectus æqualis an-

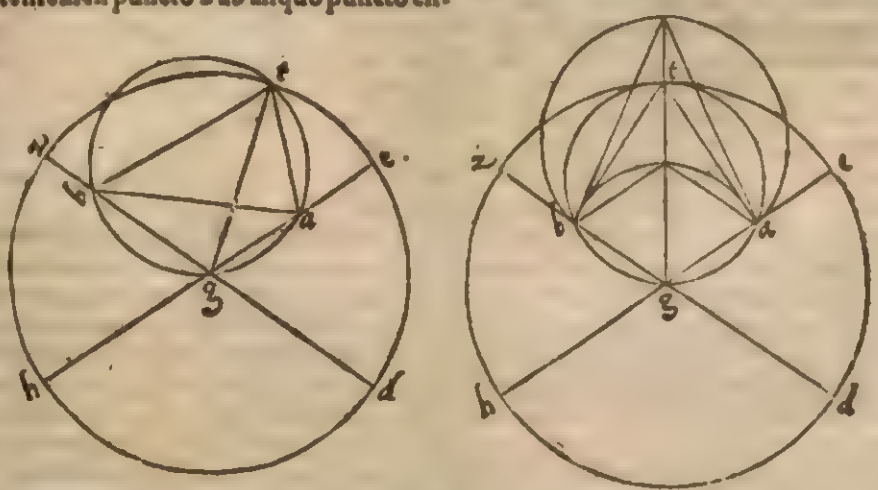
lis angulo f b e trigoni f e b: & angulus k e b per 20 th. 5 huius eſt æqualis angulo f e b, linea uerò e b eſt latus commune: ergo per 26 p 1 illa trigona f b e & k b e ſunt æqualia: & erit linea b f æqualis lineæ k b: ſed linea a k æqualis eſt lineæ f t ex hypotheſi: ergo per 4 p 1 in trigonis b t f & b k a erit linea b t æqualis lineæ b a: & angulus a b k æqualis angulo f b t: addito ergo utrobiq; communi angulo f b a, erit angulus k b f æqualis angulo a b t: ſed duo anguli k b f & f e a ualent duos rectos per 32 p 1, quia in quadrilatero k b f e alij duo anguli (qui ſunt b f e & b k e) ſunt recti: ergo duo anguli t b a & t e a ualent duos rectos: ſed per 13 p 1 angulus t b g cum angulo t b a ualet duos rectos: ergo angulus t b g æqualis eſt angulo t e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo incidentiæ & angulo reflexionis. Si igitur à centro ſpeculi, quod eſt b, ad lineam t e ducatur linea ultra punctum t, faciet an-



gulum cum diametro b g ex parte puncti g minorem angulo t e a: quoniam faciet minorem angulo t b g, qui eſt æqualis angulo t e a: & erit illa linea maior quàm linea a b: quia erit per 19 p 1 maior quàm linea b t, quæ eſt æqualis lineæ a b. Quælibet uerò linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e ad centrum ſpeculi, quod eſt b, faciet angulum cum diametro b g maiorem angulo t b g: ergo & maiorem angulo t e a: & erit quælibet illarum linearum minor quàm linea b t: ergo erit minor quàm linea b a. Patet ergo propoſitum.

33. Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui) exiſtentibus, & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi: ſi ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoſsibile eſt diametrum, in qua eſt punctus rei uiſæ cum diametro, in qua eſt centrum uiſus, angulum extrinſecum æqualem conſtituere angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis. Alhazen 79 n 5.

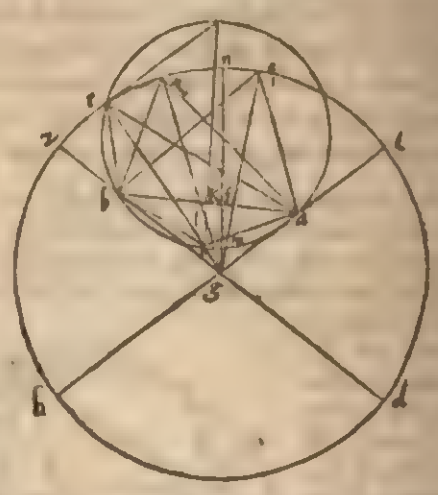
Sit b centrum uiſus: & centrum ſpeculi ſphærici concaui ſit g: & ducatur diameter per puncta b & g: quæ ſit z d: ſitq; a punctus rei uiſæ: & eſto, ut aliqua ſuperficies plana ſecet ſphæram ſpeculi ſuper circulum z e d per 69 th. 1 huius. Dico (ſi forma puncti a exiſtentis in diametro h g e reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b ab aliquo puncto circuli z e d: & ſi inæqualis eſt diſtantia punctorum a & b à centro ſpeculi, qđ eſt g) quòd diameter a g cũ diametro b g d ex parte pũcti d faciet angulum a g d, quem impoſsibile eſt eſſe æqualem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexiõis. Si uerò hoc ſit poſsibile, ponatur eſſe: & ſit punctus reflexionis t: ſitq; linea a g inæqualis lineæ b g: & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a: & fiat circulus tranſiens per tria puncta a g b trigoni a b g per 5 p 4: tranſibit ergo ille cir-



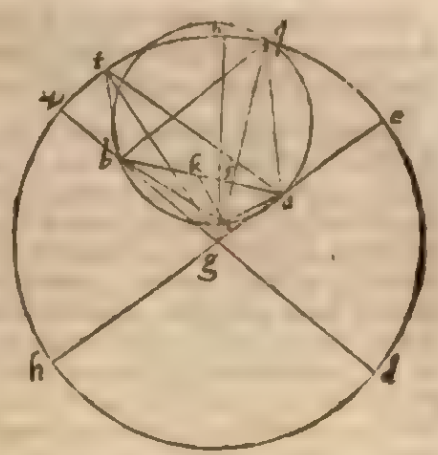
ille circulus necessariò per punctum t. Si enim trãseat extra punctum t: tunc ductis lineis à punctis a & b ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a: erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentię minoris circuli per 21 p 1 minor angulo a t b, sed accidit ipsum esse æqualem angulo a t b. Palàm enim per 22 p 3 quoniã ille angulus cum angulo a g b ualet duos rectos: quoniam omnes duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati ualent duos rectos: sed angulus a g b cum angulo a g d per 13 p 1 ualet duos rectos: angulus uerò a g d æqualis est angulo a t b ex hypothesi: ergo angulus a g b cum angulo a t b ualet duos rectos: erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod est contra 21 p 1. Similiter quoq; accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria, quæ sunt a, g, b, non ceciderit in punctum t, sed citra illud, & erit eadem deductio, quę prius. Restat ergo ut circulus transiens per puncta a, g, b transeat etiam per punctum t. Cum itaq; angulus a t g sit per 20 th. 5 huius æqualis angulo b t g: erit arcus a g æqualis arcui b g per 26 p 3: ergo per 29 p 3 erit linea b g æqualis lineæ g a: posita autem est esse inæqualis: hoc ergo est impossibile. Patet itaq; propositum, quoniã angulus a t b constans ex angulis incidentiæ & reflexionis formæ puncti a ad centrũ uisus existẽs in puncto b, semper est inæqualis angulo cõtento à diametris, in quibus sunt punctus rei uisæ, & centrũ uisus, extrinseco ad illũ angulũ incidentiæ & reflexionis. Quod est ꝓpositũ.

34. Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli (qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõcaui) existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi: si à duobus punctis arcus interiacentis diametrum, in qua est centrum uisus, & aliam, in qua est punctus rei uisæ, fiat reflexio: non erit uterq; angulus constãs ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo, extrinseco ad angulum cadentem in eundem arcum, à dicto diametris contento. Alhazen 80 n 5.

Sit, ut in præmissa proxima, centrum uisus b: & punctus rei uisæ a: centrum speculi sphærici concaui sit g: & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d: secetq; superficies plana speculũ secundum diametrum z d: eritq; per 69 th. 1 huius sectio communis circulus, qui sit e d h z: ducaturq; diameter e h, in qua sit punctus rei uisæ, qui est a: sitq; linea b g, quæ est distantia centri uisus à centro speculi, maior quàm linea a g. Dico quòd si forma puncti a reflectitur ad uisum existentem in puncto b à duobus punctis arcus e z, non erit uterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta, à quibus fit reflexio formæ puncti a ad uisum existentem in puncto b, quæ sunt puncta t & q: & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q. Si itaq; angulus b t a cõstans ex angulo incidentiæ, qui est a t g, & ex angulo reflexionis, qui est g t b, sit minor angulo a g d, qui est angulus extrinsecus angulo cadenti in arcum e z: & est ipse angulus a g d cadens in arcum e d. Dico quòd angulus a q b, qui constat ex angulo incidentiæ a q g, & angulo reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d. Dato enim quòd sit minor: ducatur linea g n diuidens angulum e g z per æqualia per 9 p 1: & ducatur linea a b continuans punctum rei uisæ, quod est a, cum centro uisus, quod est b. Palàm itaq; per 29 th. 1 huius, cum linea g n secet angulum b g a, cui subtenditur linea a b, quòd linea g n etiã secabit lineã a b: sit punctus sectionis f: erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ b g ad lineam g a, sicut lineæ b f ad lineam f a: sed linea b g ex hypothesi est maior quàm linea g a. est ergo linea b f maior quàm linea f a. Diuidatur itaq; linea a b per æqualia in puncto k per 10 p 1: & fiat per 5 p 4 circulus transiens per tria puncta, quę sunt a, b, t: qui circulus non transibit per punctum g, sed citra illud uersus puncta a & b. Dato enim quòd circulus ille transeat centrum g, sequeretur per 22 p 3 angulum a g b cum angulo a t b ęqualẽ esse duobus rectis: quoniã illi duo anguli erunt ex aduerso collocati in quadrilatero inscripto illi minori circulo: sunt autẽ illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesi, cum angulus b t a sit minor angulo a g d, qui per 13 p 1 cum angulo a g b ualet duos rectos. Igitur ille minor circulus non transibit per centrũ maioris circuli, quod est g. Similiter quoq; dico quòd non transibit ille circulus minor punctũ reflexionis secundũ, quod est q. Dato enim quod transeat punctũ q, cũ non transeat centrum g: sit punctus, in quo linea g q secat peripheriã illius circuli, punctus m. Quia itaq; anguli a q m & m q b sunt ęquales per 20 th. 5 huius, quoniã angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: & sunt cõstituti super illius circuli circumferentiam palàm per 26 p 3 quoniã arcus a m æqualis erit arcui m b: quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea g t secat circulũ, punctus o: eritq; palàm per 20 th. 5 huius & 26 p 3 quoniã arcus a o est equalis arcui o b: est autẽ arcus a o maior arcu a m: fiet ergo arcus o b maior arcu m b, pars suo toto: quod est impossibile. Nõ ergo trãsibit ille circulus per punctũ q: restat ergo, ut ille circulus transeat



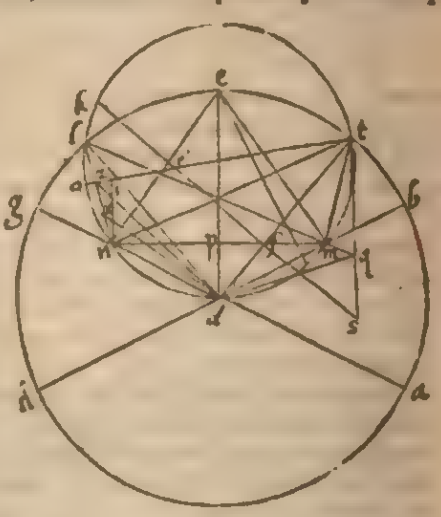
ſeat ultra punctum q: ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio, quę prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quę ſit o k: hæc ergo diuidit chordam b a per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſis. Ductis ergo chordis b o & a o, quæ erunt æquales per 29 p 3, patet per 8 p 1 quòd linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a. Sed per 18 p 1 angulus b a g maior eſt angulo a b g: eſt enim linea b g maior quàm linea g a ex hypotheſi, & per 32 p 1 angulus b f g ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32 p 1 angulus a f g ualet duos angulos f b g & f g b: ſed ex præmiſſis angulus a g f eſt æqualis angulo f g b, & angulus f a g maior eſt angulo f b g: ergo angulus a f g minor eſt angulo g f b: eſt ergo angulus g f a acutus, & angulus g f b obtuſus per 13 p 1 ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13 p 1: ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſſis: ergo per 14 th. 1 huius linea o k producta concurret cum linea g n ultra lineam b f, non autem ſub illa: ideo, quia ſi concurreret cum linea g f in puncto k: fierent per 1 p 6 trigona a g k & b g k æqualia: cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales: ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales: angulus enim a g b diuiſus eſt per æqualia per lineam g f, in quam cadit punctum k: ergo per 15 p 6 ſequitur latus b g fieri æquale lateri a g: quod eſt contra hypotheſim: uel ſequitur per 3 p 6 lineam b k fieri maiorem quàm fuit linea a k: quod item eſt contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſsibile, ſi punctus f cadat inter puncta b & k: fiet enim linea b k maior quàm linea b f: eſt aũt linea b f per 3 p 6 maior quàm linea f a: & ita eſt linea b f maior quàm linea k a: quod totum eſt impoſsibile: cadet ergo punctus f inter puncta k & a. Fiet ergo linearum o k & g n concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per trià puncta, quæ ſunt a, q, b: tranſibit ille circulus citra punctum g: quoniam, ut prius oſtenſum eſt, ſi tranſiret per punctum g, fieret per 22 p 3 angulus a q b æqualis angulo a g d per 13 p 1, quod eſt contra premiſſam proximam: tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 20 th. 5 huius & per 26 p 3 linea g q diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in puncto, qui ſit o: quoniam ipſa diuidit angulum b q a per æqualia. Ducatur quoq; linea k o, quæ, ut patet ex premiſſis, diuidit chordam b a per æqualia: ergo linea k o concurret cum linea g n infra lineam f b, & ultra punctum o. Quia enim, ut ſuprà oſtenſum eſt, linea o k eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o cadit in peripheriam circuli minoris, qui eſt a q b: à punctis ergo a & b copulentur, ut prius, chordæ b o & a o, patetq; per 4 p 1 quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus a o eſt æqualis arcui b o: arcus enim b a diuiſus eſt per æqualia in puncto o per lineam g q: lineæ ergo o k & g n concurrunt in puncto aliquo citra lineam b f, & ultra punctum o: quoniam linea g n diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſuprà patuit. Linea ergo k o cõcurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g n: concurret ergo cum linea g n ſub linea b f: cuius contrarium iam patuit in præmiſsis: oſtenſum enim fuit, quia concurrebat cum linea g n ultra lineam b f: & ita ſequeretur duas rectas lineas includere ſuperficiem: quod eſt manifeſtum impoſsibile. Reſtat ergo ut angulus a q b non ſit minor angulo a g d: aut quòd forma puncti a non reflectatur ad uiſum in punctum b à puncto q: quod eſt contra hypotheſim & impoſsibile. Eſt ergo angulus a q b non minor angulo a g d: ex quo ſequitur propoſitum, quòd in hac diſpoſitione non erit uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentię & reflexionis minor angulo extrinſeco, ad angulum cadentem in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una eſt centrũ uiſus, & in altera punctus rei uiſę. Patet ergo propoſitum: quoniã ſemper ſimilis erit improbatio, ſumpto quocunq; alio puncto arcus e n. Sed neq; ab aliquo puncto arcus z n poſsibile eſt fieri reflexionem formæ puncti a rei uiſæ ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ita ut angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto t, & ab illo alio puncto arcus n z ſit uterq; minor angulo a g d. Remanente enim diſpoſitione figuræ prioris, ſit, ut à puncto arcus n z fiat reflexio formæ puncti a ad uiſum b. Sit itaq; quòd angulus conſtans ex angulo incidentię & reflexionis, qui ſit ſuper punctum p, ſit minor angulo a g d, ſicut & angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui eſt ſupra punctum t, minor eſt eodem angulo a g d. Ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p: ſecabit ergo linea g p, lineam k o: quoniam, ut præmiſſum eſt, linea g t diuidit arcum a b minoris circuli per æqualia in puncto o per 26 p 3: eſt enim per 20 th. 5 huius angulus a t g æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o per æqualia. Et quoniã, ut præoſtenſum eſt, patet quod linea k o concurrit cum linea g n, linea g p ſecat angulũ n g t, cui ſubtenditur linea k o, concurrens cum linea n g ultra lineam b f: ergo per 29 th. 1 huius linea g p ſecabit lineam k o. Sit itaq; punctus ſectionis linearum g p & k o punctus l. & ducatur linea t p. Cum itaq; duæ lineæ g t & g p ſint æquales: quia ſunt ſemidiametri eiuſd: m circuli: erit per 5 p 1 angulus g t p æqualis angulo g p t. & uterq; acutus per 32 p 1. Ducta ergo linea perpendiculari à puncto t ſuper lineam g t, erit illa perpendicularis per 16 p 3 contingens ſpeculi circulum, qui eſt e d h z: & producta cadet ſuper terminum diametri minoris circuli per 31 p 3: cum angulus, quem efficit illa perpendicularis cum linea t g, reſpiciat ſemicir-



ſemicirculũ minoris: linea enim t o cadit ſuper lineã k o, fitq; angulus t o k minor recto per 42 th. 1 huius: linea enim o k eſt pars diametri circuli minoris, propter hoc quòd angulus o k b eſt rectus: & linea k o producta ſecat circulum minorẽ, tranſiens per eius centrũ per 1 p 3: ideo quòd ipſa ſecãs lineam b a orthogonaliter, & per æqualia ſecat ipſam neceſſariò: ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o per 14 th. 1 huius: eritq; punctus concurſus in puncto termini diametri circuli minoris per 31 p 3: cum ille angulus in ſemicirculo ſit rectus, qui ſit ſuper punctum t terminũ lineæ g t: ſed linea t p eſt inferior illa perpendiculari ex parte puncti n. Igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g centro ſpeculi ad lineam t p, ſecans diametrum o k: illa cadet neceſſariò in aliquod punctum lineæ t p citra perpendicularem. Cum igitur linea g p cadat in punctum p, & ſecet lineam o k: erit punctus p citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui ſubtenditur illa perpendicularis. Facto igitur circulo trãſeunte per tria puncta, quę ſunt a, b, p, tranſibit quidem ille circulus per punctum l: quoniam linea p l ſecabit illum circulum, ſicuti priorem circulum a b t ſecabat linea t o. Circulus itaq; a b p ſecabit circulum a b t in duobus punctis a & b: & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p inferiorem puncto t (cum ſit citra illum circulum uerſus punctum t) neceſſariò ſecabit illum circulum in tertio puncto, quod eſt contra 10 p 3 & impoſsibile. Reſtat igitur, ut forma puncti rei uiſæ, qui eſt a, non reflectatur ad uiſum exiſtentẽ in puncto b à duobus punctis arcus z n: ita ut quilibet angulorum illorum ſit minor angulo a g d. Palàm ergo, quòd impoſsibile eſt, ut forma puncti a reflectatur ad uiſum b à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros, qui eſt e z, ita ut uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo a g d. Quod eſt propoſitum.

35. In ſpeculis ſphæricis cõcauis duo pũcta, qui in diuerſis diametris, & inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentes à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros, in quibus illi puncta conſiſtunt, ad ſe mutuò reflectantur, poſsibile eſt inueniri. Alhazen 81 n 5.

Sit circulus (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui) cuius centrum d: & ſumantur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d: dico quòd poſsibile eſt fieri, quod proponitur. Diuidatur enim angulus g d b per æqualia per ſemidiametrum d e: & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e ſuper diametrũ b d: & ſumatur linea n d in diametro d g æqualis lineæ m d: & fiat per 5 p 4 circulus tranſiens per tria puncta m, d, n: hic ergo neceſſariò tranſibit ultra punctum e. Si enim detur, quòd ille circulus tranſeat punctum e, ducantur lineæ m e & n e: fietq; quadrangulũ d m e n intra circulũ: ergo per 22 p 3 duo anguli iſtius quadranguli ex aduerſo collocati, ut qui ſunt ad puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis: quod eſt impoſsibile: quoniam duo anguli e m d & e n d ambo ſunt acuti, minores duobus rectis: ideo quòd lineæ e m & e n cadunt ultra perpendiculares ductas à pũcto e ſuper ſemidiametros b d & g d. Similis quoq; fiet deductio, ſi circulus trãſeat citra punctum e: tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erũt iterum minores duobus rectis. Tranſit igitur circulus d m n extra punctum e: ſecabit ergo circulum propoſitum ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10 p 3: ſint illa duo puncta t & l: & ducantur lineæ n t, m t, n l, d l, m l: & ducatur linea m n ſecans lineã t d in puncto f, & lineam e d in puncto p. Cum itaq;, ut patet ex præmiſsis, linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d cõmunis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n: palàm per 4 p 1 quoniã triangulus p m d æqualis eſt triangulo p n d: erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus: angulus itaq; p f d eſt acutus per 32 p 1. Ducatur ergo à puncto f linea perpendicularis ſuper lineam d t per 11 p 1, quæ producta ad circunferentiam minoris circuli ſit linea f k. Hæc itaq; ſecabit lineam l n: uel non ſecabit. Si non ſecet: erit quilibet punctus lineę l n propinquior puncto n, quàm punctus k. Si ſecet: palàm itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctũ k: ſit ille punctus z: & ducatur linea t z: quæ producatur uſq; ad circunferentiam circuli minoris, cadatq; in punctum o. Arcus itaq; n o aut eſt minor arcu t l: aut non. Si non fuerit minor, abſcindatur ex eo arcus minor arcu l t, & ducatur ad terminum illius arcus linea à puncto t, & erit idem, ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcu l t. Sit ergo arcus n o minor quàm ſit arcus t l: ergo per 33 p 6 angulus t n l eſt maior angulo o t n. Secetur ergo ex angulo t n l angulus æqualis angulo o t n, qui ſit i n z: cadetq; punctum i in lineam t z per 29 th. 1 huius: & ſuper punctum t lineæ m t per 23 p 1 fiat angulus æqualis angulo o t n, qui ſit angulus q t m. Cum itaq; angulus t m l ſit maior angulo m t q: quia arcus t l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſsis: arcus uerò n o determinat quantitatem anguli m t q, qui eſt æqualis angulo o t n: palàm ergo per 14 th. 1 huius quoniã concurret linea t q cum linea l m: ſit itaq; concurſus in puncto



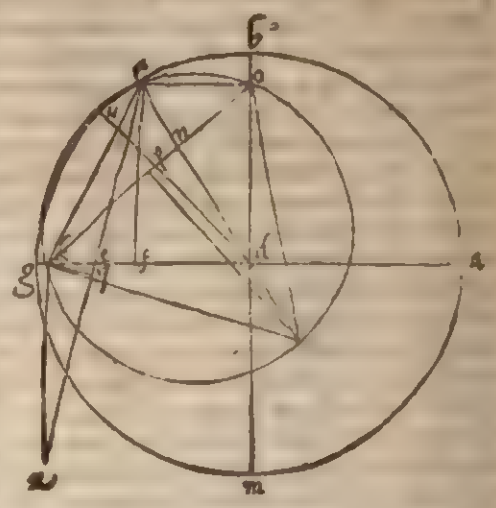
q. Cum

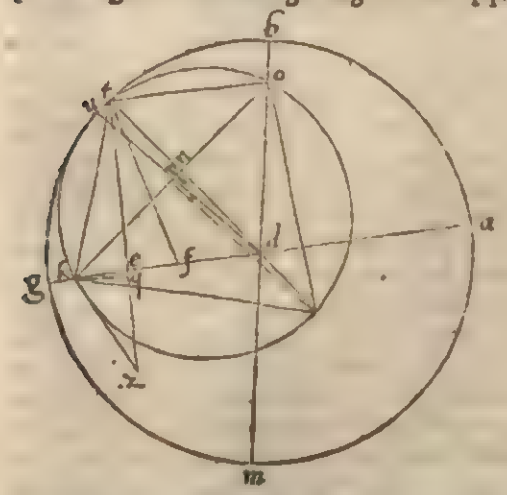
q Cum igitur angulus l m t sit æqualis duobus angulis m q t & m t q per 32 p 1, & angulus l n t sit æqualis angulo l m t per 27 p 3, sunt enim constituti super eundem arcum: qui est l t: & cum angulus i n z ex præmissis sit æqualis angulo m t q: erit angulus i n t, æqualis angulo m q t: est ergo per 32 p 1 triangulus m t q æquiangulus triangulo i n t, cum angulus o t n sit æqualis angulo m t q: & similiter triangulus i n z est per 32 p 1 æquiangulus triangulo t n z, cum angulus t z n ambobus illis triangulis sit cõmunis, & angulus i n t sit æqualis angulo o t n. Est ergo per 4 p 6 proportio lineæ n t ad lineã t q, sicut lineæ n i ad lineã m q: & similiter est proportio lineæ t n ad lineã t z sicut lineæ n i ad lineã n z: sed linea t z est maior quàm linea t q: quod patet per hoc. Sit enim r punctus, in quo linea t z secat lineam k f: angulus itaque t f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam t d: ergo per 32 p 1 angulus f t r est acutus. Quia uerò linea d m, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ d n: erit per 28 p 3 arcus d m æqualis arcui d n: ergo per 27 p 3 angulus m t d est æqualis angulo d t n: sed angulus q t m est æqualis angulo o t n ex præmissis: sit ergo angulus q t f æqualis angulo f t r: quia ex æqualibus angulis constat: angulus ergo q t f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam t d: angulus quoque t f k est rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea k f producta concurret cum linea t q: sit pũctum concursus s: & linea producta à puncto t usque ad punctum s, quod est punctum concursus, cuius pars est linea t q, est æqualis lineæ t r. Quoniam enim illorum trigonorum anguli ad punctum f fiunt recti, & ad punctum t ex præmissis sunt æquales: patet per 32 p 1 quoniam illi trigoni t f s & t f r sunt æquianguli, & linea t f communis: reliqua ergo latera, quæ sunt t s & t r sunt æqualia per 26 p 1: sed linea t s est maior quàm linea t q, & linea t z est maior quã linea t r: linea ergo t q est minor quàm linea t z. Est ergo per 8 p 5 maior proportio lineæ n t ad lineam t q, quàm lineæ n t ad lineam t z: igitur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineã n z: quare per 10 p 5 linea m q est minor quàm linea n z. Secetur ergo ex linea n z linea æqualis lineæ m q, quæ sit n x: & ducatur linea d x. Et quoniam per 22 p 3 angulus l n d cum angulo l m d ualet duos rectos, & angulus q m d cum angulo l m d per 13 p 1 ualet duos rectos: erit angulus l n d æqualis angulo q m d: ergo per 4 p 1 triangulus x n d est æqualis triangulo d m q: & linea d x æqualis lineæ d q: & angulus x d n est æqualis angulo q d m: & angulus d x n æqualis angulo d q m. Sed angulus d x z est maior recto, cum sit maior angulo d n x per 16 p 1: & angulus d n x est maior recto per 31 p 3: quoniam cadit in portionem minorem semicirculo, quę est d n l: & etiam patet hoc per 22 p 3. Quoniam enim angulus l m d est acutus: quia angulus e m d est acutus ex præmissis: patet quòd angulus d n l est obtusus: ergo per 19 p 1 linea d z est maior quàm linea d x: ergo linea z d est maior quam linea q d. Forma ergo pũcti q potest reflecti ad punctum z à duobus punctis speculi, quę sunt t & l: & puncta q & z sunt inæqualis distantię à centro & in diuersis diametris: quod patet ideo quod angulus x d n est æqualis angulo q d m: addito ergo cõmuni angulo x d m, erit angulus n d m æqualis angulo q d x: sed angulus n d m est minor duobus rectis: ergo & angulus q d x: ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis. Ergo duo puncta q & z non sunt in eadem diametro, sed in diuersis. Et hoc est propositum.

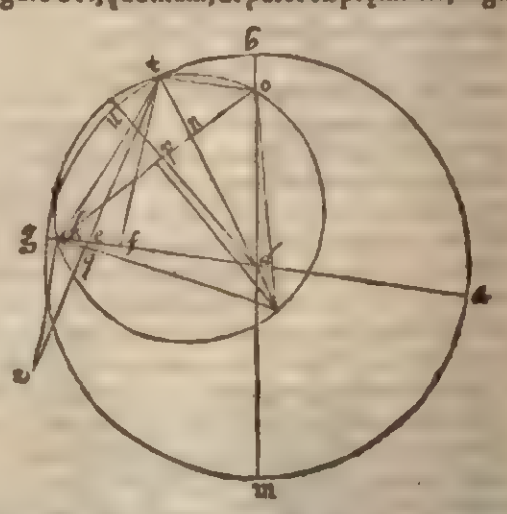
36. A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantib. à centro & in diuersis diametris existentibus, ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros, in quibus illa puncta consistunt: impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti. Alhazen 82. n 5.

Sit circulus speculi sphærici concaui a g b, cuius centrum sit d: & sint duo pũcta k & o ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus b g: sitq; punctum k remotius à cẽtro speculi, quod est d, quàm punctus o: & sint lineæ g d a & b d m duę diametri, in quibus sunt puncta illa k & o: sitq; punctum k in semidiametro g d, & punctus o in semidiametro b d: reflectanturque formæ illorum punctorum ad inuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur per præcedentem: & sit t unus punctus arcus b g, à quo fit reflexio. Palàm ergo ex 34 huius quòd non uterque duorum angulorum constantium ex angulis incidentię & reflexionis erit minor angulo o d a: neque est aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d a, ut patet per ea, quæ declarata sunt in 33 huius: alter ergo illorum erit maior angulo o d a: sit itaque angulus, qui est super punctum t, maior angulo o d a: & ducantur lineę o t, d t, k t: & ex angulo o t k secetur per 27 th. 1 huius angulus æqualis angulo o d a, qui sit o t f, ducta linea t f super diametrum g d: & diuidatur angulus f t k per æqualia per 9 p 1, ducta linea t e super lineam k f: & à puncto k ducatur linea æquidistans lineæ t f per 31 p 1: quæ sit k z. Et quoniam linea t f æquidistans lineę k z, concurrit cum linea t e in puncto t: patet quòd linea k z concurret cum linea t e, producta per 2 th. 1 huius: sit ergo linea k z concurrens cum linea t e in puncto z: & ducatur linea o k. & per 9 p 1 diuidatur angulus o d k per æqualia per lineam d u secantem lineam k o in puncto p. Cum ergo sit linea k d maior quàm linea o d, ut patet ex hypothesi: & quia per 3 p 6 est proportio lineæ k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o: erit linea k p maior quàm linea p o. Item sit, ut linea d t secet lineam k o in puncto n: palam quòd linea d p u cadet inter duo puncta k & n: non autem inter duo puncta n & o. Quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d per 32 p 1: sed angulus p d o est æqualis angulo p d k: & angulus k o d maior est angulo o k d per 19 p 1: ergo angulus k p d maior est angulo o p d: est ergo angulus k p d maior recto per 13 p 1: & angulus o p d est acutus. Sed & angulus k n d est acutus: quod patet: si fiat circulus transiens per tria puncta o, t, k per 5 p 4: hic enim transibit infra punctum d, quod est cen-

trum circuli maioris Quoniam cum angulus o t k sit maior angulo o d a ex hypotheſi: erunt duo anguli o d k & o t k maiores duobus rectis: quod eſſet impoſsibile per 22 p 3, ſi circulus ille tranſiret punctũ d: uel ſupra punctum d: quoniam eadem eſt demonſtratio. Linea uerò n d diuidet k o arcum illius circuli per æqualia per 26 p 3: quoniam diuidit angulum o t k per æqualia ex hypotheſi: fiet autem illa diuiſio arcus k o infra punctum d. Si uerò ab illo puncto diuiſionis arcus o k ducatur linea ad medium punctũ lineę o k (quę eſt chorda illius arcus o k) erit linea illa perpendicularis ſuper lineam o k per 8 p 1, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cũ linea k p ſit maior quàm linea p o ex præmiſsis: & angulus ſuper punctum n ex parte illius perpẽdicularis erit acutus: ergo & ex parte p erit acutus: & angulus ſuper pũctũ p ex parte o erit acutus: hoc enim oſtenſum eſt ſuperius. Si ergo detur quòd punctus p cadat inter duo puncta n & o: impoſsibile erit perpẽdicularem illam cadere inter puncta n & p: quia tunc ſecaret lineam d p: & fieret triangulus: cuius unus angulus eſſet rectus, & alius obtuſus: quod cum ſit impoſsibile, neceſſe eſt angulum k n d eſſe acutum: ergo per 13 p 1 angulus o n d eſt obtuſus: punctum ergo p nõ cadet inter puncta n & o. Quoniam cum angulus o n d ſit obtuſus, & ut patet ex præmiſsis, angulus d p k eſt obtuſus: ſequeretur ergo in trigono d n p duos eſſe angulos obtuſos: quod cum ſit impoſsibile per 32 p 1: palàm quia punctus p non cadet inter puncta n & o: non cadit etiam in punctum n, ut eſt euidẽs. Cadet ergo inter puncta k & n. Quia ergo, ut patet ex præmiſsis, angulus k t d eſt medietas anguli k t o: ſed & angulus k t e eſt medietas anguli k t f: angulus uerò k t o maior eſt angulo f t o, in angulo k t f: reſtat ergo ut angulus e t d ſit medietas anguli f t o: ſed angulus f t o eſt æqualis angulo o d a: igitur angulus e t d eſt medietas anguli o d a: ſed angulus o d a cum angulo o d f ualet duos rectos per 13 p 1, & tres anguli trianguli e t d ualent duos rectos per 32 p 1: tres ergo anguli trigoni e t d ſunt æquales duobus angulis o d a & o d f: ablato ergo angulo e d t hinc inde illis angulis communi, & ablato angulo e t d, qui eſt medietas anguli o d a: reſtat ut angulus t e d æqualis ſit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n: ſed angulus o d p, qui eſt medietas anguli o d k cum medietate anguli o d a eſt rectus: eſt autem angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29 th. 1 huius: cum, ſicut patet ex præmiſsis, punctum n lineæ d n cadat inter puncta p & o: eſt ergo angulus o d p cum medietate anguli o d a maior angulo t e d cum medietate anguli o d a. Patet ergo cum angulus o d k cum medietate anguli o d a ſit rectus, quoniam angulus t e d eſt acutus: quare per 15 p 1 et contrà poſitus, qui eſt angulus k e z, eſt acutus. Igitur ſi per 12 p 1 à puncto k ducatur perpendicularis ſuper lineam t z, illa cadet inter puncta e & z: quia, ut patet ex præmiſsis, linea k e non eſt perpendicularis ſuper lineam t e z. Si uerò dicatur quòd illa perpendicularis cadat ultra pũctum e ſuper lineam t e: tunc cum angulus t e k per præmiſſa & 13 p 1 ſit obtuſus: accidet triãgulum habere duos angulos unum rectum & alium obtuſum: quod eſt impoſsibile per 32 p 1. Cadet itaque perpendicularis illa inter puncta e & z: quæ ſit linea k q. Hoc autem ſeruato, nunc quidem neceſſarium interponimus: ſcilicet quòd linea k t ſe habet ad lineam t f, ſicut linea k d ad lineam d o. Eſt enim linea t o aut æquidiſtans lineę k d, aut concurrens cum illa. Sit primũ æquidiſtans: erit ergo per 29 p 1, angulus o d a æqualis angulo t o d: eſt ergo angulus t o d æqualis angulo o t f, quoniam, ut patet ex præmiſsis, angu

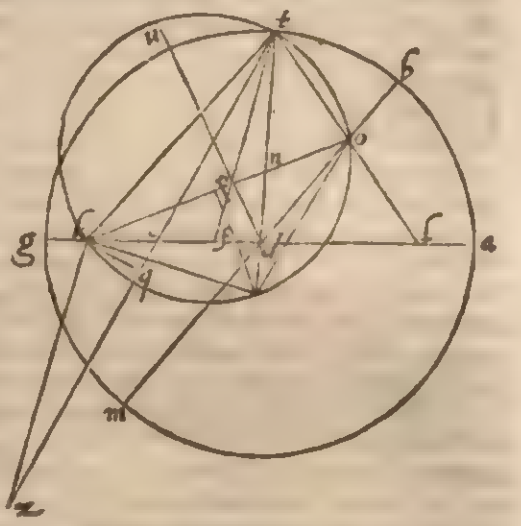


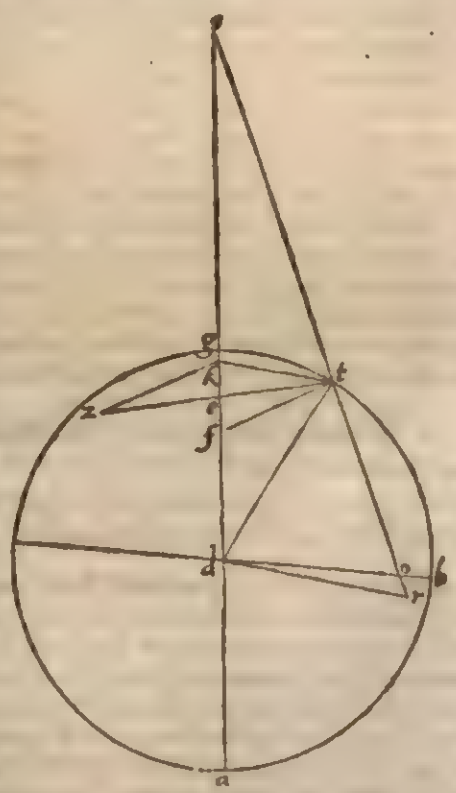




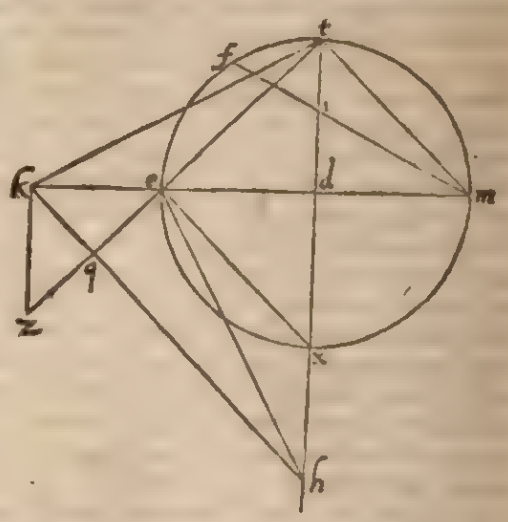
li o t f & o d a ſunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & t f aut æquidiſtabunt, aut concurrent. Si æquidiſtent, cum illæ cadant inter lineas k d & t o æquidiſtantes: palàm per 34 p 1 quoniam ipſę erũt æquales,

æquales. Si uerò lineæ o d & t f concurrunt, facient triangulum, cuius duo latera erunt æqualia per 6 p 1: quoniam duo eius anguli, qui sunt f t o & d o t, sunt æquales. Linea uerò f d secat illa duo latera æqualia æquidistanter basi d o: erit ergo per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorum laterum ad lineã d o, sicut alterius ad lineam f t: est ergo linea t f æqualis lineæ o d per 9 p 5. Fit autem hęc deductio cum lineę illæ concurrunt sub linea k d. Quòd si cõcurrãt sub linea t o, erit eadẽ probatio: quia fiet triãgulus, cuius unũ latus est linea t o, & alia duo latera æqualia p 6 p 1, ut prius: ꝙa linea t o est æquidistãs lineæ d f, erit per 2 p 6 & 18 p 5 proportio unius illorũ duorũ laterũ ad lineã t o, sicut alterius ad lineã t f, eruntq; ut prius, per 9 p 5, lineę t f & d o æquales. Itẽ patet quòd angulus t d k est æqualis angulo d t o per 29 p 1: ideo quòd linea t o data est æquidistans esse lineæ k d: ergo angulus t d f est æqualis angulo d t k, cum anguli d t o & d t k sint æquales ex hypothesi & per 20 th. 5 huius: ergo per 6 p 1 lineę d k & t k sunt æquales: est ergo per 7 p 5 proportio lineę t k ad lineam t f, sicut lineæ k d ad lineam d o: ideo quòd antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uerò linea t o non æquidistat, sed cõcurrit cũ linea k d: aut hoc est ad partẽ pũcti a: aut ad partẽ pũcti g diametri a g. Si fiat cõcursus ex parte a: sit hoc in pũcto l. Manifestũ ergo per 13 th. 1 huius quoniã, proportio lineę t k ad lineã t f cõponitur ex proportione lineę t k ad lineã t l, & ex proportione lineę t l ad lineam t f: sed proportio lineę k t ad lineam t l est, sicut proportio lineę k d ad lineã d l per 3 p 6: linea enim d t diuidit angulum k t o per æqualia ex hypothesi. Quia uerò angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l t f, & angulus ad punctum l communis est ambobus trigonis t l f & o d l: patet per 32 p 1 quòd tertius angulus est tertio æqualis: erit ergo per 4 p 6 proportio lineę t l ad lineã t f, sicut lineæ d l ad lineam d o. Proportio itaque lineę t k ad lineã t f constat ex proportione lineę k d ad lineam d l, & lineę d l ad lineam d o: sed proportio lineę k d ad lineã d o cõstat ex eisdem proportionibus, posita linea d l media per 13 th. 1 huius: ergo proportio lineę k t ad lineam t f est, sicut proportio lineę k d ad lineam d o. Si autem linea t o cõcurrat cum linea k d ex parte g: fiat concursus in puncto s: & à puncto d ducatur linea æquidistans lineę k t, quæ sit d r, concurrens cum linea t o producta ultra punctum o in pũcto r: igitur angulus k t d æqualis est angulo t d r per 29 p 1: sed & angulus k t d ex hypothesi æqualis est angulo d t o: ergo anguli d t r & d r t sunt æquales: ergo per 6 p 1 linea d r est æqualis lineæ t r. Sed quoniam triangulus s t k æquiangulus est triangulo s r d per 29 p 1, & ꝓpter angulũ a s d cõmunẽ: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ d r ad lineã s r, sicut lineę k t ad lineã t s: sed linea d r est æqualis lineæ r t: est ergo p 7 p 5 proportio lineę r t ad lineã r s, sicut lineæ k t ad lineã t s: sed proportio lineę r t ad lineam r s est, sicut proportio lineæ d k ad lineam d s per 2 p 6 & per 18 p 5: igitur per 11 p 5 est proportio lineæ k t ad lineam r s, sicut lineæ k d ad d s. Sed quoniam angulus f t o æqualis est angulo o d a: erit angulus o d s æqualis angulo f t s per 13 p 1, & angulus ad punctum s est communis: erit ergo triangulus o d s æquiangulus triangulo f t s per 32 p 1: ergo per 4 p 6 est proportio lineæ t s ad lineam t f, sicut lineæ d s ad lineam d o: est autem proportio lineæ k t ad lineam t s, sicut lineæ k d ad lineam d s: ergo per 22 p 5 erit proportio lineæ k t ad lineam t f, sicut lineę k d ad lineam d o. Quia uerò linea k z æquidistat lineæ t f, ut patet ex præmissis, erit per 29 p 1 angulus k z e æqualis angulo e t f: sed angulus k e z est æqualis angulo t e f per 15 p 1: ergo trigoni k z e & e t f sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam t f: sed proportio lineę k e ad lineam e f est, sicut lineę k t ad lineam t f per 3 p 6: quia angulus k e f diuisus est per æqualia per lineam t e: lineæ ergo k z & k t ad eandem lineam t f eandem habent proportionem: ergo per 9 p 5 linea k z est æqualis lineę k t: sed ex præmissis patet, quòd est proportio lineæ z k ad lineam t f, sicut lineæ z e ad lineam e t: est ergo per 11 p 5 proportio lineę z e ad lineam e t, sicut lineæ k d ad lineam d o: sed





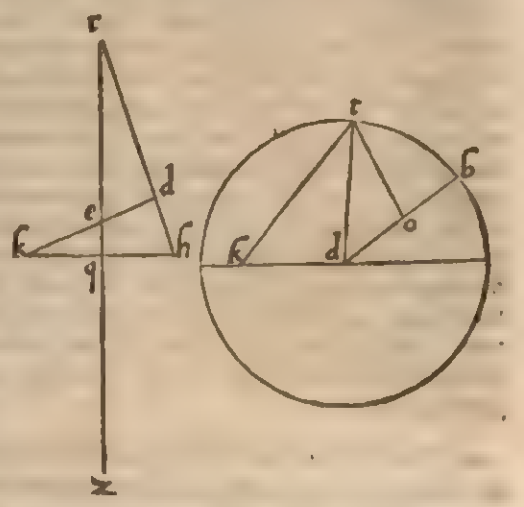
d o: ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quàm linea d o: linea ergo z e eſt maior quàm linea e t: & hoc quidem pro alijs reſeruantes nunc ad propoſitum redeamus. Quia uerò, (ut ſuprà patuit) linea k q eſt perpendicularis ſuper lineam e z: erunt omnes anguli circa punctum q recti: ſed angulus e t d eſt acutus, quoniam eſt medietas anguli f t o, ut ſuperius oſtenſum eſt: ergo per 14 th. 1 huius linea k q concurret cum linea t d: ſit punctus concurſus h: & ducatur linea e h: & à puncto e ducatur linea æquidiſtans lineæ k h producta uſq; ad lineá d h, quę ſit e x, ſecans h d lineá in puncto x: fiatque per 5 p 4 circulus tranſiens per tria puncta, quę ſunt e, t, x: & immutetur figura (ſi placet) propter diuerſam intricationem linearum. Quia itaque angulus t q h eſt rectus, ut patet ex præmiſsis: erit per 29 p 1 angulus t e x rectus: ergo per 31 p 3 linea x t erit diameter illius circuli, qui eſt e t x: & producatur linea k e per triangulum orthogonium t e x, & trans circulum, cadens in punctum m circumferentiæ circuli t e x: & ducatur linea m t: & erit angulus t m e æqualis angulo t x e per 27 p 3: cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum, qui eſt e t: ſed angulus t x e æqualis eſt angulo t h k per 29 p 1: quoniam lineæ e x & k h ductæ ſunt æquidiſtantes: erit ergo angulus t m e æqualis angulo t h k: ſed angulus t h k maior eſt angulo d h e: quod patet per 29 th. 1 huius: ſecat enim linea h e baſim k d: ergo angulus t m e maior eſt eodem angulo d h e. Reſecetur ergo ab angulo t m e angulus æqualis angulo d h e per 27 th. 1 huius, qui ſit angulus f m d ducta linea f m: & punctus, in quo linea f m ſecat lineam t x, ſit i. Palàm ergo, cum ex præmiſsis angulus i m d ſit æqualis angulo d h e, & per 15 p 1 angulus i d m ſit æqualis angulo e d h: quoniam per 32 p 1 triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo d h e: ergo per 4 p 6 eſt proportio lineę h d ad lineam d m, ſicut lineę e h ad lineam i m. Et ſimiliter triangulus t m d ſit ſimilis triangulo k h d: cum, ſicut patet ex præmiſsis, angulus d h k ſit æqualis angulo t m d, & per 15 p 1 angulus t d m ſit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32 p 1: erit ergo proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę h d ad lineam d m: eſt autem proportio lineæ h d ad lineam d m, ſicut lineę e h ad lineam i m: eſt ergo per 11 p 5 proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę e h ad lineam i m: ſed proportio lineæ k d ad lineam d t eſt nota: quoniam ſemper una & eadem permanet, quicunque pũctus reflexionis ſit t in arcu b g: quia ſemper linea d t, quæ eſt ſemidiameter, eſt una, & linea k d ſimiliter eſt ſemper una: quoniam ipſa eſt diſtantia alterius punctorum reflexorum à centro ſpeculi. Linea etiam e h una permanet in quacunque reflexione, & non mutatur eius quantitas quoniam non mutatur quantitas anguli e d h, qui eſt medietas anguli o d a, qui non mutatur. Quare linea i m ſemper erit una & æqualis: erit ergo punctus circumferentiæ, in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui eſt punctus f, ſemper notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g poſsit fieri reflexio: continget ducere à puncto f ad circulum t x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametrum t x & peripheriá circuli ſit æqualis lineæ i m per 9 p 5: quia ſemper erit proportio lineę k d ad lineam d t, ſicut lineę e h ad quamlibet illarum linearum: patet autẽ hoc eſſe impoſsibile per 123 th. 1 huius, quòd ab eodem puncto dato in circũferentia circuli extra diametrũ per ipſam diametrum ad circumferentiam (ita ut pars lineæ interiacentis diametrum ad reliquam partem circunferentiæ ſit æqualis datæ lineæ) non niſi duæ lineę æquales duci poſſunt. Quare à duobus tantùm punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio. Quod eſt propoſitum.



37. Secundum modũ datæ linea à dato puncto ſpeculi ſpharici concaui ductæ: poſsibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia, ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantùm alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros, in quibus illa pũcta conſiſtunt, ad ſe mutuò reflectantur. Alhazen 83 n 5.

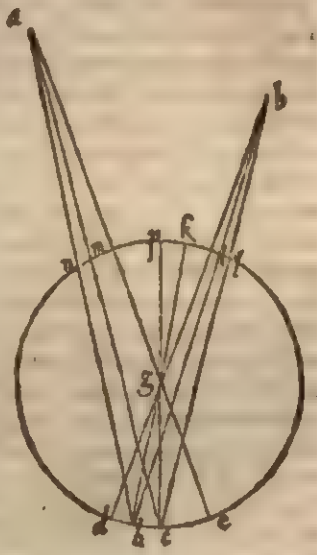
Remaneat diſpoſitio proximæ: ſitque datus quicunque punctus ſpeculi: qui ſit t: proponitur nobis, ut inueniãtur duo puncta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtentia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantùm alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuò reflectantur. Sit enim, ut, quantacunque placuerit, ſumatur linea z t: quæ per 119 th. 1 huius diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineę z e ad lineam e t, ſicut in præcedẽte propoſitione prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineę k d ad lineam d o. Et quoniam ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quam linea d o: erit linea z e maior quàm linea e t: diuidaturque linea z t per æqualia in puncto q per 10 p 1: & à puncto q ducatur perpendicularis ſuper lineam z t per 11 p 1: & fiat angulus e t d æqualis medietati anguli o d a per 23 p 1: erit quidem ille angulus e t d acutus: ergo per 14 th. 1 huius linea t d concurret cum perpendiculari ducta à puncto q ſuper lineam z t: ſit concurſus in puncto h. Completum eſt ergo trigonum orthogonium, quod eſt t q h, in cuius altero laterum rectum angulum t q h continentium,

tinentium, quod eſt t q, datus eſt punctus e: poſsibile eſt ergo à puncto e per 137 th. 1 huius duci lineam ad baſim trigoni t q h, quę eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cum altero laterum rectum angulum continentium, quod eſt q h, producto ultra punctum q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partem abſciſſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam. Sit à puncto e taliter producta linea d e k, ita ut ſit proportio totius lineæ k d ad lineam d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrum ſphæræ ſpeculi: ergo per 9 p 5 linea d t erit æqualis ſemidiametro. Punctum ergo d eſt centrum ſpeculi. Et angulo k t d fiat per 23 p 1 ſuper punctum t terminum lineę d t æqualis angulus, qui ſit o t d. Dico quoniam punctus ſpeculi (qui eſt t) eſt punctus reflexionis formæ puncti o ad uiſum exiſtentem in pũcto k: uel econuerſo formæ puncti k ad punctum o: & quòd ab illo dato puncto t & ab uno tantùm alio propoſiti arcus puncto ſit illorum pũctorum mutua reflexio. Et hęc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis præcedentis, prout huic propoſito eſt neceſſe. Patet ergo propoſitum.



38. Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſpherici concaui exiſtentibus, ambobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum, & inaqualiter diſtantibus à centro, reſpicientibus arcum ſpeculi, à quo ſit reflexio: ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris, non eſt ea poſsibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus. Alhazen 84 n 5.

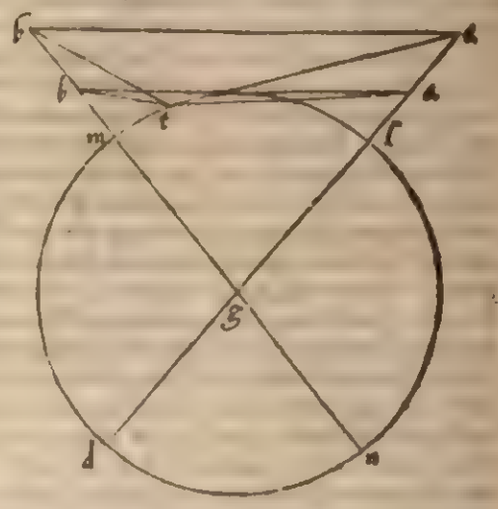
Sint duo puncta a & b in diuerſis diametris extra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpherici concaui) cuius centrum ſit g: ſintque illę diametri a e & b d: & ſit pũctus reflexionis t: & ducantur lineę b t, a t, g t. Linea itaque b t ſecabit arcum circuli: ſit punctus ſectionis q: ſed & linea a t ſecabit peripheriam eiuſdem circuli: ſit punctus ſectionis m. Et quoniam angulus b t g æqualis eſt angulo a t g: palàm per 26 p 3 quoniam cadunt in arcus æquales. Producatur ergo diameter t g ad aliam partem peripheriæ in punctum p: & erit arcus q p arcui m p æqualis. Si igitur forma puncti b reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto a ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem: ſit illud aliud punctum h. & ducantur lineę a h, b h, g h: & ſecet linea b h circulum in pũcto l, & linea a h in puncto n: producaturq; ſemidiameter h g in punctum circumferentiæ, qui ſit k. Secundum prædicta itaque erit arcus l k æqualis arcui n k: ſed habitum eſt prius, quòd arcus q p eſt æqualis p m: ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p: accidit igitur impoſsibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale. Quocunque uero alio pũcto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſsibile. Reſtat ergo ut forma puncti b non reflectatur ad uiſum a à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppoſiti diametris, in quibus ſunt puncta a & b, præterquàm à puncto t. Idem quoque accidit impoſsibile. & eodem modo deducendum, ſi unum datorum punctorũ ſit in circulo, reliquum uerò extra circulum. Patet ergo propoſitum.



39. Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſpherici concaui exiſtentibus ambobus extra circulum: ſi linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum: non eſt poſsibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti, niſi ab uno tantùm illius ſpeculi puncto. Alhazen 85 n 5.

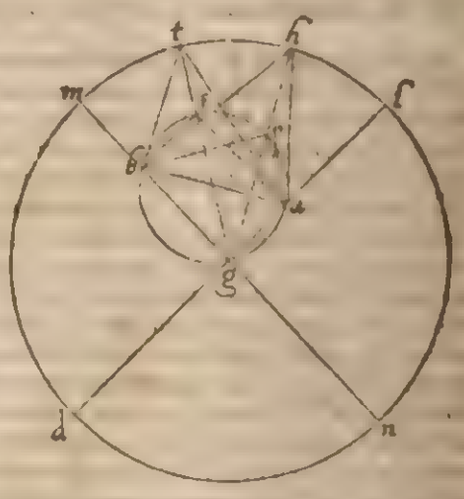
Sint, ut in pręcedente theoremate, duo puncta a & b in diuerſis diametris extra circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſpherici concaui) cuius centrum ſit g: ſintque illæ diametri l d & m n: ſitque punctus a in ſemidiametro l g, & punctus b in ſemidiametro m g: & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b: & hæc contingat circulum illum, à quo per 2 huius poteſt fieri reflexio: ſitque ille contactus in arcu circuli, qui ſit arcus l m: aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculum: dico quòd à nullo puncto arcus l m interiacentis diametros, in quibus ſunt illa puncta, fit reflexio formæ unius punctorum a uel b ad punctum reliquum. Sumpto enim quocunque puncto in arcu l m, ut puncto t, ductiſque lineis a t & b t, ſi linea a t cadat intra ſpeculum, linea b t neceſſariò cadet extra ſpeculum: quoniam hoc requirit talis ſitus ſpeculi: & econuerſo ſi li-

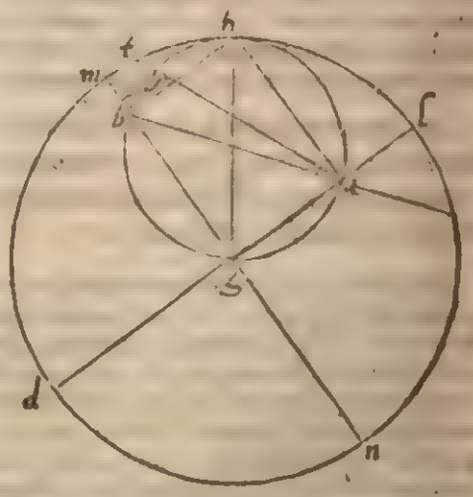
nea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadet extra: ſemper enim altera linearum ab illis duobus punctis a & b ad illud punctum ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculum: & ſic item neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m. Similiter quoque patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculũ, non contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m: quia neque tunc ambæ lineę a t & b t cadent intra ſpeculum: ſed ſi una erit intra ſpeculum, reliqua erit tota extra ſpeculum: unde non fiet reflexio ſecundum illam: ab aliquo tamen puncto arcus d n poteſt fieri reflexio per 27 huius: & ab uno tantùm puncto illius arcus, ut patet per præcedentem: & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi. Quod eſt propoſitum.



40. Exiſtẽtib. duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſpharici concaui, inæqualiter diſtantibus à centro: ſi linea continuans illa punctа producta ſecet circulum, unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantùm puncto ſpeculi, uel à duobus, aut à tribus, aut à quatuor poſsibile eſt reflectis: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 86 n 5.

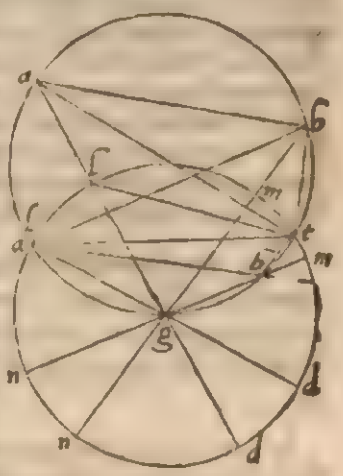
Sint, ut ſuprà, duo puncta a & b in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, ita ut punctus a ſit in diametro l d, & pũctus b in diametro m n: ſintque illa puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi, quod eſt g: & linea a b ducta ab uno illorũ punctorum ad alterum producta ſecet circulum: dico quòd uerum eſt, quod proponitur. Fiat enim circulus pertranſiens per centrum ſpeculi, quod eſt g, & per ſua duo puncta a & b per 5 p 4: circulus itaque ille a b g aut totus erit intra circulum ſpeculi: aut continget ipſum intrinſecus: aut ſecabit ipſum. Si totus circulus a b g fuerit intra ſpeculi circulum, palàm per 6 huius quòd unum illorum punctorum reflectetur ad alterum ab aliquo puncto ſpeculi & propoſiti circuli, ut patet per 2 huius, & per 20 th. 5 huius. Sit ergo punctus reflexionis t: palamq; per 20 huius quòd pũctus t eſt in arcu interiacente diametros, in quibus ſunt puncta a & b: qui ſit arcus l m: & ducantur lineæ a t, b t, g t: erit quoque angulus a t b minor angulo b g d. Sit enim, ut ſemidiameter g t ſecet circulum a b g in puncto f: & ducantur lineæ a f & b f: fientque duo trigona a t b & a f b ſuper unam baſim, quæ eſt a b: palam ergo per 21 p 1 quoniam angulus a f b eſt maior angulo a t b: ſed per 22 p 3 angulus a f b cũ angulo a g b ualet duos rectos: ergo per 13 p 1 angulus a f b eſt æqualis angulo b g d: angulus ergo a t b eſt minor angulo b g d. Quilibet quoq; angulus ſic factus ſuper arcum l m, ut ſuper punctũ h, erit minor angulo b g d. Ab arcu itaq; ſpeculi, qui eſt l m, nõ fiet reflexio niſi ab uno tantũ pũcto ſpeculi: quoniã iam oſtenſum eſt per 34 huius, quia non eſt in huiuſmodi pũctorũ reflexorũ diſpoſitione poſsibile reflexionẽ fieri à duobus punctis ſpeculi, ita ut uterq; angulorũ conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſit minor angulo b g d. In hac ergo diſpoſitione ab uno tãtùm puncto ſpeculi fiet reflexio: quod eſt unũ propoſitorũ. Si uerò circulus a b g ſit intrinſecus contingens circulũ ſpeculi: ſit punctũ contactus h: & ducãtur lineę a h, b h, g h. Quia itaq; angulus a h b p 22 p 3 cum angulo a g b ualet duos rectos: patet per 13 p 1 quòd angulus a h b eſt æqualis angulo b g d. Quare ab illo puncto contactus non fiet reflexio per 33 huius. Angulus quoque factus ſuper quodcunque aliud punctum arcus circuli ſpeculi, erit minor illo

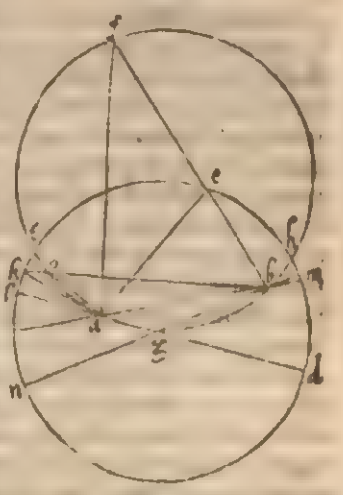


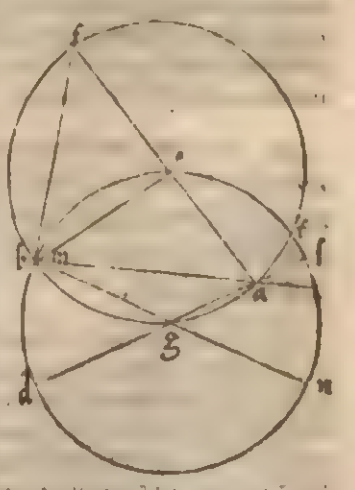


angulo

angulo per modum, quo iam superius præostensum est. Quare à duobus punctis illius arcus non fiet reflexio per 34 huius, sed solum ab uno puncto. Si uerò circulus a b g secet circulum speculi: patet quòd tantùm in duobus punctis secare necesse est per 10 p 3: & illa duo puncta a & b aut ambo erunt extra circulum speculi: aut ambo intra: aut unum extra circulum, aliud intra illum: aut unum illorum punctorum in circumferentia circuli, & aliud extra illum uel intra illum. Si fuerint ambo extra circulum speculi: tunc patet quòd linea a b non secabit circulũ speculi: fietq; reflexio ab uno tantũ speculi puncto, ut patet per præcedentem. Tunc enim manifestè patet, quòd circulus a b g non secabit circulum speculi secundum arcum l m: quoniam ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia puncta peripheriæ circuli ipsius speculi, cum ambo puncta a & b sunt extra circulum speculi. Si uerò punctus b sit in peripheria circuli speculi uel intra, puncto a constituto extra: patet tunc quòd arcus l m in duobus punctis non secabitur, sed arcus b g transibit punctum aliquod arcus l m, quod sit t: ergo angulus factus super arcũ l m erit maior angulo b g d: quoniam ductis lineis l t, b t & a t, patet secundum præmissa per 22 p 3 quoniam angulus l t b est æqualis angulo b g d: angulus uerò a t b est maior illo. Patet ergo per 24 huius quoniam in hac dispositione ab unico puncto, uel à duobus pũctis arcus l m fiet formarum illorum punctorum adinuicem rẽflexio. Si uerò duo puncta a & b fuerint intra circulum speculi, & circulus a b g secet circulũ speculi: tunc patet quòd circulus a b g secabit arcum l m in duobus punctis: quoniam duæ semidiametri circuli maioris, quæ sunt g l & g m, secant circulũ a b g in punctis a & b, & transeuntes resecant ex circulo speculi arcum l m: secet ergo circulus a b g arcum l m in duobus punctis, quę sint t & h: & restabũt ex ipso arcu l m duo arcus in diuersis partibus ipsius, qui sunt arcus l t & h m: omnisq; angulus constitutus super arcũ circuli speculi, qui est t h, erit maior angulo b d: quod patet, si super peripheriã speculi fiat angulus a e b: ille enim est maior angulo b g d. Producta enim linea b e ad peripheriam circuli a b g in punctum f, si copuletur linea a f, erit per 22 p 3 & per 13 p 1 angulus a f b æqualis angulo b g d: sed per 21 uel per 16 p 1 angulus a e b est maior angulo a f b: ergo & angulo b g d. Et similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandum. Ab hoc itaque arcu t e h, ut patet per 34 huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantùm puncto, & forsan à duobus. Quòd si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e h ex arcu l m & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g: tunc secundum præmissa omnes anguli super illos arcus consistentes contenti sub lineis à punctis a & b productis, erunt minores angulo b g d. Fiat enim angulus b k a super punctum arcus l t. Et quoniã arcus a t circuli a b g est intra circulũ speculi sub arcu l t, secet linea b k arcũ a t in puncto o: & ducatur linea a o: patet ergo per 22 p 3 & per 13 p 1 quòd angulus a o b est æqualis angulo b g d: sed angulus a o b est maior angulo a k b per 16 p 1: patet ergo quòd angulus a k b est minor angulo b g d. Et similiter de quolibet puncto arcuum l t & h m est demonstrandum. Ergo per 34 huius ab uno tantùm illorum arcuum puncto fiet reflexio. In hoc itaque situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m interiacentis diametros, aut forsan à tribus: palàm uero per 27 & 29 huius quòd ab uno tantùm puncto arcus n d fiet reflexio: & ita in hoc situ aliquando à tribus punctis speculi, aliquando uerò à quatuor punctis fiet reflexio. Si uerò unus punctorum a uel b fuerit in peripheria circuli, alius uerò intra circulum, & circulus a b g secet circulum speculi: tunc secabit arcum l m in uno tantùm puncto, qui sit t: quoniam in loco alterius punctorum l uel m erit punctum a uel b: existens enim in altera diametrorum n m uel l d, & in ipsa circuli peripheria, erit in puncto, quod est communis sectio illarum: & sic puncto b existente in puncto m, & puncto a intra speculum: restabit unicus tantùm arcus totius arcus l m: qui sit l t. Patet itaque secundum præmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e super aliquod punctum arcus l m, quod sit e: quoniam per 21 p 1 omnes anguli consistentes super arcum t b sunt maiores angulo b g d: ergo per 34 huius potest fieri reflexio a duobus punctis illius arcus, uel ab uno. Omnes uero anguli arcus l t erunt minores angulo b g d, ut prætensum est prius: & ita per 34 huius ab uno tantùm puncto arcus l t



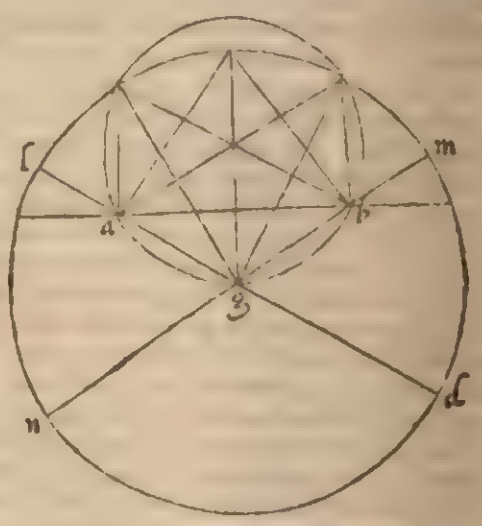




fiet reflexio: ſed & per 27 uel 29 huius ab uno tantũ puncto arcus n d fiet reflexio. Fiet itaq; in hoc ſitu reflexio quãdoq; à tribus punctis: quandoq; à quatuor, & non à pluribus. Quod ſi punctus b exiſtente in peripheria circuli ſpeculi, punctus a ſit extra illum circulum: tunc patet quod circulus a b g nunquam ſecabit circulum ſpeculi ſecundum arcum l m: quoniam ſemidiameter g m, & peripheriæ circuli communis ſectio eſt punctus m, in quo eſt punctus b: ſemidiameter uerò g l procedens ad punctum a extra circulum ſecat arcum t b. Omnes itaq; anguli arcus l m ſunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmiſſis: ergo per 34 huius ab uno tantùm pũcto uel forſan à duobus punctis arcus l m poteſt fieri reflexio punctorum a & b adinuicem: & ſimiliter ab uno pũcto arcus n d. Fiet itaq; in hoc ſitu reflexio à duob. aut à tribus pũctis ſpeculi, & nõ à pluribus. Palàm ergo quòd puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi aliquando ab uno tantùm puncto ſpeculi: aliquando à duobus: aliquando à tribus: aliquando à quatuor: nunquam à pluribus reflectuntur: ſecundum hęc quoq; loca imaginum numerantur, quemadmodum patuit iam pluries in præmiſſis. Et hoc eſt, quod ꝓponebatur declarandum.

41. Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſpherici concaui, & æqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta ſecet circulum: poſſibile eſt unũ illorum punctorum ad alterum reflecti ab uno tantum puncto ſpeculi: uel à duobus: aut à quatuor: ſed impoſſibile eſt à tribus: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 87 n 5.

Sint, ut in præmiſſa, duo puncta a & b in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, quæ ſint l d & m n, ita ut pũctus a ſit in diametro l d, & pũctus b in diametro m n: ſintq; pũcta a & b æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, & linea a b ſit ducta ab uno illorũ pũctorũ ad alterũ ſecundũ circulũ (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) cuius centrũ ſit g: dico quòd uerũ eſt quod proponitur. Quòd enim ab uno tantũ puncto ſpeculi quandoq; fiat illorũ pũctorum adinuicẽ mutua reflexio, patet per 19 huius: & etiã iudẽ oſtẽdi poteſt per modũ 24 huius: linearũ enim inæqualitas in illo ſitu naturã reflexionis nõ immutat, ut declaratum eſt in 30 th. 5 huius. Quãdoq; uero fit mutua reflexio iſtorum pũctorum a & b à duobus tantũ pũctis ſpeculi, ut patet per 25 huius. Quandoq; uerò fit reflexio mutua propoſitorũ pũctorum, quę ſunt a & b, à quatuor pũctis circũferentiæ ipſius ſpeculi, ut patet per 26 huius. A tribus uero tantũ pũctis iſtorum ſpeculorum formas pũctorum æqualiter diſtantium à centro ſpeculi ad ſe mutuò reflecti eſt impoſſibile. Si enim ab aliquibus duobus pũctis unius arcus fiat iſta mutua reflexio, diuiſo arcu interiacente illa pũcta per æqualia, & ductis ad illud pũctum lineis, patet per 27 p 3 & propter æqualitatem laterum g a & g b, quoniam anguli conſtituti ſuper illud punctum ſunt æquales: ab illo ergo pũcto fiet reflexio per 20 th. 5 huius: ſed & fiet ab aliquo pũcto arcus oppoſiti illi arcui. Palã ergo quòd à quatuor pũctis ſpeculi fiet reflexio, & non à tribus. Et quoniam, ut patet per præmiſſam & ex pluribus propoſitionibus huius libri, nunquam fit à tribus punctis ſpeculi reflexio aliquorum duorum punctorum adinuicem, niſi fiat à duobus punctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppoſiti interiacente illas diametros: patet ergo quòd in hac diſpoſitione reflexio fiet ſemper à quatuor punctis ſpeculi propoſiti, & nunquam à tribus. Et hoc proponebatur. Et quoniam hęc duo præmiſſa theoremata diſpoſuimus ſecundum modum epilogi plurimorum præmiſſorum theorematum, ęſtimamus ipſa memorię cõmendanda.

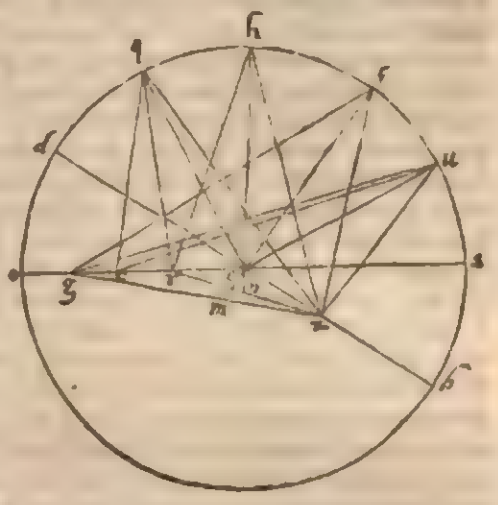


42. Si ab uno puncto arcus circuli ſpeculi ſpherici concaui formæ unius termini linea totaliter uiſa, ab alio quoq; puncto eiuſdem arcus formæ alterius termini eiuſdem lineæ fiat reflexio: neceſſe eſt omnia puncta media linea uiſa ab illius arcus punctis mediis reflecti: ex quo patet quòd loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter imagines punctorum extremorum. Alhazen 45 n 6.

Quod hic proponitur ſpecialiter, quantùm ad primam ſui partem, uniuerſaliter eſt præmiſſum in 24 th. 5 huius. Eſto ergo arcus circuli ſpeculi ſphærici concaui a f h: cuius centrum e: & ſit z centrũ uiſus: ſitq; g r linea uiſa: cuius unus terminus (qui g) reflectatur à puncto ſpeculi, qui ſit f: & ille ſit aliquis punctus arcus dati, qui eſt a f h: & alter terminus lineę (qui eſt r) reflectatur à puncto h arcus a f h. Dico quòd omnia puncta media lineæ g r reflectentur à punctis mediis arcus h f. Coaptetur enim linea g r (exempli cauſſa) diametro ſpeculi, q̃ ſit o a: cadatq; in ſemidiametrũ o e: ſitq; pũctum z, q̃ eſt cẽtrũ uiſus, in alia diametro eiuſdẽ circuli, quæ ſit d b, cadẽs in ſemidiametrũ e b: & ducãtur

lineæ

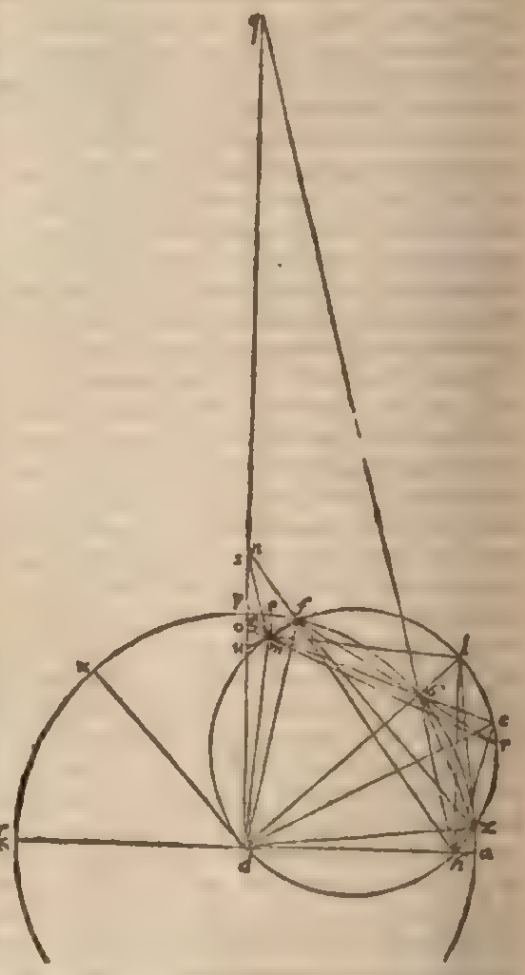
lineæ g f, e f, z f, r h, e h, z h: & copuletur linea g z: producaturq; linea f e ultra punctum e ad lineam g z in punctum m: & signetur in linea g r punctus c. Dico quòd forma puncti c reflectetur ab aliquo puncto arcus f h. Quòd enim reflectatur forma puncti c ad uisum existentem in puncto z palàm, cũ extrema lineæ, quæ sunt g & r, reflectantur ad uisum existentem in puncto z: fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio. Ostensum enim est per 20 huius quòd in hoc situ à duobus arcubus a b & d o nó potest fieri reflexio formæ púcti c ad uisum existentẽ in púcto z: oportet ergo quòd fiat reflexio ab aliquo púcto arcus a d: quoniam patet solùm offerri uisui arcú speculi b a d o per 72 th. 4 huius: ideo quòd cẽtrum uisus est in puncto z diametri d b. Ostensum etiam est per eandem 20 huius quòd forma cuiuscunq; púcti semidiametri e o reflectitur ab aliquo púcto arcus a d: fit autem per 27 huius formę cuiuslibet puncti lineæ g r reflexio ad uisum ab uno tantùm púcto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistũt puncta reflexa & ipsum centrum uisus. Forma ergo púcti c reflectetur ab uno tantùm puncto arcus a d ad uisum existentem in puncto z. Si ergo illud punctum sit in arcu f h: habemus propositum. Si nõ: esto primò quòd ipsum sit in aliquo puncto arcus a f: sitq; punctum u: & ducantur lineæ z u, c u, e u, g u: est ergo per 7 p 3 linea g u maior quàm linea g f: sed per eandẽ 7 p 3 linea z u est minor quàm linea z f: ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ g u ad lineam z u est maior proportione lineæ g f ad lineam f z: sed per 3 p 6 & ex hypothesi proportio lineæ g f ad lineá f z est, sicut proportio lineæ g m ad lineam m z: proportio ergo lineæ g u ad lineam z u est maior quàm proportio lineæ g m ad lineá m z: linea ergo, quæ diuidit angulum g u z per æqualia, secat lineam z m: secat ergo lineam z e per 32 th. 1 huius: angulus ergo g u e est minor angulo e u z: ergo angulus c u e est multo minor angulo e u z. Non ergo fiet reflexio formę puncti c ad uisum z à puncto speculi u, ut patet per 20 th. 5 huius. Similiter quoq; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f. Forma ergo puncti c non reflectitur ad uisum existentem in puncto z ab aliquo puncto arcus a f. Sed neque ab aliquo puncto arcus h d. Sit enim, si possibile est, ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, & reflectatur à puncto eius, quod sit q: & ducantur lineæ z q, e q, c q, r q, z r: & producatur linea e h ultra punctũ e ad lineam r z: incidatq; in punctũ n: ergo per 7 p 3 linea z q est maior quàm linea z h, & linea q r est minor q̃ linea r h: est ergo per 9 th. 1 huius proportio lineæ z q ad lineam q r maior proportione lineæ z h ad lineam h r: sed per 3 p 6 & ex hypothesi, quæ est proportio lineæ z h ad lineam h r, eadem est lineę z n ad lineam n r: est ergo proportio lineę z q ad lineam q r maior proportione lineæ z n ad lineam n r: linea ergo diuidens angulum z q r per æqualia, secat lineam n r: ergo per 32 th. 1 huius secat lineá r e: angulus ergo r q e est maior angulo e q z: angulus ergo c q e est multò maior angulo e q z. Non ergo fiet reflexio formę puncti c ad uisum in punctum z à puncto speculi, quod est q, arcus h d. Eodemq; modo deducendum quocunq; puncto arcus h d dato. Forma ergo puncti c nó reflectitur ad uisum existentem in puncto z ex arcu h d: sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctorum h uel f, ut per 29 th. 5 huius. Omnia ergo puncta media lineæ g r reflectuntur à punctis medijs arcus h f: nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi fortè ab alio arcu reflectantur puncta g & r. Et ex hoc patet quia tá lineæ reflexionum punctorum mediorum, quàm catheti suarum incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum. Et quia illarum linearum communis sectio est locus imaginis per 37 th. 5 huius: patet ergo quòd loca imaginum punctorum mediorum cadunt inter loca imaginum púctorum extremorum. Et hoc est propositum. Idem enim accidit, etiamsi res uisa uel centrũ uisus extra illas speculi diametros collocentur: quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt. Patet ergo propositum.



43. Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sic quòd loca imaginum sint in eadem speculi diametro: maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locum imaginis remotiorem, ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem, quàm linea interiacẽtis idem centrũ & locum imaginis propinquiorem, ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem. Alhaz. 48 n 6.

Sit speculum sphæricum concauum, per cuius centrum transeat sũperficies plana: secabit ergo illa superficiem speculi secundũ circulum magnum illius sphærę per 69 th. 1 huius, qui a b g: & eius centrũ sit d: & extrahatur à centro d linea quocunq; modo placuerit, quę sit d g: & transeat à centro ad circũferentiã in pũctũ g: & ducatur à cẽtro d in superficie illius circuli linea perpendicularis super lineã d g, q̃ sit d a: & abscindatur ab angulo a d g recto parua particula quocũq; modo cõtingat: & sit angulus g d e, ita qd̃ inter angulũ rectũ, qui est a d g, & inter angulũ a d e sit proportio multiplicitatis

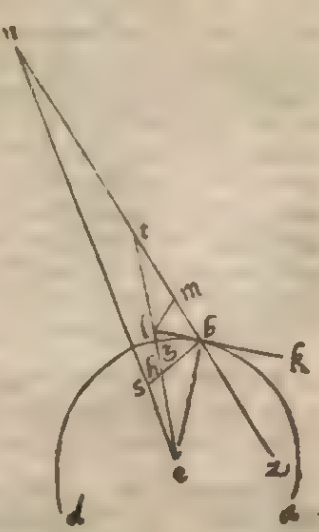
plicitatis relatę ad angulũ e d g. Hoc autem poteſt fieri, ſi angulus rectus, qui eſt a d g, diuidatur per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & ſic deinceps quouſq; fiat angulus a d e multiplex anguli e d g: ut ſi angulus a d e ſit ſeptuplus anguli e d g, erit rectus a d g ſeſquiſeptuplus anguli a d e: & diuidatur angulus a d e in duo æqualia per lineam d b per 9 p 1. A puncto quoq; d centro ſpeculi extrahatur linea continens cum linea b d angulum rectum per 23 p 1, qui ſit angulus b d x: & extrahatur linea a d ultra punctum d ad peripheriam, ut compleat diametrum: & ſit linea d k: & à puncto d ducatur linea d z continens cum linea a d angulum æqualem angulo e d g, qui ſit angulus a d z: & à puncto z ducatur linea ſuper lineam d z conſtituens angulum æqualem angulo k d x: qui ſit h z d ducta linea z h ad diametrum h d k: hoc autem eſt poſsibile. Quia enim anguli k d x & a d z ſunt minores duobus rectis: erũt quoq; anguli a d z & h z d ęquales k d x, minores duobus rectis: ergo concurrẽt illæ lineæ, quæ ſunt a d & z h per 14 th. 1 huius: ſit concurſus punctus h. Et quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32 p 1, & anguli a d z & z d x & x d k ualent duos rectos per 13 p 1: angulus uerò h z d eſt æqualis angulo x d k, & angulus a d z communis: relinquitur angulus z h d ęqualis angulo z d x. Et extrahatur à puncto z linea z l, per 23 p 1 continens cum linea z h angulum ęqualem angulo b d k obtuſo, qui ſit angulus h z l. Duo ergo anguli l z d & b d z ſunt minores duobus rectis: deficiunt enim à duob. rectis in angulo z d a: linea ergo z l per 14 th. 1 huius cõcurret cum linea d b: ſit concurſus punctus l: & ducatur linea l h: & triangulo h l d circumſcribatur circulus per 5 p 4, qui ſit circulus d h l. Tráſibit ergo ille circulus per punctum z per 22 p 3: quia duo anguli l z h & l d h ſunt æquales duobus rectis: ſunt autem illi anguli in quadrilatero d h z l: eſt ergo illud quadrilaterũ in circulo. Anguli ergo l h z & l d z ſunt æquales p 27 p 3, cadunt enim in arcum eundem circuli d h l, qui eſt arcus z l: ſed, ut ſuprà oſtendimus, angulus z h d eſt æqualis angulo z d x: æqualibus ergo angulis, qui ſunt l h z & l d z hinc inde ablatis, remanet angulus l h d æqualis angulo l d x: ſed angulus l d x eſt rectus: angulus ergo l h d eſt rectus. Abſcindatur quoq; ex linea d e linea d m æqualis lineæ d h: & ducatur linea l m. Angulus ergo l m d eſt rectus. Quia enim angulus b d e eſt ęqualis angulo b d h: quoniam angulus a d e diuiſus fuit per æqualia per lineam d b: linea quoq; d m eſt æqualis lineæ d h: ſed latus l d eſt commune ambobus trigonis l h d & l m d: ergo per 4 p 1 linea h l eſt æqualis lineæ l m: & angulus l m d eſt ęqualis angulo l h d: ſed angulus l h d oſtenſus eſt rectus eſſe: ergo angulus l m d eſt rectus. Ergo per 22 p 3 circulus l h d tranſit per punctum m: & ſecat arcum b e circuli a b g in puncto compari puncto z: qui ſit punctus f: eritq; linea l d diameter circuli l h d per 31 p 3: & ducatur linea d f. Quia itaq; circuli l h d arcus d m eſt ęqualis arcui d h per 28 p 3: quoniam lineæ d m & d h ſunt æquales: ſed & arcus d f eſt æqualis arcui d z per 64 th. 1 huius: relinquitur ergo arcus m f æqualis arcui h z: & arcus l z ęqualis arcui l f: ergo per 27 p 3 angulus l d ferit æqualis angulo l d z. Ducantur ergo lineæ h b, h f, z f, m f, b m, b f. Et quia angulus l h d eſt rectus: patet quòd angulus b h d eſt acutus: & angulus g d h eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius linea h b concurret cum linea d g extra circulũ a b g: concurrant ergo in pũcto q. Similiter quoq; per 14 th. 1 huius linea h f concurret cum linea d g extra circulum: ſit concurſus punctus n: & producatur linea f b ultra punctum b, quouſq; ſecet arcũ l z: ſecet ergo ipſum in puncto r: & ducatur linea r m. Angulus ergo f r m (qui eſt in circumferentia) reſpicit arcum f m, & angulus f b m eſt maior angulo f r m per 16 p 1: eſt enim extrinſecus in triangulo r b m: & angulus f b m eſt in circumferentia circuli a b g: ergo ſi linea b m protrahatur ex parte puncti m, abſcindet de circulo a b g arcũ maiorẽ quodã arcu, ſimili arcu f m circuli l h d p 33 p 6: ſed arcus f m in ſuo circulo l h d eſt ſimilis duplo arcus f e in circulo a b g: quoniã duplũ arcus f e correſpõdet duplo anguli f d e ſuper peripheriã ſui circuli conſtituti per 33 p 6, & per 20 p 3: eſt aũt arcus f e æqualis arcui e g per 26 p 3: ideo quod angulus e d g eſt æqualis angulo f d e: cũ uterq; ipſorũ ſit æqualis angulo a d z, ut patet ex præmiſſis: arcus ergo g f eſt duplus arcui f e: eſt ergo arcus f g in circulo a b g ſimilis arcui f m in circulo l h d. Si ergo linea b m extrahatur rectè in partem m, abſcindet de circulo a b g arcum ultra punctum g maiorem arcu f g. Si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g



æqualis

æqualis angulo f r g, extrinſecus intrinſeco: quod eſt impoſsibile. Linea ergo b m non cadet in punctum g, ſed ſecabit lineam d g inter duo puncta g & d: ſecet ergo in puncto o. Producatur quoq; linea f m ultra punctum m: hæc ergo, quia ſecat angulum d m o, patet per 29 th. 1 huius quia ſecabit lineam d o: ſecet illã in pũcto u: & producatur linea m b ultra punctũ b: ſecabitq; arcũ l r: ſecet ipſum in puncto c. & ducatur linea c d à puncto c ad centrũ ſpeculi. Quia ergo angulus b f z eſt in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f z medietas anguli b d z per 20 p 3: ſed angulus b d z eſt multiplus anguli z d a: ergo angulus b f z multiplus angulo z d h: ergo & angulus r f z eſt multiplus eidẽ: ergo per 33 p 6 arcus r z eſt multiplus arcui z h: arcus uerò c z eſt maior arcu r z, ut totũ ſua parte: ergo arcus c z eſt multiplus arcus z h, uel maior multiplo. Ducatur itaq; linea c h: angulus ergo c h d & angulus c m d ſunt æquales duobus rectis per 22 p 3: ſed angulus b m d cũ angulo b m e ualet duos rectos per 13 p 1: relinquitur ergo ut angulus c h d ſit æqualis angulo b m e: ſed angulus z h d addit ſuper angulum c h d angulũ c h z, qui eſt per 27 p 3 æqualis angulo c d z: & angulus c d z eſt multiplus anguli z d a per 33 p 6: quoniã, ut ſuprà patuit, arcus c z eſt multiplus arcui z h: ergo angulus c h z eſt multiplus anguli e d g: angulus ergo d h z excedit angulum c h d in multiplo anguli e d g. Et quia arcus f m d eſt æqualis arcui z h d per 64 th. 1 huius, remanet arcus f z d æqualis arcui z f d: ergo erit per 27 p 3 angulus f m d æqualis angulo z h d: ſed angulus c h d eſt æqualis b m e: ergo angulus f m d excedit angulum b m e in multiplo anguli e g d: ſed angulus o m d eſt æqualis angulo b m e per 15 p 1: ergo angulus f m d excedit angulum o m d in multiplo anguli e d g. Et quia angulus g o m ualet angulum o m d, & angulũ o d m per 32 p 1: palàm quia angulus f m d excedit angulum m o g in multiplo anguli e d g: ſed angulus f m d per 32 p 1 excedit angulum m u d in tolo angulo e d g: eſt ergo angulus m u d maior angulo m o g: ergo angulus m o u eſt maior angulo m u o per 13 p 1 bis ſumpta: ergo per 19 p 1 linea m u eſt maior quàm linea m o. Et quia arcus h d eſt æqualis arcui m d per præmiſſa, erũt duo anguli h f d & m f d æquales per 27 p 3. Formæ ergo punctorum duarum linearum h f & f u ad ſeinuicem reflectuntur: & ſimiliter formæ punctorum linearum h b & b o ad ſe inuicẽ reflectuntur: quoniã per præmiſſa angulus d b h eſt æqualis angulo d b m per 4 p 1 & per hypotheſes præmiſſas. Duo ergo puncta, quæ ſunt o & u ad uiſum exiſtentem in puncto h reflectũtur a duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt b & f. Eſt ergo per 37 th. 5 huius punctus q imago puncti o, & punctus n imago punct. u. Ducatur ergo ex pũcto m linea æquidiſtans lineæ h q per 31 p 1: quæ ſit linea m s: & linea æquidiſtans lineę h n, quę ſit m p. Quia ergo angulus h n d eſt maior angulo h q d per 16 p 1, erit angulus m p o, qui per 29 p 1 eſt æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29 p 1 eſt æqualis h q d: erit ergo punctum p inter duo puncta s & u per conuerſam 21 p 1. Et quia angulus h d n eſt rectus: erit per 32 p 1 angulus h n d acutus: ergo angulus m p d eſt acutus: angulus ergo m p s eſt obtuſus per 13 p 1: ergo linea m s eſt maior quàm linea m p per 19 p 1. Sed ex præmiſsis linea m u eſt maior quàm linea m o: ergo per 9 th. 1 huius maior eſt proportio lineæ m s ad lineam m o quàm lineæ m p ad lineam m u: ſed proportio lineæ s m ad lineam m o eſt, ſicut proportio lineæ q b ad b o per 4 p 6: trigoni enim q b o & s m o ſunt æquianguli per 29 p 1: cum linea m s ſit æquidiſtans lineæ q b, & angulus q o b ſit communis illis ambobus trigonis. Et ſimiliter proportio lineæ p m ad lineã m u eſt, ſicut proportio lineæ n f ad lineam f u: per eadem ergo, quæ prius, & per 11 p 5 erit proportio lineæ q b ad lineam b o maior proportione lineæ n f ad lineam f u: ſed proportio lineæ q b ad lineam b o eſt, ſicut lineæ q d ad lineam d o: & proportio lineæ n f ad f u eſt, ſicut lineæ n d ad d u per ea, quæ ſunt oſtenſa in 13 huius, quorum declarationem, cum manifeſta ſit, hic omittimus propter figurationis multitudinem. Palàm ergo quòd proportio lineę q d ad lineam d o eſt maior proportione lineę n d ad lineam d u. Et hoc eſt propoſitum.

44. In ſpeculis ſphæricis concauis imagine retro ſpeculum occurrente: maior erit diſtantia imaginis à ſpeculo quam rei uiſæ.

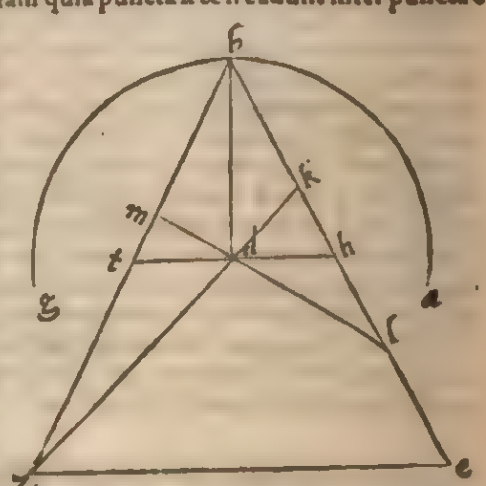


Eſto ſpeculi ſphærici concaui circulus, qui a b g d: cuius cẽtrum ſit e: ſitq; centrum uiſus z: & punctus rei uiſæ h: fiatq; reflexio formæ puncti h ad uiſum z à puncto ſpeculi b, appareatq; imago retro ſpeculum: dico quòd maior erit diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie quàm ipſius rei uiſæ. Ducantur enim lineæ h b incidentię, & z b reflexionis: & ducatur cathetus incidentiæ, quæ ſit e h g t: producatur quoque linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h & z b concurrant in puncto t: erit ergo per 37 th. 5 huius punctum t locus imaginis. Dico quòd linea t b (quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo) eſt maior quàm linea b h, quæ eſt diſtantia rei uiſæ à puncto reflexionis. Et ſimiliter linea h g eſt minor quàm linea g t. Ducatur enim linea e b: & à puncto b ducatur linea contingens circulum in puncto b per 17 p 3: quæ ſit l b k. Quia itaque anguli cõtingentiæ, qui ſunt a b k & g b l, ſunt æquales per 16 p 3: & anguli z b a & h b g æquales per 20 th. 5 huius: fit ergo angulus k b z æqualis angulo l b h: ſed angulus t b l eſt æqua-

est æqualis angulo k b z per 15 p 1: angulus ergo t b l est æqualis angulo l b h: sed angulus l b h est acutus: quoniá angulus l b e est rectus: ergo & angulus t b l est acutus. Sed angulus e l b est acutus: quoniá in trigono e b l angulus e b l est rectus: ergo per 13 p 1 angulus b l t est obtusus: angulus itaq; t b l est minor angulo b l t. Resecetur quoq; ab angulo b l t angulus æqualis angulo b l h per 27 th. 1 huius, qui sit b l m. Quia itaq; angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angul⁹ b l m æqualis angulo b l h: erũt per 32 p 1 trigona l b m & l b h æquiágula: ergo p 4 p 6 latera ipsorũ sunt proportionalia: sed latus l b (cũ sit commune ambobus) est æquale sibijpsi: ergo latus m b est æquale lateri b h: sed linea m b est minor quàm linea b t: ergo linea h b est minor quàm linea b t. Et qa linea l b diuidit angulum t b h per æqualia: patet per 3 p 6 quoniá est proportio lineæ h l ad lineam l t, sicut lineæ b h ad lineam b t: sed linea b h est minor quàm linea b t, ut patet ex præmissis: ergo & linea h l est minor q̃ linea l t: linea ergo g h est multò minor q̃ linea g t. Patet ergo propositũ. Et ex his patet quòd rerũ, quarum distãtia ab eodem uisu maior est, uel augetur: etiá distantia imaginũ retro speculũ uisarum maior est uel augetur. Si enim protrahatur linea b h ultra punctum h ad punctum s, & producatur cathetus e s, quousq; concurrat cum linea reflexionis z b in puncto n: erit punctum n locus imaginis formæ puncti s: & erit linea b n maior quàm linea b s, ut prius patuit: & erunt lineæ b s & b n maiores quàm lineæ b h & b t.

45. In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente: nonnunquã minor erit distantia imaginis à uisu, quàm sit ipsius rei uisæ: à superficie uerò speculi quandoq; erit minor. quandoq; maior: quandoq; æqualis.

Esto in speculo sphærico concauo circulus magnus a b g: cuius centrũ sit d: & sit semidiameter d b: sitq; centrum uisus in puncto e: & linea rei uisę sit z t m: quæ reflectatur ad uisum à pũcto speculi b sitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e. Dico quòd uerum est, quod proponitur. Ducatur enim per centrum d ad lineam reflexionis e b linea, quæ sit t d h: & esto ut ipsa sit perpendicularis super semidiametrũ d b. Ducatur quoq; similiter à pũcto rei uisæ, qd̃ est z, linea z d: quę producta ultra punctum d ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto k: & similiter à puncto uisus, quod est m, ducatur linea m d: quæ producta ad lineá reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l. Est ergo per 37 th 5 huius punctus k locus imaginis formæ puncti z: & punctus h locus imaginis puncti t: & pũctus l locus imaginis pũcti m. Et palàm quia puncta k & h cadunt inter puncta e & b: palamq; cum loca imaginũ approximẽt uisui, qui est in pũcto e, qa multò minor erit distantia ipsarũ imaginum à uisu, quam sit ipsius rei uisæ. Quoniam enim linea d b semper diuidit angulũ omnis reflexionis per æqualia: patet quòd centrum uisus & punctum rei uisę semper collocant ir ex diuersis partib. centri. Ducatur quo q. linea e z: eritq; in trigono k e z angulus e k z nõnunquam maior angulo k z e: ergo per 19 p 1 erit tunc linea e z (quæ est distantia rei uisæ à centro uisus) maior quàm linea e k, quæ est distantia imaginis k à cẽtro uisus: minus aũt distant à uisu loca imaginũ, quæ sunt h & l. Quia uerò in trigonis b d t & b d h duo anguli, q̃ sunt b d t & b d h sunt æquales: quia recti ex hypothesi: & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20 th. 5 huius, cum sint anguli incidentiæ & reflexionis: erũt per 32 p 1 illi trigoni æquianguli: ergo per 4 p 6 cum linea b d sit æqualis sibijpsi, erit linea b t æqualis lineæ b h.

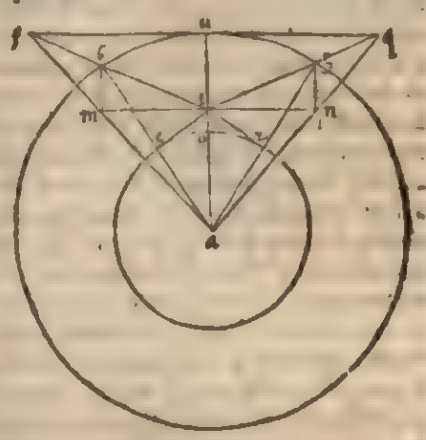


Æqualiter ergo distabũt imago & res uisa à superficie speculi. Sed linea b k est minor quàm linea b h, & linea b z est maior q̃ linea b t: erit ergo linea b z maior q̃ linea b k: erit ergo tũc locus imaginis & imago ꝓpinquior superficiei speculi q̃ res uisa, cuius illa est imago. Et quia linea b m est minor q̃ linea b l: est aũt pũctus l locus imaginis pũcti m: patet quòd res uisa propinquior est speculo q̃ eius imago. Patet itaq; ꝓpositũ. Et ex his patet, quoniá rerũ, q̃ magis elõgatę sunt à speculis, & quarũ formę reflectũtur ad uisum, ita quòd loca imaginũ sint inter uisum & speculi superficiẽ: fiunt imagines ipsarũ propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à cẽtro uisus. Rerũ quoq;, q̃ sunt propinquiores speculis, & quarũ formę reflectũtur ad uisum, & loca imaginũ sunt inter speculũ & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.

46. Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum cõcauum, in eadem linea recta æqualiter à centro speculi secundum sui extrema distante: imago rei uisæ uidebitur ultra speculum, maior re uisa. Alhazen 39 n 6.

Sit speculũ sphæricũ concauũ, cuius centrũ sit a: dico qd̃ si centrũ uisus fuerit intra speculũ, & similiter linea uisa: sitq; illorũ dispositio modo quo proponitur, uerũ esse qd̃ proponitur. Secetur enim speculũ p superficiẽ planã transeuntẽ p cẽtrũ speculi: erit ergo p 69 th. 1 huius cõmunis sectio illius supficiei planæ & superficiei speculi circulus, qui sit b g: & ducatur in hoc circulo linea à centro speculi

tro ſpeculi ad circumferentiá, quocunq; modo contingat: & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in puncto o: & à centro a ſecundum quãtitatem lineæ a o deſcribatur circulus, qui ſit e z: & in linea o u ſignetur pũctus t, utcunq; contingat: & à puncto t ducantur lineę t n & t m perpẽdiculariter ſuper lineá a u per 11 p 1: & ducãtur à pũcto t lineæ t e & t z contingentes circulum e z per 17 p 3: & ſint pũcta contactuũ e & z. Ducãtur quoq; à cẽtro ſpeculi pũcto a ad pũcta cõtactuũ lineæ a e & a z: quę productę ſecent ſpeculũ in punctis b & g. Copulentur quoq; lineę t b & t g à pũcto t, & ducatur linea b m æquidiſtans lineæ a u per 31 p 1: & linea g n ducatur æquidiſtãs eiſdẽ lineis a u & b m: & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n lineæ a m & a n: quæ producantur ulterius extra circulum g b. Quia itaq; linea a o eſt æqualis lineę o u: palàm quoniam linea a e eſt æqualis lineæ e b, & linea a z æqualis lineæ z g: oẽs enim diametri circuli e z ſunt medietates diametrorũ circuli b g: ergo linea, quę interiacet circulos exiens à cẽtro a, eſt æqualis ſemidiametro circuli e z. Et quia linea t e cõtingit circulũ minorẽ, qui eſt e z: erit per 18 p 3 linea t e perpẽdicularis ſuper lineá b a: & ſimiliter erit linea t z perpẽdicularis ſuper lineá g a: ergo per 4 p 1 linea t e exiſtente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a: & ſimiliter erit linea g t æqualis lineæ t a: ergo per 5 p 1 in trigono t b a erit angulus t a b æqualis angulo t b a: & in trigono t g a erit angulus t g a æqualis angulo t a g. Et quia linea b m eſt æquidiſtans lineæ a t: erit per 29 p 1 angulus m b a æqualis angulo t a b: quoniã ſunt coalterni: angulus ergo m b a æqualis eſt angulo a b t: & ſimiliter angulus n g a æqualis eſt angulo a g t.

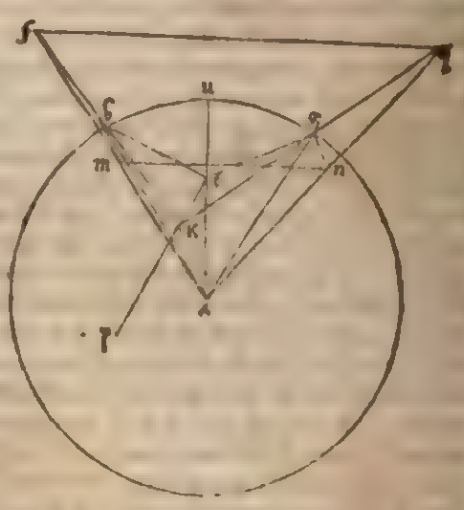


Cũ ergo uiſus fuerit in pũcto t, & in linea m b fuerit aliquod uiſibile (ut pũctũ m) tunc forma pũcti m à pũcto ſpeculi, quod eſt b, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t: & forma pũcti n reflectetur à pũcto ſpeculi g ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t. Viſus itaq; exiſtẽs in pũcto t cõprehẽdet formas pũctorum n & m reflexas ad ſe à pũctis ſpeculi g & b. Cõprehendet ergo eadẽ ratione & totá lineá n m reflexam ad ſe ex toto arcu g b, ut patet per 42 huius. Et quia linea m t eſt perpendicularis ſuper lineá a t: erit angulus m t b acutus. Quia enim angulus m t u eſt rectus: ergo per 29 p 1 angulus b m t eſt rectus: ergo angulus m t b eſt acutus p 32 p 1: ergo per 19 p 1 erit linea t b maior q̃ linea b m. Sed, ut pręmiſſum eſt, linea t b eſt æqualis lineæ a t: ergo linea a t eſt maior q̃ linea b m: ſed lineæ a t & b m ſunt ęquidiſtantes: ergo per 16 th. 1 huius linea t b cõcurret cũ linea a m: concurrant ergo in puncto f: eſt itaq; p 37 th. 5 huius pũctus f locus imaginis formæ puncti m. Eodẽ quoq; modo linea t g cõcurret cũ linea a n in pũcto, qui ſit q: & erit punctus q locus imaginis formæ pũcti n: quoniá cathetus incidentiæ formæ pũcti m eſt linea a m, & cathetus incidentię formę pũcti n eſt linea a n: lineæ quoq; reflexionis ſunt lineę t b & t g. Cõtinuẽtur itaq; pũcta f & q per lineá f q: & erit linea f q diameter imaginis formę totius lineę n m. Et quia lineæ t e & t z ſunt æquales per 58 th. 1 huius: erũt anguli t a e & t a z æquales. Anguli enim t z a & t e a ſunt recti per 18 p 3. & lineæ z a & e a ſunt æquales, quia ſemidiametri eiuſdẽ circuli: linea quoq; t a eſt cõmunis ambobus trigonis t z a & t e a: ergo p 8 p 1 anguli z t a & e t a ſunt æquales: & ſimiliter anguli t a e & t a z ſunt æquales: ergo & angulus t a b æqualis angulo t a g: ergo p 4 p 1 erũt lineæ t b & t g æquales. Et quia angulus e t a eſt æqualis angulo z t a: erit angulus u t b æqualis angulo u t g: relinquitur ergo angulus b t m æqualis angulo g t n: quoniã anguli u t m & u t n ſunt æquales, quia recti: ſed & anguli b m t & g n t ſunt recti: ergo trigona g t n & b t m ſunt p 32 p 1 æquiangula. Ergo p 4 p 6 cũ linea t g ſit æqualis lineæ t b: erũt lineę b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineę t n: ergo p 4 p 1 cũ anguli n t a & m t a ſint recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales: & ſic pũcta m & n ęqualiter diſtabunt à cẽtro ſpeculi, qđ eſt a: eritq; p 29 p 1 & 4 p 6 ꝓportio lineę a f ad lineá f m, ſicut lineę a t ad lineá b m: & erit ꝓportio lineæ a q ad lineá q n, ſicut lineę a t ad lineá g n: ſed p 7 p 5 eadẽ eſt ꝓportio lineæ a t ad lineam b m, & ad lineam g n: quoniã illę duę ſunt æquales: eadẽ ergo eſt proportio lineę a f ad lineá f m, quę eſt lineę a q ad lineá q n: ergo p 7 th. 1 huius erit euerſim eadẽ proportio lineæ a t ad lineam a m, quæ eſt lineę a q ad lineá a n: ergo p 16 p & corollariũ 4 p 5 erit permutatim ꝓportio lineæ a q ad lineá a f, ſicut lineę a n ad lineá a m: ſed linea a m eſt æqualis lineę a n: ergo linea a f eſt ęqualis lineæ a q. Linea itaq; f q æquidiſtat lineę n m p 2 p 6. Ergo linea f q eſt maior quàm linea n m. Si itaq; centrũ uiſus fuerit in puncto t, & in linea n m fuerit aliquod uiſibile: tũc uiſus cõprehendet imaginẽ illius uiſibilis maiorẽ q̃ ſit ſecũdum ueritatẽ. Et hoc eſt propoſitũ. Et ſi arcus cuiuſcũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f: patet idem de arcubus, quod de lineis rectis.

47. Centro uiſus & re uiſa oppoſitis ſpeculo ſphærico concauo taliter, ut uiſus ſit altior re uiſa ſecundum ſui extrema æqualiter diſtante à centro ſpeculi: imago lineæ uiſæ uidebitur ultra ſpeculum, maior re uiſa. Alhazen 40 n 6.

Sit circulus ſpeculi ſphærici cõcaui, ſicut in prẽmiſſa, qui eſt b g: cuius centrũ a: & ducantur lineę à centro circuli a ad peripheriá, quę ſint a b, a g, a u: ſitq; linea a u diuidens per ęqualia arcũ g b: quę diuidatur, ut in prẽcedẽte, ſecũdũ punctũ t ultra ſui mediũ uerſus circũferẽtiá g b: & ducãtur lineæ

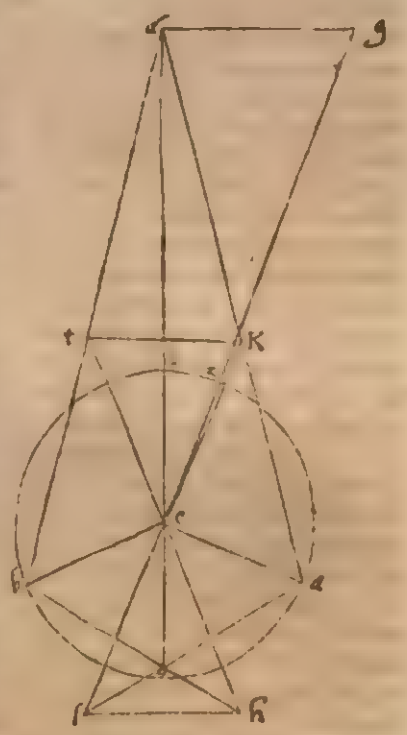
g t & t b: & erigatur à puncto t linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ circuli p 12 p 11, quæ ſit linea t k: & ducantur lineæ a k, b k & g k. Superficies itaq; trigonorum k b a, k g a ſunt ſecantes ſphæram ſpeculi ſuper cẽtrum a: & ſunt erectæ ſuper ſuperficiẽ circuli b g per 18 p 11 & ſuper oẽs ſuperficies cõtingentes ſphæram in punctis b & g, uel quibuſcũq; pũctis alijs circulorũ, qui ſunt cõmunis tectio illarũ ſuperficierũ & ſpeculi p 2 huius. Quoniã enim cõmunes ſectiones circuli b g & ſuperficierũ illorũ trigonorũ ſunt ſemidiametri a b & a g, qui ſunt erecti ſuper ſuperficies in illis pũctis b & g ſpeculũ cõtingẽtes: patet quòd illæ ſuperficies per 18 p 11 ſunt erectæ ſuper ſuperficies in illis punctis cõtingentes. Et ſimiliter patet hoc de alijs ſuperficiebus ſecũdum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; ſuperficiebus fit reflexio à punctis circũferentiæ circulorũ cõmunium eis & ſpeculo. Ducatur itaq; linea b m in ſuperficie b k a æquidiſtanter lineę a k: ſitq; linea b m minor q̃ linea a k: fiatq; taliter, ut linea b m tota penetret ſuperficiẽ circuli b g ad partẽ aliã, q̃ linea t k, ita ut lineæ t k & b m ſint in diuerſis partibus ſpeculi reſectis p ſuperficiem circuli b g. Ducatur itaq; linea a m: & extrahantur lineę b k & a m, donec cõcurrant in puncto f: cõcurrent aũt per 16 th. 1 huius: cum linea b m ſit minor q̃ ſua æquidiſtãs linea a k: & in ſuperficie g k a ducatur linea g n æquidiſtans lineę a k: ſitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandẽ partẽ ſuperficiei circuli producta: & ducatur linea a n: producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16 th. 1 huius concurrant in puncto q: ducaturq; linea f q, & linea m n. Quia ergo (ut in præcedente proximo oſtẽdimus) linea b t eſt æqualis lineæ t a, & linea t k eſt cõmunis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad pũctũ t ſunt recti per definitionẽ lineę ſuper ſuperficiẽ erectæ: palàm p 4 p 1 quia linea b k eſt æqualis lineæ k a: & p eadem erit linea g k æqualis lineę a k: ergo per 5 p 1 anguli k a b & k b a ſunt æquales: & ſimiliter ſunt anguli k a g & k g a æquales. Itẽ quia linea g k eſt æqualis lineæ a k: igitur linea g k ęqualis eſt lineę b k: ſed & linea a g eſt æqualis lineę a b: quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli: & linea a k eſt cõmunis: trigona itaq; a k b & a k g ſunt æquilatera: ergo per 8 p 1 angulus k b a eſt æqualis angulo k g a, & angulus k a b ęqualis angulo k a g. Et quoniã per 29 p 1 angulus a b m eſt æqualis angulo k a b: ergo & angulo k b a: quia lineæ a k & b m æquidiſtant, & iſti anguli ſunt coalterni. Et ſimiliter angulus a g n eſt propter eadem ęqualis angulo k a g: quoniã etiã lineę a k & g n æquidiſtant; ergo & angulo k g a. Et quoniam anguli k a g & k a b ſunt æquales, ut prędemonſtratum eſt: erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypotheſi eſt æqualis lineę g n: ergo per 4 p 1 linea a m eſt æqualis lineæ a n: ergo, ut in præmiſſa, linea a f erit æqualis lineæ a q: ergo per 2 p 6 linea q f æquidiſtat lineę m n: & linea f q eſt maior quàm linea m n. Cum itaque uiſus fuerit in puncto k uel ſuper punctum k in linea t k: & fuerit linea m n in aliquo uiſibili inferiore ipſo uiſu: tunc forma puncti m incidet ſpeculo ſecũdum lineam m b, & reflectetur à puncto ſpeculi b ad uiſum ſecundum lineam b k in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta b, a, k: & forma puncti n incidet ſpeculo ſecũdum lineam n g, & a puncto ſpeculi g réflectetur ad uiſum ſecundum lineam g k in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta g, a, k: & erit per 37 th 5 huius imago puncti m punctum f: & imago puncti n punctum q: & erit linea q f diameter imaginis lineæ n m: & linea f q erit maior quàm linea m n. Imago itaque rei uiſæ apparebit maior ipſa re uiſa, & ultra ſpeculum. In hoc ergo ſitu uiſus & uiſibilis patet propoſitum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineę a u, ipſa linea a u permanente immobili: tunc punctum k deſcribet motu ſuo quendam circulum, ſuper quem erecta eſt linea a u tranſiens ad utramq; partem ſuperficiei illius circuli: & omne punctum illius circuli habebit ſitum reſpectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaque uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentię huius circuli, & linea compar lineę m n fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſę, reſpicientis centrum uiſus ſecundum illum ſitum, ut res uiſa (in qua eſt linea m n) reſpiciebat uiſum exiſtentem in puncto k: tunc uiſus comprehendet formam illius lineę maiorem ſua propria quantitate. Et ſimiliter ſi extrahatur linea t k in continuum & directum: & ſignetur in ea punctum aliud præter punctum k, ut punctum p: & ducantur lineę ad illud punctum p, ſicut ad punctum k ſunt prius ductę: erit idem eueniens, quod prius accidit in puncto k. Pluries itaq;, ut patet per præſens theorema, & per proximè præmiſſum, in ſpeculis ſphæricis concauis uidetur imago rei uiſę maior ipſa re uiſa: quod eſt notandum.



48. In ſpeculis ſphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipſi rei uiſæ: quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum, conuerſum: retro uiſum uerò conformem habet ſitum rei uiſæ. Alhazen 41 n 6.

Sit ſpeculum ſphęricum concauũ a b: cuius centrũ ſit e: ſecetq; ipſum ſuperficies plana tranſiens centrũ e, cuius cõmunis ſectio & ſuperficiei ſpeculi erit circulus per 69 th. 1 huius: q ſit a b: & ducatur à centro linea e z, utcũq; contingit, nõ in ipſa ſuperficie circuli a b, ſed obliquè ſuper illam, ſicut placet:

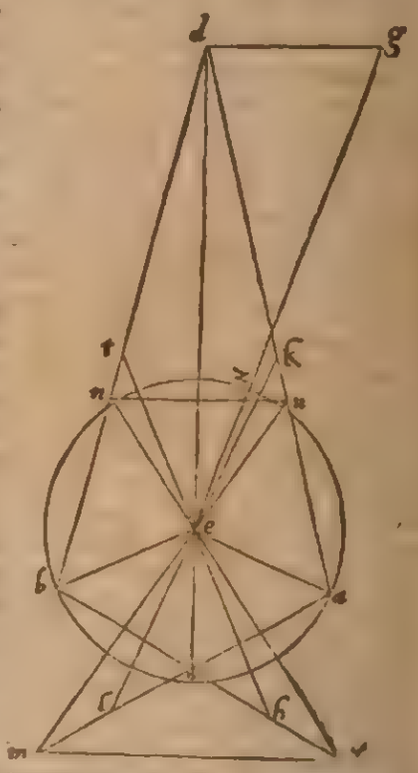
placet: quę producatur ultra circuli peripheriã ad pũctum g: & à pũcto g extrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b per 12 p 11: & in illa perpendiculari ſignetur pũctum d: & ducatur linea d e: quę protrahatur ultra centrũ e ad pũctum o: & ducatur linea e b cõtinens cũ linea d e angulũ obtuſum: & ducatur linea e a cõtinens cũ linea e d angulũ obtuſum æqualẽ angulo d e b per 23 p 1: & ducãtur lineę d a, d b: erũtq; per 4 p 1 trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorũ trigonorũ d e a & d e b ſecãt ſe ſuper lineam d e: & duo anguli d b e & d a e ſunt acuti & æquales per 4 p 1: linea enim e b eſt æqualis lineę e a, & linea d e eſt cõmunis ambobus trigonis d e a & d e b: & anguli d e b & d e a ſunt æquales. A pũcto quoq; b in ſuperficie trianguli d e b ducatur per 23 p 1 linea continens cũ linea e b angulũ æqualem angulo d b e: quę ſit linea b o: hæc igitur linea cõcurret cũ linea d e per 14 th. 1 huius: ideo quòd angulus b e d eſt obtuſus, & angulus e b o, qui eſt apud pũctum b, eſt acutus, nõ ualẽs cũ angulo d e b duos rectos: cũ angulus o b e ſit æqualis angulo d b e, qui cũ angulo b e d & angulo b d e ualet duos rectos p 32 p 1. Sit itaq; linearũ d e & b o cõcurſus in pũcto o: & à pũcto a ducatur linea in ſuperficie trianguli d e a cõtinens cũ linea a e angulũ æqualẽ angulo d a e: cõcurret ergo illa, ut prius, cũ linea e o in pũcto o: quoniã anguli a e o & b e o p 13 p 1 & ex præmiſſis ſunt æquales: & anguli e b o & e a o ex præmiſſis inter ſe ſunt æquales: ergo p 32 p 1 anguli reliqui, q̃ ſunt e o b & e o a, ſunt æquales: ergo per 4 p 6 latera ipſorũ ſunt proportionalia: ſed linea e a eſt æqualis lineæ e b: ergo linea e o eſt æqualis ſibiipſi: cadũt ergo lineę b o & a o in unũ punctũ lineę d e ꝓductæ, qui eſt o. Ducatur etiam linea e t ad lineã b d, ita quòd cõtineat cũ linea e b angulũ rectũ per 11 p 1: & protrahatur linea t e ultra pũctum e, & linea b o ultra pũctum o: cõcurrẽtq; lineæ t e & b o per 14 th. 1 huius: quia cũ angulus b e t ſit rectus, angulus e b o eſt acutus: ſit ergo cõcurſus pũctus h: eritq; linea t e æqualis lineæ e h, & linea t b æqualis lineę b h p 4 p 6: trigona enim t e b & b e h per 26 p 1 & ex præmiſſis ſunt æquiangula, quibus latus e b eſt cõmune. Et ſimiliter producatur linea e k ad lineã a d, ita quòd cõtineat cũ linea e a angulũ rectũ per 11 p 1, & producatur ultra pũctum e: & producatur linea a o ultra pũctum o: concurrentq; lineę k e & a o p 14 th 1 huius: quia cũ angulus k e a ſit rectus, angulus e a o eſt acutus: ſit concurſus punctus l: & erit linea k e æqualis lineæ e l: quia cũ angulus k e a ſit rectus, erit angulus e a l rectus: ſed & angulus e a l eſt æqualis angulo k a e, ut patet ex præmiſſis: ergo per 32 p 1 trigona k e a & e a l ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 cũ linea e a ſit ambobus illis trigonis cõmunis, erit linea k a æqualis lineę a l, & linea k e æqualis lineę e l. Et hoc etiam poteſt concludi per 3 p 6. Et per eundem modũ oſtenſæ ſunt lineæ t e & e h adinuicẽ, & lineæ t b & b h adinuicẽ æquales. Ducãtur ergo lineæ t k & l h. Quia itaq; duo latera t e & k e ſunt æqualia duobus lateribus e h & e l, & per 15 p 1 angulus t e k eſt æqualis angulo l e h: patet per 4 p 1 quoniam lineę t k & l h erunt æquales inter ſe. Si ergo uiſus fuerit in pũcto d, & linea l h fuerit in aliquo uiſibili: tũc uiſus exiſtens in puncto d cõprehendet formã pũcti h in ſpeculo a b reflexam à pũcto b: & erit formę pũcti h imago pũctum t per 37 th. 5 huius: quoniã cathetus ſuę incidẽtię, quę eſt linea h e, cõcurrit cũ linea reflexionis, quę eſt d b, in pũcto t: ſimiliterq; forma pũcti l reflectetur ad uiſum in punctum d à pũcto ſpeculi, quod eſt a: & quia cathetus ſuę incidentiæ, quę eſt l e, concurrit cũ linea reflexionis, quæ eſt d a, in puncto k: erit per 37 th. 5 huius pũctum k imago formę pũcti l: & erit linea t k diameter imaginis lineę l h: & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura ſpeculi, & linearũ productarũ, linea h l immobili exiſtente: tunc pũctus d deſcribet circulũ, in cuius circũferẽtię pũcto aliquo cẽtro uiſus exiſtẽte poterit comprehendere aliquod uiſibile cõparem habens ſitũ ad uiſum, ſicut nũc habet linea l h ad uiſum d: & erit imago illius uiſibilis æqualis ei. Et ſimiliter ſi uiſus fuerit intra circulũ ſpeculi in pũcto o, & res uiſa fuerit diſpoſita ſecũdum lineam t k: erit imago lineæ t k linea l h, æqualis rei uiſæ. Sed tamen re uiſa exiſtente in linea l h, & uiſu exiſtẽte in pũcto d, cũ imago rei uiſę fuerit linea t k: erit forma imaginis cõuerſa reſpectu ſitus rei. Si enim pũctus h fuerit in dextra, erit punctus t in ſiniſtra: & ſi punctus h fuerit ſupra lineã aliquã eleuatus, erit punctus t infra illã lineã depreſſus & inclinatus: & ſimiliter eſt de pũcto l reſpectu pũcti k. Sed cũ res uiſa fuerit in linea t k, & uiſus fuerit in pũcto o, & imago lineę t k fuerit linea l h: erit forma nõ cõuerſa ſed directa. Nã imago, quę eſt linea l h, erit retro uiſum, ut oſtẽſum eſt in 11 huiꝰ: & uiſus cõprehẽdet pũctũ h, qd̃ eſt imago pũcti t, retro ſe in linea h o, & pũctum l, quod eſt imago pũcti k, in linea l o retro ſe: & pars formę uiſibilis, quæ reflectitur ad uiſum, erit reſpiciens uiſum in ipſa imagine, ſicut & in ipſa ſuperficie rei uiſę. Patet ergo propoſitum.



49. In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; cõprehenditur minor re uiſa: quæ occurrẽs inter uiſum & ſpeculum conuerſum habet ſitum rei uiſæ: quandoq; uerò uidetur maior re uiſa: quæ occurrens retro uiſum conformem habet ſitum rei uiſæ. Alhazen 42 n 6.

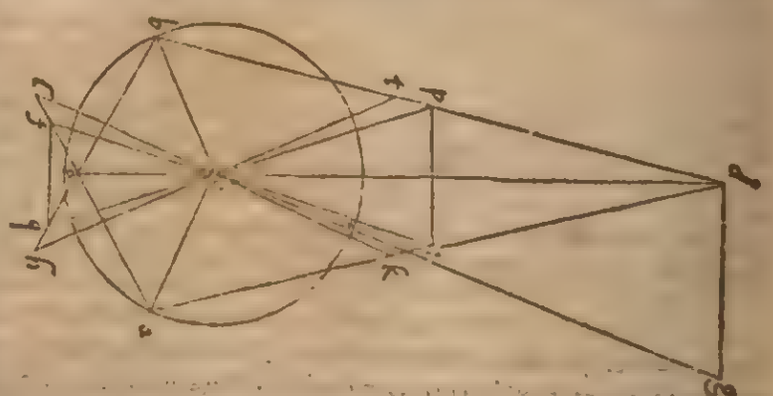
Sit diſpoſitio totius figurę omnino eadem, quę in præcedente theoremate: & producatur linea

b h in continuum & directũ: & in ipsa signẽtur punctus r: & ducatur linea r e ad centrũ speculi. Et quoniá angulus t e b est rectus, patet per 13 p 1 quód angulus h e b est rectus: palàm ergo quia angulus r e b erit obtusus: producaturq; linea r e ultra punctum e ad lineá b d: incidatq; in pũctum n: cadetq; punctũ n inter pũcta t & b. Cum enim angulus b e r sit obtusus: patet per 13 p 1 quod angulus b e n est acutus: linea itaq; e n diuidit angulũ t e b, qui est rectus: ergo per 29 th. 1 huius ipsa secabit basim t b: erit ergo linea n b minor q̃ linea t b: sed linea t b, ut patuit in præcedẽte, est æqualis lineæ b h, & linea b r est maior quàm linea b h: erit ergo linea r b maior q̃ linea b n. Et quia, ut patet ex præmissis in proxima præcedente, angulus n b e est æqualis angulo e b r: palàm quod linea e b diuidit angulum n b r per æqualia. Erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ r b ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n: sed linea r b est maior quàm linea b n: ergo linea r e est maior quàm linea e n. Producatur quoq; similiter linea a l in continuum & directum, donec sit linea a m æqualis lineæ b r: & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cũ linea d a in puncto u: cõcurret autem, ut prius demonstratũ est per 29 th. 1 huius. Et quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cómento præmissæ propositionis, & duo latera e a & a m trigoni e a m sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r: erit per 4 p 1 linea m e æqualis lineæ r e: & angulus m e a æqualis angulo r e b: sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus: erit ergo angulus m e a obtusus: ergo per 13 p 1 angulus u e a est acutus. Quia ergo in trigono a e u angulus u a e est æqualis angulo e a m trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a: erit angulus e u a maior angulo a m e per 32 p 1: ergo in trigono m a u latus m a est maius latere u a: sed linea a e diuidit angulũ u a m per æqualia. Ergo per 3 p 6 linea m e est maior q̃ linea e u: & similiter est linea r e maior q̃ linea e n. Ducãtur itaq; lineæ n u & m r. Et quia per 26 p 1 linea n e est æqualis lineæ e u: quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e u est æqualis angulo b e n, cũ uterq; ipsorũ super angulũ æqualẽ obtusum sit cõplementum duorũ rectorũ per 13 p 1, & latus a e est æquale lateri b e. Sunt igitur per 15 p 1 & per 7 p 5 & per 6 p 6 trigoni m e r & n e u æquianguli: ergo per 4 p 6 erit ꝓportio lineæ m e ad lineá e u, sicut lineæ m r ad lineá n u: sed, ut patet ex præmissis, linea m e est maior q̃ linea e u: ergo linea m r est maior q̃ linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d: erit linea n u diameter imaginis lineæ m r: & est minor q̃ linea r m. Et si uisus fuerit in pũcto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili: erit linea m r imago lineæ n u: & est maior q̃ linea n u. Sed cũ in linea m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in pũcto d: imago n u erit inter uisum & speculũ: & uidebitur imago reuersa, habens sitũ alium q̃ res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente. Cum uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in pũcto o: imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit. Nã imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suę reflexionis. Patet ergo manifestè totum, quod proponebatur.



50. In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uisæ, ipsa imagine inter uisum & speculũ occurrente: retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ. Alhazen 43 n 6.

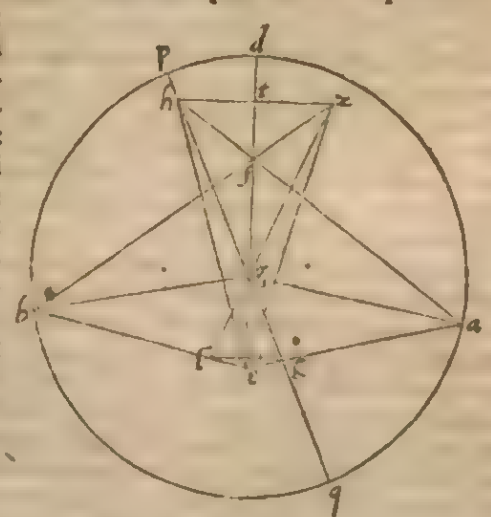
Remaneat dispositio, quę prius in 48 huius: & signetur in linea o h punctum q: & ducatur linea e q: & producta ultra cẽtrũ e transeat ad punctum p lineę d b: sitq;, ut à linea o l abscindatur linea o f æqualis lineę o q per 3 p 1: & ducatur linea f e: quę producatur ultra punctũ e ad lineá d a in punctũ i: erunt itaq; secundum prędictũ in præmissis probandi modũ duę lineę p e & i e maiores duabus lineis e f & e q. Quia enim linea l e est maior q̃ linea f e, ut patet ex præmissis duobus theorematibus, & linea e h est maior quàm linea e q: linea uerò p e est maior q̃ linea t e, & linea



& linea i e maior quàm linea e k: linea uerò l e est æqualis lineę k e, & linea h e est æqualis lineę e t: patet quòd duę lineę e p & e i sunt maiores duabus lineis f e & e q. Et quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e b q & e l f sunt æquales, & lineę e h & e l æquales: nũc autem lineę h q & l f acceptę sunt ęquales: ergo per 4 p 1 lineę f e & q e sunt æquales: & angulus f e o ęqualis angulo q e o: ergo per 15 p 1 angulus p e d est ęqualis angulo d e i: relinquitur ergo ex præmissis angulus p e b æqualis angulo i e a: ergo per 32 p 1 trigona p e b & i e a sunt ęquiangula: ergo per 4 p 6 cum linea e b sit æqualis lineę e a: erit linea p e æqualis lineę e i. Ducantur ergo lineę p 1 & f q: erit per 15 p 1 & per 7 p 5 & per 6 & 4 p 6 linea p 1 maior quàm linea f q. Si ergo uisus fuerit in punctо o, & linea p i sit in aliquo uisibili: erit linea f q imago lineę p i: & est linea f q minor quàm linea p i: & imago f q uidebitur super duas lineas reflexionis, quæ sunt a o & b o: erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa: & erit directa habens situm conformem situi rei uisę. Si uerò uisus fuerit in punctо d, & linea f q fuerit in aliquo uisibili: tunc erit linea p 1 imago lineę f q, & erit maioris quantitatis quàm linea f q: & erit forma ante uisum, conuersum & contrarium habens situm, respectu situs formę rei uisę. Et hoc est propositum.

51. Centro uisus existẽte in aliquo pũcto, inter quod & superficiẽ speculi sphærici cõcaui fuerit cẽtrũ speculi: forma uisę existẽtis ultra cẽtrũ speculi imago cõuersa uidetur, & minor forma rei uisę. In hoc quoq; situ uisus cõprehendet propriã imaginẽ minorẽ & cõuersam. Alhaz. 44 n 6.

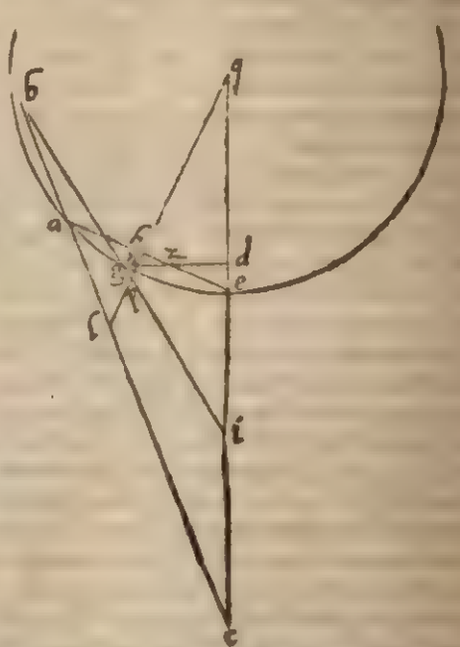
Sit speculum sphęricum concauũ a b d: cuius cẽtrum g: secetq; ipsum superficies plana per centrum g: erit ergo per 69 th. 1 huius cõmunis sectio circulus: qui sit a b d: & ducatur linea g d, utcũq; contingit: & producatur linea g d ultra punctũ g ad pũctum e: in quo sit cẽtrum uisus in superficie circuli a b d: sitq; pũctus t in eadẽ linea e d ultra cẽtrum speculi, quod est pũctum g: & ducatur linea t h per 11 p 1 perpẽdiculariter super lineã e d: & producatur linea h t ultra pũctum t ad pũctum z, donec sit linea z t æqualis lineę t h: comprehẽdatq; uisus existẽs in pũcto e formã pũcti h per reflexionẽ factã à puncto speculi, quod sit a. Erũt itaq; duo pũcta a & h à duobus lateribus pũcti g: sitq; ita, ut si linea g h producatur ad peripheriam circuli in punctum p, fiat arcus a p maior quarta circuli: & erit angulus a g p obtusus per 33 p 6. Non est autẽ posibile, ut pũcta a & h consistãt in eodẽ latere pũcti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p in pũctum q. Nõ enim posset fieri reflexio, ut patet per 20 huius, nisi linea producta à pũcto g cẽtro speculi ad pũctum a diuideret angulũ h a e per ęqualia. Ducantur itaq; lineę e a & a h: & producta linea h g ad lineã a e, incidat ipsa in pũctũ k. Angulus itaq; h a g est ęqualis angulo g a e per 20 th. 1 huius: & est punctus k locus imaginis pũcti h per 37 th. 5 huius. Sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a: quod fiet p 26 p 3: si angulus d g b fiat ęqualis angulo d g a: & ducãtur lineę e b, z b, g b: & producatur linea z g ad lineã b e, incidatq; in pũctũ l: secetq; linea z b semidiametrũ d g in pũcto f. Et quia, ut patet ex præmissis, duę lineę z t & t h sunt ęquales, & pũcta z & h ęqualẽ habẽt dispositionẽ, respectu cẽtri, & respectu peripherię circuli: patet quòd lineę h a & z b intersecabũt semidiametrũ d g in eodẽ pũcto f. Quia itaq; in trigonis t z f & h t f duo latera h t & t z sunt ęqualia, & latus t f est cõmune, & anguli ad t recti: palàm p 4 p 1 quoniã linea z f est ęqualis lineę h f. Sed & in trigonis a g f & b g f accidet p eandẽ 4 p 1 angulũ f a g æqualem esse angulo f b g, & lineã a f æqualẽ fieri lineę f b. Est enim ex præmissis angulus a g f ęqualis angulo b g f, & lineę a g & b g sunt semidiametri, cõmunis uerò ambobus trigonis a f g & b f g est linea f g: ergo p 4 p 1 angulus f a g ęqualis est angulo f b g: similiterq; per 13 p 1 & p eandẽ 4 p 1 linea e a ęqualis sit lineę e b, & angulus g b e ęqualis angulo g a e: sed anguli f a g & g a e sunt ęquales: ergo & anguli f b g & g b e sunt ęquales: ergo angulus z b g ęqualis est angulo e b g. Ergo per 20 th. 5 huius forma pũcti z reflectetur à pũcto speculi, quod est b, ad uisum existẽtem in puncto e: & erit pũctus l locus imaginis formę pũcti z. Ducatur quoq; linea k l: quę erit diameter imaginis lineę z h. Et qa linea z h est perpẽdicularis sup lineã d e, & linea z t est ęqualis lineę t h ex hypothesi, & quia, ut patet ex præmissis, duę lineę z f & h f sunt ęquales, & duę lineę a f & b f sunt ęquales: tota ergo linea z b est ęqualis toti lineę h a: sed & duę lineę a e & e b sunt ęquales: ducantur quoq; lineę e h & e z. In trigonis itaq; e a h & e z b duo latera unius, quę sunt e a & h a, sunt æqualia duobus alterius lateribus, q̃ sunt e b & b z: & angulus h a e est ęqualis angulo z b e: ergo p 4 p 1 basis z e est ęqualis basi h e: similiterq; in trigonis z t g & h t g duo anguli ad pũctum t sunt recti, & latus z t ęquale lateri h t, latus quoq; t g est cõmune: ergo per 4 p 1 linea g h est æqualis lineę z g: lineę uerò a g & g b sunt semidiametri circuli a b d & ęquales: ergo duę lineę a g & g h sunt æquales duabus lineis b g & g z, & basis a h est æqualis basi b z: ergo per 8 p 1 erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l: erit ergo p 32 p 1 angulus h k a æqualis angulo z l b. Trigona itaq; h a k & z b l sunt ęquiangula: ergo p 4 p 6 erit proportio lineę h k ad



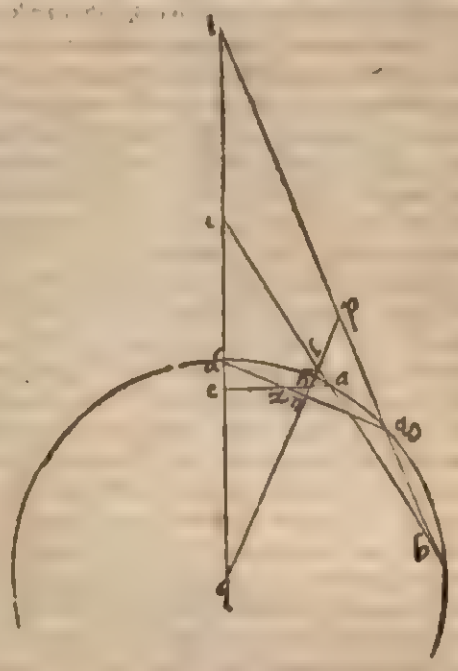
lineam z l, ſicut lineæ z b ad lineá h a: ſed linea z b eſt æqualis lineæ h a, ut patet ex præmiſſis: ergo linea h k eſt æqualis lineæ z l: ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g, ut ſuprà patuit: erit ergo reliquum æquale reliquo: ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l. Quæ itaq; duæ lineæ z g & h g inter ſe ſunt æquales, & duæ lineæ g k & k l inter ſe ſunt æquales: patet p 7 p 5 quoniá eſt proportio lineæ z g ad lineá g l, ſicut lineæ h g ad lineá g k: ſed angulus z g h & k g l ſunt æquales p 15 p 1: ergo p 6 p 6 erũt trigona z g h & k g h æquiangula: angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h: ergo p 27 p 1 lineæ z h & k l ſunt æquidiſtãtes: quod etiá patere poteſt p 14 th. 1 huius. Iteé angulus h g a, ut patet ex p̃miſsis, eſt obtuſus: ergo p 13 p 1 angulus a g k eſt acutus: duo uerò anguli h a g & g a k ſunt æquales: relinquitur ergo p 32 p 1 angulus a k g maior angulo a h g: ergo per 19 p 1 in trigono a h k latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æquales: ergo per 3 p 6 linea h g eſt maior q̃ linea g k: & ſimiliter linea z g eſt maior q̃ linea g l. Ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l per 4 p 6: ſed linea k l eſt diameter imaginis lineæ z h: linea ergo z h uidebitur minor q̃ ſit ſecũdũ ueritaté. Si ergo reuoluerim⁹ circulũ a b d, linea e d immobili exiſtẽte: ex duob. pũctis a & b deſcribetur circulus in ſuperficie ſpeculi: & ſicut ſe habet uiſus exiſtens in pũcto e ad ré uiſam, in qua eſt linea z h: ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis intra illũ circulũ, quę ſignant pũcta z & h reflexa ex arcu cõpari arcui a b, ex portione ſpeculi, quam diuidit circulus, quẽ ſignãt duo pũcta a & b. Et ſimiliter poteſt declarari, ſi linea z h ponatur maior uel minor, q̃ nũc eſt poſita. Vniuerſaliter enim in hoc ſitu diameter imaginis uel faciei aſpicientis cõprehenditur in ſpeculo ſphærico concauo minor q̃ ſit: ſed etiá imago uidetur conuerſa. Si enim uiſus fuerit in pũcto e: tũc aſpiciens cõprehendet formã ſuá in tali ſpeculo minoré q̃ ſit. Et q a pũctus k eſt imago pũcti h, & pũctus l eſt imago pũcti z: erit imago cõuerſa: quoniá pars dextra uidebitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: & ſimiliter ſuperior uidebitur inferior, & inferior ſuperior. Et ſimiliter etiá uiſus cõprehendet ſuá formã: quia illud, quod eſt in dextro, cõprehendet in ſiniſtro, & econuerſo: & quod deorſum eſt, cõprehendet ſurſum, & ecõuerſo. Similiter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet pũcto, inter quod & ſuperficiẽ ſpeculi fuerit centrũ ſpeculi: ſemper cõprehendet ſuá formá cõuerſam. Et hoc eſt propoſitũ. Ex his itaq; præmiſsis quatuor theorematibus patet, quòd in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quãdoq; maior: quandoq; minor: quãdoq; æqualis rei uiſæ: & nũc conformẽ habens ſitum ipſi rei uiſæ, & nũc cõuerſum. Et quoniam, ſicut oſtendimus per 40 huius, quandoq; unius rei una uidetur imago: quãdoq; duæ: quandoq; tres: & quandoq; quatuor: illud ergo, quod habet unã imaginẽ maiorẽ le, forſan habebit alias minores uel æquales: & quod habet unam imaginem ſe minorẽ, forſan habebit alias maiores uel æquales: & quod habet una æqualẽ, forſan habebit alias maiores uel minores: & quod habet unam, cuius ſitus eſt directus comparatus rei uiſæ, forſan uidebitur ſub aliis imaginibus habentibus conuerſum ſitum in contrarium rei uiſæ. Et hęc omnia ex diuerſitate ſitus rei uiſæ, & ipſius uiſus, reſpectu punctorum reflexionis patere poſſunt ex præmiſsis. Patet ergo propoſitum.

52. Lineis incidentiæ ſe interſecantibus in ſpeculis ſphæricis concauis: altitudines & profunditates erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi citra punctum ſectionis exiſtẽtes: reuerſæ: quæ uerò ſunt in eiſdem lineis ultra ſectionem, quemadmodum ſunt, ſic apparent. Eucl. 11 th. catoptr.

Eſto ſpeculũ ſphæricũ concauũ a g: cuius centrũ q: ſintq; duæ altitudines d e & h n erectę ſuper ſuperficiẽ ſpeculi: ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a g: reflectaturq; forma puncti e ad uiſum (cuius centrũ ſit b) à pũcto ſpeculi, quod ſit a: & forma pũcti d à pũcto g: interſecẽtq; ſe lineę incidentię d g & e a in pũcto z: citra quẽ punctũ ſectionis ſit altitudo h n: cuius pũctum h ſit in linea e a, & eius punctũ n ſit in linea d g. Cum ergò omnia puncta lineæ e a reflectantur ad uiſum b à pũcto ſpeculi a: & omnia puncta lineæ d g à pũcto ſpeculi g: palàm quòd forma puncti h reflectetur à pũcto ſpeculi a: & forma puncti n à pũcto ſpeculi g. Quia uerò lineæ h n & d e ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi: patet per 72 th. 1 huius quoniam quælibet ipſarum tranſit punctum q cẽtrum ſpeculi. Producatur ergo à centro ſpeculi (quod eſt q) per lineam h n linea q n h: producaturq; ab eodem centro q per lineam e d, linea, quæ producatur extra ſpeculum. Et quia linea q e d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea b g obliqua: patẽt per 14 th. 1 huius quòd lineæ e d & b g concurrent ultra ſpeculum: fit concurſus punctus i. Palàm etiam per eandem 14 th. 1 huius quoniam linea q n h producta concurret cum linea b g i: fit concurſus punctus p: & linea b a concurrat cum linea q h in puncto l: & cum linea q i in puncto c. Manifeſtum autem

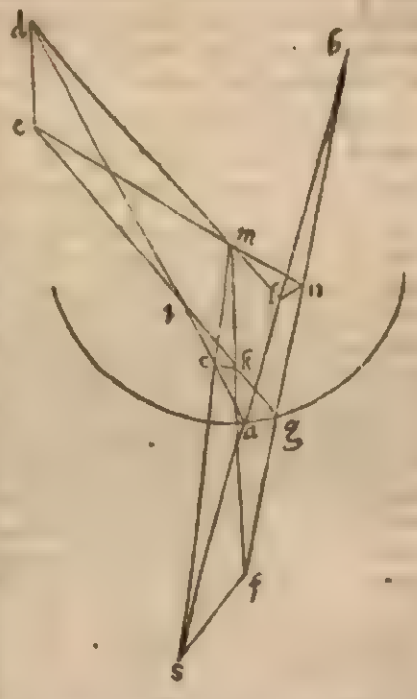


autem per 37 th. 5 huius quoniam locus imaginis formæ puncti h erit in puncto l: & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p. Erit ergo linea l p imago totius lineæ h n. Habet autem imago l p situm reuersum, respectu situs lineę h n: quoniam punctus h est altior puncto n, & punctus l, qui est imago puncti h, est bassior puncto p, qui est imago puncti n. Punctus uerò i est locus imaginis puncti d: & punctus c est locus imaginis puncti e. Et quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e: palàm quoniam imago lineę d e (quæ est linea i c) conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago: quoniam imago situata apparet, sicut se habet ipsa res uisa. Et hoc est propositũ de altitudinibus. De profunditatibus uerò idem patet: ut si lineæ h n & d e quędam profunditates ponantur esse: tunc enim eadẽ est demõstratio. Apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d e quemadmodum est disposita, sic apparet. Hoc itaq; est propositum. Si uerò ambę lineę d e & h n essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fieret suarum imaginum conformis situatio: ut patet per præmissa.



53. Lineis incidentiæ se intersecantib. in speculis sphæricis concauis: obliqua longitudinis citra punctum sectionis existentes, quemadmodum sunt, sic apparent: earum uerò, quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis, uidentur imagines reuersa. Euclides 12 th. catoptr.

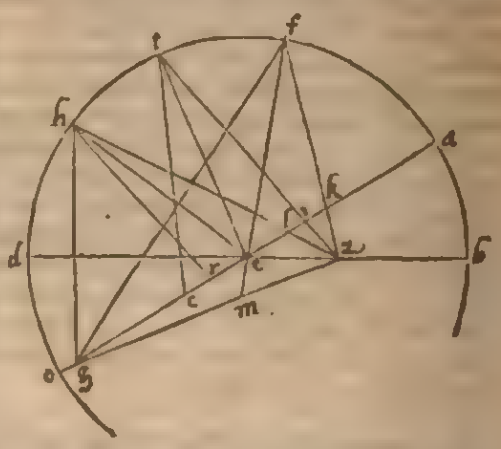
Sit speculum sphæricum concauum a g: cuius centrum m: & sit centrum uisus b: & sit linea d e obliqua super superficiem speculi: cuius puncti d forma reflectatur ad uisum b à puncto speculi, quod est a: formaq; puncti e a puncto g: & lineæ incidentiæ (quæ sunt d a & e g) intersecẽt se in pũcto i: sitq; citra punctum i linea oblique incidẽs superficiei speculi, quę sit k c, cuius punctus k reflectatur à puncto speculi g, & punctus c à puncto speculi a. Ducatur itaq; linea d m à puncto d ad centrum speculi, quę (propter obliquitatẽ lineę b a super superficiẽ speculi, cũ linea d m sit perpẽdicularis super eandem speculi superficiem per 72 th. 1 huius: ideo quia transit centrum speculi, quod est m) concurret cum linea b a obliquè superficiei speculi incidente, ut patere potest per 14 th. 1 huius: sit concursus in puncto l. Similiter quoq; linea e m concurret cum linea b g: sit punctum concursus n. Palàm ergo per 37 th. 5 huius quoniam in puncto l est imago formæ puncti d, & in puncto n imago formæ puncti e: ducaturq; linea n l: quæ erit imago totius lineæ d e. Habet quoque imago n l reuersè se ad situm lineę d e: quoniã punctus n, qui est imago puncti e bassioris, est altior puncto l, qui est imago puncti d altioris. Producatur quoque linea m k donec concurrat cum linea b g producta: concurret autem propter obliquitatẽ lineæ b g super superficiem speculi, & propter perpendicularitatẽ lineę m k: sit concursus punctus f: & producatur linea m e donec cõcurrat cũ linea b a producta: & sit punctus cõcursus s: copuletur q; linea f s: erit ergo linea f s imago lineæ k c: & sicut punctũ k est altius puncto c, sic erit punctũ f altius puncto s. Est itaq; imago f s cõformẽ habens situ ipsi rei uisæ, quę est k c, occurrens speculo citra punctum sectionis linearũ incidentię, qui est i. Patet ergo propositũ.



54. In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus cõprehendit lineam rectam uisa imaginem plenè rectam. Alhaz. 45 n 6.

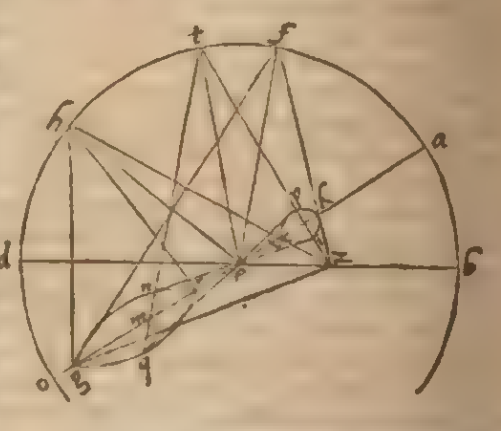
Sit speculũ sphęricũ concauũ a b: cuius cẽtrũ e: secenturq; p superficiẽ planã p centrũ: erit ergo p 69 th 1 huius cõmunis sectio circulus magnus, qui sit a b: & eius centrũ e: ducanturq; duę diametri huius circuli, quę sunt a e o & b e d: & speculũ non excedat arcũ b a d o: assumaturq; in semidiametro b e, quicũq; pũctus placuerit: & sit z: in quo ponatur cẽtrũ uisus: & sumatur in semidiametro a e punctus k, taliter, ut linea a k sit maior q̃ linea k e: & ducatur linea z k: & ꝓtrahatur ad circũferentiã, incidatq; in punctũ f: & ducatur linea e f: & sup i terminũ lineę e f constituatur angulus æqualis an-

gulo z f e p 23 p 1, qui sit angulus g f e, ducta linea g f: cuius punctus g cadet in semidiametrũ o e. Quia enim linea f k est maior q̃ linea k a per 7 p 3, & linea k a est maior q̃ k e ex hypothesi: erit linea f k maior q̃ linea k e: ergo per 18 p 1 angulus f e k maior est angulo e f k: est ergo angulus f e k maior angulo e f g: linea ergo f g per 14 th. 1 huius concurret cũ linea g e: cõcurrat ergo in puncto g. Duarum ergo linearũ z f & f g puncta reflectuntur ad se inuicem à puncto speculi, quod est f, propter angulorũ æqualitatem per 20 th. 5 huius. Est ergo punctus k imago puncti g centro uisus existente in puncto z. Ducatur itaq; linea z h secans diametrũ o a in puncto l, & peripheriã circuli in pũcto h, utcunq; cõtingit: ducãturq; lineę e h, h g, z g: & protrahatur linea f e sup lineã z g: incidatq; in punctũ m: ergo p 3 p 6 erit proportio lineę z m ad lineã m g, sicut lineę z f ad lineã f g: sed p 7 p 3 linea z h est maior q̃ linea z f, & linea g h est minor q̃ linea g f per eandẽ 7 p 3: ergo per 9 th. 1 huius maior est proportio lineę z h ad lineam g h, quã lineæ z f ad f g: est ergo ꝓportio lineæ z h ad lineã g h maior quã lineę z m ad lineam m g. Ergo p 3 p 6 linea, quæ diuidit angulum z h g per æqualia, secat lineam m g: secat ergo prius lineã e g per 32 th. 1 huius: quoniã linea e g est uicinior ad punctũ h quã linea m g: maior erit ergo angulus g h e angulo e h z, argumẽto 29 th. 1 huius, & ex præmissis. Ponamus ergo angulũ e h r æqualẽ angulo e h z: linea ergo h r secat lineã g f, & secat lineã g e p 29 th. 1 huius: secet ergo g e in pũcto r: & secet linea h z semidiametrũ e a in puncto l. Pũcta ergo duarũ linearũ z h & h r reflectũtur adinuicẽ propter æqualitatẽ angulorũ r h e, e h z: fietq; reflexio à puncto speculi, quod est h, p 20 th. 5 huius: & erit l pũctus imago puncti r. Palã uerò quoniã forma cuiuslibet puncti lineę g r reflectitur ad uisum in punctum z, ex aliquo puncto arcus f h, & nõ ex alio p 42 huius. Sumatur itaq; aliqs punctus lineę g r, q sit c, & hic reflectatur ab aliquo puncto arcus f h, qui sit t: & ducãtur lineę c t & z t. Quia ergo pũctus t est inter duo puncta f & h arcus f h: palã quia linea z t cadet inter duas lineas z f & z h: linea ergo z t p 29 th. 1 huius secat lineã k l: secet ergo in puncto i. Est ergo per 37 th. 5 huius punctus i imago formæ puncti c: & pũctus e nõ habet aliã imaginẽ nisi punctũ i, quoniã tãtũ ab uno puncto arcus f h fit reflexio formę pũcti c ad uisum existentẽ in pũcto z, ut patet p 19 uel p 27 huius. Imago itaq; cuiuslibet puncti lineę g r erit in aliquo puncto lineę k l: est ergo tota linea k l imago formę totius lineę g r: & est recta: quia est pars semidiametri circuli a e. Visus ergo existẽs in puncto z cõprehẽdit formã lineę rectę, quę est g r, imaginẽ l k rectã existentẽ in speculo sphęrico cõcauo a b. Et hoc est propositũ.



55. In speculis sphæricis cõcauis cõprehendet uisus ex quibusdã sitib. imaginẽ lineæ cõuexæ cõuexam, & cõcauæ concauã: eritq; lineæ, cuius cõuexitas respicit speculũ, imago cõuexa respiciẽs uisum: & lineæ, cuius cõcauitas respicit speculum, imago concaua respiciẽs uisum. Alhazen 46 n 6.

Sit dispositio, quæ in proxima præcedente: constituanturq; super lineam g r à duobus suis lateribus duo arcus, utcunq; contigerit: qui sint g n r & g q r: & sit arcus g n r non secãs lineam g h: & ponatur in linea recta g r punctũ m, quomodocunq; sit illud. Forma itaq; puncti m reflectitur ad uisum z ex aliquo puncto arcus f h per 42 huius: sit itaq;, ut reflectatur ex puncto t: & ducantur lineę z t, e t, m t: duo itaq; anguli z t e & e t m sunt æquales per 20 th. 5 huius. Linea ergo m t secabit arcum g n r: sit, ut secet ipsum in puncto n: & producatur linea t m uersus arcũ g q r: secetq; illũ in puncto q: & ducatur linea n e: producaturq; ultra punctũ e: secabit ergo lineam z t sub linea k l p 29 th. 1 huius: quoniam secat angulum k e z, cui subtẽditur pars lineę t z: secet ergo illam in puncto i. Quia ergo duo anguli z t e & n t e sunt æquales: patet per 20 th. 5 huius quòd forma puncti n reflectitur ad uisum z à puncto speculi t. Est ergo palàm per 37 th. 5 huius quoniam punctus i est locus imaginis formę puncti n: & duo puncta k & l sunt imagines duorũ punctorũ g & r, ut patuit per præmissam. Imago ergo arcus g n r est linea transiens per puncta k i l: sed linea k i l est conuexa ex parte uisus z: & arcus g n r est conuexus ex parte speculi. Visus itaque existens in puncto z comprehendet formam lineę g n r conuexæ conuexam lineam. Ducatur quoque linea q e: & producatur ultra punctum e: secabit quoque lineam z t ultra lineam l k per 29 th. 1 huius: quoniam secat angulum t e k: secet ergo in puncto p. Et quia anguli p t e & q t e sunt æquales: patet per 20 th. 5 huius quoniã à puncto speculi, quod est t, reflectetur forma puncti q ad uisum z: & locus imaginis formæ puncti q est punctus p: & erit, ut suprà, linea l p q ex parte uisus concaua: & ipsa est imago arcus g q r

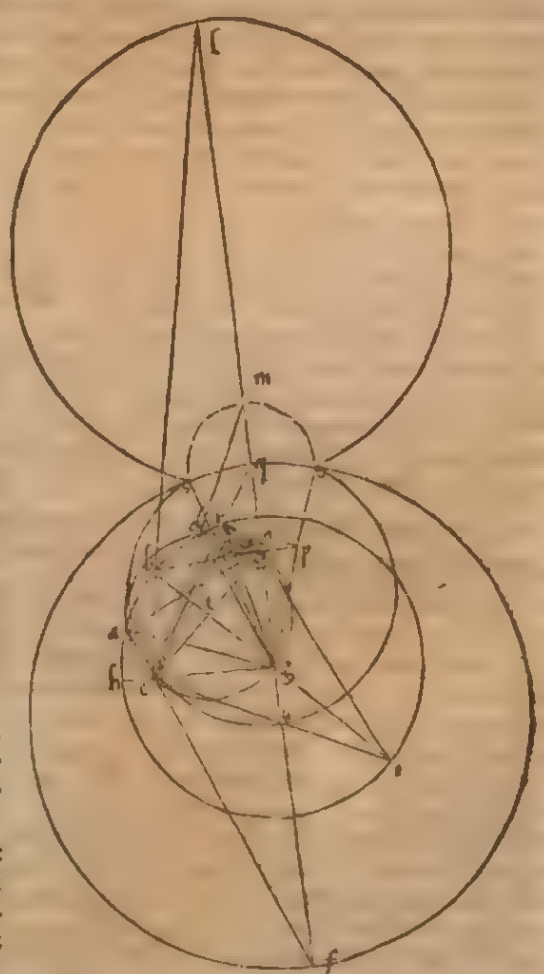


concaui

concaui ex parte ſpeculi. Comprehendet ergo uiſus in puncto z exiſtens formam arcus g q r concaui lineam concauam. Et hoc eſt propoſitum.

56. In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus linea recta imagines quatuor curuas: lineaq́, curuæ, cuius conuexitas eſt ad ſpeculum, imaginem comprehendit curuam. omniumq́, harum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum. Alhazen 47 n 6.

Sit ſpeculum ſphęricum concauum, in quo ſit circulus maximus, qui a b d: cuius centrum g: & extrahatur à centro g ſemidiameter g b, utcunq; contingit: quę diuidatur per inęqualia in puncto t taliter, ut linea g t ſit maior medietate lineę b g: & à puncto t ducatur linea t z perpendiculariter ſup lineam g b per 11 p 1: & producatur linea z t ultra pũctũ t ad punctũ e: fiantq́, lineę z t & e t utręq; æquales lineę t g per 3 p 1: & ducantur lineæ g e & g z: & trigono e g z circumſcribatur circulus per 5 p 4: eritq́; centrum illius circuli punctus t per 9 p 3. Et quia linea t g maior eſt quã linea t b: palàm quoniam ille circulus ſecabit circulum a b d: in duobus ergo pũctis illum ſecabit per 10 p 3: ſint itaq; illa duo puncta a & d. Ducantur quoque lineæ g a, g d, e a, e b, e d, z a, z b, z d. Quia ergo duæ lineæ e t & t z ſunt æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, & linea t g communis: erunt per 4 p 1 duę lineę e g & z g æquales: & ſimiliter per eandem 4 p 1 duæ lineæ e b & z b ſunt æquales: ergo per 28 p 3 duo arcus e g & g z ſunt æquales: ergo per 27 p 3 angulus e a g eſt æqualis angulo g a z: & angulus e d g æqualis eſt angulo g d z: & angulus e b g æqualis angulo g b z: quoniam omnes illi anguli cadunt in eoſdem arcus. Forma ergo puncti z reflectitur ad punctum e à punctis ſpeculi a & d & b, uel econuerſo per 20 th. 5 huius. Et quia linea g t eſt maior quam linea t b: duæ uerò lineæ e b & z e ad inuicem, & duę lineę e g & z g adinuicem ſunt æquales per 4 p 11: palam per 47 p 1 quoniam linea g e eſt maior quàm linea b e. Quadratum enim lineæ g e ualet ambo quadrata linearum g t & t e, & quadratum lineæ e b ualet ambo quadrata linearum e t & t b: ablato ergo quadrato lineæ t e communi, relinquitur quadratum lineę g e maius quadrato lineæ e b: quoniam linea g t eſt maior quàm linea t b. Ergo linea g e eſt maior quàm linea e b in trigono g e b, &, ut patet per 18 p 1, angulus g b e eſt maior angulo e g b: ſed angulus e g b eſt medietas unius recti per 5 & per 32 p 1: duo ergo anguli, qui b g e & e b g, ſimul ſumpti ſunt maiores recto: ergo angulus b e g eſt minor recto per 32 p 1: ſed angulus e g z eſt rectus per 31 p 3: & ideo quoniam anguli e g t & t g z ſunt duę medietates unius recti: ergo per 14 th. 1 huius duæ lineæ e b & g z productę concurrent extra circulum: ſit earũ concurſus pũctus l. Et quia linea e d eſt intra triangulum l e g: palàm quoniam ipſa producta concurret cum linea g l per 29 th. 1 huius: concurrant ergo in puncto m. Et quia linea g b tranſit per punctum t, quod eſt centrum circuli e g z: linea uerò a g ducitur extra illam à centro ad peripheriã: palã quia portio a e g eſt minor ſemicirculo: ergo per 31 p 3 angulus a e g eſt obtuſus, & angulus e g z eſt rectus: ergo per 14 th. 1 huius illæ duę lineæ a e & z g concurrent in partem lineæ e g: concurrant ergo in puncto f. Si itaq; uiſus fuerit in puncto e, & punctus z in aliquo uiſibili: tunc tria puncta m, l, f erunt imagines puncti z. Sic ergo punctus z comprehenditur in tribus locis: quoniam à tribus pũctis ſpeculi, quæ ſunt a, b, d ſit reflexio formæ puncti ipſius z ad uiſum e. Item protrahatur à pũcto e linea ſuper arcum d z, utcunq; contingat, quæ ſit linea e k: & ducatur linea g k, quæ ſecet arcum d z in puncto k: & ducatur linea z k. Quia ergo arcus e g & g z ſunt æquales: erunt duo anguli e k g & g k z æquales per 27 p 3: producaturq́; linea g k ad circumferentiam circuli a b d: incidatq́; in punctũ r: & ducantur lineę e r & z r. Et quoniam angulus e k g eſt æqualis angulo g k z, erit angulus e k r æqualis angulo z k r per 13 p 1: erit ergo angulus e r k maior angulo k r z. Si enim ſit æqualis: tunc per 32 p 1 & 4 p 6 ſequitur lineam e k æqualem eſſe lineæ z k, & arcũ z k ęqualẽ eſſe arcui e a k: quod eſt contra præmiſſa: eſt enim arcus e a ęqualis arcui d z. Quòd ſi angulus e r k ſit minor angulo z r k: erit ergo ex præmiſſis angulus r e k maior angulo k z r: reſecetur ergo angulus r e k ad ęqualitatẽ anguli r z k per 27 th. 1 huius: & ſequetur idẽ impoſsibile qd̃ prius, ꝓducta illa linea ad lineã r k: reſtat ergo ut angulus e r g ſit maior angulo g r z. Erat ergo p 23 p 1 ſup pũctũ r terminũ lineę g r angulus g r n



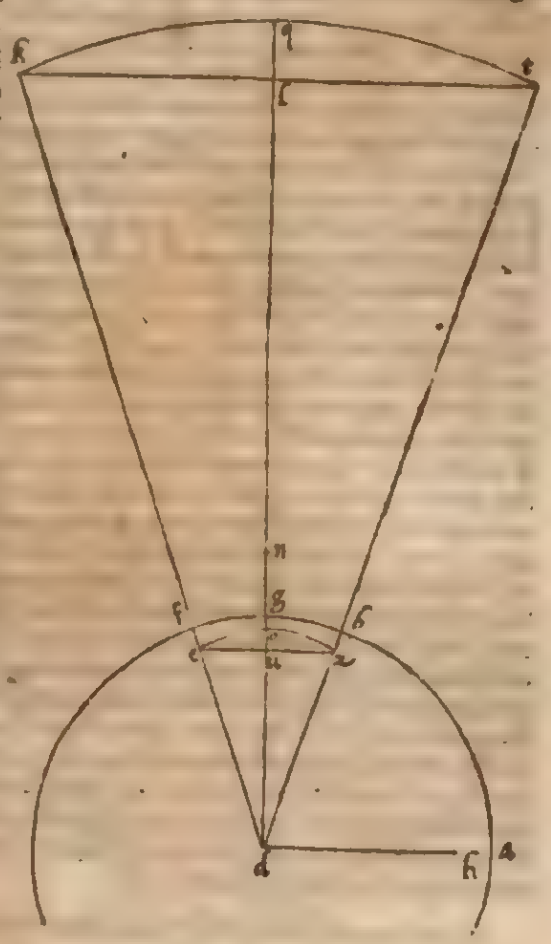
æqualis

æqualis angulo e r g: cadetq; punctus n in lineam z m per 29 th. 1 huius: duæ ergo lineę e r & r n à pũcto ſpeculi (quod eſt r) reflectentur ad ſe inuicem per 20 th. 5 huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctum r. Producatur quoq; linea e r ad lineam g m: concurret autem cum illa per 14 th. 1 huius: ſitq; punctus concurſus q: erit ergo punctus q imago formæ puncti n, reſpectu uiſus e. Imaginemur ergo ſuperficiem exeuntem à linea m g f, quæ ſit perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem circuli a b d: & extrahatur à puncto z linea in hac ſuperficie, quæ ſit perpendicularis ſuper lineam g z: & tranſeat in utranque partem ſuperficiei circuli a b d: ſitq; linea c z p. Poſito itaque puncto g centro circuli fiat arcus circuli ſecundum quantitatem lineæ g n, qui ſit c n p: ſecans lineam c z p in duobus punctis c & p: & producantur lineę g c & g p: erunt ergo iſtę lineæ in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem a b d per 2 p 11. Producantur item lineę g c & g p ultra puncta c & p extra ſpeculum: & ſuper centrum g ſecundum longitudinem lineę g q in ſuperficie tranſeunte lineam m g f, ſecante circulum, in qua ſunt lineæ g c & g p, fiat arcus circuli. Hic ergo iterum ſecabit duas lineas g c & g p productas: ſecet ergo lineam g c in puncto s, & lineam g p in puncto o. Quia ergo ſuperficies circuli a b d eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem duarum linearũ g c & g p: palam per definitionem quoniam duo anguli e g s & e g o erunt recti: linea ergo e g erit erecta ſuper ſuperficiẽ g c p: ergo per 18 p 11 erit utraq; ſuperficierum, quæ ſunt e g s & e g o, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ s g o, & utraque iſtarum ſuperficierum facit in ſpeculo circulum magnum comparem circulo a b d per 69 th. 1 huius: punctum ergo circuli, quem facit ſuperficies e g s, quod eſt compar puncto circuli a b d ſcilicet puncto r, eundem habet ſitum reſpectu centri ipſius ſpeculi, quod eſt g, & reſpectu uiſus, qui eſt in puncto e, quem habet punctum r. Concurrunt ergo ex ipſo ſecundum angulos æquales duę lineę inter duo puncta e & c: & ſimiliter accidit inter duo pũcta e & p: & lineæ g c & g p ſunt æquales per definitionem circuli: & ſimiliter lineæ g s, g q, g o ſunt æquales per definitionem circuli: & punctus q eſt imago puncti n: & punctus s eſt imago puncti c: & punctus o eſt imago puncti p. Imago ergo arcus c n p conuexi ex parte ſpeculi eſt arcus s q o concauus ex parte uiſus: & punctus l eſt imago formæ puncti z: & duo puncta s & o ſunt imagines formarum duorum punctorum c & p: imago ergo lineę rectæ, quę eſt c z p, eſt linea curua, tranſiens per tria puncta s, l, o: hęc autem linea s l o eſt concaua ex parte uiſus. Ducatur itaque linea tranſiens per puncta s, l, o: & extrahatur linea e g ad circumferentiam circuli a b d in punctum h. Si ergo ſpeculum non peruenit ad duo puncta b & h, ſed alter duorum ſuorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uiſus fuerit in puncto e, & duę lineę p z c recta, & p n c conuexa ex parte ſpeculi, fuerint in aliquo uiſibili: tunc forma lineæ p z c rectę apparebit concaua, ſcilicet s l o: & forma lineę p n c conuexæ reſpectu ſpeculi erit concaua uiſui occurrẽs, ſcilicet s q o. Et forma lineę p z c unà tantũ habebit imaginẽ: & arcus p n c tantũ unã. Item producatur linea b g ultra punctũ g ad aliã partẽ peripherię circuli ad punctũ i: & producantur lineę e i & e z: erit ergo ex præmiſſis, & per 4 p 1 angulus b i e æqualis angulo b 1 z: ergo per 20 th. 5 huius reflectetur forma pũcti z ad uiſum in punctum e à puncto ſpeculi, quod eſt 1: & linea e i ſecabit lineã f g: ſecet ergo in puncto u: eritq; punctus u imago formę pũcti z reflexæ à pũcto ſpeculi, quod eſt 1. Pũcta ergo quatuor, quę ſunt m, l, u, f ſunt loca imaginũ formæ puncti z. Et ſi ſpeculũ exceſſerit duo puncta a & d, & uiſus fuerit in pũcto e, & dorſum aſpicientis fuerit ex parte arcus a i, & uiſus cõprehenderit totum arcũ i d a: tunc punctũ z uidebitur in quatuor locis, ſcilicet in punctis m, l, u, f: & uidebuntur duo puncta lineę rectæ p z c uel arcus p c in duobus punctis s & o: & ſic linea recta p z c habebit quatuor imagines concauas: & una tranſit per puncta s, m, o: & ſecunda pertranſit puncta s, l, o: tertia pertrãſit pũcta s, u, o: & quarta pertrãſit puncta s, f, o ſcilicet lineam s f o. In his tamen omnib. imaginibus ſemper cõcauitas imaginis reſpicit uiſum. Patet ergo propoſitum. Patet quoq; quòd imagines eiuſdem lineę rectę, ut patet nunc en linea p z c, fiunt diuerſę curuitatis maioris & minoris: & ſit principium formæ monſtruoſæ.

57. In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendet lineam rectam imaginem conuexam, conuexitate uiſum reſpiciente. Alhazen 49 n 6.

Sit circulus magnus ſpeculi ſphærici concaui, qui a b g: cuius centrum d: & ducatur ſemidiameter d g, ut contingit: in qua ſituetur linea recta, quæ ſit o u: & ſit punctum o remotius à centro ſpeculi d, & u propinquius illi: & ſuper hanc ſemidiametrum d g ducatur perpendiculariter linea, quæ ſit d h: in cuius puncto h ſit centrũ uiſus: & ſit linea h d erecta ſuper ſuperficiem circuli a b g: ſitq; linea h d minor ſemidiametro ſpeculi ſecundũ diſpoſitionẽ lineę h d, quę aſſumpta fuit in 43 huius, ad cuius modum & cętera referuntur: reflectaturq; forma puncti o, quod eſt remotius à cẽtro ſpeculi, ad uiſum in punctũ h à puncto ſpeculi b: ſitq; locus imaginis pũctus q: & producatur ſemidiameter d g in punctum q, ut ſit linea d q: reflectaturq; forma puncti u ad uiſum exiſtentẽ in puncto h à puncto ſpeculi, quod eſt f: & locus imaginis eius ſit punctum n. Et quia puncta o & u ſunt in ſemidiametro d g: erũt loca imaginũ, quę ſunt puncta q & n, in eadem ſemidiametro producta, quæ erit linea d u o n q: ſitq; quantitas linearũ d q, d u, d n, d o illis omnino æqualis, quę ſunt aſſumptę in 43 huius: & erit linea h d perpendicularis ſuper lineam d q, ut patet ex præmiſſis: eſt enim ipſa perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli: eſtq; linea d h æqualis alli lineæ d h, quæ in figura 43 huius. Angulus ergo h d q eſt rectus: eritq; communis ſectio ſuperficiei planæ, in qua ſunt lineę h d & d q, & ſuperficiei ſpeculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q per 20 huius eſt arcus, ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines ſunt in punctis q & n: & erit arcus ille æqualis arcui a g aſſumpto in 43 huius:

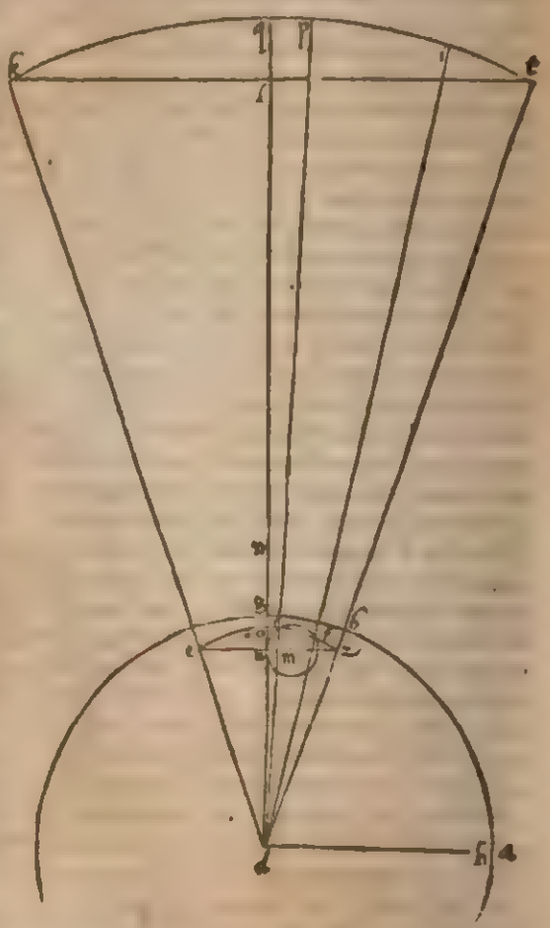
huius: & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f in 43 huius fit ab hoc arcu illa reflexio formarum duorum punctorum, quæ sunt u & o: erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u. Ducatur ergo à puncto u in superficie circuli a b g recta perpendicularis super lineam d u: quæ sit z u e: & à centro d secundum longitudinẽ semidiametri d o fiat circulus: hic ergo circulus secabit lineã z u e in duobus pũctis per 2 p 3: secet ergo in punctis z & e: fiatq; arcus circuli secundum quantitatem lineæ d q à centro d: & ducantur à cẽtro speculi d lineæ d z, d e: & producãtur extra speculum ad arcum circuli descripti à centro d secundum quantitatem semidiametri d q: & sint d t, d k: & ducatur linea t k: secetq; lineam d q in puncto l. Quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiem circuli, palàm per definitionem lineæ rectæ quoniam uterque angulus h d t, h d k est rectus: & utraq; superficies h d t & h d k in superficie speculi continet arcũ interiacentẽ lineas h d & d t, & lineas h d & d k per 69 th. 1 huius: quorũ arcuũ quilibet est æqualis arcui, qui est inter duas lineas h d & d q: & utraq; linearum d z & d e est æqualis lineæ d o: quoniã omnes sunt semidiametri eiusdẽ circuli. Illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quòd ex illis possibile est fieri reflexionẽ formarũ duorum punctorum, quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorum arcuum, ut patet per 20 huius. Interiacent enim illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrum uisus, quod est in puncto h, & puncta, quorum formæ reflectũtur, quæ sunt e & z: incidentq; formæ eorum illis punctis illorũ arcuum, & reflectentur ad uisum in punctum h secundum angulos æquales à duobus punctis speculi: & duæ lineæ d t & d k sunt æquales lineæ d q: ergo punctum t est locus imaginis puncti z, & punctum k est locus imaginis puncti e. Et quia lineæ d t, d q, d k sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e æquales, erit per 7 p 5 proportio lineæ d t ad lineã d z, sicut lineæ d q ad lineam d o, & sicut lineæ k d ad lineam d e: sed per 43 huius proportio lineæ d q ad lineam d o est maior proportione lineæ d n ad lineam d u: ergo similiter proportio lineæ k d ad lineã d e est maior proportione lineæ n d ad lineã d u: & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z est maior proportione lineæ d n ad lineam d u. Et quia duæ lineæ d o & z d sunt æquales, & duæ lineæ d t & d k sunt æquales: erit per 7 p 5 proportio lineæ d t ad lineã d z, sicut lineæ d k ad lineã d e: ergo per 17 p 5 erit proportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineam d e: ergo per 2 p 6 linea t k est æquidistans lineæ e z: erit ergo per eandem 2 p 6 & per 18 p 5 proportio lineæ l d ad lineam d u, sicut lineæ d k ad lineam d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z: proportio ergo lineæ l d ad lineã d u est maior proportione lineæ n d ad lineam d u: ergo per 10 p 5 linea l d est maior quàm linea n d: ergo punctus n est inter puncta l & u: sed punctus n est imago puncti u: & duo puncta t & k sunt imagines duorũ punctorũ z & e: ergo imago lineæ z u e rectæ est linea transiens per tria puncta t, n, k: linea uerò pertransiens hæc puncta est conuexa. Patet ergo quòd imago lineæ z e rectę uidebitur in hoc situ conuexa. Et hoc est propositum.



58. In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis, uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa. Alhazen 5 o n 6.

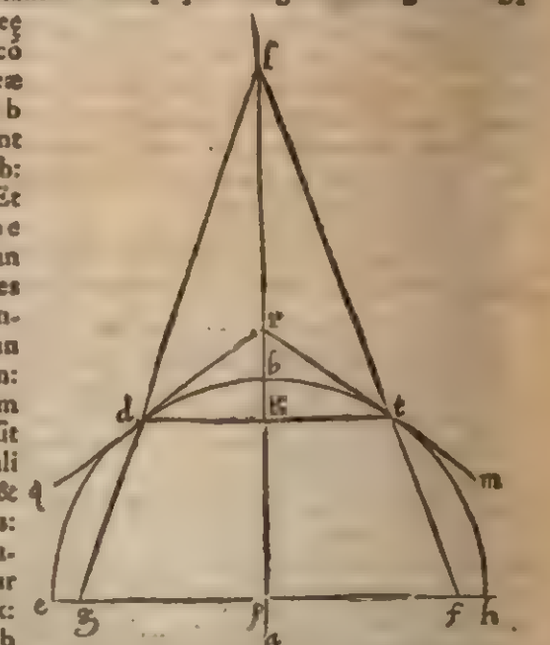
Sit dispositio omnino, quę in precedente. Quia itaq;, ut patet in præmissa, imago formæ puncti o est punctum q, & imago formę puncti z est punctum t, & imago formæ puncti e est punctũ k: erit ergo linea concaua respectu uisus, quæ est t q k, imago lineę curuę respectu uisus, conuexę tamen respectu speculi, quæ est linea z o e. Similiter quoq;, si in linea z u signetur punctum m, qualitercunq; hoc contingat: & circa centrum m secundum longitudinẽ semidiametri m u describatur arcus parui circuli, qui sit r u l: hic ergo arcus secabit circulum z o e in duobus punctis per 10 p 3: sint illa duo puncta f & r: & ducantur lineæ d r & d f: quę protrahantur usque ad arcum t q k eductum: incidatq; linea d f in punctum i, & linea d r in punctum p. Superficies ergo duarum linearũ h d & d p secabit speculum secundum circulum, à cuius circumferentię puncto aliquo duci poterunt secundũ angulos æquales & æqualiter se habentes lineę ad punctum h, in quo est centrũ uisus, & ad punctũ r, qui est punctus lineę uisæ. Et similiter superficies duarum linearum h d & d i faciet in speculo circulũ, à cuius circumferentia reflectetur ad uisum forma puncti f arcus r u i. Est ergo punctus p imago formæ pun-

mæ puncti r: & punctus i imago formæ puncti f: & punctus n est imago formæ puncti u. Imago itaque arcus r u f est linea transiens per puncta i p n: sed hæc linea i p n est concaua respectu uisus, & arcus r u f est concauus ex parte superficiei speculi, & cõuexus ex parte uisus. Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa cum fuerit in aliquo uisibili: cõprehendetur imago eius concaua: & linea z o e cõuexa cõprehenditur similiter imaginis cõcauę. Si ergo unaquęq; duarum linearũ, quę sunt z o e & r u f, habuerit unã imaginem: erit forma illarum imaginum secundũ modũ declaratum. Et si aliqua ipsarum plures habuerit imagines: fortè accidet diuersitas situs in illis imaginib. ut suprà diximus. Patet ergo propositum. Palàm itaq; ex his præmissis quinq; theorematib. quòd lineæ rectę imago in speculis sphęricis concauis quandoq; cõprehenditur recta: quãdoq; cõuexa: & quandoq; cõcaua: & imago lineæ cõuexę quandoq; uidetur cõuexa: quãdoq; concaua: & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur cõuexa: quandoq; cõcaua. Formę ergo superficierum uisibiliũ cõprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis: nam lineę rectę non sunt, nisi in superficieb. planis. Cũ ergo lineæ rectæ cõprehenduntur cõuexę uel cõcauę: tunc superficies plana cõprehẽditur cõuexa uel concaua. Cũ itaq; uisus cõprehendit lineas rectas cõuexas uel cõcauas aliter, q̃ sint: cõprehendit superficies, in quibus sunt illę lineę aliter, quã sint: & similiter est de lineis cõuexis & cõcauis respectu illarum superficierum. Et per hoc patet ratio & caussa aliorum multorum errorũ, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.



59. In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa unum habebit idolum, secundum alium uerò plura.

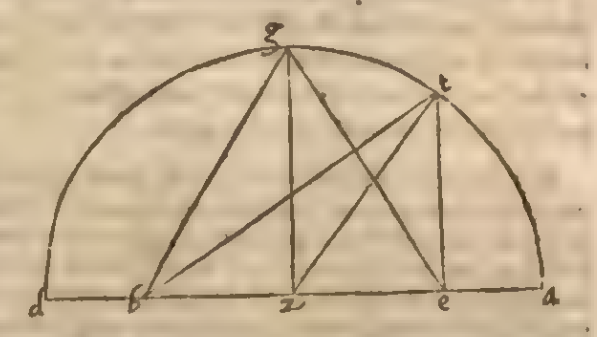
Sit speculum sphæricum concauum: cuius cõmunis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e b h: cuius diameter sit e h: centrum uerò p: & ducatur linea a b perpendiculariter super superficiẽ speculi. Palam ergo per 72 th. 1 huius quoniam ipsa transit per centrum speculi, quod est punctum p: & producatur ultra speculum: sitq; a b l, secans diametrum e h perpendiculariter in centro p: & in diametro e h, signentur duo puncta æqualiter distantia à cẽtro p: quæ sint g & f: erit ergo linea g p æqualis lineæ p f. Et à punctis g & f ducãtur duę lineę ad circumferentiam æquales, quę angulos acutos cõtineant cum diametro e h, respectu centri p, & lineæ a p b: quod fiet auxilio 33 p 3, si ex utraq; parte pũcti b arcus æquales abscindantur pàrui, quorũ chordę sint minores quàm lineæ g p & p f, qui sint arcus d b, t b: & ad puncta t & d ducantur lineę, quę sint g d & f t. Et quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanent arcus t h & d e æquales: eruntq; anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43 th. 1 huius. Et à puncto d ducatur linea contingens circulum per 17 p 3, quæ sit d q: & similiter à puncto t ducatur linea circulum contingens, quæ sit t m: producanturq; illę lineę contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59 th. 1 huius: sit concursus punctus r. Et quoniam per 16 p 3 anguli contingentiæ, qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h, sunt æquales: erit totus angulus q d g æqualis toti angulo m t f. Super punctum itaq; d terminum lineę r d constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23 p 1, qui sit r d k: linea quoque d k producta concurret cum linea a b per 14 th. 1 huius: sit concursus punctus k: & super punctum t terminum lineæ r t constituatur angulus



gulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k: concurrent enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k: quia cum angulus r t k sit æqualis angulo r d k per præmissa, & angulus k r t sit æqualis angulo k r d per 59 th. 1 huius: trigoni ergo d k r & t k r sunt æquianguli per 32 p 1: ergo per 4 p 6 latera illorum trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r per 58 th 1 huius: erit ergo linea k r æqualis sibipsi: concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod est k. Positis itaq. duobus oculis diuersorũ uidentiũ in punctis g & f, & puncto rei uisę in puncto k: tũc forma pũcti k uidebitur ab utroq; uisuũ reflexa à duobus pũctis speculi d & t. Sed & idolũ eius uidebitur unũ & in eodẽ loco. Producátur enim lineę g d & f t extrà circulũ: cócurrét itaq; ambę cũ diametro a b, ductæ per 14 th. 1 huius: quoniã anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis: cócurrat ergo linea g d cũ linea a b in puncto l. Dico quod linea f t cócurret cũ eadem linea a b in eodẽ puncto l. Cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut suprà patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q per 15 p 1, & angulus r t l æqualis angulo f t m: erit angulus r d l æqualis angulo r t l: sed & angulus t r b est æqualis angulo b r d per 59 th. 1 huius: ergo per 13 p 1 angulus t r l est æqualis angulo d r l: ergo per 32 p 1 trigoni t r l & d r l sunt æquianguli. Ergo cũ linea r t sit æqualis lineæ r d per 58 th. 1 huius: erit per 4 p 6 linea r l æqualis sibipsi, & linea t l æqualis lineæ d l. In uno ergo puncto diametri a b l concurrent lineæ t l & d l: & hoc est punctum l. Patet ergo cum per 37 th. 5 huius punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quòd ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f unica tantùm occurrit imago: uisibus uerò permutatis ab hoc situ, plures occurrunt imagines. Et hoc est propositum. Quandocunq; tamen àliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquidistãs fuerit catheto incidentiæ: erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11 huius: & cum distant à se puncta reflexionis, respectu ámborũ uisuum: apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in ipso puncto suæ reflexionis. Si uerò linea reflexionis non sit æquidistãs catheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantùm distet ab uno uisu, quantùm ab altero: uel sit modica differentia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus: duæ adhuc imagines uidebuntur: aliàs autẽ ut plurimùm locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicùm distans: unde aut tantùm una uidebitur imago, aut penè una.

60. In una diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus, neuter uidebitur oculorum. Euclides 27 th. catoptr.

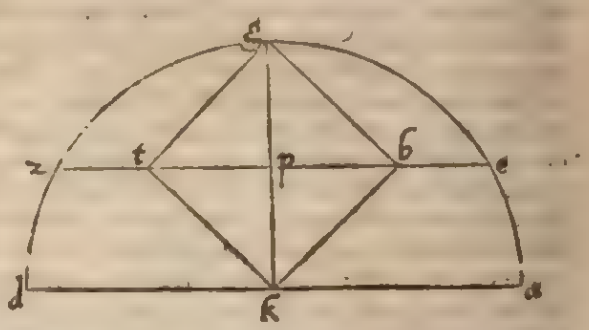
Sit speculum concauum sphæricum a t g d: cuius centrum z: & diameter a d: sintq; duo oculi b & e constituti in diametro a d, æqualiter distantes à centro z. Dico quòd neuter oculorum uidebitur. Ducatur enim semidiameter z g perpendiculariter super diametrum a d: & ducantur lineæ b g & e g. Quia ergo in trigonis e z g & b z g latus e z est æquale lateri z b ex hypothesi, & latus z g commune: anguli quoq; e z g & b z g sunt æquales, quia sunt ambo recti: erit per 4 p 1 angulus b g z æqualis angulo e g z. Forma ergo puncti b reflectitur ad punctum e à puncto g speculi, & è conuerso per 20 th. 5 huius. Sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b ad punctum e reflecti. Sit enim, ut fuerit id datũ esse possibile, ut forma puncti b reflectatur ad punctum e à puncto alio speculi, quod sit t: & ducantur



lineæ b t, t e, t z: linea ergo t z diuidit angulum b t e per duo æqualia per 20 th. 5 huius: erit ergo per 3 p 6 proportio lineæ b t ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z: sed linea b t est maior quàm linea b g per 7 p 3: linea uerò b g est æqualis lineæ e g, ut patuit superius: linea uerò e g est maior quàm linea t e per 7 p 3: erit ergo linea b t maior quàm linea e t: ergo linea b z maior erit quàm linea e z: quod est contra hypothesim & impossibile. Et eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari. Non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e ab alio speculi puncto quàm à puncto g. Non ergo uidebit oculus b oculum e: ideo quia linea reflexionis, quæ est b g, non concurrit cum catheto e z ducta à puncto e per centrum speculi z, nisi in puncto b: & linea reflexionis, quæ est e g, non concurrit cum catheto b z, nisi in puncto e. Locus itaq; imaginis e est punctus b: sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b. Non ergo cõprehenditur aliqua distantia, quæ sit causa diuersitatis inter illos uisus. Non ergo unus uisus percipiet formam alterius in seipso existentis, sed æstimabit formam propriam se uidere. Non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit: & hoc est propositum. Aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus poterunt uideri: quarum catheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt: siue ille concursus sit in superficie uisus uel in alijs punctis quibuscunq;: & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

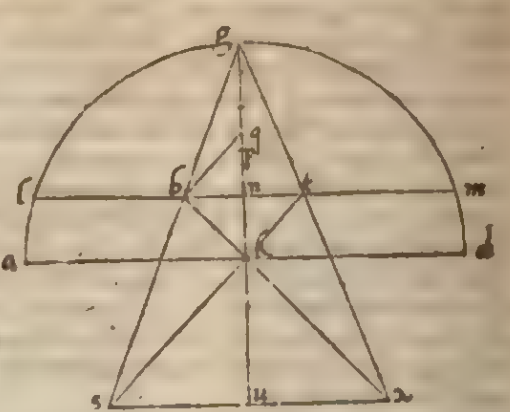
61. Si in linea à puncto medio semidiametri super diametrũ speculi sphærici concaui perpendiculariter erecta ducta æquidistanter diametro ambo ponantur oculi, æqualiter distãtes à centro speculi: imago una tantùm oculi apparebit in puncto reflexionis. Euclides 28 th. catoptr.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g d: cuius centrum k: & diameter a d: ducaturq; ſemidiameter k g perpendiculariter ſuper diametrum a d: & à medio puncto ſemidiametri k g ducatur linea æquidiſtans diametro a d: & in hac poſiti ſint uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro k. Dico quòd amborum oculorũ una tantùm imago, in uno ſcilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p quod ſit medius punctus lineę k g per 10 p 1) ducatur linea æquidiſtans diametro a d per 31 p 1, quæ ſit e z: & ſint in illa perpẽdiculari e z poſiti ambo oculi, qui ſint b & t, æqualiter diſtantes à centro k, & à linea k g: erunt ergo lineæ b p & t p æquales: ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k: ergo per 4 p 1 linea p g exiſtente communi ambobus trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g ſint recti: erit angulus b g p æqualis angulo t g p. Reflectetur ergo forma puncti b ad punctũ t à puncto ſpeculi g: & econuerſo. Et quia linea k p eſt æqualis lineę p g, quoniam punctus p eſt medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p ſunt æquales: angulus quoq; k p t eſt æqualis angulo b p g per 15 p 1: ergo per 4 p 1 angulus t k p eſt æqualis angulo b g p: ergo per 27 p 1 linea t k æquidiſtat lineæ b g: ſed linea t k eſt cathetus puncti t, & linea b g eſt linea reflexionis: nunquam ergo concurrent: ergo per 11 huius non uidebitur forma puncti t, qui eſt unus oculorum ab alio oculo, qui eſt b: neq; econuerſo per eandem rationem, niſi in puncto g, qui eſt punctus reflexionis. Linea enim b g, quæ eſt linea reflexionis formę puncti t ad uiſum b, non concurrit cum catheto incidentiæ formę puncti t, quę eſt linea t k. Quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantùm puncto reflexionis. Imago ergo amborum oculorũ erit tantùm una: & ſic unus tantùm oculus apparebit. Et quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uiſibus retro uiſus) quia ad illam partem catheti incidentię cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineę b k & t g caderent inter lineas concurrentes: tunc & ipſæ concurrerent: quod eſt impoſsibile: cum ſint æquidiſtantes: concurrent ergo retro ambos uiſus illę lineę) ergo per 37 th. 5 huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturę cyclopis, eritq; oculus ultra faciem prominens: quoniam nõ uidetur, niſi in puncto reflexionis per 11 huius. Patet ergo propoſitum.



62. Si à puncto propinquiori diametro ſpeculi ſpherici concaui quàm medius punctus ſemidiametri ſuper illam diametrum orthogonaliter producta linea æquidiſtãs diametro producatur: in illa uiſus, in æquidiſtantia à centro ſpeculi poſiti retro ſe apparebũt: dextra pars dextra, & ſiniſtra ſiniſtra: idolum maius facie: & imago plus diſtabit à uiſu quàm facies uidentis à ſuperficie ſpeculi. Euclides 29 th. catoptr.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphæriei concaui circulus a g d: cuius diameter ſit a d: & ducatur ſemidiameter k g perpendiculariter ſuper diametrũ a d: cuius ſemidiametri k g medius punctus ſit p: ſintq; centra amborum uiſuum puncta b & t. Si ergo ab aliquo puncto lineę p k (qui ſit n) ducatur linea æquidiſtanter diametro a d: quę ſit l m: & uiſus b & t poſiti in linea l m, æqualiter diſtent à puncto n, uel à centro ſpeculi, quod eſt k: dico quod accidet, ut proponitur. Ducantur enim lineę b g, t g, b k, t k: eruntq; ex hypotheſi & per 4 p 1 anguli b g n & t g n æquales: ergo à puncto g reflectentur uiſus admuicem mutuò per 20 th. 5 huius: ſed linea n g eſt maior quàm linea n k: reſecetur ergo per 3 p 1 linea n g ad æqualitatem lineę n k in puncto q: & ducatur linea b q: erit ergo per 15 & 4 p 1 angulus b q n æqualis angulo t k n: ſed angulus b q n eſt maior angulo b g q per 16 p 1: ergo angulus t k n eſt maior angulo b g q: ergo per 14 th 1 huius lineę t k & g b concurrent retro uiſum b: cõcurrant ergo in puncto x. Eſt aũt linea t k cathetus puncti t, & linea g b linea reflexionis. Videbitur ergo forma puncti g retro uiſum b. Et ſimiliter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uiſum t: quia lineæ b k & g t concurrent, ut præoſtenſum eſt per 14 th. 1 huius: ſit, ut concurrant in puncto x: & ducatur linea s x. Et quoniam linea s x eſt maior quàm linea b t: ideq; quòd in triangulo s g t angulus s t g, ut patet ex præmiſſis, eſt æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus s g x cõmunis: erunt ergo per 32 p 1 trianguli illi s t g & x b g æquiãguli: eſt ergo p 4 p 6 proportio lineę x g e ad lineã g s, ſicut lineæ b g ad lineã g t: ſed linea b g eſt æqualis lineę g t: ergo linea x g

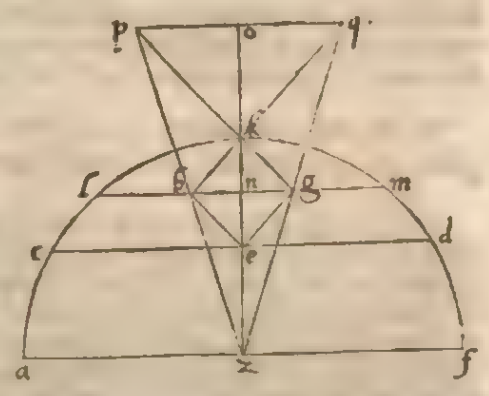


eſt æqualis

eſt æqualis lineæ g s, & linea x b æqualis lineæ s t: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ x g ad lineam g t, ſicut lineæ s g ad lineam g b: ergo per 17 p 5 erit proportio lineæ x t ad lineam t g, ſicut lineæ s b ad lineam b g. In trigono ergo s g x per 2 p 6 linea b t æquidiſtat lineæ s x: eſt igitur per 4 p 6 proportio lineæ s x ad lineam b t, ſicut lineæ x g ad lineam g t: ſed linea x g maior eſt quàm linea g t: ergo linea s x maior eſt quàm linea b c. Imago ergo erit facie maior: quoniam linea s x eſt diameter imaginis, & linea b t pars diametri faciei: ſcilicet linea continens diſtantiam oculorum. Item linea g k producta ſecat lineam s x per 29 th. 1 huius: ſecat enim angulum s g x: ſecet ergo in puncto u. Quia itaq; in trigono s u g linea b n æquidiſtat baſi s u: patet per 4 p 6 & 17 p 5 quia eſt proportio lineæ u n ad lineam n g, ſicut lineæ s u ad lineam b n: ſed linea s u eſt maior quàm linea b n per 4 p 6: quoniam linea u g eſt maior quàm linea n g: erit ergo linea u n maior quam linea n g: ſed linea u n eſt diſtantia imaginis à uiſu, & linea n g eſt diſtantia uiſus à ſpeculi ſuperficie. Patet ergo propoſitum.

63. Si à puncto remotiori à diametro ſpeculi ſpharici concaui quàm medius punctus ſemidiametri orthogonaliter ſuper illam ſemidiametrum producta, linea æquidiſtans diametro producatur, uiſibus æquidiſtanter à centro ſpeculi in linea illa poſitis, dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: & imago uidentis maior facie: maiorq; erit diſtantia imaginis à ſpeculo quàm faciei uidentis. Euclides altera parte 28 th. catoptr.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis communis ſectio ſit circulus a k f: cuius centrum z: & diameter a f: & à centro z ducatur perpendicularis ſuper diametrum a f, ſemidiameter z k: quæ diuidatur per æqualia in puncto e: & a puncto e ducatur æquidiſtans diametro a f, linea c d: diuidatur quoq; linea e k per æqualia in puncto n: & a puncto n lineæ e k ducatur linea æquidiſtans lineæ a f, quæ ſit l m: in hac itaq; linea l m ponantur uiſus æqualiter diſtantes à centro z: dico quòd uerum eſt, quod proponitur. Sint enim uiſus b & g diſpoſiti in linea l m, ut proponitur: erunt ergo, ut in præmiſſa propoſitione, anguli b k n & g k n æquales per 4 p 1: reflectentur ergo uiſus b & g ad ſe inuicem mutuò à puncto k. Ducantur quoq; lineæ b e & g e: & erit per 4 p 1 angulus b e n æqualis angulo b k n: ſed angulus b e n per 16 p 1 eſt maior angulo b z e: ergo angulus b k z maior eſt angulo b z k: ergo & maior eſt angulo k z g: ergo per 14 th. 1 huius lineæ b k & z g concurrent: ſit concurſus punctus q: ſed & per eandem lineæ g k & z b concurrent: ſit concurſus punctus p. Cum itaq; linea g k ſit linea reflexionis formæ puncti b à puncto ſpeculi k, & linea z b ſit cathetus incidentiæ: erit ergo per 17 th. 5 huius punctus p imago formæ puncti b: & ſimiliter erit punctus q imago formæ puncti g. Ducatur ergo linea p q: & hæc erit imago lineæ b g. Videbitur ergo dextrum ſiniſtrum, & ſiniſtrum dextrum, propter interſectionẽ linearũ reflexionis b q & g p, ut patet per 53 huius. Itẽ per 4 p 1 linea z b eſt æqualis lineæ z g: ergo per 5 p 1 angulus z b n eſt æqualis angulo z g n, & angulus p b g eſt æqualis angulo q g b: ſed angulus n b k æqualis eſt angulo n g k: relinquitur ergo angulus k b p æqualis angulo k g q: ſed angulus b k p eſt æqualis angulo g k q per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigoni b k p & g k q ſunt æquianguli: ſunt ergo anguli b p k & g q k æquales. Et quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmiſſis, ſunt æquales,

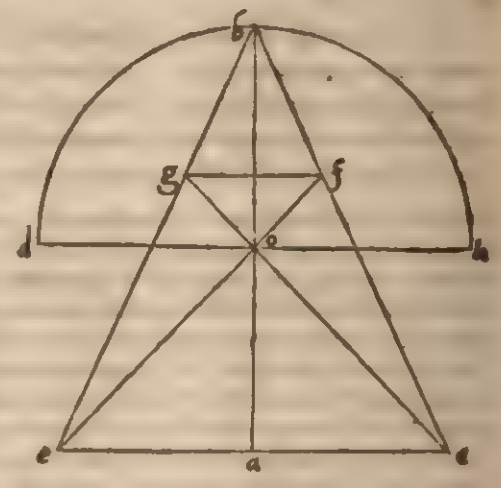


ergo per 32 p 1 trigona p b g & q g b ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 erit proportio lineæ b p ad lineam g q, ſicut lineæ b g ad ſeiplam: erit ergo linea b p æqualis lineæ g q: erit ergo linea z p æqualis lineæ z q: quæ eſt ergo proportio lineæ p z ad lineam z b, eadem eſt lineæ q z ad lineam z g: ergo per 17 p 5 & per 2 p 6 linea b g æquidiſtat lineæ p q: ergo per 29 p 1 trigoni p z q & b z g ſunt æquianguli: erit ergo per 4 p 6 proportio lineæ p z ad lineam z b, ſicut lineæ p q ad lineam b g: ſed linea p z eſt maior quàm linea b z: ergo linea p q eſt maior quàm linea b g: eſt ergo idolum maius re uiſa. Item linea z k producta ſecat lineam p q per 29 th. 1 huius: ſecat enim angulum p z q: ſecet ergo ipſum in puncto o: erit ergo per præmiſſa, & per 29 p 1 angulus p o k trigoni k p o æqualis angulo g n k trigoni k g n: ſed & angulus p k o æqualis eſt angulo g k n per 15 p 1: ergo per 32 p 1 trigona p k o & g n k ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 quæ eſt proportio lineę p o ad lineam g n, eadem eſt lineæ o k ad lineam k n: eſt autem, ut patet ex præmiſſis, linea b n æqualis lineę g n: ſed linea p o eſt maior quàm linea b n: ideo quod tota linea p q eſt maior quàm tota linea b g: & linea p o eſt medietas lineę p q, ſicut linea b n medietas lineæ b g. Cum enim lineę b q & g p ſint ęquales, & lineę b k & g k ęquales: erit linea k q ęqualis lineę k p, & anguli p k o & q k o ſunt equales per 15 p 1, & per præmiſſa: erit ergo linea p o ęqualis lineę q o. Si ergo linea p o eſt maior quàm linea b n: patet quod linea o k eſt maior quàm linea k n: & linea o k eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo, & linea n k eſt diſtantia rei reflexę à ſuperficie ſpeculi. Palàm ergo propoſitum.

64. Circa diametrum ſpeculi ſpharici concaui extra ſpeculum producta ambobus poſitis ocu-

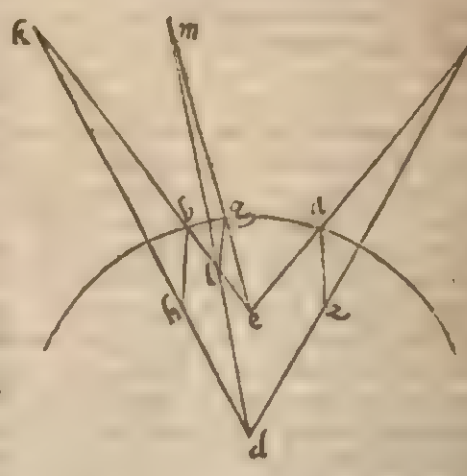
lis ſecundum æqualem diſtantiam à diametro, & centro ſpeculi: dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: & imago minor facie apparet inter uiſus & ſuperficiem ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficici ſpeculi ſphærici concaui circulus d b k: cuius centrum o: & diameter d k: & orthogonaliter ſuper diametrum d k producatur diameter b o a extra ſpeculum: ſintq; duo oculi in punctis e & c lineæ c e perpendicularis ſuper lineam b a: & ſint ambo oculi æqualiter diſtantes ab ipſa diametro b a, & à puncto a: erit ergo linea e a æqualis lineæ a c: & ducantur lineæ e b & c b: erit ergo per 4 p 1 angulus e b a æqualis angulo a b c: ergo per 20 th. 1 huius uiſus ambo e & c ad ſe mutuò reflectuntur à puncto b. Producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o: hæc ergo producta concurret cum linea c b per 29 th. 1 huius: ſit concurſus punctus f: & ſimiliter à puncto c ducatur linea per centrum o concurrens cum linea e b in puncto g. Apparet ergo per 37 th. 5 huius imago formæ puncti e in puncto f: & imago formæ puncti c in puncto g: apparèt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Sed & per 5 p 1 angulus b e c eſt æqualis angulo b c e: quoniam lineæ b e & b c ſunt æquales. Sed cum trigonorum e a o & c a o duo latera e a & c a ſint æqualia, & latus a o commune, anguliq; c a o & e a o ſint æquales, quia recti: erit per 4 p 1 angulus f e a æqualis angulo g c a: trianguli ergo e f c & c e g ſunt æquianguli per præmiſſa & 32 p 1: ergo per 4 p 6 eſt proportio lineæ e g ad lineam c f, & lineæ e f ad lineam c g, ſicut lineæ e c ad ſeipſam: ſunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales. Sed totalis linea b e eſt æqualis totali lineæ b c: ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f: ergo per 5 p 1 angulus b g f æqualis eſt angulo b f g: ſed illi anguli cũ angulo g b f ualèt duos rectos per 32 p 1: ſunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e: illi ergo trigoni e b c & g b f ſunt æquianguli: ergo per 4 p 6 quæ eſt proportio lineę b g ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ g f ad lineam e c: ſed linea b g eſt minor quàm linea b e: ergo linea g f eſt minor quàm linea e c. Imago ergo faciei uidentis eſt minor facie conſpecta. Apparet autem inter oculos & ſpeculi ſuperficiem: quoniam linea g f (quæ eſt diameter imaginis) cadit inter lineam e c, in qua ſunt ambo uiſus, & inter ſuperficiem ſpeculi. Patàm ergo propoſitum.



65. Imagines rerum retro ſpecula ſpherica concaua apparentes, motis rebus, quarũ ſunt imagines, ad eandem partem moueri uidentur.

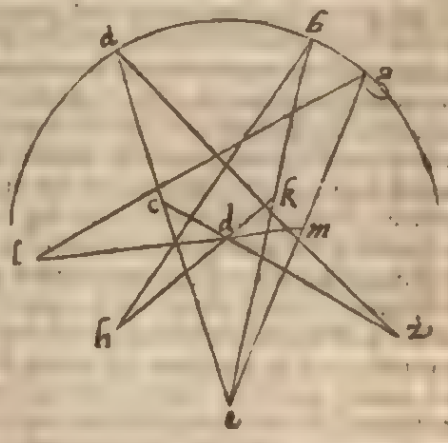
Sit in ſpeculo ſphærico concauo circulus a g b: cuius centrum ſit d: & ſit centrum uiſus punctum e: ſintq; duo puncta rei uiſæ ex utraq; parte puncti e: quæ ſint z & h: ducanturq; duæ cathetæ incidentiæ, quæ ſint d z c & d h k: reflectaturq; forma puncti z ad uiſum e à puncto ſpeculi a: & forma puncti h a puncto ſpeculi b: & ducantur reflexionum lineæ, quę ſint a e & b e: concurratq; linea a e cum catheto d z in puncto c, & linea e b cum catheto d h in puncto k: erunt ergo per 37 th. 5 huius pũcta c & k loca imaginũ ultra ſpeculum: ita quòd punctum c ſit locus imaginis formæ puncti z, & punctum k locus imaginis formę puncti h: & erunt loca imaginum in partibus illis, in quibus ſentiuntur & res, quarum ſunt illę imagines. Transferatur itaq; punctus rei uiſæ, qui eſt h ad punctum l: & reflectatur ad uiſum e à puncto g: & ducatur cathetus d l concurrens cum linea reflexionis, quæ eſt e g in puncto m: eritq; locus imaginis formę puncti h in puncto m translata ad ipſum à puncto k, qui locus m erit in illa parte, ad quam translata eſt ipſa res, cuius in puncto m eſt imago. Quòd ſi puncta rei uiſę fuerint h & l, & ſint ſuprà uiſum: erunt loca imaginum, quæ ſunt k & m, ſupra uiſum: & apparebunt ſupra res, quarum ſunt formæ. Et ſi puncta h & l fuerint à dextris ipſius uiſus: & loca imaginum ſuarum, quę ſunt k & m, erunt à dextris: ſed non putabuntur eſſe dextra, ut patuit ſuprà per 51 huius: quoniam propter reuerberationem dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra. Patet itaq; propoſitum.



66. Imagi-

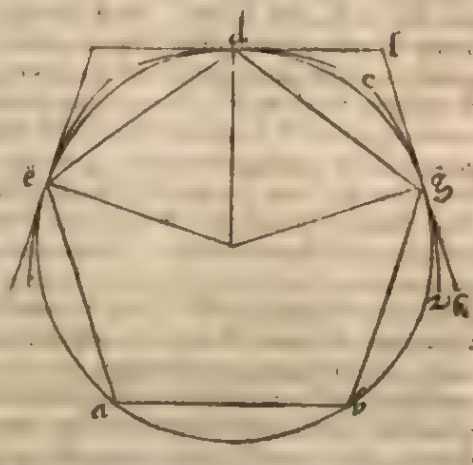
66. Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus, uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g: cuius centrum sit punctus d: sitq; centrum uisus e citra centrũ speculi, quod est d: & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ: quę sint z & h: quæ reflectantur ad uisum à duobus punctis a & b: sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h: ducanturq; catheti incidentiæ z d c & h d k secantes lineas reflexionum in punctis c & k: erunt ergo per 37 th. 5 huius puncta c & k loca imaginũ: c puncti z, & k puncti h. Videbuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs, quàm sint res ipsæ per 49 huius. Quod si punctus h rei uisæ transferatur ad punctum l: & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e: ducaturq; linea reflexionis, quę sit e g: & cathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g, in puncto m: erit per 37 th. 5 huius punctus m locus imaginis formæ puncti l. Imago itaq; puncti h, quę est k, erit translata ad partem diuersam illi, ad quam res uera translata est. Et si puncta h & l fuerint sursum mota supra uisum: tunc imagines ipsorum, quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum. Et si puncta h & l fuerint mota ad dextram partem uisus: formæ imaginum uidebuntur moueri ad sinistram: & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus. Patet ergo propositum.



67. Per specula sphærica concaua, quot libuerit, possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri. Euclides 15 th. catoptr. Ptolemæus 8 th. 2 catoptr.

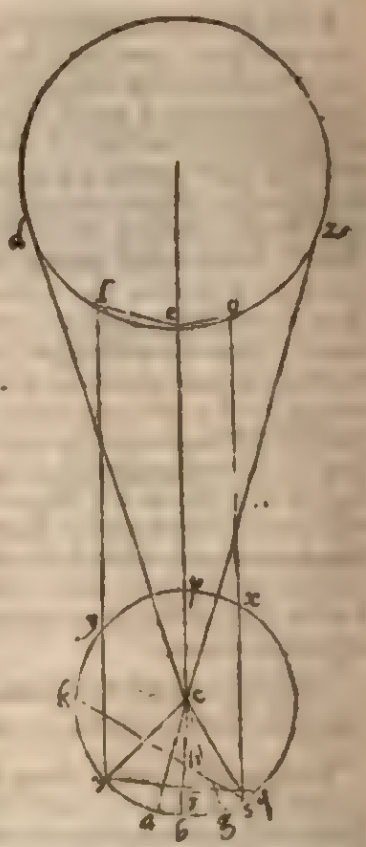
Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphæricis speculis: & sit centrum uisus a: & punctus rei uisæ sit b. & secundum distantiam centri uisus (quod est a) à puncto rei uisæ, (quod est b) describatur polygonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit: sitq;, exempli causſa, pentagonum: quod sit a b g d e: fiatq; circulus circumscribens illud polygoniũ pentagonum per 12 p 4: & super illius pentagoni angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circumscribentis polygoniũ productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales portiones. Patet itaq; quoniam superficies plana pentagoni a b g d e secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69 th. 1 huius. Vnus itaq; arcus unius illorum circulorum sit z g c: ducanturq; lineæ contingentes quemlibet illorum arcuum in punctis g, d, e: contingatq; arcum z g c in puncto g linea l k. Quia itaq; per 43 th. huius angulus portionis, qui est b g z, est æqualis angulo d g c: anguli quoq; contingentiæ, qui sunt k g z & l g c sunt æquales: palàm ergo per 20 th. 5 huius quoniam fit reflexio formæ puncti b à puncto speculi g ad punctũ speculi alterius, quod est d. Et similiter per eandem demonstrationem fiet reflexio à puncto d ad punctum speculi alterius, quod est e, & à puncto e ad centrum uisus, quod est a. Palàm ergo propositum. Et sic quotcunq; fuerint anguli polygonij, tot assumantur specula, & semper accidet illud, quod præmissum est.



68. A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi. Euclides 31 th. catoptr.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum: in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c: sitq;, ut superficies plana secans speculum secundum hunc circulum secet etiam corpus solis trans centrum: ergo per 69 th. 1 huius communis sectio illius superficiei planæ & solis erit circulus magnus, qui sit d e z: & ab aliquo puncto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea, secundum quam procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi, quod sit g: & à puncto circuli solis, quod sit e, procedens radius ad centrum speculi, quod est c, incidat in punctum speculi b: & à puncto solis, quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctum speculi a. Quia ergo omnes radij transeuntes per centrum c sunt perpendiculares su-

per ſuperficiem ſpeculi a b g per 72 th.1 huius: patet per 21 th.5 huius quoniam omnes reflectuntur in ſeipſos: concurrent ergo tam incidentes quàm reflexi omnes in puncto c, quod eſt centrum ſpeculi: omnes enim illi radij ſunt diametri ipſius ſpeculi, & omnes anguli ſemicirculi ſunt æquales per 43 th.1 huius: reflexio autem omnis fit ſecundum angulos æquales, ut patet per 20 th.5 huius. Quicunq; itaq; radiorum ſolarium pertranſierint per centrum ſpeculi, quod eſt c, & peruenerint ad quęcunq; puncta ſuperficiei ſpeculi: illi omnes reflectentur in ſeipſos, & concurrent in centro ipſius: radij uerò æquidiſtantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, qui eſt e b: hic ergo, ut præmiſſum eſt, tranſibit centrum ſpeculi, quod eſt c: & reflectetur in ſeipſum. Huic ergo ducatur per 31 p 1 aliquis radius æquidiſtans: qui ſit l n: & alius, qui o s: ſitq; arcus n b inæqualis arcui b s: ſecetq; linea l n circulum a b g in puncto y: & in arcu y n ſignetur punctum k: & ducatur linea c n. Quia itaq; angulus l n k eſt minor angulo c n k, ut pars ſuo toto: patet quòd angulus l n k eſt minor angulo c n b: quoniam anguli c n b & c n k ſunt æquales per 43 th 1 huius. Patet ergo per 20 th.5 huius quòd radius l n non reflectetur in punctum c. Fiat itaq; angulus b n f æqualis l n k: cadetq; punctum f citra punctum c in punctum aliquod ſemidiametri c b: & in corpore ſolari continuetur linea e l. Si itaq; quadrangulum n f e l, (fixo permanẽte ſuo latere e f) imaginetur moueri, quouſq; linea l n incidat ad locum, unde exiuit: tunc punctus n motu ſuo deſcribet quendam circulum in ſuperficie ſpeculi: & in tota peripheria illius circuli angulus l n f remanet æqualis: ergo angulus l n k eſt æqualis angulo b n f. Fiet ergo per 20 th.5 huius à tota peripheria illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f. Similiter quoq; ſi à puncto ſolis, quod eſt o, ducatur per 31 p 1 radius æquidiſtans radio perpendiculari, qui eſt e b: & ſit ille radius æquidiſtans o s, ſecans circulum a b g in puncto x: & in arcu x s ſignetur punctum q in linea n f producta, ſitq;, ut perpendicularis e b ſecet circulum a b g in puncto p: & ſit arcus b s minor arcu n b: ergo & arcus x p (qui eſt æqualis arcui b s per 51 th.1 huius) minor eſt arcu p y æquali b n: ergo arcus x q s remanet maior arcu y k n: ergo per 43 th 1 huius angulus x s q eſt maior angulo y n k. Radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, ſed ad aliquod punctum lineæ f c, quod ſit h. Portio enim circuli y k n, quæ eſt æqualis portioni n b q, eſt minor portione x q s, quæ eſt æqualis portioni s b k: copuletur quoq; linea o e. Si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s intelligatur moueri, quouſq; linea o s redeat ad locum, unde exiuit: tunc punctum s motu ſuo deſcribet in ſuperficie ſpeculi circulum, à cuius totali peripheria fiet reflexio ad punctum diametri ſpeculi, qui eſt h. Et ſimiliter eſt de quibuſcunq; alijs radijs incidentibus ſuperficiei ſpeculi æquidiſtanter radio e b. Semper enim fiet reflexio omnium ſibi ſimilium radiorum a peripheria unius circuli totius ſpeculi ad unum punctum diametri ipſius ſpeculi: & lineæ radiales propinquiores diametro, reflectuntur ad punctum propinquius centro c: & lineæ radiales remotiores à diametro, & æquidiſtantes illi, reflectuntur ad punctum remotius à centro, quod eſt c. In quocunq; autem illorum punctorum ponatur aliquod corpus combuſtibile, per radios reflexos incendetur. Sed quia radij ſunt pauci & debiles, oportet ut combuſtile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat Patet ergo propoſitum. Et hoc ſpeculum, quantùm ad actum combuſtionis, efficacius eſt ſpeculo compoſito ex planis ſpeculis, de quo locuti ſumus in fine quinti libri huius ſcientiæ. Poſſet quoq; per diligentiam artificis aliquod ſpeculum ex pluribus huiuſmodi ſpeculis componi, quod eſſet maioris efficaciæ ad comburendum: hoc autem relinquimus induſtriæ perquirentis: quia ſufficit nobis ut propoſitum ſit hoc modo demonſtratum.



VITEL-

VITELLONIS FI-
LII THVRINGORVM ET PO-
LONORVM OPTICAE LIBER NONVS.

IN præmisso libro passiones speculorum sphæricorum cõcauorum pro nostro posse pertractauimus: supereſt nũc, ut speculorum columnarium & pyramidalium concauorũ proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorum speculorum proprietates concurrunt: planorum quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio. Colamnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descẽdunt: quoniam istorum & illorum cõformis est generatio secundũ figuras, à quibus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionum: nisi quòd hinc & inde secundum naturam conuexi & concaui illæ passiones quodammodo secundũ situm contrariè disponuntur. Ex quo accidit, ut quandoq; linea reflexa in cõuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso: & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) conformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitate passionibus aliqualiter pertractatis, ad aliqua specula figurarum irregularium & compositarum mentem conuertimus: uidentesq; quòd antiquorum geometrarum diligentia & solicitudo circa specula comburentia, (à quorum totali superficie ad unum punctum naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarum incidentium) plurimum est uersata: ut circa rem scientiæ geometriæ plurimam subtilitatem rebus naturalibus applicantem: actionem quoq; naturalium formarum accelerantem in productione effectuum mirandorum: huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei, ad quam, sicut ad finem nobilissimum, omne, quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus, aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uerò libris satis patet, quòd figura talium speculorum comburentium in una superficierum planarum, ut patet per 65 th. 5 huius, non est possibilis: sicut nec ab aliqua una superficierum conuexarum quacunque, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per 65 th. 6 huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet per 59 th. 7 huius, possibile est radios aliquos aggregari ad punctum unum mathematicum uel etiam naturalem. A concauo quoq; speculi sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à peripheria unius tantùm circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrum siue axem speculi, ut ostensum est per 68 th. 8 huius. Non fit autem omnium radiorum, æquidistanter axi speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctum unum. Sed neq; ab aliqua superficierum specularum columnariũ uel pyramidalium concauorũ est hoc possibile fieri: prout infrà in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo, ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus: quoniam illud, quod ex plurium speculorum regularium compositione ad hũc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei (à qua totali ad unum punctum fiat reflexio) certitudinem non attingit: neq; ad illorum peruenit commoditatem: neq; in illis adeò relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarum. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuscunque speculis, & etiam in ipsis comburentibus

ſpeculis ſupponimus principia, quæ in libris præcedentibus ſunt præmiſſa, ut patet in 5. 6 & præcipuè 7 & 8 libri huius ſcientiæ: quæ uerò ex præſuppoſitis principijs & cõcluſionibus demonſtranda de his ſpeculis prænominatis uidimus, ſunt iſta.

THEOREMATA

1. In ſpeculis columnaribus concauis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quandoq; eſt linea longitudinis ſpeculi: quandoq; circulus: quandoq; oxygonia ſectio. Alhaz. 89 n 5.

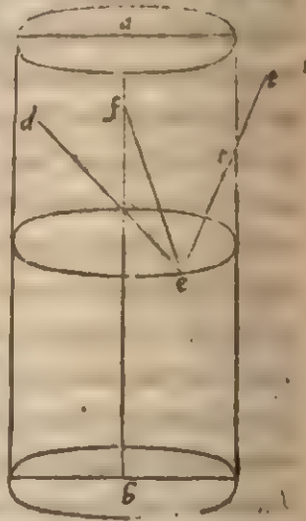
Quòd hic proponitur, patet ex præmiſsis in libro 7 huius de ſpeculis columnaribus conuexis. Et quia ſpeculum columnare concauum non minus participat formam & proprietatem columnæ quàm conuexum: patet quòd propoſita paſsio eodem penitus modo demonſtrãda eſt de ſpeculis columnaribus concauis, ut de columnaribus conuexis. Patet ergo propoſitum: nec enim neceſſarium talibus amplius immorari. Et quando fuerit communis illa ſectio linea longitudinis ſpeculi; erunt modi reflexionum & loca imaginum ſicut in ſpeculis planis: quãdo uero illa ſectio communis fuerit circulus: erunt modi reflexionis & loca reflexionum, ſicut in ſpeculis ſphæricis cõcauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra ſpeculum: quãdoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi: quandoq; inter uiſum & ſpeculum: quandoq; in ipſa ſuperficie uiſus: & omnium iſtorum idem eſt demonſtrandi modus, qui in illis ſphæricis concauis ſpeculis patuit per 11 th. 8 huius.

2. In ſpeculis pyramidalibus concauis communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi lineam longitudinis ſpeculi aut ſectionem oxygoniam poſsibile eſt eſſe: circulum uerò impoſsibile. Alhazen 97 n 5.

Paſsiones propoſitæ de præſentibus ſpeculis eodem penitùs modo demonſtrabiles ſunt, quo & de ſpeculis pyramidalibus cõuexis ſunt oſtenſa per diuerſas propoſitiones 7 huius. Patet ergo propoſitum. Et quando cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis: erũt modi reflexionum & loca imaginum, quæ & in ſpeculis planis oſtenſa ſunt per 49 th. 5 huius.

3. In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, centrũ uiſus: & punctum rei uiſæ: punctum reflexionis: & punctum axis, (in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto reflexionis contingẽtem) conſiſtere eſt neceſſe. Alhazen 46 n 4.

Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; centrum uiſus t: & punctum rei uiſæ d: reflectaturq; forma puncti rei uiſæ, quod eſt d, ad uiſum t à puncto ſpeculi e: & in puncto e contingat ſuperficiem ſpeculi ſuperficies plana: ſuper quam ſuperficiem à puncto e ducatur linea perpendicularis per 12 p 11: quæ fecet lineã a b axem ſpeculi in puncto f: & ſit linea e f. Dico quòd puncta t, d, e, f neceſſariò erunt ſemper in eadẽ ſuperficie reflexionis. Aut enim hæc ſuperficies reflexionis æquidiſtabit baſibus columnæ, aut nõ. Si ſic: patet per 100 th. 1 huius quòd communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi erit circulus æquidiſtans baſibus columnę: & linea ducta à puncto reflexionis, quod eſt e, tranſiens per centrũ illius circuli, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem columnæ, ut patet per 96 & per 100 th. 1 huius. Et ſi centrum uiſus, quod eſt t, & punctum rei uiſæ, quod eſt d, fuerint in illa linea: fiet reflexio formarum punctorum uiſorum tantùm ſecundum illam lineam per 21 th. 5 huius: eruntq; illa quatuor puncta, (quæ ſunt t, d, e, f) omnia in ſuperficie reflexionis. Quòd ſi centrum uiſus uel punctum rei uiſæ non fuerit in hac linea perpendiculari: ſemper tamẽ linea e f perpẽdiculariter à puncto e ducta, cãdet in axem a b per 96 th. 1 huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum: quoniam cadet inter perpendicularem e f, & inter lineam, circulum (qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) in puncto e contingentem. Et quoniam hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum: quia ſecundum ſui partem, qua incidit ſpeculo, neceſſariò cadet inter ſuperficies planas per cẽtrum uiſus ductas, portionem apparentẽ ſpeculi contingẽtes: & quoniam per 20 th. 5 huius ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis: patet quòd ſi unus illorum punctorum eſt in ſuperficie reflexionis, quod & reliquus. Quia enim angulus d e f erit æqualis angulo f e t, cadent hi anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ, quæ eſt e f, intra ſpeculũ. In eadẽ itaq; ſuperficie cadent omnia puncta t, d, e, f. Et eodem modo demonſtrandũ eſt, à quocunq; pũcto circuli, (qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi) fiat reflexio: ſemper enim illa quatuor pũcta erũt in ſuperficie reflexionis. Quòd ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea lõgitudinis ſpeculi: tũc iterũ à quocũq; pũcto illius lineæ fiat reflexio;



ſemper

ſemper propoſita quatuor puncta erũt in ſuperficie reflexionis, ut patet per 27 th. 5 huius. Similiter quoq; patet idem, ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & horum ſpeculorum fuerit ſectio oxygonia: quoniam illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem per 103 th. 1 huius: & linea à puncto reflexionis perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem, ſpeculum in puncto reflexionis contingẽtem, ſemper cadet in axe, ut hæc in ſpeculis columnaribus & pyramidalibus conuexis ſunt amplius declarata. Sit ille modus demonſtrãdi eſt uniuocus & utilis ſpeculis. Quòd ſi ſpeculum propoſitum fuerit pyramidale concauum: tunc (ut ſuprà oſtenſum eſt per præmiſſam) impoſſibile eſt communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi circulum eſſe: quę ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxygonia: tunc eadem erit declaratio quod quatuor prædicta puncta t, d, e, f conſtituunt in ſuperficie reflexionis, quæ prius in ſpeculis columnaribus concauis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

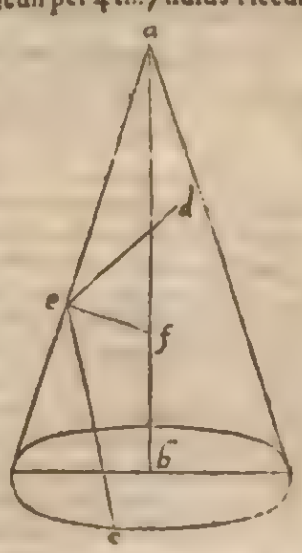
4. Centro uiſus exiſtente intra ſpeculum columnare uel pyramidale concauum: à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Alhazen 49 n 4.

Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: & ſit centrum uiſus t, ſitq; punctum t intra ſpeculum: dico quòd ab omni puncto ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Siue enim cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis columnæ ſpeculi: ut cum ſuperficies reflexionis ſecat ſuperficiem ſpeculi ſecũdum axis longitudinem, ut patet per 93 th. 1 huius: ſiue fuerit circulus æquidiſtans baſibus colũnæ ipſius ſpeculi: ſiue fuerit ſectio oxygonia: ſemper patet per præmiſſam quod punctus reflexionis & centrum circuli ſiue punctus axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſunt in eadẽ ſuperficie. Eſt ergo ſemper poſsibile, ut ab illo puncto fiat reflexio ad uiſum: quoniam in concauitate talium ſpeculorum non eſt corpus aliquod denſum reſiſtens multiplicationi formarum per medium. A' quolibet ergo puncto ſuperficiei talium ſpeculorum fiet formarum reflexio ad uiſum. Idem quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus concauis. Quoniam enim centrum uiſus ſemper eſt intra talia ſpecula, non refert à quocunq; puncto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio: quoniam ſemper poſsibile erit formam ad uiſum peruenire, niſi forte denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflexionẽ. Patet ergo propoſitum, reſumpta figuratione præmiſſæ, poſitoq; puncto t intra ſuperficiẽ ſpeculi in linea t e. Quicunq; enim punctus in utroq; ſpeculorũ fuerit datus: ſit ille punctus e: & ab eo extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiem planam in illo puncto ſpeculum contingentem per 12 p th. Et quoniam illa cadet in axem ſpeculi per 96 th. 1 huius: ſit, ut cadat in punctum f: & ſuper pũctum e terminũ lineæ e f fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo t e f, qui f e d. Palàm ergo quòd forma puncti d reflectetur ad uiſum in puncto t exiſtentem per 20 th. 5 huius. Et hoc proponebatur.

5. Centro uiſus exiſtente extra ſpeculũ columnare uel pyramidale concauum nõ integrum, à maiore parte ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Alhazen 49 n 4.

Eſto ſpeculum columnare uel pyramidale concauum: cuius axis ſit a b: & ſit centrum uiſus punctum t: ſitq; extra ſpeculum: dico quòd à maiore parte ſuperficiei concauæ ſpeculi fiet reflexio ad uiſum. Imaginentur enim ſuperficies contingentes columnam uel pyramidem à uiſu productæ ad ſpeculum: palamq; per 1 p 7 huius quoniam ſolùm pars ſuperficiei ſpeculi interiacens illas ſuperficies contingentes eſt illa, à qua, ſpeculo exiſtente conuexo, fit reflexio ad uiſum. Eſt autem illa pars minor pars ſuperficiei ſpeculi, ut patet de ſpeculis columnaribus per 78 th. 4 huius, & de pyramidalibus per 84 th. 4 huius: ablata itaq; illa parte remanet maior pars ſuperficiei ſpeculi. Fit autem à tota illa ſuperficie reflexio ad uiſum: quoniam omnis linea ducta ſub lineis contingentibus ſpeculum in aliqua illarum ſuperficierum, producta ſecat ſuperficiem ſpeculi per 4 th. 7 huius: ſecundum illam ergo poteſt fieri reflexio ad uiſum. Patet ergo propoſitũ.

6. Speculo pyramidali concauo integro exiſtẽte, oppoſitoq; ipſo uiſui ex parte ſuæ baſis exiſtenti: nullius puncti forma uidebitur, niſi intra ſpeculum exiſtentis. Alhazen 50 n 4.



Eſto ſpeculum pyramidale concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; eius conica ſuperficies tota integra: baſis uerò eius, quæ eſt ſuperficies plana, ſit ſubmota ab ipſo ſpeculo: ſitq; centrum uiſus c ex parte baſis ſubmotæ: dico quòd uiſus non percipiet formam alicuius puncti rei uiſæ, niſi illius, quę fuerit intra ipſum ſpeculum. Si enim centrum uiſus c in aliqua cõſtitat linea longitudinis ſpeculi, fiatq; reflexio ab illa linea longitudinis ad uiſum: tunc patet quia punctum rei uiſæ oportebit conſiſtere intra ſpeculum: quoniam ex hypotheſi centrum uiſus eſt ex parte baſis ſpeculi: oportebitque punctum rei uiſæ in eadem linea longitudinis exiſtere: aliàs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum. Quòd ſi centrum uiſus c ſit ſub aliqua linearum longitudinis ſpeculi: tunc adhuc patet propoſitum Quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocunque puncto reflexionis, quæ fieri poſsit ad uiſum c in hoc ſitu,

tenet angulum acutum cum linea reflexionis: patet per 33 th.5 huius cũ ſemper fiat reflexio ex parte anguli maioris, quòd ſemper fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis ſpeculi. Oportet ergo de neceſsitate, ut puncta rei uiſæ, quorum formæ reflectuntur ad uiſum à quibuſcunq; punctis ſuperficiei totius ſpeculi, ſemper ſint intra ipſum ſpeculum. Patet ergo propoſitum. Si uerò auferatur à ſpeculo tali portio aliqua ſecundum longitudinem ſpeculi: tunc poterunt comprehendi exteriora, quæ ſunt extra ſpeculum: quoniam patebunt liberi introitus lineis incidentiæ formarum extrinſecarum, quę reflectentur ad uiſum. Similiter quoq; accidit, ſi ſecetur pyramis ſpeculi ad modum annuli ſecundum aliquem circulum æquidiſtantem baſi, uel etiam ſecundum oxygoniam ſectionem, taliter, ut auferatur uertex pyramidis ſpeculi: tunc enim lineæ incidentiæ liberum habebũt ingreſſum: plures tamen formæ reflectentur ad uiſum ſi centrum uiſus fuerit ex parte ſuperficiei concauitatis ſpeculi, quàm ſi fuerit ex parte ſuæ baſis: quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

7. A quocunq; puncto ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui non eſt poſsibile niſi formam unius puncti ad eundem uiſum reflecti. Alhazen 51 n 4.

Eſto, ut in præmiſſa, ſpeculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b: ab eius quoq; puncto e reflectatur ad uiſum c forma pũcti d: dico quod ab eodẽ puncto e formam alterius puncti, quàm d, ad uiſum exiſtentem in puncto c impoſsibile eſt reflecti. Ducatur enim à puncto reflexionis, qui eſt e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem: quæ ſecabit axem ſpeculi per 96 th.1 huius: ſecet ergo in puncto f. Palàm itaq; per 3 huius quoniam puncta c, d, e, f ſunt in eadem ſuperficie. Et quoniam una ſola linea recta à centro uiſus, quod eſt e, ducibilis eſt ad punctum reflexionis, quod eſt e: patet quòd angulus c e f non poteſt uariari: ergo nec angulus d e f, qui per 20 th.5 huius eſt æqualis angulo c e f. Linea ergo e d eſt tãtùm unica linea, cuius alicuius puncti forma poteſt reflecti ad uiſum c: ſed ex hypotheſi forma puncti d reflectitur ad uiſum: nullius ergo alterius puncti forma ad ipſum reflectetur. Cum enim aliqua linea incidentiæ peruenit ad aliquod punctum corporis non poteſt forma alterius puncti per illam lineam incidere ſpeculo: quoniam punctus altior occultat poſteriorem, nec præſtat tranſitum formæ illius. Patet ergo propoſitum: quoniam in his ſpeculis a quocunq; puncto facta reflexione formę unius puncti, non poteſt ab eodem puncto ſpeculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uiſum. Sed a duobus uiſibus poſſunt in eodem puncto ſpeculi duorum punctorum formæ comprehẽdi, ſicut à pluribus uiſibus plures formæ diuerſorum punctorum: quoniam, ut patet per 18 th.7 huius, infinitæ poſſunt ſumi ſuperficies ſuper perpendicularem e f ſe ſecantes, in quarum qualibet ex utraq; parte perpendicularis e f ſumi poſſunt duo anguli acuti æquales. Licet autem illud, quod hic proponitur, ſatis patuerit per 29 th.5 huius: hic tamen idem declarauimus: ideo quia oppoſitum in his ſpeculis plus ueriſimile uidebatur.

8. Linea longitudinis ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi: unus eſt tantùm punctus reflexionis, & unius puncti res uiſæ ad unius uiſus centrum: & uidetur unica imago.

Non oportet huic propoſitioni declarandæ aliter inſiſti, niſi ſicut idem oſtenſum eſt in ſpeculis planis, quòd ab uno tantùm puncto fit reflexio, & una tantùm occurrit uiſui imago, ut patet per 46 & 48 th.5 huius. Linea enim recta eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi hinc inde: unicus ergo tãtùm eſt punctus reflexionis: unica tãtùm ergo uidebitur imago ſub ſuperficie ſpeculi ſemper apparens, ut in planis ſpeculis: eritq; per 49 th.5 huius diſtantia imaginis ſub ſpeculo æqualis diſtantiæ rei uiſæ ſupra ſpeculum. Patet ergo propoſitum.

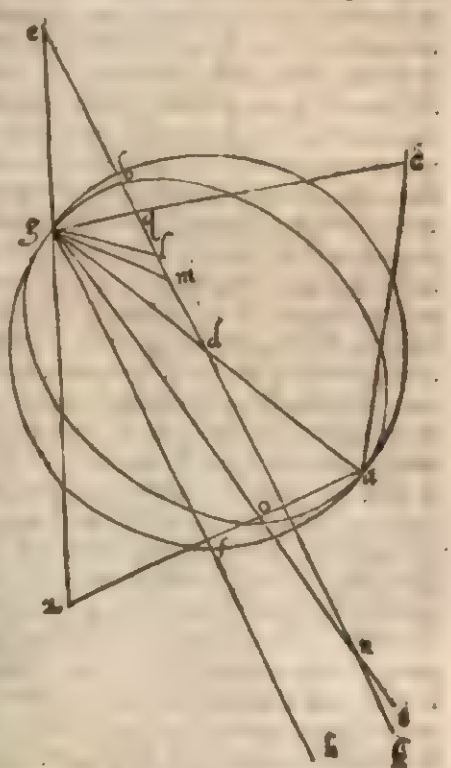
9. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxygonia exiſtente: à pluribus punctis illius ſectionis poteſt fieri reflexio formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad idem centrum uiſus. Alhazen 48 n 4. Item 93 n 5.

Sit ſpeculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis a b: ſitq; centrũ uiſus c: & punctũ rei uiſæ ſit d, ut patet in figura 6 huius. Si itaq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit ſectio oxygonia: dico quòd forma puncti d ad centrum uiſus c à pluribus punctis illius ſectionis reflecti poteſt. Iam enim oſtendimus ſuprà per 22 th.7 huius quòd à ſpeculis columnaribus conuexis ab uno tantùm pũcto ſectionis oxygoniæ fit formæ eiuſdem puncti reflexio ad uiſum eundem: & diximus quòd ſi diameter columnæ fuerit æqualis diſtantiæ oculorum, quòd à duobus punctis ſectionis oxygoniæ poteſt fieri reflexio ad uiſum: aliàs enim latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia, ſcilicet illa, per quæ tranſit circulus columnæ, ductus per punctum reflexionis æquidiſtanter baſibus: unde uiſo uno illorum punctorum alius pũctus latebit propter minoris portionis columnæ ipſius apparentiam. In his uerò ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior portio columnæ, ut patet per 5 huius: unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo puncta, quæ ſunt extremitates diametri circuli æquidiſtãtis baſibus columnæ. Et eodem modo penitùs de ſpeculis pyramidalibus cõcauis declarandũ: eius enim ſuperficiei plus medietate uni uiſui occurrit: & duo pũcta per diametrũ circuli æquidiſtãtis baſi pyramidis oppoſita uideri poſsũt. Patet ergo ꝓpoſitũ.

10. Com-

10. Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxygonia existente: erit locus imaginis quandoq; ultra speculum: quandoq; citra uisum: quandoque in centro uisus: quandoque in superficie speculi: quandoque inter uisum & speculum. Alhazen 90 n 5.

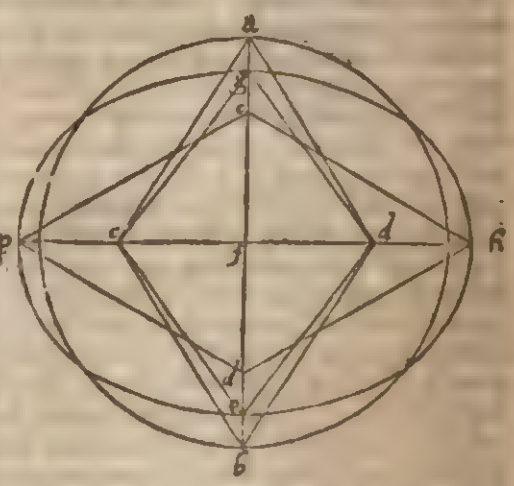
Esto speculum columnare concauum: cuius pars axis sit d k: & eius superficiei columnaris & superficiei reflexionis communis sectio sit oxygonia: quæ a b g: dico quòd possibile est totum, quod hic proponitur. Ducatur enim in hac sectione perpendicularis super superficiem speculum cotingentem in pũcto reflexionis, quæ sit g i: hæc itaq; per 112 & per 104 th. 1 huius erit semidiameter cuiusdam circuli secundum illum punctum secantis columnam speculi æquidistanter basibus: secabitq; axẽ speculi, qui est k d: sitq;, ut secet ipsum in puncto d: eritq; illa perpendicularis tantùm una: cum à nullo alio puncto sectionis a b g possit duci linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto reflexionis quàm ab uno puncto reflexionis: cum omnes aliæ lineæ à quibuscunq; punctis sectionis a b g ductæ ad axem d h, sint obliquæ super superficiem illam speculum contingentem, ut patet per prænominatas propositiones 1 huius. Sumatur item alius punctus sectionis a b g, qui sit b: & ducatur ab illo puncto b linea perpendicularis super lineam rectam contingẽtem sectionem a b g in puncto b: & hæc quidem linea per 114 th. 1 huius necessariò concurret cum perpendiculari g d. Sit ergo, exempli causſa, cõcursus in puncto d: quoniam si concurrant sub puncto d, eadem est demonstratio: sitq; punctus b taliter sumptus in sectione a b g circa punctum g, ut angulus b d g sit acutus. Deinde à puncto g ducatur in superficie sectionis a b g linea æquidistãs lineæ b d per 31 p 1: quę sit g h: & hæc linea cadet intra pyramidalẽ sectionem: ideo quia cum angulus g d b sit acutus ex hypothesi, erit suus coalternus (qui est angulus h g d) similiter acutus per 29 p 1: cum lineæ b g & g h adinuicem æquidistent. Item inter puncta d & h ducatur à puncto g linea in superficie sectionis, quæ per 2 th. 1 huius necessariò concurret cum linea b d: quoniam ipsa cõcurrit cum linea h g æquidistante lineæ b d: sit ergo punctus concursus n: cadet itaq; linea g n inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n sumatur pũctus quicunq;, qui sit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctum n sumatur punctus t in linea g n. Item à puncto g ducatur extra ambas lineas g h & b d, alia linea intra sectionem a b g, quæ sit g z. Hæc itaq; linea g z, quia concurrit cum linea h g in puncto g, necessariò concurret cum linea d b producta ultra punctum b per 2 th. 1 huius: sit concursus in puncto e: & super g terminum lineæ g d fiat angulus æqualis angulo z g d per 23 p 1, qui sit angulus d g q: cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d æqualis angulo h g d: & fiat angulus m g d æqualis angulo n g d: sintq; omnia puncta q, l, & m in linea b d. Palàm itaq; per 20 th. 5 huius, quòd si centrũ uisus fuerit in puncto z, reflectetur ad ipsum forma puncti q à pũcto speculi g: & erit per 37 th. 5 huius locus imaginis punctum e: & si fuerit centrũ uisus in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti l à puncto speculi g. Et quoniá cathetus incidentiæ, quæ est l d, æquidistat lineæ reflexionis, quæ est g h: palàm quòd lineæ l d & g h nunquam concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficiei speculi, à quo fit reflexio (quod est punctum g) qui locus est primus & proprius ipsius imaginis propter continuitatem totius formæ reflexæ, prout diximus in 12 th. 8 huius. Si uero centrum uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m à puncto speculi, quod est g: & locus imaginis erit punctum n. Si uerò centrum uisus fuerit in puncto n: erit locus imaginis formæ puncti m in ipso centro uisus, quod est in puncto n. Quòd si cẽtrum uisus fuerit in puncto t: erit iterum locus imaginis formæ puncti m in puncto n, quod erit tunc inter uisum & superficiem speculi. Patet ergo propositum: quoniá in speculis pyramidalibus concauis poterit secundum præmissa, cooperante 113 huius, demonstratio faciliter coaptari. Hoc itaq; proponebatur.



11. Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui: quandoq; ab uno puncto speculi: quandoq; à duobus fit reflexio: & locus imaginis semper erit centrum uisus. Alhazen 91 n 5.

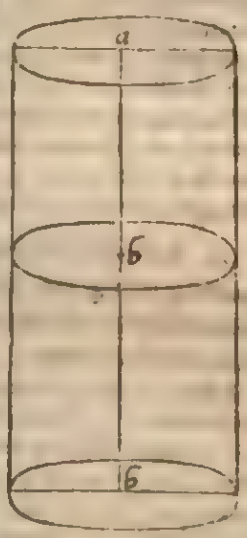
Sit speculum columnare concauum: cuius axis sit a b: sitq; centrum uisus c: & punctum rei uisæ d: sintq; puncta c & d in una linea perpendiculari super superficiẽ speculi, quæ sit e f, uel in alia linea perpendiculari super lineá e f: quæ sit h p, ita quòd punctus e sit pũctus superficiei speculi, & pũctus f sit pũctus axis a b. & producatur linea e f ad aliá partem speculi in punctũ g. Dico quòd quandoq; ab uno puncto speculi, ut a puncto e: quandoq; a duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d

reflecti ad uiſum c. Palàm enim per 21 th. 5 huius quòd linea c e, in qua eſt punctus rei uiſæ, qui eſt d, reflectitur in ſeipſam: tunc enim infinitæ poſſunt intelligi ſuperficies ſecantes ſe ſuper lineam e f, quarum quælibet eſt erecta ſuper ſuperficiem contingẽtem ſpeculum per 18 p 11: cum linea e f, quæ eſt communis ſectio illarum ſuperficierum, ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem. Quãdo ergo quarundam illarum ſuperficierum & ſuperficiei ipſius ſpeculi communis ſectio eſt linea recta, quę eſt linea longitudinis ſpeculi æquidiſtans axi a b: tunc, ſicut per 21 th. 5 huius in ſpeculis quibuſcunq; oſtendimus, non fiet reflexio, niſi ſuper eandem lineam perpendicularem, quæ eſt e c: & (ut patet per 32 & 36. th. 5 huius) locus imaginis eſt centrum uiſus, qui eſt punctus c: nec uidebitur aliquis pũctus rei uiſæ, niſi ſolus ille, qui fuerit in ſuperficie ipſius uiſus. Quãdo uerò aliqua illarum ſuperficierum perpendicularium ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem, ſecat ſuperficiem concauam ipſius ſpeculi, ita quòd communis ſectio illarum ſuperficierũ eſt circulus æquidiſtans baſibus colũnæ, cuius centrum eſt f punctum axis: & tunc ſi punctum f fuerit in diametro p h inter punctum c, quod eſt centrum uiſus, & punctum d, quod eſt punctum rei uiſæ, ita quòd æqualiter diſtet ab utroq; ſitq; linea c f æqualis lineæ f d: poterit forma puncti d ad uiſum c reflecti à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & g: & ſunt puncta terminantia diametrũ illius circuli. A quolibet enim illorũ punctorum fit reflexio formę puncti d ad uiſum c: ideo quòd angulus d e f eſt æqualis angulo f e c: & ſimiliter angulus d g f æqualis angulo f g c per 4 p 1. Duorum enim trigonorum d f e & f e c duo latera d f & f c ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus f e eſt commune, angulusq; d f e eſt æqualis angulo c f e: quia uterq; eſt rectus: & ſimiliter eſt in trigonis d f g & c f e. Angulum itaq; d e c per æqualia diuidit perpendicularis e f: & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli. Et quoniam cathetus incidentiæ, quæ eſt d f, cum linea reflexionis e c uel g c non concurrit niſi in centro uiſus, quod eſt c: patet per 37 th. 5 huius quoniam centrum uiſus eſt locus imaginis formæ puncti d. Alia uerò puncta lineæ perpendicularis, quæ eſt c d h, non reflectuntur ad uiſum c à puncto ſpeculi h, niſi ſolus ille punctus, qui eſt in ſuperficie ipſius uiſus, ut ſuprà patuit: ideo quòd nõ reflectitur niſi per eandem perpendicularem. Cum uerò alicuius illarum ſuperficierum perpẽdicularium ſuper ſuperficiem ſpeculum propoſitum in puncto e contingẽtem & ſuperficiei ſpeculi fuerit oxygonia ſectio: non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uiſum ab aliquibus alijs punctis ſectionis: cũ (ſicut patet per 112 th. 1 huius) duæ lineæ perpendiculares ſuper ſuperficiẽ ſpeculi in ſuperficie ſectionis ſe interſecare nõ poſſint, ſicut in ſuperficie circuli æquidiſtantis baſibus ſpeculi ſe tales duæ diametri ſecant ſuper centrum f, ut iam patuit, quę ſunt p h & e g. Non enim eſt diameter ſectionis (quæ eſt p h) perpendicularis ſuper ſuperficiem contingẽtem ſpeculum in puncto h, ſed obliquè incidit ſuper illam, quando diameter e g perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi: & hoc accidit propter obliquationem ſectionis oxygoniæ ſuper axem columnæ ſpeculi. Non ergo reflectetur forma puncti d ad uiſum c per lineam c d h. Sed ſi puncta d & c æqualiter diſtent à puncto f, ita ut linea d f ſit æqualis lineæ f c: tunc à punctis ſpeculi e & g, quæ ſunt termini lineę perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ eſt linea e f g, poteſt fieri reflexio formæ puncti d ad uiſum c per 20 th. 5 huius, & per 4 p 1, ut ſuprà patuit: quoniam anguli d e f, & f e c ſunt æquales: & itẽ anguli d g f & f g c ſunt æquales, & punctum rei uiſæ, quod eſt d, & cẽtrum uiſus, quod eſt c, ſunt cum ambobus punctis reflexionis, qui ſunt e & g, & cum pũcto axis f, cui incidit linea e f g, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficies contingentes ſpeculum in punctis e & g in eadem ſuperficie ipſius ſectionis. Patet ergo quòd fiet ab illis duobus pũctis reflexio formæ puncti d ad uiſum c: & erit locus imaginis in utriſq; centrum uiſus, quod eſt c. Sed ſi puncta d & c fuerint in perpendiculari e f: tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto ſectionis oxygoniæ, niſi ſolùm à puncto e: quoniam forma incidens ſuperficiei ſpeculi ſecundum lineam perpendicularem, reflectitur ſecũdum eandem perpendicularem: & in ſectione oxygonia eſt unica linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem. Quare, ut prius dictum eſt, per illam ſolam fit reflexio ſolius puncti lineæ perpendicularis, qui eſt in ſuperficie uiſus: & ſicut prius, erit locus imaginis in centro uiſus. Eodem quoquè modo deducendo, patet idem propoſitũ in ſpeculis pyramidalibus concauis. Ducta enim à centro uiſus ad ſuperficiem contingẽtem ſpeculum pyramidale linea recta perpendiculari ſuper illam ſuperficiem: ſi in illa perpẽdiculari ſumatur punctus corporeus inter uiſum & ſpeculum: patet quòd non reflectetur forma eius ad uiſum ſecundum illam perpendicularem: quoniam punctus ille occultabit terminum perpendicularis, & non reflectetur ab ipſo. Si autem nullus punctus corporeus fuerit in illa perpendiculari: reflectetur ad uiſum ſecundum hãc perpendicularẽ forma ſolius puncti ſuperficiei uiſus, quod punctum ex illa ſuperficie uiſus ſecat ipſa perpendicularis. Si communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi: ab uno tantùm puncto ſpeculi fit

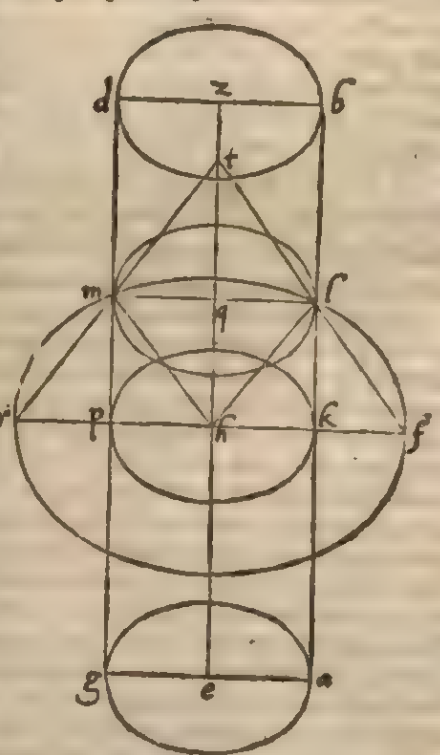


culi fit reflexio, ſicut & in alio ſpeculo columnari præoſtenſum eſt. Quòd ſi ſectio fuerit oxygonia, quando q. ab uno puncto: quandoq; à duobus poteſt fieri reflexio ſecundũ diuerſitatem ſitus puncti rei uiſæ & centri uiſus: quoniam punctis c & d exiſtentibus in linea f p, fiet reflexio à puncto h: & ſi puncto c exiſtente in linea f g, punctus d ſit in linea f e: fiet reflexio fortè à punctis h & p: & ſemper locus imaginis eſt centrum uiſus. Vniuerſaliter enim tam in ſpeculis pyramidalibus quàm columnaribus concauis, exiſtẽte axe ſpeculi inter uiſum & ſpeculum, non fiet reflexio per lineam ad uiſum perpendicularem, niſi ab uno tantùm puncto ſpeculi, quẽ ſecat illa perpẽdicularis: & ſolùm illius puncti ſuperficiei uiſus, quem ſecat illa perpendicularis ducta à cẽtro uiſus Hoc quoq; quod præmiſimus, tunc demum uerùm eſt, ſi linea f h fuerit perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi: quod eſt poſsibile fieri in ſpeculis pyramidalibus, non autẽ in ſpeculis columnaribus: quia tunc ſemper ſectio eſt obliqua ſuper ſuperficiem ſpeculi: & ſimiliter eſt de linea f p. Patet ergo propoſitum: quoniam ſectionem pyramidalem poſsibile eſt ſic diſponi, ut linea p h ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & ut ordinetur reflexio ſecundum illud.

12. Centro uiſus exiſtente in centro baſis ſpeculi columnaris cõcaui, aut circuli æquidiſtantis baſi: fiet reflexio formæ ipſius oculi ab arcu circuli ſpeculi ſimili arcui circuli magni, qui eſt in ſuperficie oculi: eritq; locus imaginis centrum uiſus. Alhazen 92 n 5.



Sit ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit a b: ſitq; centrum uiſus in puncto b: quod per 92 th 1 huius eſt cẽtrum circuli, qui eſt baſis ſpeculi: dico quòd forma ipſius oculi uidentis reflectetur ad ipſum uiſum ab arcu circuli baſis ſpeculi, ſimili arcui circuli magni, qui eſt totius ſphæræ oculi, tranſiens per centrum foraminis uueæ & per centrum oculi: hoc eſt arcui, qui interiacet extremas perpendiculares, quæ à centro uiſus ſecantes peripheriam foraminis uueæ duci poſſunt ad peripheriam circuli ſpeculi. Imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrum foraminis uueæ & per totam peripheriam cuiuſdã arcus circuli magni ſphęræ ipſius oculi, ſecantis portionem ſphæræ oculi, cui correſpondet foramen uueæ, per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ oculi per 72 th. 1 huius: quoniam ducuntur à centro: ſed eædem lineæ ad peripheriam circuli baſis ſpeculi productæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi per eandem rationem: quoniam exeunt à centro illius circuli, quod eſt b. Illæ ergo lineæ ſunt perpendiculares ſuper utraſq; iſtas ſuperficies: ergo per 21 th. 5 huius ipſæ reflectuntur in ſeipſas. Formæ ergo punctorum ſuperficiei oculi in illis perpendicularibus cadentes, reflectũtur ad uiſum per eaſdem. Et quoniam circulus ſphæræ oculi & circulus baſis ſpeculi (cum idẽ centrum habeant) ſunt circuli æquidiſtantes: patet per definitionẽ ſimilium arcuum, quòd arcus quaſq; duas ipſarum ſemidiametros interiacentes ſunt ſimiles. Arcus itaque circuli ſpeculi, à quo fit reflexio, eſt ſimilis arcui oculi, qui reflectitur. Et fortè ille arcus hinc indè eſt quadrans circuli: quia ſicut in 4 th. 3 huius diximus, latus rectum ſubtenſum arcui circuli magni, & ſphæræ ipſius oculi tranſeunti per centrum uueæ & trans totum foramẽ uueæ, eſt quaſi æquale lateri quadrati inſcriptibilis ipſi ſphæræ oculi: illi autẽ correſpondet in centro angulus rectus, & in ſuperficie ipſius ſphæræ quadrans circuli per 32 p 6. Locus autem imaginis omnium punctorum ſuperficiei oculi taliter reflexorum eſt in centro ipſius uiſus, ut patet per præmiſſam. Et quoniã de quocunq; circulo ſpeculi æquidiſtante baſi eſt eadem demonſtratio: patet ergo propoſitum.

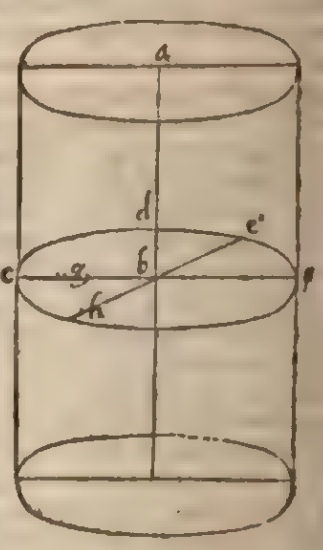


13. In ſpeculis columnaribus concauis ſumptis duobus punctis in axe ſpeculi: poſsibile eſt unum reflecti ad alterum à toto uno circulo ſpeculi: locusq; imaginis erit quidã circulus extra ſuperficiẽ ſpeculi. Alhaz. 94 n 5.

Eſto ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit e z, ſintq; t & h duo puncta ſignata in axe: dico quòd eſt poſsibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d baſes ſpeculi: & diuidatur linea t h per æqualia in puncto q per 10 p 1: & ſuper cẽtrum q deſcribatur circulus in ſuperficie ſpeculi æquidiſtãs baſibus ſpeculi per 102 th. 1 huius: cuius diameter ſit linea l q m: ducantur quòq; lineæ longitudinis ſpeculi per 101 th. 1 huius: quæ ſint b l a, & d m g: fiat quoq; circa centrum h circulus: cuius diameter

ſit linea k h p: & ducantur lineæ t l, t m, h l, h m. Et quia axis ſpeculi, qui eſt e z, per 92 th. 1 huius erectus eſt ſup ſuperficiē circuli l m: patet quia anguli t q l & t q m & h q l & h q m ſunt recti: ſed & linea t q eſt æqualis lineæ q h ex hypotheſi: & lineæ q m & q l ſunt æquales per definitionem circuli: ergo per 4 p 1 trigona quatuor, quæ ſunt t q m & h q m & t q l & h q l ſunt æquiangula: angulus itaq; t l q eſt æqualis angulo q l h: & angulus t m q æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto t, & alicuius rei uiſæ punctus fuerit h: reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto t, à puncto ſpeculi, quod eſt l: & ſimiliter à puncto m. Si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod eſt pars axis ſpeculi, imaginetur moueri quouſq; redeat ad locum, unde ſumpſit motus principium: tunc punctus l motu ſuo deſcribet circulum: & ſemper duo anguli t l q & q l h manebunt æquales: & ſemper in hoc motu reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto t. Quia uerò diameter p h k eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: palàm quia ipſe eſt cathetus incidentiæ formæ puncti h. Producatur itaq; eadem cathetus p h k ultra pūctum k extra ſuperficiem ſpeculi, donec concurrat cum linea reflexionis, quæ t l, producta: cōcurret autem per 14 th. 1 huius: quoniam cū angulus t h k ſit rectus, angulus h t l eſt acutus: ſit punctus concurſus f. Similiter quoq; producta catheto h p ultra punctum p: cōcurret ipſe cum linea reflexionis, quæ eſt t m: ſit punctus concurſus r: eruntq; per 37 th. 5 huius puncta f & r loca imaginū formæ puncti h: motoq; triangulo t l h, mouebitur ſimul cum illo triangulus t f h: & in hoc motu punctus f deſcribet circulum extra columnam ſpeculi: totusq; ille circulus erit locus imaginis. Et idem erit probandi modus ſumptis quibuſcunq; duobus pūctis in axe ſpeculi. Oportebit tamē hoc modo uiſum taliter ſiſti, ut centrū eius ſit directè in axe ſpeculi, & punctus rei uiſæ ſit in aliquo cētro circuli ſpeculi, aut circuli baſis, aut æquidiſtantis ei: aliàs enim locus imaginis nō occurret uiſui extra ſpeculū. Patet ergo propoſitū.

14. Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris concaui exiſtēte circulo: quandoq; unum: quandoq; duo: quandoq; tria: quandoq; quatuor erunt puncta reflexionis & non plura: & ſecūdum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 95 n 5.



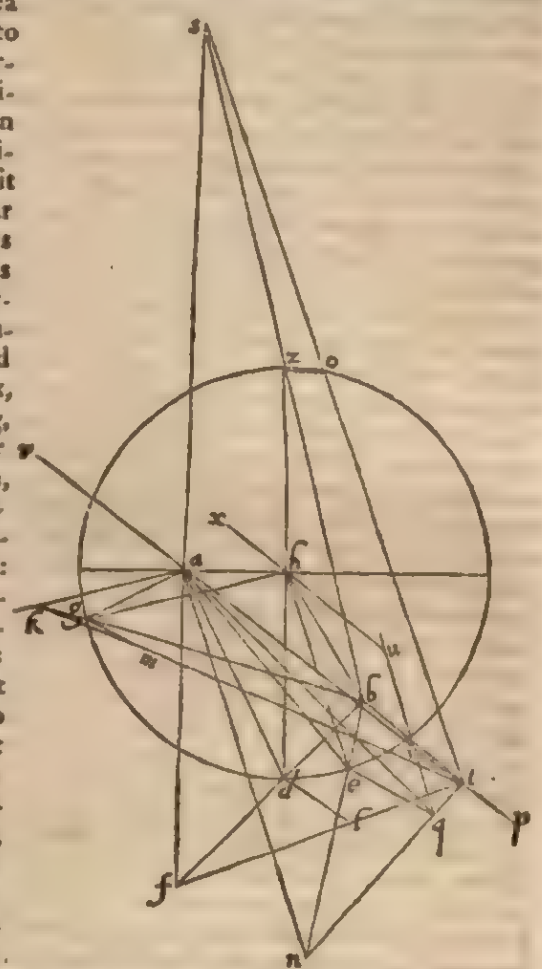
Eſto ſpeculum columnare cōcauum, cuius axis a b: ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, qui c d e f: cuius centrum ſit b: ſitq; centrum uiſus g: & punctū rei uiſæ h: quæ ſint intra illum circulum æqualiter uel inæqualiter diſtantia à centro b: ſintq; ambo ab una parte centri b. Dico quòd uerum, quod proponitur. Ducantur enim diametri g b & h b: quæ producantur ad peripheriam circuli: patetq; per 40 th. 8 huius quoniā poſsibile eſt quādoq; formam puncti h reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto g ab uno tantùm puncto circuli c d e f: quandoq; à duobus: quandoque uerò à tribus: quandoq; uerò à quatuor: non autem à pluribus. Et quoniam in propoſitō, cum reflexio fiat à circulo ſpeculi, nō eſt aliqua differentia quo ad illud: patet ergo primum propoſitum. Patet etiā, prout oſtenſum eſt in ii th. 8 huius, ſiue catheti incidentiæ concurrant cum lineis reflexionis ſiue æquidiſtent, quòd ſecūdum numerum linearum reflexionis imagines numerantur. Et hoc eſt totum, quod proponebatur.

15. In columnaribus cōcauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente oxygonia: formarum punctorum rei uiſæ quarundam ſit ab uno tantùm puncto ſpeculi reflexio ad uiſum: quarundam à duobus: quarundam à tribus. quarundam à quatuor: non autem à pluribus: & ſecundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 95 n 5.

Eſto ſpeculum columnare concauum: cuius axis ſit linea x h: ſitq; punctus rei uiſæ obliquè incidens ſpeculo, ita quòd non ſit in aliqua linearum perpēdicularium ſuper ſuperficiem ſpeculi: qui ſit punctus a: taliter ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſectio oxygonia. Dico quòd poſsibile eſt, ut ab uno puncto, uel à duobus, uel à tribus, uel à quatuor punctis alicuius oxygoniæ ſectionis fiat reflexio ad uiſum: & quandoq; unica appareat imago, quādoq; duæ, quandoq; tres, quandoq; quatuor & non plures imagines: quoniam totidem ſunt puncta reflexionis tantùm poſsibilia. Imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctum a æquidiſtans baſibus ſpeculi propoſiti: eritq; cōmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi circulus per 100 th. 1 huius, cuius circuli centrum ſit h: ſumaturq; in ſuperficie illius circuli aliud punctum, quod ſit b, inæqualiter diſtans à centro h cum puncto a: & ducantur à punctis a & b ad centrum circuli h lineæ a h & b h: & compleantur diametri illius circuli eiſdē lineis ad peripheriam circuli hinc inde productis. Palàm ergo per ea, quæ dicta ſunt in theoremate precedente, & in 40 th. 8 huius, quòd ab uno puncto arcus interiacentis duas ſemidiametros a h & b h poteſt forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b: uel forſitan a duobus uel à tribus: ſed nō à pluribus: ab arcu uerò oppoſito illi arcui (utpote ab illo arcu, qui cadit inter eaſdem ſemidiametros productas ad aliam partem peripheriæ circuli) non poteſt fieri reflexio formæ pūcti a ad uiſum b, niſi ab uno tantùm puncto. Eſto itaq; quòd forma pūcti a reflectatur ad uiſum b à tribus pūctis ſpeculi propoſiti arcus, ſcilicet unius

inter-

inter iacentis ſemidiametros a h & b h: quæ ſint puncta g, d, e: & ducantur lineæ a g, h g, b g, a d, h d, b d, a e, h e, b e: & à puncto a rei uiſæ ducantur in eadem ſuperficie tres lineæ æquidiſtantes tribus ſemidiametris, quæ ſunt h g, h d, h e: quæ lineæ æquidiſtantes ſint a k, a f, a n: ita quòd linea a k ſit æquidiſtãs ſemidiametro h g: & linea a f ſemidiametro h d: & linea a n ſemidiametro h e. Cum itaq; linea a k ſit æquidiſtãs ſemidiametro h g, & linea b g concurrat cum eadem ſemidiametro in pũcto g: palàm per 2 th. 1 huius quoniã linea b g concurret cum linea a k: ſit ergo punctus cõcurſus k. Similiter quoq; per eandem rationem linea b d concurret cum linea a f: ſit concurſus punctus f: ſimiliter quoque linea b e concurret cum linea a n: ſit punctus cõcurſus n. Deinde à puncto b erigatur perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli, cuius centrum h, per 12 p 11: quæ ſit b t: & quoniam axis x h eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem illius circuli: erit per 6 p 11 linea b t æquidiſtãs axi x h. Sumatur quoq; in linea b t punctũ quodcũq;, quod ſit t: & ab illo ducantur tres lineę ad tria puncta k, f, n, quæ ſint lineæ t k, t f, t n: & à tribus punctis g, d, e erigantur per 12 p 11 tres perpẽdiculares ſuper ſuperficiem circuli, cuius cẽtrum h: quæ ſint g m, d l, e q: erunt ergo per 6 p 11 lineæ b t & e q æquidiſtantes. Et quoniam, ut patet per 1 th. 1 huius, omnes lineę æquidiſtantes ſunt in eadẽ ſuperficie: palàm per 1 p 11 quoniã lineæ b t & e q ſunt in ſuperficie trianguli b t n: igitur linea e q ſecabit lineam t n: ſit ut ſecet ipſam in puncto q: & penitus per eundem modum ſit, ut linea d l ſecet lineam t f in puncto l: & linea g m ſecet lineam t k in pũcto m: eruntq; per 92 th. 1 huius hæ tres lineæ ſcilicet e q & d l & g m partes linearum longitudinis ſpeculi: cum ſint in ſuperficie columnæ ſpeculi perpendiculariter productæ ſuper ſuperficiẽ circuli, cuius centrum h: & per conſequẽs ſint erectæ ſuper baſes ſpeculi per 23 th. 1 huius. Et à puncto q ducatur per 31 p 1 linea æquidiſtans lineæ n a: quæ ſit linea q u: hęc itaq; per 30 p 1 erit æquidiſtans lineæ h e: quoniam ipſa h e æquidiſtat lineæ a n, ut patet ex præmiſſis. Quia itaq; axis x h concurrit cum linea h e in puncto h: palàm per 2 th. 1 huius quoniam ipſe axis cõcurret cum eius æquidiſtante ducta à puncto q: ſit cõcurſus in puncto u: & ſit illa æquidiſtans linea q u: & ducatur linea t a: hæc itaq; ſecabit lineam q u: quoniã linea q u ducitur à latere trianguli t b n, & à termino lineę e q æquidiſtantis baſi t b, & omnes illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, linea q; t a producta eſt inter lineam t u æquidiſtantem axi h u, & inter ipſum axem: patet quòd linea t a ſecabit lineã q u: ſunt enim amb lineæ h e & a n ſunt æquidiſtãtes, ut ſuprà patuit: palam per 29 p 1 quia angulus b e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n a intrinſeco, & anguli h e a & e a n ſunt æquales, quia coalterni: ſed & angulus reflexionis, qui eſt h e b, eſt æqualis angulo incidentiæ, qui eſt a e h, per 20 th. 5 huius. Erit ergo angulus e a n æqualis angulo a n e: ergo per 6 p 1 in trigono e a n duo latera e a & e n ſunt æqualia: ſed linea e q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem trigoni a e n: quia & ſuper ſuperficiem circuli, cuius cẽtrum eſt h, eſt erecta, ut ſuprà patuit. Cum itaq; linea q e ſit communis duobus trigonis q e a & q e n: patet per 4 p 1 quoniam illa trigona ſunt æqualia: eritq; linea q n æqualis lineę q a: ergo per 5 p 1 quia trigoni q a n duo latera q a & q n ſunt æqualia, erit angulus q a n æqualis angulo q n a. Quia itaq; linea q t æquidiſtat lineæ a n: patet per 29 p 1 quoniam angulus t q i extrinſecus æqualis eſt angulo t n a intrinſeco: & angulus i q a æqualis eſt angulo q a n, quia ſunt coalterni: erit ergo angulus i q t æqualis angulo i q a. Forma itaq; puncti a per 20 th. 5 huius reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto t à puncto ſpeculi, quod eſt q. Et eodem modo demonſtrandum quòd forma puncti a reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto t ab aliis duobus punctis ſpeculi ſimilibus puncto q, quę ſunt puncta l & m. Sic ergo formæ puncti a ad uiſum in punctum t fiet reflexio à tribus punctis ſpeculi columnaris concaui, quę ſunt q, l, m, & ex eadem parte colũnæ ſpeculi: nec eſt poſsibile, ut fiat eiuſmodi reflexio à pluribus punctis ſpeculi ex illa parte. Si enim detur quodcunq; pũctum ſuperficiei ſpeculi columnaris concaui aliud ab illis tribus, à quo dicatur poſſe fieri reflexio formę puncti a ad uiſum in punctum t: ducatur ab illo puncto dato linea longitudinis ſpeculi ſuper circulum, cuius centrum h: & oſtendetur modo præmiſſo, quòd à puncto peripheriæ illius circuli, cui incidit illa linea longitudinis, poteſt forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b: & ſic à quatuor punctis ar-



ctis arcus interiacentis diametros circuli,in quibus sunt centrum uisus & punctum rei uisæ ,fiet reflexio ad uisum,scilicet à tribus punctis g,d,e,& à quarto dato:quod est contra 40 th 8 huius,& impossibile.Non ergo fiet reflexio formæ puncti a ad uisum existentē in puncto t,nisi à tribus punctis speculi columnaris concaui:quę sunt q,l,m ex una parte ipsius speculi.Si itaq; alia pars columnaris speculi abscissa fuerit:patet quòd tantum fiet reflexio à tribus pūctis speculi: quod si totum speculum integrū fuerit,possibile est fieri reflexionē à pūctis quatuor.Iam enim patuit per 27 th.8 huius, quòd ex arcu circuli,cuius centrū h,opposito arcui g d e, potest forma pūcti a reflecti ad uisum existentem in puncto b ab uno tantùm puncto.Sit ergo illud punctū z:& ducatur semidiameter h z:& à puncto a per 31 p 1 ducatur linea et æquidistans: quæ sit a s:& ducatur linea reflexionis,quæ sit b z concurrens cum linea a s in puncto s:concurret autē per 2 th.1 huius:quoniā concurrit cum linea b z æquidistante ipsi a s:& à puncto z erigatur super superficiē circuli,cuius centrū h,linea z o perpēdiculariter per 12 p 11: hæc ergo per 6 p 11 æquidistabit lineæ b t. Ducatur itaq; linea t s, quæ, sicut prius in alijs declarauimus,secabit lineā z o:quoniā sunt in eadē superficie: sit ergo punctus sectionis o:patebitq; secundū prēmissos prius modos,quoniā forma puncti s reflectitur ad uisum existētem in puncto t à puncto speculi,quod est o:nec erit possibilis reflexio ab aliquo puncto superficiei speculi ex illa parte,præter quàm à puncto o. Si enim detur, quod ab aliquo alio pūcto hoc fit possibile: sequetur,ut prius deduximus,quòd similiter ab alio puncto illius arcus circuli,cuius centrū h,quàm à puncto z,possit forma puncti a reflecti ad uisum existentē in puncto b, quod est impossibile,& contra 29 th.8 huius. Si itaq; forma puncti a ab uno pūcto circuli,cuius centrū h, reflectitur ad uisum existentem in puncto b:reflectetur eadē forma puncti a ex eadē parte speculi columnaris concaui ad uisum existentē in puncto t ab uno tantùm speculi puncto: & si a duobus pūctis speculi fiat reflexio formæ puncti a ad b : & à duobus punctis speculi reflectetur a ad t. Si uerò una harum reflexionum à tribus fiat punctis: fiet etiā reliqua à tribus: & ab illa parte circuli uel speculi non est possibile fieri plures reflexiones. Sicut autē ab uno tantum puncto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ puncti a ad punctum b : sic etiā ex illa parte speculi ab uno tantum puncto fit reflexio formę puncti a ad uisum existentē in puncto t.Item linea t b æquidistat axi x h:sunt ergo in eadē superficie per 1 th.1 huius,quę est superficies t b h u:nec enim potest alia sumi plana superficies,in qua sint illæ lineæ t b & h x per 1 p 11 Ité nec potest sumi aliqua plana superficies,in qua sit punctus a, & axis x h,præter superficiē a u h, quę per 18 p 11 est erecta perpēdiculariter super superficiē circuli,cuius centrū est punctū h:cum per 92 th.1 huius axis h u sit perpēdicularis super ipsam. Punctus ergo t nō est in eadē superficie cū pūcto a erecta super superficiē dicti circuli:sed neq; illa pūcta t & a sunt in eodē circulo:sed neq; sunt in axe speculi : quoniā linea b t est æquidistans axi speculi , qui est x h. Superficies ergo,in qua forma pūcti a reflectitur ad uisum existentē in pūcto t, est oxygonia sectio. Verùm ,ducta linea t a ex utraq. parte ultra pūcta t & a,ut fiat linea p r: cū quatuor sint superficies reflexionis:quia à quatuor pūctis fit reflexio,quæ sunt q,l,m,o,& in qualibet illarū quatuor superficierum necesse est esse duo puncta,quæ sunt a & t:patet quòd linea p r est communis illis quatuor superficiebus per 1 p 11:quoniam in linea p r sunt cētrum uisus,quod est punctum t : & punctum rei uisæ,quod est punctum a:quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis,ut patet per 3 huius. Quælibet autem illarum superficierum secat speculum super superficiem contingentem speculum in puncto suæ reflexionis:& cuilibet illarum superficierum reflexionis & superficiei in illo puncto speculum contingentis communis sectio est linea recta per 3 p 11. Et sicut pūcta reflexionis non sunt eadem:sic neq; lineæ communes illarum sectionum sunt eædem : linea itaq; p r est perpendicularis super unam tantùm illarum quatuor communium linearum, non super duas. Quoniam si esset perpendicularis super duas illarum linearum : esset perpēdicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearum cōtingentes: linea itaq; p r necessariò transiret axem:cum tamen oſtensum sit prius,quòd linea t a,(quæ est pars lineæ t p r) cadat citra axem speculi , qui est x h. Necessariò ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpendiculares ad illas quatuor lineas communes à puncto rei uisæ,quod est a:quæ erunt quatuor catheti incidentiæ perpendiculares super oxygonias sectiones , cōmunes illis superficiebus reflexionū & speculi. Quælibet itaq; istarū perpendicularium aut erit æquidistans lineæ reflexionis:aut cōcurret cū illa siue intra speculū siue extra.Si fuerit æquidistans:erit locus imaginis ipse pūctus reflexionis,ut suprà patuit in 11 huius. Et cū quatuor sint huiusmodi ppēdiculares : erūt quatuor loca imaginū,& quatuor imagines: ideo quòd quatuor sunt loca reflexionū. Si uerò oēs illę quatuor perpēdiculares cōcurrunt cū lineis suarū reflexionū:erūt ité quatuor imagines : quia quatuor sunt cōcursus illarū linearum.Sic ergo loca imaginū numerātur secundū numerū punctorū reflexionis.Et hoc est ,ppositū.

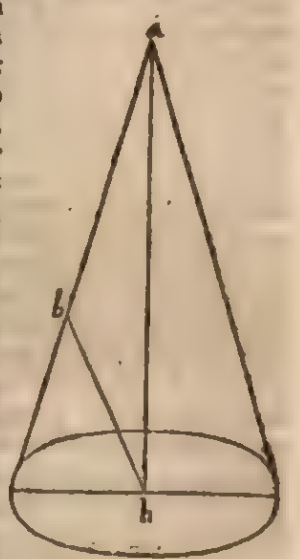
16. In speculis columnaribus concauis dato centro uisus & pūcto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 90 n 5.

Sit speculum columnare concauum,cuius axis sit x h : sitq; punctum rei uisæ a:& centrum uisus b:quæ sint in locis datis.Dico quòd est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uisæ (quod est a) & centrum uisus (quod est b) fuerint in una plana superficie speculū trans axem secante : tūc patet per 93 th 1 huius,quia communis sectio superficiei reflexionis & speculi est linea longitudinis Potest itaq; inueniri punctum reflexionis , sicut in speculis planis per 46 th.5 huius. Quòd si puncta a & b non fuerint in tali superficie:imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquidistanter basibus ; erit ergo per 100 th.1 communis sectio superficiei illius & super-

ſuperficiei ſpeculi circulus. Centrum itaq; uiſus, quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli, aut non. Si ſi poteſt reflexionis punctum inueniri in peripheria illius circuli, ſicut ſuprà in 27 th. 8 huius docuimus in ſpeculis ſphæricis cõcauis. Si uerò centrum uiſus b non fuerit in ſuperficie illius circuli: tũc cũ punctũ rei uiſæ, & centrũ uiſus ſemper ſint in ſuperficie reflexionis per 3 huius: patet quòd cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxygonia. Ducatur ergo à puncto b cẽtro uiſus perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ illius circuli per 11 p 11: & replicetur tota ꝓbatio proximæ præcedẽtis: & palàm, quia inueniretur pũctus reflexionis. Quod eſt ꝓpoſitũ.

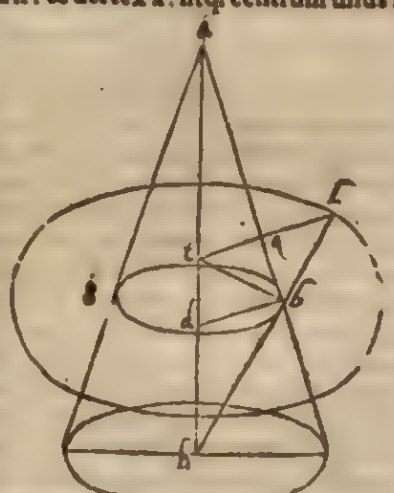
17. Centro uiſus exiſtente in puncto, qui eſt communis ſectio axis & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum pyramidale concauum: fiet reflexio formæ ipſius oculi ab una totali peripheria circuli ſpeculi æquidiſtantis baſi: & ſolùm per lineas perpẽdiculares: locuſq; imaginis erit in centro uiſus. Alhazen 98 n 5.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit a h: & ducatur à puncto h linea perpendicularis ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum in puncto b: erit itaq; punctus h communis ſectio axis a h & lineæ perpendicularis, quæ eſt h b. Dico quòd ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h: fiet reflexio formæ oculi uidentis à tota peripheria unius circuli ſpeculi æquidiſtantis baſi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a uertex ſpeculi: & ducatur linea a b: ut ergo patet per 95 th. 1 huius, erit linea a b pars lineæ lõgitudinis ſpeculi: eritq; trigonum h b a orthogonium: quoniam angulus a b h erit rectus propter perpendicularitatem lineæ h b ſuper lineam a b. Imaginẽtur ergo à puncto h plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b perpendicularis ſupet lineam longitudinis, quæ eſt a b: uel remanente fixo a h latere trigoni a b h, & circumducto trigono, quouſq; ad locum, unde exiuit, redeat: deſcribet punctũ b circulum in concauitate ſpeculi, à cuius quolibet peripheriæ pũcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto h ſecundum lineas perpendiculares, ſimiles lineæ h b: hoc eſt ſecundum lineas, quas motu ſuo determinabit linea h b. Fiet autem reflexio ſolùm ſuperficiei ipſius uiſus per 21 th. 5 huius: & ſolùm partis ſuperficiei uiſus, quam ſecant duę lineæ perpendiculares à centro oculi exeuntes, & maiorem angulum, qui eſt ibi poſsibilis, continentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus: quoniam non fit reflexio niſi ſecundum lineas perpẽdiculares. Patet itaq; propoſitum: ita tamen quòd inter centrum uiſus & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod cõrpus ſolidum, quod obſiſtat.



18. Exiſtentibus centro uiſus punctoq; rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis concaui: poſsibile eſt reflexionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi: locuſq; imaginis erit quidã circulus extra ſpeculum. Alhazen 99 n 5.

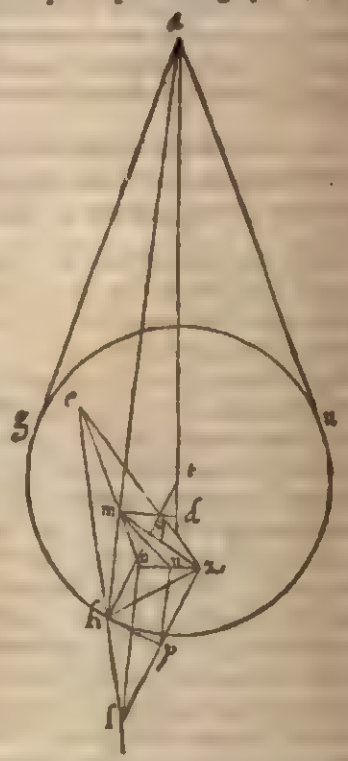
Eſto ſpeculum pyramidale concauum: cuius axis ſit linea a h: & uertex a: ſitq; centrum uiſus in puncto h: & ſit punctus rei uiſæ in puncto axis: qui ſit t: imagineturq; ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecũdum axis longitudinem, quæ ſit a b h g. Et quoniam linea a h eſt axis ſpeculi: erunt lineæ a b & a g lineæ longitudinis ſpeculi per 90 th. 1 huius. Ducatur itaq; à puncto rei uiſæ (quod eſt t) linea perpẽdicularis ſuper lineam a b: quę ſit t q: & producatur ultra punctum q extra ſpeculum ad pũctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q: & à puncto h ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l. Hęc itaq; neceſſariò ſecabit lineam a b: quoniam eſt cũ illa in eadẽ ſuperficie: ſit ergo, ut ſecet ipſam in puncto b: & à puncto b ducatur linea æquidiſtans lineæ t q per 31 p 1: quæ producta ad axem ſpeculi, ſit linea b d, ſecans axem a h in puncto d: & copuletur linea t b. Palàm itaq;, cum linea t q ſit perpendicularis ſuper lineam a b, & æqualis lineę q l: erit per 4 p 1 triangulus t b q ęqualis triangulo q b l: & angulus q l b æqualis angulo q t b: ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d per 29 p 1 quia ſunt coalterni: & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d ęqualis angulo d b h: ergõ per 20 th. 5 huius forma puncti t reflectitur à puncto ſpeculi, quod eſt b, ad centrum uiſus exiſtens in puncto h. Et quoniam linea t q eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: patet per definitionem quoniam ipſa eſt cathetus incidentiæ formę puncti t: concurrit autem cathetus t q cum linea reflexionis, quæ eſt h b, in puncto l: eſt ergo punctus l locus imaginis formæ puncti t per 37 th. 5 huius. Si itaq; fixo latere t h imaginetur trigonus t l h moueri, quouſq; redeat ad locum, unde incepit: tũc



punctus b motu ſuo deſcribet circulum in ſuperficie cõcaua ſpeculi: & à quolibet puncto peripheriæ illius circuli reflectetur forma puncti t ad uiſum exiſtentem in puncto h. Similiter quoq; l motu ſuo deſcribet circulum extra ſpeculum, in cuius totali peripheria erit locus imaginis formæ puncti t: quoniam in tota illius circuli peripheria catheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uiſum h, concurrent Patet itaq; propoſitum.

19. In pyramidalibus concauis ſpeculis cõmuni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxygonia exiſtente, & centro uiſus, puncto q rei uiſæ exiſtentibus in eadem ſuperficie baſis ſpeculi, aut ei æquidiſtantis, neq; ſit ipſorum aliquod in axe ſpeculi: formarum punctorum rei uiſæ quarundam ſit ab uno tantum pũcto ſpeculi reflexio: quarundã à duobus: quarundã à tribus: quarundã à quatuor: nõ aũt à pluribus: & ſecundũ hæc loca imaginũ numerãtur. Alhaz. 100 n 5.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum a g u: cuius axis ſit a d & uertex a: ſitq; punctus e centrum uiſus: & ſit z punctus rei uiſæ oblique incidens ſpeculo: ita quòd nõ ſit in aliqua linearum perpendicularium ſuper ſuperficiem uiſus: neq; ſit in axe ſpeculi, qui eſt a d: neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis ſpeculi: fiat tamẽ reflexio formæ puncti z ad uiſum e ab aliquo puncto ſuperficiei propoſiti ſpeculi. Erit ergo neceſſariò cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxygonia per 2 th. huius: & ſint puncta e & z in eadẽ ſuperficie circuli baſis ſpeculi, aut æquidiſtantis ei. Dico quod eſt poſsibile, ut ab uno tantùm pũcto ſpeculi: uel duobus: uel tribus: uel quatuor: & non à pluribus fiat reflexio ad uiſum: & quandoq; unica apparebit imago: quandoq; duæ: quandoq; tres: quandoque quatuor: nec eſt poſsibile uideri plures imagines: quoniam totidem tantùm ſunt puncta reflexionis poſsibilia. Imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per pũctum z æquidiſtans baſi ſpeculi: hæc itaq; ſuperficies per 100 th 1 huius ſecabit ſpeculum ſecundum circulum: centrum itaq; uiſus (quod eſt punctum e, ut patet ex hypotheſi) erit in ſuperficie illius circuli, cuius cẽtrum ſit t: & ducatur linea e z, quæ producta ſecet illum circulum. Palàm ergo per ea, quæ demonſtrata ſunt in ſpeculis ſphæricis cõcauis per 40 th. 8 huius, quoniam in tali diſpoſitione forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à peripheria illius circuli ex una parte, ſcilicet ab arcu interiacente ſemidiametros, in quibus puncta z & e conſiſtunt, aut ab uno puncto ſpeculi: aut à duobus: aut à tribus: & ex alia parte ab arcu ſcilicet interiacẽte illas ſemidiametros reliquas, in quibus puncta z & e non conſiſtunt, ab uno tantùm puncto. Sumatur itaq; aliquis punctus circuli, à quo fiat hæc reflexio, quod ſit h: & ducantur lineæ z h & e h: & ſemidiameter t h. Patet itaq; per 18 p 3 quoniam linea t h eſt perpendicularis ſuper lineam circulum in puncto h contingentem: & per 20 th. 5 huius palàm eſt quoniam linea t h diuidit angulum z h e per æqualia: ergo per 29 th. 2 huius linea t h ſecabit lineam e z: ſit ergo punctus ſectionis q: ducaturq; per 101 th. 1 huius linea longitudinis ſpeculi: quæ ſit a h: & à puncto q ducatur linea cadens perpendiculariter ſuper lineam a h per 12 p 1: quæ ſit q m, ſecans lineam a h in puncto n: & producta ultra punctum q ſecet axem ſpeculi, qui eſt a d, in puncto d: & ducantur lineæ z m & e m: & à puncto z, quod eſt pũctum rei uiſæ, ducatur in ſuperficie illius circuli linea æquidiſtans lineæ q h: quæ ſit z l. Quia itaq; linea e h concurrit cum linea q h in puncto h: patet per 2 th. 1 huius quoniã linea e h producta ultra punctum h concurret cum linea z l: ſit concurſus punctus l: & à puncto h ducatur linea perpendicularis ſuper lineam l z, quæ ſit h p: deinde in ſuperficie e m z ducatur à puncto z linea æquidiſtans lineæ q m: quæ ſit linea z o. Quia itaq; linea e m concurrit cum linea m q: patet per 2 th. 1 huius quòd ipſa concurret cum linea z o ipſius æquidiſtante: ſit ergo concurſus in puncto o: & ducatur linea l o: & à puncto p ducatur linea æquidiſtãs lineæ l o: quæ ſit linea p n, ſecans lineam z o in puncto n: & ducatur linea m n. Palàm itaq; ex præmiſſis, & per 20 th. 5 huius quòd angulus e h q eſt æqualis angulo q h z: ſed quia lineæ e h & l z æquidiſtant: patet per 29 p 1 quòd anguli q h z & h z l ſunt æquales: quia coalterni: ſed & angulus q h e extrinſecus eſt æqualis angulo h l z intrinſeco: anguli ergo h l z & h z l ſunt æquales: ergo per 6 p 1 latera h l & h z ſunt æqualia: ſed linea h p eſt perpẽdicularis ſuper lineã l z baſim iſoſcelis h l z: erũt ergo per 41 th. 1 huius trigona h l p & h p z ſimilia: ergo per 4 p 6, cum linea h p ſit ambobus illis trigonis cõmunis: erit linea l p æqualis lineæ p z: ſed in trigono l o z linea p n eſt æquidiſtans lineæ l o: ergo per 2 p 6 erit proportio lineæ z n ad lineam o n, ſicut lineæ 7 p ad lineam p l. Eſt ergo linea z n æqualis lineæ n o. Item cum, ſicut patet ex præmiſſis, linea o 7 ſit æquidiſtans lineæ q m & linea h q ſit æquidiſtans lineæ l z: ergo per 15 p 11 erit ſuperficies z l o æquidiſtans ſuperficiei q m h: & ſuperficies e o l ſecat illas duas ſuperficies: ſuperficiẽ quidẽ q h m ſecundũ lineã h m, & ſuperficiẽ l o z ſecundũ lineã l o: ergo per 16 p 11 cõmunes ſectiones ſuperficiei e o l cum illis duabus ſuperficiebus æquidiſtantibus ſunt æquidiſtantes. Linea ergo h m æquidiſtabit lineæ l o: ſed



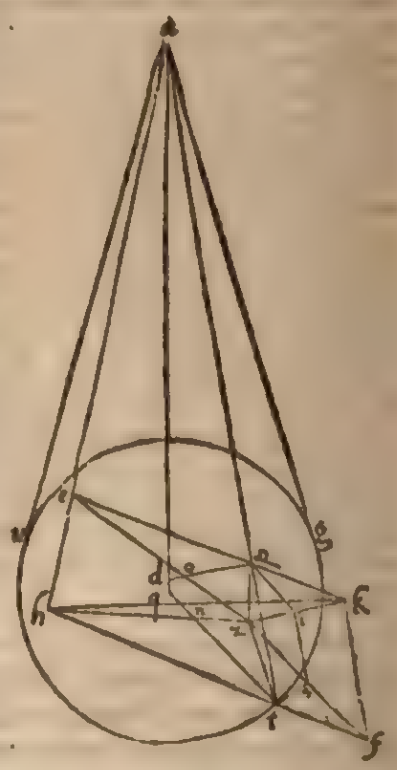
linea

linea p n æquidistat lineæ l o: ergo per 30 p 1 lineæ h m & p n æquidistant. Quia itaq; linea h p cadit inter lineas h t & l z æquidistantes: patet per 29 p 1 quia anguli h p l & p h t sunt æquales: quia coalterni: sed angulus h p l est rectus: ergo angulus p h t est rectus: ergo per 16 p 3 linea p h contingit circulum: igitur superficies a h p est contingens pyramidem speculi: ergo per 95 th 1 huius contingit illam secundum lineam longitudinis, quæ est a h: & in hac superficie erunt ambæ lineæ p n & n m: linea quidem m h, quoniam est pars lineæ longitudinis, quæ est a h: linea uerò p n per 1 th. 1 huius: omnes enim lineę æquidistantes necessariò sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquidistant: linea uerò n m est in eadem superficie per 1 p 11, quoniam puncta n & m sunt in illa superficie: est autem linea d m perpendicularis super superficiem a h p speculum contingentem: ergo linea d m est perpendicularis super lineam n m per definitionem lineę perpendicularis super superficiem. Sed lineæ d m & o z æquidistant, ut prius patuit: ergo per 29 p 1 linea n m, quæ est perpendicularis super lineam d m, erit perpendicularis super eius æquidistantem, quæ est z o: sed linea o n est æqualis z n: ergo per 4 p 1 erit linea m o æqualis m z: ergo per 7 p 5 erit proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut eiusdem ad lineam m z: est autem proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut lineæ e q ad lineam q z per 2 p 6: cum lineæ m q & o z sint æquidistantes in trigono o z e: uel sic: est autem proportio lineæ e m ad lineam m o, sicut lineæ e h ad lineam h l: sed lineæ l h & h z sunt æquales per præmissa: ergo per 7 p 5 est proportio lineæ e h ad lineam h z, sicut ad lineam h l: est autem per 3 p 6 cum linea h q diuidat angulum e h z per æqualia, proportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo per 11 p 5 proportio lineæ e m ad lineam m z, sicut lineæ e q ad lineam q z: ergo linea m q diuidit angulum e m z per æqualia per 3 p 6. Est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à puncto speculi, quod est m. Sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e à solo puncto circuli, quod est h: ita similiter reflectetur eadem forma puncti z ad uisum e à solo puncto speculi, quod est m. Quòd si fiat in hoc situ reflexio à duobus punctis circuli: erit etiam reflexio à duobus punctis speculi: & per eadem demonstrandum: & si à tribus punctis circuli fiat reflexio: fiet etiam à tribus punctis speculi: & si fiat à quatuor punctis unius, fiet etiam à quatuor punctis alterius: & sicut ab alia parte circuli fiet reflexio ab uno puncto circuli, ita fiet etiam ab uno puncto speculi ex eadem parte: Patet ergo propositum.

20. In speculis pyramidalibus concauis, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxygonia existente, & centro uisus, punctoq; rei uisæ existentibus intra speculum, non in axe, nec in eadem superficie basis speculi, aut ei æquidistante: formarum punctorum rei uisæ quarundam reflexio fit ab uno tantùm puncto speculi: quarundam à duobus: quarundam à tribus: quarundam à quatuor: non autem à pluribus: & secundum hæc loca imaginum numerantur. Alhazen 101 n 5.

Sit, ut in propositione præcedente, speculi pyramidalis concaui (quod sit a g u) uertex a: & axis a d: sitq; punctus rei uisæ z: & centrum uisus e: ductaq; per punctum z superficie secante speculum æquidistanter basi speculi, non sit punctum e in illa superficie, sed sub illa, uel supra illam. Sit autem nunc, exempli causa, supra illam: quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio: dico itaq; quòd uerum est id, quod proponitur. Quia enim, ut patet per 100 th. 1 huius, cómunis sectio illius superficiei & speculi est circulus: ducatur à uertice speculi, quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quę sit a e h: hoc autem est possibile: ideo quia centrum uisus, quod est punctum e, ut patet ex hypothesi, est intra speculum, non in axe: sitq; centrum illius circuli punctum q. Palàm itaq; per 20 th 8 huius quia forma puncti z potest reflecti ad uisum existentem in puncto h ab aliquo puncto circuli: sit illud punctum t: & ducantur lineæ h t & z t & h z, & semidiameter q t: quæ cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto t per 18 p 3, ergo per 26 th. 5 huius palàm quòd linea q t diuidit angulum h t z per æqualia: ergo per 29 th. 1 huius patet quòd linea q t secabit lineá h z: sit punctus sectionis n: & ducatur linea z e a puncto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, & linea longitudinis speculi: quæ sit a t. Palam itaq; ex præmissis, cum punctus z sit ex illa parte diametri q t, & ex una parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctum h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q t, in qua est & punctum e. Patet ergò quòd linea e z secabit superficiem a q t: sit, ut secet ipsam in puncto o: & ab illo puncto o per 12 p 1 ducatur perpendicularis super lineam a t, scilicet lineam longitudinis speculi: quæ perpendicularis sit o p: hæc itaq; producta ultra punctum o necessariò cadet super axem speculi, qui est a d, ut patet per 96 th. 1 huius: sit, ut cadat in punctum d: & ducantur lineæ e p & z p. Dico quòd forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in puncto e a puncto speculi, quod est p. Ducatur enim à puncto z linea æquidistans semidiametro q t per 31 p 1, quæ sit z f. Et quoniam linea h t concurrit cum linea q t in puncto t: palàm per 2 th. 1 huius quoniam ipsa concurret cum eius æquidistante, scilicet cum linea z f: sit punctus concursus f. Item à puncto z ducatur linea æquidistans lineæ o p: quæ sit z k. Et quoniam linea e p concurrit cum linea o p: patet quod ipsa producta ultra punctum p concurret cum illa z k: sit punctus concursus k: & ducantur lineæ k f & k h h t quia, ut patet ex præmissis, angulus o p t est rectus, angulus uero p t q minor recto per 89 th. 1 huius: quoniam ipse est angulus,

quem continet linea longitudinis cum ſemidiametro baſis: patet ergo per 14 th.1 huius quoniam lineæ o p & q t concurrunt in aliquo puncto productæ ultra puncta d & q. Cum ita linea z f ſit æquidiſtans lineæ q t,& linea z k æquidiſtãs lineæ o p,& lineæ z f & z k concurrãt in puncto z: lineę quoq; d p & q t ſimiliter concurrant in aliquo puncto, ut præoſtenſum eſt: patet quòd ſuperficies f k z,& ſuperficies o p q t,quæ eſt ſuperficies a q t,ſunt æquidiſtantes per 15 p 11. Quòd autem ſuperficies o p q t ſit pars ſuperficiei a q t, patet ex his. Quoniam enim linea p o producta cadit in punctum axis, quod eſt d, patet per 1 p 11 quòd linea p o eſt in ſuperficie a q t: ſed & linea q t eſt in illa ſuperficie: tota ergo ſuperficies o p q t eſt pars ſuperficiei a q t.



Et quia ſuperficies h k f ſecat duas ſuperficies z k f & a q t ſup duas lineas t p & k f: patet quòd illæ duæ lineæ t p & k f ſunt æquidiſtantes per 16 p 11. Ducatur itaq; à pũcto t linea perpendicularis ſup lineã z f per 12 p 11: quæ ſit linea t s: erit ergo angulus t s f rectus: ergo p 29 p 1 angulus s t q eſt rectus: quoniã lineæ z f & t q æquidiſtãt: ergo p 16 p 3 linea t s cõtingit in puncto t circulũ, cuius centrum eſt punctũ q. Superficies itaq; a t s eſt contingens pyramidem ſpeculi: continget ergo illam per 95 th.1 huius ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a t. Sed linea o p eſt perpendicularis ſuper lineam a t: eſt ergo linea o p erecta ſuper ſuperficiem a t s contingentem pyramidem: quoniam linea o p eſt in ſuperficie a q t, tranſeunte per axem a d, & per lineam longitudinis a t: talis autem ſuperficies, ut patet per 97 th.1 huius erecta eſt ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in linea longitudinis, quæ eſt a t. Quia ergo ſuperficies a t s ſecat duas ſuperficies o p q t & z k f, quæ ſunt æquidiſtantes: patet per 16 p 11 quoniam duæ lineæ, quæ ſunt illarum ſuperficierum communes ſectiones, ſunt æquidiſtantes: quarum linearum una eſt linea p t, & altera ſit linea s i ſecans lineam z k in puncto i. Patet quoq; quia punctus i cadit inter puncta k & z: lineæ itaq; p t & s i æquidiſtant: ſed lineæ p t & f k æquidiſtant ad inuicem: quoniam ſunt in ſuperficiebus æquidiſtantibus: ergo per 30 p 1 lineæ s i & f k ſunt æquidiſtantes. Et quoniam lineæ q t & z f æquidiſtant: patet per 29 p 1 quòd angulus n t ż eſt æqualis angulo t z f: quia ſunt coalterni: & angulus h t n extrinſecus eſt æqualis angulo t f z intrinſeco: ſed anguli h t n & n t ż ſunt æquales: ergo anguli t f z & t z f ſunt æquales: ergo per 6 p 1 lineæ t f & t ż ſunt æquales: & linea t s eſt perpendicularis ſuper baſim iſoſcelis t f z: trigona itaq; partialia (quæ ſunt t s f & t s z) ſunt ſimilia per 31 th.1 huius: ergo per 4 p 6 cum linea t s ambobus illis trigonis ſit communis: erit linea s f æqualis lineæ s z. Sed cum linea s i æquidiſtet lineæ f k in trigono f k z: erit per 2 p 6 proportio lineæ f s ad lineam s z, ſicut lineæ k i ad lineam i z: erit ergo linea k i æqualis lineæ i z: ducaturq; linea p i. Cum ergo ſuperficies a t s i, in qua ducta eſt linea p i, ſit erecta ſuper ſuperficiem z k f, in qua cadit linea z k: erit per definitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ linea p i erecta ſuper lineam z k: ergo per 4 p 1 cum linea k i ſit æqualis lineæ i z, lineaq; p i ſit communis, & anguli ad punctum i ſint æquales, quia recti: erit angulus p k z æqualis angulo p z k: ſed per 29 p 1 angulus e p o extrinſecus æqualis eſt angulo p k z intrinſeco: quoniam lineæ o p & z k æquidiſtant: & angulus o p z eſt æqualis angulo p z k: quia ſunt coalterni: anguli ergo e p d & d p z ſunt æquales: cum anguli p k z & p z k ſunt æquales. Ergo per 20 th. 5 huius forma puncti ż reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e à puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt p: quod eſt unũ propoſitorũ. Si ãũt ſumatur aliud punctũ in circulo, cuius centrum eſt punctum q, à quo forma puncti z reflectatur ad uiſum exiſtentẽ in puncto h: præmiſſo modo poteſt declarari quòd ab alio puncto ſpeculi reflectetur forma puncti z ad uiſum exiſtentẽ in puncto e ab alio pũcto q̃ à puncto p. Similiter quoq; ſi forma puncti z reflectatur ad uiſum exiſtentẽ in puncto h à tribus punctis circuli: reflectetur forma puncti z ad uiſum e à tribus punctis ſpeculi: & ſi à quatuor punctis reflexio fiat in circulo: & à quatuor punctis reflexio erit in ſpeculo: & ſecundũ hæc loca imaginum numerantur. Patet ergo propoſitum. Quòd ſi dicatur quòd à pluribus punctis ſpeculi quàm à quatuor poſsit fieri reflexio formæ puncti z ad uiſum exiſtentem in puncto e: ducta ab illo puncto linea longitudinis ſuper peripheriam circuli, cuius centrum eſt punctum q: poterit per conuerſionem præmiſſæ demonſtrationis oſtendi, quòd forma puncti z reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h à pluribus punctis circuli quàm à quatuor: quod eſt impoſsibile, & contra 40 th 8 huius. Semper enim, ut patuit ex præmiſsis, à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad punctum h: à totidem punctis ſpeculi reflectetur eadem forma puncti z ad punctum e: & econuerſo: & dicenti contrarium accidit impoſsibile modo prædicto. Patet itaq; quòd punctorum rei uiſæ in his ſpeculis quædam habent unicam imaginẽ: quædam duas: quædam tres: quædam quatuor: & quòd nõ eſt poſsibile cauſſari plures imagines in ſpeculis colũnaribus uel pyramidalibus concauis: ſicut neq; in ſphæricis concauis: quod eſt notandum.

21. Dato centro uiſus & puncto rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus concauis, punctum reflexionis inuenire. Alhazen 102 n 5.

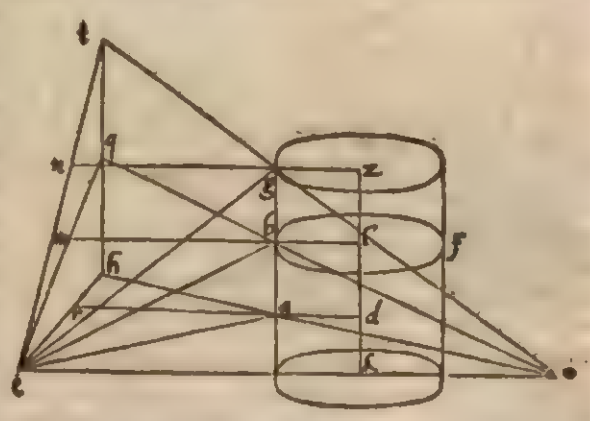
Sit ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit linea a d: ſitq; punctus rei uiſæ z: & centrum uiſus ſit punctum e, quæ ſint in locis datis: dico quòd eſt poſsibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uiſę, quod eſt z, & centrum uiſus, quod eſt e, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculum trans axem ſecante: tunc patet per 90 th. 1 huius quia communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi eſt linea longitudinis pyramidis ſpeculi: poteſt itaq; punctum reflexionis inueniri ſicuti in ſpeculis planis per 46 th. 5 huius. Quòd ſi puncta z & b non fuerint in illa totali ſuperficie: imaginetur ſuperficies tranſiens per punctum z, ſecans ſpeculum æquidiſtanter ſuæ baſi: erit ergo per 100 th. 1 huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi circulus. Centrum itaq; uiſus, quod eſt punctum e, aut erit in illa ſuperficie circuli, aut non. Quomodocunq; autem ſit: quia, ut patet per 12 th 7 huius impoſsibile eſt communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & huius ſpeculi circulum eſſe: ergo erit ſemper tunc illa cõmunis ſectio oxygonia: replicata ergo demonſtratione 19 huius, uel proximæ præmiſſæ: patebit faciliter inuentio puncti reflexionis. Forma enim puncti z reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum eſt q: uel fortè à duobus: uel à tribus: uel à quatuor: & quotcunq; fuerint, ſemper modo præmiſſo inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correſpondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in peripheria circuli, per ea, quæ declarauimus in diuerſis propoſitionibus octa ui huius. Patet ergo propoſitum.

22. Ambobus uiſibus à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concaxis quaſi unica occurrit imago.

In his enim ſpeculis puncta reflexionis formæ eiuſdẽ puncti rei uiſæ, ad diuerſos uiſus eiuſdem uidentis non habent multam diuerſitatem diſtantiæ, propter uiſuum approximationem ad ſe inuicem. Vnde etſi puncti unius formæ imago ſit aliqualiter ambobus uiſibus occurrẽs duplicata: ſunt tamen illæ imagines contiguæ & admixtæ: unde uidebuntur quaſi unica imago. Diuerſitas enim locorum illarum imaginum propter ſui imperceptibilitatem non inducit aliquam diſtantiam in uiſu, nec aliquẽ efficit errorem. Videtur ergo imago quaſi una. Et ſimiliter per modum, quo in 59 th 8 huius oſtendimus, poſsibile eſt quòd diuerſorum uidentium uiſibus diſtantibus & diuerſis, unica quandoq; in his ſpeculis, ſicut & in alijs, occurrat imago: cui propter identitatem illius ſitus hic non duximus immorandum. Patet ergo propoſitum.

23. Linea recta æquidiſtantis axi ſpeculi columnaris cõcaui (centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie uel in alia) reflexio ſit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi columnaris concaui linea, quæ z k: ſitq; linea uiſa axi ſpeculi æquidiſtans t q h; ſitq; centrum uiſus punctum e: dico quòd forma lineæ t q h reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi a b g, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei t h z k, & ſuperficiei ſpeculi: & hoc quidem ſi centrum uiſus (quod eſt e) non fuerit in ſuperficie t h z k, demonſtrari poteſt omnimodè ſicut in 30 th. 7 huius. Si uerò centrum uiſus fuerit in eadem ſuperficie, demonſtrabitur idem propoſitum, ſicut in 51 th. 7 huius: reflectaturq; forma puncti t à puncto ſpeculi g: & forma puncti q à puncto ſpeculi b: & forma puncti h à puncto ſpeculi a. Erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e: & angulus q b m æqualis angulo m b e: & angulus h a r æqualis angulo r a e. Patet etiam per 30 th. 7 huius quòd lineæ e k, h a, q b, t g concurrunt in puncto o. Patet etiam ibidem quòd linea a b g eſt linea recta extenſa in longitudine ſpeculi: & quòd lineæ g z, b l & a d ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem, contingentem ſpeculum, quæ cõtingit ipſum ſecundũ lineam a b g: & quòd linea a b g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, in qua eſt triangulus e b o: & quòd linea t q eſt æqualis lineæ q h: & linea a b æqualis lineæ b g. Palàm itaq;, cum in his & in illis ſpeculis hinc inde eadem ſit demonſtratio: quoniam forma lineæ t q h reflectitur ab his ſpeculis à linea longitudinis ipſorum. Patet ergo propoſitum: quoniam ſiue linea longitudinis, quæ eſt a b g, ſit in conuexo uel in concauo ipſius ſpeculi, quantùm ad hoc, nulla eſt diuerſitas in propoſito.



24. Imago linea æquidiſtantis axi ſpeculi columnaris concaui (centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie) uidebitur recta, æqualis & conformis rei uiſæ.

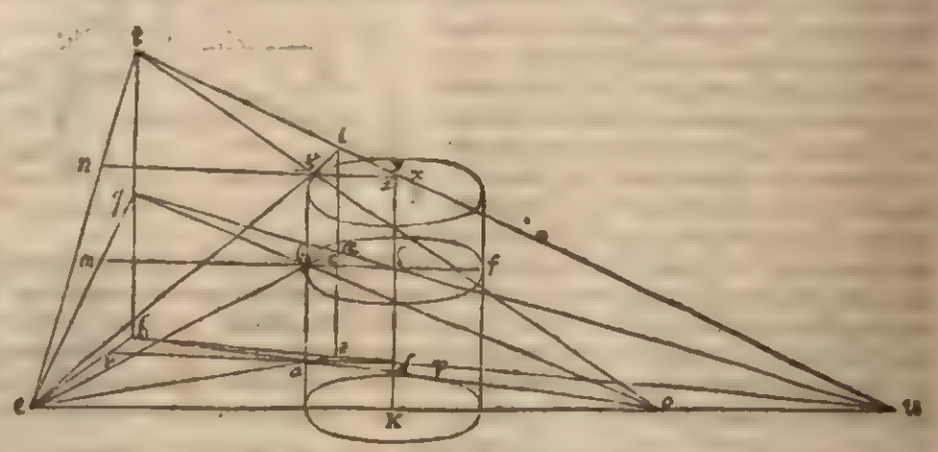
Sit enim diſpoſitio, quę in precedente: reflectaturq; forma lineę t q h à ſuperficie ſpeculi ſecundũ lineã lõgitudinis, quę eſt a g: & ſit centrũ uiſus e in ipſa ſupficie t h z k. Dico quòd imago lineę t q h

uidebitur

uidebitur recta, æqualis ipſi lineæ t q h. Quælibet enim perpendicularis ducta ab aliquo punctorũ lineę t q h erit ſemper in eadem ſuperficie cũ centro uiſus & axe: & probabuntur loca imaginũ punctorum lineę t q h ſituari ſecundum lineam rectam, ſicut in ſpeculis planis per 52 th. 5 huius oſtenſum eſt de lineis rectis uiſis. Vt ſi aliqua linea recta rei uiſę imaginetur in his ſpeculis collocari in loco imaginis, & uiſus ſituetur proportionaliter ad illam, ſicut nunc ſituatus eſt ad lineam t h: erit locus imaginis illius lineæ linea t h, & apparebit recta & æqualis rei uiſæ. Similiter quoq; illud, quod eſt in linea rei uiſæ ſuperius, erit in imagine ſuperius: & quod in re uiſa eſt inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago conformis rei uiſæ. Latitudo uerò talium uiſorum erit maior quàm latitudo ſuarum imaginum: quoniam imagines ſecundum latitudinem conſtringuntur propter puncta reflexionum, quæ anguſtantur, & puncta latitudinis diuerſantur: quoniam ſiniſtrũ rei fit dextrum imaginis, & dextrum rei fit imaginis ſiniſtrum. Patet ergo propoſitum.

25. Linea recta æquidiſtantis axi ſpeculi columnaris concaui (centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie) imago quandoq; uidebitur recta maior re uiſa: quandoq; concaua: quandoq; conuexa: quandoq; unica: quandoq; plures. Alhazen 51 n 6.

Remaneat diſpoſitio præcedentis, niſi quòd centrum uiſus (quod eſt e) non ſit in ſuperficie t h z k: dico quòd erit, ut proponitur. Repetita enim demonſtratione 51 th. 7 huius, patebit quòd in ſpeculis columnaribus cóuexis locus imaginis formæ puncti h lineę t q h eſt in puncto s: & locus imaginis formæ q eſt in puncto c: & locus imaginis formæ puncti t eſt in puncto i. Sic ergo in linea s c i ſunt imagines formarum omnium punctorum lineæ h q t: & patet quòd punctus c eſt propinquior centro uiſus quod eſt e, quàm linea recta s i: & quòd linea s i eſt in ſuperficie trigoni u h t: & quòd duæ lineæ u h & u t ſunt æquales: & quòd duæ lineæ u s & u i ſunt æquales: relinquitur ergo, ut duę lineæ t i & h s ſint æquales: eſt ergo proportio lineę t i ad lineam i u, ſicut lineæ h s ad lineã s u: ergo per 2 p 6 linea s i æquidiſtat lineæ t h. Patet etiam ex eo!em 51 th. 7 quia duæ lineæ s e & e i ſunt æquales. Ducatur ergo linea q u, quę ſecet lineã s i in puncto æ: diuidet ergo ipſam per æqualia: nam linea t h diuiſa eſt in duo æqualia in puncto q: & erit linea e u in ſuperficie trigoni q u e: quæ eſt ſuperficies circuli b f æquidiſtãs baſibus ſpeculi. Punctus itaq; c erit in ſuperficie trigoni e u e: & ſimiliter erit punctũ t in ſuperficie trigoni e e t: eſt ergo punctũ c in linea, quę eſt cómunis ſectio illarum duarũ ſuperficierũ, ſcilicet trigonorũ q u e & e e t: ſed hæc cómunis ſectio eſt linea e b per 19 th. 1 huius. Punctus ergo c cadit in rectitudinẽ lineæ e b: linea ergo q c ſecat lineã e b in rectitudine ipſius: & duæ lineę h u & t u ſunt ſub duobus punctis d & z: nam duæ lineę h u & t u ſunt duæ cathetinci dentiæ, ſcilicet duę lineę perpendiculares exeuntes a duobus terminis lineę t h ſuper duas lineas, cõtingentes duas portiones duarũ ſectionum columnariũ ſpeculi, in quarũ circũferentia ſunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h ad uiſum in punctũ e. Superficies ergo trianguli u h t eſt ſub axe ſpeculi, qui eſt z k. Sed nullũ punctũ ipſius axis, etſi protrahatur in infinitũ, erit unquã in ſuperficie trianguli u h t. Nam ſi hoc eſſet poſsibile: tunc ſi axis k z continuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t ſecundũ lineam rectã: tunc illa ſuperficies, in qua eſſet illa linea recta, & linea u h t eſſet ſuperficies trianguli u h t: & illa ſuperficies eſſet illa, in qua ſunt duæ lineæ æquidiſtantes, quę ſunt h t, & axis z k: & ſic ſuperficies, in qua ſunt duæ lineæ h t & k z, eſſet ſuperficies trianguli h u t: & ſic totus axis z k erit in ſuperficie trianguli h u t: ſed ex hypotheſi axis eſt a quidiſtãs lineæ h t: & ſecundum iſtum modũ accideret quòd axis k z ſecaret duas lineas h u & t u. Sed & linea t h ſecundũ eius punctũ h eſt in ſuperficie trianguli u e h, quæ eſt ſuperficies reflexionis: & ſectio cómunis huic ſuperficiei & ſuperficiei colũnaris ſpeculi eſt ſectio oxygonia: ſuperficies ergo e u h ſecat axẽ colũnaris ſpeculi in uno puncto, ſcilicet in puncto d, ut totũ præoſtenſum eſt in cõmento 51 th. 7 huius. Si ergo axis k z ſecet lineã h u: pũctus ſectionis cũ linea h u erit in ſuperficie triãnguli u e h: ſed in hac ſuperficie non eſt punctũ, p qd' axis tráſeat, niſi punctũ d: ſecabit ergo axis k z lineam h u in puncto d: ſed

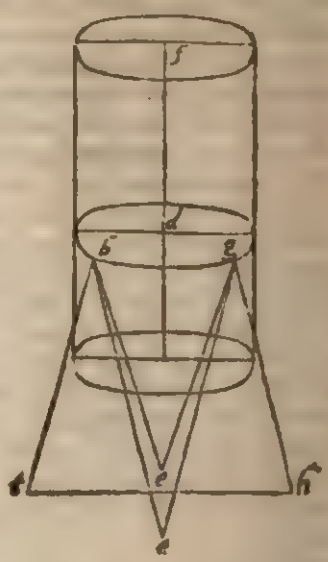


per 114 th. 1 huius, uel per 44 th. 7 huius oſtenſum eſt, quòd linea h u ſecat axem ſub puncto d: in duobus ergo punctis ſecabit linea h u axem k z: quod eſt impoſsibile. Axis ergo k z totus eſt extra ſuperficiem h u t: & propinquior uiſui exiſtenti in pũcto e, quàm ſuperficies h u t. Superficies ergo, in qua ſunt lineę h t, & axis k z, propinquior eſt centro uiſus puncto e q̃ ſuperficies u h t: & punctũ c eſt in ſuperficie, in qua ſunt linea h t, & axis k z: quia punctus c eſt in linea q l: & q l p 7 p u eſt in eadẽ ſuper-

ſuperficie cum lineis æquidiſtantibus,quas copulat,quæ ſunt h t & z k. Punctum ergo e eſt propin quius puncto e centro uiſus, quàm ſit linea s i:ſed punctum c cum ſit communis ſectio linearum e b & q l,ut in 51 th.7 huius præoſtendimus: palàm quod eſt in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b educatur ultra punctum b, ipſa perueniet ad punctum c: ſupponatur itaq; peruenitſe ad punctũ c. His itaq; ſic præmiſſis,patet quòd ſi linea s i (quę oſtenſa eſt per 51 th.7 huius in ſpeculis columnaribus conuexis eſſe imago lineæ t h, & eſſe æquidiſtans lineæ t h, & axi z k) ſit in aliquo corpore uiſibili,& uiſus fuerit in puncto o ex parte concauitatis ſpeculi columnaris:tunc forma lineæ s i reflecterur ad uiſum in puncto o à linea longitudinis ſpeculi,quę eſt a b g: & diuerſabuntur imagines eius ſecundum diuerſitatẽ diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi,qui eſt z k.Quia enim angulus e b m eſt acutus:ergo per 15 p 1 angulus l b c eſt acutus: & linea e b c eſt in ſuperficie circuli b l:& linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 21 th.7 huius: linea ergo e b c ſecat circulum,& eius pars,quæ eſt b c, eſt intra circulum & intra concauitatem ſpeculi. Et ſimiliter eſt de linea o b, quoniam ipſa cadit intra concauitatem ſpeculi:ideo quòd angulus o b l eſt acutus:& duo anguli o b l & c b l ſunt æquales:quoniam ipſi per 15 p 1 ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus:& ſemidiameter l b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem columnam ſpeculi ſecundum lineam longitudinis ſpeculi, tranſeuntem per punctum b. Forma itaq; puncti c incidit ſpeculo per lineam c b: & à puncto ſpeculi b reflectitur per lineam b o, & comprehenditur à uiſu exiſtente in puncto o.Item patet per 51 th.7 huius, & ibi declaratum eſt, quòd ſuperficies contingens ſpeculum columnare in puncto g, eſt ſub puncto e centro uiſus: linea ergo e g ſecat illam ſuperficiem contingentem. Secat ergo in puncto g (qui eſt punctus reflexionis) lineam in eodem puncto g contingentem peripheriam ſectionis columnaris,quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis formę puncti t lineæ t h,& ſpeculi columnaris conuexi. Et quia ſecat illam lineam contingentem in puncto ipſius ſpeculi,quod eſt g:ſecat ergo ſectionem oxygoniam,& cadit intra ipſam:cadit ergo intra concauitatem ſpeculi: & eſt linea g i:duæ ergo lineæ o g & g i cadunt intra concauitatem ſpeculi: & linea z g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem columnam ſpeculi per 96 th. 1 huius: quoniam ducitur ab axe perpendiculariter ſuper lineam longitudinis ſpeculi, tranſeuntem per punctum g:& duo anguli o g z & z g i ſunt æquales per 15 p 1 ut prius. Forma ergo puncti i incidit ſuperficiei concauæ ipſius ſpeculi ſecundum lineam i g: & à puncto ſpeculi g reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt g o.Et eodem modo patet quòd forma puncti s incidit ſpeculo ſecundum lineam s a,& reflectitur à puncto ſpeculi a ad uiſum exiſtentem in puncto o ſecundũ lineã reflexionis,quę eſt a o. Et etiã patuit in cõmento 51 th.7 huius quoniam duæ lineæ h u & t u ſunt perpendiculares ſuper duas lineas contingentes ſectiones oxygonias, tranſeuntes per duo puncta a & g. Imago ergo formæ puncti s eſt in linea h u per 36 th.5 huius:ſed linea a o eſt linea reflexionis formæ puncti s:quoniam à puncto reflexionis,quod eſt a,producitur ad uiſum exiſtentem in puncto o.Imago itaq; formę puncti s eſt in linea s o,per 37 th.5 huius:punctum ergo h,quod eſt communis ſectio linearum h u & o a, eſt locus imaginis formæ puncti s. Similiter quoq; patet quod punctum t eſt locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea c l à puncto c ad punctum, centrum circuli b:eritq; linea c l producta ultra punctum c perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum per 18 p 3:eſt ergo linea c l cathetus incidentiæ formæ puncti c per definitionem illius catheti. Quia ergo forma puncti c reflectitur ad uiſum in punctũ o à puncto ſpeculi b: erit imago formæ puncti c in linea q c l, quæ eſt cathetus ſuæ incidentiæ: ſed & in linea reflexionis,quæ eſt b o,neceſſe eſt eſſe eandem imaginem per 37 th.5 huius. Imago itaq; formæ puncti c neceſſariò erit in puncto,quod eſt communis ſectio linearum l c q & o b: hoc autem poteſt eſſe in partibus diuerſis. Patuit enim per 11 th. 8 huius quòd imago formæ puncti, quę reflectitur à cõcauitate circuli ſpeculi,quandoq; occurrit uiſui inter uiſum & ſpeculum: quandoq; ultra ſpeculum: quandoq; in centro uiſus: quandoq; ultra uiſum:quandoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi:& (ut patet per 40 th.8 huius quãdoq; apparet una imago: quandoq; duæ:quandoq; tres: quandoq; quatuor.Imago ergo puncti c,cum formæ ipſius reflexio fiat à puncto peripheriæ circuli æquidiſtantis baſibus ſpeculi, erit fortè in linea h q ultra ſpeculum: & fortè erit ultra lineam b q: & fortè ultra lineam b o retro uiſum: & fortè erit in linea b o inter uiſum & ſpeculum: & forte erit in puncto o,ſcilicet in ipſo centro uiſus: & fortè erit unica imago, forte duæ: fortè tres: fortè quatuor. Si itaq; locus imaginis formæ punct. c, uel alicuius puncti formæ lineæ s i (utpote illius, ſecundum quem b c producta ultra punctum c ſecat lineam i s: quia & illud punctum reflectitur à puncto ſpeculi columnaris concaui,quod eſt b,ad uiſum exiſtentem in puncto o per 20 th. 5 huius) fuerit punctum q: tunc linea h q t erit diameter imaginis formæ lineæ i s. Si ergo omnes imagines omnium punctorum lineæ s i fuerint in linea h q t: tunc imago eius erit linea recta: nam mediũ eius punctum, quod eſt punctum q,eſt in rectitudine duarum ſuarum extremitatum,quæ ſunt h & t. Quòd ſi locus imaginis formæ puncti c fuerit ultra punctum q: tunc imago lineæ rectæ, quæ eſt s i,erit concaua: eiusq; concauitas reſpiciet uiſum. Et ſi imago formæ puncti c fuerit in linea b o: uel in puncto o centro uiſus: aut inter ſpeculum & uiſum: tunc uidebitur imago lineæ s i conuexa, cuius conuexitas reſpiciet uiſum. Et ſi fuerit imago formæ puncti c in linea b o retro uiſum: tunc iterum uidebitur imago concaua, in cuius concauitate ſituabitur centrum uiſus. Quòd ſi punctum e plures habuerit imagines: tunc linea s i plures habebit imagines: quarum omnium extremitates cõiungentur in punctis h & t, & media ipſorũ erunt diſtincta & ſeparata. &c

linea h t erit communis diameter omnium illiarum imaginum, quotcunq; fuerint imagines: & fortè linea h t, quæ est diameter imaginis, erit maior quàm linea rei uisæ, quæ s i, in modica quantitate. Patet ergo propositum.

26. Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ superficiem (in qua est axis speculi columnaris concaui) orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie: à circumferentia circuli (qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi) fiet reflexio: imagoq; lineæ uisæ quandoq; erit recta: uel aliquando conuexa.



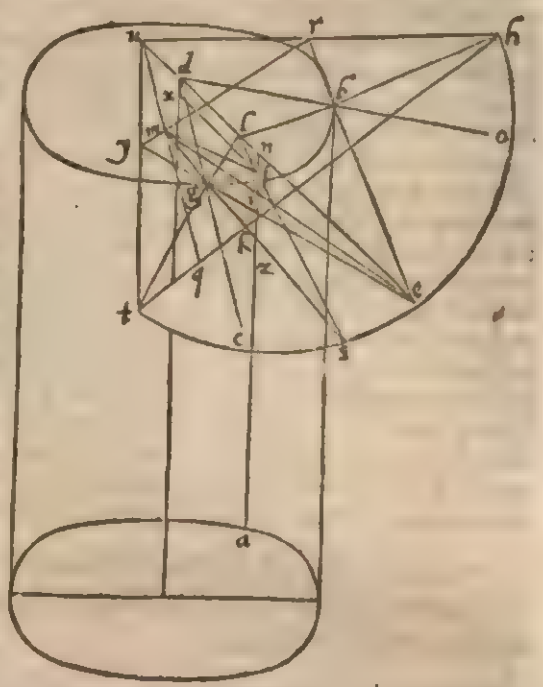
Esto, sicut in 52 th. 7 huius proponitur, linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f: sitq; centrũ uisus (quod sit e) in eadem superficie lineæ t h. Facta quoq; figuratione 52 th. 7 huius, compleatur demonstratio, ut in illa propositione: eritq; imago lineæ rectæ, quæ est t h, curua. Si itaq; speculum idem, quod ibi conuexum accipitur, assumatur concauum: & in locum imaginis collocata intelligatur linea curua, secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta, quæ sit in superficie rei uisæ: & centrum uisus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie: tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit linea t h recta. Patet ergo propositum: & fortè linea imaginis erit æqualis recta uel fortè conuexa: sicut ostensum est in 57 th. 8 huius: & hic eodem modo est deducendum.

27. Superficie lineæ rectæ uisæ, orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus nõ existente in eadem superficie, reflexionemq; facta ad uisum æqualiter distantẽ ab extremis illius lineæ: eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis. Alhazen 52 n 6.

Fiat omnimoda dispositio figuræ, quæ in 53 th. 7 huius: dico quòd uerum est, quod proponitur. Patet enim per ea, quæ in commento illius dicta sunt, quod puncta t & h, quia æqualiter distant à centro uisus, puncto scilicet e) reflectuntur ad uisum à duobus punctis oxygoniarum sectionum, cadentibus tamen in quodam circulo æquidistante basibus speculi, qui circulus erit medius inter lineam h t, & inter superficiem transeuntem centrum uisus e, secantem speculum æquidistanter basibus ipsius speculi. Sit ergo, ut forma puncti h reflectatur in punctum e à puncto speculi b, qui est punctus peripheriæ cuiusdam sectionis oxygoniæ (quæ est communis superficiei reflexionis & superficiei speculi) cadens in circulo b g: lineæ ergo h b & b e continẽt angulos æquales cum linea contingente illum circulũ in puncto b. Et similiter forma puncti t reflectitur ad uisum e à puncto speculi g: & lineæ t g & g e continent angulos æquales cum linea contingente circulum speculi in puncto g. Lineæ quoq; h b & t g concurrunt in puncto l: & linea h b continet cum linea perpendiculari, quæ est b o, angulum acutum: linea ergo h b secat superficiem contingentem superficiem columnæ in linea longitudinis, in qua est punctum b: linea itaq; b l cadit intra concauitatem columnæ: & similiter linea g l. Similiter quoq; duæ lineæ l f & g y cadũt intra concauitatẽ colũnę: & per 15 p 1 duo anguli l b d & d b r sunt æquales: cum ipsorũ contrapositi, qui sunt e b o & o b h sint æquales per 20 th. 5 huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g y sunt æquales. Si itaq; linea r y (quæ in speculo columnari conuexo est imago lineę t h) fuerit nunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo, & centrum uisus fuerit in puncto l: tunc forma puncti r incidet in speculo secundum lineam r b, & reflectetur ad uisum in punctum l à puncto speculi b: & linea h u est perpendicularis super lineam contingentem sectionem, in cuius peripheria est punctum b, à quo fit reflexio: imago ergo formæ puncti r erit in catheto r h per 36 th. 5 huius: sed & eadem imago necessario est in linea reflexionis, quæ est b l. Erit ergo in communi illarum sectione in puncto h. Est ergo punctum h imago puncti r, ut hæc omnia patent per 37 th. 5 huius. Similiter quoq; declarabitur, quòd forma puncti y incidet speculo per lineam y g: & reflectetur per lineam g l à puncto speculi g: & eius imago uidebitur in puncto t. Et ducatur linea q u: hæc ergo secabit lineam r y: quoniam punctũ u est ultra lineam illam r y, quæ est inter duo puncta q & u: puncta quoq; h, q, t, u sunt omnia in superficie circuli b g, ut patet ex præmissis: secet ergo linea q u lineam r y in puncto m: punctum itaq; m erit in superficie transeunte per axem speculi, & per centrum uisus punctum l. Nam, ut in commento præassumptæ 53 propositionis 7 huius patuit, puncta l & q sunt in illa superficie: nam, ut ibi acceptum est, patet quòd in illa superficie, in qua erat centrum uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d: sed & illa superficies secabat lineam h t in puncto q, & in linea e d cadebat punctum u: ergo per 1 p 11 linea q u est in illa superficie: ergo & punctum m. Et quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axem columnæ: ideo forma puncti m potest reflecti ad uisum in punctum l in illa superficie, & linea a z est communis sectio superficiei columnæ speculi & superficiei transeunti per suum axem, & per punctum l, quod est centrum uisus. Forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l (quod est centrum uisus) ab aliquo puncto speculi lineæ a z. Et ducatur

linea

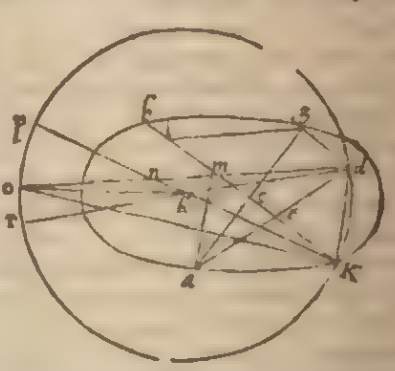
linea e m, quæ erit in illa ſuperficie: & linea e l etiam erit in illa ſuperficie: & punctum e, ut ſuprà patuit, eſt elongatum à ſuperficie contingente columnam ſpeculi in linea a z, ut patet per 53 th. 7 huius. Si ergo linea a z ducatur in continuum & directum ultra punctum z, concurret cum duabus lineis e m & e l, quę ſunt in una ſuperficie cum linea a z: concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l in puncto n. Punctum itaque n cadet inter duo puncta e & l: quia punctum l eſt intra cõ cauitatem columnę, & pũctum n eſt extra, in ipſius conuexitate in ſuperficie columnæ: quoniam eſt in linea longitudinis columnæ, quæ eſt a z: punctum uerò e, quod in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitum fuit eſſe centrum uiſus, eſt elongatum à ſuperficie columnaris ſpeculi. Patuit quoque in demonſtratione 53 th. 7 huius quòd circulus b g eſt medius inter lineam h t, & inter ſuperficiem exeuntem à puncto e æquidiſtantem baſibus columnæ ſpeculi: & linea perpendicularis exiens à puncto e ſuper lineam a z, eſt in ſuperficie tranſeunte punctum e, & ſecante ſpeculum æquidiſtanter baſibus columnæ: ergo linea perpendicularis exiens à puncto e ſuper lineam a z n cadit extra triangulum e i n, & uerſus partem puncti n: quoniam linea e n l d u eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis, ſecundum quas reflectuntur formæ punctorum h & t: quæ cum ſint oxygoniæ ſectiones, patet per 103 th. 1 huius quoniam ipſæ ſunt obliquè ſecantes axem ſpeculi: ergo & ipſarũ communis ſectio obliquè incidit illi axi ſpeculi: ergo per 32 p 1 angulus e i n eſt acutus: ergo per 15 p 1 angulus m i a eſt acutus: & angulus m i n erit obtuſus per 13 p 1. Educatur ergo per 12 p 1 à puncto m linea perpendicularis ſuper lineam a i: quæ ſit m k, ſecans lineam a i in puncto k: punctum ergo k erit inter puncta i & a. Quoniã ſi caderet inter pũcta i & n, fieret unius trigoni unus angulus rectus & alter obtuſus, qui eſt m i n: qd' eſt impoſsibile: cadet ergo punctũ k inter pũcta i & a. Producatur itaq; linea m k ultra punctũ k ad punctũ s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k: erit ergo punctus s extra ſuperficiem ſpeculi, & ultra concauitatem eius: & punctus l, in quo eſt centrum uiſus, erit intra ipſius ſpeculi concauitatem. Ducatur itaque linea s l, quæ ſecabit lineam n k. Quoniam cum linea n k ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi: patet quòd ipſa eſt cadens inter puncta s & l: ſecet ergo ipſam in puncto f: & à puncto f ducatur per 31 p 1 linea æquidiſtans lineę k m, quæ producta ad axem ſpeculi ſecet ipſum in puncto x: ſitq; linea f x. Erit ergo per 29 p 1 linea f x perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt a n: quoniam linea m k æquidiſtans lineæ f x, eſt perpendicularis ſuper ipſam a n: eritq́ue linea f x in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per punctum l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctum f æquidiſtanter baſibus columnę per 21 th. 7 huius: linea ergo f x eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem columnam ſpeculi ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a z. Ducatur itaq; linea m f. Quia ergo duorum trigonorum m k f & f k s duo latera m k & k s ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus k f commune ambobus illis trigonis, angulique ad punctum k ſunt recti: ergo per 4 p 1 latus m f eſt æquale lateri f s: ergo per 5 p 1 angulus f m s æqualis erit angulo f s m: linea uerò f x æquidiſtat lineæ s m: ergo per 29 p 1 angulus x f l extrinſecus æqualis eſt angulo f s m intrinſeco, & anguli x f m & f m s ſunt æquales, quia coalterni: angulus ergo x f m eſt æqualis angulo x f l. Forma ergo puncti m incidens ſpeculo ſecundum lineam m f, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt f l, reflectitur ad uiſum exiſtẽtem in puncto l à pũcto ſpeculi f, per 20 th. 5 huius: & linea x f eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto f. Et quoniam linea m k eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi: quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt a z: patet quòd linea m k eſt cathetus incidentiæ formæ puncti m: in ipſa ergo erit locus imaginis formę puncti m per 36 th. 5 huius: ſed & idem locus eſt in linea reflexionis, quæ eſt l f. In illarum ergo linearum communi ſectione, quæ eſt punctus s, eſt locus imaginis formæ puncti m per 37 th. 5 huius. Et quia duæ lineę r y & h t ſunt æquidiſtantes & perpendiculares ſuper ſuperficiem tranſeuntem per axem ſpeculi & per centrum uiſus, quod eſt nunc punctũ l: quoniam linea h t taliter fuit diſpoſita in 53 th. 7 huius: duę igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r y erunt æquidiſtantes & perpendiculares ſuper ſuperficiem tranſeuntem per axem per 18 p 11. Et quia linea r y eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntẽ per axem & per punctum l: ideo per 18 p 11 ſuperficies duarum linearum, quæ ſunt r m y & m s, erit perpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntem per axem, & per punctum l: & erit per 19 th. 1 huius linea m s communis ſectio illarum duarum ſuperficierum. Et quia linea a k, cum ſit pars lineę longitudinis ſpeculi, quæ eſt a z, eſt in ſuperficie tranſeunte per axem: quia omnis ſuperficies ſecans co-



lumnam ſecundum lineam longitudinis per ęqualia,tráſit per axem illius columnę, ut patet per 9ſ th.1 huius. Sed & linea a k eſt perpendicularis ſuper lineam m s,quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiem tranſeuntem per axem,& inter ſuperficiem duarum linearum,quæ ſunt r m & m s: ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiem r m s:& linea a n eſt æquidiſtans axi ſpeculi:ergo per 8 p 11 erit axis ſpeculi perpendicularis ſuper ſuperficiem,in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſuperficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ. Punctum itaque s eſt in ſuperficie exeunte ex linea r y perpendiculariter ſuper axem columnæ ſpeculi:ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axẽ ſpeculi, æquidiſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y:punctum ergo s eſt extra lineam h t, & propiꝰ quius puncto l centro uiſus,quàm ſint duo puncta h & t: & duo puncta h & t ſunt imagines formarum duorum punctorum r & y:& punctum s eſt imago formæ puncti m. Palam ergo quia imago formæ lineę r m y eſt linea tranſiens per puncta h,s,t:ſed talis linea eſt arcualis: quia punctum s eſt extra rectitudinem lineę h t. Tranſeat itaque per puncta h,s,t linea arcualis, quæ ſit h s t. Et quia linea h t ſecundum hypotheſim 53 th.7 huius fuit elongata à conuexo columnæ:erit linea h t ultra ſuperficiem ſpeculi,reſpectu puncti l,quod eſt nunc centrum uiſus. Et iam ſuprà oſtenſum eſt quòd punctum s eſt extra concauitatem ſpeculi,reſpectu puncti l,& punctum l eſt intra concauitatem ſpeculi: punctum ergo l,quod eſt centrum uiſus,eſt extra ſuperficiem, in qua eſt linea h s t:arcualitas ergo lineæ h s t apparebit uiſui manifeſtè. Et quia punctum f eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuperficiem circuli b g,& linea t h eſt ultra ſpeculum in ſuperficie circuli b g:quoniam eſt in ſuperficie trigoni l h t:erit linea l f s altior quàm ſuperficies trigoni l h t:linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & l t,reſpectu uiſus l:punctum ergo s eſt altius quàm duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit uiſui exiſtenti in puncto l concaua,concauitate uiſum reſpiciente. Quod eſt propoſitum.

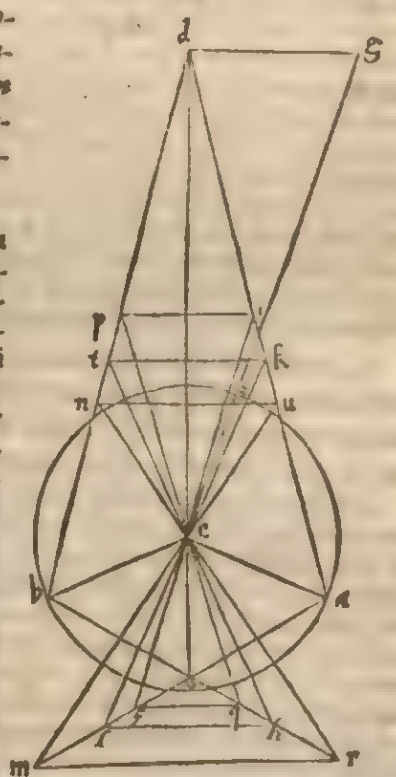
28. Superficie incidentia lineæ rectæ uiſæ, obliquè ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui, centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie:imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum. Alhazen 53 n 6.

Eſto ſpeculum columnare concauum, quod ſecetur per ſuperficiem obliquá ſuper axem: erit ergo communis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi ſectio oxygonia per 103 th. 1 huius:ſit illa ſectio a b g:ſed in 11 huius oſtenſum eſt,quòd quandoque in ſuperficie oxygonię ſectionis a puncto reflexionis erit linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum columnare, ex cuius duobus terminis ſcilicet ex duabus communibus ſectionibus ſui & ſuperficiei ipſius ſpeculi ſit reflexio formarum ad uiſum. Sit ergo in ſectione a b g huiuſmodi perpendicularis, quæ ſit g a: & ſit linea b e k perpendicularis ſuper lineam contingentem peripheriam ſectionis in puncto b:& ſit punctum b prope punctum g,ita quòd linea ducta à puncto b cum linea perpendiculari ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi à puncto reflexionis (qui ſit g) contineat ſuper axem ſpeculi angulum acutum. Patet ergo per 44 th.7 huius quoniam linea b e k ſecabit lineam perpendicularem,quæ eſt g a,ſub axe ſpeculi,& continebit cum ipſa angulum acutum:fiat ergo illarum linearum ſectio in puncto e. Angulus ergo b e g erit acutus per 32 p 1,ut patet:cadatq; punctum k in peripheriam ſectionis: & à puncto g ducatur per 31 p 1 linea æquidiſtans lineę b k:quę ſit linea g d:erit ergo angulus d g e per 29 p 1 æqualis angulo b e g:ergo uterque eſt acutus:linea ergo g d erit intra concauitatem ſpeculi:quoniá linea à puncto g termino perpendicularis,quæ eſt a g, extra ſectionem ducta continget ſectionem, & continebit angulum rectum cum linea a g: aut non continget, & continebit angulum obtuſum. Fiat itaque per 23 p 1 ſuper punctum g terminum lineæ e g angulus ęqualis angulo e g d:qui ſit e g l linea ergo g l concurret cum linea b e k per 14 th.1 huius:ideo quòd anguli g e l & l g e ambo ſunt acuti: ſit concurſus in puncto l: qui ſit punctus lineæ b k: & in linea l e,ut contigerit,ſignetur punctũ m: & ducatur linea a m:erit ergo angulus m a g acutus p 32 p 1: ideo, ut prius oſtendimus,quia angulus m e g,qui eſt maior angulo m a g,cum ſit ei extrinſecus,eſt acutus,ut patet ex præmiſſis:linea ergo m a cadit intra ſectionẽ. Fiat quoque ſuper punctum a terminũ lineæ a g angulus æqualis angulo g a m, qui ſit angulus g a d: linea enim a d concurret cum linea g d per 14 th.1 huius:ideo quia anguli d g a & d a g ſunt acuti: ſit ergo concurſus in puncto d. Linea itaque a d ſecabit lineam b k,concurrens cum ipſa per 2 th. 1 huius:quoniam concurrit cum eius ęquidiſtante,quæ eſt d g:ſecet ergo ipſam b k in puncto t. Cum itaq; linea l k fuerit in aliquo corpore uiſibili,& centrum uiſus fuerit in puncto d:tunc forma puncti l uidebitur in puncto ſpeculi g,quod eſt punctum reflexionis:& hoc accidit per 10 huius:ideo quia forma puncti l reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d à puncto ſpeculi g,& linea k l b,quæ eſt cathetus incidentię formæ puncti l,æquidiſtat lineæ g d,quæ eſt linea reflexionis. Nunquam ergo concurrent: & ſic locus imaginis formæ puncti l erit in puncto reflexionis, quod eſt g. Similiter quoque forma puncti m reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto d à puncto ſpeculi, quod eſt a: & cathetus incidentiæ, quæ eſt linea b m k, ſecat lineam reflexionis,quæ eſt a d, in puncto t:ergo punctũ t eſt locus imaginis formæ pun-



mæ puncti m per 37 th. 5 huius. Transeat itaque per punctum d, quod est centrum uisus, superficies plana æquidistans basibus columnæ: hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100 th. 1 huius: qui circulus sit p o r. Et quoniam centrum uisus d est in superficie sectionis a b g: palam quòd ille circulus p o r secabit sectionẽ oxygoniam a b g in duobus punctis per 104 th. 1 huius: superficies ergo illius circuli secabit lineam b k: quoniam secat lineam g d æquidistantẽ lineę b k: ducitur enim per punctum d: sit ergo, ut secet lineam b k in puncto k: sitq; centrum circuli p o r punctum h: & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius peripheriam in puncto p: & ducatur linea d h. quæ producta ad peripheriam circuli incidat ipsi in puncto r. Forma ergo puncti k reflectitur ad uisum existentem in puncto d ab aliquo puncto arcus r p, ut patet per 27 th. 8 huius, ubi hoc ostensum est de reflexione formæ uisibilis ad uisum secundum talem situm ab aliquo puncto peripheriæ circuli. Sit ergo ut fiat illa reflexio à puncto speculi scilicet arcus p r, quod sit pũctum o: & ducantur lineę k o, d o, h o: ergo angulus k o h est æqualis angulo h o d per 20 th. 5 huius. Et quoniam linea reflexionis, quę est d o, secat semidiametrum h p: ideo quia linea d h r transit per centrum circuli, citra quam respectu puncti o ducitur linea d o: hęc ergo secat semidiametrum h p: sit, ut secet ipsam in puncto n. Est aũt linea k h p cathetus incidentię formę puncti k: ergo per 37 th. 5 huius punctum n est locus imaginis formæ puncti k. Ducatur itaq; linea k d: quæ per 19 th. 1 huius erit cõmunis sectio superficiei circuli p o r & sectiõis a b g, uel pars illius cõmunis sectionis: nã duo puncta k & d sunt in utraq; illarũ superficierũ, & nihil de supficie sectionis oxygoniæ (quę est a b g) est in superficie circuli r p, nisi linea k d, uel linea, cuius pars est linea k d: punctũ ergo g est extra circulũ: & similiter pũctũ b: & sunt in superficie sectionis: & punctũ n est in superficie circuli r o: & forma imaginis lineę l m k transit per puncta g, t, n: linea uerò pertransiens hęc puncta est arcualis: quia superficies sectionis est declinis super superficiem columnę per 103 th. 1 huius: lõgior ergo diameter ipsius sectionis non transit per totum axem colũnæ, neq; est superficies sectionis æquidistans basi columnæ: linea ergo t n g, quæ est imago lineæ rectę k m l, cuius superficies secat axem speculi obliquè, est curua maximæ curuitatis: & eius concauitas respicit uisum existẽtem in puncto d. Et quia punctum t est imago formæ puncti m: & punctum n imago formę puncti k: & punctum g est imago formę puncti l: patet quòd imago lineæ l m k est cõuersa, ita quòd superior punctus imaginis, respectu uisus, qui est g, correspondet infimo puncto lineæ uisę, qui est l, & infimus punctus imaginis, qui est n, correspondet supremo puncto lineæ uisæ, qui est k. Sic ergo situs partium imaginis non est cõformis situi partium rei uisæ, sed conuersus & difformis. Patet ergo propositum. Patet itaq; ex hac propositione & duabus præmissis, quòd lineę rectę æquidistãtes axi speculi columnaris concaui, & æquidistantes basi eius, & etiã illæ, quę sunt obliquę super superficiem eius, quandoq; uidebũtur arcuales: quandoq; rectę: quandoq; cõuersę. Forma ergo eorũ, quę cõprehenduntur in speculis colũnarib. concauis, quandoq; erit directa, cõformis in suo situ situi partiũ rei uisæ: & quandoq; erit difformis, cõuersum habẽs situ suarum partiũ, respectu uisus partiũ rei uisæ, & in respectu ad uisum.

29. Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculum columnare concauum trans axem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie, uidebitur rectæ: quandoq; maior: quandoq; æqualis: quandoq; minor re uisa: sed semper conuersum habens situm: & quandoq; una: quandoq; plures imagines uisui occurrent. Alhazen 54 n 6.



Sit secundum dispositionem 48 th. 8 huius circulus a b z in superficie speculi columnaris concaui æquidistans basibus speculi: cuius centrum e: & sit centrum uisus in puncto d: erit ergo linea d g, ut in prædicta 48 præmissum est, perpendiculariter erecta super superficiem circuli: & sint duæ lineę e a & e b perpendiculares super superficies cõtingentes superficiem columnę speculi: & erit supficies trianguli d e g ppendiculariter erecta super superficiẽ circuli a b z per 18 p 11: quia linea g d est perpendicularis super superficiem circuli: hoc est super eam superficiem, cuius sectio efficit circulum a b z. Superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19 p 11 & per 92 th. 1 huius, transit per totum axem speculi, & per centrum uisus, quod est punctum d: & neutra superficies earum, quæ sunt d b o & d a o, quæ secant se in linea d o, ut patet per 19 th. 1 huius, transit per totum axẽ: & in neutra illarũ superficierum est aliquid de axe, nisi punctum e, quod est centrum circuli a b z. Vtraque ergo superficies, quę sunt d b o & d a o, secat superficiem columnarem speculi secũdum oxygoniam sectionem: & fit reflexio formarum ad uisum à duobus punctis illarum sectionũ, quæ sunt a & b, ut patet per præmissa in 48 th. 8 huius. Forma ergo puncti r reflectetur ad uisum existentem in puncto d à puncto speculi, quod est b: & forma puncti m reflectetur ad uisum in punctum d à puncto speculi, quod est a. Et quoniam

cathetus incidentiæ formæ puncti r eſt linea r e n, ſecans lineam b d, quæ eſt linea reflexionis, in pũcto n: & cathetus incidentiæ formę puncti m eſt linea m e u, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt a d in puncto u. patet quòd puncta n & u ſunt loca imaginum formarum pũctorum r & m: & erit linea n u diameter imaginis formæ lineę m r: & eſt minor quã linea m r, ut patuit in 49 th. 8 huius. Et ſimiliter formę duorum punctorum h & l reflectentur ad uiſum in punctum d à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt a & b: & erit per modum prius dictum, linea t k diameter imaginis formę lineę l h: & ſecundum pręmiſſa in 48 th. 8 huius erit diameter imaginis t k æqualis diametro rei uiſæ, quę eſt linea l h. Similiter quoque linea p i erit diameter imaginis formę lineę f q: & eſt maior quã diameter rei uiſæ, quæ eſt linea f q: & omnes iſtæ imagines erunt cõuerſę, ut oſtẽſum eſt in 50 th. 8 huius. Si uerò centrũ uiſus fuerit in puncto o, & formæ linearum, quæ ſunt p i, t k & n u, reflectantur ad uiſum in puncto o à punctis ſpeculi, quæ ſunt a & b: tunc erit ecõuerſo. Erit enim diameter imaginis lineę p i, quę eſt linea f q, minor diametro t k rei uiſæ: & erit linea l h diameter imaginis lineę t k, & ęqualis ei: & erit linea m r diameter imaginis lineæ n u, & maior quã illa: omnesq; imagines linearum iſtarum rectarũ erunt rectæ: ſed conuerſę ſecundum ſitum & ordinem partiũ, quem habent ipſæ res. Nam dextrũ rei fit ſiniſtrum imaginis, & ſiniſtrum rei fit dextrum imaginis: & ſimiliter eſt de partib. quę ſunt ſurſum & deorſum. Item cũ utraq; extremitatum harum linearum unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctũ in medio plures habuerit imagines: tunc forma illius lineę tot habebit imagines, quot punctum medium ipſius: & omnes iſtę imagines copulabuntur ad puncta extrema illius imaginis: & erit illa linea unica diameter omnium illarum imaginum. Et ſi utraq; extremitas illius lineę uel altera ipſarum plures habuerit imagines, punctum uerò medium habuerit tantùm unam: iterũ tota illa linea tot habebit imagines, quot eius puncta extrema ambo, uel ſaltem alterũ ſuum punctũ extremum. Et ſi utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & ſimiliter punctum medium multas habuerit imagines: tunc tota linea habebit imagines ſecundum numerum maiorem: & hoc patebit, ſicut patuit ſuprà de imaginibus ſpeculorum ſphæricorum concauorum. In ſpeculis enim columnaribus concauis accidit fallacia in omnibus, quæ in eis comprehenduntur, ſicut accidit in ſpeculis ſphæricis concauis: ſcilicet de formis ſpecierum uiſibilium: & de quantitatib. & de numero ſuarum imaginum: & de conformitate ipſarum ad res, quarum ipſę ſunt imagines: & de difformitate ſitus ipſarum ſecundum cõuerſionem formarum partialium, cum omnib. fallacijs, quę appropriãtur conuerſioni: & omnes fallaciæ ſunt in his, ut in ſpeculis prędictis ſphęricis concauis. Patet ergo illud, quod proponebatur.

30. Linea recta uiſæ, non æquidiſtantis axi ſpeculi columnaris concaui, cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem obliquè, centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, uidetur imago curua, diuerſa curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus: & conuerſa.

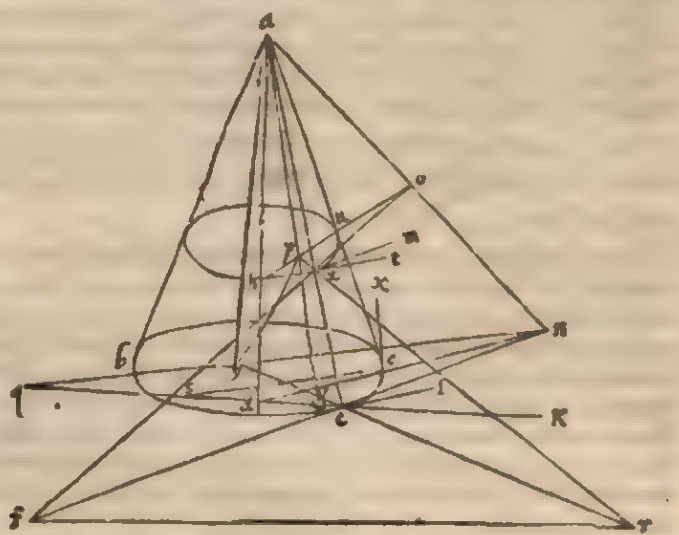
Fiat in iſto propoſito theoremate diſpoſitio totalis, quæ in 28 huius: apparebitq; totum, quod ibi proponitur in his ſpeculis columnaribus concauis. Poſito itaq;, ut aliqua linea recta non æquidiſtet axi ſpeculi columnaris concaui, cuius ſuperficies incidentiæ oblique ſecat illum axem, ſi centrũ uiſus fuerit in illa ſuperficie: tũc patet per 28 huius quòd imago illius lineę uidetur curua, reſpectu uiſus, & conuerſa ſecundum ſitum ipſius rei uiſæ. Quòd ſi centrum uiſus fuerit extra illam ſuperficiẽ in linea erecta ſuper illam ſuperficiem à puncto d, in quo eſt illic centrum uiſus: tunc ſi à pũctis a, g, o (à quibus fit ibi reflexio) erigãtur lineæ longitudinis ſpeculi per 101 th. 1 huius, & inueniantur pũcta reflexionum formarũ punctorũ m, b, k: patebit ſecundũ modũ plurium præmiſſarum, quòd formę punctorum k, m, b reflectentur ad uiſum ſecundum diſpoſitionẽ ſuo ſitui diuerſam: & ſecundũ hoc diſponetur curuitas imaginũ & conuerſio figuræ. Quòd ſi centrum uiſus nõ fuerit in linea perpendiculariter erecta ſuper illã ſuperficiẽ à pũcto d: tũc à centro uiſus ducatur perpendicularis ſuper illam ſuperficiem per 11 p 11, & inuentis punctis reflexionum formarum punctorum b, m, k: patebit propoſitum ut prius. Et hoc proponebatur.

31. Forma alicuius lineæ curuæ incidẽtis uertici ſpeculi pyramidalis cõcaui obliquè ſuper axẽ, reflectitur ad centrũ uiſus inter illã lineã & ſuperficiẽ ſpeculi conſtitutũ, à linea lõgitudinis ſpeculi: imagoq; ipſius uidetur recta: & ſi illa linea incidẽs fuerit recta: eius imago uidebitur curua, modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas eſt ad uiſum. Alhazen 55 n 6.

Fiat diſpoſitio omnimoda, quę in 55 th. 7 huius: inuenieturq; in ſpeculis pyramidalib. conuexis li, neę rectę, quę eſt a n, propoſito modo illud ſpeculum reſpicientis, imago curua intra concauitatem ſpeculi, quę eſt a p y. Punctum quoq;, quod eſt ſub ſuperficie ſpeculum cõtingente ſecundum lineã lõgitudinis ſpeculi, quę eſt a e, à qua fit reflexio formę lineę rectę uiſę, quę eſt a n, ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, erat illic punctum f: in quo puncto f ſi fuerit centrum uiſus, erunt omnia pũcta, quę ſunt in illa curua imagine, uel quę ſunt in linea recta, ſcilicet in diametro imaginis, reflexa ad punctũ f: & imago lineę curuæ, quæ a p y, erit linea recta, quæ eſt a n: uel imagines duarum extremitatum lineę a p y erunt in linea a n, & in extremitatibus illius: & loca imaginis puncti p, quod eſt in medio lineę a y, diuerſabuntur. Et hoc poteſt eodem modo declarari, ſicut ſibi ſimile declaratum eſt in 55 th. 7 huius. Quoniam enim, ut ibi declaratum eſt, angulus z r f eſt ęqualis angulo z f r: eſt autem angulus p z h æqualis angulo t z r per 15 p 1: & angulus t z r eſt æqualis angulo z f r per 29 p 1: ſed per eandem 29 p 1 angulus h z f eſt ęqualis angulo z f r: eſt ergo angulus p z h æqualis angulo h z f. Palàm ergo

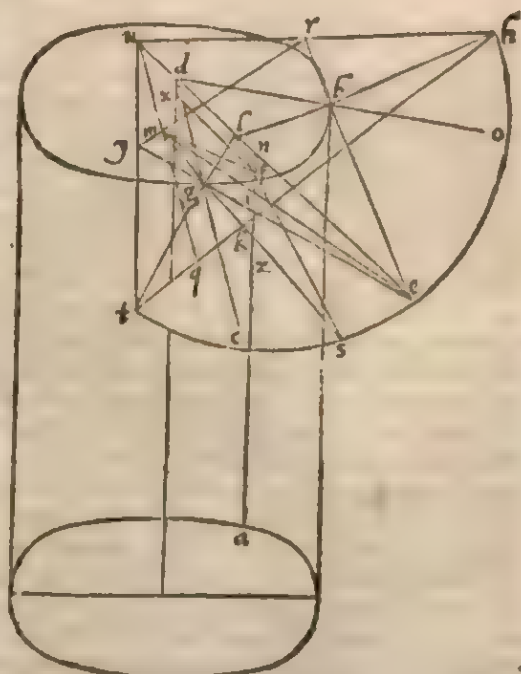
per

per 20 th. 5 huius quoniam fiet reflexio formę puncti p ad uiſum exiſtentem in puncto f à pũcto ſpeculi pyramidalis concaui, quod eſt z. Et quoniam linea h p o eſt cathetus incidentiæ formæ puncti p: & linea f z o eſt linea ſuę reflexionis ad uiſum exiſtẽtem in puncto f: patet per 37 th. 5 huius quoniam punctum o eſt locus imaginis formæ puncti p. Similiter quoq; angulus y e d eſt ęqualis angulo k e r per 15 p 1, qui per 29 p 1 eſt ęqualis angulo e r f: & per eandem 29 p 1 angulus d e f eſt æqualis angulo e f r: ſed, ut in commento 55 th. 7 huius oſtenſum eſt, angulus e f r eſt æqualis angulo e r f: eſt igitur angulus y e d æqualis angulo d e f: ergo per 20 th. 5 huius forma puncti y reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto f à puncto ſpeculi concaui, quod eſt e. Et quoniam linea y n eſt cathetus incidentię formæ puncti y: & linea f e n eſt linea ſuę reflexionis: patet per 37 th. 5 huius quòd locus imaginis formę puncti y eſt pũctũ n: & pũctũ a, ſicut reflectitur à uertice ſpeculi, ſic locus imaginis ſuę eſt ibidem per ea, quæ dicta ſunt in 11 & 12 th. 8 huius, & in 10 huius. Erit ergo imago totius lineæ a p y curuæ linea a o n recta: quoniã de alijs punctis eſt eodem modo demonſtrandum. Quòd ſi aliquod uiſibile ſtatuatur in loco lineæ rectæ a y, quę eſt diameter illius curuæ imaginis lineę a p y: tunc duæ extremitates lineę a y (quæ ſunt a & y) habebunt, ut prius, loca ſuarum imaginum in punctis a & n. Loca uerò imaginis puncti medij correſpondentis puncto p, qui cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuerſabuntur: & ſecundum diuerſitatem concurſus cathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis ſuarum reflexionum, ſecundum quas à punctis lineę longitudinis, quę eſt a z e, ſpeculi propoſiti concaui reflectuntur ad uiſum exiſtentem in puncto f, uel ultra lineam a o n uel citra illam loca imaginum illorum punctorum diuerſabuntur, quandoque ad concauitatem: quandoq; ad conuexitatem, reſpicientem centrum uiſus. Erit tamen illa curuitas modica: quoniam prędictorum locorũ imaginum (reſpectu lineæ a o n) modicus eſt exceſſus. Palàm itaque ex pręmiſſis quòd ſi linea recta, quæ eſt diameter imaginis curuæ, quæ eſt a p y, fuerit in aliquo uiſibili, & centrum uiſus fuerit in puncto f: tunc imago lineę rectę prędicto modo diſpoſitę fortè uidebitur cõuexa, & fortè uidebitur concaua. Quod eſt propoſitum.



32. Linea recta uiſæ ſuperficie incidentia axẽ ſpeculi pyramidalis concaui orthogonaliter ſecãte, centroq; uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidebitur concaua, mirabilis concauitatis, uiſum reſpicientis.

Sit, ut in 27 huius libri, centrum uiſus punctum l: & linea uiſa r m y: cuius extrema puncta, quæ ſunt r & y, æqualiter diſtent à centro uiſus l: ſitq; centrum uiſus extra ſuperficiem lineę r y: quę producta ſecat ſpeculum pyramidale cõcauum æquidiſtanter baſi ſecundũ circulum, qui ſit b g: cuius centrũ ſit d: reflectaturq; forma puncti r ad uiſum l à puncto ſpeculi b, & forma pũcti y reflectatur ad uiſum l à puncto ſpeculi g: erũtq; pũcta b & g, quãuis ſint in circulo, ut tũ ſunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxygonijs ſectionib. ſecãtib. ſe ſecundum lineam d l: ut patent hæc per 7 th. 7 huius, & per 19 th. 1 huius. Et quoniam quantùm ad propoſitum demonſtrandũ non eſt aliqua diuerſitas inter ſpecula columnaria & pyramidalia concaua: tunc patet quòd reiterata demõſtratione 27 huius, erit locus imaginis formę puncti r in pũcto h: & locus imaginis formę pũcti y erit in puncto t: locus uerò imaginis formæ pũcti m erit punctũ s, quod eſt extra rectitudinẽ lineę t h. Imago itaque lineę r m y eſt in quadã linea trãſeũte p pũcta h, s, t: ſed talis linea eſt curua. Eſt ergo lineę rectę, quæ



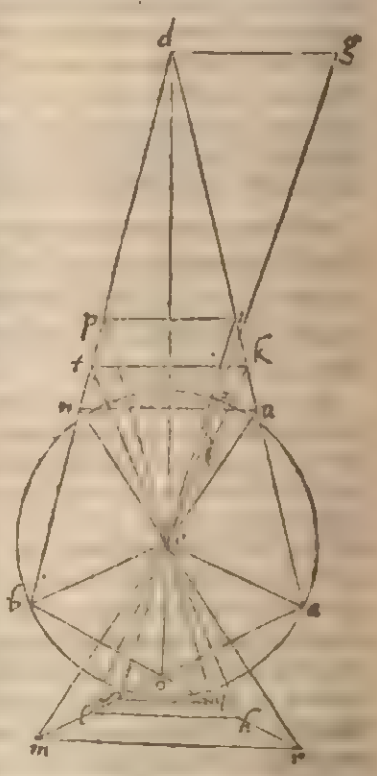
est r m y, imago curua. Et quoniam punctum s est ultra concauitatem speculi, respectu puncti centri uisus, & punctum l est intra illam cõcauitatem: palàm quòd punctum l est extra superficiem, in qua est linea h s t: curuitas ergo lineę h s t apparebit uisui manifestè. Et quia punctũ f cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g: erit linea l f s altior quàm superficies trigoni l h t: linea ergo l s erit altior duabus lineis l h & h t: punctũ ergo s, respectu uisus l, est altius q̃ duo puncta h & t. Linea ergo h s t apparebit uisui existẽti in púcto l cócaua maxima cõcauitate uisum respiciente. Et hoc est propositum.

33. Linea recta uisa non æquidistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi obliquè, imago uidetur curua, diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniam enim, ut in 31 huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui, ad quem fit reflexio, repræsentat: & per præmissam proximam patet, quòd linea recta, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonaliter, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic proponitur, obliquè secet axem speculi: patet quòd imago illius lineę diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis: qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius conformis est demonstratio cum præmissis. Patet ergo propositum: nec enim dignum uidimus talibus immorandum, quę ex prædemonstratis conclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucidè accipiunt: unde talia relinquimus animæ perquirenti.

34. Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ pyramidale trãs axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficici speculum secũdum axem secantis, uidebitur recta: quandoq; maior: quandoq; æqualis: quandoq; minor re uisa: sed semper conuersum habens situm: & quandoq; una: quandoque plures imagines uisui occurrent. Alhazen 56 n 6.

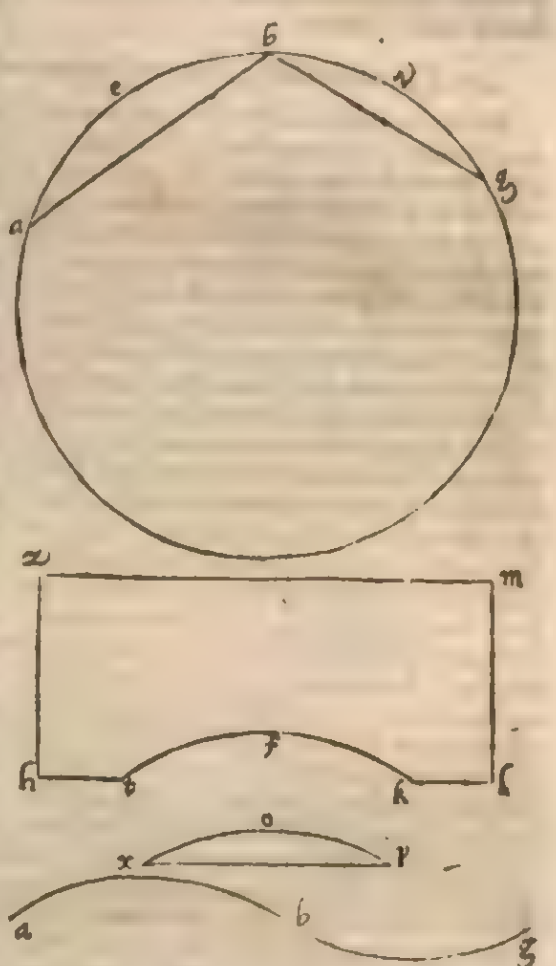
Fiat item (ut in 29 huius) eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48 th. 8 huius. Si ergo aliquod punctum commune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctum o: & si duæ lineæ a e & b e fuerint perpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi: hoc autem est possibile, quia lineę a e & b e sunt æquales: possunt enim cum axe continere duos angulos acutos æquales. Cum ergo hæ duæ lineę fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d: tunc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totum axem & per centrum uisus: & utraque superficies d a o & d b o erit decliuis super axem speculi: & communes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erunt duę sectiones oxygoniæ: & formæ trium punctorum, quæ sunt r, h, q, reflectentur ad uisum existentem in pũcto d à puncto speculi, quod est b. Formę quoque trium punctorum, quæ sunt m, l, f, reflectentur ad uisum in punctum d à puncto speculi a. Cum ergo lineæ m l f & r h q fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d: tunc, ut suprà in 29 huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r: & linea t k erit imago lineę l h: & linea p i erit imago lineæ f q: erit itaque imago lineę m r, quæ est linea n u, minor quàm linea m r: & imago lineę f q, quæ est p i, erit maior quàm linea f q: & imago lineę l h, quę est t k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoque istę imagines conuersum habebunt situm, respectu rerũ, quarum ipsæ sunt imagines, uisu existente in puncto d. Quòd si uisus fuerit in puncto o, & lineę n u, t k, & p i, quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in puncto o, fuerint in superficiebus corporum uisibilium: tunc per eandem præmissam rationem in 29 huius imagines illarum linearum n u, t k, & p i erunt lineæ m r, l h & f q: eritque imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i: & imago lineæ t k, quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ: & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u: & istæ imagines omnes erunt lineæ rectæ: & apparebunt ultra centrum uisus, quod est in puncto o. Et si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n t p & u k i: erunt loca imaginum illarum linearum lineæ m l f & r h q. Puncta itaque istarum imaginum, quæ sunt m, l, f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quę est a o· & puncta r, h, q comprehenduntur super eandem lineam reflexionis, quę est b o: & imago puncti remotioris à uisu, erit propinquior uisui, & imago puncti propinquioris uisui, erit remotior à uisu. Conuersum



uersum itaq; habebunt situm omnes istæ imagines. Quod est propositũ. Patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus concauis uidẽtur conuexæ: quandoq; concauæ: quandoq; rectæ: & quandoq; maiores: & quandoq; minores: & quãdoque æquales rebus uisis: & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes, respectu situs rerum, quarũ sunt imagines. Et accidit in his speculis, sicut in alijs speculis, numerari imagines secundum numerum punctorum reflexionis: & forte imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarum partium: quæ omnia ex præmissis principijs possunt facilitèr declarari. Hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uerò in sequẽtibus huius libri ad tractatum quorũdam irregularium speculorum & cõburentiũ ingeniũ cõuerteimus.

35. Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri, in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit. Euclides 30 th. catoptr. Ptolemæus 3 th. 3 catoptr.

Assumatur in illa magnitudine, qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus, qui sit a b g: & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per 11 p 4: quod sit a b: & similiter inscribatur eidẽ circulo latus hexagoni per 15 p 4, quod sit b g: eritq; per eãdem 15 p 4 linea a b g æqualis semidiametro circuli. Et abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b p 28 p 3 est æqualis quintæ parti peripheriæ circuli. Et similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli. Fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionum: quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit concaua, ut est figura, quam descripsimus, z h t f k m l: altera uerò facta ad quantitatem portionis, quę est g z b, sit conuexa, ut est figura x o p. Et assumatur petia uel pars ferri rectangula, cuius longitudo sit maior quàm ambę chordę a b, & b g, latitudo quoque sit maior quàm chorda b g: & incuruetur ferrũ taliter, ut eius longitudo sit conuexitatis portionis a e b, ita ut superficies cõcaua, quæ est k f t, sibi extrinsecus applicetur: & eius latitudo sit in parte longitudinis residuæ concauitatis portionis g z b, ita ut cõuexitas superficiei x o p sibi intrinsecus applicetur. Taliter uerò fiat, ne forma cõuexitatis impedimentum accipiat ex forma concauitatis, sed in eadem superficie speculi ipsarũ quęlibet imprimatur: poliaturq; speculum ex partibus ambabus: propter quod oportet ut lamina speculanda sit conuenienter spissa, ut ex utraque parte salua dispositione reliqua ualeat poliri. Hoc itaque speculum si super sedem uolubilem ad hoc præparatam componatur, & super ipsam uoluatur, ita quòd nunc conuexa, nunc concaua superficies uisui se offerat: tunc apparebunt dextra dextra, & sinistra sinistra: & distanti quasi duobus cubitis apparet imago commensurata & similis ueræ formę: magis uerò distanti protenditur imago in anterius: propius uerò accedenti ad conuexam superficiem speculi, fit imago penitus informis: & magis accedenti informitas plus augetur, & contraria ei, quod uidetur, fit imago, magisq; accedẽti prolixior apparet, & fit facies uidentis cõsimilis formæ equi: & semper magis inclinato speculo, imago apparet plus inclinata. Permutato quoque speculo, imago quandoque habet caput sursum & pedes deorsum: & quandoque pedes sursum & caput deorsum: & plus experientia, quàm scriptura, docebit imaginum diuersitates: quia si connectantur duo specula sphærica, quorum unum sit concauum, reliquum conuexum, non moto etiam speculo, uariatur dispositio imaginum. Propter reuerberationem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterum, dextra apparebunt dextra, & sinistra sinistra: & in parte conuexa non mutabitur situs imaginis secundum sursum & deorsum: sed in parte concaua uidebitur imago supercapitalis, uelut antipodes. Causa uerò omnium horum in simplicibus speculis dicta est per præmissa: modo quoq; tali in præmisso speculo permiscentur imagines. Et si in eadem continuitate sit speculum planum ipsis speculis sphęricis conuexis & cõcauis interpositum: uariabitur imaginum quãtitas:



quia in planis eſt imago æqualis rei uiſę p 52 th. 5 huius: in cõuexis uerò eſt minor p 39 th. 6 huius: in cõcauis uerò quãdoq; æqualis: quãdoq; maior: & quãdoq; minor, ut patet p 45. 47. 49 th 8 huius: & tale ſpeculũ poteſt taliter cõponi. Sit ſuperficies aliqua plana, quę a b: & fiant in ipſa pecula cõuexa, quę ſint a c g & t r k: & ſimiliter fiant in ipſa ſpecula cõcaua, quæ ſint g d e & z i t: & fiant ſpecula plana, quę ſint e z & k b: ponaturq; res uiſa in puncto m, quæ a ſpeculis illis ad uiſum reflectatur. A planis itaq; ſpeculis apparent æqualia idola & æqualiter diſtãtia: & à cõuexis minora & minus diſtãtia: à cõcauis uerò diuerſa & diuerſi modè uiſui occurrentia, ſicut in alijs prędemonſtratũ eſt. Ingeniũ uerò modernorũ & futurorũ addat, quod libuerit: quia ſufficiẽter dedimus cogitantibus principia multarum talium adinuentionum: & nos, quæ talia digna memoria inuenerimus, poſterius conſcribemus.

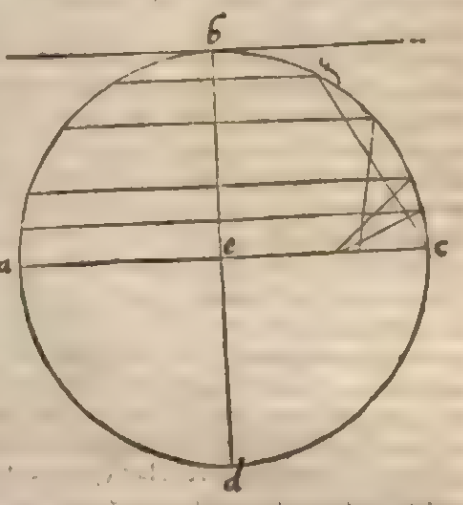
36. A ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile eſt accendi.

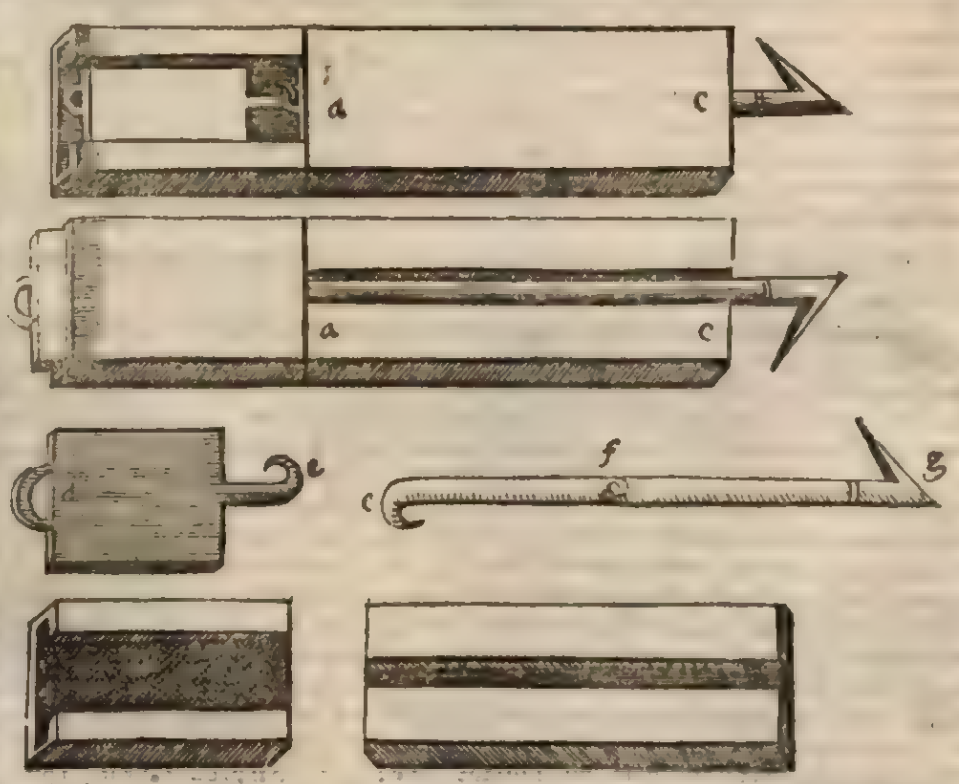
Si enim in ſpeculis colũnaribus cõcauis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi cõmunis ſectio ſit linea longitudinis, nõ eſt neceſſariũ ignẽ ab ipſis accẽdi, ſicut neq; à ſpeculis planis, etiã ſi ſuperficies reflexionis oẽs ſe in axe colũnę interſecẽt: radij enim æquidiſtãter ſuperficiei ſpeculi incidẽtes, æqui diſtãter utiq; reflectẽtur: perpẽdiculares quidẽ in ſe ipſos ad diuerſa pũcta ſpeculi colũnaris ſecundum quę cũ ipſi ſpeculo incidebãt, axẽ ſecabãt: & ita nunquã in pũcto concurrent, ſed in tota linea axis diſtendẽtur: nõ perpẽdiculares uerò radij, obliquè ſcilicet ſuperficiei ſpeculi incidentes, quoniã ſecundũ angulos, quos facĩũt cũ perpendiculari ducta ab axe ad lineã lõgitudinis, quę eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei cõtingentis columnã, ad partẽ alià in eadẽ ſuperficie à dicta perpendiculari reflectuntur. Patet ergo quia ſecundũ quod ęquidiſtantes ad inuicẽ incidunt, ſic quaſi æquidiſtãtes ad inuicẽ reflectuntur, & nõ in puncto, ſed in linea cõcurrent p 29 p t. Quòd ſi dicatur, quòd aliquæ ſuperficies reflexionis ſe in axe colũnę nõ interſecent, ſed ſint æquidiſtantes (quod eſt impoſsibile, ut patet per 7 th. 7 huius) palàm tamẽ eſt quòd in eis reflexi radij nunquã cõcurrẽt. Si uero ſectio cõmunis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei columnę ſit circulus: tunc patet quòd p eius centrũ tranſeuntes radij (quoniã oẽs ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies cõtingentes in punctis ſuæ incidentiæ, ut per 21 th. 7 huius oſtenſum eſt) oẽs reflectuntur in ſeipſos, & cõcurrent in centro circuli illius ſiue ſit baſis columnæ ſpeculi, ſiue ſit circulus baſi æquidiſtans. Hoc aũt centrũ erit ſemper in axe: & ſunt tot cẽtra talium circulorũ in axe, quot ſunt circuli in columna. ad unũ ergo punctũ non reflectuntur radij totius ſuperficiei ſpeculi columnaris, ſed ad totã axis lineãm. Quod ſi radij reflexi ſecundũ circulum nõ tranſeunt centrũ circuli: tunc ſecundũ angulorũ incidentiæ diuerſitatẽ fiet diuerſitas reflexionis ad ſemidiametrũ circuli: nec fiet concurſus in centro circuli radiorũ, ſed in tota ſemidiametro: & ſic ignis difficiliter accendi poterit, ſicut etiã prius dictum eſt in ſpeculo ſphærico concauo, ut patet per 68 th. 8 huius. Quòd ſi cõmunis ſectio dictarũ duarum ſuperficierũ ſit ſectio columnaris: tunc radij pauciſsimi cõcurrent. Patet ergo quòd nõ eſt poſsibile oẽs radios ſuperficiei ſpeculi columnaris concaui in unũ locũ uel etiã in unã lineam aggregari: & ob hoc pauci antiquorum tali ſpeculo pro cõbuſtionibus ſunt uſi. Ex ſpeculis etiã pyramidalibus lumen aggregatũ ignẽ accendere non eſt neceſſariũ, quãuis ad hæc multa rerum acclinetur imaginatio: cuius cauſſa eſt, quia in talibus ſpeculis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi non poteſt eſſe circulus aliquis nec baſis, nec æquidiſtans baſi: propter hoc, quod prius dictum eſt, & patet per 2 th. huius. In nullo ergo euentu poſſunt radij a peripheria circuli in centro concurrere: ſicut aliqualiter accidit in ſpeculo colũnari. Quòd ſi ſectio communis ſuperficierum dictarũ ſit linea lõgitudinis ſpeculi: tũc, quoniã ſuperficies ſpeculũ contingẽs contingit in linea longitudinis, accidet in his ſpeculis, ſicut prius dictũ eſt in planis & colũnaribus ſpeculis Radij enim incidentes quoſcunq; angulos fecerint cũ linea longitudinis, eoſdẽ facient cũ eadẽ reflexi: & ſic radij incidẽtes ęquidiſtãt, & ęquidiſtater reflectũtur. Nõ ergo cõcurrẽt, etiã ſi ſint in eadẽ ſuperficie reflexionis: & ſi in diuerſis ſint ſuperficiebus, patet qđ nõ cõcurrent niſi in axe: quia ſupficies reflexionis ſe ſuper axẽ pyramidis interſecãt: & tũc cõcurſus radiorũ fiet in linea, nõ in pũcto. Si cõmunis ſectio ſuperficierũ dictarũ ſit ſectio pyramidalis: nec adhuc oẽs uel plures radij eiuſdẽ ſuperficiei uel diuerſarũ aliqualiter concurrẽt. Nullo ergo modo radij incidentes pyramidali ſpeculo omnes, uel plures ipſorum, uel etiam pauci in puncto uno poſſunt concurrere, ut aliquid ignitioni reſiſtens ualeant ignire: nec etiam pluralitas coniunctorum ſpeculorũ aliquid ualidum reſpectu laboris ſuperadditi apportabit. Patet ergo illud, quod proponebatur.

37. Ex plurium ſpeculorum ſphæricorum concauorum interſectione ſpeculum comburens conſtitui eſt poſsibile.

Verbi gratia, ſit circulus alicuius ſpeculi ſphęrici concaui, qui a b c d: & eius centrum ſit e: interſecentq;

fecentq; ſe in ipſo duę diametri a c & b d orthogonaliter: incidantq; radij ſolares illi circulo: palàm itaq; per ea, quæ in 68 th. 8 huius dicta ſunt, quoniam radius incidens circulo ſecundum aliquá diametrorum (uerbi gratia, ſecundum diametrum a c) reflectitur in ſeipſum trans centrum: radiorũ uerò æquidiſtantium illi diametro a c, is, qui contingit circulum, palàm quia incidit in punctum b per 29 p 1: angulus enim, quem linea contingens cõtinet cũ diametro, eſt rectus per 18 p 3, & angulus b e a eſt rectus ex hypotheſi. Ille ergo radius contingens circulum non reflectitur: quia nihil inuenit reſiſtens: procedit ergo in continuum & directum. Alius uerò radius æquidiſtãs diametro a c cum linea in puncto ſuæ incidentię ſpeculum contingente continet angulum rectilineum acutiſsimum, & modicam abſcindit portionem circuli incidens, & modicùm ſe reflectẽs, ſed æqualiter. Sic itaq; omnes radij æquidiſtantes diametro a c incidentes circulo ſpeculi æquales abſcindũt circuli portiones: ſemper enim angulus reflexionis eſt æqualis angulo incidentię: illi autem anguli æquales ſemper æquales abſcindunt portiones per 43 th. 1 huius: ſolus autem radius incidens circulo æquidiſtanter diametro a c, abſcindens portionem, cuius arcus eſt ſexta pars peripherię circuli, & cuius chorda eſt æqualis lateri hexagoni inſcriptibilis eidem circulo, reflectitur ad punctum c terminum diametri c a: eſt enim diameter a c æquidiſtans medio lateri hexagoni ſuo circulo inſcripti, quẽ hexagonũ diuidit illa diameter per æqualia, ut patet per 63 th. 1 huius: fitq;, ut talis radius incidat circulo in pũcto E. Oés quoq; radij æquidiſtantes ſemidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartę circuli, cuius chorda eſt æqualis reſiduo lateri hexagoni, & eſt arcus f c, reflectũtur ad illà partem circuli portiones æquales abſcindentes: & omnes illi radij tranſeunt per aliquod punctum ſemidiametri c e: & quodcunq; punctum reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quouſq; redeat ad locũ, à quo exiuit: illud pũctũ motu ſuo deſcribet circulũ, cuius polus erit punctũ c: & a tota illius circuli peripheria fiet reflexio ad idẽ punctum ſemidiametri ſpeculi, quę eſt c e: fierq; in illis punctis diametri combuſtio, oppoſita aliqua materia cõbuſtibili, ſed debilis & cũ mora téporis. Quòd ſi fieri poſsit, ut loca plura cõbuſtionis uel omnia in unũ punctũ congregẽtur, fiet fortior cõbuſtio: hoc aũt uiſum eſt poſsibile fieri p interſectionẽ ſphęricá plurium ſpeculorũ ſphęricorũ cõcauorũ: nõ aũt inęqualiũ: quia in illis nõ cõueniẽter uniformis poteſt inueniri ꝓportio. Relinqtur ergo quòd ęqualiũ ſpeculorum ſphęricorũ ſit illa interſectio: ita, ut illud qđ uariat in locis cõbuſtionũ diuerſitas diſtãtiæ radiorũ ęquidiſtãtium axi ſpeculi, & ad ipſum axẽ reflexorũ, cõformet diuerſificatio centrorũ: ut ſi cẽtra ſphęrarũ ſpeculorũ ſe interſecantium ſecundum omnia puncta unius ſemidiametri ſphæræ uarientur: tunc enim puncta combuſtionis aut omnia, aut plurima in unũ pũctũ colligẽtur: & fortificabitur cõbuſtio ſecũdum illud. Huius aũt rei mechanicũ artificiũ tradẽdũ cogitauimus illis, q̃ p manualẽ fabricá intẽdere uoluerint ꝓmiſsis,





cuius

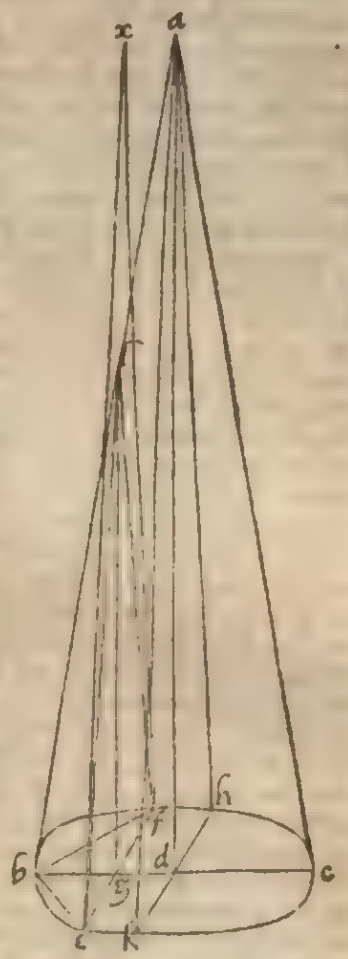
cuius forma talis eſt. Aſſumatur regula lignea uel ænea quadrágula planarũ ſuperficierũ, quãta placet: & ſit eius latitudo tripla ſuæ ſpiſsitudini uel circa illud: deinde in medio ſuæ latitudinis cauetur ſecundũ lineã rectã, & planetur foramẽ, & ordinetur taliter, ut intra ipſam decurrere poſsit nauicula ad modũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur: & hęc regula ſic cõcauata & diſpoſita, taliter ſituetur, ut eius cauata ſuperficies ſit erecta ſuper ſuperficiem horizontis, & lineæ profunditatis ſuæ concauitatis ſint perpendiculares ſuper ſuperficiem horizontis: ſitq; linea, quã motu ſuo deſcribet uncus motæ nauiculę, æqualis ſemidiametro propoſiti circuli, quæ eſt e d, ita quòd pũctũ e cadat in intrinſeca ſuperficie ipſius unci ferrei, qui motu nauiculæ, cui infixus eſt, mouetur. Deinde aſſumatur alia regula lignea uel ænea ſimiliter quadrangula, ut prima, & planarũ ſuperficierũ: & hæc ſimiliter in ſui ſuperficie latiori cauetur ſubtiliter ſecũdum lineas rectas, & planentur ſuperficies cõcauitatis, ita ut ſine impedimẽto p illã cõcauitatẽ poſsit alia ſubtilis regula uel funiculus moueri: ſitq; cõcauitas illius regulæ dupla lineæ e d, hoc eſt ut ſit æqualis diametro circuli, quæ eſt a c: & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius ſuperficies nõ cõcauata æquidiſtet horizonti, & eius ſuperficies cauata reſpiciat cauaturã regulæ prioris: & ordinetur orthogonaliter ſuper illã, ita ut angulus d e c ſit rectus: & ſit medius pũctus lõgitudinis ſuæ cõcauitatis correſpondens puncto e, qui eſt punctus unci ipſius nauiculæ: & ſint omnia hæc in eadẽ ſuperficie æquidiſtante ſuperficiei horizontis. Fiat quoq; tertia regula ænea longa quadrangularũ ſuperficierũ planarũ & rectarũ linearũ, quę ſit e f g: ſitq; eius pars e f æqualis ſemidiametro circuli, quæ eſt e c: ſitq; taliter diſpoſita, ut per aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculę ſecundum pũctum e, & ut ipſa moueri poſsit per cõcauitatẽ lineæ a c: ſitq; in puncto f nodus, cuius diameter ſit maior diametro concauitatis regulæ a c: fiat quoq; reliqua pars lineæ e f g, quę eſt f g, longitudinis placitæ cuiuſcunq;: & in puncto g adhibeatur clauus acutus in fine acuitatis, qui ſit illius quãtitatis, ut mota linea e f g, attingere poſsit pauimentum uel illi aliam ſuperficiem ſubſtratam. His itaq; omnibus ſic diſpoſitis immittatur regula e f g ſecundum foramen puncti e in uncum nauiculę, & trahatur nauicula planè per cochleam uel modo alio, ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu: & ſequetur regula e f g tractum nauiculę, decurretq; punctus f in ſuperficie regulę a c: & ſemper mutabitur centrum circuli, cuius diameter eſt linea e f. Cum itaq; punctus e peruenerit in punctũ d: tũc punctus f erit in medio puncto lineæ a c, quod eſt centrum circuli præmiſsi: omniumq; punctorum reflexionis luminis uel quarumcunq; formarum à quarta circuli, quæ eſt c b, concurſus radiorum uel diffuſæ uirtutis erit in centro circuli, quod eſt e: quoniã omnia puncta combuſtionum concurrentia in axe e b, reducta ſunt ad punctum e, quod eſt centrum circuli, utpote omnium radiorum incidentiũ circulo ſpeculi æquidiſtãter diametro a c. Similiter quoq;, ſi placet, fiat in alia quarta circuli deſcendente planè ipſa nauicula, reducendo punctum f ad pũctum a: tunc enim punctum g lineę f g motu ſuo deſcribet quandam lineam, quę per clauum ſibi affixum in pauimento figurabitur: & hãc lineã dicimus lineam eccentralem: quoniam eſt interſectio infinitorum circulorum. Quilibet enim punctus illius lineæ (exceptis punctis extremis correſpondentibus punctis a & c, ipſius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter diſtantibus à puncto medio totius lineæ eccentralis) diuerſo correſpondet centro, ſicut & quęlibet duo puncta æqualiter diſtantia à puncto ſui medio, reſpiciunt idem centrum: & ſunt puncta unius circuli alterum circulum ſecantis. Hac ergo linea ad conſtitutionem propoſiti ſpeculi utemur ſecundum ipſam aliquam ſpecularem ſuperficiem concauantes, ſicut per modum demonſtrationis & artificij inferius dicetur. Patet ergo propoſitum.

38. Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium concauorum ignem eſt poſsibile accendi.

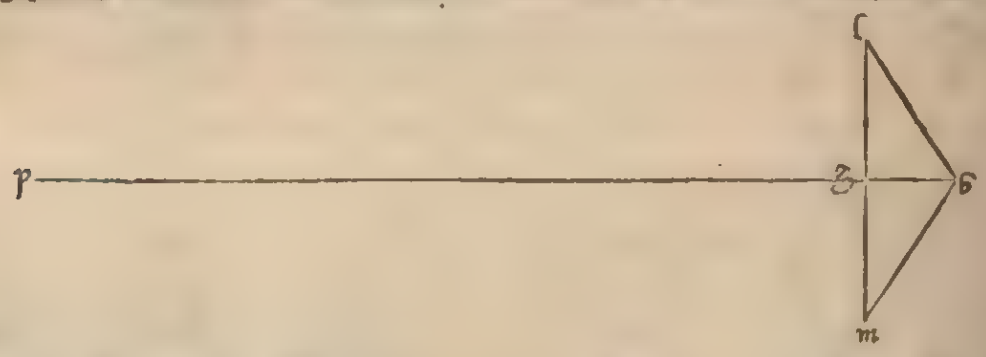
Quod hic proponimus, primum fuit, quod nobis harum rerum ſcientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primò animus noſter conquieuit. Quia etſi non ad unum punctum mathematicum, ad unum tamen punctum naturalem modicam & quaſi inſenſibilem latitudinem habentem radij unius totalis ſuperficiei poſſunt faciliter aggregari: quę nobis uerò poſtea occurrerunt, ualidiora ſunt. Nihil tamen iſtorum duximus prętermittendum, ut poſteriorum animi in altius excreſcãt. Pręſenti itaq; demõſtrationi opus ipſum mechanicũ duximus aliqualiter immiſcendũ, nihil tamẽ de demõſtrationis ſubſtantia omittentes. Aſſumatur ergo quæcũq; pyramis, quæ ſit a b c d: cuius uertex ſit punctũ a: ſintq; lineę lõgitudinis illius pyramidis a b & a c: & ſit axis ipſius linea a d: quæ ſit, exempli cauſſa, partes 18, ſecundũ quod diameter circuli ſuę baſis, quę eſt f b c, eſt partes 6: eritq; per 89 th. 1 huius punctũ d cẽtrũ circuli, qui eſt baſis ipſius pyramidis: inſcribaturq; circulo baſis linea æqualis ſemidiametro ipſius per 1 p 4: quę ſit f e: ſitq; aliqua diameter in circulo æquidiſtans inſcriptæ lineæ: quoniã diuiſa linea f e per æqualia ex 10 p 1, producatur à pũcto diuiſionis (q ſit g) perpendicularis ſuper illam lineam ex 11 p 1: hęc quoq; tranſibit per centrũ circuli per 1 p 3: producaturq; linea illa ad utranq; partẽ circũferentiæ: & ſit b c: extrahatur ergo perpẽdicularis à centro circuli baſis, quod eſt d, ſuper diametrum b c: quæ ſit d h: & producatur ad partem alią circuli: fietq; diameter, quę ſit h k, æquidiſtans lineæ e f per 28 p 1: producanturq; à punctis h & k duę lineæ longitudinis pyramidis ad uerticem, quę ſint h a & k a. Producatur quoq; à puncto e linea æquidiſtans lineę k a, & à puncto f æquidiſtans linea h a ex 31 p 1: & concurrant productę lineæ in puncto x: concurrent autem ideo, quia ipſarum æquidiſtantes, quę ſunt k a & h a, concurrunt in puncto a. Inter duas ergo lineas e x & f x continuata plana ſuperficies & terminata ad lineam f e

(quæ

(quæ sit trigonum f e x) palàm quoniam intersecabit pyramidem: eritq; triangulus x f e propter æquidistantiam laterum æquidistans triangulo magno in pyramide, qui est a h k: & sicut triangulus a h k diuidit pyramidem per æqualia, eò quòd sit duabus lineis longitudinis & diametro basis contentus: sic etiam triangulus x f e alias quam pyramidis resecat portionem. Abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g: ducanturq; lineę rectæ, quæ sint l e & l f: eruntq; lineę l f & l e per 89 th. 1 huius partes æquales unius sectiõis conicæ, quę est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo puncto, qui est l. Linea uerò l b, quę est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f: eritq; linea b g linea profunditatis huius portionis: linea uerò f e linea latitudinis: & linea l g latus portionis erectum, æquidistans lineæ d a, quę est axis pyramidis. Expedit ergo ut operi mechanico consulentes notitiam harum linearum omniũ perquiramus, supponentes ea, quę in chordis & arcubus sunt probata. Palàm autẽ ex præmissis quoniá linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60, secũdũ quod diameter circuli est 120: arcus ergo f e similiter est 60: secũdũ qd' circulus est 360. Ducãtur quoq; lineę b f & b e. Et quoniá diameter b c diuidit chordá f e per æqualia & orthogonaliter: patet quoniá lineæ rectę f b & b e ęquales sunt p 4 p 1: ergo arcus f b & b e sunt ęquales per 28 p 3: arcus itaq; f e diuisus est per æqualia in pũcto b: ergo arcus f b est partes 30: chorda ergo f b est 31 partes, 3 minuta, & 30 secunda: sed quoniá m linea f g est medietas lineę f e, quę fuit 60: patet qd' linea f g est 30: quadrentur ergo ex 46 p 1 linea f b, & similiter linea f g. Et quia quadratũ lineæ f b in triangulo f b g subtenditur angulo recto: palã ex 47 p 1 quia quadratũ lineæ f b ualet ambo quadrata linearũ f b & b g: ablato ergo ex quadrato f b quadrato f g, remanet quadratũ b g. Extrahatur ergo radix quadrate illius residui, & ipsa est quantitas lineæ b g: & secundũ quod linea f g est 30 partes, erit ipsa 8 partes, 2 minuta, 29 secunda: secundũ uero quòd diameter b c est partes 6, & semidiameter f e partes 2, & linea f g partes 8 & 30 minuta: erit linea b g 24 minuta & 6 secunda, prout ex tribus notis quartũ ignotum perquirens auxilio 19 p 7 diligens inquisitor facile poterit inuenire. Quoniam uerò linea g l erecta ęquidistans est axi pyramidis, quę est d a, patet ex 29 p 1 quoniam trianguli d a b & g l b sunt ęquianguli: ergo per 4 p 6 erit proportio lineę d a ad lineam g l, sicut lineę d b ad lineam g b: ergo per 16 p 5 erit permutatim proportio lineę d a ad lineam d b, sicut lineę l g ad lineam g b: sed linea d a sextupla est ad lineam d b ex hypothesi: erit ergo linea l g sextupla lineę b g: patet ergo quoniam linea l g erit 2 partes, 24 minuta, 36 secunda, secundum quod linea d a est partes 18. Sed quia in triangulo l b g angulus l g b est rectus: quia latus g l, quemadmodum linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiem circuli basis pyramidis per 89 th. 1 huius, & per 8 p 11: patet ergo quia quadratum lineę l b ualet quadrata ambarum linearum l g & b g ex 47 p 1: componantur ergo quadrata, & aggregati radix quadrata extrahatur, & ipsa est quantitas lineę l b: quę secundum propositum numerum quo semidiameter basis est 3 partes, erit 2 partes, 26 minuta, 35 secunda. Et quia linea l g erecta est super superficiem basis pyramidis: palàm ex definitione lineę erectę super superficiem, quoniam ipsa cum lineis g f & g e angulos rectos facit, sicut etiam cum omnibus lineis in dicta superficie productis. Quadratum ergo lineę e l rectę, quę in triangulo rectilineo (qui est e g l) angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e: coniunctis ergo illis quadratis, ipsius aggregati extrahatur radix: & patet quòd linea recta, quæ est l e, est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Et quia per eadem quadratum lineæ rectæ, quę est f l, ualet quadratũ lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratum lineæ l g: patet quia linea l f est æqualis lineæ e l: erit ergo linea l l 2 partes, 50 minuta, 19 secunda. Habetur itaq; notitia omnium linearũ portionis pyramidis assumptæ, necessariæ operi præsenti. Cum autẽ difficile sit assumi pyramidẽ proposito cõpetẽtem, (quoniá oporteret, ut ipsa tota esset concaua solidi corporis dẽsi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illa difficilis fieret abstractio) sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat procedere: fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sic ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius chorda sit medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e: eritq; partes 3: sinus uerò uersus, qui g b, sit secundum illam quantitatẽ 24 minuta, 6 secunda, quę est linea profunditatis acceptæ sectionis: & forte, quãdo protrahitur, assimilatur sagittæ, secundum quod illę lineæ chordæ & arcui assimilatur: & erunt lineæ e l & f l rectæ æquales: & ipsarum quælibet est 2 partes, 50 minuta, 19 secunda: & erit linea l b 2 partes, 26 minuta, 35 secunda, secundum dictá quantitatẽ: quę omnia si bene mensurata fuerint, patet qd' habetur portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est



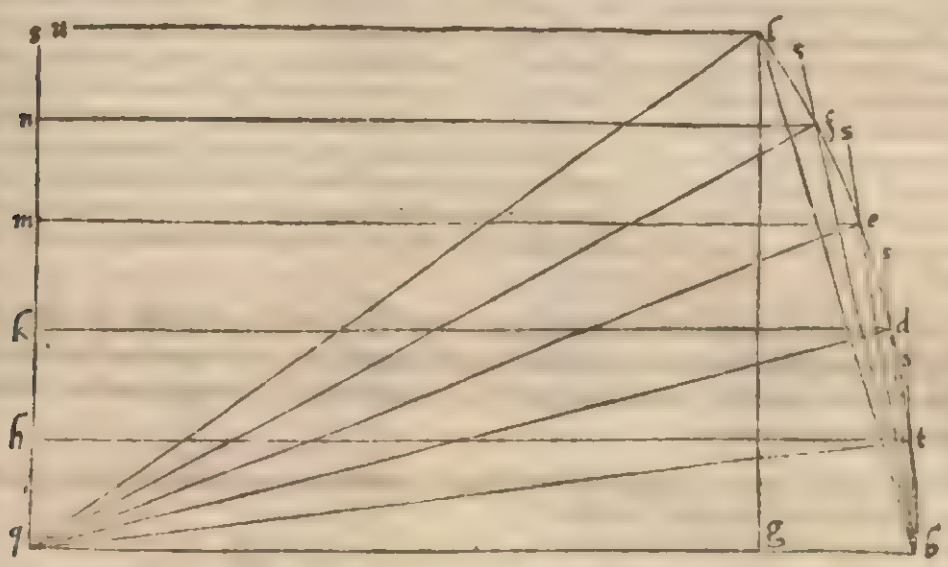
meter eſt partes 6,& axis pyramidis partes 18: eritq; tale ſpeculũ latius q̃ ſit lõgum, & in breue ſpatium radios plurimos cõgregabit. Quòd ſi axẽ pyramidis imaginatus fueris 24 partes, ſecundũ qd diameter eſt partes 6: tunc erit linea l g 4 partes, & longius radij protendentur: eruntq; ex harum linearum notitia, & ex notitia linearũ e g & g f (quarum notitia ſupponitur, eò quòd ſunt medietas ſemidiametri) oẽs aliæ lineæ notę cõponenti quadrata linearũ notarum, & radicẽ lateris oppoſiti recto angulo extrahenti: & numerorũ taliũ eſt infinitas, eò quòd ſecundum omnẽ numerum axem pyramidis accipi eſt poſsibile, diametro tamẽ circuli baſis nõ mutata ſecundũ numerũ, & ſi mutetur ſecundum quãtitatẽ partium numeratarum. Certitudo ergo numerorum operationi indagatoris ſoliciti relinquatur: ſinus enim uerſus & medietas ſemidiametri, circulo inſcriptæ, ſecundũ quã ſit baſis portionis abſciſsio, nõ poterũt uariari: ex quorum notitia ad aliarum linearum notitiã poterit procedi. Quòd ſi radios ad longã diſtantiã aggregari placuerit (ex quo tamẽ uirtutẽ ipſorum debilitari patulum eſt, niſi quãtitas aggregationis quãtitatẽ uincat diſtãtiæ) illud erit in exceſſu lateris erecti ipſius ſcilicet axis pyramidis, reſpectu ſemidiametri baſis, & ſemidiametri baſis, reſpectu ſinus uerſi. Poteſt ergo, ſi placet, circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri: hæc aũt cũ ſit partes 30 ſecundum quod tota diameter eſt partes 120, ſi ex notis notum extrahatur: inuenietur arcus ſibi correſpõdens in circulo 28 partium, 57 minutorum, 21 ſecundorum, qui ex 30 p 3. ſi per æqualia diuidatur, erit medietas ipſius 14 partes, 28 minuta, 40 ſecunda, 30 tertia, ſecundum quod circulus eſt 360, cuius arcus chordã operãs inueniet 15 partes, 7 minuta, 13 ſecunda, 20 tertia, ſecundum qd diameter eſt 120: ſemidiameter quoq; partes 60. Sed ſecundũ quod ſemidiameter eſt partes 3: erit prædicta chorda 45 minuta, 21 ſecunda, 40 tertia: ſitq; latus f b. Sed linea f e inſcripta circulo ęqualis medietati ſemidiametri, per diametrum orthogonaliter ſuperſtãtem ei, ex 3 p 3 diuiditur per æqualia in puncto g: ergo linea f g eſt medietas lineæ f e (quę eſt pars & 30 minuta) linea ergo f g eſt 45 minuta. Quadratum itaq; f g auferatur ex quadrato f b, & reſidui extrahatur radix quadrata, & erit linea g b (quę eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e) 5 minuta, 42 ſecunda, 44 tertia: cuius immutabili hic poſita quãtitate numerali, axe pyramidis quomodocunq; in numero & quãtitate uariato, diametro baſis 6 partium cuiuſcunq; quãtitatis exiſtẽte, oẽs lineæ abſciſſæ ſectionis, ut prius, operãti poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; ſectione pyramidis, ſi placet, ex ferro cõpetẽtis ſpiſsitudinis, menſurationeq; facta linearum prędmiſſarum in illa, ſecundum proportionẽ axis imaginatæ pyramidis, & ſecundum diuerſitatẽ lineæ baſi inſcriptæ, quã fieri poſſe diximus ſecundũ quãtitatem ſemidiametri uel medietatẽ ipſius, ut ſecundum hęc quãtitas ſinus uerſi & tota proportio uarietur, planetur ſpeculum intrinſecus ne partes partibus multum prędmineant, quãtùm eſt poſsibile. Quia uerò, & ſi hoc ſpeculum ſecũdũ ultimum poſsibilitatis poliretur: tamẽ quia eſt pars pyramidis, oẽs radios ipſius uel plures ad unum punctũ aggregari eſſet impoſsibile, ut patet per 36 huius: oportet ergo ante politionẽ completã aliã ſibi adhibere medelã, ſcilicet, ut in eo fiant diuerſarũ interſectiones pyramidum: qd p tale artificium poterit cõpleri. Quoniam enim in aſſumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra ſectionem aſſumptis, eſt notorum laterũ: æqualis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur, qui ſit item l b g: qui ſi duplatus fuerit, protracto latere l g, quouſq; linea g m ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m: palàm quòd ſiue ſit or-



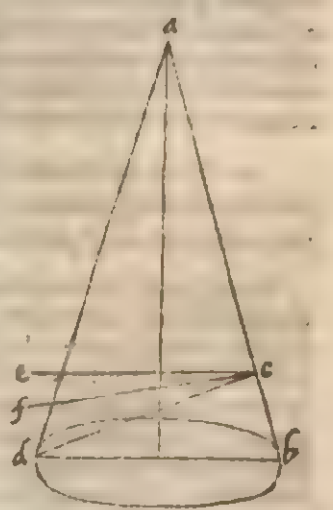
thogonius, ſiue amblygonius, ſiue oxygonius, quia ex doctrina 5 p 4 circulus ſibi poteſt circũſcribi: circũſcribatur ergo: quod ut facilius fiat, aſſumatur prior diſpoſitio, ſcilicet, ut linea b g ſit 24 minutorũ, 6 ſecundorũ, & linea l g 2 partiũ, 24 minutorũ, 36 ſecũdorũ: eritq; l g ſextupla lineę b g. Producatur ergo linea b g in continuum & directum ad punctum p, donec linea g p ſit ſextupla lineæ l g: erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b: ergo per 17 p 6 illud, qd fit ex ductu lineæ g p in lineá b g, erit æquale quadrato lineæ g l: ſed quadratum lineæ g l æquale eſt ei, quod fit ex ductu lineæ g l in lineam g m, quia linea l g eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo, quod fit ex ductu lineę p g in lineam g b, eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineę l g in lineá g m: ergo lineæ p g & l m in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 35 p 3: ſed linea p b ſecat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis: trãſit ergo linea b p per cẽtrũ circuli ex 1 p 3: quę diuidatur per 10 p 1 per ęqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulo l g b: & erit diameter circuli, quę eſt linea b p, 14 partes, 51 minuta, 42 ſecunda: cuius medietas eſt 7 partes, 25 minuta, 51 ſecunda: & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis

radiorum

radiorum ſpeculi ſecundum dictam diſpoſitionis quantitatem, præter quàm modicum, quod perditur in limando. Quòd ſi baſi eiuſdem pyramidis inſcribatur medietas ſemidiametri axe pyramidis exiſtente 18: erit linea b g 5 minuta, 42 ſecunda, 44 tertia, cuius ſextuplum eſt latus l g, quod erit 34 minuta, 16 ſecunda, 24 tertia: cuius item ſextuplum erit linea g p: & ipſa erit 3 partes, 25 minuta, 38 ſecunda, 24 tertia: adiecta ergo linea b g, erit linea b p 3 partes, 31 minuta, 21 ſecunda, 8 tertia: cuius medietas eſt pars una 45 minuta, 40 ſecunda, 34 tertia: & eſt punctus ille locus aggregationis radiorũ ſpeculi ſecundũ talẽ quãtitatẽ diſpoſiti, prçter illud, qd̃ deperditur in limãdo. Similiter etiã eſt in reliquis formis ſpeculorũ ſecũdũ quãtitates varias acceptorũ: & ſemper ſecũdũ ꝓportionẽ axis pyramidis, reſpectu diametri baſis, & ſemidiametri, reſpectu ſinus uerſi, fit diuerſitas elõgationis pũcti aggregationis radiorũ à ſpeculo, qui ſecundũ eundem modum eſt in omnibus perquirendus. Aſſumatur ergo pars circuli circumſcribentis triangulum l m b, & reſecetur ſecundum lineam b p, quæ eſt diameter: & deinde ducatur à centro illius circuli (quod ſit q) linea q l: & re-



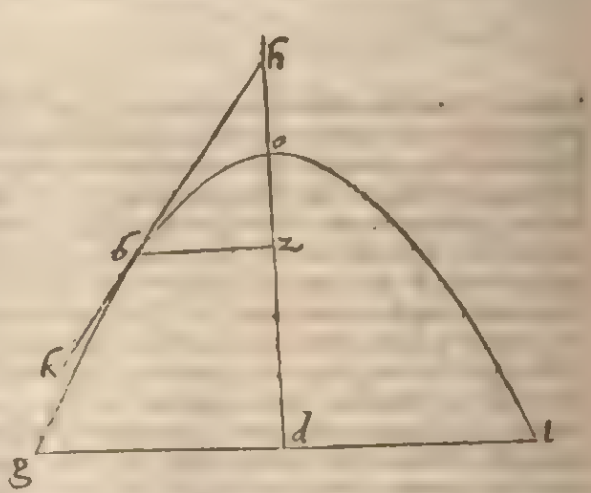
ſecetur circulus ſecundum illam, remaneatq; q l b ſector: in quo poſtea fiant interſectiones triangulorum diuerſarum pyramidum hoc modo. Quoniam enim angulus l b g eſt angulus ſemicirculi: patet ex 16 p 3 quoniam ipſe eſt maximus omnium angulorum acutorum: ergo eſt maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis. Reſecetur ergo ab ipſo angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q productum rectum angulum contineat cum linea b q, quæ eſt ſemidiameter circuli: producaturq; à puncto b linea ſecans arcum b l, prout uicinius poſsit puncto b: & ſit arcus reſectus b t. Deinde adhuc à puncto b ducantur latera aliorum triangulorum interſecantia arcum b l: & ſint loca interſectionum t, d, e, f, l: eruntq; lineæ productæ, quoniam angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q orthogonaliter imaginata erigi, quæ ſit q s, ut patet per 14 th. 1 huius: facientq; triangulos includentes ſemper altiores ipſis triangulis inclusis ex 21 p 1: ſintq; omnium illorum trigonorum ſuperiora puncta ſignata per notam s: quorum triangulorum quilibet ſi moueatur, latere erecto fixo manente, deſcribet pyramidem rotundam: & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli reſecta cauſſabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem, ſicut pars trianguli ad totum triangulum, & ſicut partialis motus ad totum motum. Quoniam uerò patet per 2 huius quòd in ſpeculo pyramidali concauo ſecundum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quòd angulus, quem facit radius incidens cum linea longitudinis ſpeculi, eſt æqualis angulo reflexionis, ſcilicet ei, quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis ſpeculi (ut ſi ſuper lineam longitudinis pyramidis alicuius ſpeculi, quæ ſit a b, reflectatur radius e c, æquidiſtanter ſemidiametro baſi incidens, quæ ſit b d. patet quia angulus e c a æqualis eſt angulo d c b: quoniam, ut patet per 20 th. 5 huius, quoſcunque angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto incidentiæ, eoſdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari: uniuerſaliter enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.) Reſumatur ergo q l b ſector, & eius trianguli: quia quod demonſtratum eſt in pyramidibus, uerum etiam eſt in triangulis cauſſantibus pyramides. Incidat ergo ipſi ſectori in puncto e radius



æquidistans lineæ q b, quæ sit h t. Erit ergo angulus incidentiæ, qui est h t s, æqualis angulo reflexionis: sed angulus h t s æqualis est angulo q b t per 29 p 1, & angulus q b t est per 5 p 1 æqualis angulo q t b: ideo quòd latera q b & q t sunt æqualia per definitionem circuli: erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b t: ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b per 6 p 1: secundum linea n ergo q t fit reflexio. Incidens ergo radius in punctum b, & reflexus à puncto t, concurrunt in puncto q: quia à puncto t aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b t angulum æqualem angulo q b t duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ, qui est k d s, æqualis est angulo reflexionis: sed & idem est æqualis angulo q b d secundum præmissum modum deducendo ex 29 p 1: ergo angulus q b d & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt æquales: ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter etiam est & in alijs demonstrandum. Patet ergo quòd omnes radij incidentes in puncta sectionum factarum per latera triangulorum productorum à puncto b uersus axem q s reflectuntur ad punctum unum, qui est centrum accepti circuli. Et quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in tectore, ad unum punctum mathematicum fiunt aggregationes radiorum quasi infinitæ. Hoc ergo demonstrato patet quòd omnes radij incidentes punctis b, t, d, e, f, l reflectuntur ad unum punctum, qui est q. Et si portiunculæ præeminentes auferantur, regulabunt termini t d & e f interiacentes lineas, ita quòd reflexio ab illis facta, non multùm distabit à puncto reflexionis, qui est q: eritq; aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem, in circuitu puncti q. Hæc ergo linea b l motu suo superficiem sectionis præassumptæ superius pyramidis limando & cauando producet: à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur. Patet ergo propositum: faciunt enim illi trianguli motu suo pyramides se intersecantes.

39. Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad concursum cum contingente: erit pars diametri interiacens perpendicularem & peripheriam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.

Sit sectio parabola, cuius nomen prius libro primo in commento propositionis 98 exposuimus: quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g: & diameter a d: contingatq; hãc sectionẽ in puncto b linea recta: quæ sit h b k: concurratq; diameter: quæ sit d a, producta extra sectionem cum linea contingente, quæ est h b k, in puncto h: & à puncto contingentiæ, quod est b, ducatur per 12 p 1 linea perpendicularis super diametrum a d, secans ipsam in puncto z: & sit b z. Dico quòd linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b z, & peripheriam sectionis, quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametri cum linea contingente, quæ est h b k, & pũctum a, quod est terminus diametri, cadens in ipsam peripheriam sectionis. Et hoc uniuersale est: etiam si linea recta sectionem contingat in puncto g. Hoc autem demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & hic utemur ipso, ut demonstrato.



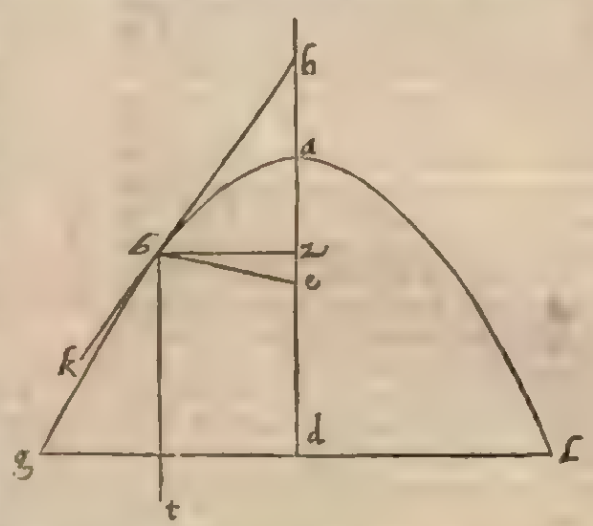
40. Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis, est æquale rectangulo contento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & peripheriam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

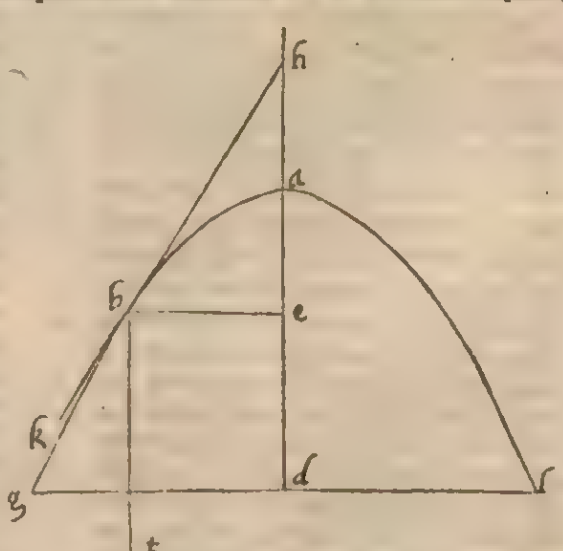
Verbi gratia: sit, ut in præmissa, sectio parabola, quæ sit l a g: cuius latus rectum sit l g, & eius diameter sit a d: & à puncto aliquo sectionis, quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est a d, perpendicularis b z. Dico quòd quadratum lineæ perpendicularis, quæ b z, est æquale ei rectangulo, quod fit ex ductu lineæ z a, quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & peripheriam sectionis, in lineam l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 17 p 6 proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a. Hoc autem similiter demonstratum est ab Apollonio Pergæo in libro de Conicis elementis: & nos ipso utemur, ut demóstrato. Hæc uerò duo theoremata cum alijs Apollonij theorematibus in principio libri non connumerauimus: quia solùm illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & in nullo aliorum theorematum totius huius libri.

41. Si in

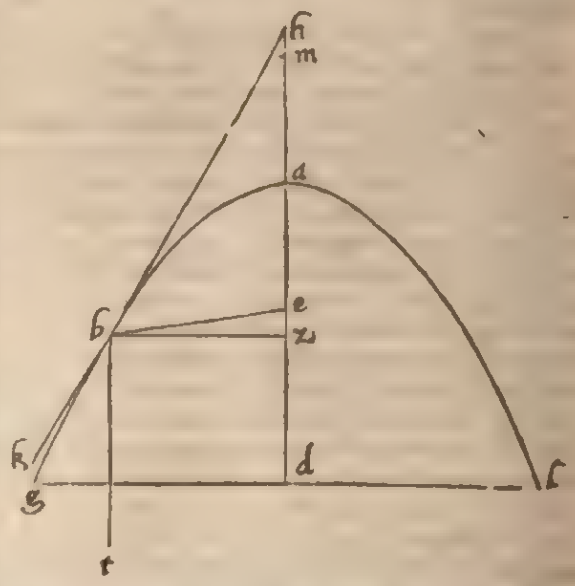
41. Si in ſectione parabola ab extremitate diametri ex parte peripheriæ ſectionis reſecetur æquale quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis: omnis linea æquidiſtanter diametro incidens alicui puncto ſectionis, & linea ab eodem puncto ſectionis ad punctum abſciſſionis diametri producta, cum linea contingente ſectionem ſuper illud punctum, continent angulos æquales.

Sit, ut ſuperius, ſectio parabola, quæ l a b g: cuius diameter ſit a d: & eius latus rectum ſit l g: ab extremitate quoque diametri a d ex parte peripheriæ ſectionis, hoc eſt à parte puncti a reſecetur per 3 p 1 linea a e æqualis quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, quod eſt l g: incidatq; linea t b puncto ſectionis, quod eſt b, æquidiſtanter diametro a d: & continuetur linea à puncto b ad punctum e, quod ſeparat à diametro a d lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g: & ducatur à puncto b linea contingens ſectionem: quæ ſit h b k. Dico quòd duæ lineæ t b & b e cum linea ſectionem contingente, quæ eſt h b k, in puncto b continent angulos æquales: ita quòd angulus t b k eſt æqualis angulo e b h. Angulus enim b e h non poteſt euadere unam trium conditionum. Aut enim erit acutus: aut rectus: aut obtuſus. Sit primò acutus: & à puncto b ducatur per 12 p 1 ſuper diametrum a d perpendicularis b z: cadetq; per 32 p 1 punctum z inter duo puncta a & e: & producatur diameter a d ultra punctum a, donec per 2 th. 1 huius concurrat cum linea contingente ſectionem, quę eſt k b h: fitq; concurſus in puncto h: eritq; angulus a h b acutus: cadet ergo perpendicularis b z inter puncta h & e, & erit per 39 huius linea a z æqualis lineæ a h. Quia itaque linea a e eſt diuiſa in puncto z, & ei eſt æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ eſt a h: erit ergo per 8 p 2 quadratum lineæ e h æquale ei, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam h a, uel in lineam a z quater, & quadrato lineæ z e: ſed linea e a eſt quarta pars lineæ l g ex hypotheſi: ergo per 1 p 2 uel per 1 p 6 illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam a e quater, eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g ſemel. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g cum quadrato lineæ z e eſt æquale quadrato lineæ e h: ſed per præmiſſam patet, quòd illud, quod fit ex ductu lineæ a z in lineam l g, eſt æquale quadrato lineæ b z: quoniam linea b z eſt perpendicularis ſuper diametrum a d: duo uerò quadrata b z & z e ſunt per 47 p 1 æqualia quadrato lineæ b e: quadrata ergo linearum e h & e b ſunt æqualia: ergo linea e b eſt æqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 in trigono e b h angulus e h b eſt æqualis angulo e b h: ſed linea t b & d a ſunt æquidiſtantes: ergo per 29 p 1 angulus t b k extrinſecus eſt æqualis d h b intrinſeco: angulus ergo e b h eſt æqualis angulo t b k. Eodem quoque modo demonſtrandum de qualibet linea æquidiſtante diametro a d & b e linea copulata ad punctum e, quando illa linea ſuper punctum e cum diametro a d angulum continet acutum. Patet ergo propoſitum ſecundum hunc modum. Quòd ſi angulus b e h fuerit rectus, adhuc patet propoſitum, quòd angulus t b k eſt æqualis angulo e b h. Quoniam enim angulus b e h eſt rectus: patet quòd linea b e eſt perpendicularis ſuper diametrum a d: ergo linea e a per 39 huius eſt æqualis lineę a h: ſed linea e a ex hypotheſi eſt quarta pars lineæ l g: ergo linea h e, quæ eſt dupla lineæ a e, eſt medietas lineæ l g: ergo per 4 p 2 quadratum lineę e h eſt quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g eſt æquale quartæ parti quadrati lineæ l g per 1 p 6: quoniam linea e a eſt ex hypotheſi quarta pars lineæ l g. Illud ergo, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g eſt æquale quadrato lineæ e h: ſed id, quod fit ex ductu lineæ e a in lineam l g, eſt æquale quadrato lineæ e b per præmiſſam: quoniam linea e b eſt perpendicularis ſuper diametrum a d: quadratum ergo lineæ e h eſt æquale





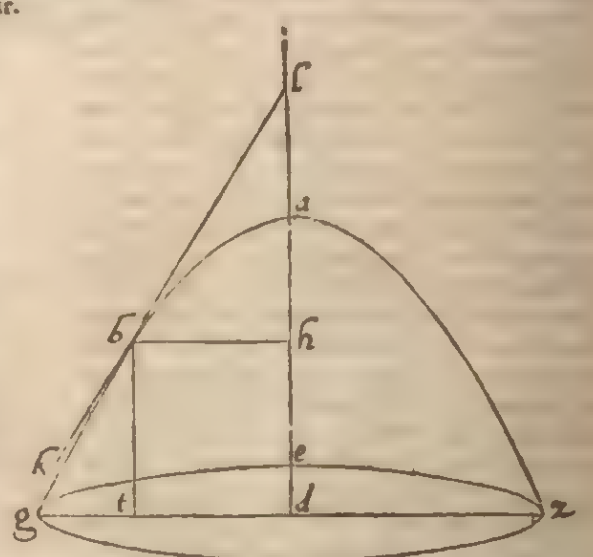
quadrato lineæ e b: ergo linea e h eſt æqualis lineæ b e: ergo, ut prius per 5 p 1 anguli e b h & e h b ſunt æquales. Et quoniam linea t b æquidiſtat lineæ a d: patet per 29 p 1 quoniam angulus t b k eſt æqualis angulo e b h. Et ſimiliter demonſtrandum de omni linea incidente ipſi ſectioni, cum angulus b e h eſt rectus: & illud eſt, quod proponebatur. Si uerò angulus b e h ſit obtuſus: dico quòd adhuc angulus t b k eſt æqualis angulo e b h. Ducatur enim linea perpendicularis, quæ ſit b z à puncto b ipſius ſectionis, cui incidit linea æquidiſtans diametro a d, quæ eſt t b: illa quoque perpendicularis ſuper diametrum a d ſit b z: cadetq; hæc perpendicularis b z inter puncta diametri, quæ ſunt d & e: aliàs enim duo anguli unius trigoni b e z fierent maiores duobus rectis: quoniam uno exiſtente recto, qui b z e, angulus b e z eſſet obtuſus: quod eſt impoſsibile: cadit ergo punctum z inter puncta e & d: linea ergo a z eſt maior quàm linea a e. Et quoniam linea h b k contingit ſectionem, & linea b z eſt perpendicularis ſuper diametrum a d: erit per 39 huius linea a z æqualis lineæ a h: ergo linea h a eſt maior quàm linea a e: fiat per 3 p 1 linea a m æqualis lineæ a e: remanet ergo linea h m æqualis lineę z e: linea ergo e m addita utrobique, erit linea z m æqualis lineæ h e: quadratum ergo lineę z m eſt æquale quadrato lineę e h. Quia itaque linea z a eſt diuiſa in puncto



e, & ei eſt adiecta æqualis uni diuidentium, quę eſt m a, æqualis ipſi a e: patet per 8 p 2 quòd illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ z e, eſt æquale quadrato lineę z m, uel lineę e h, quę ſunt æquales: ſed illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam a e quater, ut patet ex præmiſsis, eſt æquale ei, quod fit ex ductu lineę a z in lineam l g per 1 p 2 uel per 1 p 6: quoniam linea a e eſt æqualis quartę parti lineę l g ex hypotheſi. Illud ergo, quod fit ex ductu lineę a z in lineam l g, cum quadrato lineę z e, eſt æquale quadrato lineę e h: ſed illud, quod fit ex ductu lineę z a in lineam l g eſt æquale quadrato lineę b z per præcedentem: quoniam linea b z eſt perpendicularis ſuper diametrum a d: quadratum uerò lineę b e per 47 p 1 eſt æquale quadratis amborum linearum b z & e z. Patet ergo quòd quadratum lineę b e eſt æquale quadrato lineę e h: ergo linea e b eſt æqualis lineæ e h: ergo per 5 p 1 anguli e b h & a h b ſunt æquales: ſed, ut prius, lineę t b & d h ſunt æquidiſtantes: angulus ergo t b k per 29 p 1 eſt æqualis angulo d h b: ergo & angulus e b h. Et ſimiliter demonſtrandum in omni linea incidente ſectioni æquidiſtanter diametro a d, cum angulus b e h eſt obtuſus. Patet itaq; generaliter propoſitum. Nam omnis linea incidens peripherię ſectionis æquidiſtanter diametro, & alia linea, quę ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abſcindens à diametro ex parte peripherię ſectionis partę, æqualem quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, cum linea ſectionem in illo puncto contingente continent angulos æquales. Et hoc proponebatur.

42. In omni ſuperficie concaua concauitatis ſectionis parabolæ, ſi ab extremitate axis contingentis ſectionem abſcindatur pars æqualis quartæ lateris recti ipſius parabolæ: omnis linea æquidiſtanter axi incidens illi ſuperficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum ſignatũ in axe producta, cũ linea in illo pũcto ſuperficiẽ cõtingẽte cõtinẽt angulos æquales.

Sit ſuperficies concaua concauitate ſectionis parabolę, cuius uertex ſit pũctũ a: & hęc eſt ſuperficies illa, quá motu ſuo circa axẽ fixũ efficit ipſa parabola per 117 th. 1 huius. Et quoniã, ut ibidẽ patuit, huius ſuperficiei baſis eſt circulus, quẽ circa pũctũ d motu ſuo deſcribit linea g d: ſit ille circulus g e z: & ſit huius ſuperficiei concauę axis linea a d, quę fuit prius diameter ſectionis

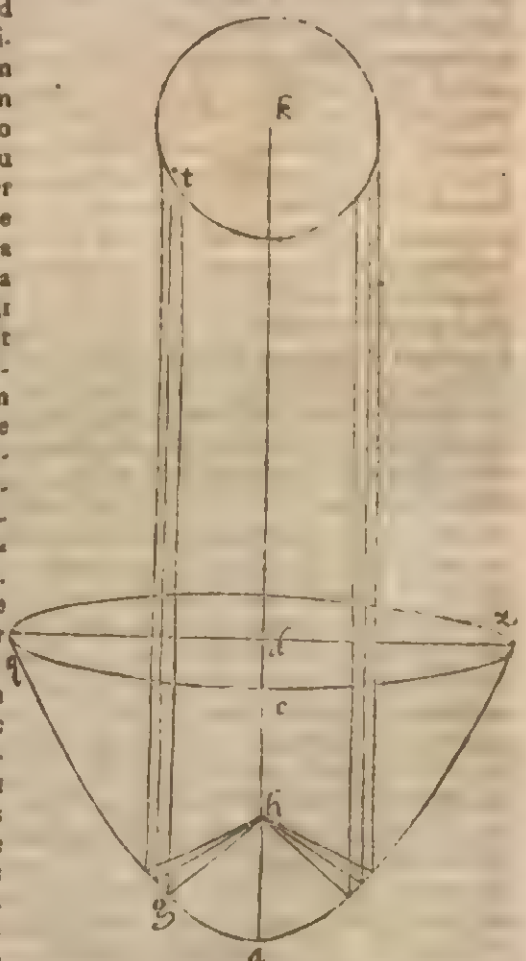


parabolę: & ab extremitate axis à puncto ſcilicet a abſcindatur ab axe linea a h æqualis quartę parti lateris

lateris recti ipsius sectionis, quę sit linea g z, cuius quartę parti ęqualis sit linea a h: & ducatur à punćto superficiei b linea b t ęquidistanter axi a d per 31 p 11: & ducatur linea b h. Dico quòd duę lineę t b & h b continent cum linea contingente superficiẽ concauam propositam in púcto b duos angulos æquales. Quoniam enim linea a d & b t sunt ęquidistantes: patet quòd ipsę sunt in eadẽ superficie per 1 th. 1 huius: sed linea b h cadit inter illas: ergo per 7 p 11 ipsa est in eadẽ superficie cum illis: lineę ergo t b & b h & a d sunt in una superficie. Sit itaq;, ut aliqua superficies plana contingat superficiẽ propositam super punctum b: superficies itaq. b t d a secabit superficiem concauá: & erit per 19 th. 1 huius communis sectio ipsarum parabola: quę sit a b g: cuius diameter erit linea a d: & erit communis sectio superficiei b t d a & superficiei planę contingentis istam superficiem concauam linea contingens sectionem a b g in puncto b: quę sit linea l b k. Quia itaq; linea l b k contingit sectionẽ a b g in punćto b, & linea a h est quarta pars lateris recti, & linea t b ęquidistat lineę a d: patet per præmissam, quoniam duę lineę t b & b h continent angulos æquales cum linea l b k contingente sectionẽ in punćto b: & quòd imaginata moueri superficie b t d a circa axem fixũ, qui est a d: patet quòd punctum b motu suo efficit circulum in superficie cócaua, à cuius totali peripheria lineę ductę ad punctum h continent angulos ęquales. Et idem accidit in quacunque parte sectionis parabolę, quę est a b g, cadat punctus b: siue angulus b h a fiat acutus, rectus uel obtusus. Patet itaq. quod omnis linea ęquidistans axi a d & incidens superficiei concauę propositę, & linea ab illo puncto ad punctũ h ducta continent angulos ęquales cum linea in illo púcto superficiẽ cótingẽte. Et hoc est ꝓpositũ.

43. Speculo concauo concauitatis sectionis parabolæ soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris: omnes radij incidentes speculo æquidistanter axi, reflectuntur ad punctũ unum axis, distantem à superficie speculi secundam quartam lateris recti ipsius sectionis parabolæ, speculi superficiem cauſſantis. Ex quo patet quod à superficie alium speculum igneum est possibile accendi.

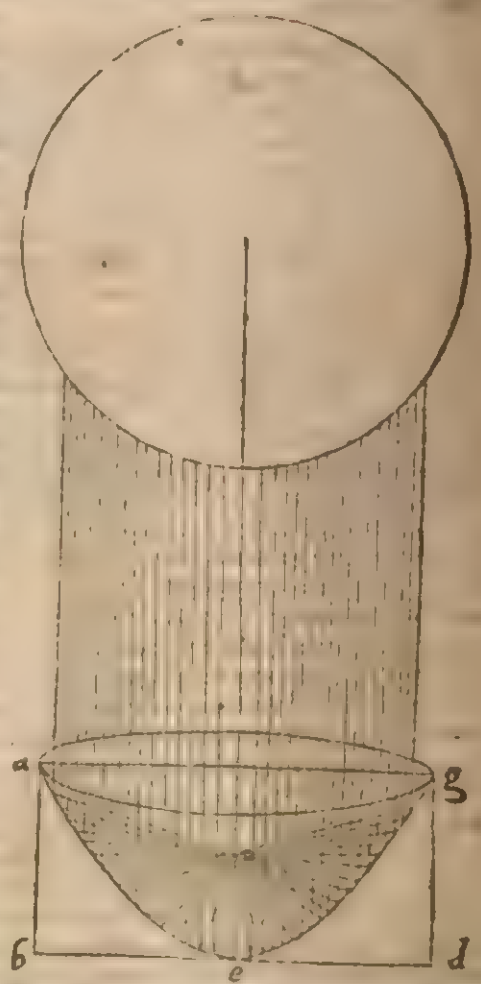
Sit speculũ concauum cóncauitate sectionis parabolæ: cuius uertex sit púctum a: & basis ipsius sit circulus q e z: & eius axis a d: & distantia puncti axis (quod sit h) à puncto uerticis speculi (qd' est a) sit æqualis quartæ parti lineę q z, scilicet lateris recti sectionis parabolæ a g q, cauſſantis motu suo super axem a d superficiem ipsius speculi concaui: quod soli opponatur secundum eius axẽ a d. Sit enim corporis solaris centrum k: sitq; speculũ taliter, ut eius axis a d sic productus per ueniat ad centrum solis in punctum k. Dico quòd omnes radij solares æquidistanter radio k a superficiei speculi propositi incidẽtes, reflectuntur ad punctum h lineę a d, quę est axis speculi. Quoniá enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis solaris super aliquod punctum superficiei speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet per 1 th. 2 huius: tunc palàm est quia linea k a est linea recta. Sit itaq; super peripheriam alicuius sectionis parabolæ ipsius speculi (quę sit g a z q) púctũ g signatum, utcunq; contingit: & à puncto speculi g per 31 p 1 ad aliquod punctum corporis solaris (quod sit t) ducatur linea g t æquidistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secũdum axem a d. Est autem necessarium omnem lineam à quocunq; puncto speculi æquidistanter radio a k productam ad superficiem corporis solis incidere: quoniá superficiei speculi ad superficiẽ solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio: sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaque lineæ, quæ possunt duci à superficie ipsius speculi ęquidistanter suo axi a d, incidunt corpori solari, & secũdum illas lineas fit incidentia superficiei speculi, respectu radij, qui incidit secũdum axem omnium æquidistantium axi radiorum: hoc autem est omnium radiorum cuicunque puncto superficiei totius speculi incidẽtium: quoniam per 31 p 1 à quolibet pũcto propè uel remotè dato scimus cuilibet datæ lineæ, ut in proposito est axis a d, ducere lineam æquidistantem. Dico itaq; quòd omnes illi radij reflectuntur à totali superficie speculi ad unum punctum axis speculi, quod est punctum h. Omnes enim illi radij cum sint lineæ rectæ: patet per præmissam, quòd cum lineis ab omnibus pũctis suarum incidentiarũ ad punctũ h ductis continent



angulos æquales: ergo per 20 th. 5 huius omnes illi radij reflectuntur secundum illas lineas transeuntes punctum h. Et ex hoc patet, quòd omnes radij incidentes peripheriæ sectionis æquidistanter radio incidenti secundum lineam, quę est diametros ipsius sectionis, reflectuntur ad punctũ diametri, qui abscindit ex capite diametri à parte peripherię sectionis partem æqualem quartę parti lateris recti ipsius sectionis g a z q: quoniam omnis reflexio à quolibet corporum politorum regularium fit secundum æqualitatem angulorum, quos continent linea incidens & reflexa cum linea in illo puncto superficiem speculi, à qua fit reflexio, contingentæ. Et quoniam omnes illę lineę secant se in puncto h: patet quòd in puncto h est concursus omnium illorũ radiorum. In illo ergo puncto aggregatur omnis uirtus omnium radiorum totali superficiei speculi incidentium. Et quoniá quilibet radiolus defert secũ aliquid uirtutis actiuę corporis solaris: patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrẽs, omnium scilicet radiorũ superficiei speculi æquidistanter ipsi axi a d incidentiũ. Ex quo patet quòd in illo puncto h posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi. Et hæc est melior & fortior figura omniũ figurarũ radios solares ad unũ pũctũ aggregátiũ: quoniá à tota eius supficie, & à quolibet pũcto ipsius radij solares in unũ pũctũ aggregátur. Patet ergo ꝓpositum.

44. Speculum secundũ formã sectionis parabolæ, uel lineæ eccentralis, uel intersectionis pyramidalis, uel cuiuscunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.

Lineam, quã dicimus peripheriã sectionis, inueniat industria operantis: quę & apud nos multis conatibus artificialiter est inuenta: faciliter tamen est imaginabilis: quoniam, ut in 98 th. 1 huius diximus, ipsa est linea, quę est cõmunis sectio superficiei conicę cuiuscunq; pyramidis, maximè uerò rectangulę & superficiei pyramidem per diametrum basis secanti æquidistanter alicui lineę longitudinis illius pyramidis: utpote ei, cuius & axis pyramidis cõmunis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidẽ secantem. Talis itaq; sectio parabola sic artificialiter inuenta sit a e g: & assumatur lamina ferri boni uel chalybis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit: quę sit a b g d: & protrahatur in ipsa sectio parabola, quę sit æqualis & similis sectioni a e g: & abscindatur lamina secũdũ illam sectionẽ a e g, uel secundũ aliquã partem ipsius: siue placeat à parte uerticis, qui est a: siue ex parte unius sui capitis, quod est g: siue ex parte alterius sui capitis, quod est in latere eius recto oppositum puncto g: fit enim magna diuersitas proiectionis radiorum secũdum illã partium sectionis diuersitatem. Resecta itaq; lamina a b d g secundũ formam & figurã sectionis a e g: acuatur extremitas laminę, quę est secũdum formam sectionis, acuitione bona, scilicet ut radere ualeat totum illud, super qđ mouetur. Et assumatur item alia lamina de chalybe forti alicuius competentis spissitudinis: quę incidatur iterum secundũ formã pręassumptę partis illius sectionis: & illa superficies similis parabolę secetur cõtiguè multis sectionibus ad modum limę, ita ut ꝑ ipsam possit limari ferrũ. Deinde fiat corpus ferreũ cõueniens illi figurę, cuius superficiẽ secundũ formã intentã ꝓponimus cõcauare & polire ad modũ speculi: siue illud fit secundũ formã partis sectionis adiacentẽ uertici sectionis parabolę, siue capitis. In his enim est multa diuersitas formę uel figurę speculi. Forma enim figurę speculi cõcauati secundũ partes adiacẽtes uertici sectionis, ęqualiter hinc inde distãtes à pũcto uerticis, est figurę quasi annularis: & forma speculi cõcauati secundũ partes adiacentes capitibus sectionis, est figurę quasi oualis, hoc est ad modũ longitudinis oui. Limetur itaq; speculũ cuiuscunque figurę fieri debuerit per limam sibi similẽ in figura, taliter ut superficies limę, quę est secta ad limándũ, occurrat toti superficiei ipsius speculi. Si ergo speculum limatũ fuerit secundũ figurã oualẽ: tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius cõcaua superficies, quátũ ad lineã peripherię suę basis, sit in peripheria illius circuli basis: uel si fuerit figurę annularis, ad peripheriã circuli ęquidistátis basi: & in loco axis figatur lamina limę superficiẽ radendá planátis, moueaturq; ad cõcauandũ speculũ: & tornetur, sicut tornantur alia instrumẽta, donec peripheria acutę laminę occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius: planetur quoq;, quátũ est possibile: eritq; tũc superficies illius speculi secundũ se totã habens figurã sectionis parabolę: & fiet ab omnibus punctis suę superficiei reflexio in punctũ unũ. Simili modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq;, ut in illis lineis, quas



neis, quas per 37 & 38 huius docuimus inuenire: quoniam in omnibus his idem est operandi modus: ut secundum fixam diametrum a c in 37 huius: uel secundum fixum punctum q in 38 huius fiat dictarum linearū reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis ferrei superficies: proueniētq; figuræ similes illis lineis, à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctū naturalem uel mathematicum concurrent. Patet itaque propositum.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORVM OPTICAE LIBER DECIMVS.

SVPERIVS *duos modos uisionis, scilicet eum, qui fit directè per unum medium diaphanum: & eum, qui fit per reflexionem à politis corporibus, tractauimus: supereſt nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem, factam à pluribus diaphanis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur: quoniam & secundum hunc modum diuersimodè uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt: unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diaphano densiore aere uel aqua, ut sub glacie uel crystallo. Vniuersaliter uerò aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali uel circa illud fit fortioris actionis: dispersio uerò uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales: disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus, sicut & in alijs modis uidendi superius diximus, uisiua cognitio signum est, nō causſa. Non enim, quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentium: sed quia sic agunt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi fortè in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunque refractionis naturæ accidens uel uisui fit semper propter diuersitatem diaphanitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uerò diaphana nobis assueta, sunt aer, qui est rarioris diaphanitatis omnibus alijs diaphanis corporibus, (excepto corpore cæli) quod est rarius aere, ut postmodum demō strabimus in progressu. Hic autem & in toto sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus: quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ: non tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione: quoniam ignis, qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea uel aquea uel aerea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum: ignis uerò in sphæra sua est secundum sui formalem distinctionem aeri contiguus, & secundum naturam diaphanitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aere, in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quantò propinquior est cælo, tantò sit rarioris diaphanitatis: similiter & ignis, ita quòd infimum ignis & supremum aeris est diaphanitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest: & ita quòd superficies concaua ignis non est diuersæ diaphanitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aeris: ideo non fit refractio inter illa: & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliqualis refractionum diuersitas in aere densiori & rariori, quando illa diuersitas densitatis fit sensibilis: sicut plurimum*

accidit in aere condenſato prope terram: & maximè in crepuſculis ſerotinis & matutinis. Diaphanum uerò aliud diuerſum ab iſtis eſt aqua continens etiam in ſe diuerſitatem refractionis ſecundum rariùs & denſius, quod eſt in illo ſuo genere: uno tamen nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ ſulphureæ & aquæ ſalſæ, ut maris, groſſioris diaphanitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ, claræ, dulces. Alia uerò corpora diaphana nobis aſſueta ſunt quidam lapides, ut cryſtallus, beryllus, & ſimiles, ut ſunt uitra. Dicitur etiam de quibuſdã corporib. animatis, quòd ſint diaphana, ut de iſtis, quæ colorantur coloribus corporum, quibus ſuperſtant: quorum animatorum corporum paſſiones nõ proſequimur, quia ſunt figuræ irregularis. Superficies itaque cæli, quæ occurrit uiſui, eſt ſphærica concaua: quæ ſi ſecetur ab aliqua plana ſuperficie: erit communis ſectio illarum ſuperficierum linea circularis, cuius concauũ eſt ex parte uiſus, ut patet per 69 th. 1 huius: & ſuperficies aeris, quæ tangit illam, eſt ſphærica conuexa: quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie: communis ſectio erit linea circularis: cuius conuexum eſt ex parte cæli. Superficies uerò aquæ ex parte uiſus ſuperſtantis aquæ eſt ſphærica conuexa: quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie: erit communis ſectio linea circularis: cuius cõuexum eſt ex parte illius uiſus. Vitrorum uerò & lapidum diaphanorum figuræ ſunt rotũdæ: aut planæ: aut irregulares: undè ſi ſecentur à planis ſuperficiebus, fient in illis communes ſectiones aut circuli: aut lineæ rectæ: aut irregulares. Secundum quarum linearum & ſuperficierum diuerſitatem uariatur diuerſitas paſſionum, quæ uiſibus occurrunt.

DEFINITIONES.

1. Linea incidentiæ dicitur linea, ſecundum quam forma directè diffunditur per medium unius diaphani. Et eadem dicitur linea extenſionis formæ. 2. Refractio dicitur incuruatio eiuſdem lineæ ad angulum cõtinendum: ut cum lineæ, per quas una forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, non rectè prodeunt, ſed franguntur in ſuperficie alterius corporis diaphani. 3. Punctus refractionis eſt punctus ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit lineæ incidentiæ uel lineæ extẽſionis formæ refractio ad uiſum. 4. Linea refractionis dicitur linea à puncto refractionis ad centrum uiſus extenſa. 5. Linea perpendicularis hic nunc dicitur linea, quæ à puncto refractionis erigitur ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. 6. Cathetus incidentiæ dicitur linea à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis, in quo eſt res uiſa, & à qua fit refractio, perpendiculariter producta. 7. Superficies refractionis dicitur ſuperficies, in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. 8. Angulus incidentiæ dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari, ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit illa refractio. 9. Angulus refractus dicitur angulus minor, quem continet linea refracta cum dicta perpendiculari. 10. Angulus refractionis dicitur angulus, quem continet linea refractionis cum linea incidẽtiæ trans corpus diaphanũ, à cuius ſuperficie fit refractio, in continuum protracta. 11. Directè uideri dicitur, ſicut & ſuperius 1 defin. 4 huius definitum eſt, quando forma rei uiſæ ſine refractione peruenit ad uiſum. 12. Obliquè dicitur uideri, cum forma rei uiſæ ad uiſum peruenit refractè. 13. Imago refracta dicitur forma rei uiſæ obliquè perueniens ad uiſum. 14. Locus imaginis refractæ, dicitur locus, in quo imago refracta uiſibus occurrit.

PETITIONES.

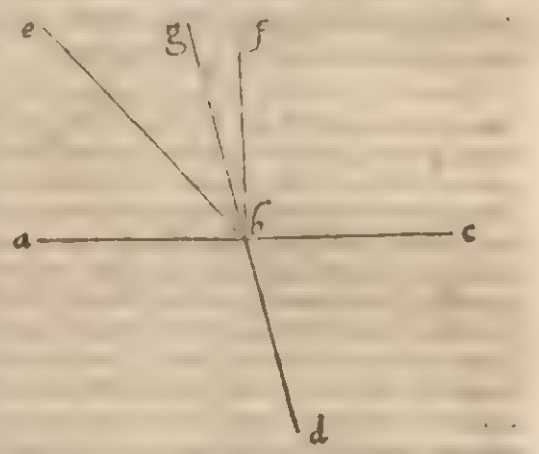
Supponimus autem hæc. 1. Lumen Solis aliqualiter in matutinis & ſerotinis crepuſculis uideri. 2. Item iridem ſecundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

THEOREMA-

THEOREMATA.

1. In omni superficie refractionis necessariò sunt punctum, cuius forma refringitur: & punctum refractionis: & centrum ipsius uisus: & perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem, à qua fit refractio. Ex quo patet quòd unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diaphani densioris uel rarioris primo diaphano, in qua sit linea a b c: & sit punctũ, cuius forma refringitur, punctum d: sitque centrum uisus e: fiatque refractio in puncto superficiei secundi diaphani, quod est b: & à puncto b super superficiem a b c ducatur perpendicularis b f. Dico quòd puncta d, e, b, & linea b f sunt semper in eadem superficie refractionis. Quoniam enim, ut patet per definitionem præmissam in principijs libri huius, & per 46 th. 2 huius linea radialis incidens (quæ est d b) & refracta (quæ est b e) sunt in eadem superficie refractionis: punctum ergo d, cuius forma incidit & refringitur. & punctum refractionis, scilicet pũctum, à quo fit refractio, (quod est b) & centrum uisus (quod est e) sunt in eadem superficie per 1 p 11: sed & per 2 p 11 linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem a b c, est in eadem superficie cum linea b e: ergo & cum lineis d b & b e: quoniam linea b f est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie. Similiter protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie. Puncta itaque d, b, e & linea b f sunt in eadem superficie per 1 & 2 p 11. Omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa: & semper in eadem superficie, in qua fiebat incidentia formę refringendæ. Quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam positionis (quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratiõe fit ad quamlibet aliam) determinatio ergo refractionis ad certam differentiam positionis fit tantùm per uisum: quia in quacunque superficie centrum uisus fuerit, in illa tantùm percipitur fieri refractio. Patet ergo propositum Et ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d, e, b & linea b f superficiem refractionis constituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis: & quòd unius refractionis unica tantùm est superficies refractionis: quoniam hæc omnia puncta in unica tantùm superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus. Et hoc est, quod proponebatur.



2. Necesse est omnem superficiem refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractio (siue illa superficies sit plana conuexa uel concaua) erectam esse. Alhazen 9 n 7.

Hoc, quod hic proponitur, patet per præmissam. Quoniam enim in omni superficie refractionis necessariò sunt: punctum, cuius forma refringitur: & punctum superficiei corporis, à quo fit refractio: & centrum uisus & perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illius, à qua fit refractio: ergo per 18 p 11 patet quòd omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis, à qua fit refractio. Si enim illa superficies fuerit plana: tunc euidenter patet propositum per 18 p 11, ut præmissum est. Si uerò fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica: tunc patet per 72 th 1 huius quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis, à qua fit refractio, semper transit centrũ illius corporis: & est perpẽdicularis super superficiem illũd corpus in puncto refractionis contingentem: ergo itẽ per 18 p 11 superficies refractionis est erecta super illã superficiẽ contingentẽ: ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis, à qua fit refractio, fuerit columnaris siue pyramidalis siue alterius figuræ cuiuscunq; semper enim superficies refractionis erit erecta super superficiem corporis, a qua fit refractio. Et si accidat, ut illa superficies corporis, à qua fit refractio, fuerit æquidistans horizonti: tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, a qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis per 23 th. 1 huius: ergo & per 18 p 11 superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis. Sed & hoc patet per declarationem, quæ fit in instrumento, quod in 1 th. 2 huius præmisimus. Quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diaphani ad aliud corpus diaphanum, ut patet per 46 th. 2 huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorũ triũ circulorũ signatorũ in interiori parte oræ instrumenti, æquidistans superficiei interioris laminæ instrumẽti: sed illa superficies laminæ æquidistat supficiei dorsi instrumẽti, cui extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentũ. Supficies itaq; medij circuli æquidistat supficiei regulę lõgę quadrãgulę suppositę dorso laminę p 24 th. 1 huius: sed illa supficies ppẽdicularis est sup supficies laterũ lõgitudinis regulę erectas sup oras instrumẽti. Superficies itaq; medij circuli est p cõuersam 14 p 11 ppendicularis super supficies lõgitudinis regulæ erectas

erectas ſup oras inſtrumẽti: ſed illę duę ſuperficies regulę ſunt ęquidiſtãtes horizonti tẽporẽ experimẽtationis p inſtrumentũ poſitum in uaſe, ut cõſueuit. Superficies itaq; medij circuli eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ horizõtis. Et quia ſuperficies medij circuli eſt ſupficies refractiõis, patet propoſitũ. Idem quoq; poteſt oſtẽdi producta per imaginationẽ linea à centro medij circuli ad centrũ mundi. Hæc enim linea, cum ſit ſemidiameter mundi, perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem aquæ, quę eſt in uaſe: eſt autem illa linea in ſuperficie medij circuli, quæ eſt ſuperficies refractionis. Eſt ergo per 18 p u illa ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis. Cum enim lux refringitur ab aere ad aquam: erit refractionis linea cadens inter primam lineam, per quã extenditur in aere, quæ eſt linea incidentiæ ſuę, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli ſuper ſuperficiem aquæ: & centrum lucis intra aquam ſemper procedit à centro medij circuli. Palàm ergo quòd lux, quæ refringitur ab aere ad aquam, refringitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ: ergo & ſuper ſuperficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aere ad uitrum fit refractio. Patet ergo ſiue ſuperficies corporis, à qua fit refractio, ſit plana conuexa uel, cõcaua, quòd ſemper ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam. Et hoc eſt propoſitum.

3. Centro uiſus exiſtente ultra medium ſecundi diaphani: omnes formæ obliquè incidẽtes ſuperficiem ſecundi diaphani, reſpectu uiſus, refractè uiſus occurrunt: perpendiculariter uerò incidentes uidentur directè. Alhazen 13 n 7.

Quoniam enim lux pertranſit corpora diaphana, quibus incidit, aut directè, ut cũ radius incidẽs eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſibi oppoſiti: aut obliquè, ut cum radius incidit obliquè: & ab uno puncto corporis luminoſi ſecundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffuſio, ut patet per 20 th. 2 huius: & quia forma coloris ſemper diffundit ſe cum lumine: patet quòd cuiuslibet puncti cuiuſcunque corporis luminoſi colorati uel lucidi exiſtentis in aliquo corpore diaphano, forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diaphano ſibi proximo, & peruenit ad ſuperficiem corporis diaphani ſibi oppoſiti. Et ſi fuerit aliud corpus diaphanum cõtingens illud ſecundum corpus diaphanum, quod ſit alterius diaphanitatis ab illo: tunc forma diffuſa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, ſecundum quas illis corporib. diaphanis obliquè lumen uel color incidit, refringentur, præter quam linea incidens perpendiculariter: ſola enim illa extenditur ſecundum rectitudinem in corpore diaphano proximo ſibi, & in corpore alio diaphano proximum corpus diaphanum contingente: dum tamen perpendiculariter incidat utriq;. Et ſi forte aliqua linearum radialium perpendiculariter inciderit puncto ſuperficiei continuæ cum ſuperficie corporis diaphani proximi: nec ſit illius ſuperficiei ſecundæ corpus diaphanum: uel ſi fuerit diaphanum, non ſit tamen eius ſuperficies prioris diaphani ſuperficiei ęquidiſtans: tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis alia perpendicularis duci poteſt: ergo tunc illa forma, quę ſuperficiei prioris corporis ſecundum perpendicularem incidebat, delebitur: quoniam ab uno puncto ad unam ſuperficiẽ duas lineas perpendiculares duci eſt impoſsibile per 12 p 11. Omnes ergo formæ illius puncti tranſeuntes in corpus diaphanum contingens proximum illi pũcto aliud corpus diaphanum, erunt refractæ. Et quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminoſi uel colorati extenditur lumen & color penetrans totum corpus diaphanum obiectum, & refringitur à ſuperficie alterius corporis diuerſæ diaphanitatis illi ſuccedentis per 47 th. 2 huius: patet quòd forma lucis & coloris erit una forma continua, coniuncta: & refringitur tota continua & coniuncta, ſuperficie corporis diaphani exiſtente continua, & cum forma refracta fuerit continua. Si ergo corpus denſioris diaphanitatis quàm ſit primum diaphanum, illi formę occurrerit: tunc forma continua magis aggregata & unita perueniet ad illud corpus: & occurrente item corpore diaphano rariore: tunc quilibet punctus corporis diaphani, per quod extenditur forma puncti, quod eſt in primo corpore luminoſo uel colorato, tranſmittet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipſius ſecundi uel tertij corporis diaphani per omnem lineam rectam, quæ poteſt extendi ab illo puncto. Si itaq; aliquis fuerit imaginatus pyramides rectilineas, exeuntes à quolibet puncto aeris ad ſuperficiem corporis diaphanitatis alterius pertingentes: & ſi in ſuperficie huius ſecundi corporis diaphani lineę obliquè incidentes refringi imaginentur (perpendicularis linea, quę eſt axis illius pyramidis imaginatæ, ſine refractione tranſeunte) tunc adhuc fit unum corpus continuum in refractione, ſicut & una eſt forma corporis incidens ſuperficiei illius ſecundi corporis diaphani. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis ſiſtatur ſecundum ueritatem in aere pyramis ſenſibilis, cuius corpus ſit coloratũ uel luminoſum dẽſum: miſcebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis, à quo fit refractio: & fiet ipſorum multiplicatio per omnem lineam rectam, quæ poterit extendi ab illo puncto, cui incidit: & forma puncti incidens alicui puncto corporis denſi, extendetur per quamlibet linearum refractarum ad illum punctum corporis, in quo fit refractio, ſibi correſpondentem. Et ſi uiſus fuerit ex parte altera illius diaphani: tunc illæ formæ perueniunt ad uiſum: ſed perpendicularis (quia non refringitur) peruenit perpẽdiculariter ad centrum uiſus: & formę per lineas obliquas incidentes, refractè & obliquè perueniunt ad uiſum. Cum itaq; lineę, ſecundũ quas forma refringitur, ſe in aere per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctum aeris: ideo quòd ipſarum multa fit interſectio propter æqualitatẽ diffuſionis formarum illarum ad omnem differentiam poſitionis: tunc ſi centrum uiſus poſitũ ſit in illo puncto, comprehendet uiſus illud uiſum ſecundũ refractionem (excepto unico puncto perpendiculariter incidente)

dente) quoniam ille non refringitur, ut in 47 th. 2 huius ostensum est. Patet ergo propositum.

4. Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diaphani densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis, ductæ à puncto refractionis super superficiem, à qua fit refractio. Si uerò fiat à diaphano rariori, uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis. Alhazen 14 n 7.

Quod hic proponitur, potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumenti sensibiliter exprimatur. Accipiatur itaq; prædictum instrumentum, quo in præcedentib. usi sumus: cuius diametrũ, quã ibi signauimus per literas f, g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q sit cẽtrum laminæ basis instrumenti. Hoc itaque instrumentum ponatur in uase a quid. stãter superficiei horizontis situato, & infundatur aqua usque ad centrum laminæ, quod est q: oppilentur quoq; foramina instrumenti cum cera uel alio modo, ita quòd modicũm remaneat de foraminibus circa medium ipsorum, quod in ambobus foraminibus sit æquale: & hoc potest æquali columna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentum, donec diameter b q g sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoque stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctum z, quod est extremitas diametri circuli medij, quæ sit k f z: ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus: tunc enim uidebitur extremitas stili secundum rectitudinem perpendicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ: nam centrum uisus & extremitas stili tunc sunt in linea k f z perpendiculari super superficiẽ aquę, secundum quam fit uisio. Est enim linea k f z perpendicularis super superficiẽ aquæ per 8 p 11: ideo quòd ipsa æquidistat lineæ b q g, quæ ex hypothesi est perpendicularis super eandem superficiem aquę. Deinde declinetur instrumentum, donec linea b q g obliquetur super superficiem aquæ: ponaturque uisus super superius foramen: & non uidebitur extremitas stili. Moueatur itaque extremitas stili in circumferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pũcto circuli medij, in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculum densum in superficie aquæ in centro medij circuli, quod est f: tunc nõ uidebitur illa extremitas stili: ablato uerò illo corpusculo, uidebitur illa extremitas stili. Quòd si cõsideretur in numero graduũ medij circuli distãtia extremitatis stili à pũcto z: inuenietur distantia sensibilis. Potest aũt punctus z, qui est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centrum duorum foraminum sic inueniri: scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super centrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ: tunc enim acumen regulæ cadit super punctũ z, ut præmissum est prius in propositionibus 2 huius. Quòd si assumpto uitro, quod sit pars alicuius sphæræ, ut in illis propositionibus aliquib. assumptũ est, cuius uitri superficies aliqua sit plana & aliqua cõuexa sphęrica: & illud uitrũ applicetur laminę, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminum, lineaq; (quę est tuarũ superficierum planarũ cõmunis differentia) sit super lineam o d, secantẽ b q semidiametrum laminæ perpendiculariter: sic ergo erit diameter k f z perpẽdicularis super planã superficiem uitri & super conuexã. Deinde ponatur instrumentũ in aqua, ponaturq; extremitas stili super punctum z, & centrũ uisus super superius foramen: uidebiturq; extremitas stili, quæ in alio puncto circuli medij non poterat uideri. Ex quo patet quoniam extremitas stili, quando est in linea perpendiculari super superficiem corporis, à qua fit refractio, (ut nunc est linea k f z perpẽdicularis super superficiem uitri) forma ipsius uidetur non per refractionẽ, sed rectè. Ex quo patet quòd forma perpendiculariter incidens non refringitur. Quòd si conuexum uitri ponatur ex parte secũda foraminum, & differentia communis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum, scilicet lineę o d: quoniam & tunc linea k f z est perpendicularis super utrasque superficies uitri: uidebitur ergo tunc, ut prius, extremitas stili in puncto z. Quòd si à superficie laminę instrumenti euulso uitro à centro laminæ, quod est q, in superficie laminę ducatur semidiameter q r, continens cum semidiametro b q angulum obtusum: deinde ducatur semidiameter q u, continens cũ linea q r angulũ rectum: & protrahatur ad aliã oram instrumenti: erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q obliqua sup lineã q u. Deinde linea, quę est cõmunis differẽtia superficierũ planarum uitri, ponatur super lineã q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentiæ communis planarũ superficierum ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri super centrum medij circuli, ut prędictum est in alijs, & linea k f transit per centrũ uitri & est obliqua sup superficiem ipsius planã: quoniã diameter b q ęquidistans illi lineę, quę est k f, obliquè cadit super lineam q u: & quoniã linea k f transit per centrũ uitri: palàm quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r ducatur perpendicularis

pendicularis in ora inſtrumenti uſq; ad circũferentiam medij circuli, quę ſit r e: & fiat nigra utraque illarum linearum q r & r e, ut melius per uiſum ualeant notari: & imaginetur duci linea e f: hęc itaq; per 72 th. 1 huius erit perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri: quoniam tranſit per eius centrum: & eſt perpendicularis ſuper planam uitri ſuperficiem: quoniam eſt æquidiſtans lineę q r perpendiculari ſuper lineam q u, cui ſuperpoſita eſt illa communis ſectio planarum ſuperficierum ipſius uitri. Punctus itaque e eſt punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis, exiens à centro uitri ſuper planam ſuperficiem ipſius. Ponatur itaque inſtrumentum ſic diſpoſitum in uas, & ponatur extremitas ſtili albi, ut prius, in puncto z: & ponatur uiſus ſuper foramen ſuperius in puncto k: tunc non uidebitur extremitas ſtili. Moueatur itaq; ſtilus in circumferentia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas ſtili: moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas ſtili. Quòd ſi tunc punctum f, quod eſt centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpuſculo: non uidebitur extremitas ſtili, ſed illo corpuſculo remoto, iterum uidebitur illa extremitas ſtili. Ex hoc itaq; patet, quòd formæ illius extremitatis ſtili comprehenſio, quæ ſit a, eſt ſecundum refractionem factam à centro uitri: & quòd forma refracta eſt in ſuperficie circuli medij, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri: & inuenietur locus formæ extremitatis ſtili, quæ eſt a, inter puncta e & z. Et quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media eſt inter lineas f z & f e, & ſit a f: palàm quia eſt perpẽdicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, & peruenit eius forma ad uiſum per lineam k f, per centra amborum foraminum tranſeuntem, quæ magis diſtat à linea perpendiculari ſuper ſuperficiem planam uitri, quæ eſt linea f e æquidiſtans lineę q r, quàm linea, per quam incidit ipſi uitro forma pũncti a. Cum itaque forma puncti a inciderit uitro per lineam a f, & tranſiuerit per totum corpus uitri perpendiculariter: quoniam ipſa linea q f, cum tranſeat centrum uitri, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri: cumque pertranſito corpore uitri peruenit ad aerem, cuius corpus eſt rarioris diaphanitatis, quàm ſit corpus uitri, & peruenit ad centrum uiſus: patet quòd eſt refracta à ſuo primo progreſſu lineæ a f, & peruenit ad progreſſum lineę z f k. Et quoniam linea z f eſt remotior à perpẽdicolari, ducta à puncto refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, quæ eſt linea e f, quàm ſit linea a f: quoniam punctum a cadit in ſuperficie medij circuli inter puncta e & z: patet quòd hęc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem aeris contingentis planam ſuperficiem uitri. Nam linea f z pertranſiens centra amborum foraminum, magis diſtat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate ſtili ad centrum uitri, quæ eſt a f, quę producta in continuum & directum caderet inter perpendicularem e f productam & interlineam f k. Quia itaque peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur: palàm quia fit refractio ad partem contrariam ipſius perpendicularis, quæ eſt e f. Et quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aerem, qui ſubtilior eſt uitro: patet quòd ſimili modo fit refractio ab aqua ad aerem: quoniá etiam aer eſt ſubtilior quàm aqua. Quòd ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum: & communis differentia ſuarum planarum ſuperficierum ponatur ſuper lineam q u: ſitq; medium punctum illius communis differentiæ ſuper centrum laminæ, quod eſt q: palàm quia linea k f erit obliqua ſuper planam uitri ſuperficiem, & perpendicularis ſuper eius ſuperficiem conuexam: eritq; linea r q perpendicularis ſuper planam ſuperficiem uitri: quoniam eſt perpendicularis ſuper lineam u q: & erit linea e f perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri per 72 th. 1 huius, & ſuper eius planam ſuperficiem per 8 p 11: quoniam lineæ e f & r q æquidiſtant. Ponatur quoque extremitas ſtili albi, quæ ſit a, ſuper punctum z, ut prius: ſtatuaturq́ue uiſus ſuper ſuperius foramẽ inſtrumenti in puncto k: & tunc non uidebitur extremitas ſtili, quæ eſt a. Moueatur itaque ſtilus ad partem puncti e per circumferentiam medij circuli: & tunc etiá non uidebitur extremitas ſtili. Deinde moueatur ad partem contrariam puncti e: & tunc uidebitur extremitas ſtili: cadetq́; linea f z inter lineam a f rectam, exeuntem ab extremitate ſtili ad centrum uitri, ſecundum quam extẽditur illa forma puncti a, & inter perpendicularem f e: refringeturq́ue forma puncti a extremitatis ſtili à centro uitri ad uiſum per lineam f k tranſeuntem centra amborum foraminum: propterea quòd linea a f obliquè incidit ſuperficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineę, ſcilicet f e exeuntis à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri: & hęc forma exit ab aere, & refringitur in uitro, quod eſt groſsius aere. Formę itaque, quæ refringuntur à groſsiori corpore ad ſubtilius, declinant ad partem contrariam illi parti, in qua eſt perpendicularis, exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: & formę reflexæ à corpore ſubtiliore ad groſsius, declinant ad partem, in qua eſt perpendicularis producta. Et hoc eſt propoſitum.

5. Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimẽtaliter declarare. Alhazen 10 n 7.

Differentia angulorum refractionis eſt ſecundum quantitates angulorum incidentiæ contentorum ſub linea incidentiæ uel extenſionis radij in primo corpore, & ſub perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi. Anguli enim refractionũ creſcũt & decreſcunt ſecundum diſpoſitiones illorũ angulorũ incidẽtiæ in corporib. & ſitib. diuerſis. Et quia à corpore ſubtilioris diaphani ad corpus groſsius fit refractio ad perpendicularẽ producta à pũcto refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecũdi corporis: & à corpore groſsioris diaphani ad ſubtilius fit refractio ad

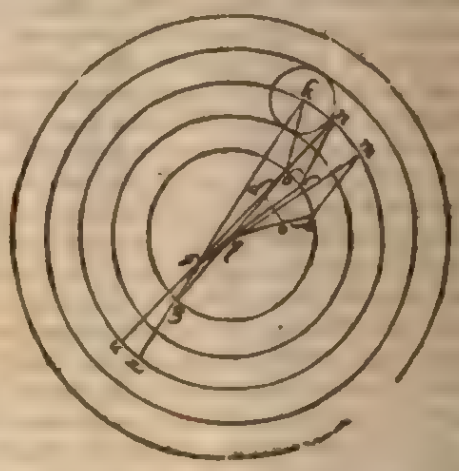
partem

partem contrariam perpendicularis sic ductæ, ut patuit per præmissam: tunc patet quia differunt etiam illi anguli secundum diuersitatē diaphanitatis secundi corporis. Et ut hæc differentia angulorū experimentaliter probetur: diuidatur à circulo medio, qui est in peripheria instrumenti ex partibus, quibus tota peripheria medij circuli diuisa est in 360 partes: qui arcus sit k n: & à puncto n ducatur in ora instrumenti linea perpendicularis super superficiem laminæ: quę sit n l: cadatq; punctus l in superficie laminæ: ducatur quoq; ab hoc pūcto l ad centrum laminæ instrumenti, quod est q, linea l q: & à centro medij circuli, quod est f, ducatur linea ad punctum n: quæ sit f n, sitq; diameter medij circuli ducta à puncto k per centrum f linea k f z, transiens per centra amborum foraminum, quæ sunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circumferentia medij circuli à puncto n separetur arcus 90 partium, sequens arcum k n: qui sit arcus n s: & à centro medij circuli, quod est f, ad punctum s ducatur linea, quæ sit f s: quæ erit perpendicularis super lineam f n per 33 p 6: ideo quia illæ duæ lineæ continent quartam partem circuli: remanebitq; arcus residuus ex medio circulo, qui est s z partes 80. Deinde ponatur instrumentum in uase: & situetur uas æquidistanter horizonti: & infundatur aqua clara usq; ad punctum q centrum laminæ: & in ortu solis in mane moueatur instrumentū, donec linea l q contingat superficiem aquæ. In hoc ergo situ diameter medij circuli, quæ est æquidistās lineæ l q, signatæ in superficie laminæ similiter continget superficiem aquæ: locus enim istarum duarum linearum non differt in respectu superficiei aquæ, quo ad sensum: & linea n f continet cum linea f s angulum rectum, ut suprà patuit: est ergo linea f s perpendicularis super superficiē aquæ: & semidiameter f z continet cum linea f s angulum, cuius quantitas per 33 p 6 est 80 partium: quoniā illi angulo subtenditur arcus partium 80: qui est arcus s z: arcus uerò interiacens puncta k & n, subtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à superficie ipsius aquæ. Deinde mutetur instrumentum in præmisso modo dispositum cum toto uase, donec eleuato sole super horizonta secundum altitudinem arcus k n, lux transeat per duo foramina: & signetur centrum lucis in ora instrumenti, quæ est intra aquam: fiatq; super centrum lucis signum aliquod per aliquam punctura: eritq; signum illud, quod sit h, in circumferentia medij circuli. Auferatur itaq; instrumentum, & respiciatur punctum h: cadetq; ipsum inter punctum z, quod est extremitas diametri medij circuli, transeuntis per centra duorum foraminum, & inter punctum s, quod est extremitas perpendicularis, exeuntis à centro medij circuli erectæ super superficiem aquę, ut patet per præmissam. Patet ergo tunc quòd angulus refractionis est ille, quem subtendit arcus z h interiacēs punctum h, & punctū z: & ex numero partiū huius arcus patebit quātitas anguli refracti & anguli refractionis: & proportio anguli refractionis ad 80 partes, quæ sunt tunc quantitas anguli incidentiæ. Deinde signetur linea m p in ora instrumenti arcus k m, pertransiens punctum n: qui sit partium 20: & ducatur linea p q in superficie laminæ ad centrum q: & ab arcu m z resecetur arcus m t partium 90: & ducatur linea t f à puncto t ad centrum circuli medij, quod est f: relinquetur ergo arcus t z partium 70. Deinde ponatur instrumētum in uas, & reuoluatur quousq; linea p q tangat superficiem aquæ: erit ergo linea t q perpendicularis super superficiem aquæ: & linea k f z transiens per centra amborum foraminum continet cum linea t f angulum 70 partium. Deinde considereretur altitudo solis, & moueatur instrumentum, quousq; lux transeat per ambo foramina: & signetur super centrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde considereretur arcus u z. Et quia ipse subtenditur angulo refractionis: patet quantitas illius anguli per computationem partium arcus: eritq; nota proportio anguli z f u ad angulum incidentię, qui est z f t, quem continet diameter transiens per centra amborum foraminum, cum perpendiculari f t: qui angulus incidentiæ est partium 70. Similiterq; procedatur signando arcum k x, qui sit partium 30: & est eadem experimentatio. Deinde sumatur arcus partium 40: deinde 50: deinde 60: deinde 70: deinde 80: & semper per computationem partium arcus circuli medij interiacentis punctum z, & centrum lucis, erunt anguli refractionis noti: & ipsorum proportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminū semper erit nota. Non solùm autem per 10, sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos præmissa arcuū diuisio potest procedere: quia semper est idem modus declarandi. Et, ut summariè horum angulorum quātitates & proportiones perstringamus. Quandocunq; alicuius radij transeuntis per corpus aeris suæ debitę dispositionis existens fuerit in superficie aquæ facta refractio: fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphanitate cōpetenti formę aquę, si angulus incidentię cōtentus in centro f sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10 partiū: erit angulus cōtentus in centro f sub semidiametro f z & sub linea radiali refracta quasi 2 partiū & 5 minutorum:

rum: & ſic conſequẽter ſecundũ formã tabulæ, quam inferius ſubiungemus. Patet ergo propoſitũ.

6. Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel cõuexum, & econuerſo experimentaliter declarare. Alhazen 11 n 7.

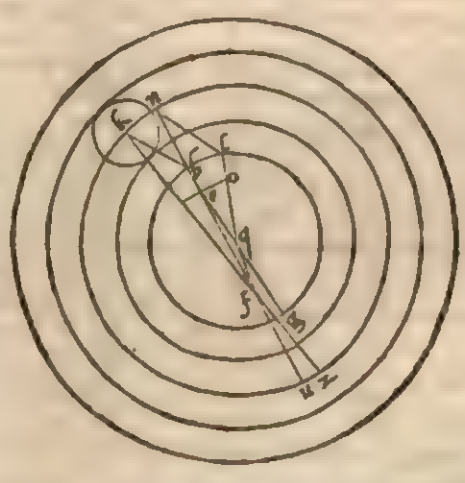
Diuidatur arcus medij circuli inſtrumenti modo illo, ut in præmiſſa: ſitq; arcus k n 10 partium: & ducatur linea n l perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ: copuletur quoq; linea l q: & ſuperponatur uitrum formatum cubicè ſuperficiei ipſius tabulæ, ita ut cõmunis ſectio duarum ſuperficierum planarum, quæ eſt linea recta (ut patet per 3 p 11) ſuperponatur lineæ l q, taliter ut ſecundum ſui punctum medium ſuperponatur lineæ ſignatæ in ſuperficie tabulæ perpẽdiculari ſuper lineam l q, quæ eſt æquidiſtans lineæ s f ductæ in ſuperficie medij circuli: ſitq; medium pũctum illius lineæ uitri ſuper punctum q centrum laminæ: ponaturq; ſuperficies uitri plana ex parte foraminum: & applicetur benè uitrum laminæ: & inſtrumẽtum poſitum in uaſe moueatur, donec lux tranſeat per ambo foramina: ſigneturq; ſuper centrum lucis ſignum: & conſiderentur quantitates angulorum refractionis ex aere ad uitrum per quantitates arcuum, ut in præcedente. Quòd ſi aliquis perſcrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquam: accipiat uitrum, quod eſt pars ſphæræ, ut ipſi ſuperius uſi ſumus in propoſitionibus 2 libri huius ſcientiæ, & in 4 th. huius: & ponatur conuexum uitri ex parte centrorum duorum foraminum: ponaturq; medium lineæ, quæ eſt differentia communis ſuperficierum planarum, ſuper centrum laminæ, ita quòd illa communis differentia ſit ſuper lineam l q. Tunc ergo lux, quæ tranſit centra duorum foraminum, peruenit rectè ad centrum uitri, & reflectitur apud illud de uitro ad aerem: diuidanturq; poſtmodum arcus ſucceſsiuè, ut in præmiſſa, & mutetur uitri poſitio, ita ut illa communis planarum ſuperficierum ipſius uitri ſectio ſit ſuper lineã p q: ſitq; iterum medius punctus illius lineæ uitri ſuper punctum q centrum laminæ: & ſic factis ulterioribus diuiſionibus circuli medij, ductiſq; lineis, ut prius, & mutato uitro ſecundum illas: habebuntur anguli refractionum particulares, & ipſorum proportio ad angulum incidentiæ, quem continet diameter pertranſiens centra foraminum cum perpẽdiculari producta a loco refractionis ſuper ſuperficiem planam ipſam ſuperficiem uitri conuexam contingentem. In his enim diſpoſitionibus uitri, reſpectu laminæ inſtrumenti, ſemper erit cẽtrum uitreæ ſphæræ in puncto f: eritq; per 72 th. 1 huius linea s f ſimilis illi, perpendicularis ſuper ſuperficiem conuexam uitri, & ſuper ſuperficiem planam ipſius, a cuius punctorum aliquo fit refractio: quoniam quælibet illarum linearum eſt perpendicularis ſuper lineas æquidiſtãtes lineis l q & p q, & ſimilibus illis quibuſcunq;. Scieturq;, ut prius, reiterata operatione cum extremitate ſtipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uiſus exiſtens in puncto k centro foraminis ſuperioris. Et in his duobus ſitibus, cum refractio ſit ab aere ad uitrum, uel à uitro ad aerem, ſemper inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrum, & de uitro ad aerem æquales: quando angulus contentus à linea, per quam extenditur lux ad locum refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum ſit refractio de aere ad uitrum, æqualis fuerit angulo contento à linea, per quam extenditur lux, & à perpendiculari ducta à loco refractionis, cum refringitur de uitro ad aerem, ut patet inſtrumentaliter operanti. Si uerò uoluerit aliquis experiri quantitates angulorum refractionis à conuexo uitri ad aerem: diuidat, ut prius, de circumferentia medij circuli ex parte puncti k centri foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti, arcum 10 partium, qui ſit k n: & ducantur, ut prius, linea n l, & linea l q: & a linea l q, quę eſt ſemidiameter laminæ ex parte centri q, abſcindatur linea æqualis ſemidiametro ſphæræ ipſius uitri, quæ ſit q o: & à puncto o ducatur perpendicularis ſuper diametrum laminæ b q g: quæ protracta ultra diametrum ſit o d, ſecans diametrum b q g in puncto d. Deinde ſuperponatur communis ſectio planarum ſuperficierum uitri huic perpendiculari o d: ita quòd punctum medium illius ſectionis ſit ſuper punctum o. Erit itaq; centrum uitri in ſuperficie medij circuli: & eiuſdem circuli diameter, quæ eſt k f z, erit perpendicularis uper ſuperficiem uitri planam per 8 p 11: quoniam eſt æquidiſtans diametro laminæ b q g, quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, & ſuper illam differentiam communem illarum duarum planarum ſuperficierum uitri. Erit quoq; centrũ circuli medij in ſuperficie cõuexa uitri: ideo quia linea f q exiens à centro medij circuli, quod eſt f, ad centrum laminæ, quod eſt q, eſt æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ, quæ eſt differentia communis ſuperficierum planarum uitri, ut patet ex his, quæ præmiſſa ſunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 4 5 th. 2 huius: & utraq; iſtarum linearum eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem laminæ: ergo per 25 th. 1 huius, illæ duæ lineæ ſunt æquales & æquidiſtantes: ergo per 33 p 1 linea copulans centrum uitri, quod eſt in aliquo puncto planæ ſuperficiei ipſius uitri, cum centro medij circuli, eſt æqualis lineæ q o copulanti centrum laminæ, quod eſt q, cum medio puncto differentiæ



ferentiæ cõmunis duarum planarũ ſuperficierum ipſius uitri, quod eſt punctum o: ſed linea q o poſita eſt æqualis ſemidiametro uitri: ergo & linea æquidiſtans ei eſt æqualis ſemidiametro uitri. Centrum ergo medij circuli eſt in conuexo uitri: linea ergo k f, quæ eſt ſemidiameter medij circuli, cum nõ tranſeat centrũ ſphæræ uitreæ: patet quia eſt obliquè incidens ſuper eius conuexã ſuperficiem: ergo per 47 th. 2 huius, eum eadẽ diameter obliquè incidat ſuperficiei aeris contingentis, refringetur ipſa à perpendiculari ducta à puncto refractiõis ſuper ipſam ſuperficiem aeris. Imaginetur itaq; ſemidiameter uitri produci ex utraq; parte ad circumferentiã circuli medij, quę fiat linea n f u, ſecans diametrũ circuli medij, quæ eſt k f z in puncto f. Erit itaq; per 15 p 1 angulus k f n æqualis angulo z f u: & erit per 26 p 3 arcus u z æqualis arcui k n, qui eſt poſitus eſſe 10 partium. Eſt ergo arcus u z 10 partium notus: ergo & angulus u f z eſt notus. Intueatur itaq; aliquis centrum lucis refractæ: & inuenietur remotius à puncto z, quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, quàm ſit punctum u, quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per centrum uitri ab eodem puncto z, qui eſt extremitas diametri circuli medij. Hæc ergo refractio facta eſt ad partem contrariam diametri productæ à loco refractionis, quæ tranſit centrum uitri: & arcus medij circuli interiacens punctum z & centrum lucis ſignatum, eſt quantitas anguli refractionis: angulus enim refractionis eſt apud centrũ circuli medij: quoniam, ut patuit per 44 th. 2 huius lux extenditur ſuper lineam tranſeuntem per centra duorum foraminum rectè, donec perueniat ad conuexum uitri. Et cum eſt angulus incidentiæ 10 partium, fit angulus refractus quaſi 13 partium, & angulus refractionis quaſi partiũ triũ: factisq;, ut in præcedentibus, diuiſionibus arcuũ à puncto k: inuenietur diuerſitas angulorum refractionis per inſtrumentum. Et ſi infundatur aqua uaſi: tunc erit aqua loco aeris: & præmiſſo modo inuenietur diuerſitas angulorum refractionis à uitro ad aquam: & differentia ſecundum quod illi refractioni eſt propria: & quantitas angulorum refractorum & angulorum refractionis, reſpecta eorum, qui ſunt in aere. Quòd ſi à puncto z ducere placuerit extremitatem ſtili, ut prius: tunc ſecundum illud facta diſpoſitione ſitus uitri, occurret eadem quantitas angulorũ, quæ prius. Patet ergo propoſitum.

7. Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauum, uel econuerſo experimentaliter inuenire. Alhazen 12 n 7.

Accipiatur uitrum clarum mundum, æquidiſtantium ſuperficierum omnium: cuius longitudo ſit maior in uno grano hordei, quàm diameter uitri ſphærici conuexi, quo ſuperius uſi ſumus: ſitq; latitudo eius æqualis longitudini: ſitq; ſpiſſitudo eius dupla diametro foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti: & fiat in uno ſuorum laterum quadratorum concauitas rotunda ſemicolumnaris: ita quòd ſemidiameter baſis columnæ cõcauę ſit in quantitate ſemidiametri uitri ſphærici: & ſint communes ſectiones planarum ſuperficierum huius uitri lineæ rectiſsimæ. Poteſt autem hæc forma uitri ſic fieri per artificium, ita quòd fiat talis forma ex ære uel lapide, & uitrum liquefactum fundatur ſuper ipſam, & poliatur. Diuidatur itaq; à centro foraminis oræ inſtrumenti, quod eſt k, in circumferentia medij circuli arcus, cuius quantitas ſit illa, ſecundum quam quis uult experiri quantitates angulorum, qui ſit arcus k n: & à puncto n ducatur in ora inſtrumẽti linea n l perpendiculariter ſuper ſuperficiem laminæ: & ducatur linea l q in ſuperficie laminæ ad centrum eius, quod eſt q: & à ſemidiametro l q reſecetur ex parte centri q linea q o, æqualis ſemidiametro baſis concauitatis columnę: & à puncto o extrahatur per 12 p 1 perpendicularis ſuper diametrum laminæ b q, & protrahatur in utramq; partem: & ſit o e, ſecans diametrum b q g in puncto e: & ſuperponatur uitrum laminæ, ita quòd dorſum concauitatis, hoc eſt ſuperficies plana cõcauitati ſuperpoſita ſit ex parte duorum foraminum: & quòd concauitate reſpiciente foramina, duę ſuperfluitates rectilineę, quę ſuperfluunt ſuper diametrum columnæ, ſint directæ & fixè ſuperpoſitæ iſti lineæ perpendiculari o e: & præſeruetur hoc, ut diſtantiæ duarum extremitatum diametri baſis concauitatis columnaris diſtent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directè perpendiculares. Erit ergo tunc centrum baſis concauitatis columnaris ſuper punctum o, à quo exiuit linea o e perpendicularis ſuper lineam q b, & ſuper punctum, cuius diſtantia à centro laminę, quod eſt q, eſt æqualis ſemidiametro concauitatis columnaris. Secundum hanc ergo diſpoſitionem applicetur uitrum firmiter ſuperficiei laminę: & erit ſuperficies medij circuli ſecans concauitatem columnarem & æquidiſtans baſi eius: quoniã baſis eius in hac diſpoſitione eſt in ſuperficie laminæ inſtrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100 th. 1 huius ſecat ſuperficiem columnarem concauam ſecundum circulum, cuius ſemidiameter æquidiſtat ſemidiametro baſis concauitatis ipſius columnæ: & linea continuans centra iſtorũ duorũ ſemicirculorũ, ſcilicet baſis, & alterius ſibi æquidiſtantis erit perpendicularis ſuper ſuperficiem laminę incidẽs ad punctũ o: quoniã ipſa per 25 th. 1 huius eſt æqualis lineæ perpendiculari f q



ecxunti à centro medij circuli, quod eſt f, ſuper centrũ laminæ, quod eſt q: ſed & linea o q eſt æqualis ſemidiametro baſis columnæ ex hypotheſi: ergo per 33 p 1 linea, quæ exit à centro medij circuli (quod eſt f) ad centrum ſemicirculi, qui fit in ſuperficie columnæ concauæ æquidiſtans baſi, eſt æqualis ſemidiametro baſis concauitatis concauæ columnæ. Centrum itaq; medij circuli, quod eſt f, eſt in circumferentia ſemicirculi in columna uitrea facti. Eſt ergo centrum f in concaua ſuperficie columnæ. Et quia terminus planus uitri ſuperponitur lineæ perpendiculari, productæ à puncto o ſuper b q diametrum laminæ: palàm quia diameter laminæ, quæ eſt q b, eſt perpendicularis ſuper planam uitri ſuperficiem: quia etiá planæ ſuperficies ſunt ſuper ſe inuicem perpendiculariter erectæ. Erit ergo linea k f z pertranſiẽs centra amborum foraminũ, perpendicularis ſuper ſuperficiem planam, quæ eſt in parte conuexa uitri per 8 p 11: quia illa linea k f z eſt æquidiſtans diametro laminæ b q g: quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis: & hæc ſuperficies plana uitri eſt ex parte foraminum. In hoc ergo ſitu lux, quæ extenditur per lineam tranſeuntẽ centra duorum foraminum, extenditur in corpore uitri rectè, donec perueniat ad concauum uitri: & tunc reflectitur apud concauam ſuperficiem uitri. Cum enim nõ tranſeat per centrũ circuli, qui eſt in concaua ſuperficie uitri: patet per 72 th. 1 huius quoniã ipſa non eſt perpendicularis ſuper cõcauam ſuperficiem uitri: refringetur ergo in concaua ſuperficie uitri: & cõmunis ſectio illius lineæ & concauitatis uitri eſt centrum circuli medij: & in hoc puncto fit refractio ex aere ad uitrum. Arcus itaq; cadens inter centrum lucis & punctũ z, qui eſt terminus diametri, tranſeuntis per centra amborum foraminum, ſubtenditur angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuum refractione à puncto k: & poteſt oſtendi quantitas omnium angulorum refractionis à concaua uitri ſuperficie. Quòd ſi uitrum ſic diſponatur, ut communi ſectione ſuarum planarum ſuperficierum poſita ſuper lineam o e, conuexitas uitri reſpiciat contra foraminum: tunc quia linea k f z pertranſiens uitrũ, peruenit ad concauũ uitri irrefractè, cum ſit perpendicularis ſuper planam ſuperficiem ipſius, obliqua uerò ſuper concauá eius ſuperficiem: ergo & ſuper cõuexam ſuperficiem aeris contingentis uitrum: refringetur ergo à concaua uitri ſuperficie: & hæc refractio eſt à concauo uitri ad aerem: & anguli, qui fiunt ex aere ad uitrum in concauo uitri, ſunt ijdem iſtis: quoniam ſemper anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrum ſunt ijdem: cum angulus, quẽ continet linea, per quam primò extenditur lux, & perpendicularis exiens à loco refractionis, ſit idem angulus. Et eodem modo poſſunt ſciri anguli refractionis de aqua ad uitrum & de uitro ad aquam in ſuperficie uitri cõcaua, uel in ſuperficie alia quacunq;. Quòd ſi extremitas ſtili ducatur à puncto z in peripheria medij circuli, ut prius: tunc facta diſpoſitione ſitus uitri ſecundũ exigentiã illius refractionis, occurret notitia angulorũ huius refractiõis ad uiſum, ſicut prius. Patet ergo propoſitũ.

8. Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur. Alhazen 12 n 7.

Acceptis inſtrumẽtaliter, prout potuimus propinquius, angulis omnium refractionũ à quibuſcunq; diaphanis notis adinuicem (ut ab aere ad aquam & uitrum, & ab aqua ad uitrum: & econuerſo ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquam) inuenimus quòd ſemper ijdem ſunt anguli refractionum à quocunq; raro diaphano ad diaphanum denſius illo, & ab eodem denſo ad idem rarum: ſecundum hoc fecimus has tabulas, quarum hæc eſt forma. Et præmittimus angulos incidentiæ

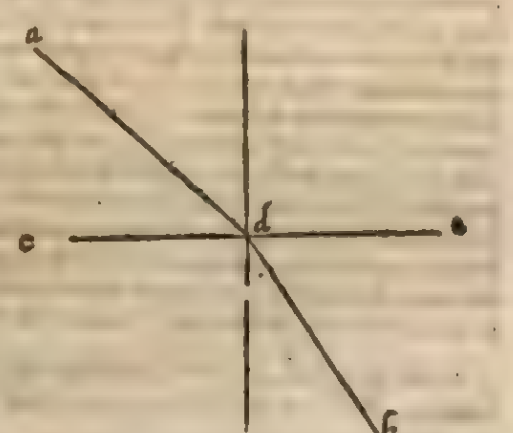
Tabula quãtitatis angulorũ incidentiæ omnibus ſequentibus communis.	Anguli refracti ab aere ad aquam.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrum.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab aqua ad uitrum.		Anguli refractionis eiuſdem.	
	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minuta
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	10	4	30	13	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	2	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	3	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	17	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	38	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

Tabula quantitatis angulorũ incidentiæ omnibus ſequentibus communis.	Anguli refracti ab aqua ad aerem.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti à uitro ad aerem.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti à uitro ad aquam.		Anguli refractionis eiuſdem.	
	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.	par.	minut.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	10	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	30	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	0	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	0	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	30	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

in primis: deinde alios angulos ſubiungimus ſecundum modos ſuorum circulorũ, quos præmittimus in capitibus ſuarum linearum. Poteſt itaq; ſecundum has tabulas experimentaliter inuentas per inſtrumentum præmiſſum, diligens inquiſitor ſcire omnes angulos refractionum à medijs diuerſæ diaphanitatis quibuſcunq. Et patet ex eis quoniam anguli incidentię formæ eiuſdem puncti propinquiores radio, à puncto rei uiſæ ſuperficiei corporis diaphani (à qua fit refractio) perpendiculariter incidenti, ſunt minores: & remotiores ab illo ſunt maiores. Ablato enim angulo maiore à ſuo recto, qui relinquitur, fit minor alio angulo, quando à recto aufertur angulus minor: eritq; in eodem diaphano denſiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiore, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minore: exceſſus quoq; anguli refractionis maioris ſupra angulum refractionis minorem, erit minor exceſſu anguli incidentiæ maioris ſupra minorem: & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiore ad illum angulum maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem: & angulus refractus, ſcilicet ille, quem addit angulus incidentiæ maior ſupra angulum ſuæ refractionis, eſt maior angulo refracto, quem addit angulus incidentię minor ſupra angulum ſuæ refractionis. Semper itaq; in medio ſecundi diaphani denſiore primo erit angulus refractus minor angulo incidentiæ: & proportio iſtorum angulorum refractorum ad æquales angulos incidentię diuerſificatur ſecundum diuerſitatem denſitatis ipſorum mediorum. Cum enim per aerem eundem & ſecundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua: & ſic ſecundum diuerſitatem diaphanitatis anguli uariantur. Si uerò medium ſecundi diaphani fuerit rarius: tunc ſemper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ: eritq; iſtorũ angulorum habitudo ad alios angulos reuerſè ſe habens angulis præmiſſis, ac ſi præmiſſæ tabulæ modo reuerſo ordinentur. Et iſtorũ angulorum refractorũ & refractionis ſecundũ maioré & minorem raritatẽ diaphanitatis ſecundi medij ad eundẽ angulum incidentiæ proportio uariatur. Quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio: tunc anguli, qui fiunt in aere, ſunt maiores angulis, qui fiunt in aqua: & ſecundum hoc angulorum refractionis ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; ſunt, quæ accidũt lucibus & coloribus, & uniuerſaliter omnibus formis in diffuſione ſui in corporibus diaphanis, & in refractione, quæ accidit in illis omnibus tam ſecundum ſe quàm in reſpectu ad uiſus. Patet itaq; quod quærebatur.

9. Centro uiſus & puncto rei per refractionem uiſæ in diuerſis diaphanis loca propria permutantibus, eadem linea incidentiæ & refractionis nomina permutant. Alhazen 34 n 7.

Satis iam patuit ex præmiſſis huius 10 tractatus propoſitionibus, quòd formę uiſæ per refractionem extenduntur directè per lineam rectã, donec perueniant ad ſuperficiem alterius corporis diaphani, in quo eſt uiſus: deinde refringuntur in illo alio corpore diaphano per aliã lineam rectã, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uiſus a: & punctũ rei uiſæ b. Sitq; ſuperficies corporis, in quo eſt punctũ b, ſuperficies c d e, & refringatur forma puncti b ad uiſum exiſtentem in puncto a à ſuperficie corporis c d e, puncto d: ſitq; linea incidẽtię, quæ b d: & linea refractionis, quę d a. Dico quòd ſi centrũ uiſus & punctũ rei uiſę permutent loca, ita ut centrum uiſus poſitum ſit in puncto b, & punctum rei uiſæ in puncto a: tunc adhuc fiet refractio ab eodem puncto corporis, qui eſt d: & linea a d erit linea incidentiæ, & linea d b erit linea refractionis: & ſic tantùm linearũ nomina permutantur, manentibus eiſdem lineis & eodem angulo. Hoc autem patet per experientiã. Cum enim aliquis exiſtens in aere inſpexerit aliquod corpus contentum ſub alio corpore, quod eſt diaphanum, differens in ſua diaphanitate ab aeris diaphanitate: tunc uiſus comprehendet omnia, quæ ſunt ultra illud corpus, quæcunque opponuntur uiſui: & ſi cooperuerit alterum uiſuum, & aſpexerit cum reliquo: uidebit illa eadem, quę prius, ſiue illud medium ſit aer uel aqua uel uitrum uel cryſtallus. Quòd ſi uiſus ponatur intra aquam aut ſub uitro uel cryſtallo: uidebit omnia corpora uiſibilia, quę ſunt ultra illud aliud corpus diaphanum in ipſo aere. Siue ergo uiſus fuerit in aere uel in uitro, ſemper comprehendet omnia eadẽ, quę prius. Patuit aũt per 4 huius quòd uiſus per mediũ diaphani diuerſi non cõprehendit res, quę non ſunt in perpẽdiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiẽ diaphani corporis, niſi per retractionẽ: omne ergo punctum comprehenſum à uiſu, præter illud punctum, quod eſt in prædicta perpendiculari, comprehenditur per refractionem. Et quoniam formæ omnium punctorum, quæ ſunt in omnibus uiſibilibus exiſtentibus ultra corpus diaphanum, refringuntur in eodem tempore ad centrum uniꝰ uiſus: patet quòd ſi alicuius rei uiſæ punctum eſſet in puncto, in quo tunc eſt centrum uiſus, refringeretur forma illius puncti ad omnia puncta, quæ ſunt in omnibus uiſibilibus exiſtentibus



ultrà illud corpus diaphanum, oppositum uisui in illo tempore: fieretq; illa refractio eodem modo: Et similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto, in quo est centrum uisus: quoniam si centro uisus in eodem puncto remanente moueatur oculus ad omnem differentiam positionis, comprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cum fuerit ultra aliquod corpus diaphanum, extenditur ad superficiem corporis diaphani, ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius, quod opponitur ei ex corpore aeris uel alterius diaphani: & illa forma erit apud quodlibet punctum illius secundi corporis diaphani: & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctum aeris uel alterius corporis diaphani: forma enim cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit se per lineam rectam ad unumquodq; punctum corporis diaphani. Vnde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris: quilibet illorum uisuum uidebit totalem formam rei uisibilis, quæ est sub altero diaphano. Nam semper forma rei uisæ tunc erit apud punctum, apud quem erit & centrum uisus: unde etiam uisus motus de loco ad locum super idem diaphanum, semper eandem uidet formam, quamdiu forma illa secundum lineas rectas potest pertingere ad uisum. Et similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodem tempore. Forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctum corporis diaphani, in quo est illa res uisa: & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctum cuiuslibet corporis diaphani, in quo existit, & apud quodlibet punctum corporis diaphani diuersi ab illo corpore diaphano, in quo existit res uisa. Inter quodlibet enim punctum aeris, & quamlibet rem uisibilem existentem in aliquo corpore diaphano, diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris, & basis in superficie rei uisæ: fiuntq; tot pyramides, quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diaphani, in quo fit diffusio formarum. Quia itaque totum medium est plenum formis rerum: anguli uerò refractionis, qui fiunt ab aere ad aquam, sunt ijdem cum angulis refractionum, qui fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis: ijdem uerò anguli semper per easdem lineas continentur. Patet ergo quia locus centri uisus & punctum rei uisæ de uno diaphano ad alterum permutatis, semper quidem fit formarum uniuersalis diffusio: non tamen percipitur quælibet forma à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solùm in illo, à quo fit directio retractæ lineæ ad illum uisum. Patet itaque quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam, nominibus tantùm hinc inde permutatis: ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea retractionis, & econuerso. Patet ergo propositum.

10. Omnis refractio formam lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, debilius uisui representat. Alhazen 38 n 7.

Hoc patet per experientiam. Cum enim aliquid uisum est in medio secundi diaphani, utpotè per aërem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntibus à punctis rei uisæ super superficiem aquæ: & deinde uisus moueatur, donec fiat positus in perpendiculari aliqua, exeunte à re uisa super superficiem aquæ: tunc lux & color rei uisæ fiunt manifestiora quàm essent, cum aspiciebantur obliquè. Tunc enim figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multùm obliqua: in perpendiculari uerò forma tota exit rectè: & quædam partes eius obliquè aut ferè rectè, secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari. Patet ergo ex hoc, quoniam refractio debilitat in formis refractis luces & colores, quas formæ rerum uisarum per quodcunq; corpus diaphanum secum deferunt ad uisum: nec enim est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo: ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionê uisionis: & secundum illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uisis per medium secundi diaphani propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur rectè: quia etiam, ut patet per 33 th. 4 huius, omnis linea uel superficies rei uisæ directè uisibus opposita perfectius uidetur quàm obliquata: & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis. Patet ergo propositum.

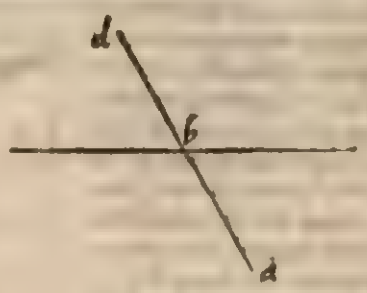
11. Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum. Euclides 7 hypothesi catoptr. Alhazen 17 n 7.

Quod hic proponitur, patet ratione & experientia. Ratio autem est hæc. Nam forma comprehensa à uisu in corpore diaphano alio ab aere, non est ipsa res uisa: quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo: comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione: cum tamen res non sit directe uisui opposita. Et quia comprehendit rem refractè: ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaphani: comprehendit ergo ipsam ut extra suum locum, non in suo loco. Per experientiâ quoq; idem patet. Assumatur uas habês oras erectas super basim eius: & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus: & elonget se experimentans, quousq; uideat illũ denariũ in fundo uasis: deinde elonget se paulatim ulterius, quousq; nó uideat ipsum, & in principio occultatiõis stet in suo loco, uisu immoto: & præcipiat infundi aquâ in uas, ita ut denarius nõ mutet locum: & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso nõ existente in eius oppositione. Ex quo patet quòd forma, quam experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ. Nam si forma esset

ma eſſet in loco rei uiſæ: tunc etiam res uiſa comprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas: quod non accidit in tanta diſtantia, ut patuit. Imago itaq; rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei. Quod eſt propoſitum.

12. Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine linea, per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum. Alhazen 19 n 7.

Sit enim punctus per refractionem uiſus, qui eſt a: cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diaphani, qui ſit b: & ſit centrũ uiſus d: dico quòd forma puncti a comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b. Hoc autem inſtrumentaliter declarandum. Accipiatur itaq; inſtrumentum primum, & ponatur in uaſe impleto aqua, ut prius: & ſignetur aliquod uidendum per refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus: & intueatur experimentans per ambo foramina, ita ut uideat illud per refractionem: deinde claudatur ſecundum foramen inſtrumenti: & tunc non comprehẽdetur res uiſa: & ſi claudatur primum foramen, ſimiliter nihil uidebitur: quoniã abſciſſa eſt linea recta imaginabiliter exiens à cẽtro uiſus ad locum refractionis. Forma enim puncti uiſi per refractionem extẽditur in corpore diaphano, in quo eſt res uiſa, & refringitur in corpore diaphano, quod eſt inter ipſum & centrum uiſus, peruenitq; ad uiſum per lineam rectam, exeuntem à centro uiſus ad punctum refractionis: & uiſus non comprehendit aliquid, niſi in rectitudine linearum radialium, per quas forma uiſibilis mouetur ad uiſum. Et ſi fiat operatio per interpoſitionem alicuius uitri uiſui & rei uiſæ, ut ſuprà: eodem modo penitùs operando, patebit idem. Et hoc eſt propoſitum. Viſus enim nihil comprehendit niſi in rectitudine linearum radialium: non enim patitur niſi in progreſſione iſtarum linearum à punctis rerum uiſibilium ad uiſum: quoniam non uidet niſi res ſibi oppoſitas, quarum formę ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum, ut patuit per 2 th. 3 huius, & per multa ſimilia. Patet ergo, quod proponebatur.



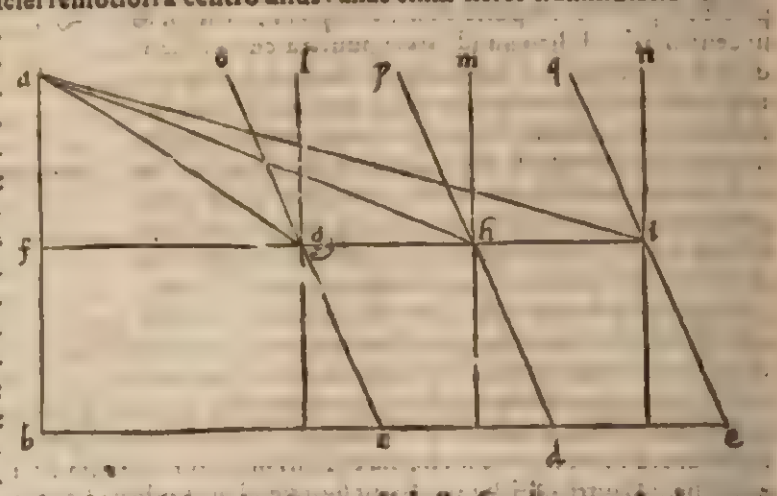
13. Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari, ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Alhazen 19 n 7.

Quod hic proponitur, patet ideo: quia lux extenditur in corpore diaphano trãſitu uelociſſimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito: & iam patuit ex his, quæ dicta ſunt in 47 th. 2 huius, quia trãſitus lucis in corpore diaphano ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis, eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpendicularem, exeuntem à puncto, à quo extenditur lux ſuper ſuperficiem illius corporis diaphani, & ex motu ſuper lineam, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem. Forma uerò, quę extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis, quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris, ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diaphani. Hęc ergo forma extenditur ad locũ ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpendicularem, exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diaphani, & ex motu ſuper lineam, quę eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem. Eſt ergo motus formæ, quæ mouetur ad uiſum, aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo pũcto, cuius ipſa eſt forma, ſuper ſuperficiem corporis diaphani: quamuis poſtmodum translata ſit ab hac perpendiculari alio motu: aut motus eius eſt ſuper perpendicularem, ductam ſuper illam priorem perpendicularem, & translata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem, ductam à puncto rei formæ motę ſuper ſuperficiem corporis diaphani: fitq; hęc translatio propter compoſitionẽ ex prædictis duobus motibus. Forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ, quæ mouetur ſuper lineã perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani: deinde translata eſt ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma ad uiſum. Palàm eſt etiã quod proponitur per hoc. Quia ſi punctum ſuperficiei corporis diaphani, cui incidit perpẽdicularis ducta à puncto rei uiſæ, contingat abſcondi à uiſu, utpote propter interpoſitionem alicuius corporis opaci: non fiet uiſio illius puncti rei uiſæ. Forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Patet ergo propoſitum, quod & manifeſtius poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

14. Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari, ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diaphani, à qua fit refractio, maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a: & linea uiſa per refractionem ſit b c d e: ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis, à cuius ſuperficie fit refractio, linea f g h i: ſitq; perpẽdicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f: quæ incidat in punctum b rei uiſæ: & ſit a b:

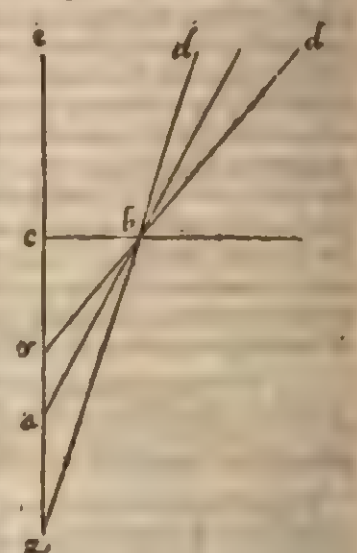
distetq; à puncto b & à perpendiculari a f b plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d. Dico quòd maior erit refractio puncti e quàm puncti d: & maior puncti d quam puncti c. Forma enim puncti a cum sit in ipsa linea perpendiculari: patet per 3 th. huius quia non refringitur. Formæ uerò aliorum punctorum, quæ sunt c, d, e, patet quòd refringuntur per 4 huius. Et quoniam, ut patet per 49 th. 2 huius, nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solùm auget uel minuit figuram: patet quòd de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisæ refringitur à diuersis punctis superficiei ipsius rei uisæ: ita quòd forma puncti remotioris à uisu refringitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus: aliàs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionẽ.



Sit ergo, ut forma puncti c refringatur à puncto g: & forma puncti d à puncto h: & forma puncti e à puncto i: & educantur à puncto g linea g l: & à puncto h linea h m: & à puncto i linea i n perpendiculares super superficiem corporis diaphani per 12 p n: & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiẽ corporis; linea c g in punctum o: & linea d h in punctum p: & linea e i in punctum q: & copulẽtur lineæ refractæ à punctis g, h, i ad uisum, quæ sunt g a, h a, i a. Quia itaq; in trigono a f i ductæ sunt lineæ a g & a h: patet per 21 p i quoniam angulus a g f est maior angulo a h f. Quia ergo anguli l g f & m h f sunt recti & æquales: relinquitur angulus a g l minor angulo a h m: sed angulus o g l & p h m sunt æquales: quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b, c, d, e ab inuicem, & à superficie diaphani, à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a: & angulus q i a maior angulo p h a: est autem eadem dispositio medij, in quo fit refractio formarum punctorum c & d à punctis g & h. Patet ergo quòd maior fit refractio à pũcto h remotiore à uisu a, quàm à puncto g propinquiore uisui illo pũcto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h: fit enim secundum præmissa angulus a i q maior angulo a h p: est ergo maior refractio puncti i quàm puncti h: ergo & maior quàm puncti g. Patet ergo uniuersaliter, quod proponebatur. In omnibus enim punctis & superficiebus, à quibus fit refractio, est eadem demonstratio.

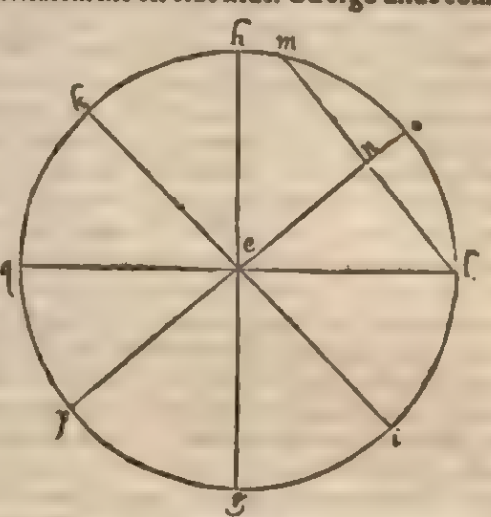
15. *Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in cõmuni sectione lineæ refractionis, per quam pernenit forma ad uisum, & cathetæ incidẽtiæ, exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis. Ex quo patet quòd locus imaginis formæ puncti rei uisæ existentis in medio secundi diaphani densioris primo approximat uisui: in rariore uerò elongatur.* Alhazen 18 n 7.

Verbi gratia: sit punctus rei uisæ per medium secundi diaphani a: & superficies secundi diaphani sit, in qua est linea b c: & sit b punctus refractionis: & centrum uisus sit d: perueniatq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis: quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a perpendicularis super superficiem b c: quæ sit a e. Dico quòd in puncto, qui est communis sectio lineæ perpẽdicularis a e, & producte d b est locus imaginis refractæ. Hoc autem patet. Quoniá enim per 12 huius forma refracta occurrit uisui in linea d b, & per 13 huius occurrit in linea perpendiculari: quæ est a e: occurrit ergo in communi ipsarum sectione, quæ sit punctum x. Hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiatur columna rotunda lignea, cuius basis diaméter sit unius cubiti, & altitúdo modicá, utpote duorum uel trium digitorum: & planentur superficies basium eius: & in una basium suarum inuẽto per 1 p 3 cẽtro (quod sit e) ducantur diametri quæcunq; placuerint: & sint duæ, quæ g h & i k, obliquè se secantes: quæ profundentur ferro, ut appareát uisui: & impleantur profunditates ipsarum ceruſa distemperata cum lacte uel cũ alio albo liquore aut albo alio colore quocunq;: punctum uerò centri, quod est e, sit nigrum. Deindé accipiatur uas magnum profundum habẽs oras erectas, & ponatur in loco luminoso: infundaturq; in uas aqua tanta,



quòd cum immissa fuerit columna in aquam erecta taliter, ut eius superficies planæ perpendiculares sint

res ſint ſuper fundum uaſis: tunc ipſa aqua excedat punctum e centrum circuli baſis columnæ ad aliquot digitos: expecteturq; donec aqua quieſcat in ipſo uaſe. Moueatur itaq; columna, donec g h diameter baſis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: declinetur quoq; uiſus extra oras uaſis, quouſq; appropinquet æquidiſtantiæ ſuperficiei aquæ in tantùm, ut poſsit uideri punctum e centrum circuli & diameter g h: & inuenietur centrum circuli e in rectitudine illius diametri. Deinde intueatur uiſus diametrum i k decliuem ſuper ſuperficiem aquæ: & inuenietur incuruari & frangi apud ſuperficiem aquæ: eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtuſum reſpectu uiſus: cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat linea una recta ſine refractione uel continentia anguli. Ex quo patet quòd forma puncti centralis, quod eſt e, quam uiſus comprehendit, non eſt apud centrum circuli baſis: quia tunc eſſet etiam in rectitudine diametri decliuis, quæ eſt i k: quia ſecundũ ueritatem ille eſt eius ſitus. Cũ ergo uiſus comprehẽdit illud punctũ extra rectitudinem diametri decliuis, quæ eſt i k, & angulus, quem continẽt partes diametri decliuis i k, ſequũtur perpendicularem g h: patet quòd punctus, in quo uidetur forma centri e, eſt eleuatus à centro baſis columnæ. Et quia uiſus hoc punctum comprehẽdit in rectitudine diametri g h: patet quòd forma centri e eſt eleuata à uero loco cẽtri ſecundũ rectitudinẽ diametri perpendicularis, quæ eſt g h. Patet etiam ex diametri decliuis i k incuruatione apud ſuperficiẽ aquæ, & ex rectitudine & continuitate partis ſuæ intra aquam, quòd omne pũctum partis diametri i k, quod eſt intra aquam, eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde reuoluatur circulus baſis columnæ, quouſq; diameter i k fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ: erit ergo tunc g h diameter decliuis ſuper ſuperficiem aquæ: & tunc uidebitur forma centri e in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h: quoniã illa uidebitur frangi & incuruari ſuper ſuperficiem aquæ: & angulus incuruationis obtuſus erit reſpiciens uiſum & diametrum i k perpendicularẽ ſuper aquæ ſuperficiem. Idẽ quoq; accidet ſi plures ſint diametri ſignatæ in ſuperficie baſis colũnæ: ſemper enim forma cẽtri e uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis: & diameter decliuis uidebitur incuruari apud ſuperficiẽ aquæ, & cõtinere angulũ obtuſum cũ parte ſui, quæ eſt intra aquá: quæ pars intra aquá ſemper uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quòd forma pũcti a uiſi in corpore diaphanitatis groſsioris, quàm ſit aeris diaphanitas, uidetur extra locũ ſuũ eleuata in rectitudine perpẽdicularis, exeuntis ab illo pũcto ſuperficiei corporis diaphani: cũ linea d b cõtinuans d centrũ uiſus cũ puncto refractionis b, nõ fuerit perpẽdicularis, ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani. Et quia (ſicut inſtrumentaliter & per rationẽ oſtenſum eſt per 11 huius) omne punctum comprehẽditur à uiſu in ipſius uiſus oppoſitione & in rectitudine lineæ, per quam extenditur forma ad uiſum: puncta ergo, quæ uiſus comprehẽdit per refractionem, quia ſunt in oppoſitione uiſus ſecundũ lineam rectam, in cõmuni ſectione perpẽdicularis a e & lineæ d a productæ ad perpendicularẽ neceſſariò uidẽtur. Eſt ergo punctus ille, in quo illę lineæ duæ tiliori ad groſsius, adhuc idẽ accidit quod in præmiſsis: quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni ſectione lineæ refractionis, per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpẽdicularis, ductæ à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis, à qua fit refractio. Aſſumatur enim uitrum ſuperficierum planarum & æquidiſtantium, cuius longitudo ſit octo digitorum, latitudo & ſpiſsitudo ſit æqualis: quælibet quatuor digitorũ. Deinde baſi columnæ ligneæ prędictæ prius inſcribatur linea decem digitorũ per 1 p 4: quæ ſit l m: eritq; medietas lineæ l m quinq; digitorũ: diuidaturq; in duo ęqualia in pũcto n: & à cẽtro baſis, quod eſt e, ducatur linea e n: & ,producatur illa linea ex utraq; parte ad peripheriã ut fiat diameter o n e p. Erit itaq; per 3 p 3 linea e n perpendicularis ſuper lineã l m: & ducatur linea e l: & compleatur diameter l q: hæ itaq; duæ diametri o p & l q profundẽtur cultro: & impleatur diametri p o concauitas colore albo, & diametri l q cõcauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſim columnæ, taliter, ut altera extremitas longitudinis ſuperponatur medietati lineæ l m, quæ eſt n l. Et quia uitrum eſt in longitudine octo digitorũ, & linea l n quinq; digitorum: patet quòd longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n in tribus digitis: & diſtinguãtur de uitro tres digiti, de quibus duo erũt ex parte diametri l q decliuis extra circulũ: & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrũ p o perpendicularẽ ſuper lineã l m: ſitq; corpus uitri ex parte centri e, ſcilicet inter lineã l m & centrũ e: & ſic applicetur uitrum tabulæ per glutinum: erit itaq; perpendicularis p o erecta ſuper extremitates uitri, quæ ſunt ſuperficies duæ æquidiſtantes: & diameter l q erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaq; peripheria circuli, cui ſuperemineat extremitas uitri, ex parte uiſus experimentantis: & ponatur alter uiſuũ in differẽtia cõmuni circumferentiæ baſis & extremitatis uitri: hoc eſt in pũcto l, quod eſt extremitas diametri decliuis, quę eſt l q: & applicetur taliter uitro, ita qđ nihil uideatur cũ illo oculo, niſi ſolus pũctus l: reliquus



uerò

uerò uiſus ſit in parte,in qua eſt uitrũ & circulus: & cooperiatur illud,quod opponitur ei ex ſuperficie uitri cum panno linteo uel bombace, applicata taliter ſuperficiei columnæ, ut non uideatur, niſi ſola diameter decliuis l q per unum uiſum contingentem uitrum: diameter uerò p o perpendicularis alba uideatur utroq; uiſu. Sic itaq; diſpoſito uiſu & inſtrumento:centrum circuli e inuenietur in rectitudine diametri p o albæ, quæ eſt erecta ſuper ſuperficiem uitri: & inuenietur diameter decliuis,quæ eſt l q,incuruata in ſuperficie uitri,quæ eſt ex parte centri e:cadetq; angulus incurua-tionis ex parte circumferentiæ: ſed uiſus comprehendet partem diametri l q, quæ eſt ſub uitro, in rectitudine. Et quoniam uiſus tangit ſuperficiẽ uitri,& diametri perpendicularis (quæ eſt p o) aliqua pars eſt ſub uitro, & alia extra uitrum ex parte cẽtri e,& alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri,ut eſt eius pars,quæ o n: pars illa,quę eſt ſub uitro,comprehenditur à uiſu exiſtente extra uitrum ſecundũ refractionem: & pars o n,quæ eſt ex parte extremitatis diametri,comprehenditur à uiſu extra uitrum exiſtente rectè & ſine refractione: pars autem,quæ eſt ex parte centri, comprehenditur ab utroq; uiſu per refractionem. Nam lineæ exeuntes à centro uiſus contingẽtis uitrum, & extenſæ in corpore uitri peruenientes ad ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte centri, omnes fiunt decliues ſuper ſuperficiem uitri. Pars ergo perpendicularis diametri p o,illa,quæ eſt ex parte cẽtri, comprehenditur à uiſu contingente uitrum per refractionem: lineæ uerò exeuntes à reliquo uiſu ad ſuperiorem uitri ſuperficiem erunt decliues ſuper ſuperiorem uitri ſuperficiem. Cum ergo extenduntur ad ſuperficiem uitri reliquam,quę eſt ex parte centri e,erunt etiam decliues ſuper illam, ut patet per 23 th.1 huius:illæ enim ſuperficies uitri ſunt æquidiſtantes ex hypotheſi. Viſus itaq; illo comprehendet etiam partem diametri p o,quæ eſt uerſus cẽtrum e,duabus refractionibus:partem uerò,quæ eſt ſub uitro,una ſola refractione: partem uerò ſuperiorem, quæ eſt p o, comprehendet abſq; refractione:uterq; tamen uiſuum comprehendit hãc diametrum p o rectam. Et ſi experimentator cooperto altero uiſu aſpiciat ſolum per uiſum, qui poſitus eſt ſuper uitrum: comprehendet perpẽdicularem p o rectam: & ſi eleuauerit uiſum à ſuperficie uitri,& intueatur diametrum p o ultra uitrum: comprehendet tamen ipſam lineam rectam, quamuis comprehendat ipſam ſecundum refractionem:quoniam quilibet punctus diametri p o,& ſi non comprehendatur à uiſu in ſuo loco, comprehenditur tamen in rectitudine perpendicularis, quæ exit à puncto illo ſuper ſuperficiem uitri: hæc autem eſt ſola ipſa linea p o per 20 th.1 huius: quoniam ab uno puncto ſuper quamcunq; ſuperficiem unam tantùm perpendicularem duci eſt poſsibile: hæc autem linea,quæ eſt p o,à quolibet ſui puncto procedit perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri. Omnis ergo refractio ſuorum punctorum fit ſuper ipſam eandem. Forma itaq; centri e,quando uiſus tangit uitrum,comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro e ſuper ſuperficiem uitri: & diametri decliuis l q pars extra uitrum exiſtens uerſus centrum e comprehẽditur non in ſuo loco: ideo quia punctus centri e non comprehenditur à uiſu,niſi præter ſuum locum:& cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ:tunc forma centri e uidetur ſub centro baſis columnæ. Quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in ſecũdo medio rarioris diaphani illo diaphano,in quo eſt uiſus,eſt in rectitudine perpendicularis,productæ ab illo puncto ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani,quod eſt contingens uiſum,& eſt remotior à ſuperficie eiuſdem diaphani quàm ipſum punctum,cuius uidetur forma:& quoniam omne punctum comprehenſum à uiſu per 12 huius eſt in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum: patet quòd forma cuiuslibet puncti in quibuſcunq; diaphanis taliter ſituatis comprehenditur in puncto,qui eſt communis ſectio lineæ,per quam forma peruenit ad uiſum,& lineæ perpendicularis,exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani,quod eſt contingens uiſum. Et patet ex præmiſsis corollarium. Locus enim formæ puncti rei uiſæ per refractionem, quãdo fit illa refractio in medio ſecundi diaphani denſiore primo: tunc locus imaginis approximat ipſi uiſui, ut patet in experimentatione primã de centro e,cum ipſum uidetur ſub aqua:cum uerò fit refractio à ſuperficie alterius diaphani rarioris primo diaphano contingente uiſum: tunc locus imaginis elongatur à uiſu, ut patet in experimentatione ſecunda de centro e uiſo ſub uitro approximato uiſibus, cuius forma per medium rarius uitro,quod eſt aer, diffunditur ad uitri ſuperficiẽ, & per uitrum refringitur ad uiſum: ut etiam exemplariter patet in prima figura præſentis propoſitionis:punctum enim x propinquius eſt uiſui exiſtenti in puncto d,quàm punctum z. Patet itaq; propoſitum.

16. Formæ puncti rei uiſæ per refractionem,exiſtentis in medio ſecundi diaphani,locus imaginis quandoq; eſt in ipſo ſecundo corpore diaphano: quandoq; in eius ſuperficie ut in ipſo puncto refractionis: quandoq; eſt inter uiſum & illud corpus diaphanum: quandoq; retro uiſum: quandoq; in ipſa ſuperficie uiſus.

Quia enim oſtenſum eſt per præmiſſam, quòd lòcus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per rèfractionem uiſæ eſt in communi ſectione lineæ,per quam forma peruenit ad uiſum,& lineæ perpendicularis, exeuntis ab illo puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani uiſum contingentis:cum itaq; illæ lineæ neceſſariò concurrant: aut æquidiſtent: patet quòd ſi concurrunt,ubicunq; illæ lineæ ſe interſecuerint,ſiue hoc ſit intra corpus diaphanũ,in quo eſt pũctus rei uiſæ: ſiue fuerit extra illud corpus inter uiſum & ſuperficiẽ illius corporis:ſiue hoc fuerit in centro uiſus,ſiue retro uiſum:ibi ſemper erit locus imaginis formę puncti rei uiſæ. Si uerò illa linea,per quam forma peruenit ad uiſum,fuerit æquidiſtans illi perpẽdiculari:tunc non erit aliqua certitudo propria loci

illius

illius imaginis, nisi solum ipsum punctum refractionis. In illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idē, quando linea refractionis & dicta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant: nec indigent hæc alia demonstratione, nisi illa quam in 11 th. 8 huius in speculis sphæricis cōtrauis posuimus: hæc enim refractio, ut patet per 7 huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diaphani, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ: unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde. Patet ergo propositum: diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum, à quibus fit refractio.

17. In refractione formarum à superficiebus corporū alterius diaphanitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas, per quas forma extenditur ad uisum, semper fit refractio in superficie corporis alterius diaphanitatis, ut linea, per quam forma extenditur in medio unius diaphani, angulum contineat cum linea illa, per quam in secundo diaphano forma peruenit ad uisum: sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diaphani non refringitur: & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secūdæ, per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis, exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaphani uisum contingentis per 15 th. huius: hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi: quoniam sola linea incidentiæ concurrit cū illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producūtur. Palàm ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem nisi in alio loco & situ, quàm sit ipsa res uisa: erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à positione rei uisæ. Et similiter est de remotione: hæc autem sunt quidam situs. Punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis, in refractione ex diaphano densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diaphano rariori ad densius se deprimit, remouendo se à centro uisus, ut patuit per corollarium 15 huius. Patet itaq; quòd locus imaginis semper se uariat: & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis, alium locum rei uisæ & situationem aliam accipiens secundum illud. Patet ergo propositum.

18. Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur, acsi res illius formæ sit in loco imaginis constituta. Alhazen 19 n 7.

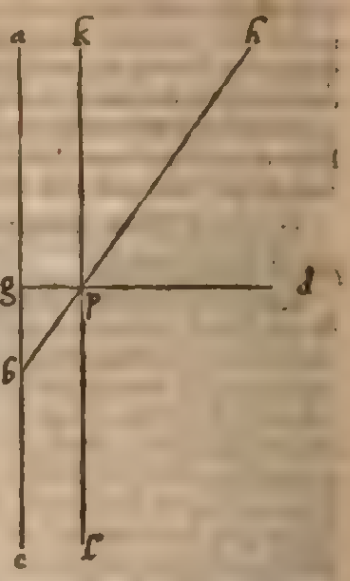
Sicut enim in 12 th. huius dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diaphani, ductam à puncto rei uisæ: deinde transfertur ab hac perpendiculari per motum in rectitudine lineæ, per quam forma peruenit ad uisum. Forma itaq;, quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiei corporis diaphani, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma, quę extenditur à pūcto uiso in rectitudine perpendicularis, exeuntis ex ipso super superficiem corporis diaphani, donec perueniat ad punctum sectionis inter hanc perpendicularem & lineam, per quam forma extenditur ad uisum. Forma itaq;, quam uisus comprehendit refractam ultra corpus diaphanum, est pēr motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis: comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis sicut alia, quæ in suo loco comprehenditur sine refractione per medium unius diaphani & directe. Videtur itaq; res distās tantùm à centro uisus, quantùm punctus imaginis distat ab eodem centro uisus: quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, est situs formæ, quæ est in loco imaginis: unde propter refractionē forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis. Patet ergo propositum.

19. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à qua fit refractio, existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diaphani qualiscunq; à nullo puncto illius superficiei fiet refractio: & una tantùm imago uisui occurret. Alhazen 21 n 7.

Esto centrum uisus punctus a: & punctus rei uisæ b: sitq; g aliquod punctum superficiei corporis, à qua fit refractio, quod sit grossioris uel rarioris diaphanitatis quàm corpus, quod est contingens uisum: ducaturq; a puncto a cētro uisus linea a g c: quæ sit perpendicularis super superficiem corporis secundi diaphani per 11 p 11: sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c. Palàm ergo per 3 th. huius quoniam uisus a comprehendet formam puncti b rectè sine omni refractione. Quia enim forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g ad superficiem corporis diaphani, quod est contingens uisum in puncto a: & quia linea b g est perpendicularis super superficiem corporis diaphani contingentis uisum: comprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b. Non est itaque possibile, ut punctum b extra lineam b g a refringatur ad uisum a. Si autem detur hoc esse possibile: sit superficiei illius diaphani, in qua est punctus refractionis g, alter punctus refractionis, qui sit p, extra lineam a g b: & refringatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p. Imaginemur itaque superficiem refractionis, in qua sit linea perpendicularis, quæ a g b, transire per punctum p: & sit communis sectio huius superficiei & superficiei corporis diaphani, in qua fit refractio, linea recta, quæ est g p d per 3 p 11: & à puncto p extrahatur perpendicularis super lineam g d per 11 p 1: quæ sit k p l: & sit linea k p l producta

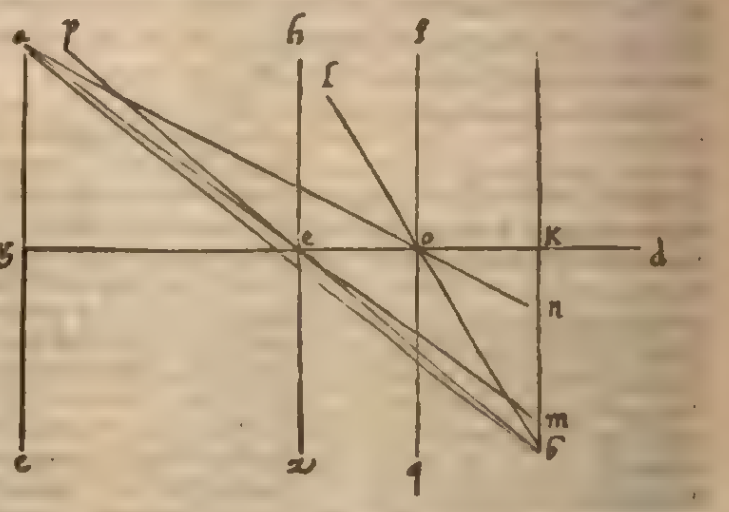
secans

secans ipsum corpus diaphanum, à cuius superficie fit refractio formæ púcti b ad uisum a. Est ergo linea k p l perpendicularis super superficiem illius corporis diaphani: ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diaphanũ usq; ad punctũ h. Erit ergo angulus k p h contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & à linea k p perpendiculari, exeunte à puncto refractionis, quod est p, super superficiẽ corporis diaphani. Quia itaq; corpus diaphanum, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo, quod est ex parte ipsius b puncti rei uisæ: tunc, cum forma puncti b peruenerit ad p punctum refractionis: palàm per 4 huius quia refringetur ad partem cõtrariam illi parti, in qua est perpendicularis k l: non ergo perueniet forma refracta ad lineam a b: ergo neq; ad punctum g a, quod est centrum uisus: sed datum est ipsum refringi à puncto p ad punctum a: accidit igitur impossibile cõtra hypothesim: & quocũq; alio puncto dato idem accidit impossibile. Non ergo refringitur forma puncti b ad uisum a ex aliquo puncto superficiei illius corporis diaphani dato extra lineam a g b: sed solùm forma illa pũcti b secundum rectitudinem peruenit ad uisum a. Quòd si corpus diaphanum contingẽs superficiem uisus sit densius illo corpore diaphano, quod est continens punctum rei uisæ: tunc eadem linea p h refringetur ad partem perpendicularis p k, propter densitatem diaphani secundi: nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k: ergo neque cum linea a b æquidistante ipsi p k per 6 p 11: quoniam ambæ lineæ a b & k l sunt erectę super superficiem corporis diaphani, in qua est linea g p d. Qualecunq; ergo fuerit diaphanum secundum, scilicet rarius uel densius primo diaphano, semper puncto rei uisæ sic dispositio, à nullo puncto illius superficiei diaphani fiet refractio ad uisum: sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ, secante superficiem corporis secundi diaphani in uno tantùm puncto g. Forma ergo illius puncti non comprehẽditur nisi ex uno tantùm puncto superficiei illius corporis diaphani: habet ergo tantum unicam imaginem non refractam. Quod est propositum.



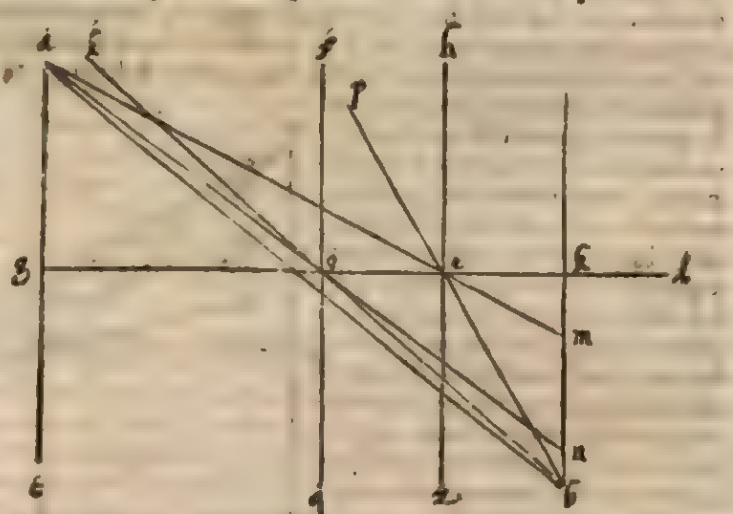
20. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à qua fit refractio, existente linea recta, punctoq; uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani densioris diaphano uisum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & uidebitur unica imago. Alhazen 22 n 7.

Remaneat dispositio, quæ in proxima præcedente: & sit punctus b extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a super superficiem secundi diaphani, quæ est a g c. Educatur quoq; superficies plana per lineam a g c & per punctum b: hæc itaq; erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani per 18 p 11: & secabit superficiem corporis diaphani secũdum lineam rectam per 3 p 11: quæ sit g d. Non ergo refringetur per 2 th. huius forma pũcti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei, in qua est linea g d: non enim transit per duo puncta a & b superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diaphani, nisi solum superficies transiens per perpendicularem a c: sed per perpendicularem a c, & per punctũ b non transit aliqua superficies plana nisi una sola tantùm. Forma ergo puncti b refringitur ad punctum a centrum uisus ab aliquo puncto lineæ g d: qui sit e: ducanturq; duæ lineæ b e & e a: & extrahatur à puncto e linea perpendicularis super superficiem g e d per 12 p 11: quæ sit h e z: quæ per 1 th. huius erit in illa superficie refractionis: erit ergo linea h e z perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diaphanorum: quia ducta est perpẽdiculariter in superficie erecta super illas ambas supficies. Producatur itaque linea b e in continuum & directum: & sit linea b e p: erit ergo linea e p cadens inter duas lineas e h & e a per 4 th. huius. Nam corpus diaphanum, quod est ex parte a centri uisus, est subtilius corpore diaphano, quod est ex parte b: ergo per idẽ 4 th. huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum perueniet ad e punctum datum refractionis, refringetur ad partem contrariam parti perpendicularis, quæ est z e b: erit ergo linea e p inter duas lineas e h & e a.



Ducatur

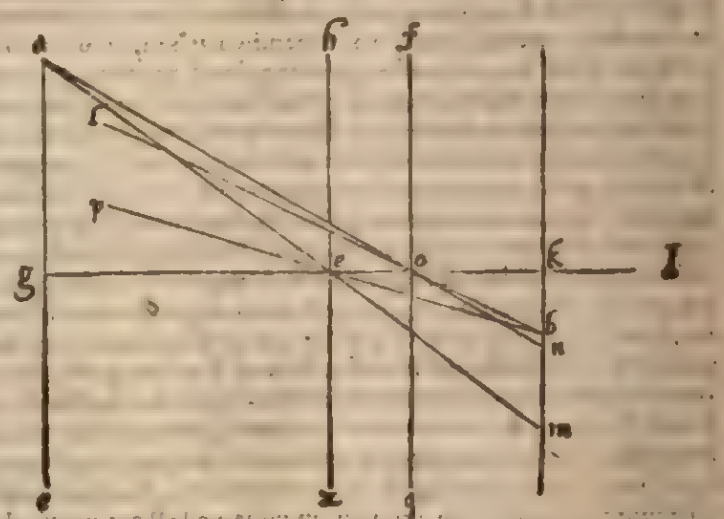
Ducatur itaq; à puncto uiſo b linea perpendicularis ſuper lineam g d per 12 p 1: quæ ſit b k: erit ergo linea b k perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quod eſt ex parte b per conuerſam 4 definitionis 11: quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie a b g erecta ſuper illá. Educatur itaq; linea a e in continuum: hęc itaq; reſecabit ab angulo b e k angulum æqualem angulo p e a per 15 p 1: ſecabit ergo per 29 th. 1 huius & lineam b k illi angulo ſubtenſam. Secet ipſa itaq; lineam b k in puncto m. Palàm itaq; per 15 th. huius quoniam punctus m eſt locus imaginis formæ puncti b: & angulus p e a eſt angulus refractionis. Dico itaq; quòd punctus b non habebit aliam imaginem præter quàm illam, quæ eſt in puncto m: nec forma eius refringetur ad uiſum in punctum a ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphani, quàm à puncto e. Nec enim poteſt forma puncti b comprehendi à uiſu, niſi ſecundum perpendicularem b k per 13 th. huius. Si itaq; punctus b aliam habuerit imaginem quàm in puncto m: erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k per 15 th. huius: quia corpus, quod eſt ex parte b puncti uiſi, eſt groſſioris diaphanitatis illo corpore, quod eſt ex parte uiſus a. Sit itaq; ſi poſſibile eſt illa alia imago formæ puncti b in puncto lineæ b k, quod ſit n. Erit itaque punctus n aut inter duo puncta m, k: aut inter duo puncta m, b. Ducatur quoq; linea a n à centro uiſus ad punctum n: hæc itaq; ſecabit lineam g d: ſunt enim puncta a, b, k in eadem ſuperficie cum linea g d, ut patet ex præmiſſis. Secet ergo linea a n lineam g d in puncto o: ducaturq; linea b o: quæ producta ultra punctum o ſignetur ad punctum l: erit itaq; pũctum o punctum refractionis formæ puncti b ad uiſum in punctum a: quia b o l eſt linea, per quam extenditur forma: & eſt angulus l o a angulus refractionis. Ducatur itaq; à puncto o linea perpẽdicularis ſuper lineam g d per 11 p 1, quæ ſit linea f o q: erit itaq; linea f o q perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani per 28 p 1 & per 8 p 11: & erit angulus l o f æqualis angulo o b k contento à perpendiculari k b & à linea b o, per quam extenditur forma ad locum refractionis per 29 p 1: quoniam, ut patet per 6 p 11, lineæ b k & f o q ſunt æquidiſtantes. Si itaq; punctus n fuerit inter duo puncta m & k: tũc punctus o erit inter duo puncta a e & k, ſecans lineam e k per 32 th. 1 huius: erit itaq; angulus e b k maior angulo o b k per 29 th. 1 huius: quia omne totum eſt maius ſua parte. Et quia angulus p e h eſt æqualis angulo e b k per 29 p 1, & angulus l o f æqualis angulo o b k per eandem 29 p 1: quoniam lineæ h z & f q & b k ſunt inter ſe æquidiſtãtes: erit ergo angulus p e h maior angulo l o f: & angulus p e a eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui eſt p e h: & angulus l o a eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui eſt l o f: angulus ergo p e a eſt maior angulo l o a per 8 huius. Oſtenſum eſt enim in corollario, quod ſequitur, tabulas ibi poſitas, cuius ueritas patet ex præcedente experimentatione: quoniam anguli refractionum in medio ſecundi diaphani groſſioris, quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis ſub linea perpẽdiculari, ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem diaphani, & à lineis refractis ad uiſum, in maioribus angulis incidentiæ ſunt maiores, & in minoribus ſunt minores: ergo angulus a e h eſt minor angulo a o f: quod eſt impoſsibile. Quoniam enim per 21 p 1 angulus a e g eſt maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g ſunt æquales per 29 p 1, & quia ſunt recti: patet ergo quoniam angulus a o f eſt maior angulo a e h. Cum ergo ſequatur impoſsibile ex datis: patet quòd punctum n non cadit inter puncta m & k. Similiter quoque ſequitur ex illis datis, ut angulus a e b ſit minor angulo a o b: quod eſt impoſsibile, & contra 21 p 1 producta linea a b, quæ ambobus illis angulis ſubtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producuntur. Si enim angulus p e a ſit maior angulo l o a: ergo per 13 p 1 angulus a e b eſt maior angulo a o b: eſt enim uterq; illorum ſuper angulum ſuæ refractionis reſiduum duorum rectorum. Quòd ſi punctus n, qui datus eſt eſſe locus ſecundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b lineæ b k: tunc punctus e erit inter duo puncta o & k per 32 th. 1 huius: quod poteſt oſtendi, ut prius: & erit angulus e b k minor angulo o b k: erit ergo, ut prius, angulus p e h minor angulo l o f: & erit angulus p e a, qui eſt angulus refractionis, minor angulo l o a, qui eſt etiam angulus refractionis: angulus ergo a e b eſt maior angulo a o b: quod eſt impoſsibile, ut prius per 21 p 1 ducta linea a b. Impoſsibile eſt ergo quòd punctus n ſit locus imaginis formæ puncti b: ergo neque aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m. Punctus itaq; b exiſtens in propoſito ſitu non habebit alium locum imaginis, reſpectu uiſus a, niſi ſolum punctum m: nec refringetur ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphani ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e. Quod eſt propoſitum.

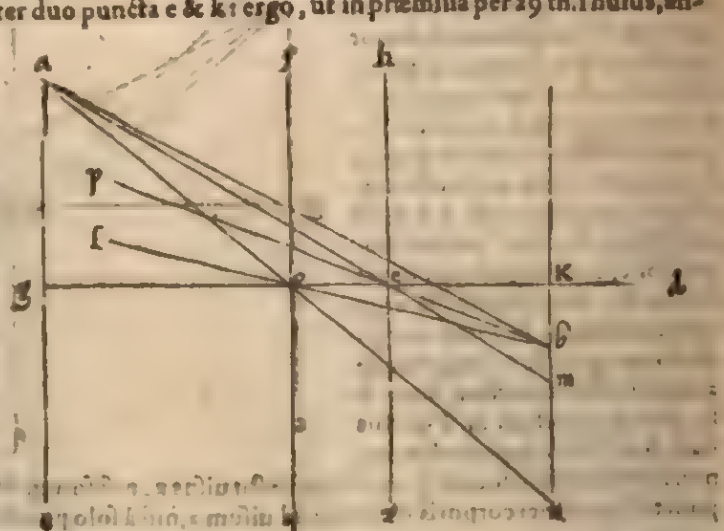


21. *Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit re-*

fractio, existente linea recta a, puncto q, uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani rarioris corpore diaphano uisum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica uidebitur imago. Alhazen 23 n 7.

Remaneat omnis dispositio, ut in præcedentibus, nisi quòd corpus diaphanum, in cuius superficie est linea g d & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diaphanitatis illo corpore, quod est ex parte b puncti rei uisæ: & illud, quod est ex parte puncti b sit rarius: & sit linea b k ducta à puncto rei uisæ per 11 p 11 perpendicularis super superficiem corporis diaphani: fiatq; refractio formæ puncti b ad uisum a ex puncto superficiei illius corporis, quod sit e: & ducantur lineæ b e & e a: protrahaturq; linea b e usq; ad punctum p ultra superficiem corporis, in qua est linea g d, & à puncto refractionis, quod est e, ducatur linea h e z perpendiculariter super lineam g k: cadet ergo linea a e media inter duas lineas e p & e h. Nam prima linea, per quam extenditur forma ad locum refractionis, est linea b e p: fit autem refractio ad partem perpendicularis e h per 4 huius: nam corpus, quod est ex parte uisus a, est grossioris diaphanitatis corpore, quod est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothesi. Protrahatur itaque linea a e ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b: concurret autem cum illa per 2 th. 1 huius: secat enim eius æquidistantem h e z: secet ergo lineam k b in puncto m. Erit itaque per 15 th. huius punctus m locus imaginis formæ puncti b: & profundabitur sub puncto b ultra situm rei uisæ, cuius ipsum habet formam. Nam corpus, quod est ex parte b, est subtilius illo corpore, quod est ex parte uisus a. Dico itaque quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à solo puncto e: & quod non habet imaginem, nisi in solo puncto m. Si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines quàm illam, quæ est in puncto m: sit, ut habeat imaginem in puncto alio, quod sit n. erit itaque punctus n in linea perpendiculari b k per 12 huius: & infra punctum b per 15 th. huius: propter corporum diaphanorum mediorum propositam diuersitatem. Aut igitur erit punctus n inter duo puncta m & b: aut sub puncto m. Sit primò inter duo puncta b & m: ducaturq; linea a n: quæ secabit lineam e k per 32 th. 1 huius: quia ipsi producto à puncto lateris m e secat latus k m in trigoni e k m remotius à puncto a, quàm est latus k e: & etiam ideo, quia puncta a & b sunt in eadem superficie, & linea e d est iacens inter illa puncta. Secet ergo ipsam in puncto o: est itaque o punctus refractionis: & ducatur linea b o: quæ transeat usq; ad punctum l: & ex puncto o extrahatur linea f o q perpendiculariter super lineam g o d per 11 p 1. Linea itaque b o est illa linea, per quam forma puncti b extenditur ad punctum refractionis, quod est o. Linea quoque o a erit inter duas lineas o l & o f: quoniam in tali dispositione mediorum diaphanorum semper fit refractio ad perpendicularem per 4 th. huius. Si itaque punctus n fuerit inter duo puncta m & b: erit per 32 th. 1 huius punctum o inter duo puncta e & k: ergo, ut in præmissa per 29 th. 1 huius, angulus o b k erit minor angulo e b k: quoniam pars est minor suo toto: sed per 29 p 1 angulus l o f est æqualis angulo o b k, & angulus p e h est æqualis angulo e b k: ideo quòd lineæ h e & f o & k b sunt æquidistantes: est ergo angulus l o f minor angulo p e h: angulus itaque l o a, qui est angulus refractionis, per corollarium 8 huius est minor angulo p e a, qui est etiã angulus refractionis: ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f super angulum refractionis, qui est l o a, est minor angulo a e h, qui remanet de angulo p e h super angulum refractionis, qui est p e a per eandem 8 huius: sed angulus a o f est æqualis angulo a m k per 29 p 1: & angulus a e h est æqualis angulo a m k per eandem 29 p 1.



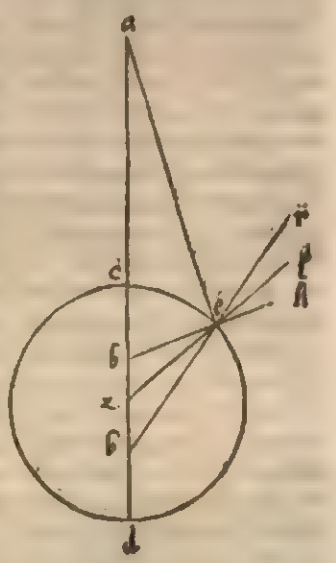


angulus

angulus itaque a n k est minor angulo a m k: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Si autem punctus n fuerit infra punctum m: tunc, ut prius in proxima huius, deductione facta punctus e cadet inter puncta o & k: & erit angulus o b k maior angulo e b k per 29 th. 1 huius, & quia totum est maius parte: angulus ergo l o f erit maior angulo p e h per 29 p 1: ergo angulus l o a est maior angulo p e a: & angulus a o f est maior angulo a e h per 8 huius, ut prius: ergo angulus a n k per 29 p 1 est maior angulo a m k: quod est impossibile, & contra 16 p 1. Non est ergo imago formæ puncti b in puncto n, nec in aliquo alio puncto lineæ m b k, præter quàm in puncto m: quoniam idem impossibile accidit in omnibus datis punctis. Ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio: & unica uisui occurret imago. Patet ergo propositum.

22. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, puncto q, uiso existente in perpendiculari, ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diaphani: forma rei uisæ à nullo puncto fiet refractio: & una tantùm uidebitur imago. Alhazen 26 n 7.

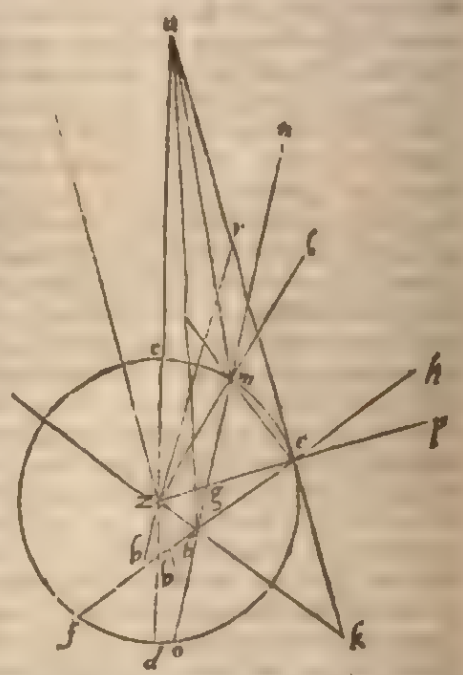
Sit centrum uisus punctum a: sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diaphanum grossius illo corpore diaphano, quod est circa uisum: & sit superficies illius corporis diaphani, quod est ex parte b, superficies conuexa, illa, quæ est ex parte uisus a: sitq; communis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diaphani per 69 th. 1 huius circulus c d e: cuius centrum sit punctus z: & ducatur linea a c z d, quæ necessariò erit perpendicularis super superficiem corporis diaphani per 72 th. 1 huius: quoniam transit per punctum z centrum eius: sitq; b punctus rei uisæ in perpendiculari linea, quæ est a d. Tunc itaque uisus a comprehendet formam puncti b sine aliqua refractione. Nam forma, quæ extenditur secundum lineam d a, extenditur rectè in corpore diaphano, quod est ex parte uisus a per 3 huius: ideo quòd linea d a est perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus: comprehendet itaque uisus a formam puncti b in suo loco, & rectè: sed & in hac dispositione forma puncti b nunquam refringitur ad a uisum. Aut enim punctus rei uisæ, qui est b, erit in centro corporis diaphani, quod est z: aut extra illud. Si fuerit in centro z: tunc nulla linea, per quam extenditur forma puncti b ad circumferetiam circuli c d e, refringitur ad uisum a: quoniam omnes illæ sunt semidiametri, perpendiculares super superficiem conuexam corporis diaphani. Et quia sola linea z, a exit à centro circuli c d e ad uisum: patet quòd forma puncti b non refringitur ad uisum a, cum punctus b fuerit in centro z. Quòd si punctus b fuerit in linea c d extra centrum z: aut igitur erit in linea d z: aut in linea z c. Si sit in linea z c, adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile, esto quòd refringatur ex puncto e: & ducatur linea b e: & protrahatur extra circulum ad punctum h: & protrahatur linea z e extra circulum ad punctum p: erit itaque linea z p perpendicularis super superficiem corporis diaphani, quod est ex parte uisus. Cum itaque corpus diaphanum, quod est circa uisum, fuerit rarius corpore diaphano, quod est circa rem uisam, & circa punctum b: patet per 4 huius quòd forma puncti b, quàdo extenditur per lineam b e, refringitur in puncto e ad partem contrariam illi parti, in qua est perpendicularis z p: non ergo refringitur tunc forma puncti b ad uisum a. Quòd si punctum b sit in linea d z, adhuc non refringitur forma puncti b ad uisum a. Si enim hoc est possibile, sit, ut refringatur ex puncto e: & producatur linea b e ad punctum r: & protrahatur linea z e ad punctum p: sitq; ut forma puncti b refringatur ad uisum a ex puncto e per lineam e a: palàm itaq; quoniam angulus r e a est angulus refractionis: & angulus r e p est contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte ab e puncto refractionis super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio: ergo per corollarium 8 huius angulus refractionis, qui est r e a, est minor angulo incidentiæ, qui est r e p: & linea b z aut est minor quàm linea z e: aut æqualis ei: quia punctus b aut est inter duo puncta d & z, aut in puncto d: est itaque per 18 & per 5 p 1 angulus e b z aut maior angulo b e z, aut æqualis ei: sed angulus a e r per 16 p 1 maior est angulo e b z: ergo & angulo b e z: & angulus r e p per 15 p 1 est æqualis angulo b e z. Erit ergo angulus a e r maior angulo r e p: quod est contra præostensa & impossibile. Forma ergo puncti b non refringitur ad uisum a ex puncto e: sed nec ex alio puncto circuli c d e: nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in superficie corporis diaphani, in quo est punctum b, existentium, ut patet per 1 huius. Palàm ergo quoniam existente puncto b in linea g d, non comprehenditur forma eius à uisu a per refractionem ex aliquo puncto superficiei corporis densioris: & non comprehenditur nisi solum unum punctum: quoniam linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani densioris non secat illius corporis superficiem, nisi in uno tantùm pũcto: unica ergo tantùm uidetur imago. Similiter quoq; demonstrandum si corpus diaphanum, quod est circa centrum uisus punctum a, fuerit densius corpore diaphano, quod est circa punctum rei uisæ, quod est b. Tunc enim semper



fiet refractio ad perpendicularem ductam à dato puncto refractionis, & nunquam fiet ad centrum uisus punctum a: siue punctum rei uisæ fuerit in linea c z: uel in linea z d: & sequuntur maiora impossibilia quàm prius. Et si fuerit in centro z: patet quòd non refringitur, sed uidetur directè forma eius: & unica est eius imago. Patet itaq; propositum secundum omnes eius modos.

23. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, puncto q; uiso tacente extra perpendicularem, ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diaphani grossioris corpore diaphano uisum cõtingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica uidebitur imago: loco tamen imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus. Alhazen 27 n 7.

Esto dispositio, quæ in proxima præmissa, nisi quòd punctus rei uisæ, qui est b, sit extra lineam a e d, tamen intra circulum c d e. Et quia forma puncti b non refringitur ad uisum a, nisi à circumferentia circuli c d e: quæ est in superficie refractionis, ut patet per 1 huius, & ex hypothesi: fitq; illa refractio à concauitate corporis diaphani, quod est ex parte uisus contingens conuexum corporis diaphani ex parte rei uisæ: fit, ut refringatur ad uisum a ex puncto e circuli c d e: dico quòd non potest ex alio puncto superficiei corporis illius refringi ad uisum. Sit enim, si possibile est, ut refringatur ex puncto alio circuli c d e, quàm ex puncto e: qui sit punctus m: & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, z e, z m: sit quoq;, ut lineæ z e & b m, cum sint in eadem superficie circuli c d e, secent se in puncto, quod sit g: & producatur linea b e extra circulum usq; ad punctum h: & linea b m usq; ad punctum n: & linea z e usq; ad punctum p: & linea z m usq; ad punctum l. Erit itaq; angulus h e p per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ: quoniam uterque illorum est contentus sub linea e b, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis, qui est e, super superficiem corporis, à quo fit refractio: eritq; angulus h e a angulus refractionis: & erit angulus l m n per 15 p 1 æqualis angulo incidentiæ contentus sub linea n m, per quam extenditur forma, & sub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis, qui est m: & angulus n m a est angulus refractionis. Erit itaq; angulus h e p aut æqualis angulo n m l: aut maior: aut minor. Si sit æqualis: tunc per 8 huius erit angulus h e a refractionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refractionis. Et quoniam uterque ipsorum cum suo compari ualet duos rectos per 13 p 1: erit tunc angulus a m b æqualis angulo a e b: quòd producta linea a b patet esse impossibile, & contra 21 p 1. Si autem angulus h e p sit minor angulo l m n: erit angulus h e a minor angulo n m a per 8 huius: erit ergo per 13 p 1 angulus a m b minor angulo a e b: quod iterum est contra 21 p 1 & impossibile. Si uerò angulus h e p sit maior angulo l m n: extrahatur linea e b in partem puncti b ad punctum circumferentiæ, qui sit f: & extrahatur linea m b ultra punctum b ad punctum circumferentiæ, qui sit o. Angulus itaque e b m erit per 54 th. 1 huius æqualis angulo, qui est apud circumferentiam, cadens in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o. Et cum angulus h e p ex hypothesi sit maior angulo n m l: erit angulus z e b per 15 p 1 maior angulo n m l: ergo & angulo b m z per eandem 15. Cum ergo angulus z e b sit maior angulo b m z: erit excessus anguli m z e supra angulum e b m, æqualis excessui anguli z e b supra angulum b m z per 32 p 1. Cum enim in trigonis e b g & m g z anguli intersectionis ad punctum g sint æquales, ut patet per 15 p 1, & quilibet reliquorum duorum angulorum cum suo tertio ualeat duos rectos: patet quòd duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni. In quanto ergo angulus z e b est maior angulo b m z, in tanto angulus m z e est maior angulo e b m. Arcus uerò respiciens angulum m z e, cum fuerit apud circumferentiam, erit duplus ad arcum m e per 20 p 3 & 33 p 6. Si ergo angulus m z e fuerit maior angulo m b e: tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o: & erit excessus arcus m e duplicati supra duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e supra arcum f o: quoniam arcus m e utrique est communis, quo ablato remanet idem excessus: & si uarietur proportio geometrica, non tamen uariatur proportio arithmetica. Excessus ergo anguli m z e supra angulum e b m, est ille, qui respicit apud circumferentiam excessum arcus m e supra arcum f o: sed excessus arcus m e supra arcum f o est minor duobus arcubus m e & f o: quoniam est pars arcus m e: ergo excessus anguli m z e supra angulum m b e est minor angulo m b e per 23 p 6, & ut patet ex præmissis. Excessus itaque anguli z e b supra angulum z m b est minor angulo m b e: ergo, ut suprà patuit per 15 p 1 excessus anguli h e p supra angulum n m l est minor angulo m b e: ergo excessus anguli refractionis, qui est h e a, supra angulum refractionis, qui est n m a, est multo minor angulo m b e per 8 huius: sed excessus anguli



guli h e a supra angulum n m a est excessus anguli a m b supra angulum a e b per 23 p 1: excessus itaque anguli a m b supra angulum a e b est minor angulo m b e: excessus uerò anguli a m b supra angulum a e b est duo anguli m a e & m b e: quod patet per 32 th. 1 huius producta linea a b. Duo itaque anguli m a e & m b e sunt minores angulo m b e, totum sua parte: quod est impossibile. Forma itaque puncti b non refringitur ad uisum a ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e: unicam ergo habebit imaginem. Et hoc est propositum primum. Sed & locus imaginis diuersatur secundum diuersitatem loci, in quo est punctum uisum, quod est b. Producatur enim linea b z ultra puncta b & z ad utramque partem trans circulum c d e: quæ aut concurret cum linea e a: aut erit æquidistans ei. Si concurrat: tunc concursus aut erit ad partem diametri, ad quam est b, propinquior peripheriæ, ut in puncto k: aut concurrent in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r. Si itaque concursus fuerit in puncto k: tunc per 15 th. huius erit imago ante uisum: & erit forma manifestè comprehensa à uisu: quoniam est in perpendiculari z k producta à centro corporis diaphani super superficiem corporis diaphani. Quod si concursus fuerit in puncto r: erit imago in puncto r: & tunc forma comprehenditur à uisu in eius oppositione: sed non manifestè, quia comprehenditur à uisu extra suum locum, scilicet extra superficiem corporis diaphani inter uisum & illam superficiem. Si uerò linea b z fuerit æquidistans lineæ e a: tunc erit linea b z media inter duas lineas k b z & b z r: & tunc imago uidebitur indeterminata: & forma comprehendetur in loco refractionis, ut patet per 15 huius. Et hoc est propositum. Ex his itaque patet, quòd res, cuius forma comprehenditur à uisu, existente ultra corpus diaphanum grossius corpore diaphano, quod est ex parte uisus, non fit refractio nisi ab uno tantùm superficiei illius corporis puncto: & res illa non habet, nisi imaginem unicam: neque comprehenditur, nisi unum tantum. Hæc enim refractio est à concauitate corporis diaphani, quod est ex parte uisus contingentis conuexum corporis diaphani, quod est ex parte rei uisæ. Patet etiam, quod secundum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum imaginum formę puncti b non transmutati secundum situm: quoniam eadem est huius cum præmisso modo alio declaratio, nisi quòd tunc puncta refractionum diuersificantur.

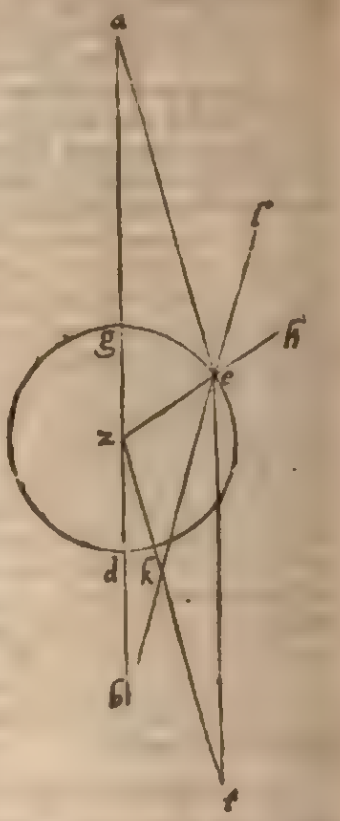
24. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, puncto q, uisoq; iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diaphani rarioris diaphano uisum contingente: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago, loco tamẽ imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus. Alhazen 28 n 7.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quòd punctum b nunc ponimus esse cẽtrum uisus, & punctum a punctum rei uisæ. Refringatur itaq; forma puncti a ad uisum b à puncto e: & erit linea refractionis e b. Forma itaq; extensa per lineam a e refringitur per lineam e b, sicut in præcedente propositione forma extensa per lineam b e refringitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a refringitur ad uisum b ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e: tunc utiq; forma puncti b refringeretur ad uisum a ex eodem puncto, ut ostensum est in 9 huius: sed iam in præcedente declaratum est hoc esse impossibile. Forma enim extẽsa per lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentem proximam non potest refringi ad uisum existẽtem in puncto a ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio puncto superficiei corporis diaphani: quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus. Non ergo refringetur forma puncti a ad uisum existentem in puncto b ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e: & unica tantùm uidebitur imago. De diuersitate quoq; locorum imaginum est item, sicut in præmissa, declarandum. Patet ergo propositum.

25. Cum superficies spharica conuexa corporis diaphani densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulum cõmunis sectionis superficiei refractionis & corporis spharici diaphani densioris: possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directè, & diuersa puncta eiusdem linea uideãtur refractè: totaq; forma illius linea refringatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno: & locus imaginis sua sit in centro uisus. Alhazen 29 n 7.

Esto communis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi densioris diaphani quàm est aer, circulus g e d, cuius centrum sit z: ducaturq; semidiameter z e: super cuius terminum e fiat per 23 p 1 angulus z e k æqualis maximo angulo incidentiæ, quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diaphano, ad uisum existentem extra illud diaphanum in aere uel in alio diaphano rariori, cum linea perpẽdiculari ducta à puncto e super superficiem illius corporis, à qua fit refractio: fiatq; angulus k e t per eandem 23 p 1 æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diaphana quæcunq; data, ut inter aquam & aerẽ, uel econuerso: hoc autem est possibile: quoniam omnes isti anguli per 8 huius sunt noti. Et à puncto z centro corporis grossioris ducatur linea æquidistans lineæ e t per 31 p 1: quæ producta ex utraque parte ad circumferentiam sit g z d: & linea e z ex parte puncti e protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum. Cum itaque, ut patet ex præmissis, proportio anguli z e k ad duplum anguli k e t sit ma-

xima proportio, quam angulus incidentiæ, quem continet linea, per quam extenditur forma puncti rei uisæ ad superficiem corporis, à qua refringitur, cum linea perpendicularis à puncto refractionis super superficiem illius corporis educta, possit habere ad angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ quo ad sensum (anguli enim refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diaphanitatis, à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorũ diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit: tunc sensus non comprehendet quantitatem refractionis: cõprehendet enim directè cẽtrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ, per quam extenditur: & hoc plenius experiri potest per instrumentum, quo superius usi sumus) & cum, ut patet ex præmissis, angulus e z d sit maior angulo k e t: ponatur ergo angulus d z t æqualis angulo k e t per 27 th. 1 huius. Quia itaq; linea e k concurrit cum linea e t: patet per 2 th. 1 huius quia concurrit cũ linea a d eius æquidistante: fit ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea z t cõcurret cum linea e t: fit, ut concurrat in puncto t. Et quia lineæ e b & z e sunt inter duas lineas æquidistantes, & in eadem superficie: patet quòd ipsæ se intersecant: sit pũctus sectionis k: eritq; per 32 p 1 angulus z k e æqualis duobus angulis k z b & k b z: sed angulus k b z est per 29 p 1 æqualis angulo k e t: angulus ergo z k e est æqualis duplo anguli k e t: ergo per 7 p 5 erit proportio anguli z e k ad angulum z k e maxima proportio, quę est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ (quem continet linea, per quam extenditur forma, & perpendicularis exiens à loco refractionis) & inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e per 31 p 1 ducatur linea æquidistans lineæ t z, quæ per 2 th. 1 huius cõcurret cum linea z g uersus punctum g: fit itaq; punctus concursus a: & extrahatur linea b e extra circulum g e d usq; ad punctum l: erit ergo angulus l e a æqualis angulo z k e per 29 p 1: & angulus l e h æqualis est angulo z e k per 15 p 1. Erit ergo, ut patet ex præmissis, angulus l e a angulus ille refractionis, quem exigit angulus l e h: quoniam per 15 p 1 angulus l e h est æqualis angulo z e k, qui acceptus est talis, ut proponitur. Si itaque centrum uisus fuerit in puncto a, aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diaphanum densius aere (cuius conuexum est ex parte uisus a) fuerit continuatum usque ad punctum b, & non fuerit distinctum apud circulum g d e ex parte b, ita ut diuersitas alterius diaphani non impediat naturam refractionis: tunc forma puncti b extenditur per lineam b e, & refringitur per lineam e a: & comprehenditur à uisu in puncto a per lineam e a. Et quoniam angulus refractionis, qui est a e l, potest diuidi pluribus portionibus earum, quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent dictæ perpendiculares cum lineis, per quas incidunt formæ corporibus diaphanis, à quarum superficie refringuntur: in linea itaque d b erunt plura puncta, quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refringuntur ab illo ad uisum a: & forma totius lineæ d b, in qua sunt omnia illa puncta, refringuntur ad uisum a ex arcu g e. Si itaque figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b in circuitu lineæ a b fixæ, & pars superficiei corporis diaphani, quæ est ex parte rei uisæ, fuerit sphærica: tunc punctum e, quod est punctum refractionis, signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a, à quo tota refringetur forma puncti b ad uisum a: sed locus imaginis in tota peripheria circuli refractionis erit unus: quoniam, ut patet per 15 huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrit linea extensionis formæ, quę est e a, & perpẽdicularis b z a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refringuntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est: & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus: & sic tota imago illius rei uisæ est una. Comprehenditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulũ refractionis: & unicus eius punctus superior circa punctum d uidetur in rectitudine perpendicularis, transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diaphano, & res uisa fuerit in alio diaphano densiori: & superficies corporis diaphani densioris, quæ est ex parte uisus, fuerit sphærica conuexa: fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus: fueritq; ille circulus remotior à uisu quam pũctum remotius formæ (cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b) distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam: & cũ corpus diaphanũ densius, quod est à parte rei uisæ, fuerit totũ continuũ usq; ad locũ, in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto mediũ interciſum: tunc uisus cõprehendet formã illius rei uisæ & uerè & refracte: & locus imaginis illius rei uisæ erit in cẽtro uisus: uidebitur aũt in superficie uisus. Quod est propositũ. Si uero sic accidat, ut perpẽdicularis ducta à re uisa super superficiẽ corporis, à qua fit refractio, æquidistet alicui illarum linearũ, per quas forma pertenit ad uisum, & alicui non: possibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis, à quo fit refractio, &

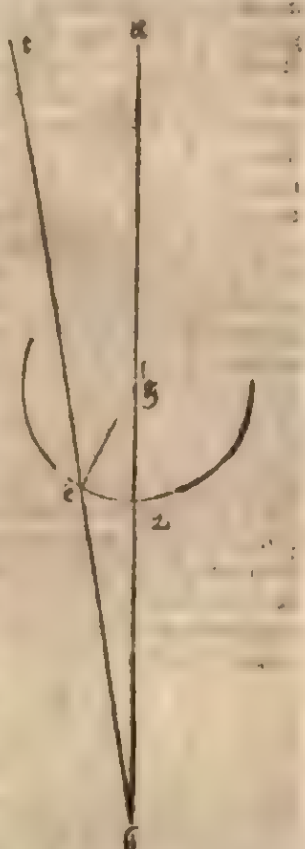


partim

partim in ſuperficie uiſus: & hoc erit ut monſtruoſum. Huiuſmodi quoq; infinita accidunt ſecundum diuerſitatem lineæ perpendicularis, reſpectu lineæ extenſionis ipſius formæ. Eodem quoq; modo demonſtrandum eſt, ſi punctus rei uiſæ fuerit in diaphano rariori, & centrum uiſus in diaphano denſiori, diſpoſita figura ſecundum diſpoſitionem illorum angulorum, qui tali pertinent refractioni.

26. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, exiſtente circulo, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem corporis diaphani oppoſitam uiſui: forma rei uiſæ rectè occurret uiſui, & à nullo puncto fiet refractio: una quoq; tantùm uidebitur imago. Alhazen 30 n 7.

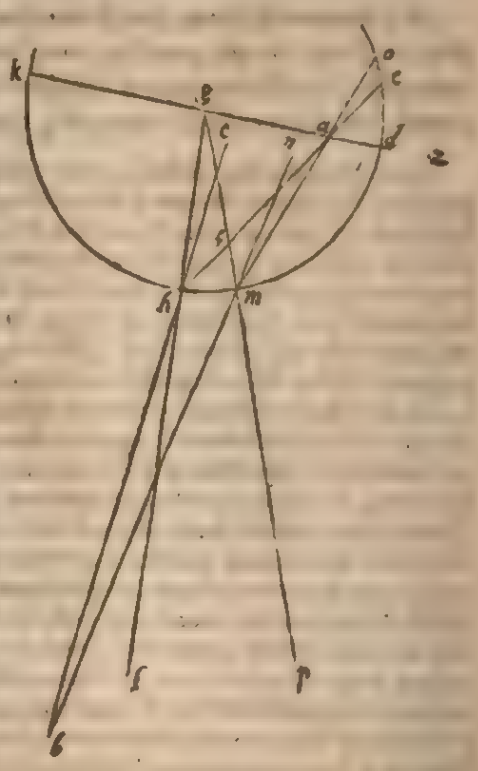
Sit a centrum uiſus: & ſit b punctus rei uiſæ ultra corpus diaphanum, quod ſit, exempli cauſſa, groſsius illo, in quo eſt centrũ uiſus a: ſit quoq; corporis groſsioris ſuperficies, quæ eſt ex parte uiſus ſphærica cõcaua: cuius ſit centrũ g. Dico quòd pũctis a & b exiſtentibus in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiẽ illius corporis concaui: tunc b punctus rei uiſæ unam ſolam habebit imaginem, & unam tantùm formam apud centrum uiſus a. Ducatur enim linea a g: & extrahatur rectè uſq; ad punctum z. Erit ergo per 72 th. 1 huius linea a z perpendicularis ſuper ſuperficiem concauam corporis diaphani. Sit quoq; punctus b in linea a z: uiſus itaq; a comprehendet formam puncti b in rectitudine lineæ a b: quoniam linea a b eſt perpendicularis ſuper concauam ſuperficiem illius corporis, quod eſt diaphanum groſſius: neq; ab aliquo puncto ipſam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium ſi detur eſſe poſsibile: eſto, ut forma puncti b refringatur ad a uiſum à puncto corporis e: & ducantur lineæ b e & g e: eritq; linea g e perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio: & extrahatur linea b e uſq; ad punctum t: angulus itaq; t e g eſt angulus incidentiæ contentus à linea, per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Et quia corpus, quod eſt ex parte uiſus a, ſubtilius eſt illo, quod eſt ex parte rei uiſæ, in qua eſt punctum b: palàm per 4 huius quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti, in qua eſt perpendicularis, quæ e g: & linea e t non concurrit cum linea b a aliquo modo. Forma ergo puncti b non refringitur ad uiſum a. Non ergo cõprehendet uiſus ipſam refractè, ſed ſolùm rectè: non ergo habebit apud uiſum a punctum b niſi unam ſolam formam & unam imaginem. Si uerò corpus, in quo eſt res uiſa, fuerit rarius corpore, in quo eſt centrũ uiſus, adhuc eadem eſt demonſtratio: nec enim adhuc perueniet refractio ad centrum uiſus. Patet ergo propoſitum.



27. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, exiſtente circulo, punctoq; uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem concauam oppoſitam uiſui corporis groſsioris diaphano contingente uiſum: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago: loco tamen imaginis diuerſificato ſecundũ diuerſitatem loci puncti uiſi. Alhazen 31 n 7.

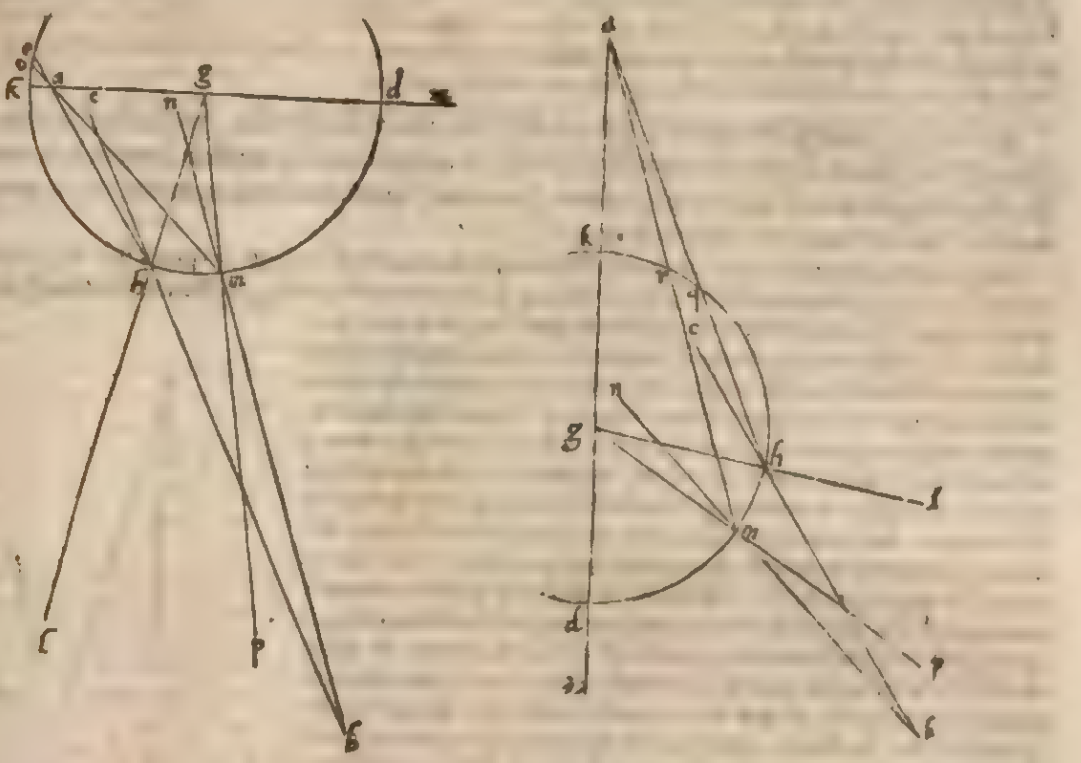
Eſto diſpoſitio, quæ in præcedente: & ſit punctus b extra lineam a z. Et quoniam, ut patet per 2 th. huius, omnis ſuperficies refractionis perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, ſit per 69 th. 1 huius communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei concauæ corporis diaphani, à quo fit refractio, circulus h d k, cuius centrum ſit g: & ſit punctus refractionis formæ puncti b ad uiſum a punctum h. Dico quòd nõ fiet refractio formæ puncti b ad uiſum a ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc ſit poſsibile, ſit illud aliud punctum refractionis m: & ducãtur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m: ſecetq; linea h a lineã m g in pũcto f: & protrahatur linea b h intra corpus diaphanum reliquum ad punctum e: & linea b m ad punctum n: & linea g h ad punctũ l: & linea g m ad punctũ p: ſecet quoq; linea a g protracta ultra punctũ g circumferentiã circuli in puncto k. Aut igitur centrum uiſus a erit in linea k d, quę eſt diameter circuli: aut extra illam ultra punctum k. Si uiſus a fuerit in linea k d: tunc aut erit in centro g: aut in altera duarum linearum g k uel g d. Si ergo fuerit a centrũ uiſus in centro g: tunc forma puncti b non refringetur ad uiſum a per prẽmiſſam proximã propoſitionem: lineæ enim continuantes corpus diaphanũ ſphæricũ cũ centro g, per 72. th. 1 huius ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiẽ corporis, quod eſt ex parte uiſus: non fit autem aliqua refractio formarum incidentium ſecundum lineas perpendiculares,

ut ibi oſtenſum eſt. Forma itaq; puncti b non refringetur ad uiſum a in centro corporis diaphani exiſtentem. Quòd ſi uiſus a fuerit in linea g d: tunc linea h c erit inter duas lineas h a & h g: & ſimiliter linea n m erit inter duas lineas m a & m g: quoniam per 4 huius & ex hypotheſi refractio fit ad partem contrariã parti ambarũ perpendicularium, quæ ſunt h g & m g: corpus enim diaphanũ, quod eſt parte uiſus a, eſt ſubtilius illo corpore diaphano, quod eſt ex parte rei uiſæ. Si autem linea h c fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uiſus fuerit in linea g d: tũc angulus b h a erit ex parte puncti d, ſcilicet reſpiciens punctũ d: & ſimiliter angulus b m a erit ex parte puncti d: & erit punctum b ultra lineam g h uerſus punctũ k: quod patet per 15 p 1. Si enim linea h c cadit inter lineas h a & h g: tunc oportet quòd linea h b cãdat inter lineas h l & g k: & erit angulus c h g angulus incidentiæ contentus à linea, per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h: & ſimiliter erit angulus n m g angulus incidentię: & erit angulus c h a angulus refractionis: & ſimiliter angulus n m a. Angulus uerò n m g aut erit æqualis angulo c h g: aut maior: aut minor. Si æqualis: ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a per 8 huius: & angulus b m a erit æqualis angulo b h a per 13 p 1: hoc aũt impoſsibile & cõtra 13 th. 1 huius, & 21 p 1, ut patet ducta linea b a. Si aũt angulus n m g ſit maior angulo c h g: erit quoq; per 8 huius angulus n m a maior angulo c h a: & ſic angulus b m a erit minor angulo b h a: quod eſt item impoſsibile, ut prius. Quòd ſi angulus n m g ſit minor angulo c h g: tunc angulus n m a per 8 huius erit minor angulo c h a: & ſic totus angulus refractus, qui eſt a m g, erit minor toto angulo retracto, qui eſt a h g: & erit diminutio anguli refractionis, qui eſt n m a, ab angulo refractionis, qui eſt c h a, minor quàm diminutio anguli a m g ab angulo a h g, quiambo ſunt anguli refracti: (& ſi quandoq; in eadem proportione plus excedit angulus refractus maior minorem, quàm illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8 huius, & ex tabulis) ſed diminutio anguli a m g ab angulo a h g eſt æqualis diminutioni anguli h g m ab angulo h a m: ideo quia duo anguli contrapoſiti, qui ſunt ad punctum f, punctũ ſcilicet ſectionis linearum h a & m g, ſunt æquales per 15 p 1, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m cuiuslibet cum ſuo tertio ualent duos rectos per 32 p 1. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a, ab angulo refractionis a h c eſt minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineę h a & m a ad circumferentiã circuli: & incidat linea a h puncto e: & linea m a puncto o: erit ergo angulus h a m ille angulus, quem reſpiciunt in circumferentia circuli h d k duo arcus h m & o e per 54 th. 1 huius: & angulũ h g m reſpicit in circumferentia arcus h m duplicatus per 20 p 3. Et quoniam angulus h g m eſt minor angulo h a m: ideo quia, ut patet ex præmiſsis, angulus a h g eſt maior angulo a m g: patet per 32 p 1 quia arcus duplicatus h m eſt minor duobus arcubus h m & e o: & erit diminutio arcus duplicati h m à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o: quoniam arcus h m utrobiq; eſt communis. Ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo, quem reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o: ſed angulus, quem reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o eſt minor angulo h a m, ut patet ex præmiſsis: ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a erit minor angulo h a m: ergo per 13 p 1 exceſſus anguli b m a ſupra angulum b h a eſt minor angulo h a m: ſed exceſſus anguli b m a ſupra angulum b h a per 33 th. 1 huius ſunt duo anguli h a m & h b m: ergo illi duo anguli ſunt minores angulo h a m, totum ſua parte: quod eſt impoſsibile. Quòd ſi centrum uiſus a, fuerit in linea g k: tunc, ſicut prius oſtenſum eſt, linea h c erit inter duas lineas h g & h a: & linea m n erit inter duas lineas m g & m a: erit ergo angulus b h a ex parte puncti k: & ſimiliter angulus b m a erit ex parte puncti k: & erit punctũ rei uiſæ, quod eſt b, infra lineam g m p ex parte d: & itẽ, ut prius, anguli c h g & n m g ſunt anguli incidentię contenti à lineis, per quas extenditur forma, & à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractiõis: & anguli c h a & n m a ſunt anguli refractiõis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tũc erit, ut prius, per 8 huius angulus c h a æqualis angulo n m a: & ſic item per 13 p 1 angulus b h a erit æqualis angulo b m a: quod eſt impoſsibile & contra 21 p 1 ducta linea b a, ut ſupra. Si uerò angulus c h g eſt maior angulo n m g: tũc per 8 huius angulus c h a erit maior angulo n m a: & ſic itẽ angulus b h a erit minor angulo b m a: quod eſt impoſsibile, ut ſuprà. Quod ſi angulus c h g fuerit minor angulo n m g: tunc angulus c h a eſt minor angulo n m a: & ſic totus angulus g h a erit minor totali angulo g m a: eritq; tũc modo præoſtenſo angulus h g m minor angulo h a m. Ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m erit minor q̃ angulus g m a: & diminutio anguli c h a ab angulo n m a eſt minor q̃ diminutio anguli g h a ab angulo g m a:



eſt ergo

est ergo minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m: ergo diminutio anguli c h a ab angulo n m a est minor quàm angulus g m a. Sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a est excessus



anguli b h a supra angulũ b m a p 13 p: excessus uerò anguli b h a supra angulum b m a sunt duo anguli h a m & h b m per 23 th. 1 huius: ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totum sua parte: quod est impossibile. Si uerò centrum uisus a fuerit extra diametrum k d: hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diaphanæ: quoniam ad partem z est conuexitas sphæræ corporis diaphani, à cuius superficie fit refractio. Si itaq; tunc corpus diaphanum, in quo est centrum uisus a, fuerit continuum ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m. Et quoniam illæ lineæ non sunt contingentes circulum d m k: palam per 57 th. 1 huius quoniam circulum secabunt: secetq; ipsum linea a h in puncto q. & linea a m in puncto r: & producantur aliæ lineæ, ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g: tunc angulus b h a est æqualis angulo b m a: quod est impossibile, ut prius. Et si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a: erit ergo per 13 p 1 angulus b h a minor angulo b m a: quod item est impossibile, ut suprà. Si uerò angulus c h g fuerit minor angulo n m g: erit angulus c h a minor angulo n m a: & totus angulus g h a minor toto angulo g m a: ergo, ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m: sed angulus h g m est ille, quẽ apud circumferentiã respicit arcus h m duplicatus: & angulus h a m est ille angulus, quẽ respicit in circumferẽtia excessus arcus h m supra arcũ r q, ut patet p 55 th. 1 huius: ergo arcus h m duplicatus est minor excessu arcus h m supra arcũ r q: qd est impossibile: quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte. Vbicunq; ergo secundum hypothesim præmissam sit punctum rei uisibilis, quod est b, extra perpendicularem ductam à centro uisus a super superficiem corporis diaphani oppositi uisui: patet quia imago formæ puncti b non refringitur ad uisum a, nisi ab uno tantùm puncto: & erit una tantùm imago refracta. Diuersificabitur quoq; semper locus imaginis secundum diuersitatẽ concursus perpendicularis ductæ à puncto b rei uisæ super superficiem corporis diaphani, à quo fit refractio, cum linea, per quam extenditur forma ad centrum uisus a: eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum: quandoq; ante uisum: quandoque in centro uisus. Et si illas lineas contingat fieri æquidistantes, ut non concurrant: erit locus imaginis in puncto refractionis: scilicet in superficie corporis, à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata sunt per 16 huius. Patet ergo propositum.

28. Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaphani, à quo fit refractio, existente circulo, punctoq; rei uisæ tacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super concauam superficiem, oppositam uisui corporis rarioris diaphano cõtingente uisum: ab uno tantùm puncto fiet refractio: & unica refracta uidebitur imago. Alhazen 32 n7.

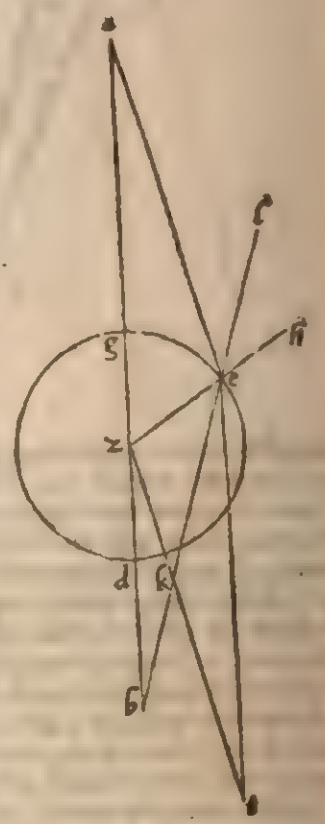
Remaneat omnis dispositio proximæ præcedentis, nisi quòd punctum b sit centrum uisus, & a sit punctũ rei uisę. Refringatur itaq; forma puncti a à puncto superficiei corporis diaphani, quod est h: & erit linea refracta, quę a h: forma itaq; extensa per lineã a h, refringitur p lineã h b: sicut in prędẽte figuratiõe forma extensa p lineã b h, refringitur p lineã h a. Si itaq; forma pũcti a refringitur ad uisum b ex alio pũcto circuli h d k, q̃ ex puncto h: tũc utiq; forma pũcti b refringitur ad uisum exi

stentem

ſtentem in puncto a exeodem puncto, ut patet per 9 huius: ſed iam in precedente declaratum eſt hoc eſſe impoſsibile. Forma enim extenſa per lineam b h & refracta per lineam b a, nó poteſt refringi ad uiſum in punctum h ab alio puncto circuli h d k quàm ex puncto h: neq; ex aliquo alio puncto ſuperficiei corporis diaphani: quoniam in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus. Non ergo refringitur forma puncti a ad uiſum exiſtentem in puncto b ex alio puncto circuli h d k, niſi ex puncto h: & unica tantùm uidebitur imago. Et hoc eſt propoſitum.

29. Concaua ſuperficie corporis diaphani denſioris aere uiſui oppoſitæ: poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus directè, & diuerſa puncta eiuſdem lineæ uideantur refractè: totaq; forma illius lineæ refringatur à portione ſuperficiei illius corporis: & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus. Alhazen 29 n 7.

Eſto per modum 25 huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & corporis ſphærici concaui denſioris aere (ut uitri uel cryſtalli) circulus g e d, cuius centrum ſit punctum z: ducaturq; ſemidiameter z e: ſuper cuius terminum, punctum e fiat per 23 p 1 angulus z e k æqualis maximo angulo incidentiæ, quem continet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diaphano, ad uiſum exiſtentem extra illud diaphanum in aere uel in alio diaphano rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e ſuper ſuperficiem illius corporis, à qua fit refractio: fiatq; angulus k e t per eandē 23 p 1 æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter illa corpora diaphana quæcunq; data, ut, exempli cauſſa, inter uitrum concauum & aerem (hoc autem eſt poſsibile: quoniam omnes iſti anguli per 8 huius ſunt noti) & à puncto z centri corporis concaui, ut uitri uel cryſtalli, ducatur linea æquidiſtans lineę e t per 31 p 1, quæ producta ex utraq; parte ad circumferentiam ſit g z d: & linea e z ex parte puncti e protrahatur extra corpus illud uſque ad punctum h. Atque ſic completa totali figuratione & demonſtratione 25 huius: patet quòd concaua ſuperficie corporis diaphani denſioris aere uiſui oppoſita, poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus uideatur directè, & diuerſa puncta eiuſdem lineæ uideantur refractè: totaq. forma illius lineæ refringatur ab una portione ſuperficiei illius corporis concaui uitrei uel cryſtallini, terminata ad circulum non magnum illius ſphæræ: & quòd punctus d uidetur ſecundum perpendicularem a d ſine refractione: omnium uerò aliorum punctorum lineæ d b formæ refringuntur. Perpendiculares quoq; omnium illorum punctorum ſunt in linea b a concurrentes cum lineis, per quas ueniunt formæ ad uiſum in ipſo centro uiſus puncto a. Patet itaq; propoſitum per 15 th. huius. Ex præmiſsis itaq; octo theorematibus patent paſsiones occurrentes uiſui propter medium ſecundi diaphani, in quo res eſt uiſa, cuius figura eſt ſphærica, ſiue ſit conuexa, ſiue concaua. Et quando corpore ſecundi diaphani exiſtente figuræ columnaris uel pyramidalis, communis ſectio ſuperficiei refractionis eſt linea recta: tunc omnino uniformis paſsio accidit uiſui per illa, ſicut accidit per corpora alia diaphana planarum ſuperficierum, quarum communis ſectio & ſuperficiei refractionis eſt linea recta, & eodem modo demonſtrandum. Quando uerò illa communis ſectio eſt circulus: tunc accidunt eadem in corporibus columnaribus diaphanis, quæ accidunt in corporibus ſphæricis concauis uel conuexis: præter hæc quòd à circumferentia unius circuli ſuperficiei corporis ſecūdi diaphani nō poteſt in talibus corporibus fieri refractio ad uiſum, ſicut oſtendimus in 23 huius à corporibus ſphæricis conuexis fieri. In corporibus uerò pyramidalibus diaphanis concauis uel conuexis non poteſt communis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei illius corporis eſſe circulus, ſicut oſtenſum eſt in ſuperficiebus reflexionum per 12 th. 7 & 2 th. 9 huius: quoniam etiam omnes ſuperficies refractionum erectæ ſunt ſuper ſuperficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per 2 huius: unde iſtæ paſsiones non pertinent ad illa. Quòd ſi communis ſectio ſuperficiei corporis diaphani & ſuperficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diaphanis fuerit ſectio oxygonia: ab uno tantùm puncto fiet refractio, ſicut nunc oſtendimus in circulis uel conuexis uel concauis. Et imago formæ rei uiſæ quandoq; uidebitur intra corpus diaphanum: quandoq; inter uiſum & corpus diaphanum: quandoq; in ſuperficie ipſius corporis diaphani: quandoque in ſuperficie ipſius uiſus, ſicut acciderit lineam perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diaphani concurrere uel æquidiſtare lineæ extenſionis ipſius formæ, per quam forma peruenit ad uiſum: unde non duximus talibus amplius immorandum.



30. Superficiebus corporum diaphanorum oppoſitorum uiſui diuerſarum figurarum, uel ipſis corpori-

corporibus diuersæ diaphanitatis existentibus: loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersantur: & occurunt uisui forma monstruosa & imagines numeratæ numero punctorum refractionis. Alhazen 33 n 7.

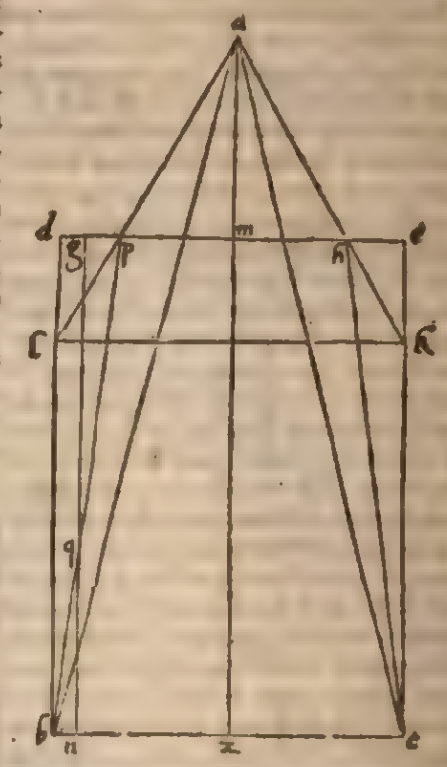
Ex præmissis enim patet quòd in corporibus diaphanis, quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantùm occurrit uisui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diaphana se multiplicant ad uisum. Si uerò corpus diaphanum, per quod fit uisio, fuerit superficiei compositæ ex diuersis figuris: ut fortè ex plana & sphærica, uel ex sphærica & columnari: tũc (cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris compositis, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum superficierum diuersificetur) patet per 15 huius quòd loca imaginum formarum uisarum diuersantur: & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ perpendiculares: propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus talium corporum. Vnde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diaphanum, cuius superficies opposita uisui, sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in crystallis uel alijs lapidibus diaphanis & uitris: patet quod centra illarum sphærarum sunt diuersa per 81 th. 1 huius: illæ enim sphæræ se intersecant. Erunt ergò perpendiculares illę ductę ab uno puncto rei uisę super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem. Et ũ figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphærica & columnari: patet quod maior est diuersitas & punctorum refractionis & perpendicularium ductarum. Difformabitur ergo dispositio imaginũ trans hæc corpora diaphana: & fortè illa forma uidebitur monstruosa, propter confluxum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formę, cum puncta refractionum fuerint adinuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint adinuicem propinquæ. Si uerò puncta refractionum uel prædictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia: tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisæ: quoniam illarum refractio non est una, neq; unitur, sed remanet diuersa. Forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figurę ipsius corporis diaphani, & refringitur ab illis apud concauitatem aeris contingentis illud corpus diaphanum: & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus: unde imagines diuersæ fiunt numeratæ numero punctorum refractionis. Idem quoq; accidit si corpus diaphanũ uniforme in superficie, fuerit diuersæ diaphanitatis: scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius: tunc enim secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam: & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ: aut fortè aliter diuersæ & numero differentes. Patet ergo propositum.

31. Cõmuni sectione superficiei refractionis & superficiei corporis, à quo fit refractio existente linea recta: uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diaphani, à qua forma illius lineæ refringitur ad uisum. si linea uisa æquidistans fuerit superficiei corporis diaphani cuiuscũq; sine densioris sine rarioris primo: imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa. Alhazen 39 n 7.

Esto punctus a centrum uisus: & sit linea uisa in medio secundi diaphani, quæ b c: cuius medius punctus sit z: sitq; cõmunis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diaphani linea d e: ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e per 12 p 1: quæ sit z m: quæ producatur ultra punctum m. Erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e: quoniam superficies refractionis, in qua producitur linea z m, & in qua est linea c d, erecta est super illam superficiem corporis diaphani per 2 th huius: sitq; linea b c æquidistans lineæ d e. Existente itaq; centro uisus a in linea z m: dico quòd linea b c uidetur maior quàm sit secundum ueritatem. Nec enim transit per centrũ uisus, quod est a & per aliquod punctum lineæ b c, præter punctum z, superficies, quæ sit erecta super superficiem corporis diaphani, nisi sola superficies refractionis, in qua sunt lineę a z & b c. Non enim transit per a superficies erecta super superficiem corporis diaphani, nisi illa, quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiẽ corporis diaphani: nec exit à puncto a perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi linea a z per 20 th. 1 huius. Non ergo transit per punctũ a aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solũ illa, quæ transit per lineam a z: & non transit aliqua superficies per aliquod punctum lineę b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solùm illa superficies, in qua sunt duæ lineę a z & b c. Non transit ergo per uisum a & per aliquod punctũ lineæ b c, præter punctũ z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diaphani, nisi solùm illa, in qua sunt lineę a z & b c. Non ergo refringitur forma alicuius punctorũ quę sunt in linea b c, nisi ex aliquo punctorũ lineę d e. Ducatur itaq; per 11 p 1 ex prædictis punctis b & c duæ perpendiculares super lineam d e: quæ, ut patet ex præmissis, necessariò cadunt in illa: & sint lineæ b d & c e. Et quoniã lineę b e & d e sunt æquidistantes ex hypothesi, & lineę b d & c e sunt æquidistantes per 28 p 1: patet quia quælibet illarum linearum, quę sunt b d & c e, æquidistant lineæ a z per eandem 28 p 1. Et patet quòd non refringetur forma puncti b

ad uisum

ad uiſum a ex puncto d per 3 huius: neq; forma puncti c à puncto e: quoniã lineæ c e & d b ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis diaphani: nulla aũt perpendicularis refringitur in aliquo corpore medio. Sit itaq;, ut forma puncti b refringatur ad uiſum a ex puncto p, & forma puncti c ex puncto h: & ducantur lineæ b p, p a, c h, h a: & protrahatur linea a p ultra punctum p ad perpendicularem b d. Et quoniam linea p a cõcurrit cum linea z a: patet per 2 th. 1 huius quoniam ipſa concurret cum eius æquidiſtante, ſcilicet linea b d: ſit ergo concurſus in puncto l. Et eadẽ ratione concurret linea a h cũ linea e c in puncto k: eritq; per 15 th. huius hoc punctum l imago formæ puncti b: & punctũ k imago formæ puncti c. Quia uerò linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam b c, erit per 4 p 1 linea c a æqualis lineæ b a: æqualiter ergo diſtant puncta b & c à puncto a. Puncta itaq; refractionis, quæ ſunt p & h, æqualiter diſtabunt à puncto a: quoniam medium, per quod fit illorum punctorum formarum diffuſio, eſt uniforme, & linea e d æquidiſtat lineæ b c. Linea itaq; a p eſt æqualis lineę a h: ergo per 5 p 1 angulus a p h eſt æqualis angulo a h p: ergo per 15 p 1 erit angulus d p l æqualis angulo e h k: ſed duo anguli p d l & h e k ſunt recti: ergo angulus p l d per 32 p 1 eſt æqualis angulo h k e: ergo per 4 p 6 latera iſtorũ trigonorum ſunt proportionalia, quæ æquos angulos reſpiciunt. Sed linea p d eſt æqualis lineæ e h: quia linea p m eſt æqualis lineæ h m per 26 p 1: trigonorum enim a m p & a m h anguli ad m ſunt recti, & anguli a h p & a p h ſunt æquales, & latus a m commune, æquale ſibijpſi. Eſt ergo linea p m æqualis lineæ m h. Hoc etiã patet per 31 th. 1 huius: iſoſcelis enim eſt trigonus h a p, & perpẽdicularis eſt linea a m: trigona ergo partialia ſunt æquiangula: ergo per 4 p 6 (quia latus a m æquale eſt ſibijpſi) erit linea p m æqualis lineæ h m. Eſt ergo linea e h

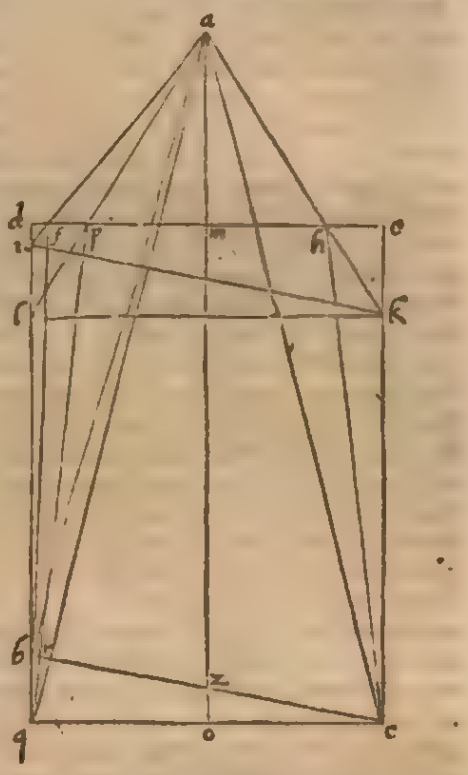


æqualis lineę p d: patet ergo quoniã linea d l eſt æqualis lineę e k. Ducatur itaq; linea l k: erit ergo per 33 p 1 linea k l æqualis & æquidiſtãs lineæ b c. Angulus itaq; k a l eſt maior angulo b a c per 34 th. 1 huius: & linea l k eſt diameter imaginis lineę b c: nam omne punctũ lineę b c refringitur ad uiſum a ab aliquo puncto lineæ p h. Sicut enim forma puncti b refringitur à puncto p, & punctũ z perpendiculariter ſine refractione tranſiens punctum m, peruenit ad uiſum a: ſic punctum, quod eſt inter b & z, refringitur ab aliquo puncto lineæ p m, quod eſt inter puncta p & m: & ſicut forma puncti c refringitur ad uiſum a à puncto lineæ e m, quod eſt h: ſic omne punctum lineæ c z refringitur ab aliquo puncto lineæ h m: & omne punctum lineæ b z ab aliquo puncto lineæ p m: ut ſi ſuper lineam b z ſit punctum n. Si itaq; dicatur quòd forma puncti n refringatur ab aliquo puncto lineę m d extra lineã m p ex parte d, ut à puncto g: ducatur linea n g. Palàm itaq; quoniam linea n g ſecabit lineam b p: & ſit punctus ſectionis q. Forma itaq; puncti q perueniet ad uiſum a ex duobus punctis refractionis, ſcilicet p & g: quod eſt contra 20 uel 21 huius, & impoſsibile. Forma itaq; puncti n non refringetur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto lineæ p m, quod eſt inter puncta p & m. Idẽ quoq; eſt de omni puncto lineę z c, quod eſt inter puncta z & c: nullum enim illorum refringitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto lineæ h m, quod eſt inter puncta h & m. Et quia in linea l k omnes perpendiculares ductæ à punctis lineæ b & c cum lineis refractionis protractis ſe interſecant: patet quia linea l k eſt diameter imaginis lineæ b c. Forma itaq; lineę b c uidetur in linea l k maior quàm ſecundum ueritatem ſit linea b c per 20 th. 4 huius. Sub maiori enim angulo uidetur: quia angulus k a l eſt maior angulo b a c per 34 th. 1 huius: quod eſt propoſitum. Et huiuſmodi deceptio accidit uiſui propter debilitatem formæ refractæ, ut patet per 10 huius: propter quod aſsimilat ipſam uiſus formæ rei, quæ uidetur à maiori remotione: maior enim diſtantia debilitat formam. Comprehendit itaq; uiſus formam lineæ b c refractiuè ex comparatione anguli k a l maioris angulo b a c, ad diſtantiam maiorem quàm ſit diſtantia lineæ b c, & ad poſitionem æqualem poſitioni b c. Sic itaq; quantitas lineæ b c comprehenditur refractè maior propter magnitudinem anguli, quem facit propinquitas ad uiſum, & propter formæ debilitatem, quę cauſſatur propter refractionem. Et ſic uniuerſaliter cauſſa, quare linea b c apparet maior, eſt refractio formæ ſuæ in medio ſecũdi diaphani ad uiſum: & eſt ſemper demonſtratio eadem, ſiue fiat refractio in ſuperficie ſecundi diaphani denſioris ſiue rarioris primo, in quo eſt linea b c: nec enim eſt aliqua differentia quo ad illud: ſi tamen fuerit poſsibile inueniri corpora diaphana taliter collocata, ut ſuperficies plana poſsit eſſe in corpore rariore corpore contingente ipſum uiſum: ſicut accidit cum uitrum planum contingit uiſum, ita quòd centrum foraminis uueę in uitri plana ſuperficie colloçatur.

32. Cõmuni ſectione ſuperficiei refractiõis & corporis, à quo fit refractio exiſtẽte linea recta: uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari, exeunte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planã ſuperficiẽ corporis

corporis diaphani, à qua forma eius refringitur ad uisum, si linea uisa non fuerit æquidistans superficiei corporis diaphani: imago eius comprehẽditur maior ipsa: & maior quàm si esset superficies corporis diaphani æquidistans. Alhazen 40 n 7.

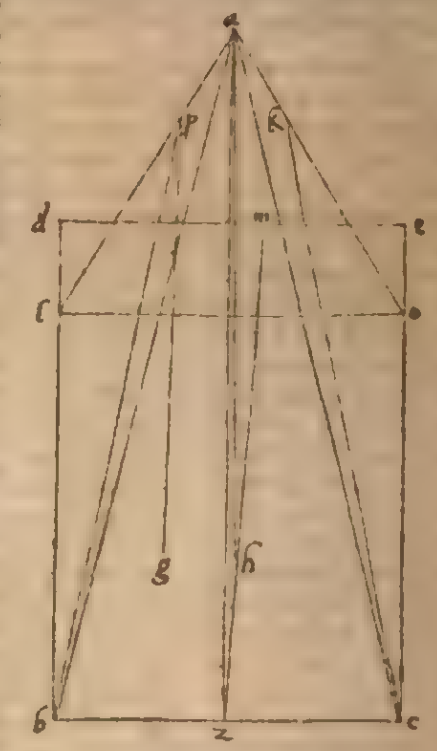
Sit dispositio eadem, quæ in præcedente, nisi quòd linea b c non sit æquidistans lineæ d e, sed sit punctus c remotior à puncto a, quàm sit punctus b: & à puncto c ducatur linea æquidistans & æqualis lineæ d e per 31 p 1: quæ sit linea c q: cuius medius punctus sit o: & à puncto o per 11 p 11 protrahatur linea perpendicularis super superficiem corporis diaphani, secans lineam d e in puncto m, & lineam b c in puncto z: & sit centrum uisus, quod est a, in illa perpendiculari, quæ est o m: eritque pũctus z in medio puncto lineæ c b. Quia enim linea b q est æquidistans lineæ z o: erit per 2 p 6 proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c: sed linea q o, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ o c: erit ergo linea b z æqualis lineæ z c: est ergo punctus z in medio lineæ c b. Punctus itaque lineæ d e, à quo forma puncti q refringitur ad uisum a, sit p: & punctus, à quo refringitur forma puncti c, sit h: ducaturq; linea a h & a p: & protrahatur linea a p ad l punctum lineæ d b: & linea a h ad k punctum lineæ c c: concurrent autem illæ lineæ per 2 th. 1 huius, ut ostendimus in præmissa: eritque punctum k locus imaginis formæ puncti c, & punctum l forma puncti q, per 15 th. huius: ducaturque linea l k: quæ erit diameter imaginis lineæ q c: & ducantur lineæ a q & a c: erit itaque, ut in precedente, angulus k a l maior angulo c a q per 34 th. 1 huius: uisus ergo comprehendet imaginem lineæ q c maiorem quàm sit linea q c, ut patet per precedentem. Et quia linea q p secat lineam b c: sit punctus sectionis r: palàm itaque cum punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refringetur ad uisum a ex puncto p. Forma itaque puncti b refringetur ad uisum a ex aliquo puncto lineæ p d, quod sit inter puncta p & d. Nam si daretur refringi ex aliquo pũcto inter p & m: sequeretur propter intersectionẽ lineæ incidentiæ formæ puncti b & lineæ r p unius puncti formam refringi ad uisum à duobus punctis lineæ d e, quod est contra 20 uel 21 huius, & impossibile. Refringatur itaque forma puncti b ad uisum a ex f puncto lineæ p d: & ducatur linea a f: quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14 th 1 huius: secet ergo in puncto i: eritque per 15 hujus pũctus i locus imaginis formæ puncti b: & ducatur linea i k: quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Erit quoque situs lineæ i k respectu situs a similis situi lineæ b c. Quia linea i k aut erit æquidistans lineæ b c: aut non erit inter ipsarum æquidistantiam diuersitas sensibilis, mutans situm ipsarum respectu uisus a: quia non est inter æquidistantiam lineæ i k & æquidistantiam lineæ b c à uisu grãdis diuersitas: declinatio enim lineæ i k à linea æquidistante lineæ b c, quæ exit à puncto k, erit ualde parua: angulus itaque i a k est maior angulo l a k per 29 th. 1 huius: & similiter angulus i a k est maior angulo b a c per 34 th. 1 huius. Videtur itaque linea i k maior quàm linea b c: & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c: & linea i k comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ. Quia itaque linea i k est imago formæ lineæ b c: palàm quòd in hoc situ linea b c uidetur maior quàm sit secundum ueritatem: & uidetur linea c q minor quàm linea b c: quia, ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c. Et hoc est propositum: nec est diuersitas situs diuersorum diaphanorum attendenda.



33. Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diaphani planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquidistante: imago lineæ uisæ cõprehenditur maior ipsa. Alhazen 41 n 7.

Sit, ut suprà, punctus a centrum uisus: & linea b c res uisa: & super superficiem corporis, à qua fit refractio, educantur perpendiculares b d & c e: & continuetur linea d e in superficie ipsius corporis diaphani, per quod fit uisio refracta: sitque linea b c æquidistans lineæ d e: & sit a centrum uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e: & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z: & ducatur linea z m perpendiculariter super lineam b c: secetq; lineam d e in puncto m: & à centro uisus a ducatur perpendicularis super superficiem b c d e per 11 p 11: quæ sit a h, ita ut punctus h imaginetur cadere in lineam m z: producaturque linea a z: quæ per 22 th. 1 huius, & ex præmissis erit perpẽdicularis super lineam b c. Situatio itaque puncti b uersus a centrum uisus est similis situationi

pũcti c reſpectu a: & diſtantia puncti c à uiſu a eſt æqualis diſtantiæ puncti b ab a. Refringatur itaque forma puncti b ad uiſum a ex puncto p: & forma puncti c ex puncto k: ſintq; puncta p & k extra lineam d e æquidiſtantem lineæ b c in ſuperficie corporis diaphani: ſituatio itaque & diſtantia puncti p ad a uiſum eſt, ſicut ſituatio & diſtantia puncti h ad a uiſum. Ducantur itaque lineę b p, p a, c k, k a. Eſt ergo ſuperficies, in qua ſunt duę lineę a p & b p, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani per 2 huius, cũ ſit ſuperficies refractionis: ergo & linea b d, quæ eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani ducta à puncto b, erit in hac ſupficie. Et ſimiliter ſuperficies, in qua ſunt lineæ a k & c k, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani: ergo & in illa ſuperficie eſt linea c e, quæ eſt perpendicularis ſuper eandem ſuperficiem corporis ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a p ultra p punctum: & palàm p iam dicta & per 2 th. 1 huius quoniam ipſa ſecabit lineam b d: quia, ut patet per 28 p 1, lineæ a z & b d ęquidiſtant. Quia ergo linea a p ſecat lineam b d, ſecet ipſam in puncto l: ſecetq́ propter eadem linea k d protracta ultra pũctum k lineam c e in puncto o. Eſt ergo per 15 huius punctum l locus imaginis formæ puncti b: & punctum o locus imaginis formæ puncti c. Erit quoque ſituatio lineæ a l ſicut lineę a o: & lineę b l ſicut lineæ c o. Ducatur etiam linea l o: hęc itaq; erit diameter imaginis lineę b c, & ęqualis eidem b c per 33 p 1. Ducantur itaque lineæ a b & a c: utraque ergo ſuperficies a l b & a o c eſt erecta ſuper ſuperficiem corporis diaphani per 2 huius. Tres itaque ſuperficies ſunt erectę ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quę ſunt a l b, a o c, a m z: & hæ ſuperficies neceſſario ſecant ſe



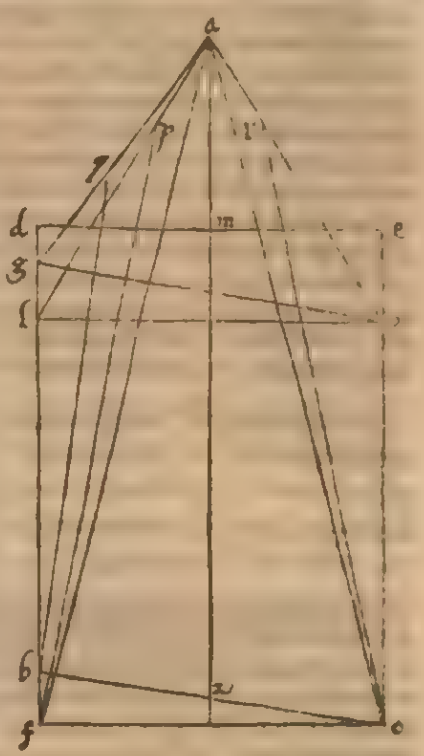
ſuper lineam perpendicularem, quæ eſt a h, exeuntem à pũcto a ſuper ſuperficiem corporis diaphani per 19 p 11: quoniam communis ſectio illarum neceſſariò eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, cui ſuperſtant: & ab uno puncto una tantùm perpendicularis ſuper ſuperficiem planam duci poteſt per 20 th. 1 huius. Erit itaq; angulus b p l per 15 p 1 æqualis angulo refractionis, & linea b l d eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio: ergo linea a l eſt obliqua ſuper ipſam per 13 p 11: linea ergo a p continet cum perpendiculari ſuper eandem ſuperficiẽ exeuntẽ à puncto p (quæ ſit p g) angulum acutum, qui eſt l p g: & erit perpendicularis p g æquidiſtãs lineæ d l per 6 p 11, quoniam ambę lineæ p g & d l ſunt erectę ſuper unam ſuperficiem: ergo per 29 p 1 angulus p l d eſt acutus: ergo per 13 p 1 angulus a l b eſt obtuſus: ergo per 19 p 1 linea a b eſt longior quã linea a l. Et ſimiliter patere poteſt quòd linea a o minor eſt quã linea a c: ſed lineę a l & a o ſunt æquales: & lineę a b & a c ſunt æquales: & linea l o eſt æqualis lineę b c: ergo per 34 th. 1 huius angulus l a o eſt maior angulo b a c: & ſitus lineæ l o eſt ſimilis ſitui lineę b c: quia linea exiens à puncto a ad medium lineę l o, eſt perpendicularis ſuper lineam l o per 22 th. 1 huius, cum per 29 p 1 linea l o ſit æquidiſtans lineę b c: & etiam, quia linea b c eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, in qua ſunt lineę a z & m z, ſuper quã ſimiliter per 8 p 11 perpendicularis eſt linea l o: ergo linea l o eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem continuantem centrum uiſus, quod eſt punctum a, cum medio puncto lineę l o. Situs ergo lineæ l o reſpectu uiſus a eſt, ſicut lineæ b c reſpectu eiuſdem uiſus a: ſed & linea l o comprehenditur remotior propter debilitatem formæ: linea itaque l o uidetur maior quàm linea b c: ſed linea l o eſt imago lineæ b c. Palàm itaque quia linea b c uidetur maior quàm ſit eius uera quantitas. Et hoc eſt propoſitum: nec ad iſtud aliquid coadiuuat in diuerſitatem ipſa diuerſa ſituatio mediorum plus uel minus diaphanorum.

34. Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à punctis rei uiſæ ſub medio ſecundi diaphani planam habente ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum, lineaq; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis non æquidiſtante: imago rei comprehenditur maior re uiſa: maior quoq; quàm ſi eſſet ſuperficies corpori æquidiſtans. Alhazen 42 n 7.

Remaneat diſpoſitio, quæ in præcedente, niſi quòd linea b c non ſit æquidiſtans lineę d e, quę eſt in ſuperficie corporis diaphani: & educatur à puncto c linea c f ęquidiſtans lineę d e: & continuetur linea f b protrahendo lineam d b perpendiculariter ſuper lineam c f: ſitq;, prout in præmiſſa oſtenſum eſt, p punctum refractionis formæ puncti f ad uiſum a: & punctum refractionis formæ puncti b ad uiſum a ſit punctum q: & ducatur linea a q: & protrahatur ad lineam d b: concurret autem cum illa, ut in proxima oſtenſum eſt. Sit ergo punctus concurſus g, qui eſt altior quã punctus l: nam punctus b eſt ultra lineam a f: linea itaque a g neceſſariò erit ultra lineam a l: punctus ergo g eſt altior pũcto l: & ducatur linea g o. Erit ergo ſecundum præmiſſa linea g o diameter imaginis lineę b c: eritq; lĩ

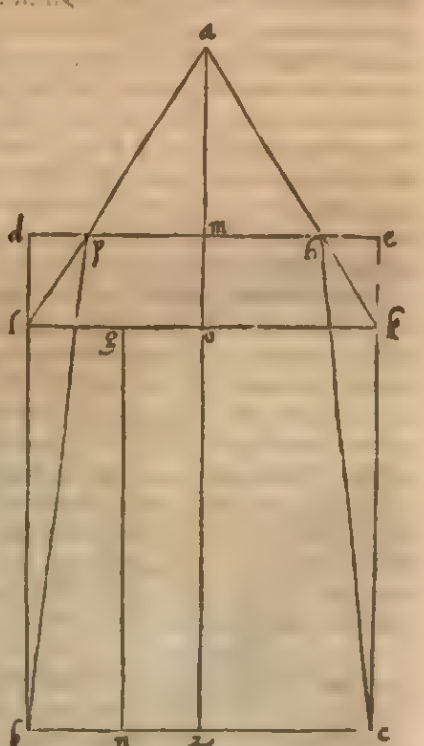
nea g o

nea g o maior quàm linea l o per 19 p 1, quoniam angulus g l o est rectus: & linea a g minor quàm linea a l per eãdem 19 p 1 quoniam angulus a g l est obtusus, ut suprà patuit: & duę lineę a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b & a o c: & differentia cõmunis istarum duarum superficierum transit per a centrũ uisus per 1 huius: quia ambæ illæ superficies sunt superficies refractionis: & centrum uisus semper oportet quòd sit in superficie refractionis. Et quoniam, ut patet per 2 huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super superficiem corporis diaphani, à quo fit refractio: patet per 19 p 11 quoniam linea recta, quę est communis ipsarum differentia, est erecta super illam superficiem: ergo duæ lineę exeuntes à puncto a non perpendiculariter super illam corporis diaphani superficiem, sunt extra hanc communem differentiam in his duabus superficiebus: quæ lineę sunt a b & a c: suntq; altiores duabus lineis a g & a o: cadunt enim ultra illas lineas. Angulus itaq; g a o est maior angulo b a c per 34 th. 1 huius: diuersitas enim situum linearum g o & b c à uisu a non est magna: quia linea g o aut est æquidistans lineæ a c, aut non est in hoc differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o respectu uisus a, sicut linea b c respectu eiusdem uisus a. Videbitur itaque per 20 th. 4 huius linea g o maior quã linea b c: sed linea g o est imago lineę b c. Palàm ergo quia linea b c uidebitur maior quàm ipsa sit secundum ueritatem. Et quia, sicut in præmissis patuit, angulus o a g est maior angulo o a l, uidebitur imago o g maior imagine o l, quę est imago lineæ c f æquidistãtis lineę e d, quæ est in superficie corporis, à qua fit refractio. Et hoc proponebatur.



35. In omnibus refractionibus factis à planis superficiebus corporum diaphanorũ ad uisum: imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali. Alhazen 43 n 7.

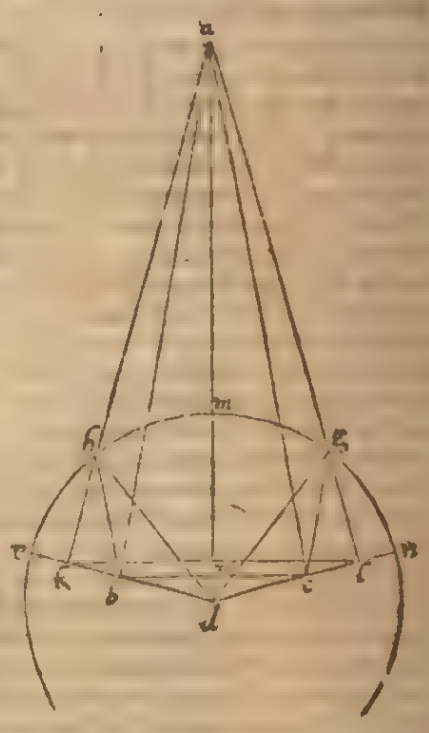
Sit dispositio omnimoda, quæ prius in 31 huius: & sit linea a m z secans perpendiculariter lineam k l in puncto o: erit itaq; linea l o medietas lineæ l k: & forma puncti z uidebitur in puncto o: quia uidetur in perpendiculari z o: tota quoq; linea b c uidebitur in linea l k: & linea b z est medietas lineæ b c: & linea l o est medietas lineę l k: & linea l k uidebitur maior quàm linea b c: ergo & linea l o uidebitur maior quã linea b z: & erit utriusq; istorũ causa refractio. Et quia centrum uisus a est in perpendiculari a z exeunte à puncto z, qui est extremitas lineę b z, super superficiem corporis diaphani, aut super superficiem transeũtem per extremitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis diaphani æquidistanter superficiei corporis diaphani per 23 th. 1 huius: uisus itaq; comprehendit medietates uisibilium maiores quàm sint. Nam punctus o, qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte à medio rei uisæ, siue res uisa sit æquidistans superficiei corporis diaphani, siue non. Sit item linea b n pars aliqua lineę b z: & à puncto n educatur linea n g perpẽdiculariter super lineam b z: secetq; lineam l o in puncto g: erit ergo secundũ præmissa linea l g imago lineæ b n. Sit itaque punctus g imago puncti n. Aut ergo punctus g erit in linea l g, aut prope: quocunque uerò istorum existente erit linea l g æqualis lineę b n, aut ferè. Et quia formarum plus distantium à perpendiculari a z maior est refractio quàm minus distantium per 14 th. huius: erit refractio formæ lineę b n ad uisum a maior quàm refractio lineę z n ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totam l o imaginem lineę b z apparere uisui maiorem quã sit linea b z: ergo maior refractio faciet lineã l g imaginẽ lineę b n uideri maiorẽ quã sit ipsa linea b n: cũ maiorem efficaciã habeat refractio maior respectu minoris. Linea ergo l g, quæ est imago lineę b n, cõprehenditur maior q̃ sit ipsa linea b n. Et si uisus non cõprehenderet lineã l g imaginẽ lineę b n maiorem ipsa linea b n, nõ cõprehenderet imagines partiũ lineę b n, quę sunt propinquiores ad punctũ z, maiores ipsis partib. quia formę illarum



partium ſunt minoris refractionis per 14 th. huius quã remotiores à puncto z: ſed refractio eſt cauſſa magnitudinis imaginis. Viſus ergo a ſi nõ cõprehendet imaginẽ lineæ l g maiorẽ quã ſit linea b n, nec comprehendet imaginẽ lineę l o maiorẽ ipſa linea b z, nec totã lineam l k maiorẽ tota linea b c, quod eſt impoſsibile, & contra 31 huius. Viſus ergo cõprehendet lineam l g, quę eſt imago lineę b n, maiorem ipſa linea b n: & ita comprehendet lineã b n maiorem quã ſit ſecundum ueritatẽ. Eodem quoque modo poteſt idẽ in alijs refractionib. declarari: ut cũ per modum 33 huius fuerit centrum uiſus extra ſuperficiẽ perpendiculariũ illarum productarũ: quoniã idem accidit in omnib. illis modis, quibus imago rei uidetur maior ipſa re uiſa: ſemper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſę ſibi correſpõdente: quod eſt propoſitũ. Et quia cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diaphani, ut plurimum & per ſe eſt linea recta, quando illud corpus diaphanum fuerit groſsius aere: per accidens uerõ accidit quandoq; contrarium propter uoluntariam ſituationẽ corporis dẽſioris plani iuxta uiſum, ut diximus in fine cõmenti 31 huius: patet euidenter quòd 5 proximẽ præmiſſa theoremata per ſe intelligenda ſunt, quando à ſuperficie corporis diaphani groſsioris aere fit refractio ad uiſum in aere exiſtentem: & per accidens econuerſo.

36. Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diaphani denſioris aere, à quo fit refractio, exiſtente circulo, centroq; uiſus in eadem ſuperficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illius corporis ſuperficiem, & re uiſa inter centrum corporis & uiſus exiſtentibus, ita quod extrema rei uiſæ æqualiter diſtent à centro corporis: imago uidebitur maior re uiſa. Alhazen 44 n 7.

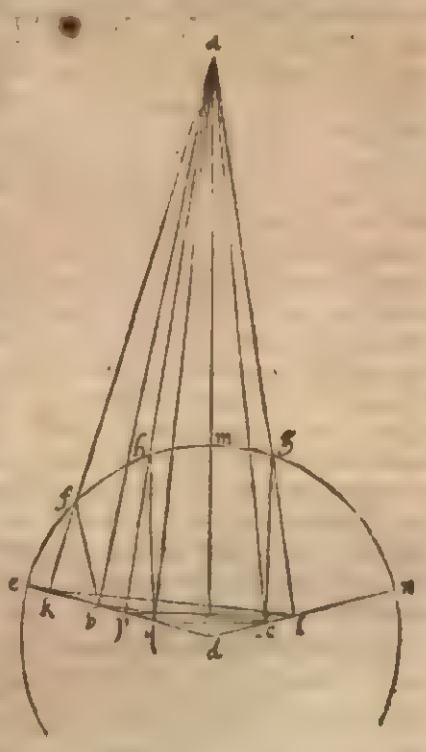
Sit ſuperficies ſphærica corporis diaphani groſsioris aere: cuius conuexum ſit ex parte uiſus, cuius centrum ſit a: ſitq; res uiſa b c: ſitq; centrum corporis ſphærici punctum d: quod ſit ultra lineam b c reſpectu uiſus a: ſitq; punctus z medius punctus linea b c: & ducantur lineæ d b, d z, d c, & protrahantur quouſq; concurrant cum ſuperficie corporis diaphani ſphærici: linea d b in puncto l, & linea d z in puncto m: & linea d c in puncto n: & ſit uiſus a in linea z m, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius diaphani corporis per 72 th 1 huius. Erit itaq; a m z linea recta. Et quoniam linea b z eſt æqualis lineę z c, & quia puncta b & c (quę ſunt extrema rei uiſæ) æqualiter diſtant à cẽtro d ex hypotheſi: erit etiam linea d b æqualis lineę d c: erunt ergo trigona b d z & c d z æquilatera: quoniam linea z d eſt communis ambobus illis trigonis: ergo per 8 p 1 erunt anguli ad punctum d æquales, qui ſunt anguli z d b & z d c: & ſimiliter erunt anguli ad punctũ z æquales: ſunt ergo recti: eſt ergo per definitionem perpendicularis, linea a z perpendicularis ſuper lineam b c. Ducantur quoque lineę a b & a c: ergo p 4 p 1 erunt trigona a z b & a z c æqualia: linea ergo a c eſt æqualis lineæ a b: puncta ergo b & c æqualiter diſtant à cẽtro uiſus a: habebunt itaque puncta b & c æqualem reſpectum ad uiſum a. Extrahatur quoque ſuperficies plana, in qua ſunt lineę d e & d n & d m: hæc itaq; ſuperficies ſecabit ſuperficiem corporis ſphærici ſecundum circulum magnum per 69 th. 1 huius: cuius arcus oppoſitus uiſui ſit n m e: eritq; in illa ſuperficie centrum uiſus a, & linea uiſa, quę eſt b c: erit ergo per 1 huius illa ſuperficies ſuperficies refractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricam per 2 th huius: nec fit refractio formæ lineæ b c ad uiſum a extra illam ſuperficiem: & linea a z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricam corporis. Dico itaque quòd imago lineę b c in hac diſpoſitione uidebitur maior ipſa linea b c. Quia enim, ut patet ex præmiſsis, forma cuiuſcunq; partis lineę b c non refringitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto arcus e m n: ſit ergo, ut forma puncti b refringatur ad uiſum a ex puncto circuli h: & forma puncti c ex puncto g. Quia itaque puncta b & c æqualiter diſtant à puncto a centro uiſus: patet quòd ipſorũ erit uniformis refractio ad uiſum per 14 th. huius: puncta ergo h & g æqualiter diſtabunt à puncto m. Arcus autem e m & m n ſunt æquales per 26 p 3: ideo quia anguli m d e & m d n ſunt æquales, quod patet ex præmiſsis: tantùm ergo diſtabit punctus refractionis, qui eſt h, à puncto e, quantùm punctus g à puncto n: & erit punctorum iſtorum ſitus & reſpectus æqualis. Ducantur itaque lineæ b h, a h, c g, a g: & producatur linea a h ad lineã d e: ſitq; punctus ſectionis k: & ſimiliter producatur linea a g ad lineam d n in punctum l: ducaturq; linea k l. Quia itaq; in trigonis d a k & d a l anguli a d k & a d l ſunt æquales, ut patuit ſuprà: anguli quoque l a d & k a d ſunt æquales (quod patet ductis lineis d h & d g: tunc enim, cum arcus m g & m h ſint æquales ex præmiſsis, erunt per 27 p 3 anguli a d g & a d h æquales: ergo per 4 p 1 anguli l a d & k a d ſunt æquales) ergo



les) ergo per 32 p 1 trigona d a k & d a l sunt æquiangula: ergo per 4 p 6 cum linea a d sit æqualis sibijpsi, erit linea d l æqualis lineę d k, & linea a k æqualis lineę a l: eritq; linea l k, ut patet per 15 huius, imago lineę b c, & erit linea l k æquidistans lineę b c: uidebiturque per 20 th. 4 huius maior quàm sit linea b c: quoniam angulus k a l, secundum quem uidetur linea l k, est maior angulo b a c. Et quia positio & situs lineę k l est consimilis positioni & situi b c lineę: quod patet ex hoc: quòd cum linea d l sit æqualis lineę d k, & linea c d æqualis lineę b d, erit linea l c æqualis lineę k b: ergo per 7 p 5 & 2 p 6 lineę b c & l k sunt æquidistantes: ipsarum ergo situs & positio respectu uisus a est consimilis. Inter lineas ergo k l & b c non est differentia in distantia, quę sit sensibilis. Palàm ergo quia linea k l uidebitur maior quàm sit: quia imago eius est maior ipsa: & hoc accidit etiam ideo: quia forma eius refracta est debilior quá uera forma, ut patet per 10 huius. Patet ergo propositum.

37. Communi sectione superficiei refractionis & corporis spherici diaphani densioris aere, à quo fit refractio, existente circulo, uisuq; existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem, & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quòd extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro: imago uidetur maior re uisa. Alhazen 45 n 7.

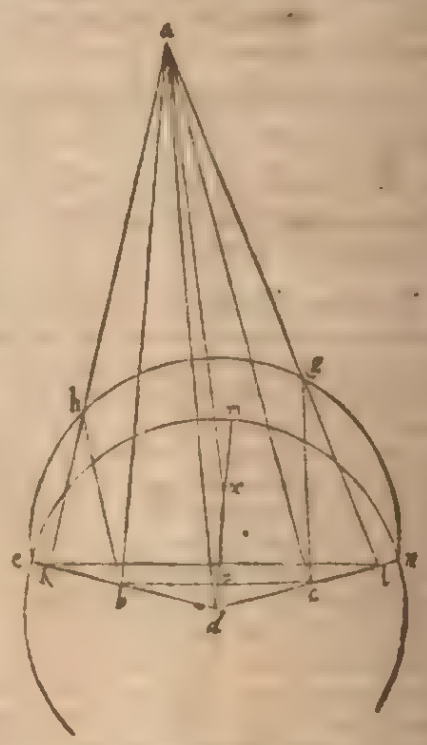
Remaneat dispositio præcedentis, nisi quòd alterum extremorũ lineę b c punctum c sit propinquius puncto d centro corporis diaphani, & punctũ b remotius ab illo. Dico quòd adhuc imago lineæ b c uidebitur maior ipsa linea b c. Ducatur enim à puncto c linea c q, cuius extrema æqualiter distent à puncto d: quod potest fieri, si à linea d e abscindatur per 3 p 1 linea æqualis lineæ d c: quæ sit d q. Palàm itaq; per ea, quæ in demonstratione præcedentis ostensa sunt, quoniam imago lineæ c q uidetur maior ipsa linea c q: sit itaque illa imago linea l p. Et palàm per 13 huius quòd punctum p illius imaginis, quod est imago pũcti q, necessariò cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q super superficiẽ corporis diaphani, quæ est linea d e, inter puncta d & e: & quòd punctum l, quod est imago puncti c, erit in linea perpendiculari ducta à puncto c super superficiem corporis diaphani, quæ est d n. Et quia forma pũcti c refringitur ad uisum a ex puncto circuli g: sit ut forma puncti q refringatur ad eundem uisum ex puncto h. Patet itaque per hypothesim, & per præcedentem quoniam puncta g & h æqualiter distabunt à puncto m. Et quia punctum b est remotius à centro corporis d, quàm punctum q: erit per ea, quæ ostendimus in 14 th. huius, punctum suæ refractionis remotius à puncto m, quàm punctum h: sit itaque pũctum illud f: & ducatur linea a f: quę cadet extra lineam a h: & hæc producta ad perpendicularem d e, secet ipsam in puncto k: cadetque punctum k in linea p e inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, esset linea a k contingens circulum in puncto e, & secans in puncto f: quod est impossibile: & si caderet in punctum p uel citra illum: tũc linea a k secaret lineam a p, & punctus p uel alter punctus illius sectionis refringeretur ad uisum a ex duobus pũctis h & f: quod est impossibile & contra 23 uel 24 th. huius: cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e: eritque per 15 huius punctum k imago formæ puncti b. Ducatur itaque linea l k, quæ erit diameter imaginis formę lineę b c. Quia itaque linea l k uidetur sub angulo l a k, & linea b c sub angulo b a c: est autem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifestum est: quia totum est maius sua parte. Patet ergo per 20 th. 4 huius quia linea l k uidetur maior quàm linea b c: quod enim sub maiori angulo uidetur, maius uidetur. Et etiam quia situs & positio lineæ l k respectu uisus a est consimilis situi & positioni lineę b c respectu eiusdem uisus a: patet quia lineę b c & k l aut sunt æquidistantes simpliciter: aut inter illarum æquidistantiam non est diuersitas sensibilis: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6, linea k l est maior quàm linea b c. Et quia illarum linearum l k & b c ab ipso uisu non est distantia sensibilis diuersitatis in remotione: uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c, quia est maior: sed linea k l est imago formæ lineę b c. Patet ergo propositum. Comprehenditur etiam linea l k quasi maior à uisu quàm linea b c propter debilitatem formę refractæ: quoniã, ut patet per 10 huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.



38. Centro uisus existente extra superficiem linearum perpendicularium, à punctis rei uisæ sub corpore spherico diaphano densiore aere, super eius conuexam superficiem oppositã uisui productarum, lineaq; uisa secundum sui extrema à centro corporis æquidistante: imago lineæ ui-

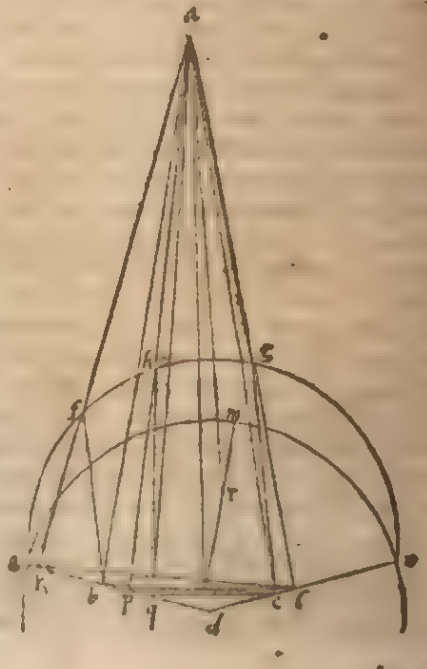
ſa comprehenditur maior ipſa linea uiſa. Alhazen 46 n 7.

Eſto centrum uiſus punctum a: & linea uiſa per refractionem ſit b c: ſitq; punctus d centrum corporis diaphani denſioris aere: ſitque ita, ut linea b c ſit intra illud corpus ſecundum ſui extrema b & c æqualiter diſtans à centro d: à medio quoq; puncto lineę b c, quod ſit z, & à duobus extremis eius punctis ducantur in eadem ſuperficie lineę perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis: quæ productæ ad peripheriam circuli, ſint b e, z m, & c n: hę itaque omnes per 72 th. 1 huius ſecabunt ſe in cẽtro d. Erit ergo arcus n m e in ſuperficie illius corporis diaphani, reſpiciens centrum d: non ſit autem centrum uiſus in aliqua iſtarum linearum: ſed ſit extra ſuperficiẽ, in qua ſunt illę lineę. Dico quòd imago lineę b c uidebitur maior quàm ipſa linea b c. Ducatur enim linea a z: & à centro uiſus puncto a ducatur perpendicularis linea ſuper ſuperficiẽ circuli n m e per 11 p 11, quę ſit a x. Et quia, ut patet ex præmiſſis, & per 22 th. 1 huius eſt linea a z perpendicularis ſuper lineam b c: ſituatio itaque puncti b uerſus uiſum a eſt per 4 p 1 & ex præmiſsis conſimilis ſituationi puncti c uerſus eundem uiſum a, & illorum punctorum à uiſu a diſtantia eſt ęqualis. Sit itaque, ut forma puncti b refringatur ad uiſum a à puncto corporis diaphani, quod ſit h: & forma puncti c à puncto g: ſintq; pũcta g & h extra ſuperficiem circuli n m e: eritque illorum punctorum h & g à uiſu a diſtantia æqualis. Ducantur itaque lineæ b h, a h, c g, a g: eritque ſuperficies, in qua ſunt duę lineę a h & b h, erecta ſuper ſuperficiem corporis diaphani per 2 huius: quoniam ipſa eſt ſuperficies refractionis: ergo & linea b e (quę eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphani ducta à puncto b) erit in illa ſuperficie per 1 huius. Similiter quoque ſuperficies, in qua ſunt lineę c g & a g, cum ſit ſuperficies refractionis: patet per 2 huius quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiem corporis diaphani: ergo & in illa ſuperficie eſt linea c n, quæ eſt perpendicularis ſuper eandem corporis ſuperficiem ducta à puncto c. Protrahatur itaque linea a h ultra punctum h: & palàm per præmiſſa & per 14 th. huius quòd ipſa ſecabit lineam b e: ſit ergo ut ſecet ipſam in puncto k. Similiter quoque linea a g producta ultra punctum g ſecet lineam d n in puncto l: eritq; ſituatio lineę a k, reſpectu uiſus a, ſicut lineę a l: unde linea a k & a l erunt ęquales: & ſimiliter erit linea d k ęqualis lineę d l, quę omnia oſtendi poſſunt ſecũdum modum, quo proceſsimus in præmiſſa 34 huius. Copuletur ergo linea l k: hęc itaque erit diameter imaginis lineę b c. Quia itaque linea b d eſt æqualis lineæ d c ex hypotheſi, & linea d k æqualis lineę d l: erit linea k b ęqualis lineæ l c: ergo per 7 p 5 & per 2 p 6 lineæ l k & b c ęquidiſtant: ergo per 29 p 1 & per 4 p 6 linea l k eſt maior quàm linea b c: & quia ſub maiori angulo uidetur, apparet maior. Et hoc eſt propoſitum.



39. Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à puncto rei uiſæ ſub corpore ſphærico diaphano denſiore aere, ſuper eius connexam ſuperficiem oppoſitam uiſui productarum, lineaq; uiſæ extremis cẽtro corporis inæqualiter approximatis: imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa linea uiſa. Alhazen 46 n 7.

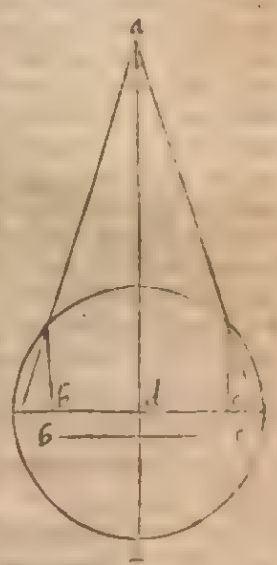
Remaneat omnis diſpoſitio proximę præmiſſę, niſi qd extrema lineę b c ineqqualiter diſtent à cẽtro corporis diaphani, quod eſt d: ſitq; linea d b maior quàm linea d c. Secetur ergo ex linea d b per 3 p 1 linea d q ęqualis lineę d c: & copuletur linea c q: cuius extrema ęqualiter diſtabunt à centro d: eritq; per præmiſſam imago lineę c q, quę ſit l p, maior quam linea c q. Et quia puncta q & b ſunt in eadẽ linea perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diaphani, quę eſt d e: patet quòd ipſa ambo ſunt in eadem ſuperficie refractionis, quę eſt a d e: & refringũtur ad uiſum a ex eodẽ arcu circuli, qui eſt cõmunis ſectio illius ſupficiei & ſupficiei corporis diaphani. Sit itaq;, ut forma pũcti q refringatur à puncto illius arcus, qui eſt h, cõformiter ſe habentę



bente ad uiſum a cum puncto g, à quo refringitur forma puncti c: patet per 14 huius quòd punctũ, à quo refringitur forma puncti b, quod ſit f, erit baſsius puncto h: producta quoq; linea a f intra corpus diaphanum ad diametrum d e in punctum k: patet quoq;, ut in 37 huius, quia punctum k cadet inter puncta p & e: copulata quoq; linea l k, erit ipſa quaſi æquidiſtans lineæ b c, & in eadem ſuperficie cum illa. Erit ergo maior per 29 p 1 & 4 p 6: & etiam quia ſub maiori angulo uidetur, maior uidetur. Patet ergo propoſitum.

40. Linea refractè uiſa, tranſeuntis per centrum corporis diaphani ſphærici denſioris aere, non exiſtẽtis in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper illius corporis ſuperficiem, imago ſemper uidetur maior ipſa linea.

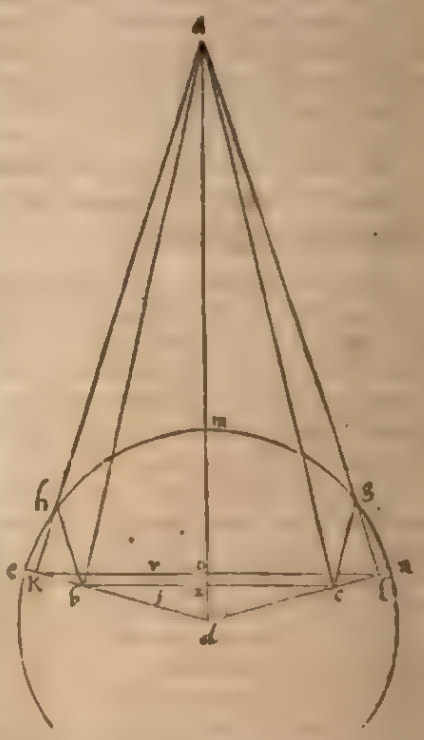
Sit a centrum uiſus extra corpus diaphanum groſsius aere: cuius centrũ ſit d: ſitq; linea uiſa b c pertranſiens centrum d: ita tamen quod centrum uiſus non ſit in illa linea b c utcunq; protracta: dico quòd eius imago ſemper uidetur maior ipſa linea. Quoniã enim perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis à quibuſcunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c: uiſu quoq; in aere exiſtente fit refractio ſemper ad contrariam partem perpendicularis ductæ a puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, ut patet per 4 huius. Ergo ſecundum præmiſſas demonſtrationes patet, quòd lineæ extenſionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ ſunt b & c, productæ intra corpus diaphanum, à cuius ſuperficie fit refractio, interſecabunt perpendiculares punctorum b & c: maior ergo ſemper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipſa linea: quæ tunc fit pars ſuæ propriæ imaginis ſecundum ueritatem. Patet ergo propoſitum. Poſſet quoq; ampliari modus iſte demonſtrandi ad alios ſitus lineæ uiſæ, qui poſſent eſſe ultra centrum corporis diaphani denſioris aere, uiſu exiſtente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis reſpiciente uiſum. Videtur enim & tunc imago quandoq; maior re uiſa præmiſſo modo in alijs ſitibus antecentrum: ut cum linea uiſa fuerit propinqua centro corporis diaphani. Et ſi linea uiſa b c fuerit perpendicularis ſuper lineam a d z à centro uiſus per centrum corporis productam: & lineæ extenſionis formarum extremorum punctorum lineæ b c ſecent corporis ſphærici diaphani ſuperficiem, & ſecent lineas perpendiculares ductas à pũctis b & c ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani intra corpus: tunc imago uidebitur minor re uiſa. Si uerò lineæ extenſionis formarum punctorum b & c fuerint contingentes circulum corporis diaphani in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b ſuper ſuperficiem corporis, uel ſecantes circulum in eiſdem terminis: tunc ſemper imago erit æqualis rei uiſæ per 15 p 1 & per 26 & 28 p 3: & uidebitur imago lineæ b c ſicut quædam chorda arcus illius circuli. Et ſi lineas extenſionis formarum accideret contingere circulum corporis diaphani in duobus punctis medijs illius arcus: ut ſi uiſus ſit ualde propinquus ſuperficiei corporis diaphani: tunc illæ lineæ concurrent cum perpendicularibus extra corporis ſuperficiem: uidebiturq; imago lineæ b c maior ipſa linea: & extra ſuperficiem corporis ſecundum ſui extrema extenſa. Quod ſi linea uiſa b c ſit extra corpus diaphanum, contingens ipſum, uel diſtans ab ipſo, non exiſtens tamen pars lineæ a d: tunc imago eius uidebitur minor re uiſa, quando occurrit inter ipſum corpus diaphanum, uel ultra illud, inter rem uiſam & ſuperficiem corporis. Sed in aſſuetis uiſibilibus non eſt aliquid tale, niſi fortè fuerit aliquod corpus diaphanum uitreum aut lapideum, & fuerit totum corpus ſolidum, & res uiſa fuerit intra ipſum: uel ſi res uiſa fuerit ultra ſphæram cryſtallinam aut uitream. Horum autem ſituum diuerſitatem ex præhabitis principijs demonſtrandam relinquimus ingenio perquirentis.



41. In omnibus refractionibus factis à ſuperficiebus ſphæricis corporum diaphanorum ad uiſum, imagine apparente maiore re uiſa: pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ ſibi proportionali. Alhazen 47 7.

Fiat diſpoſitio, quæ in 35 huius: & ſit, ut linea d m ſecet lineam k l, quæ eſt diameter imaginis, in puncto o: erit ergo linea k o imago lineæ b z: quoniam punctum z uidetur ſecundum perpendicularem a z per 3 huius: & erit angulus k a o maior angulo b a z: & ſitus lineæ k o reſpectu uiſus a eſt ſimilis poſitioni lineæ b z reſpectu eiuſdem uiſus: & ambæ illæ lineæ æqualiter diſtant à centro uiſus: uel ſi in hoc ſit aliqua differentia, illa non erit ſenſibilis, reſpectu uiſus. Imago itaque k o uidetur maior quàm linea b z: & earum puncta z & o cadunt in linea z a, quæ eſt ducta à centro uiſus, & cuius pars eſt linea z m, exiens ab extremitate lineæ b z perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis diaphani, cadens in punctum m. Quòd ſi aſſumatur alia pars lineæ b z: quæ ſit b f: & ſit locus imaginis formæ puncti f in puncto r lineæ k o: tunc erit linea k r imago lineæ b f: & ſicut ſuprà oſtenſum eſt, patet quòd linea k r uidebitur maior quàm linea b f: quoniam plus refractionis accidit lineæ b f, quàm lineæ f z per 14 th. huius: maior

ergo ei debetur exceſſus imaginis quàm lineæ f z. Si uerò pũctum a centrum uiſus ſit extra ſuperficiem, in qua ſunt omnes perpendiculares, exeuntes ex punctis lineæ b c ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani, à qua fit refractio (nam linea a z, quæ exit à puncto a perpendiculariter ſuper medium pũctũ lineę b c, quod eſt z, nõ propter hoc eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, in qua eſt linea b c) idẽ patebit. Nã quoniam lineæ b c & k l ſunt erectæ ſuper lineam a z d, & linea k o eſt imago lineæ b z, & linea l o eſt imago lineę z c, & angulus, quẽ reſpicit linea k o apud centrum uiſus a, qui eſt angulus k a z, eſt maior angulo b a z, quem reſpicit linea b z apud centrum uiſus a: linea ergo k o per 10 th. 4 huius uidebitur maior quàm linea b z: & ſimiliter linea k r uidebitur maior quàm linea b f. Et omnia hæc patent ex illis, quę pręmiſſa ſunt in 33 huius. Siue ergó ſuperficies corporum diaphanorũ oppoſitæ uiſui fuerint planę, ſiue ſphæricę conuexę: accidit imaginem rei uiſę uideri maiorem ipſa re uiſa. In hoc tamẽ eſt differentia, quia in corporib. diaphanis planarũ ſuperficierũ exceſſus magnitudinis imaginis ſuper rẽ uiſam eſt ſolũ in apparentia uiſus, propter exceſſum angulorũ, ſecũdum quos uidetur & imago & res ipſa uiſa: aliàs enim imagines ſecũdũ ueritatẽ ſunt æquales ipſis rebus uiſis: ſed in refractione facta à corporibus conuexis ſphæricis imago eſt ſecũdum ueritatẽ maior ipſa re uiſa: & etiam ſecũdum apparentiam in uiſu propter angulorum exceſſum uidetur maior: quoniam in hoc ſitu imago reſpicit maiorem angulum apud cẽtrum uiſus quàm reſpiciat ipſa res uiſa: & ſunt utroq; modo partes imaginũ maiores partibus rerum uiſarum ſibi proportionalium. Patet ergo propoſitum.



42. Omne corpus uiſum in aqua, comprehenditur maius quàm ſit ſecundum ueritatem. Alhazen 48 n 7.

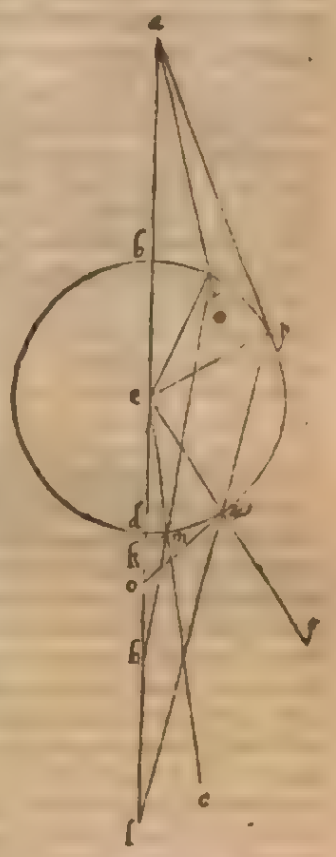
Quod hic proponitur, patet ſatis ex præmiſſis: ſed & idẽ placuit experimentaliter declarare, & uniuerſalẽ cauſſam particulariter exemplare. Aſſumatur itaq; corpus colũnare longitudinis unius cubiti, & aliquátę groſsitiei: & ſit albũ, ut manifeſtius in aqua poſsit diſtingui: ſintq; ſupficies eius baſis planæ, ita quòd per ſe ſuper illas poſsit ſtare æqualiter ſuper ſuperficiem horizontis uel terræ uel uaſis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius ſuperficies baſis ſit plana: ita quòd aqua non immergat totam corporis longitudinem: & erigatur corpus ſuper mediam baſim uaſis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquá: quia profunditas aquæ eſt minor corporis longitudine. Cũ itaq; quieuerit aqua: uidebitur pars corporis intra aquam groſsior, quàm illa, quæ eſt extra aquam. Patet ergo propoſitũ per experimentũ. Sed & idẽ patet aliter. Quoniá enim conuexũ ſuperficiei aquę eſt figuræ ſphæricæ, & opponitur uiſui: & centrũ ſuperficiei aquæ, quod eſt centrũ uniuerſi (ut aliàs oſtẽdimus) ſemper eſt ultra omnia illa uiſibilia, quę cõprehenduntur in aqua, & aqua eſt groſsior aere: ſiue extremitas rei uiſæ fuerit æqualiter diſtans à cẽtro aquę, ſiue inæqualiter: & ſiue uiſus fuerit in aliqua linearũ perpendicularũ exeuntiũ ab aliquo pũctorũ rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ aquę, ſiue oẽs extra illas perpendiculares: ſemper eſt neceſſariũ, ut patet ex pręmiſsis ſex propoſitionibus proximis, formá rei uiſę uideri maiorẽ ipſa re uiſa exiſtẽte intra corpus aquę. Sed forte ſi aqua fuerit clara ualde, & pauca: quales aquas in loco ſubterraneo in concauitate montis, qui eſt inter ciuitates Paduá & Vincentiá (qui locus dicitur Cubalus) nos uidimus lucidas, quaſi ut aerem: tũc fortè non cõprehẽdetur imago formę rei uiſæ ſub aqua tali eſſe maior quàm ſi in aere uideretur: quia tũc non eſt differentia in quantitate iſtorũ quo ad ſenſum: quoniam denſitas aquæ modicũ addit ſuper aeris denſitatẽ: & ideo ſenſus tũc non diſtinguet quantitatis additionẽ: ſemper tamen ſecũdum ueritatẽ imago fit maior ipſa re uiſa: licet illud quandoque lateat ſenſum. Patet ergo propoſitũ: magis tamen eſt hoc euidens in aquis groſsioribus, ut ſulphureis calidis: in quarum intuitu & mirabili tranſmutatione formarum primùm nos amor huius ſtudij allexit.

43. Re uiſa ultra corpus diaphanum ſphæricum groſsius aere exiſtente, ita quòd centrum uiſus & res uiſa & centrum corporis ſphærici ſint in eadem linea recta: comprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris, multò maior re uiſa. Alhazen 49 n 7.

Sit centrum uiſus a: & corpus ſphæricum diaphanum ſit b d z g: cuius centrum ſit e: & ducatur linea a e: quę protracta ſecet ſuperficiẽ ſphærę diaphanę in duobus pũctis b & d: protrahatur quoq; ultra punctum d uſq; ad punctum h: tranſeatq; per lineam a b d h ſuperficies plana ſecans ſphęram: & ſit communis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei ſphærę diaphanæ per 69 th. 1 huius circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 25 huius quòd in linea d h ſunt plura puncta, quorum formæ refringuntur ad uiſum a ex circumferentia circuli b d z g: & quòd forma totius illius

lineæ

lineæ refringitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d fuerit continuus, unius ſcilicet diaphanitatis continentis lineam d h l. Et ſi forma puncti h refringatur ad uiſum a ex puncto corporis g: & forma puncti l refringatur ad uiſum a ex puncto corporis p: manifeſtum eſt quòd forma totius lineæ refringitur ad a uiſum ex arcu g p: & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a: ſecetq; linea g h circúferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z. Forma itaq; puncti h extenditur per lineam h g, & refringitur per lineam g a: & forma puncti l extenditur per lineá l p, & refringitur per lineam p a: & ducantur lineæ e m & e z: & extrahatur linea e m ad punctum c: & linea e z ad punctum f. Forma ergo, quę extenditur per lineam a g (quoniam peruenit ad punctum g) refringitur per lineam g h ad punctum h: & forma, quæ extenditur per lineam a p perueniens ad punctum p, per lineam p l refringitur & peruenit ad punctum l: & hoc ſi corpus diaphanum fuerit continuum & unum uſq; ad punctum l. Si uerò corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud ſuperficiem ſphæricam citra lineam h l: tunc forma, quæ extenditur per lineam a g, refringitur per lineam g m in partem perpendicularis e h: & cùm forma peruenerit ad punctum m, refringetur ſecundò in partem contrariam perpendicularis, quæ eſt e m c, & concurret cum perpendiculari e l: refringatur ergo in punctum k perpendicularis e l. Et ſimiliter forma, quæ extenditur per lineam a p, refringetur per lineam p z: & cum peruenerit ad punctum z, refringetur ſecundò ad partem contrariam perpendicularis e z f in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e: ſit punctum concurſus o. Sic ergo refractio formæ, quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctum z: ab illo puncto z refringitur ad diametrum e l per lineam z o. Forma itaq; puncti k per 9 huius extenditur per lineam k m, & à puncto m refringitur per lineam m g in punctum g: deinde ſecundò refringitur à puncto g per lineam g a ad uiſum a. Et ſimiliter forma puncti o extenditur per lineam o z: & à puncto z refringitur per lineam z p in punctum p: deinde refringitur ab illo puncto p per lineam p a ad uiſum a. Forma ergo totius lineæ k o refringitur ad uiſum a ex arcu g p. Et ſi linea a k o fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p circumuolui circa lineam a k o fixam: tunc arcus g p deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refringetur forma lineæ k o ad uiſum a: & erit centrum uiſus a locus imaginis per 15 th. huius. Forma ergo lineæ k o uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractiónis: & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ. Forma itaq; lineæ k o uidebitur multò maior ipſa: & erit figura formæ diuerſa à figura k o. Hoc autem poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra cryſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis: & accipiatur corpuſculum paruum, ut cera nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus: ponaturq; ſphæra cryſtallina in oppoſitione alterius uiſuum, & claudatur reliquus: eleueturq; acus ultra ſphæram: & aſpiciatur medium ſphæræ: & ſit cera oppoſita medio ſphæræ in linea recta: uidebiturq; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ. Quod ſi non uideatur talis figura: moueatur cera ante & retro, donec uideatur talis rotunditas: & tunc auferatur cera, & recedet nigredo: quòd ſi ceram reduxerit quis ad locum & ſitum priorem, reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa eſt diuerſitas, quam relinquimus ſtudio perquirentis.



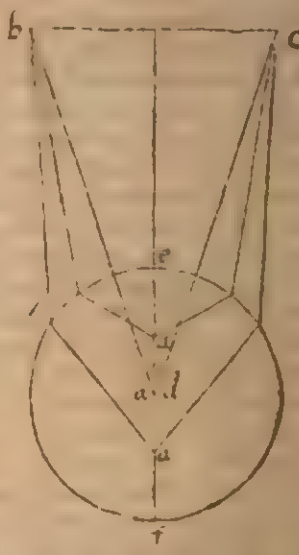
44. Re uiſa trans corpus diaphanum columnare denſius aere, ita quòd centrum uiſus, & centrum alicuius circuli corporis æquidiſtantis baſibus columnæ, & res uiſa ſint in eadem linea recta: imago rei uidebitur duplicata. Alhazen 50 7.

Sit in corpore columnari groſſioris diaphanitatis quàm ſit aer, circulus b g d z: & ſit centrum uiſus a: & cætera, ut prius in præcedente: dico quòd forma lineæ k o uidebitur duplicata. quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum ſibi æqualem & ſibi correſpondentem ex arcu b d in alia parte ſemicylindri. Sed hæc forma non erit circularis: quia figura a h p g cum fuerit circúuoluta circa a k lineam immotam atq; fixam, non tranſibit per illam lineá arcus g p per totá ſuperficiem columnarẽ: ſed refringetur forma ex aliquibus portionibus colúnæ, & erit cótinua in una parte, & ſimiliter in alia. Nã ſuperficies, in qua ſunt púcta l, k, tranſiẽs per axẽ colúnę, facit in ſuperficie colúnę, quę eſt ex parte uiſus a, lineam rectá tranſeuntẽ per púctũ b, & extẽſam in lõgitudine colúnæ: & non refringetur forma lineæ k o ex illa linea recta: nam linea k h erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotũda corpore diaphano exiſtente colúnari ſed erũt duæ formę, quarũ altera refringetur ſuper alteram. Videbitur ergo linea k o habẽs imagines duas, quarum utraq; eſt maior quàm linea k o: & erũt illæ duæ formæ eædem apud púctum a, quod eſt centrum uiſus: quoniam in illo púcto a eſt locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 15 th. huius. Patet ergo propoſitũ. Non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio a ſuperficie corporum pyramidalium;

dalium: quoniam linea k a non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum: neque potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionũ & de speculis pyramidalibus conuexis & concauis ostensum est in præmissis libris.

45. Centro uisus existente in diametro corporis diaphani sphærici concaui densioris aere, & re uisa respiciente conuexum illius corporis: imago uidebitur quandoq; minor re uisa: quandoq; maior, ut cum fit figura armillaris.

Sit centrum uisus a: lineaq; uisa sit b c: & sit corpus sphæricum concauũ densioris diaphanitatis, quàm sit aer, cuius centrum sit d: & diameter e d f: sitq; linea b c extra conuexum illius corporis: & centrũ uisus a sit in diametro illius intra corpus cõcauũ: dico quòd semper imago rei uisæ lineæ b c erit minor ipsa re uisa. Si enim centrũ uisus a fuerit in centro corporis puncto d: palàm per 72 th. 1 huius quoniam omnes lineæ extensionis formarũ pũctorum lineæ b c ad uisum a, erũt perpendiculares super superficiem corporis: quoniam transeunt centrũ eius: locus ergo imaginis per 15 huius erit ipse arcus refractionis, uidebiturq; imago curua minor re uisa. Quòd si a centrum uisus fuerit in aliquo punctorũ semidiametri e d propinquioris rei uisę, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotioris: adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabũt perpendiculares ductas à pũctis rei uisæ super superficiem corporis diaphani, à qua fit refractio, in ipsis pũctis refractionũ hoc est in pũctis arcus, a quo fit refractio, uel circa illa pũcta intra corpus diaphanum uel extra illud. Videbitur ergo imago quãdoq; curua: quandoq; recta: quandoq; irregularis: sed semper minor re uisa. quoniam, ut patet, chorda uel alia diameter imaginis est minor re uisa: & omnis linea cadens inter centrũ uisus pũctum a & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cũ ceciderit inter lineas a b & a c: ut hæc patere possunt per 29 p 1, uel per 4 p 6. Est itaq; in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa: eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum fit figuræ armillaris. Si enim linea b c situetur in diametro f d e: tũc formarum punctorũ b & c fiet refractio ab aliquibus duobus pũctis unius arcus circuli corporis, & pũctorum mediorum lineæ b c fiet refractio a pũctis medijs illius arcus. Et si linea a b c remanente fixa, imaginetur illa figura circũuolui, quousq; redeat ad locũ, unde motus accepit principiũ: describetur per arcũ refractionis quędam superficies armillaris in tota sphęrica superficie corporis, à qua totali fiet refractio ad uisum: eritq; locus imaginis in centro uisus: qui applicans formã uisam ipsi superficiei refractionis, rem indicat figurę armillaris: ut hæc amplius omnia declarauimus in 43 huius. Patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehẽditur à uisu ultra corpus diaphanum sphæricum densius aere, cuius cõcauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro, uel crystallo, uel glacie, aut aliquo illis simili: refractio tamen, quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est ibi, nisi quòd secundum illam non fit retractio nisi formarum sphæricarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.



46. Imago formæ cuiuslibet rei uisę figuratur diuersimodè secundum figuram superficiei corporis, à qua fit refractio ad uisum. Alhazen 35 n 7.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in communi sectione catheti incidẽtiæ, quæ est perpendiculariter à puncto rei uisæ producta super superficiem corporis diaphani, in quo est res uisa, & lineę, per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 15 th. huius. Si ergo imaginati fuerimus quòd ab unoquoq; puncto rei uisæ exeat cathetus incidentiæ, quę est perpẽdicularis super superficiem corporis, in quo est res uisa: tũc habebimus quãdã figurã columnarẽ uel corporalem, exeuntẽ à superficie totius uisi corporis ad superficiẽ corporis diaphani: & hęc figura secat pyramidẽ radialẽ, secundũ quã fit uisio refracta, cuius uertex est in cẽtro uisus: & istarũ duarũ figurarũ corporalium, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis, à qua fit refractio formæ rei uisæ, fuerit plana: tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei: quare illa imago erit æqualis, uel modico maior quàm sit forma rei uisæ: uidebitur tamen semper multò maior re uisa. Quòd si corpus, à quo fit refractio, fuerit sphæricum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diaphani, uel inter illud centrum & uisum: tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares, quæ sunt catheti incidentię, concurrunt in centro corporis diaphani per 72 th. huius: & hęc imago quantò magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diaphani, tantò magis amplificatur: & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam: semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam: tunc imago erit strictior re uisa. Si uerò res uisa fuerit ultra

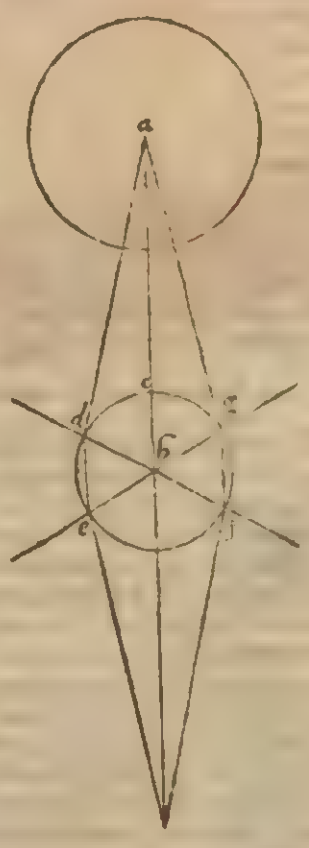
superficie m

ſuperficiem ſphæricam corporis diaphani uel ultra centrum eius: tunc, (cum omnes catheti incidentię ſecẽt ſe in centro corporis) erit corpus imaginatũ duæ pyramides oppoſitæ, quarũ uertices coniunguntur in centro corporis diaphani: & loca imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa: & fortè accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uiſa: quandoq; æqualem: & quandoq; minorẽ. Quòd ſi corporis diaphani ſphærici concauitas fuerit à parte uiſus, & conuexitas ex parte rei uiſæ. tunc per eandem rationem, per quam prius, corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in cẽtro corporis diaphani. Quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diaphani, tantò magis conſtringitur: & quantò magis extenditur ad partem illam, tantò magis dilatatur & amplificatur ſuperficies: unde ſecundum hoc locis imaginum diuerſificatis, diuerſificatur & quantitas imaginum formarum. Quia ſi locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diaphani concaui, quàm ipſa res uiſa: erit imago minor ipſa re uiſa: & ſi fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quàm res uiſa: erit imago maior ipſa re uiſa. Et quomodo hoc exemplificauimus in corporibus diaphanis ſphæricis conuexis & concauis: eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis poteſt intelligi. Vniuerſaliter autẽ quando locus imaginis eſt ſuperficies corporis diaphani, à qua fit refractio: tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei, à qua fit refractio. Vnde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa: in cõcauis concaua: in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris: & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diaphano ſecũdum diuerſum ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus. Vnde forma eiuſdem rei, ut pedis uel manus, quandoq; uidetur ſtricta & curta: quandoq; arcta & longa, ſecũdum quod perpendiculares à punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diaphani productæ illi ſuperficiei incidunt diuerſimodè: ſic enim uariè à lineis extenſionis formarum interſecantur: & uariatur multiformiter imago, ut patet per 15 & 16 huius. Horum quoq; omnium cauſſa ſufficienter patet ex præmiſſis. Palàm ergo eſt id, quod proponebatur.

47. Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus. Alhazen 36 n 7.

Quoniam enim forma eiuſdẽ rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diaphani, in quo eſt illa res, ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis: tunc in ipſius uiſione non fit quantùm ad actũ uidendi, differentia à ſimplici uiſione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius ſcientiæ: ubi diximus quòd res ſecundum pyramidem uidetur, cuius uertex eſt in centro uiſus, & baſis in ſuperficie rei uiſæ: & oſtendimus quòd tunc ab ambobus uiſibus uidetur una forma: unde illud hic ſupponimus in formis refractis, ut in formis directe uiſis. Si enim homo comprehenderit aliquod uiſibile in cœlo aut in aqua, aut ſub uitro uel cryſtallo ambobus uiſibus, & claudat unũ uiſuũ: nihilominus comprehendet illud uiſibile. Ambobus ergo uiſibus & uno tantũ uiſu cõprehenditur eadem forma. Et hoc eſt propoſitũ: non enim uidimus in talibus aliquid ulteriori mora dignum.

48. Cryſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſſibile eſt accendi in re combuſtibili, quæ eſt poſt illam.



Sit centrum ſolis punctum a: ſitq; cryſtallus ſibi oppoſita, cuius centrum b: ſitq; ut ſuperficies plana centra amborum, quæ ſunt a & b, pertranſiens ſecet ipſam cryſtallum ſphæricam ſecundum circulum per 69 th. 1 huius: qui ſit c d e f g. Dico quòd ſi aliquod combuſtibile ponatur poſt hanc cryſtallum: ita quòd cryſtallus ſit media inter ſolem & rem combuſtibilem, ut ſtupam uel aliquid conſimile: poſsibile eſt, ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro ſolis a uſque ad centrum cryſtalli, quod eſt b, diffundi radium, qui ſit a b. Cum itaque radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus cryſtalli per 72 th. 1 huius, quoniam tranſit per amborum centra: palàm per 47 th. 2 huius quia non refringitur, ſed tranſit corpus cryſtalli irrefractus: omnesq; radij ſolis ſuperficiei ſphæricæ cryſtalli æquidiſtanter radio a b incidentes, palàm quoniam incidunt obliquè: ergo per 47 th. 2 huius patet quoniam omnes illi radij refringuntur ad perpendicularem a b: quoniam quilibet illorum radiorum refringitur ad perpendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem cryſtalli: quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b in centro ſphæræ cryſtalli: fit autem ad illas perpendiculares refractio: ideo quòd corpus cryſtalli denſius eſt corpore aeris, per quod tranſeunt radij inter corpus ſolis & corpus cryſtalli incidentes. Et quoniam in diſtantia æquali à radio a b, alij radij à corpore ſolis procedentes, corpori cryſtalli incidunt ſecundum angulos æquales per 43 th. 1 huius: palàm per 8 huius quoniam ſecundum æquales angulos refringuntur. Imaginetur itaque radius a b produci ultra corpus cryſtalli: & patet quoniam à quolibet circulo cryſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refringuntur radij ad unum punctum perpendicularis a b,

ris a b, ſicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b. In aliquo itaque illorum punctorum perpendicularis a b retro corpus cryſtalli poſito combuſtibili, ignis accendetur in illo, ſi moram duxerit. Omnes enim anguli refractionis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem cryſtalli unius circuli (cuius polus eſt punctus, ſecundum quem linea a b ſecat ſuperficiem cryſtalli) ſunt æquales: & eorum radiorum anguli refractionis à ſuperficie cryſtalli ad aerem ſunt æquales. Et quoniam quilibet illorum radiorum refringitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſuper ſuperficiem cryſtalli producta: patet quòd omnes illi radij æqualiter refracti, concurrunt in uno púcto lineæ a b productæ ultra ſuperficiem cryſtalli. Et quia illa púcta naturalia latitudinẽ habent: patet quòd in ipſis radij plurimi concurrũt: poſſunt ergo rem combuſtibilem ibi poſitam inflammare: quod eſt propoſitũ. Fortè tamen portio ſphæræ cryſtallinæ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco centri ſui poſita re inflammabili: quoniã omnes radij totali illi ſuperficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes concurrerent in centro per 72 th. 1 huius. Sed & in horum experimentatione eſt maxima latitudo, quam relinquimus ad talia curioſis.

49. Stellas cæli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi inſtrumentaliter declaratur. Alhazen 15 n 7.

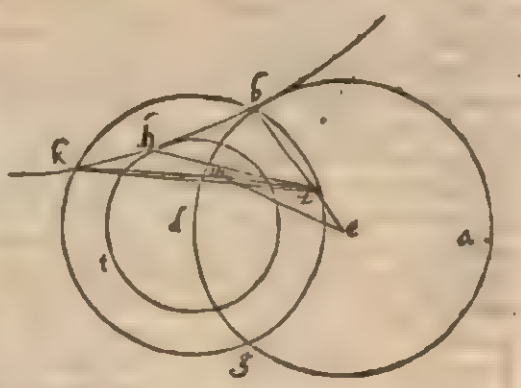
Inſtrumentum armillarum ponatur in loco eminente: unde appareat horizontis pars orientalis, ita quòd armilla, quę eſt in loco circuli meridiei, ſit poſita in ſuperficie circuli meridiei: & polus ęius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mundi ſuper illius habitabilis horizonta: & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarum fixarum magnarum, quæ cum peruenit ad circulum meridianum, ſit tranſiens per centrum capitis experimentantis aut prope: & cõſideretur illa in ortu ſuo, dum eleuatur ſuper ſuperficiem horizontis: & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt polus æquinoctialis, donec fiat æquidiſtans circulo magno cœli tranſeunti per polos æquinoctialis, & per centrum corporis illius ſtellæ: & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut habeatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella, donec ueniat ad circulum meridiei: moueaturq; armilla mobilis, donec fiat æquidiſtans circulo ſtellæ, ut prius: & ſit in ſuperficie circuli meridiani: & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi, cum ſtella fuerit in zenith capitis aut prope: inuenieturq; diſtantia ſtellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtantia ab eodem polo, tempore, quo eſt in zenith capitis uel prope. Patet itaque ex iſtis quia uiſus comprehendit formas ſtellarum orientium refractè, & non rectè: quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mouetur per eundem circulum ex circulis æquidiſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecundum motum latitudinis uarietur parum in tempore lõgo: de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uiſus comprehenderet ſtellas rectè, non refractè: tunc uiſus comprehenderet quamlibet ſtellarum in ſuo loco: & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem diſtantia in uiſu: cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoque accidit in luna. Si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius: & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam: & item æquet ipſam pro tempore mediæ noctis: & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus ſui: non accidet diuerſitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentum. Inuento uerò loco lunæ per armillas, dum eſt in meridiano circulo: erit diſtantia lunæ à zenith capitis inuenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana, maior, & cum eſt ſeptentrionalis, minor uera diſtantia eius à zenith capitis inuenta per computationem tabularum. Patet ergo quòd lux lunæ non peruenit ad uiſum rectè, ſed refringitur in aliquo medio corpore ſecundi diaphani: quia niſi refringeretur, eadem eius eſſet diſtantia à zenith capitis per inſtrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eſt in horizonte: nunc autem differt. Palàm eſt ergo propoſitum, quòd omnes ſtellæ uidentur per refractionem.

50. Diaphanitas corporis cæleſtis rarior eſt aeris & ignis diaphanitate. Alhazen 16 n 7.

Diſpoſito enim inſtrumento armillarum, ut ſuprà, inuenienda eſt diſtantia alicuius ſtellarum à zenith capitis: & in loco experimentationis ſit circulus meridiei a b g: & ſit zenith capitis punctũ b: & polus mundi ſit punctum d: centrum quoque mundi ſit punctus e: & ducatur ſemidiameter meridiani circuli: quæ ſit e b, pertranſiens centrum uiſus experimentantis, qui ſit punctus z: ſitq; circulus h t æquidiſtans circulo æquinoctiali & polo ipſius, qui eſt d: eritq; polus illius circuli h t punctus d per 68 th. 1 huius, propter æquidiſtantiam illorum circulorum: ſitq; circuli h t diſtantia à puncto d polo mundi illa, in qua inuenitur ſtella in hora certificationis diſtantiæ primæ, quæ eſt in ipſo puncto ſui ortus: & ſit locus ſtellæ in illa hora punctus h: ſitq; circulus alter, qui k b g, æquidiſtans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h t: cuius diſtantia à polo mundi, qui eſt d, ſit illa, in qua inuenitur ſtella in ſecunda hora conſiderationis, quæ ſit ſtella exiſtente iuxta zenith capitis in circulo meridiano, qui eſt a b g: eritq; circulus k b g æquidiſtans polo mundi, qui eſt d, & ualde propinquus ipſi zenith capitis, aut tranſiens per punctum b, quod eſt zenith capitis. Ille ergo circulus k b g eſt, in quo ceſſat obliquitas refractionis. Nam cum ſtella fuerit in zenith capitis in púcto b, aut ualde prope: tũc uiſus comprehendet eius formã rectè. Nã linea e z b à centro mũdi e per centrũ uiſus z ad zenith capitis b pertingẽs, eſt perpẽdicularis ſuper cõcauũ ſphęrę cœleſtis, & ſuper cõuexũ

ſphæræ

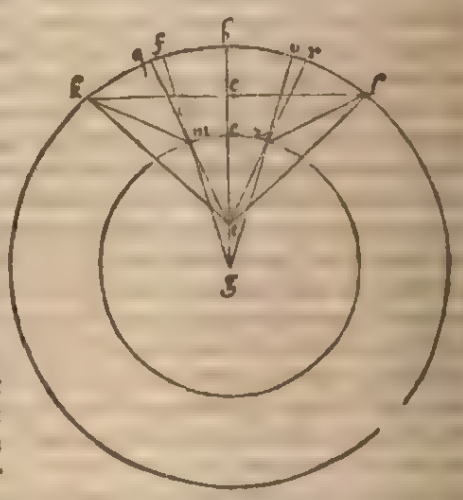
ſphæræ aeris per 72 th.1 huius: quoniam tranſit per centrum utriuſq; illarum ſphærarũ. Viſus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b ſuper ſphęras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam rectè, ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diaphanitatis, ſiue diuerſæ: quoniam, ut ſuprà oſtenſum eſt per 3 th. huius, perpendicularis linea radialis non refringitur in medio ſecundi diaphani. Forma itaq; ſtellę apparentis in puncto b ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris (quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis, quanquã ignis plus diaphanus eſt aere: & ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris, quæ quantũ ad illud, ſunt ſphæra quaſi una.) Stellam itaq; exiſtẽtem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uiſus in ſuo uero circulo æquidiſtante circulo æquinoctiali, ſuper quem mouebatur ab initio noctis, quouſq; peruenit ad circulum meridianum. In circulo itaq; k b g fuit ſtella in prima experimentatione ſecundum ueritatem. Sit autem circulus altitudinis tranſiens per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k: ſecetq; iſte circulus circulum k b g in ambobus punctis: ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis, & in puncto g illi directè oppoſito: ſecetq; circulum h t in puncto h, in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primę conſiderationis. Et quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor, quàm in ſecunda: patet quòd circulus h t eſt propinquior polo d, quàm circulus k b g: pũctus itaq; h circuli altitudinis, qui eſt b h k, propinquior eſt ipſi zenith capitis b quàm punctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z ad centrũ uiſus z. Quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in puncto circuli h t: & tunc erat in ſuperficie circuli b h k: & tamen ſtella erat in illa hora ſecundum ueritatem in circumferentia circuli k b g: oportet neceſſariò, ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui ſunt k b g & b h k, qui eſt punctus k ſupra terrã: comprehenditur autem à uiſu in puncto h per lineam z h: quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z: & linea, quę eſt inter ſtellam & uiſum ſecũdum ueritatem, eſt linea k z. Palàm ergo quòd uiſus non comprehendit ſtellam, quę eſt in puncto k, rectè: comprehẽdit ergo ipſam refracte. Et quia in corpore cœleſti propter homogeneitatem ſuæ diaphanitatis non poteſt fieri refractio: fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaque locus refractionis factæ in medio ſecundi diaphani (quod eſt aer uel ignis) punctus m: & ducatur linea k m: & protrahatur à puncto m linea recta uſque ad punctum z centrum uiſus. Quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refringitur ad uiſum per lineam k m z: formæ uerò non refringuntur niſi occurrent corpus diuerſæ diaphanitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſſis huius libri propoſitionibus. Ergo corpus cœleſte, in quo eſt ſtella, eſt differentis diaphanitatis ab aeris uel ignis diaphanitate. Et quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diaphanitate, ut patet per 4 huius: punctus itaque m eſt in cõcauitate cœli. Et ſi producatur linea e m: hæc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis. Eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli concauam, contingentem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris uel ignis conuexam. Et quia forma ſtellę extẽſa in corpore cœleſti per lineam k m, refringitur in aere ad uiſum per lineam m z: linea uerò k m protracta ultra punctum m ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e centro mundi: ideo quia obliquè incidit concauæ ſuperficiei ipſius cœli: palàm quia illa refractio eſt ad partem, in qua eſt perpendicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiem aeris. Et quoniam neque in cœlo, neque in aere eſt aliquod corpus denſum politum, à quo poſsit fieri reflexio, ut à ſpeculo: patet quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecũdi diaphani. Corpus itaq; aeris eſt groſsius corpore cœli, ut patet p 4 huius. Et hoc eſt ꝓpoſitũ.



51. Diametri omnium ſtellarum & linea determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in zenith capitis uel circa exiſtentium, minores comprehenduntur per refractionem, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 52 n 7.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k: & communis ſectio ſuperficiei huius circuli & ſuperficiei conuexitatis ſphæræ cœli infimi per 69 th.1 huius ſit circulus m e z: erunt ergo iſti duo circuli in eadem ſuperficie & concentrici. Sit ergo centrum ipſorum (quod eſt centrum mundi) punctum g: ſitq; centrum uiſus punctum t: & ducatur à centro mundi g ad centrum uiſus t linea g t: & extrahatur linea g t in partem t e, donec occurrat circulo meridiei in puncto b: ſecetq; circulum, qui eſt in ſuperficie cœli concaua, in puncto e: erit itaq; punctus b zenith capitis, quo ad uiſum: ſit itaq; k l arcus, cuius chorda k l ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas: & linea t b tranſeat per medium arcum k l ad punctum b: & ſecet chordam l k in puncto c:

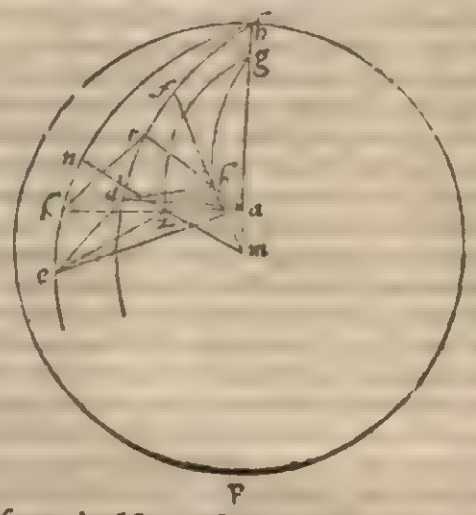
arcus itaq; k b eſt æqualis arcui b l: & ducantur duæ lineæ t k & t l. Erit ergo angulus k t l quidam angulus, ſecundum quem uiſus t comprehendit arcum k l, quando ipſum rectè comprehendit. Sit itaq;, ut forma puncti k refringatur ad uiſum t à puncto m circuli m e z, qui eſt ſignatus in concauæ ſuperficie ipſius cœli infimi, ut præaſſumptum eſt: & forma puncti l refringatur ad uiſum t ex puncto z, & ducantur lineæ g m & g z à centro mundi ad loca refractionum: ducantur quoq; lineæ k m: m t, l z, z t. Forma itaq; puncti k extenditur per lineam k m, & refringitur ad uiſum t per lineam m t. Et quoniam linea g m exit à centro ad circumferentiam: palàm per 72 th. 1 huius quòd ipſa eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæræ cœli incidens puncto m, quod eſt punctum refractionis. Et eodem modo oſtendi poteſt, quòd g z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli, incidens in puncto z. Et quia per præmiſſam corpus cœli, quod eſt z m, eſt rarioris diaphanitatis quàm corpus aeris, in quo eſt uiſus t: palàm per 4 huius quia refractio, quæ fit ſecundum lineam m t, erit ad partem perpendicularis lineæ, quę eſt m g. Erit itaq; punctum m inter duas lineas t b & t k. Quia ſi punctus m eſſet ultra lineam t k: tunc perpendicularis exiens à puncto g ad punctum m, eſſet etiam ultra punctum k: & ita cũ forma puncti k refringeretur ad uiſum à puncto m, refringeretur ad partẽ ꝓpendicularis m g, & nõ pueniret ad ꝓpendicularẽ g e: ergo nõ pueniret ad uiſum t. Palã itaq; quoniã punctus m eſt inter duas lineas t k & t b: & eodem modo declarari poteſt quia pũctũ z eſt inter duas lineas t b & t l. Extrahatur itaq; linea t m ad q pũctum circuli meridiani, & linea t z ad punctũ r eiuſdem circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui l r, & angulus q t r erit minor angulo k t l: quoniã eſt pars eius. Sed angul⁹ q t r eſt angulus, ꝑ quẽ uiſus t cõprehendit arcum k l refractè: & angulus k t l eſt angulus, per quem uiſus t comprehẽdet arcum k l rectè: ſi ipſum rectè poſſet comprehendere: ſed remotio arcus k l à uiſu eſt maxima: quapropter quantitas eius non certificatur. Viſus itaq; per exiſtimationem non per certitudinem accipit remotionem arcus k l: ſed exiſtimatio uiſus quando comprehendit refractè, nõ differt ab exiſtimatione eius, quando comprehendit rectè, niſi in hoc ſolùm, quòd putat ſe rectè comprehendere, quando comprehendit refractè. Viſus itaq; t comprehendit arcum k l refractè ex angulo minori, quàm ille angulus, quo ipſum comprehendit rectè, & ſecundum comparationem ad illam eandem remotionem, ad quam comparat, ſi ipſam rectè comprehenderet. Sed uiſus t comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis puncti t (quod eſt cẽtrum uiſus) à ſuperficie rei uiſæ per 27 th. 4 huius: ergo comprehẽdit quantitatem arcus k l refractè minorem, quàm ſi comprehẽderet illam rectè. Et ſi figura, in qua ſunt pũcta k, l, t, b imaginetur circumuolui linea t b exiſtente immobili: deſcribetur circulus ſecans meridianum circulum in duobus punctis, cuius circuli polus erit pũctum b zenith capitis: & erũt omnes anguli, qui ſunt apud uiſum t cõtenti duabus lineis ſimilibus lineis t k & t l, inter ſe quilibet ſuo compari æqualis. Viſus ergo t comprehendet formam arcus k l refractè in omni ſitu in reſpectu circuli meridiei, cum fuerit in uertice capitis, minorem, quàm ſi comprehenderet ipſam rectè. Et ſi linea t b ſecuerit arcum k l in duo æqualia: tũc duo pũcta q & r erũt inter duo puncta k & l: eritq; angulus q t r minor angulo k t l: & erit omnis angulus æqualis angulo q t r, exiens à pũcto t ſecans ſtellam: & linea exiens à cẽtro uiſus t in ſuperficie illius circuli ſecabit circulum maiorem ipſius ſtellæ, & comprehenditur quantitas eius minor quàm ſit: & ſic tota ſtella uidebitur minor quàm ſit. Omnis ergo ſtella uidetur minor, cũ eſt in zenith capitis, quàm ſi uideretur directè. Et ſimiliter eſt de omni diſtantia inter quaslibet duas ſtellas, cum zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtantiæ: comprehẽdetur enim in omnibus ſuis poſitionibus minor, quàm ſi directè comprehenderetur ſine refractione. Omnis itaque ſtella in uertice capitis aſpicientis exiſtens uidetur minor quàm in alio loco cœli: & quãtò magis remouetur a uertice capitis, tantò ſemper apparet maior: itaque in horizonte apparet maior quàm in alio loco. Et hoc eſt commune omnibus ſtellis, planetis ſcilicet & fixis, quòd in zenith capitis uel prope illud ſemper ſunt minores. Et hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias: hoc eſt in ipſis ſtellarum diſtantijs, ut ſpatiorum cœli, quæ ſunt inter ſtellas, magis quàm in quantitatibus ſtellarum: nam quantitas ſtellæ, quo ad uiſum, eſt res parua, & exceſſus ſuæ quantitatis res parua, ſed magis comprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarum. Patet ergo propoſitum.



52. Diametri ſtellarum, uel lineæ ſtellarum diſtantiã determinantes, exiſtentes in horizonte, aut inter horizontem & circulum meridiei, taliter ut æquidiſtent horizonti: uidebuntur propter refractionem minores, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 53 n 7.

Sit item circulus meridianus, qui b p: cuius centrũ, quod eſt centrũ mũdi, ſit pũctus m: & ſit centrũ uiſus a: & zenith capitis pũctum b: & ducatur linea a b: & ſit diameter ſtellę aut diſtãtia inter alias duas ſtellas linea d e æquidiſtans horizonti: & ſit circulus altitudinis tranſiens per unã extremitatem

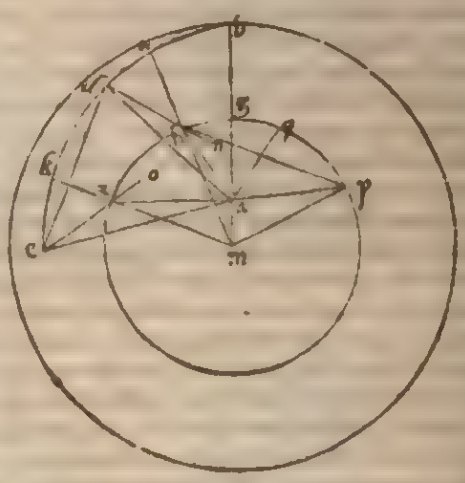
mitatem diametri ſtellę, aut diſtãtiæ inter duas ſtellas, circulus b d: & alius circulus altitudinis tranſiens per alteram extremitatem diametri ſtellæ aut diſtantię ſit circulus b e: cõmunes quoq; ſectiones ſuperficierũ illorũ duorũ circulorũ & ſuperficiei concauę cœli infimi ſint duo circuli g h & g z. Forma itaq; pũcti d refringitur ad uiſum a in ſuperficie circuli g h: eſto, ut hoc fiat in pũcto h: & forma pũcti e refringitur ad uiſum a in ſuperficie circuli g z: & ſit in pũcto z: ducãtur itaq; lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h: & producatur linea m z ad arcum b e in pũctũ n: & linea m h producatur ad arcũ b d in punctum f. Et quoniã linea d e æquidiſtat horizonti, cũ ſit quędam pars circuli æquidiſtantis circulo horizontis, ut alicuius illorũ circulorum, qui arabicè dicũtur almicantarah: palàm per 68 th. 1 huius quoniã zenith capitis, quod eſt punctus b, eſt polus circuli d e: quoniã ipſe eſt polus horizontis. Arcus itaq; b d eſt æqualis arcui b e per 28 p 3: chordæ enim illorum arcuũ ſunt æquales per 65 th. 1 huius: linea itaq; m h eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphani cœleſtis per 72 th. 1 huius: quoniam exit à centro mũdi. Linea itaq; h a refringitur à pũcto h ad uiſum a: & erit eius refractio ad partem diametri h m per 4 huius: aer enim eſt denſior corpore cœleſti, ut patet per 50 huius: refringetur ergo ad partẽ contrariam illi parti, in qua eſt pars reliqua perpendicularis, quę h f: ergo h pũctum refractionis eſt altius quàm linea a d. Et ſimiliter declarabitur quòd z pũctus refractionis eſt altior q̃ linea a e. Duo ergo pũcta f & n, quę ſunt termini duarũ linearũ perpendiculariũ m f & m n, ſunt inter duo puncta d & e, & zenith capitis, quod eſt b: ita quòd pũctum f eſt inter duo pũcta d & b, & pũctum n inter duo pũcta e & b: & angulus refractionis, qui eſt apud pũctum h, eſt æqualis angulo refractiõis, qui eſt apud punctũ z per 14 th. huius: quoniã ſitus duorũ pũctorum d & e reſpectu uiſus a, eſt cõſimilis ex hypotheſi. Tantùm ergo diſtat pũctus f à pũcto d, quantũ pũctus n à puncto e. Extrahatur itaq; linea a h ad pũctum t: & linea a z ad pũctum k: diſtabit itaq; pũctus t à pũcto d tantũ, quantũ pũctus k à pũcto e: & ducatur linea t k, quæ neceſſariò erit æquidiſtans lineæ d e per 88 th. 1 huius: quoniã arcus e k eſt æqualis arcui d t: eſt ergo linea t k minor quàm linea d e per idẽ 88 th. 1 huius: & lineæ a t, a k, a d, a e ſunt æquales: quia pũctum a centrũ uiſus, eſt quaſi centrũ mũdi, & omniũ arcuũ ſignatorũ, ut b d & b e. Duæ itaq; lineæ a t & a k ſunt æquales duabus lineis a d & a e, & baſis t k trigoni a t k eſt minor quàm baſis d e trigoni a d e: ergo per 25 p 1 erit angulus t a k minor angulo d a e: ſed angulus t a k eſt angulus, ſecũdum quẽ linea d e comprehẽditur refractè: & angulus d a e eſt angulus, ſecũdũ quẽ linea d e comprehẽditur rectè. Patet itaq; illud, quod proponebatur, ſiue linea d e ſit diameter alicuius ſtellarum, ſiue ipſa ſit linea determinans diſtantiam inter ſtellas.



53. Diametri ſtellarum aut lineæ determinantes diſtantiam ſtellarum in aliquo circulo altitudinis ſuper horizontem erectæ, per refractionem uidentur minores, quàm ſi directè uiderentur. Alhazen 54 n 7.

Remaneat diſpoſitio, quæ ſuprà: & ſit diameter alicuius ſtellarũ uel diſtantia aliquarũ duarũ ſtellarum linea d e: quæ ſit erecta in aliquo circulo altitudinis tranſeunte per zenith capitis, quod eſt pũctum b, qui circulus altitudinis ſit b d e: ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei circuli b d e, & ſuperficiei concauitatis ſphæræ: infimæ cœleſtis circulus g h z per 69 th. 1 huius: & ducantur lineæ a d & a e: & refringatur forma pũcti d ad uiſum a ex pũcto h: & forma pũcti e ex pũcto z. Copulentur quoq; lineæ, d h, quę producatur ultra pũctum h in pũctum n: & e z, quę producatur ultra pũctum z in punctum o. Patet ergo, ut in præcedente proxime, quòd pũctum h eſt altius q̃ linea a d: & qđ punctũ z eſt altius q̃ linea a e. Ducantur itaq; lineæ a h, h d, a z, z e, m h, m z: & protrahatur linea m h ultra punctum h ad circulũ altitudinis in pũctum t: & linea m z ultra pũctum z in pũctum k: erit ergo angulus refractus, qui fit ex refractione formæ pũcti e ad uiſum a (qui eſt angulus a z m) ualde paruus (quoniã linea a m, quę eſt ſemidiameter terræ, reſpectu tantæ diſtantiæ, non eſt alicuius ſenſibilis quãtitatis, ut alibi declarauimus in ſcientia motuũ cœleſtiũ) & angulus refractionis eius erit paruus, ſequens modũ illius anguli a z m: quoniã cũ aer ſit denſior corpore cœleſti, ut patet per 50 huius: palã per 4 huius quoniã fit refractio ad perpendiculare, quæ eſt z m. Erit ergo per 8 huius angulus e z k acutus: & ſimiliter erit angulus d h t acutus: ergo angulorũ a h d & a z e uterq; erit obtuſus per 13 p 1. Pũctum itaq; z aut erit in ſuperficie horizontis, aut altius. Si erit in ſuperficie horizontis: erit ergo in extremitate perpendicularis exeuntis à centro uiſus, quod eſt a, ſuper lineã b a perpendiculariter ſuperficiei horizontis inſiſtentẽ, quę perpendicularis imaginatur eſſe ducta in ſuperficie horizontis: aut ſi fuerit altius horizonte, erit altius illa linea perpendiculari: & punctum h erit ſemper altius puncto z. Angulus ergo a h m eſt minor angulo a z m: quod patet, ſi ſuper pũctum m terminum lineę a m fiat per 23 p 1 angulus æqualis angulo a m z, qui ſit a m p, ducta linea m p ad peripheriam circuli g h z: facto quoq; angulo q a g ęquali angulo h a g: ita ut per 7 p 3 linea a q ſit equa-

lis lineæ a h: & copuletur linea h p. In trigono ergo h m p duo anguli m h p & m p h ſunt ęquales per 5 p 1: ſed in trigono h a p latus a p eſt maius latere a h: quia eſt maius latere a q per 7 p 3: eſt ergo per 19 p 1 angulus a h p maior angulo h p a: relinquitur ergo angulus a p m maior angulo a h m. Eſt autem per 4 p 1 angulus a p m æqualis angulo a z m: eſt ergo angulus a h m minor angulo a z m: ergo p 8 huius angulus formæ incidẽtiæ punĉti d, qui eſt angulus d h t, eſt minor angulo incidentiæ formæ pũĉti e, qui eſt angulus e z k: ergo angulus a h d eſt maior angulo a z e per 13 p 1: quia per 8 huius minores anguli incidentiæ minores habent angulos refractionum: & ita angulus n h a eſt minor angulo o z a: relinquitur ergo angulus a h d maior angulo a z e: & duæ lineæ m t & m k ſunt ſemidiametri circuli b d e: & duæ lineę m h & m z ſunt ſemidiametri circuli g h z. Linea itaque m t eſt æqualis lineæ m k, & linea m h eſt æqualis lineæ m z per definitionem circuli: linea itaq; h t eſt æqualis lineę z k:



quoniam ſunt remanentiæ linearũ æqualiũ ablatis æqualibus: & angulus d h t eſt minor angulo e z k: ergo linea h d eſt minor quàm linea e z: quoniam linea continens cũ linea t h angulũ æqualem angulo k z e (qui eſt maior angulo d h t) erit maior q̃ linea d h per 7 p 3: linea ergo d h eſt minor q̃ linea e z: & duæ lineæ a d & a e ſunt æquales: ſimiliter duæ lineæ a h & a z ſunt æquales: quia punĉtũ a centrum uiſus eſt quaſi centrũ circulorũ b d e & g h z: triangulus ergo a h d eſt minor triangulo a z e: quoniam illorũ duorum trigonorũ duobus lateribus exiſtentibus æqualibus, tertium eſt inæquale. Ergo circulus continens trigonũ a h d eſt maior circulo cõtinente trigonũ a z e: quia angulus a h d eſt maior angulo a z e, & linea h d eſt minor quàm linea z e. Linea itaq; h d diſtinguit de circulo maiore, continente triangulũ a h d, arcum minorẽ arcu ſimili illi arcui, quẽ reſecat linea z e ex circulo minore cõtinente triangulũ a e z: angulus ergo h a d eſt minor angulo z a e: ſit ergo angulus z a d cõmunis illis ambobus angulis: erit ergo angulus h a z minor angulo d a e: angulus uero h a z eſt angulus, ſecũdum quẽ uiſus a comprehẽdit lineam d e per refractionẽ: & angulus d a e eſt angulus, ſecũdum quẽ comprehẽderetur forma lineæ d e rectè (ſi hoc poſſet fieri.) Viſus itaq; a comprehendit lineam d e retractè minorem quàm rectè per 20 th. 4 huius: quoniã ſub maiori angulo comprehendit ipſam refractè quàm recte. Patet ergo propoſitum.

54. Omnes ſtellæ uidentur rotundæ: maiores in horizonte quàm in medio cœli: niſi quandoq; contrarium accidat propter interpoſitos uapores uiſibus & ſtellis. Alhazen 55 n 7.

Omnes ſtellę cõprehendũtur rotũdæ: quoniam utraq; diametrorum ſuarũ ſcilicet lõgitudinis & latitudinis comprehẽditur æqualiter minor, quàm ſi comprehẽderetur rectè: quælibet ergo ſuarũ diametrorũ declinũ comprehẽditur æqualiter minor per refractionẽ, quàm ſi comprehenderetur rectè. Stella ergo comprehẽditur rotũda in omni ſuo ſitu. Omnes quoq; ſtellæ comprehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ ſi directe uiderẽtur: quoniã ipſarũ diametri comprehẽdũtur minores, ut patet ex propoſitionibus prę̃miſsis. h t hoc uerũ eſt, quãtũ eſt ã parte refractionis, q̃ fit in medio ſecũdi diaphani, quod eſt aer, qui eſt dẽſior cœlo per 50 huius. In cœleſti itaq; concaua ſuperficie fit refractio ad perpẽdicularem exeuntẽ à pũcto refractionis ſuper illã ſuperficiẽ: hoc eſt ad lineã (q̃ eſt ſemidiameter mũdi) per 4 huius. Diuerſitas uerò refractionis, quę fit ſecũdũ diſtãtiã ſtellarũ à polo mũdi, inuenitur parua: quoniam illi anguli refractionis ſunt parui. Vnde ſecũdum ipſos non diuerſificatur ſenſibiliter quãtitas ſtellarũ. Sed magnitudo ſtellarum & quantitas diſtãtię ipſarum ab inuicem, multum differũt, cum ſunt in horizonte, & cum ſunt iuxta zenith capitis, uel in medio cœli, propter ſenſibilem diuerſitatẽ ſuę refractionis. Et hic eſt error perpetuus, quia cauſſa eius eſt perpetua, ſcilicet uictoria raritatis corporis cœleſtis ſuper aeris raritatem. Accidit tamẽ quãdoq; uideri ſtellas maiores una uice q̃ alia: ut ſi uapor groſſus ſit inter uiſum & ſtellas: tũc enim propter refractionẽ linearũ extẽſionis formarũ ſtellarũ in illo uapore ad perpẽdicularẽ, & propter refractionem à ſuperficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo eſt uiſus, quæ refractio fit ab illa perpẽdiculari, diſperſior occurrit forma uiſui, & ſub angulis maioribus uidẽtur formę ſtellarũ: ſicut etiam accidit de denario ſub aqua uiſo, qui uidetur maior quàm ſi in aere uideretur. Huiuſmodi aũt quantitas uiſionis ſtellarũ maximè accidit cum ſtellæ ſunt in horizonte, aut prope illum: & ſic duę refractiones ſubſequentes primam (quę fit in concaua ſuperficie ipſius cœli, & fit ſemper in omni ſtellarum uiſione) faciunt nouas immutationes circa ſtellarum uiſionem. Vapor enim ille groſſus cum fuerit in horizonte aut prope, & non fuerit continuus uſq; ad medium cœli, erit portio cuiuſdam ſphærę concentricæ mundo, & erit ſuperficies eius, quę eſt ex parte uiſus, plana: propter quod formæ aut diſtantię ſtellarũ, quæ ſunt ultra illum uaporẽ, uidebuntur maiores, quàm ſi ſine illo uapore uiderentur. In illo enim loco cõcauitatis cœli, ex quo retringitur forma ſtellæ ad uiſum, eſt forma ſtellę, & ex ipſo extenditur ad uiſum, ſi non interueneriſ uapor groſſus. Quòd ſi uapor groſſus uiſibus & ſtellis in-

ſtellis interuenerit: tũc extenditur forma ſtellę ad ſuperficiem uaporis ſupremã, & refringitur in illa ad perpẽdicularem: deinde extẽditur ad ſuperficiẽ infimã uaporis, & refringitur ab illa ad aerem purũ continentẽ uiſum: & fit illa refractio ad partẽ contrariam perpẽdicularis, exeuntis à pũcto refractionis ſuper planam ſuperficiem uaporis. Sic ergo forma ſtellæ & earũ diſtantia uidetur maior, quàm ſi uideretur poſt refractionem factam in concauo cœli à ſupremo corporis elementaris, nulla facta refractione in ſuperficie uaporis ad aerem, qui eſt ſub uapore, ut ſub dẽſiore corpore rariot conſiſtens & continens ipſum uiſum. Cauſſa uerò, propter quam omni uapore medio excluſo, uidẽtur ſtellę & ſtellarũ diſtantiæ maiores in horizonte q̃ in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimũ per exiſtimationẽ uidentis: quoniã exiſtimat ſtellas plus diſtare à uiſu in horizõte q̃ in medio cœli: exiſtimãs ipſam partẽ cœli, quę eſt iuxta zenith capitis propinquioré ſibi, q̃ eã, quæ eſt in horizonte, ut oſtendimus per 13 th. 4 huius. Comprehendit ergo uiſus quantitatem ſtellę, & quantitatẽ diſtantię, quę eſt inter ſtellas, cum fuerint in horizonte aut prope, ex comparatione anguli, ſub quo fit uiſio, ad diſtantiam remotam: & cũ fuerint in medio cœli aut prope illud, comprehendit ipſarũ quantitatem ex comparatione anguli æqualis primo aut ferè, ad diſtãtiam propinquam, inter quã & diſtantiam horizontis uidetur diuerſitas maxima. Et ſic iudicat ſtellarum quantitatem ſecundũ modũ, quo dijudicat quantitatem uiſibilium conſuetorũ. Quæ enim à remotiori ſub eodẽ angulo uidentur, quo alia propinquiora: illa remotiora iudicãtur à uidentibus eſſe maiora, ut oſtendimus hoc 4 libro huius. Hęc enim cauſſa uiſionis ſtellarum eſt perpetua & immutabilis, omnibus uidẽtibus cõmunis. Et eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehenſione diſtantiarũ ipſarũ ſtellarũ: nam formæ harum diſtantiarum non diuerſantur apud uiſum in diuerſis temporibus, ſed ſunt ſemper eodem modo ſe habentes, & uiſus aſſimilat ipſas diſtantijs rerum aſſuetarum, quæ maximè diſtant à uiſu ſuper ſuperficiem terræ ipſius. Patet ergo propoſitum.

55. Scintillatio accidit ſemper omnibus ſtellis fixis propter diuaricationẽ formæ in loco imaginis ex motu ſubiecti corporis accidentem.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſsis quinq; theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet ſtellarum erit in conuexo aeris uel ignis ſub concauo cœli infimi ignem continentis: horũ aũt elementorũ quodlibet mobile eſt per ſe motu recto, utpote ſurſum propter leuitatẽ, quę eſt in illis: mouetur aũt per accidens motu circulari unà cũ motu diurno cœli, propter quod formã ſtellarũ ipſis incidentẽ neceſſe eſt diuaricari & diſtrahi, ſicut & ipſa forma uidetur aliqualiter locũ mutare propter motum corporis, in quo uidetur: nec eſt diuerſitas in iſto, ſiue lumen ſtellarũ per ſe ipſum diffundatur, ſiue fiat hoc propter reflexionẽ luminis ſolaris à ſtellis. Semper enim tã lumen per ſe diffuſum à corpore luminoſo, quàm lumen ab alijs corporibus diffuſum (quando per refractionẽ uidetur) fit debilius per 10 huius. Vnde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuerſis motibus, aut uno motu forti: neceſſe eſt formam illã debilitatã diuaricatã & diſtractã uideri, propter motũ corporis ſubiecti, in quo uidetur: unde in his talis reflexio luminis nõ eſt cauſſa. Et huius ſimile eſt in aqua uelociter currente, à cuius ſuperficie formæ ſtellarum reflexæ uidentur plus ſcintillare quàm in ipſo loco ſuæ imaginis refractẽ per aeré uideantur: quoniã propter motũ aquę diſtrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexę: propter quod & ſtellarũ formę plus moueri uidentur: & ideo apparent amplius ſcintillantes. Similiter quoq; formę ſtellarũ in loco ſuę imaginis tẽpore uentorũ propter maiorẽ motũ corporis medij plus ſcintillãt. In planetis uerò nõ ſemper accidit ſcintillatio: quoniã licet plus ſcintillẽt, & in eis ſit idẽ locus imaginis, & ipſorũ formæ propter refractionẽ debilitẽtur: tamẽ propter ipſorũ ꝓpinquitatẽ ad nos uidẽtes nõ accidit eis multa debilitas: quia minor fit in eis refractio per 14 th. huius. Perueniũt ergo formę ipſorũ fortes ad uiſum: unde & locũ imaginis ſuæ (quãuis corpus ſubiectũ moueatur) penetrãt immotè & ſine omni diuaricatione: niſi fortè aliquod corpus groſsius aere uiſibus & planetarũ formis interponatur: utpote uapor aquaticus groſſus: tũc etenim ꝓpter incertitudinẽ motus illius uaporis (præſertim cũ à uentis agitatur) formę planetarũ quaſi ſcintillãtes ꝓueniũt ad uiſum. Et ex hac cauſſa aliquãdo & ipſum ſolẽ uidemus ſcintillãtẽ in mane, cũ fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecũdũ ſpirituũ uiſibiliũ reſolutionẽ, propter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliquãdiu aſpectus uidetur ſcintillare & moueri forma eius: quoniã recipitur in ſpiritib. motis, qui propter uictoriã luminis cũ fuerint in fine ſuę corruptionis ab actu uiſiõis, rarificãtur ſuper ſuę naturę cõſiſtẽtiã: unde mouẽtur motu ſibi improportionato & inſolito, fiuntq; cauſſa motus formę uiſę: & tũc uidetur forma rei uiſæ ſcintillare: ſicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uiſum: tũc enim ꝓpter improportionẽ illius luminis ad ſpiritus uiſibiles fit motus illorũ ſpirituũ, & uidẽtur formę illorũ corporũ ſcintillãtes & motę, qa recipiũtur in corpore cõmoto. Sic itaq; ſcintillatio ſemper accidit omnib. ſtellis fixis: quoniã cauſſa illius eſt ꝓpetua, ſcilicet diuaricatio formę ſuę in loco imaginis, accidẽs ex motu ſubiecti corporis. In planetis uerò ſcintillatio accidit ut rarò: qa cauſſa eius eſt eueniẽs ut rarò. In alijs uerò corporũ formis, quarũ excellẽtia corrũpit ſenſum, nõ eſt propriè ſcintillatio, ſiue illa corruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſsionẽ, uel per reflexionẽ à corporibus politis: quia illa ſcintillatio nõ accidit ſenſui, ut eſt ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, ſed ut eſt in fine ſuę corruptionis. Etenim ſi habẽtibus in oculis formã rei motæ, aut etiã mouẽtibus, omnia moueri uideantur ꝓpter motũ ſpirituũ, ſine regimine animæ diſcurrentiũ: nõ propter hoc dicũtur formę rerũ omniũ ſcintillare. Patet ergo ꝓpoſitũ. Et quia ſecũdũ præmiſſos refractionũ modos paſsiones uiſibiliũ infimorũ & ſupre-

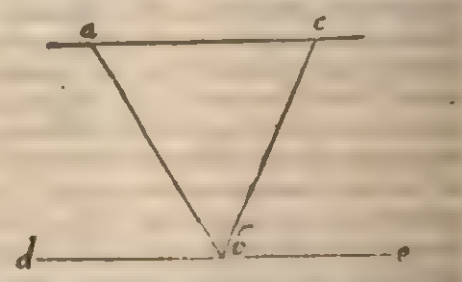
morum tranſcurrimus: reſtat, ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus, aliqualiter pertractemus, utpote illas, quę in uaporibus medijs occurrunt.

56. Non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus, quàm in medio: lumen ſenſibilius fieri eſt impoſſibile.

Quod hic proponitur, patet: quia lato lumine per aliquã partẽ medij, uniformis erit extenſio radij ſecũdũ lineã rectã per 1 th. 2 huius: unde ſi nõ aggregẽtur radij in corpore aliquo occurrẽte ipſis radijs luminis, nõ erit plus ſenſibile lumẽ in illo corpore q̃ fuerit in alia parte medij: per quã ferebatur ſecũdũ extẽſionẽ ad modũ linearũ rectarũ. Lumine enim æqualiter lato p unũ corpus, & aliud, niſi fiat aliqua diuerſitas ipſius luminis: nõ magis in uno q̃ in alio corpore ſentietur (alijs circũſtantijs in uiſu & remotione exiſtentibus æqualibus.) Quòd ſi fiat diuerſitas luminis in radijs, reſpectu diuerſorum corporum, ut patet per 4 huius: tunc in eo corpore, in quo magis radij diſgregãtur, minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit: neceſſe eſt in illo corpore radios plus aggregari. Patet ergo quòd nõ aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore nõ luminoſo plus, quàm in medio, lumẽ ſenſibilius fieri in alio corpore, quàm ſit in medio unius diaphani, impoſſibile eſt. Ex quo patet, quòd ſi radij in aliquo corpore plus aggregẽtur quàm in medio, quòd in illo corpore lumen ſenſibilius quàm in medio apparebit: & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

57. Radios corporis luminoſi per reflexionem uel refractionem aggregari palàm eſt.

Iſtud patet per hoc. Quoniã cum radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore: tũc quia p 20 th. 5 huius angulus incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & radius incidẽs & reflexus ſunt in eadẽ ſuperficie, ut patet p 27 th. 5 huius: in ſuperficie ergo eadẽ radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur ſic, ut fiant unum: aggregantur ergo, quia duo obtinẽt unum locũ: imò uerius fiunt unũ. Verbi gratia, ſit, ut in ſuperficie una reflexionis, quæ ſit a b c, incidãt duo radij à diuerſis partibus diametri corporis luminoſi, ſcilicet a & c ad unum punctum corporis, à quo fit reflexio: quod ſit b: & ſint anguli incidẽtiæ æquales. Producta ergo à puncto b linea in dicta ſuperficie ad utramq; partẽ, ſcilicet ea, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei corporis, à quo fit reflexio, quæ ſit d b e: erit angulus incidentiæ, qui eſt a b d æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20 th. 5 huius: ſed & ſecundum angulum incidẽtię, qui eſt c b e fit reflexio radij c b: ergo radius b a reflexus & radius b incidens efficiuntur unus radius: & radius b c reflexus, radius quoq; a b incidens efficiuntur unus. Sic aũt eſt de alijs omnibus, qui incidunt ſecundum pyramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & baſis in corpore luminoſo. Patet ergo quòd ad minus omnes illi radij in ſe duplicãtur. Vnde cum ipſi ſint infiniti, quoniã ſolũ ſunt entes in potẽtia in cõtinuo, & tales pyramides ſunt tot, quot ſunt puncta in corpore, à quo fit reflexio: patet quòd ipſi p reflexionẽ aggregãtur. Sed & p refractionẽ in medio ſecũdi diaphani lumẽ aggregari per experiẽtiã ſenſibiliter adhibitã patere poteſt. Cũ enim oſtẽſum ſit qd' in medio ſecũdi diaphani dẽſioris aere à parte oppoſita ſuperficiei incidẽtię ſemper fit radiorum aggregatio, imò cõcurſus in punctum unum, & ibi lumẽ & caloręm generant: imò quod ignitionẽ efficiunt in corpore inflammabili, cui immorãtur, ut patet per 48 huius. Refractio itaquo lumen generat, quoniã adunat radios. Sed & in ſuperficie, à qua fit refractio, in profundum corporis denſioris diaphani radius incidens & refractus (qui in medio unius diaphani producti, eſſent linea una) angulum refractionis conſtituunt: ſuntq; per 46 th. 2 huius in una ſuperficie, quæ dicitur ſuperficies refractionis, & eſt ſemp orthogonalis ſuper ſuperficiẽ corporis, à quo fit refractio per 2 huius: unde tales radij omnes, ſic ſibijpſis incidentes, quando ſunt refracti, uicinantur & aggregantur, ſecundum diaphani ſecundi diſpoſitionẽ angulo refractionis ad angulum incidẽtiæ ſuæ uariato. In groſſiori enim uel denſiori diaphano radius non perpendicularis magis debilitatur: unde ad perpẽdiculare uehemẽtius refringitur, & in uiciniorẽ punctum axis cadit: angulus ergo fit acutior angulo incidẽtiæ ſuæ, reſpectu eius, ſi ſecundum idẽ pũctum radius ſubtiliori diaphano incidiſſet. Et ob hoc (quoniã angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quę eſt cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis, à quo fit refractio, eſt minor in corporibus dẽſioris diaphani quàm minus dẽſi) patet quòd in corporibus dẽſioribus & radij plus aggregãtur q̃ in minus denſis per 8 huius. Fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionẽ ad punctũ unum mathematicum uel naturalẽ, ut in nono libro huius ſcientiæ per ſpecula comburẽtia oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris ubi de talibus ſermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem: quoniam radij ſecundum æquales angulos incidentes, per 8 huius ſecundum æquales angulos refringuntur: & quandoque concurrunt in puncto uno, ut patet per 48 th. huius. Semper autem in talibus & radij reflexi & refracti quodammodo in eadem parte medij ſe duplicant: unde faciunt maius lumen. Aggregatis autem per refractionem radijs, ut patet ex præmiſſis: tunc in uiſu exiſtente in loco aggregationis lumen generatur. Et quoniam,



in corpo-

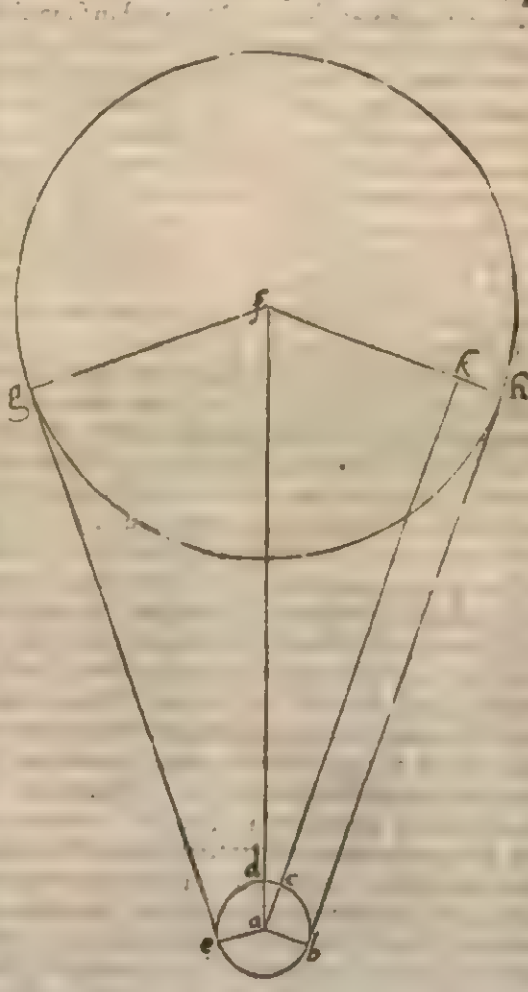
in corporibus diaphanis ſuperficiem lenem habentibus, denſioribus aere propter lenitatem ſuperficiei lumen incidens ab ipſis reflectitur, ut oſtendimus per 1 th. 5 huius: tunc patet quòd propter reflexionem lumen aggregatur: & item quia in illis corporibus propter diuerſitatem déſioris diaphani fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4 huius: tunc in peripheria cuiuslibet ſuperficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipſis adinuicem radijs uicinatis fortificatur ſenſibilitas luminis. Quando ergo ſuperficies talium corporum ſunt lenes, ut politæ per naturam: tunc licet in ipſis fiat refractio: ab eorum tamen ſuperficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter. Et propter hoc duabus his cauſsis concurrentibus, in ſuperficie corporũ taliũ lumẽ aggregatur, & apparẽt corpora plurimũ luminoſa: quáuis magis dẽſa magis appareát luminoſa. Non ſunt aũt modi alij agregationis radiorum, quá reflexio & refractio: ad hos enim, ut ad primos, ſi qui alij modi apparuerint, radicaliter reducuntur. Patet ergo propoſitum.

58. Sine oppoſitione corporis denſioris, quàm ſit medium proximum radijs corporis luminoſi: ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem ſenſibilitatem impoſsibile eſt fieri.

Iſtud patet per hoc. Quoniã enim radij cuiuslibet corporis radioſi ſunt in ſe ſemper luminoſi & uniformes: ſi ergo medium, per quod feruntur, ſit uniforme: nunquã reflectentur uel refringentur, ſed ſemper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1 th. 2 huius: nec lumen propter eorum diſperſionem aggregabitur, ut uincat lumen, quod ex æquali diffuſione luminis receptum eſt in oculo uidentis. Nec etiam ad uiſum fiet reflexio, nec refractio in partem oppoſitam ad axem pyramidis uiſualis: nec lumen uel ſenſibilitas luminis maior efficietur. Patet ergo propoſitum, quod ſine oppoſitione corporis denſioris, quã ſit primũ medium, per quod fertur radius corporis luminoſi, ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri nõ eſt poſsibile: quoniam omnis reflexio uel refractio ſemper fit ab aliquo talium corporum, ut eſt habitum ex præmiſsis.

59. Quantitatem arcus circuli magni terræ, ſecundum quem illuminatur à ſole, poſsibile eſt declarari. Alhazen 5 n libri de crepuſculis.

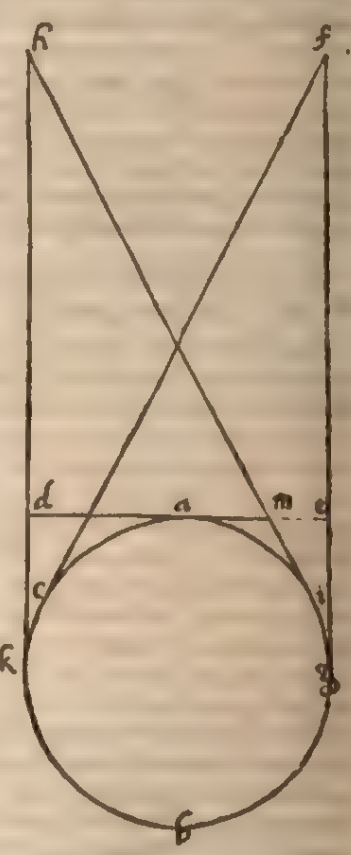
Suppoſito ex his, quę alibi declarata ſunt per antiquos & nos, quòd corpus ſolis ſit maius corpore terræ: palàm per 27 th. 2 huius quoniam ſol aſpicit terram ſecundum ſuperficiẽ terræ maiorem medietate ſuperficiei ipſius terrę. Sit itaq; circulus, ſecundum quem terra illuminatur à ſole, qui b c d e, cuius centrum ſit a: & ſit circulus maior ſolaris corporis, qui g h: cuius centrum ſit f: ducanturq; lineæ contingentes utrunq; horum circulorum: quę ſint b h & e g. Portio itaq; b c d e terræ eſt illuminata à ſole, quæ eſt maior hemiſphærio. Ducantur itaq; lineæ a b & f h: quæ erunt æquidiſtantes per 28 p 1: quoniam utraq; ipſarum eſt perpendicularis ſuper lineam b h utroſque circulos contingentem per 18 p 3. Et quoniã linea h f eſt maior quàm linea b a (ut patet ex ſuppoſitis) reſecetur à linea f h æqualis lineæ a b per 3 p 1: ſitq; h k æqualis ipſi a b: & ducatur linea a k: eritque per 33 p 1 linea a k æquidiſtans lineæ h b: ergo linea a k eſt perpendicularis ſuper lineam f h. Et quia linea f h eſt 5 partes & medietas partis ferè, ſecundũ quod linea a b eſt pars una, ut demonſtratum eſt in Aſtronomicis: remanet linea k f 4 partes & media. Per eandem quoq; uiam aſtronomicam oſtenſum eſt, quod ſecundum quantitatem, qua ſemidiameter terræ eſt pars una, linea a f eſt partes 12 10: cum ſit diſtantia ſolis à terra in mediis longitudinibus eius. Si ergo ſecundum quantitatem, qua linea a f eſt 12 10 partes, linea f k eſt 4 partes, & medietas partis: erit ſecundum quantitatem, qua linea a f eſt 120 partes, linea f k 29 minuta, 12 ſecunda: & ſecundũ quantitatẽ qua linea a f eſt 60 partes, linea f k eſt 14 minuta, & 36 ſecunda. Circumſcripto ergo circulo illi trigono orthogonio, qui eſt f k a, per 5 p 4: erit arcus, quem ſubtendit chorda f k quaſi 13 minuta, & 56 ſecunda: ergo per 33 p 6 erit angulus k a f 13 minuta, & 56 ſecunda, ſecundum quòd angulus rectus eſt 90 partes: arcus ergo c d erit 13 minuta,



& 56 ſecunda, ſecundum quod arcus b c eſt partes 90 per 33 p 6: quoniam angulus b a e eſt rectus per 34 p 1: angulus enim k h b eſt rectus: totus ergo arcus b d erit 90 partes, 13 minuta, & 56 ſecunda: ſed arcus d e eſt æqualis arcui d b: totus ergo arcus b c d e eſt 180 partes, 27 minuta, & 52 ſecunda. Quod quærebamus.

60. Summorum uaporum conſiſtentiam ad quantum poſſint eleuati pertingere, poſſibile eſt inueniri. Alhazen 6 u libri de crepuſculis.

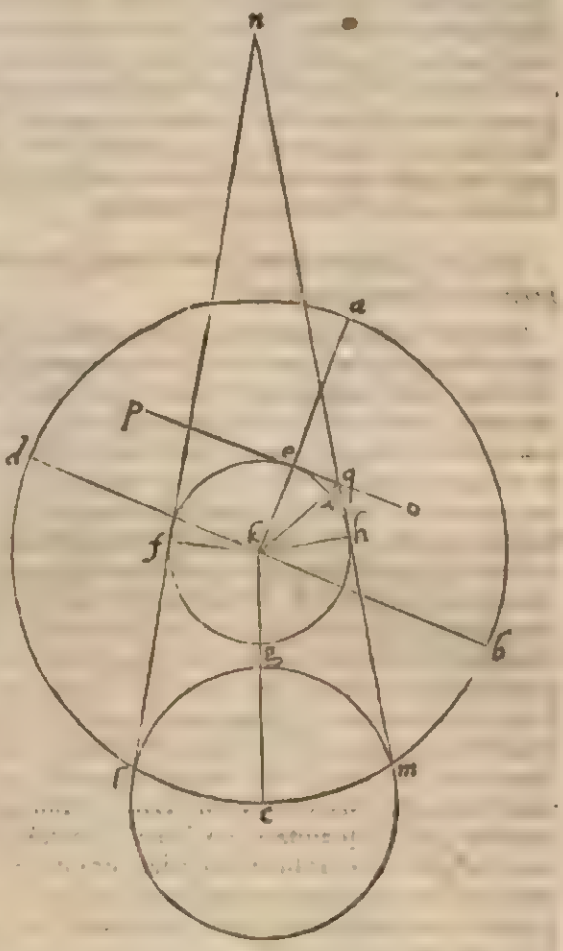
Ad hoc, quod hic proponitur, demonſtrandum, utemur conſuetis in ſcientia aſtrorum', ut in præcedente. Sit itaq; per 69 th. 1 huius circulus, ſecundum quem ſuperficies plana tranſiens centrũ ſolis & terræ, ſecat terram, circulus a b c: & ſit locus uiſus a: & ſit linea d a e contingens circulum. Et quoniam angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, quia eſt minimus acutorum per 16 p 3: tunc patet quòd uiſus non cadet ſub linea d a e, ſed tantùm ſupra illam. Et quoniam, ut patet per 27 th. 2 huius, umbra terræ eſt pyramidalis: ſit illa pyramis umbrę terræ ante crepuſculum matutinum, quando primò uidetur aer albeſcere in mane, e f e g: cuius uertex ſit f. Aer itaque cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à ſole, ſed radius ſolaris cadit ſuper omnem aerem, qui eſt extra hanc pyramidem, quoniam ille nõ impeditur per obſtaculum terræ. Non tamen uidetur uiſui illuminatum hoc, quod eſt extrà hác pyramidem: quoniam (ut patet per 56 & 58 th. huius) non fit luminis reflexio ab aere puro & ſubtili. Tria ſunt ergo, quæ in hac diſpoſitione res faciunt non uideri: ut ſi cadant ſub linea contingente, & per uiſum tranſeunte: uel ſi cadant intra ſuperficiem conicam pyramidis umbræ terræ: uel ſi tanta ſit ſubtilitas materiæ corporum mediorum, ut ab ipſis non fiat reflexio ad uiſum. Sit quoq;, ut linea e a d contingens terram in puncto a centro uiſus, ſecet ſuperficiem pyramidis illius umbrę in pũcto extra pyramidem, quod ſit punctũ e, ut propinquum umbræ. Aer ergo, qui eſt apud punctum e, eſt inuiſibilis: non quòd cadat ſub linea terram contingente: quoniam ille aer eſt in ſuperficie horizontis: nec quòd cadat intra ſuperficiem pyramidis umbræ terrę: quoniã eſt extra illam: ſed manet inuiſibilis propter ſubtilitatem materię ſuę, quia non habet admixtionem uaporis denſioris aere, à quo reflectatur lumen ſolis ad uiſum, ut patet per 56 huius. Imaginemur ergo moueri ſolem uſq; ad principiũ crepuſculi matutini. Et quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir ſolis ſemper procedit, ut patet per 27 th. 2 huius, & ex cauſſa eclipſium lunariũ: patet quòd illa pyramis omne corpus medium habet neceſſariò tranſire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k: cuius uertex ſit h: quæ interſecet lineam e d (quæ eſt diameter horizontis) in pũcto m. In hoc itaque puncto m, ex ſignificato ipſius nominis crepuſculi, primò uidebitur reflexum lumẽ ſolis, ut fiat ſenſibile. Hoc autem neceſſe eſt accidere ex denſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum: quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſſis huius libri propoſitionibus: punctum ergo m eſt punctum altiſsimum, in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium.



Deſcribatur quoque conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora dicti crepuſculi: qui ſit a b c d: qui per 69 th. 1 huius ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum: qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k: ſitque linea à centro terræ ad zenith capitis ducta, quæ ſit a e k: ſitque linea b k d perpendicularis ſuper lineam a k ſemidiametrum circuli altitudinis: eritque linea b k d diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18 p 11 erit erecta ſuper ſuperficiem circuli altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hæmiſphæria: nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaque corporis ſolis centrum in puncto c: eritque per acceptionem aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum uel aſtrolabij, uel tabularum totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19 partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. Et quoniam diameter ſolis eſt quintupla diametro terræ, & eius continens medietatem: fiat circa centrum c circulus l m ſecundum diametrum quintuplam & continentem medietatem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoque, ut patet ex præmiſſis, circulus l m maximus circulorum corporis ſolaris: producaturque linea c k à centro ſolis ad centrum terræ, ſecans ſuperficiem terræ in puncto g. Et quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16 th. 2 huius: ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, quæ ſint l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27 th. 2 huius, continetur illuminatio ſolis & umbra terræ. Producatur quoque linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ ſit p o: ſecetq; linea m h n lineam p o, in pũcto q: eritq; punctum q locus luminoſus in tempore crepuſculi. Et quoniã punctus n, qui eſt uertex

pyramidis

pyramidis umbrę,(quia ſemper eſt in nadir ſolis)ſecũdũ motũ ſolis declinat:patet qđ primũ,in qđ radius ſolis cadit extra pyramidẽ,eſt ſummitas uaporũ eleuatorũ à terra & aqua. Producatur ergo linea k r q à cẽtro terræ ad ſummitatẽ uaporum,ſigneturq; punctus r in ſuperficie terrę: & ducantur lineę k f, k h.Eritq; arcus f g h pars terræ illuminata: cuius quantitas (ut patet per præmiſſam) eſt 180 partium, 27 minutorum & 52 ſecundorum, ſecũdum quod totus circulus e f g h eſt 360 partes: eritque medietas ipſius, quæ eſt f g, partes 90, & 13 minuta, & 56 ſecunda.Hæc eſt ergo quantitas anguli f k g,ſecundũ quod 4 recti ſunt 360 partes: ſed angulus b k e ex præmiſſis & per 33 p 6 eſt 19 partes: quoniã eſt angulus crepuſcularis: remanet ergo angulus h k b 71 partes,13 minuta, & 56 ſecunda:ſed angulus e k b eſt 90 partes,quoniam eſt rectus: remanet ergo angulus e k h 18 partes, 46 minuta,4 ſecunda. Et quoniã linea q e eſt æqualis lineæ q h per 58 th.1 huius (quoniam ab uno puncto ducuntur eundem circulum contingẽtes) erit per 8 p 1 angulus q k e ęqualis angulo q k h: erit ergo angulus q k e 9 partes, 23 minuta, & 2 ſecunda. Et quoniam angulus q e k eſt rectus p 18 p 3:erit angulus k q e per 32 p 1 cõplementum unius recti,hoc eſt 80 partes,36 minuta,& 58 ſecunda,prout 4 recti ualent 360 partes:& ſecundũ quod duo recti ualent 360 partes,erit angulus k q e 161 partes,13 minuta,& 56 ſecunda.Circumſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k: erit arcus,quem ſubtendit linea k e 161 partes, 13 minuta,& 56 ſecunda: chorda ergo eius,quæ eſt linea k e, erit 118 partes,23 minuta,& 20 ſecunda, 18 tertia,ſecundum quantitatem, qua diameter q k eſt 120 partes: & ſecundũ quantitatem,qua diameter q k eſt 60, erit chorda k e 59 partes,11 minuta,40 ſecunda,9 tertia:ergo ſecundum quantitatẽ,qua linea k e eſt 60,erit linea k q 60 partes, & 48 minuta,& 50 ſecunda. Ablatis itaq; à linea k q partibus 60,quę eſt quantitas lineę k r ſemidiametri terræ:remanet linea r q (quæ eſt ſumma uaporum eleuatio) 48 minuta,& 50 ſecunda, ſecundum illam quantitatem,qua diameter terræ eſt 120 partes. Et quoniam ſecundum coſmographos maximus circulus terræ ſecundum milliaria eſt notus:ergo ſecundum illum quantitas diametri eſt nota: ergo & linea r q eſt nota.Et hoc eſt propoſitum. Eſt aũt ſecundum cõputationem Abbomadi ex milliarib.(quibus terrę circumferentia eſt 24000 milliaria) linea r q 51 milliaria,47 minuta,& 34 ſecunda,& 31 tertia ferẽ.Summum ergo,ad quod eleuantur uapores ſecundum ipſorum conſiſtentiam,eſt minus quã 52000 paſſuum,ut patere poteſt perquirenti.



61. Ab aqua & aere denſo & uapore roride reflexionem radiorum corporis luminoſi fieri manifeſtum eſt.

Iſtud in politis corporib. (ut in ſpeculis & ſimilibus) ſenſus comperit,nosq; in pluribus præmiſſis huius ſcientiæ libris iſtud ſumus cum amplitudine ſtudij perſequuti. In aqua uerò ſoli expoſita idẽ patet:quia radius in parte ſoli oppoſita uidetur, & maximè ſi locus oppoſitus ſit obſcurus: hoc aũt fit per reflexionẽ.In aere etiam aliqualiter dẽſiore idem euenit: ut quando inſpiſſatus eſt & conſiſtens quaſi in nubem: tunc enim ab ipſo fit luminis reflexio,ut apparet in crepuſculis ſerotinis & matutinis. Huic etiam atteſtatur quòd tẽpore pluuiali radij ſolis ſępe in aere diſpergũtur,& uix tenuiter ad terrã pertingunt propter humiditatẽ & groſsiciẽ aeris contrapoſiti ipſi ſoli. Hoc etiã patet: quoniam in aere modicę denſitatis in hyeme,maximè flãte auſtro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflecti ſecundum formam circularem:& maximè uiſibus humidis,ad quos de facili fit luminis reflexio & formarum, cum uirtus uiſiua propter debilitatem organi debilitatur, ſic quòd non poteſt denſitatem modicam aeris penetrare,ſed ad ipſum forma rei uiſæ reflectitur ab aere modicę denſitatis: ſicut ad uiſus fortes reflectitur ſolũ ab aliquo ſolido peruietatem non habente. Vnde etiam in uiſu aliquis debilitatus & non acutè uidẽs,propter ophthalmiã uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem ſuã in aere groſſo ante ſe,ſicut in ſpeculo,ſtantem contra ſe,& ambulantẽ cum ipſo,quando ipſe ambulat,& reſpicientem ad ipſum. Et ſic quidã notus meus poſt plurium noctiũ uigilias cum cõpulſus nocte ſequente equitaret,formã ſuam, hoc eſt uirũ alium ſecum equitantem uidit,

uidit, cum transiret quandã aquã, circa quam grossus fuit aer, & cũ staret, stetit & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat: cum autem ad aerẽ serenum uenit ille notus meus: tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisui debili error accidit: nec mirum: quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longè distante: sicut etiam auxilio speculorum (ut in 60 th. 7 huius ostendimus) posset fieri, quòd aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo, sed extra speculum uideret in aere, in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiã rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas: quia quælibet suarum partium fit quasi speculum: & ob hoc lumẽ reflectitur ab ipso: & istud apparet in aqua guttatim sparsa: quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur: quamuis post reflexionem coloretur. Patet ergo propositum.

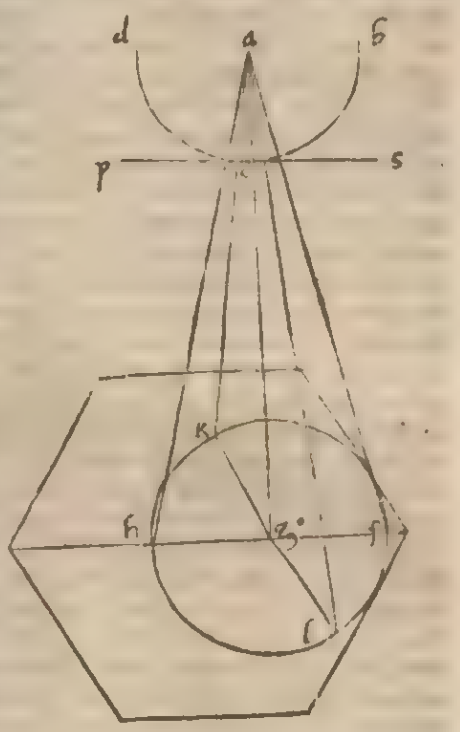
62. A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet p 4 huius: sed etiã experimẽtis cõprobatur: & hoc est uniuersale. Quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad dẽsius diaphanum procedit: tũc semp in medio secũdi diaphani fit refractio ad perpendicularẽ. Verbi gratia, exposita aqua in uase soli, in fundo uasis uidebuntur radij aggregari. Lucescente etiã sole super aerẽ densum uisui & soli interpositũ quãdoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quãuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur: & hoc fit maximè in tẽpore præcedente tẽpus pluuiarũ: unde post talẽ improportionatũ tempori calorem & lumen insolitum sæpius pluuia descendit. Ex quo patet, quia nube in uaporẽ roridũ resoluta, refractio fit radiorũ in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem. Patet ergo quòd in aqua & aere denso & uapore rorido, qñ forma uel lumẽ est in rariore diaphano, & incidit illis diaphanis densiorib. diaphanũ quoq;, in quo est uisus, multũ differt à diaphano, à quo fit refractio: tũc fiet refractio sensibilis ad perpẽdicularẽ. Qđ si forma uel lumen sit in densiore diaphano, uel ultra densius diaphanũ uideatur: tunc fiet refractio à perpendiculari: & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitate, ut patet per 42 huius. Et ob hoc accidit quòd summitates rerum in mari uisarum refractè uidentur: eò quòd forma ipsarũ dispergitur à perpendiculari in secundo diaphano subtiliori, scilicet in aere, & uidẽtur formę illorũ in cõcursu lineę refractionis cũ perpẽdiculari ducta à re uisa ad superficiẽ aquę, ut patet p 15 th. huius: & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distãtia, in qua uisus propter altitudinẽ peripherię uasis sine aqua ipsum denariũ directè non uideret: & tunc uidetur etiã maior, quoniã sub maiori angulo uidetur. In aere etiã dẽso, utpote qñ euri flãt, & aer humidus fit & ingrossatur, omniũ rerũ uidentur magnitudines maiores. Sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginẽ & aeré uaporib. terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 54 huius: & hęc est caussa temporalis: alia uerò est perpetua, quam diximus ibidẽ. Ex hoc etiã prouenit quòd si in loco imaginis, uel inter imaginẽ & uisum ponatur uitrũ clarũ uel crystallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certũ locum aeris uideatur per uitrũ: tũc enim imago maior uidebitur, & secundũ qđ media diaphana multiplicata à dẽsiore in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinãte, qđ ultimò ipsa p aerẽ uideatur: tunc forma maxima uidebitur: cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematib. huius libri. In istis ergo corporib. mediis omnib. sic dispositis fit refractio à perpendiculari, ducta à cẽtro rei uisæ ad superficiẽ corporis diaphani rẽ ipsam uel formã refractã continẽtis. His ergo modis fit in propositis corporib. uel similib. sibi ad uisum refractio: inter hęc uerò maximè fit in aqua: magis aũt fit in uapore rorido incipiẽte aqua fieri, q̃ fiat ab aere: nec mirum: quia uapor roridus (qui fit tẽpore trãsmutationis nubiũ ex uapore cõtinuo in guttatim sparsam aquã) est grossior aere: unde in ipsa facta refractio plus sentitur. Non potest aũt tunc figura rei uisæ, cuius forma refringitur, distinctè ad uisum peruenire, propter refractionũ multitudinẽ: sed peruenit uisui tantũ aliqua forma rei: sicut patet etiã quòd in speculis paruarũ partiũ uel superficierum fractarũ alterius super alterã eleuatarum, & si modicę pręeminentię sint, ita tamẽ quòd superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua: tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet tantũ color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis. Per quod manifeste patet quòd forma corporis luminosi, quæ ab aqua uel aere grosso integrè, scilicet quo ad figuram & lucem uel colorem reflectitur ad uisum, à uapore rorido reflectitur, sine figura & quantitate certa, sed tantũ cum suo colore uel lumine. Et ita, cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantùm formæ luminis reflexi. Patet ergo propositum.

63. Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore, (cuius superficies æquidistat superficiei contingenti corpus luminosum sphæricum in puncto, ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici) possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uerò in centro corporis luminosi. Ex quo patet omnem huiusmodi irradiationem fieri secundũ angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus luminosum sphæricum, in quo sit circulus magnus, qui b c d: & eius centrũ sit punctum

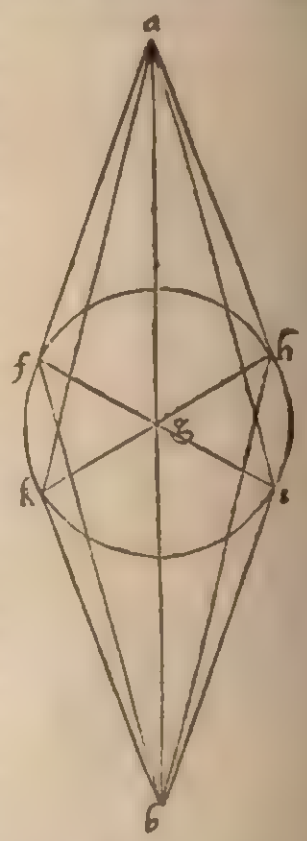
tum a: contingatq; ipsum superficies plana, quę sit s p in puncto c: & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico, superficies g, quæ est ex hypothesi æquidistãs superficiei s p: & sit linea a c g ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super dicti corporis superficiem: dico quòd irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uerò in puncto a centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g in centrum uel in medium superficiei g non ceciderit: ducatur ad ipsius superficiei g breuius extremum linea a f: super cuius terminũ in puncto a constituatur angulus ex 23 p 1 æqualis angulo g a f, qui sit g a h: producaturq; linea a h ad superficiem g: & producantur in superficie g lineę g f, & g h. Et quoniam duorum triangulorum a g f & a g h anguli a g f & a g h, qui sunt ad basim, sunt ęquales ex definitione lineæ erectę super superficiẽ, & anguli g a f & g a h sunt ęquales, & latus a g commune: patet ex 26 p 1 quia latus a f erit æquale lateri a h, & f g æquale g h. Similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h angulis triãgulorum a g f & a g h, qui sit g a k: productisq; lineis a k & g k: erit, sicut in præcedentibus, linea a k ęqualis lineę a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineę g f uel g h. Cum ergo ex puncto g exeant tres lineæ ęquales & in eadem superficie: patet ex 9 p 3 lineam f h k secundum quantitatem lineæ g f à puncto g productam esse circularem. Quia itaque irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundum alias omnes ducibiles, angulos æquales cum linea a g prædictorum triangulorum angulis, qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ: patet ex definitione pyramidis rotundæ, quoniam fit irradiatio secundum pyramidem rotundam. Fit enim secundum figuram, quæ describi possit per triangulum a g f orthogonium latere a g fixo manente, & a f & g f lateribus reuolutis ad locum, unde inceperant moueri. Et ex prę missis patet quoniam huius irradiatio semper fit secundum angulos incidentiæ æquales Patet ergo propositum. Si dicatur quòd etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem: hoc est uerum: sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20 th. 2 huius: tunc fiet ad omnem partem superficiei g secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam irradiatio (parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensa.) Vnde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit: nó fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem: quæ si magna fuerit, cum in ipsa ad ęquales angulos multi radij conueniant: tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum radiorum concursum & æqualitatem angulorum. Et sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secũdum lineam circularem, quę sit terminus basis pyramidis uel partis basis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquidistet superficiei s p contingenti corpus luminosum in b, d punctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum, quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quòd sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit: scilicet æquidistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto, ubi perpendicularis ducta à centro corporis luminosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi. Et huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquam, nisi in parte soli opposita illuminatur: & semper medietas illius, ea scilicet, quæ solem respicit, est illuminata necessariò propter naturam præmissi aspectus: aliam uerò partem irradiatio solis, nisi forte per refractionem, nullatenus attingit. Et quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una basi alteri inscripta applicantur: ideo tota superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio: quoniam oportet ut tale corpus sit densius medio, per quod lumen uenit ad ipsum: oportet enim quòd tale corpus habeat aliquid densitatis. Vnde si lumen nihil haberet resistentiæ, trãsiret, nec corpus pertransitum irradiaret: aliter etiam in ipso non fieret reflexio uel refractio per 58 huius. Et quoniam per reflexionem radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 57 huius: tunc per 56 huius radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio quàm in medio: nunc autem irradiatio in theoremate supponitur: patet ergo quod oportet corpus irradiandum esse densius quam sit corpus propinquum corpori luminoso. Exemplariter uerò id declarari potest per hoc, quod in 27 th. 2 huius ostendimus. Quia si per foramen rotundum penetret radius solis: statim in corpore opposito ad basim applicatur, & in formam pyramidis lumen figuratur. Signum ergo est quòd in quolibet radio corporis luminosi idem fiat, qui cum sint naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte: & ad minus, si illud non sit necessarium semper fieri: est tamen possibile fieri, ut proponitur. Patet ergo intentum.



84. Si ad

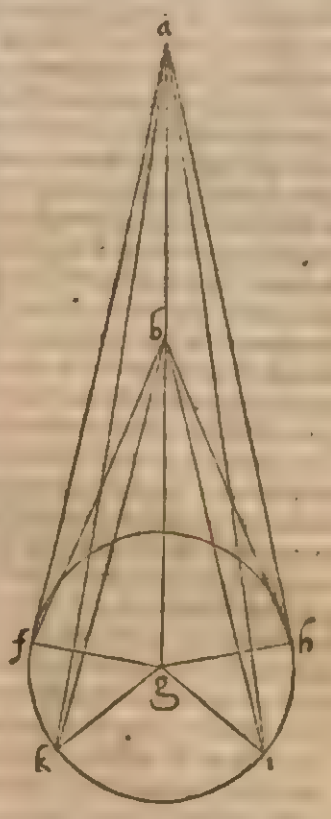
64. Si ad idem cẽtrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio: neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecundum rotundam pyramidem incidere. Ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uiſus, centruq; circuli baſis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quòd aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus luminoſum irradiãs: & ſit illud medium corpus diaphanum, ita quòd radij refracti in centro uiſus ualeant aggregari: aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoque centrum corporis irradiantis a: ſuperficies q; corporis irradiati ſit f h i k: perpendicularis ducta à centro corporis luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g: & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k: & lineę g f, g h, g i, g k: & ſit centrum uiſus b: ducanturq; lineæ b f, b h, b i, b k, b g. Quoniã itaque, ut patet ex hypotheſi, lumẽ corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b: & per 3 huius perpendicularis non refringitur, ſed trãſit ad angulos rectos, ut incidebat ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi, concurrunt plures radij refracti, qui obliquè incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi: qua autẽ ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uiſus, eadem ratione omnes radij incidentes ſuperficiei corporis f h i k, ſecundũ circulum (cuius centrum eſt punctum g) refracti perueniunt ad centrum uiſus, ut patuit in 48 huius: ſunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmiſſam: ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8 huius. In centro ergo unius uiſus nulli radij extremi concurrunt, niſi qui refringuntur ſecundum angulos æquales. Sit ergo, ut ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos, qui ſint b f g, b h g, b k g, b i g: erunt ergo illi anguli æquales: ſed & anguli ad punctum g ſub linea b g & ſub lineis f g, h g, k g, i g, ſunt æquales: quia ſunt recti. Sunt ergo trigona b g f, b g h, b g k, b g i æquiãgula per 32 p 1: ergo per 4 p 6 ipſorum latera ſunt proportionalia: ſed latus b g eſt æquale ſibijpſi, cum omnib. ſit illis trigonis commune: latera ergo b f, b h, b k, b i ſunt æqualia inter ſe, & latera g f, g h, g k, g i ſunt inter ſe æqualia. Ergo per 9 p 3 linea h f i k eſt perpheria circuli, cuius centrum eſt punctum g: & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie. Fit ergo pyramis refracta, cuius uertex eſt in puncto b centro uiſus, & eius baſis eſt in illuminata ſuperficie: eſtq; alia pyramis illuminationis, cuius uertex eſt in puncto a centro luminoſi, & eius baſis eſt etiam circulus f h i k. Patet ergo quòd iſtarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i, g k ſunt in eadem ſuperficie, ut prius: quoniam ab eiſdem lineis, in quas radius incidit, etiam refringitur. Vna eſt ergo ſuperficies communis terminans iſtas duas pyramides, quæ eſt circulus f h i k: & eſt baſis ambarum illarum pyramidum. Patet etiam hoc ex 5 p 11: quia illæ lineæ ſecundum unum punctum, qui eſt g, cum linea b a angulos rectos faciũt. Angulus enim f g b eſt æqualis angulo f g a: quoniam uterque ipſorum eſt rectus, ex eo quòd ſuppoſitum eſt angulum a g f eſſe rectũ: eritq; ſuperficies, in qua ſunt lineę f g, h g, i g, k g orthogonalis ſuper ſuperficies omnes refractionis. Patet ergo unum propoſitorũ. Quòd ſi centrum uiſus fuerit inter corpus irradiatum, & corpus irradians conſtitutum: tunc eadem diſpoſitione manente, niſi ſolo puncto b inter a & g puncta conſtituto, patet propoſitum ex eo: quòd tunc corpus irradiatum non uidetur niſi per reflexionem luminis recepti à corpore luminoſo: & ſemper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20 th. 5 huius: quia angulus extrinſecus angulo a g f in triangulo a g f pyramidis illuminationis erit æqualis angulo b f g, qui fit ad baſim trianguli b f g pyramidis reflexionis: nec erit poſsibilis uiſio irradiationis niſi in puncto axis pyramidis illuminationis: ubi ſecundum æquales angulos reflexi radij à tota ſuperficie illuminati corporis concurrunt: eruntq; omnes anguli triangulorum pyramidis reflexionis, qui ſunt ad baſim, æquales inter ſe per 20 th. 5 huius: quoniam anguli extrinſeci pyramidis irradiationis, qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales inter ſe. Omnes itaque radij ad uiſum reflexi, qui ſunt in eadem ſuperficie, per 6 p 1 erunt æquales. Et quoniam lineæ f g, h g, i g, k g ſunt æquales: patet per 9 p 3 lineam f h i k eſſe peripheriam circuli: quod eſt ſecundum propoſitum. Et quoniam linea b g, quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, omnibus illis trigonis eſt communis, & angulus cuiuslibet triangulorum, qui ſunt ad baſim, æqualis eſt alteri ſibi correſpondenti per 4 p 1, cum lineæ f g, h g, i g, k g ſint adinuicem æquales, ut declaratum eſt prius, & ab ipſis fiat reflexio ad uiſum: patet per 106 th. 1 huius quia erit per radios ab ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandem baſim, ſed diuerſæ altitudinis: quoniam punctus b, qui eſt centrum uiſus, poſitus eſt eſſe inter corpus irradians & corpus irradiatum: & erit illa baſis communis duabus pyramidibus, ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis ſuper omnes ſuperficies reflexionis. Patet ergo, quod corollario proponebatur per 107 th. 1 huius. Viſum eſt etiam quibuſdam ad propoſitam uiſorum



circulationem

circulationem coadunare circulationem foraminis uueæ, ac si ad peripheriam foraminis solùm radij incidant: & sic in superficie uisus rotundentur. Quòd etsi sit aliquando possibile, non tamen est uniuersal ter necessarium: quia etiam cuicunq; parti superficiei uisus radij incidant secundum angulos æquales: semper accidet necessariò figuram uideri circularem. Ex iſtis itaq; manifestè patet, quia etsi tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis, rectilinea uel circularis sit irradiata: non tamen uidebitur nisi circularis pars eius irradiata, quando per reflexionem uel refractionem uidetur. Quia oportet ad hoc, quòd uisus ipsum iudicet irradiatum, radios plures in centro oculi aggregari: non autem concurrunt nisi illi, qui incidentes ad superficiem corporis irradiati & reflexi ad centrũ oculi omnes æquales angulos constituunt: tales autem incidunt secundum circulum: faciunt enim pyramidem, ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refringuntur necessariò secundũ circulum eundem. Ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata: nec uidebit uisus illam irradiationem, nisi fuerit in puncto concursus linearum taliter reflexarũ constitutus. Et propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli: quia eædem lineæ in diuersis punctis non concurrunt, sed in uno tantùm: & remotioribus maiores apparebunt circuli: scilicet illi, quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refringuntur: & sunt exteriores in peripheria basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractionis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorẽ exterius ambienti: centrumq; uisus propinquius superficiei irradiatæ minorẽ uidebit circulũ, q̃ uisus remotior: quoniã radij in minori circulo secundũ angulos minores incidunt, & secundùm angulos minores reflectuntur per 20 th. 5 huius, uel secundũ minores angulos refringuntur per 8 huius. Patet aũt p 106 th. 1 huius quia secundũ quòd angulus refractionis uel reflexionis plus minuitur; secundùm hoc angulus in uisu contentus augmentatur. Et quia angulus refractionis uel reflexionis semper est acutus rectilineus diuisibilis: propter hoc angulus in oculo semper est acutus, nec ad rectum potest excrescere, ut quartã partẽ circuli altitudinis sibi faciat respõdere: quoniã inter angulos caussantes pyramidem ille angulus in oculo & angulus reflexionis uel refractionis ualent unũ rectũ: cum angulus ad axẽ semper sit rectus per 89 primi huius. Ex præmissis quoq; patet corollariũ perpulchrũ auxilio 12 huius. Quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli basis & conus semper sunt in eadem linea (ut in axe) in proposito erunt a & g in axe a g: sed eadem ratione erunt b & g in eadem linea: lineæ uerò b g & g a coniunctæ sunt linea una: eò quòd f g à termino ipsarum exiens cum ambabus facit angulos rectos. Quomodocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio: patet propositum quoniã semper centrum corporis irradiantis & centrum oculi & centrũ circuli basis utriusq; pyramidis, irradiationis scilicet & uisionis sunt in eadem linea, scilicet axe pyramidis irradiationis: nec aliter est possibile uideri irradiationem.



65. Iridem ex reflexione & refractione radiorum corporis luminosi uideri necesse est.

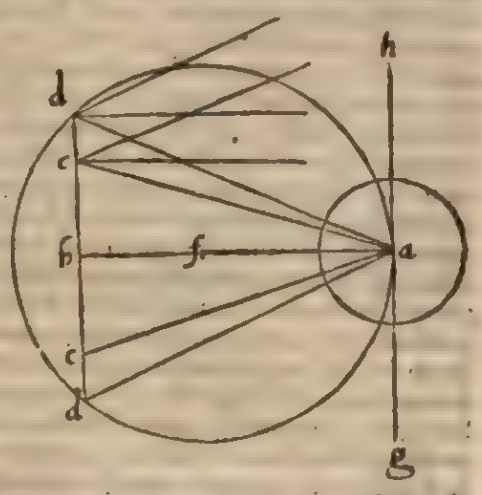
Locuturi de iride, de illa principaliter intendimus, quæ intersecans horizontem ad diuersas partes mundi protenditur: quamuis etiam de alijs, quæ illi iridi similes uidentur, intentionem non principaliter facturi simus. Quòd uerò iris fiat ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quòd autem (non aggregatis radijs corporis luminosi) lumen sensibilius possit fieri in corpore non luminoso, quàm in medio, per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 56 huius impossibile esse. Vnde patet ex hoc quòd lumẽ uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibilius fiat in aliquo corpore quàm in medio. Quod uerò aggregatio radiorum corporis luminosi fiat per reflexionem uel per refractionem, quæ fit in corpore densioris diaphani quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 57 huius. Patet itaq; generaliter quòd luminis maior sensibilitas per reflexionẽ uel per refractionem in omnibus uisibilibus caussatur. Quòd uerò iris specialiter ex reflexione fiat: patet per hoc: quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum, ut suppositũ est in 2 petitione libri huius. Ostensum est quoq; per 20 th. 5 huius quòd omne, quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quòd angulus, secundùm quẽ forma specularis uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo, secundũ quẽ illa forma reflectitur ad uisum: quod etiam patet per 26 th. 5 huius ducta perpendiculari à puncto incidentiæ super superficiem corporis politi, ad quam reflexionis anguli referuntur: continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales. Cum itaq; forma iridis fiat in uisu: patet iridem per reflexionẽ radiorũ corporis luminosi ad uisum caussari. Quòd uerò iris per refractionem

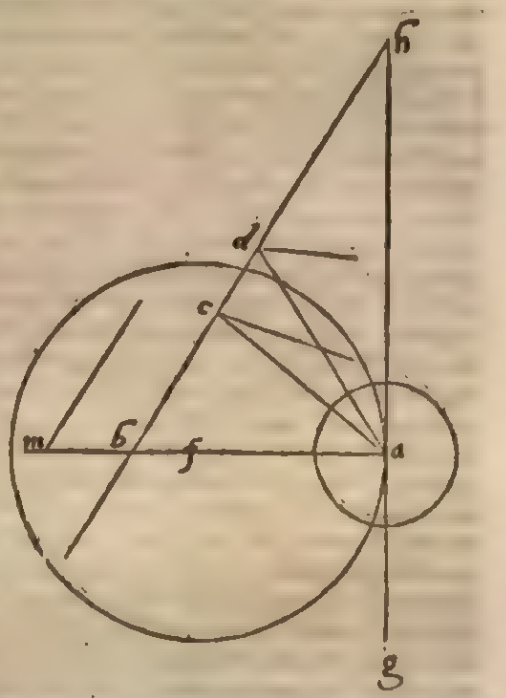
etiam radiorum corporis luminosi fiat: patet per hoc quia non generatur iris, nisi in aliqua diaphana materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoq; dictum est in 4 huius quòd in corporibus diaphanis densioribus primo diaphano, & si ab ipsorum superficie fiat reflexio: semper tamen fit refractio ad perpendicularem: & sic lumen talium corporum superficiebus obliquè incidens quasi secundum unam lineam ad duas partes oppositas diuisum protenditur. Fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio, quæ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile: & sicut nubes alba, & lumen ab illorum corporum superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actú maioris sensibilitatis faciat in uisu: sicut uidemus quod à corporibus albis, quæ plus habent luminis, sensibilior fit reflexio quàm a corporibus medio colore coloratis. Hoc etiam patet per luminis profundationem in iridis generatione. Cum enim ea, quæ solùm reflexionem luminis habent, tantùm in superficie irradientur, materia iridis sensibiliter inuenitur in profundo irradiata: & ob hoc (ut comperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoq; circa iridem deambulantibus cõtingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus) iris mutatur secundum mutationem uidentis. Sequitur enim fugientem ab ea, & illum, qui progreditur ad eam, fugiens antecedit. Et si quis ad dextrum uel sinistrum latus progressus fuerit: iris ad idem latus uidebitur moueri. Sed secundum reflexionem solùm uisa fugiunt fugientem, & occurrunt accedenti: uidentur enim talia semper in concursu lineæ reflexionis ad uisum progredientis, cum perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis, à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet per 37 th. 5 huius. Iris ergo non solùm uidetur per reflexionẽ, sed etiam per refractionẽ luminis intra corpus, à quo reflectitur: quamuis accedenti ad iridem, uel ab ipsa elongato ab alijs & alijs superficiebus corporum lumini obuiantium fiat reflexio luminis ad uisum: quoniam fuga iridis à progrediente ad eam, & secutio fugientis ab ea, accidit propter diuersas reflexiones, quę fiunt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis: scilicet secundú quod uisus mutat puncta, in quibus ab angulis basis unius pyramidis omnes radij in centro ipsius oculi concurrũt. Et quia tales bases sunt infinitæ, & puncta, in quibus earum radij reflexi, in axe colliguntur, sunt infinita: patet etiam quòd per reflexionem multiplicatam uidentur irides infinitæ secundum infinitatem punctorum in axe pyramidis occurrentium accedenti uel recedenti secundũ lineam eiusdem axis, uel etiam à latere eunti secundum mutationem axis à centro corporis luminosi per alium punctum suæ superficiei exeuntis, quàm per illum, quo primus axis exibat. Fit enim uisum ad latera sic mutanti noua pyramis & noua basis: aliquod est punctum superficiei corporis luminosi, per quod uenit radius perpendicularis ad superficiem materiæ iridis, qui (in ipsum cadente centro oculi) fit axis pyramidis utriusq;. Videntur itaq; hoc modo irides infinitę ad quamcunq; differentiam positionis quis uidentium motus fuerit: dum modò contra corpus luminosum non moueatur. Quod etiam si uerum sit per reflexionis naturá posse fieri: refractio tamen radiorum corporis luminosi semper augmentat lumen, ut uideri ualeat sensibilius à uisu. Patet enim quòd refractio radiorum corporis luminosi aggregat lumen, ut fiat magis uisibile: quoniam propter ipsam refractionem radiorum circa eandem partem medij radius duplicatur: similiterq; ipsorum radiorum reflexio lumen aggregat & ad uisum sensibiliter reducit: iris uerò non fit, nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui. Ergo ad generationem iridis refractio radiorum corporis luminosi & reflexio eorundem necessariæ existunt. Et hoc est, quod in præsente theoremate perquirere uolebamus.

68. In napore rorido iridem generari necesse est.

Quod hic apponitur, patet. Quia cũ iris non fiat sine lumine, imò luminis multitudine: lumẽ aũt non aggregetur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, ut patet per 57 huius: hæc autẽ non fiant, nisi lumini fiat obiectio corporis densioris aere puro per 56 huius. Ergo in loco generationis iridis non erit ipsius generatio sine corpore irradiabili, à cuius superficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidentis. Aliquod uerò solidorum planorum ibi esse est impossibile. Sed neq; aquam: quoniam hæc curreret subitò ad inferiorem locorum sibi possibilem: iris uerò aliquo tempore manet, non eadem, sed semper diuersa propter continuum descensum rorationis: nec tamen posset in aqua continua figura iridis generari: quoniam lumen integrum reflecteretur à superficie aquæ propter continuitatem ipsius aquæ. Iris enim, quæ fit in aqua diffusa per remos, fit proter aquæ dispersionem: quia tunc temone pro manu utitur nauta aquam rorans: & ob hoc cum aqua sic fuerit fusa, in ipsa colores iridis apparent. Non etiam potest esse quòd sit aer grossus, in quo iris generatur: quoniam impressio luminis in aere non efficeret colores iridis, sed faceret quandam albedinem, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarum principijs & etiam terminis crepusculorum serotinorum: & uniuersaliter in similibus quibuscunq;. Non etiam potest esse uapor continuus, siue sit eleuatus ad generationem nubis, siue sit in nubem cõdensatus. Esto enim quòd fit possibile à uapore continuo iridem generari. Ponatur ergo corpus radiosum (cuius centrum sit a) in circulo horizontis: secetq; ipsum superficies orthogonaliter erecta super superficiem horizontis per centrum ipsius corporis: & ducatur in illa superficie secante per centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaq; superficiei secanti aut æquidistat uapor continuus irradiabilis: aut non. Si æquidistat: fit linea in eius superficie b c d æquidistans lineæ h g: incidantq; sibi radij a b, a c, a d: & sit linea a b perpendicularis super superficiẽ uaporis, quæ in se reflectetur per 21 th. 5 huius: & reflectentur etiam lineæ a c, a d: quia non sunt perpendiculares. Quoniam autem angulus a c b est acutus per 32 p 1, cum angulus a b c sit rectus: patet per 13 p 1 quòd angulus d c a est obtusus: perpendicula-

pendicularis ergo extracta à puncto c non concurret cum axe a b: ergo nec radius reflexus. Cum ergo centrum uisus ex 64 huius necessariò sit situm in lineâ a b, quæ est in superficie horizontis, & centrum uisus sit centrum horizontis, quod sit punctus f: patet quòd lumen sic reflexum centrum uisus nullatenus attinget, nisi fortè radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum. Ergo uapore taliter dispositò iris non uidebitur. Quòd si uaporis continui superficies superficiei secanti corpus luminosum non æquidistet, sed cum ipsa cõcurrat: si illę superficies sub horizonte cõcurrant, idem accidit impossibile, & eodem modo deducendũ. Quia & si hoc modo radios aliquos sub horizonte ad uisum reflecti sit possibile: non tamen uisus illorum passionem aliquam iudicabit: non enim uidentur ea, quæ sunt sub horizonte: cum horizon sit circulus, qui est terminator uisus. Et cum superficies horizontis sit obliqua super superficiem uaporis: patet quòd radius à centro corporis luminosi perpendiculariter incidens superficiei uaporis cadit sub horizonte: omnesq; radij non perpendiculariter superficiei uaporis ultra superficiem horizontis incidentes, reflectuntur ad partem contrariã centro uisus in centro horizontis constituti. Non ergo uidebitur iris; centro uisus & superficie illius uaporis taliter ad inuicẽ dispositis. Quòd si nõ sub horizonte, sed supra horizontẽ cõcurrãt illę duæ superficies, una uaporis & alia secans luminosum corpus: tunc iterũ lumen ad uisum reflecti non est possibile, ex causis prius dictis. Sæpe enim angulus a c d, cũ sit extrinsecus angulo a b c, in triãgulo orthogonio a b c, erit maior recto per 16 p 1: ergo reflexio nunq̃ fiet ad uisum, q̃ est in cẽtro horizõtis. Sed etiã dato q̃d in aliqua præmissarũ dispositionũ fiat reflexio ad uisum (q̃d tamẽ est impossibile) nõ ꝓpter hoc iris uidebitur: quoniã propter uaporis cõtinuitatẽ fiet luminis multa in superficie uaporis generatio: & erit lumẽ continuũ, q̃d ad uisum reflexũ ipsum debilitabit, nec in ꝓfundũ uaporis ipsum ꝑmittet inspicere. Et dicit uulgus q̃d tale lumẽ est sol aqueus: nec habet distinctionẽ aliquam colorũ. Et etiã si dictæ superficies supra horizontẽ cõcurrẽt: tunc iris deflexa uideretur à zenith capitis sensibiliter secundũ gibbũ circuli, quo uidetur: q̃d totũ sensui est cõtrariũ, nec apparet uisui. In tali ergo uapore nõ est conueniẽs iridẽ causari. Sed inter uaporem aqueũ cõtinuũ; & inter aquã depluentẽ à nubibus est quoddã mediũ, quod dicitur uapor roridus. Et fit quando frigus condensans incipit uaporẽ aqueũ in formã propriam scilicet aquę reducere: tũc enim cõdensantur raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis distãtia, quę rotundari incipiũt: nondũ tamen ꝓpter debilitatẽ agentis reducuntur ad formã propriã, quę sibi det motũ ad inferius: & tũc illę uaporis particulę sunt quasi quædã parua specula, in quibus solũ apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura, ut diximus in 62 th. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipiẽtia rotũdari ꝓpter ę qualẽ ex omni parte uirtutis cõdensantis actionẽ, quousq; materiã cõdenset, incidat lumen corporis luminosi: refringitur ad posterius ipsius quilibet radiorũ sibi incidentiũ ad lineã perpendiculare, à pũcto incidẽtię sup superficiẽ illius corporis productã p 4 huius. Et quoniã p 72 th. 1 huius illa perpendicularis tranſit centrũ illius corporis sphærici: patet quòd radius refractus obliquè cadet sup superficiẽ illius corporis oppositã corpori luminoso, & aggregabitur lumẽ in profundo totius cõsistentię istorũ corpusculorũ, propter refractionẽ factã in quolibet ipsorũ: sicut uidemus in crystallo rotunda: quoniã ultra superficiẽ illius posteriorẽ fit aggregatio radiorũ in aere ad punctum unũ, ut patet p 48 huius. In quolibet aũt istorũ corpusculorũ (siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodũ uia cõdensationis generatis, ut quãdoq; possibile est fieri: siue ꝑ modũ aggregationis ex pluribus corpusculis fiat gutta: in hoc enim, quo ad iridis generationẽ, nõ est diuersitas: quoniã semper incidũt radij infiniti, qui etiã reflectũtur à superficie ipsorũ corpusculorũ secundũ angulos incidentię suę, quos faciũt cũ lineis maiores circulos dictorũ corpusculorũ in puncto suę incidentię cõtingentibus, qui anguli diuersi sunt: & ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totum 6 librũ huius scientię: & radij faciẽtes angulos cum lineis cõtingentibus corpuscula prædicta & cũ lineis signatis in superficie corpus luminosum secante concurrentibus supra horizontem,



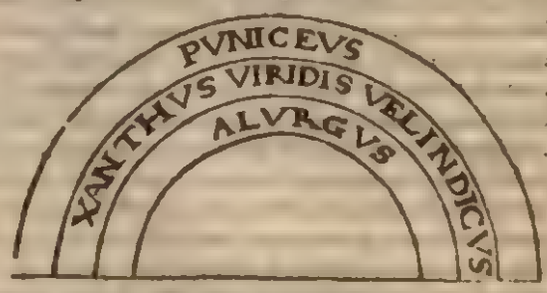


rontem, & interſecantibus axé pyramidis illuminationis ultra punctũ b remotius à corpore luminoſo (ut in puncto m) quia anguli tales intra pyramidé obtuſi ſunt: ideo per 33 th. 5 huius illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur: & in puncto, ubi talium radiorum plurimorũ fit concurſus in axe, inter corpus luminoſum & uaporé uiſu poſito uidetur lumé. Et quoniá iſtorum corpuſculorũ quædá ſunt, in quæ ſecundũ æquales angulos, ut dictũ eſt, radij incidũt à centro corporis luminoſi: tales aũt radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti (cũ enim tota conſiſtentia uaporis ſit plena talibus corpuſculis, infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi cócurrente, uel etiam æquidiſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum, ſecundum quod reſpicit uaporis cóſiſtentiam: & in illorũ irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex eſt in centro corporis luminoſi, baſis uerò in conſiſtentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorũ corpuſculorum: quę cum ſecundũ ſimiles angulos ſuæ incidentię reflectuntur ad uiſum, aliá faciunt pyramidé, cuius uertex eſt in centro uiſus, baſis uerò eadé cum baſi pyramidis prioris: & eſt circulus, ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 64 huius) uidebitur illud lumen reflexum continuũ propter uicinitatẽ partium uaporis, & eorum diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu, qui protenſus ab illis fallitur propter ſui debilitatẽ: & ob hoc uiſus aggregatũ ab omnibus illis corpuſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudicat tanquá unum. Patet itaq; ex præmiſſis, quòd licet tota conſiſtentia uaporis ſit radioſa, & fortè tota irradiata ſuperficies ſit multilatera: tamen ſemper uidetur circularis: cuius ratio eſt: quia nõ uidetur, niſi quod de ipſo ſecundum æquales angulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis eſt reflexum. Quando uerò anguli ad baſim ſunt æquales: latera æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6 p 1: ergo per 65 th. 1 huius centrũ uiſus eſt polus, & ſuperficies, ad quá illæ æquales lineę terminantur, eſt circulus: & ita uidetur iris circularis. Poteſt etiam (exempli cauſſa) idem aliter declarari: ſcilicet ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali cõſiſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentẽ: illę enim erunt in eadé ſuperficie ex 5 p 11: eruntq; æquales ex 32 & 26 p 1: ergo in puncto cócurſus earum in axe eſt centrum circuli ex 9 p 3. Et quia totius baſis radij non ad æquales angulos reflectuntur: nõ uidetur totus circulus radioſus, quãtus in tota nubis cóſiſtentia ubiq; lumen exiſtat. Radij enim, qui ad maiores angulos reflectuntur, quàm ſint anguli radiorũ ad uiſum reflexorũ, ultra punctũ uiſus ad alium locum axis reflectuntur: radij aũt, qui ad minores angulos eis, qui ad uiſum peruenũt, reflectuntur ad locum alium axis infra centrum uiſus concurrunt: & ſic neutri uidentur, niſi fortè ab alijs uiſibus in locis ſuorũ concurſuũ exiſtentibus. Et propter hoc accidit moto homine in antè uel retro, aliá & aliá iridem uideri: quoniá ſemper uiſus progredientis uel recedentis incidit in puncta aggregationis diuerſorum radiorũ: ſicut etiá accidit in hominibus diuerſis magis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationẽ diſpoſitis, ſub eodẽ tamẽ exiſtentibus circulo meridiano uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; propter has cauſſas uidetur circularis cõcaua: quia nec exteriores nec interiores radij incidentes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ, in eodem puncto cócurrunt ad uiſum: unde uiſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas. Et ſignũ huius eſt, quod accidit in ſuperficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ, uel ſtellarũ: non tamen uidetur, niſi in puncto uel loco uno, à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum: & mutato uidente ulterius, alia iterũ forma corporis luminoſi uidetur in loco alio, à quo eſt ad uiſum poſsibilis reflexio. Et idẽ uidetur de cádela uel lumine aliquo diſtincto in cultello nouo uel ferro polito, uel alio: quia ſemper immobili exiſtente mutatur forma uiſa, uiſu mutato ſecundũ modũ, quo poſsibile eſt ipſam ad oculum reflecti: & in puncto alio non uidetur. Aliud etiá ſignum huius eſt: quia ſi aliquo exiſtente in radio ſolis, per aliũ, qui eſt extra radium, tranſuerſaliter ſpargatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiũ: uiſus eius, qui eſt in radio, fortè non uidebit niſi coloré album: cum tamen ſpargens, cui opponitur uapor directus, uideat lumen & colores iridis, ſed cõfuſos, niſi diſpoſitio corpuſculorũ roridorum ſic diſponatur, ut poſsit fieri certa reflexio ad uiſum in medio radij exiſtenté. Patet itaq; ex præmiſſis quoniá iris in uapore roridо generatur. Signũ aũt illius eſt: quia modicùm ſtat iris: eò quòd uapor talis, cum ſit ex materia graui iam ad formá grauis accedẽte, ſtare nõ poteſt ſuper ſuperficiẽ horizontis, niſi moueatur ad centrum grauium, qd̃ eſt centrum mundi, ſecundum quod ei eſt poſsibile. Et ob hoc etiá poſt apparitionẽ iridis quando operatione agentis cõdenſatur materia, & reducitur ad formá potentẽ mouere, fit pluuia, & ex corpuſculorum quolibet in uapore prius ſeparatorũ fit per condenſationẽ materiæ gutta aquea deſcendens. Signũ etiã eius eſt, qd̃ dictũ eſt prius: quoniá aqua uaporoſè ſparſa ore, manu, uel remo, ut apud nautas: in radio ſolari apparet iris, & iridis colores, & diuerſi aſpicientes uident illud: quia radij incidentes guttulis diuerſimodè reflectuntur. Patet ergo propoſitũ: quod eſt: iridẽ in uapore roridо generari. Si aũt dicatur, quòd partes corpuſculorũ in materia iridis nõ ſunt omnes omnino ſphæricæ, non eſt uim faciens inſtantia: quia idem accidit omnino in non ſphæricis, quod nunc dictum eſt de ſphæricis: nunquam enim fiet iris, niſi multi congregati radij ad uiſum uniformiter reflectantur.

67. Tricolor eſt omnis iris.

Dubitatum propter ſui difficultatẽ ab antiquis hoc theorema proponitur. Multis enim mathematicorũ patuit figura & quãtitas iridis: & ſunt hæc ab ipſis naturalis philoſophiæ inquiſitoribus ſuppoſita: color tamen, quẽ uidemus, nondum conuenienter ab aliquo eſt pertractatus, niſi per diſtinctionẽ materiæ iridis ſecundũ aduſti, indigeſti & opaci naturá: quòd ſi hoc motum & poſsibilitatẽ rerum naturalium ſeruet & ſeruare ualeat, intellectui eorũ, qui ſeripſerũt talia, duximus relinquendum.

quendum. Colores autē iridis ſecundū uerum, quod ſe nobis poſt multos cogitatus & experiētias obtulit, ſic poſſunt declarari. Quia enim totus uapor roridus (qui eſt materia iridis) in ſuperficie & profundo eſt irradiatus, & ipſius eſt multa profunditas: patet quia ipſe in aſpectu ſui ad ſolem ſerenius & immixtius habet lumē, mixtum tamē cum colore uaporis, qui niger eſt, ut in aquoſis uaporibus euidēs eſt (ſunt enim omnes nigri) natura autē lucis eſt immiſcere ſe coloribus rerū, ad quas reflectitur: eſt enim in principio 2 huius 7 petitione ſuppoſitū, lucem res coloratas tranſeuntē illarum coloribus colorari: hoc enim patet ſenſui: unde etiā lumē reflexum ſecum defert colorem rei, à qua reflectitur ad uiſum, ſicūt patet in radio tranſeunte per uitrum coloratum. Cum itaq; lumen de natura ſua fulgidum ſit (ut patet) & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo: neceſſe eſt ipſum per 157 th. 4 huius uiſui colorē prēſentare puniceum: & iridē in parte illa ſecundum uiſum colorē habere puniceum, propter fortitudinē uiſus & plurimam ad ipſum ex loco uicino reflexionem, fortiorum radiorū, propter uicinitatem corporis luminoſi, à quo fit impreſsio lucis reflexæ ſecundum lineam breuiorem. Et quoniam tota nubes eſt luminoſa, & lumen ſemper ſecūdum æquales angulos reflexum à diuerſis ſuperficiebus in profundo nubis æquidiſtantibus baſi pyramidis primæ illuminationis, ad eundē reflectitur uiſum per ſuperficiem prioris pyramidis uicinioris uiſui (quoniam, ut patet per 68 th. 1 huius, circuli æquidiſtantes in eodem axe ſuos habent polos: & idem punctus eſt polus diuerſorū circulorum) patet quia etiam lumen, quod eſt in profundo nubis, uidetur. Quoniā uerò illud lumen, eſt lumen refractum, debile, multo colori nubis, qui niger eſt, admixtum: & quoniā uidetur per pyramidē uiſualem, inſcriptam ab eodem uertice (utpote à centro oculi) ipſi primæ pyramidi uiſuali, ſecūdum quam uiciniores radij, qui punicei apparent, ad uiſum reflectuntur: patet per 106 th. 1 huius quoniā anguli, qui ad baſim inſcriptę pyramidis fiunt, maiores erunt angulis, qui fiunt ad baſim primæ pyramidis. Lumē ergo ab illo loco in radijs ſub maiori angulo ad uiſum reflectitur: unde radij minus lumini uniti ſunt, & debilius uiſui offerūtur. Anguli etiā, quos in cētro uiſus faciunt, ſunt minores, ut patet per idem 106 th. 1 huius, quām anguli, qui fiunt per radios primæ pyramidis in cētro uiſus. Sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quām in ſuperficie: quod autem ſub minori angulo uidetur, minus uidetur, ut patet per 20 th. 4 huius. Hoc autem patet experimentanti in lumine ſtellæ uel candelæ. Quod enim prius uiſum eſt aperto oculo fulgidum, claudendo planē oculum amittit fulgorem, & incipit nigreſcere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen: ideo debilius uidetur: remotio enim ſiue protēſio uiſibilis à uiſu eſt cauſſa debilitatis uiſus, ut patet per 158 th. 4 huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoſo groſsior eſt & nigrior, & magis aqueus: unde nigredo uaporis lumini incorporata plus denigrat, & magis ipſum uiſui obfuſcatum præſentat. Et hæc quidē in coloribus iridis aliquam cauſſalitatē habent. Totalis uerò cauſſa omnibus huius coloribus uniuerſalis eſt immixtio umbrarum ipſi fulgori luminis. Quoniam enim (ut patet per præmiſſam) uapor roridus eſt materia iridis, à cuius corpuſculis fit reflexio luminis ad uiſum, & per 11 th. 2 huius omnia corpora denſa in partē luminoſo corpori aduerſam umbram proijciunt: patet quòd radij reflexi à remotiorum corpuſculorum ſuperficiebus, umbrarū anteriorum corpuſculorum nigredini ſe immiſcent: & ſic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uiſum: & ſecundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiſcentur, ſecūdum hoc diuerſificant actū ſuæ luminoſitatis in uarios colores. Et huius rei ſignum eſt in coloribus ſimilibus iridi, qui obducto uiſu ipſa manu uel alio umbroſo de ſub manu in feneſtrarū peripherijs uidētur. Signum quoq; huius eſt nigredo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumē ſe profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quas lux non penetrat, ut umbras efficiat, ipſis maribus non nigredo ſed uiriditas accedat: & obductis palpebris, uiſui reſpectu luminis ex umbris pilorum ipſarū palpebrarum colores iridis uidentur. Singula quoq; particularia, in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarū cauſſam, ut ad quoddā uniuocum reducuntur: ut patet in collis anatum & pauonum, quæ ſecundū diuerſam diſpoſitionē diuerſimodē colorantur. Criſpitudo enim ſuarū pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permixtæ lumini diuerſos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti. Nec enim alias præmiſſorū cauſſas noſtro potuimus indagare ingenio. Exiſtētibus enim tantùm 22 uiſibilibus, nullū aliorum uiſibiliū, præter umbrā, & lumē horū colorū apparentiū uiſui uidetur eſſe cauſſa: unde & hanc colorū iridis æſtimamus proximā eſſe cauſſam: nullū tamē uidimus, quē intellectus ſuus in hoc mō dicū intelligibile direxerit: ſed huius rei facilis omnes alij difficiles uiſi ſunt dare cauſſas. Nos tamē hac cauſſa ut uniuoca & cōuertibili erimus cōtenti, alia, quæ præmiſimus, ponentes, ut quandā adminiculantia huic cauſſæ. Iſtis itaq; præmiſsis cauſsis uel omnibus, uel pluribus, uel aliquot ſenſibiliter cōcurrentibus interſectione pyramidū reflexionis baſiū æquidiſtantiū: tunc deficit iudiciū uiſus, & lumē magis mixtū uaporis nigredini, minusq; refractū, ſub maiori quoq; angulo reflexū, & ſub minori angulo uiſum, & in maiori diſtātia à ſe ipſo poſitū, & in materia groſsiori radiatū, & umbris pluribus permixtū uiſus iudicat magis ab albo recedere quām puniceum: uideturq; illud lumen reflexū ſibi uiridē ſeu praſsinum. Et poſt hunc colorem praſsinum, plurium pyramidum factā



reflexione, cum dictæ conditiones sensibiliter à prius entibus cõditionibus uariantur: uidetur lumẽ plus nigro accedere, & sic uisui color alurgus siue lazulius, qui uaporis nigredini umbrisq; pluribus magis permixtus est quàm prasinus. Et demum cum secundũ hunc colorem alurgum pluzium pyramidum uisis circumferentijs basium, sensibiliter incipiunt prędictæ conditiones uariari, & cum lumen amplius ad uisum sic dispositũ non reflectitur: fit nigrum, quod amplius permixtum lumini non uidetur. Signum uerò prædictorũ est: quia cũ aliquis postquam solem uel aliquod corpus tulgidum aspexerit, claudit oculos subitò & fortiter: primò quidem obducto oculo pelle, quod prius uidit fulgidum, uidebit puniceum: deinde prasinum: deinde purpureum: post in nigrum colorem forma lucis decidens exterminatur: & sic facto motu in uisu ab albo ipsò paulatim exterminato, semper in propinquius nigro fit resolutio. Patet itaq; ex præmissis quòd iris sit tricolor: quorum colorũ supremus est puniceus: & color uiridis sub puniceo continetur, quoniá color circumferentiarũ basium uiridiũ sub colore basium circumferentiarũ punicearum fertur ad uisum: & simiiter color alurgus sub uiridi cõtinetur eadẽ ratione: & sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu cõtinuo colorato. Color uerò xanthus, qui inter colorẽ uiridẽ & colorẽ puniceũ uidetur, in iride non est color distinctus ab alijs, sed ex cõmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit. Puniceus enim color iuxta prasinũ uisus albus uidetur: quia & purpureus color iuxta nigrũ albus uidetur: uiride etiá permixtũ est albo: & ob hoc color xanthus, quia ꝓpinquior est nigro quàm puniceus, inter puniceũ & uiridẽ uidetur. Vnde etiá facta iride in nube nigerrima, color superior nõ est puniceus, sed xanthus uidetur, propter multá nigredinis uaporis cũ lumine permixtionẽ, & resoluta nube, quod prius uidebatur puniceum, demũ albũ uidetur: prasinus quoq; uidetur tendere ad xanthum colorem, & alurgus ad uiridem. Et iam uidit quidá uir experientiæ iridẽ totá albá: quod accidit propter materiæ raritatẽ & luminis claritatẽ: & uisus optimá dispositionẽ in se, & in distãtia proportionata ad rẽ uisam: uel fortè propter uaporis plurimá grossiciem & densitatẽ, in quo nõ potuit lumẽ penetrare in profundũ: sed fiebat à superficie uaporis reflexio: & propter hoc lumen nó receperat colorem à colore corporis sibi cõmixto, nec miscebatur nigredini umbrarũ: unde reflexio faciens iridẽ, in forma luminis reflectebatur sine admixtione nigredinis & umbrarũ. Signũ uerò diuersæ apparitionis colorũ est, quod uidetur in texturis purpurarum: in quibus colores iuxta alios positi plurimam faciũt differentiá & mixtionẽ in uisu. Non enim idẽ uidetur purpureũ iuxtà positũ albo & nigro, aut alicui alteri colori. Et ex hoc propter claritatẽ aliqualẽ, quam color accipit à uicino sibi colore, aliæ phantasiæ colorũ in uisibus oriũtur. Sicut etiá accidit operátibus ad lucernà decipi in coloribus, propter admixtionẽ impuri luminis: & accidit eos peccare, & alios colores pro alijs accipere, colorũ alietate ex immixtione impuri luminis generata. Et sic nõ inconuenienter dici possit, quòd medij colores iridis à medijs pyramidibus secundũ dictas circũstantias & diuersarũ umbrarum permixtionẽ cũ lumine generẽtur. Numerum autẽ colorũ iridis secundũ antiquos in ternario decreuimus: extendunt enim in tantum colorũ nomina, ut color medius illius extremi coloris nomen habeat, cũ quo magis participat in natura. Et sic iridem tantũ tricolorẽ esse necessariò cõprobatur: nec possunt pictores tales colores plenariè simulare. De coloribus etiá, qui apparent in iride generata in uapore aqueo sparso ore uel alio subtili artificio, manu, uel remo, tota causa dicta est. Cũ enim lumen ad talia corpuscula incidit, & ab eis reflectitur ad uisum in radio positũ, uel in fenestra, per quam incidit radius, uerso occipite directè ad centrũ solis: tunc lumẽ propinquius reflexũ tanti est luminis, quod remotius reflexũ lumẽ, propter admixtionẽ umbrarum superiorum corpusculorum propinquiorũ uisibus, & corpori luminoso, magis & magis obtenebratur secũdum modos prius dictos: uidebiturq; sic cõstituto uisu iris ex causis prius dictis rotundata. Aliter autẽ uisu disposito ad radium: uidebũtur propter inordinatam reflexionem ad uisum colores iridis inordinati: quoniam illa reflexio cum non fiat secundum angulos æquales ad figuram iridis rotundam non pertingit: & secundum quod lumen corpuscula rorida contingit: sic secundum aliquam reflexionem perceptam lumen colores uarios uisui inducit. Sed quantò remotiores sunt radij à principio suæ aggregationis in fenestra: tantò colores magis efficiũt opacos propter plurium umbrarum immixtionem ipsi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horá uespertinam uel modicùm antè circa Viterbium in quodam præcipitio apud balneum, (quod dicitur scopuli) aquam uehementer præcipitari: descendentesq; ad uidendum, quid in ipso posset accidere soli sibi oppositò: uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente: & multas ex proprietatibus iridis notauimus. Vnde, quia ea, quæ prius scripta de iride fuerant, nobis non per omnia sufficere uidebantur (excepto eo, quod inuolutè scripserat Aristoteles) illud nobis principium cogitationis fuit, ut præsenti negotio studium applicaremus. Patet itaq; propositum.

68. Corona fit ex refractione luminis solis, uel lunæ, uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impressio (quæ græcè dicitur, ἅλως & arabicè alileti) latinè dicitur corona. Fit autẽ hæc impressio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua cõsistentia uaporis. Cũ enim, ut patet per 56 huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus, quàm in medio lumen sensibilius fieri sit impossibile: patet quòd ad generationẽ halonis necessarium est aliquem uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus continuus interponitur uisibus, & corpori luminoso nó potẽte illũ uaporem citò dissoluere uel disgregare: tũc fit ad uisum refractio luminis secundũ circulũ p 64 th. huius. Lumẽ enim secundũ æquales angulos illi uapori per ignem & aerem incidens, secundũ æquales angulos refringitur ad uisum per 8 huius: uidetur

itaq;

itaq; lumẽ circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uiſum: quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 57 th. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales franguntur ad angulos: tunc lumen uiſui quaſi duplicatur, & peruenit uehementius ad uiſum. Et ſi forte uapor ille ſit roridus, diſtinctus per corpuſcula: tunc plures fiunt refractiones, & augetur lumen. Et quoniam idem radius incidens ſuperficiem uaporis, in corpore uaporis refringitur ad perpendicularem, à puncto ſuæ incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis, à quo refringitur productam, & ſecundum extenſionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11 th. 2 huius: & quoniam radius incidens & refractus non ſunt linea una, ſed angulum continent: ideo patet quia radius refractus refugit umbram proiectam à corpore, cui incidebat, quæ tamen eſt modica: quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro, leuiter condenſato. Veruntamen quia retro uaporis illius conſiſtentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uiſum, quæ fit à perpendiculari per 4 huius: patet quòd lumen refractum perueniens ad centrum uiſus non eſt umbrarum nigredine permixtum, ſed liberum ab illis: & propter hoc ſemper uidetur album, uel fortè modico & indiſtincto colore aliqualiter rubeo ſecundum ſe totum coloratum. Iris uerò quia fit per reflexionem radiorum umbras proiectas penetrantium: ideo illi radij ſub actu coloris perueniũt ad uiſum: fitq; diſtinctio colorum ſecundum modum diuerſitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; ſolaris: ſed raro accidit hoc, propter fortitudinẽ & uehementiam illius luminis, uaporem (qui eſt materia coronæ) ſubitò diſſoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ & ſtellarum primæ magnitudinis, quarum lumen illam conſiſtentiam uaporis diſſoluere non poteſt. A minoribus uero ſtellis non accidit halo propter ſui luminis debilitatẽ, quod tantum effectum imprimere non poteſt. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere groſſo, ut plurimum flante euro: & tũc quandoq; propter denſitatem aeris proijcientis umbram partium ſuperiorum ſuper infimas, accidit uiſibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præſentari. Patet itaq; propoſitum.

69. Iridem in parte mundi meridionali à ſeptentrionalibus uiſibus non eſt poſſibile uideri.

Quod per 107 th. 1 huius patet in pyramidibus purè mathematicis ſibi ad inuicẽ inſcriptis: idem patet per 64 huius de pyramidibus reflexis, iridem cauſſantibus, quæ naturam mathematicarum pyramidum conſequuntur. Semper enim oportet, ut centrum uiſus ſit inter centrum corporis luminoſi & centrum iridis, ad hoc ut illa impreſsio uideatur, quam propriè iridem nominamus: licet aliæ impreſsiones, colores iridis ſimulantes, quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quòd autem iris meridiana à uiſibus ſeptentrionalibus uideri nõ ualeat, ſatis patet ex his, quæ diximus in generatione colorum iridis: qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionem per ſe cauſſantur. Poteſt etiam occaſionaliter id patere per hoc: quod materia iridis in approximatione corporis luminoſi de facili reſoluitur in aquam, uel ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficie non poſſunt fieri reflexiones: quæ etſi fierent, tamen tenderent in partem, in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent. Et etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitationem reflexæ lucis, non poſſunt in tali loco cauſſari: quia circa corpus luminoſum cum ſemper plus ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum, aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aere condenſato, ut diximus in præmiſſa de generatione coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoque: & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem: ſæpe uerò ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur. Iris ergo quando debet generari, oportet quòd radij ad oculum reflectantur, & quòd retro uaporem roridum (qui eſt materia iridis per 66 huius) non ſit lumen aliud irradians. Vnde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa, à forti lumine cauſſato, eſt poſsibile; ut in ipſa aliqui colores iridis appareant, uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem. Tunc enim omnes conditiones & cauſſæ colorum iridis in loco tali concurrent, & materia ſubeſt. Iris ergo ſic poterit apparere. Fortè ergo accidit quòd materia, in qua plus meridionalibus à uapore rorido iris uidetur reflexa: tunc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore (ita quòd uapor idem eodem tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis) uideatur corona propter luminis refractionem: & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex his quoque, quæ dicta ſunt, patere poteſt, quòd quandoque ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum, in quo eſt uapor roridus, à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis: ut quando corpori ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter opponitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum. Tunc enim colores iridis apparent uiſui recti, ut cum uapor non rectè opponitur uiſui: & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto: quandoq; uerò apparent circulares: & fiunt quaſi irides. Oportet autem ad hoc, ut talis iris uideatur, quòd nubes, ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus, ad quem, & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus, ad quem fit reflexio, in eadem recta linea conſiſtant: & quòd ſuperficies nubis, à qua fit reflexio, & ſuperficies uaporis, à qua, & ad quam fit reflexio, productæ ſupra horizontem quaſi in ſuperiori hemiſphærio concurrant. Aliter enim

uix fie-

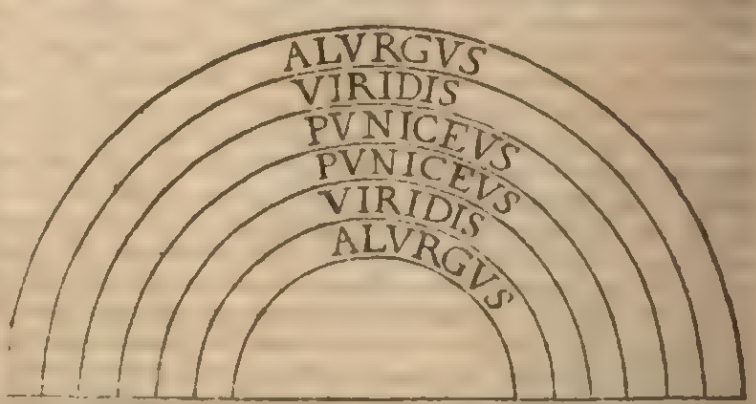
uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio: fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fuit in 62 th. huius. Nos autem per hunc concurſum ſuperficierum, intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo puncto reflexionis. Oportet etiam quòd nubes aquea reuerberans lumen, uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt: & talem iridem non unam, nec duas tantùm, ſed etiam quatuor ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinante, & nõ erant irides in diſtantia 10 graduum à ſole: & omnes circulorum completorum, & in ſuperficiebus diuerſis: & erãt quædam quaſi ſe extrinſecus contingẽtes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſo uapore ad uiſum reflexis non eſt poſsibile fieri, niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem, uiſu in medio exiſtente. Vnde in noſtra habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem: quia non interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo. Curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecũdum partem, qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionali fieri non poteſt. Et hoc eſt, quod proponebatur.

70. Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantùm irides generantur.

Quoniam tantùm horum duorum corporum radij ſecũdum mundi diametrum ſenſibiliter extenduntur: ſolis utpote, quia eſt corpus maximum quantitate omnium luminoſorum corporum & puriſsimæ ſubſtantiæ: lunæ uerò, quia ipſa terræ eſt uicinior: unde eius radij uiſui ſenſibilius offeruntur. Ab aliorum uerò corporum luminis ſenſibilitate excuſat uiſum paruitas ipſorum corporũ, reſpectu ſolis, & magna à nobis diſtantia, reſpectu lunæ. A ſole autem iridem fieri cognitũ eſt ſenſui. Ex radijs etiam lunæ iridem fieri eſt poſsibile: & hoc eſt ſæpe uiſum: maximè apud plus ſeptentrionales, quibus ſæpe offertur materia. Vnde uiderunt lunæ iridem obſeruatores nocturni in Alemania bis in uno anno: & fortè pluries uideretur, ſecundũ quod ſe offerũt agens & materia. Apud meridionales uerò rarius uidetur: quia non offert ſe toties materia, & ſi agens ſemper ſit diſpoſitum ad diffuſionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud. Vnde Ariſtoteles non conſiderauit fieri iridem lunæ in loco ſuæ habitationis, niſi bis in 50 annis. Fiunt autem irides lunæ plures in crepuſculis luna plena uel gibberoſa, magna exiſtẽte, poſita circa orientem ſuper horizonta ſic, ne radij ſolis uideantur. Fiunt etiam in nocte, ſemper tamẽ in oppoſito lunæ: habetq; iris lunæ formam & materiam, quam & iris ſolis: ſimiliter & colorum diſtinctiones: qui tamen ſunt albiores coloribus iridis ſolis: cuius cauſſa eſt, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio: unde duplicato nigro, ſcilicet noctis & nubis, àlbum, quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album. Et quia puniceum eſt debiliter album: ideo puniceum magis album tũc uidebitur comparatione plus nigri. Et ſimiliter eſt de unoquoque aliorum colorum: quilibet enim illorum colorum albior uidetur. Et ſic tota iris lunæ albior uidetur, quàm iris ſolis. Vmbræ enim radijs lunæ accidentes non ſunt tam nigræ ut umbræ ſolis: & huius cauſſæ ſunt diuerſæ, ut dictum eſt. Lumen enim lunæ eſt pallidius lumine ſolis: unde colores ex cõmixtione ſui informati inficiuntur, nec accedunt ad ſummum formæ ſibi propriæ: ſicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores, & alios pro alijs accipi per ſenſum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur: quoniam ex radijs ſolis & lunæ tantùm, non autem ex aliarum ſtellarum radijs quarumcunque: quod eſt propoſitum.

71. Non plures duabus iridibus, ſitu colorum differentibus, poſsibile eſt uideri.

Verbi gratia. Cum enim non ſint, niſi tres colores iridis, ut patet per 67 th. huius: non eſt poſsibile diuerſificari colores iridis in ſitu, niſi ſecundum extremorum colorum, ſcilicet punicei & alurgi localem tranſpoſitionem: quia ſemper medius manet in cauſſalitate media inter iſtos. Et ob hoc patet quòd plures, quàm duæ irides ſitu colorum differentes fieri non poſſunt: quia color medius non poteſt habere cauſſam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis ſint tranſpoſiti in ſitu. Quod autem quandoque plures irides eiuſdem ſitus in coloribus uidentur, una ſub alia, ut primò rubeũ: deinde uiride: & deinde alurgum: & iterum rubeum: & iterum uiride: & demum alurgum: hoc accidit propter diuerſitatẽ materiæ in diuerſis ſuperficiebus, quarũ una eſt ante aliam, & quas accidit ſub uno angulo uideri: undè uidentur quaſi ſint habitę uel contiguæ. Quòd ſi in angulo ſit diuerſitas, ut quando linea exiens à uiſu & tranſiens per gibbum iridis unius, ſcilicet inferioris, non tranſit per gibbum ſuperioris: tunc uidebuntur conſequenter entes, & inter alurgũ ſuperioris & puniceum inferioris erit notabilis differẽtia, ſcilicet alba: quoniã ab illa parte nubis remotioris uel propinquioris ipſi ui-



ipſi uiſui, quàm naturæ reflexionis ad uiſum illũ conueniat, non fit reflexio luminis ad uiſum: quod non accidit quando ſub eodem angulo uidentur. Sunt tamen huiuſmodi irides ſemper in diuerſis ſuperficiebus, & ab una pyramide reflexi luminis cauſſantur: & ob hoc ipſorum eſt quaſi centrum unum, quod eſt centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquidiſtantes in uiſu ipſorum peripheriæ. Et poſsibile eſt (licet non ſæpe eueniat) quod plures tales irides, una uidelicet intra aliam uiſui offerantur. Et iſtud poterit probari duobus aquam in radio ſpargentibus, uno ſcilicet ſub reliquo: tunc enim iris ſub iride poterit uideri. Sed idem erit ordo in ſitu colorum iridis utriuſq; neuter tamen alterius iridem uidebit, ſed unicuiq; ſua in eodem tempore uiſui occurret. Impoſsibile autem eſt quòd id fiat in eadem ſuperficie: ſcilicet quòd plures irides eiuſdem ſitus in coloribus appareant: quoniam ab illa ſola parte ſuperficiei fit reflexio, ubi ſecundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiuſdem ſuperficiei ſuperioribus uel inferioribus peripheria prędicta, ut patet per 66 th. huius. Colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris ſemper debiliores apparent: quoniam fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari & remotioribus à uiſu: unde lumen per eos reflexum debilius uidetur, reſpectu eius, quod ex interioribus radijs cauſſatur.

72. In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapoſiti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapoſitos dicimus, quando ſicut iridis interioris color eſt puniceus, qui eſt in exteriori circumferentia ipſius, ſic exterioris iridis color eſt puniceus, qui eſt in interiori peripheria ipſius, mediuſq; utriuſq; iridis color eſt praſsinus: Interioriq; color interioris iridis eſt alurgus, ſicut exterior color iridis exterioris. Sic autem diſpoſitis duabus iridibus: tunc omnes colores exterioris iridis ſunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoque cauſſa aliqua eſſe poſſet, ſi illi colores omnes in una nubis ſuperficie uiderẽtur: quia tunc colores exterioris iridis per magnam diſtantiam uiſui apparerent, ſicut & interiores peripherię iridis interioris. Ad quod intelligẽdum ponamus exempli cauſſa ſolem ſuprà horizonta 20 gradibus eleuatum. Et quoniá patuit prius in 64 th. huius quòd centrum baſis pyramidis irradiationis & centrum uiſus, & cẽtrum corporis radioſi, quod eſt ſol, ſunt ſemper in eadem linea: centrumq; baſis pyramidis irradiationis & pyramidis uiſionis eſt unum punctum centro ſolis diametraliter oppoſitum: unde ipſum eſt nadir ſolis, & mouetur ſemper ſecundum motum ſolis: motuq; ſuo ſimilem circulum deſcribit circulo motus ſolis, ſcilicet ei parallelo, quem ſol motu diurno deſcribit ſupra horizonta: talem enim dictum centrum iridis deſcribit, quod eſt centrum baſis pyramidis illuminationis ſub horizonte. Et ſicut cum ſol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fit in parte horizontis occidentali: ſic cum ſol fit in puncto horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali. Et quoniam lineæ ductæ à centro ſolis ad circumferentiam baſis pyramidis illuminationis, ſunt æquales per 89 th. 1 huius: palàm quòd ſuperficies baſis prædictæ pyramidis ſic horizonta interſecat, quòd ipſa cũ ſuperficie ſecante ſolem, orthogonaliter inſiſtente horizonti concurret ſub horizonte: ergo facit angulum ſuper horizontem obtuſum reſpectu uiſus. Nec mirum quoniam horizon cum tranſeat per unum polorum circuli baſis, ut per centrum uiſus, qui eſt polus illius circuli per 65 th. 1 huius: patet quòd per polum alterum illius circuli non tranſit. Quælibet ergo pars ſuperficiei uaporis, in qua fit iris exterior, illa pars, quæ eſt ſuper circulũ iridis in parte altiori, plus à uiſu elongatur: & ſi ab ipſa reflecti accidat radios ad uiſum, neceſſe eſt ſuperiores nigriores uiſui apparere, reſpectu eorum radiorum, qui à partibus eiuſdem ſuperficiei inferioribus illis ad uiſum reflectuntur, ut patet per 158 & 159 th. 4 huius. Et ſic ſuperioris iridis inferioris peripheriæ, quæ uicinior eſt uiſui, colores puniceos, mediæ uerò praſsinos, ſupremæ uerò alurgos neceſſe eſt uideri: & uincit quantitas diſtantiæ in magnitudine exceſſus elongationis quantitatem angulorum reflexionis & quantitatem anguli uiſionis. Et ob hoc colores iridis ſuperioris contrapoſiti quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua ſuperior peripheria ſemper uidetur punicea. Quoniam quando ad uiſum ab illa parte ſuperficiei fit reflexio improportionata reflexionibus diſtantia: tunc radij inferiores eiuſdem ſuperficiei in eadẽ diſtantia ad uiſum reflecti non poſſunt, eò quòd in proximitate debitam diſtantiam excedunt: ſunt enim tali uiſui proportionata reflexioni diſtantia uiciniores. Quod ergo uiſui de proximo uapore irradiatum apparere poteſt, puniceum apparet propter uicinitatẽ & alias cauſsas in 67 huius prius dictas. Viſui uerò profundato ulterius in uapore, ſecundum modũ diſtantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiſcetur, & uariantur colores

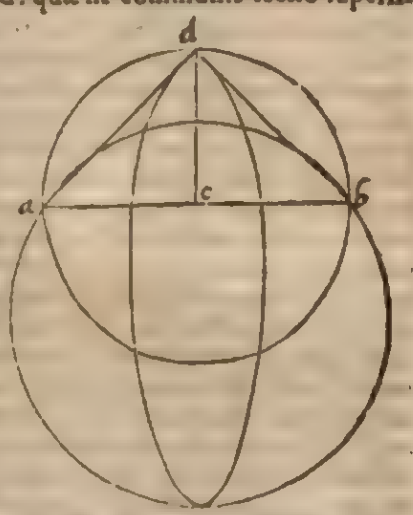
ſecundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibboſitas, quo ad uiſum. Et ob hoc fortè dictum eſt à quibuſdam, nubem fore cõcauam, in qua iris generatur: quamuis ea, quæ uidentur, nubis concauitati non oporteat adſcribi: quia uapor (quo ad conſiſtentiam ſui totius) eſt integer, plenus corpuſculis diſtinctis, ſicut uidetur atomi totum ſolis radium implere: & eſt talis uapor à parte poſteriori à ſole groſsior quàm à parte anteriori ſolem aſpiciente. Quòd ſi cẽtrum ſolis in peripheria horizontis poſitum fuerit, ſic ut baſis pyramidis illuminationis ſit orthogonaliter horizonti inſiſtens: adhuc radij exteriores ad uiſum reflexi ſunt longiores, reſpectu eorum, qui ab interioribus peripherijs reflectuntur per 19 p 1: in eodem enim triangulo ad uiſum terminato maiori angulo oppoũntur. Sic ergo patet, quòd corpore ſolis ubicunq; poſito exterioris iridis colores, reſpectu colorum iridis interioris, poſsibile eſt contrapoſitos apparere. Omnes autem colores ſecundæ iridis ſunt debiliores neceſſariò coloribus primæ iridis: quoniã fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari, & ſecũdum maiores angulos ad uiſum reflexis: propter quod iſti radij cum radijs incidentibus minus aggregãtur: unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autẽ eo, quod nunc præmiſimus, utimur pro principio ad propoſitum declarandum diſponente (& ſi ipſum non ſit certa cauſſa.) Manifeſtum eſt enim quòd illi radij (cum ſint extra peripheriam proportionatam reflexioni ad illum uiſum, ſcilicet ultra puniceam interioris iridis) non reflectentur ad uiſum cum lumine, niſi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem diſponantur, & niſi lumen eorum in actum uiſibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cũ ipſis ad uiſum reflexorum perducatur. Et huius ſignũ eſt albedo, quæ circulariter apparet in nube inter peripheriam ſuperiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis ſuperioris puniceam: quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uiſum nõ reflexum. Cum enim radiorum ab eadem ſuperficie reflexibilium, qui ad uiſum in aliquo uno loco diſpoſitum reflecti poſſunt, ſint hi, qui ab ultima peripheria inferioris iridis reflectũtur: nullus ſuperiorum radiorum reflectetur ad illum uiſum, ſed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uiſionis ſimplicis illi uiſioni occurret. Ex peripheria uerò puniceæ inferioris iridis & ſi plurimi radij, præter eos, qui ad illum uiſum reflectuntur, ad partes uicinas uaporis roridi ſe diffundant: lumen tamen ad illum uiſum ex eorum incidentia, à uicino uapore reflecti non poteſt: quoniam cadunt illi radij in ſuperficiem uaporis, à qua, ſicut à ſuperficie improportionata adhuc uiſui, non eſt conueniens diſtantia reflexioni. Hoc enim in principio peripheriæ puniceæ incipit, ubi ſecundum angulos in illa pyramide acutiſsimos radij incidunt ipſi nubi: alij uerò radij poſteriores his radijs in punicea peripheria inferioris iridis ad maiores angulos incidunt, quo ad uiſum (cũ ſint in profundiore ſuperficie à uiſu) & ad illam ſuperficiem uaporis, in qua eſt inferior ſuperioris iridis peripheria punicea, reflectũtur: & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à ſole, illam partem ſuperficiei ex aggregatione maioris luminis uiſibilem faciunt, radijs ad uiſum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem ſenſibiliter non poterãt reflecti. Et quoniam radij ab inferiori parte ſurſum ad alias partes uaporis roridi reflexi (ſiue uapor, ad quem fit reflexio in eadem ſuperficie cum prima iride, ſiue in alia ſuperficie ſit conſiſtens) cum radijs ab eadem peripheria ad uiſum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum eſt in 66 huius, angulos conſtituunt: fiunt trianguli, quorum anguli ſunt in centro uiſus, baſes uerò ſunt lineæ interiacentes puniceam peripheriam inferioris iridis, & puniceam ſuperioris: & quia ab illis baſibus nulla fit uiſui ſenſibilis reflexio: tota ipſarum ſuperficies uidetur alba, non reflexo ab ipſa aliquo lumine ad uiſum. Simili quoq; modo fit reflexio ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridem ſupremam. Et quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis cauſſantium, ſunt maiores, ut ſuprà patuit per 106 th. 1 huius: ideo per 20 th. 5 huius & anguli reflexionum ſunt maiores. Altius ergo in uaporem ſuperiorẽ illi radij pertingunt, procreantes ſibi ſimiles colores: quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpuſculorum colorem participant, qui ad corpus oppoſitum mixtum cum lumine tranſmittitur per 2 th. 5 huius. Et ſicut oſtenſum eſt per 55 th. 5 huius, quòd propter reflexionem dextra apparẽt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: ſic etiam accidit in iſta reflexione colores iſtarum iridum contrapoſitos uideri. Colores quoq; ſecundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis, ſcilicet inferioris: quoniã radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes ſunt debiles, & uiſui propter diſtantiam magnam inſenſibiles, ut patet per 158 th. 4 huius: & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs ſunt debiles, ut patet per 3 th. 5 huius, & per 10 th. huius. Sequitur ergo neceſſariò eorum reflexionem ad uiſum fieri debilem: & ſic omnes ſecundæ iridis colores ſunt debiles, magiſq; nigredine umbrarum permiſcentur. Neceſſariò ergo primæ iridis coloribus ſecundæ iridis colores debiliores apparent: nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes ſuperiores roridi uaporis, propter illorum radiorum debilitatem. Et fortè ob hoc dixit Ariſtoteles quòd plures duabus iridibus non poſſunt uideri: quoniam tantùm duæ ſunt, quæ ſitu colorum formaliter diſtinguuntur: quamuis plures quandoq; uideantur, ut in præmiſſa declaratur. Patet ergo propoſitum.

73. Omnem arcum ſenſibilem iridis per circulum ſuæ altitudinis in duo æqualia diuidi eſt neceſſe. Vnde manifeſtum eſt quemlibet uidentem propriam iridem uidere.

Cum enim, ut ex præcedẽtibus patet, ſuperficies horizontis interſecet ſuperficiem circuli iridis: tunc eorum cõmunis ſectio ex 2 p 11 eſt linea recta. Sed quia circulus altitudinis iridis ſemper tranſit per zenith capitis: quoniam (ut patet per 64 th. huius, & declaratum eſt in præhabitis) centrum uiſus eſt polus iridis: illius uerò circuli altitudinis centrum eſt centrum mundi & horizontis:

ergo

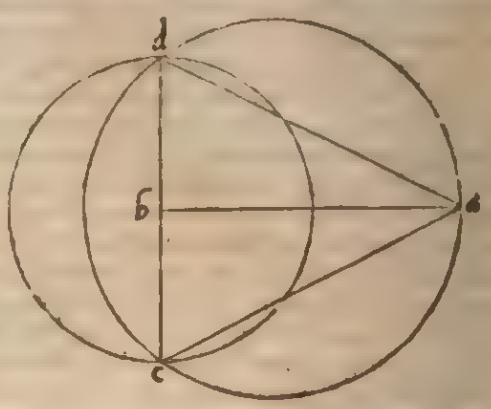
ergo ipſe tranſit per polos horizontis: zenith enim capitis eſt polus ipſius horizontis: linea uerò à polo ad cẽtrum horizontis deducta, eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis ex principio primi huius. Ergo per 18 p 11 circulus ille altitudinis iridis eſt erectus ſuper ſuperficiem horizontis: & ipſe tranſit eius centrum: quoniã cum ipſi ambo ſint circuli magni ſphæræ mundi, patet quoniam ipſorum eſt idem centrum, quod eſt cẽtrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis ſecat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autẽ & idem circulus altitudinis cum per centrum uiſus tranſeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum ſolis, (hęc enim ſunt in eadem linea per 64 th. huius) tranſit ergo per polos circuli iridis: & ſecundum præmiſſa ſecat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed ſi horizonta & circulum iridis circulus altitudinis iridis per æqualia ſecat & orthogonaliter: ergo illorum ſectionem per æqualia ſecabit & orthogonaliter per 19 p 11. Sit ergo illa communis ſectio linea a b, quam productus circulus altitudinis diuidat per æqualia in puncto c: ducaturq; ſurſum in ſuperficie circuli altitudinis à puncto c linea c d: quæ ſit communis ſectio ſuperficierum illius circuli & iridis: & hęc linea c d erit perpendicularis ſuper lineam a b per 19 p 11: eò quòd circulus altitudinis erectus eſt ſuper ſuperficiem cuiuſq; duorum illorum circulorum, quorum eſt communis ſectio linea a b: ſitq; communis ſectio peripheriarũ circuli altitudinis & iridis punctus d: angulus ergo d c a eſt rectus, & ſimiliter angulus d c b: ſubtendantur ergo illis angulis lineæ a d & b d: & patet ex 4 p 1 & ex præmiſſis quod ipſæ ſunt æquales: ergo per 28 p 3 arcus iridis, qui eſt a d, eſt æqualis ipſius arcui b d. Pars ergo peripheriæ iridis, quæ eſt ſupra horizontem (quoniam illa ſola eſt ſenſibilis) per circulũ altitudinis per æqualia eſt diuiſa. Quod eſt propoſitum. Vnde manifeſtũ eſt corollarium perpulchrum: ſcilicet quemlibet uidentem iridem propriam uidere, ex eo, quòd moto aliquo uidente ſecundum locum ſemper zenith capitis uariatur: patet enim quòd diuerſorũ diuerſa ſunt zenith, & diuerſi horizõtes: nec eſt poſsibile aliquos duos eundem habere horizonta: quoniam ſemper oculus uidentis eſt centrum horizontis. Si ergo aliquorum diuerſitas ſit ſecundum diſtãtiam latitudinis uniuerſi tantùm: tunc ad eorundem oculos diuerſimodè radij reflexi a corpore nubis ſecundũ diuerſa puncta aggregationis concurrent: & remotior ipſorũ à uapore roridо maiorẽ iridem uidebit, propinquior minorem, ſi in eadem ſuperficie appareant irides: quæ ſi appareant in ſuperficiebus diuerſis æquidiſtantibus: tunc ſecundũ æquales circulos iris uideri poterit: & ſequetur iris fugientem, & fugiet ſequentem, ut diximus in 65 huius: eſt tamen eis idem circulus altitudinis, ſed non eodem modo ſe habens. Quòd ſi diuerſitas aliquorum ſit ſecundũ longitudinem uniuerſi tantùm tũc erunt diuerſi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorũ diuidit per præmiſſa arcum iridis, qui eſt ſupra horizonta, in duo æqualia: ergo ipſa diuiſa, ſicut & ipſa diuidẽtia, ſunt diuerſa: quilibet ergo propriam iridem uidebit. Quòd ſi latitudo & longitudo uidentium differant: tunc per præmiſſa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt. Patet ergo quod intendebamus. Et ſignum huius eſt: quod ſi aliquis ſtans in radio ſolis auerſa ſoli facie aquã ore ſpargat: uidebit cũ ambobus oculis ante frontem ſuam colores iridis, & arcũ æqualiter ab utroq; oculo diſtãtem. Quod ſi aquam ſecundo ſparſerit, & oculum dextrum clauſerit uel manu cooperiat: uidebit arcum æqualiter diſtantem à cẽtro ſiniſtri oculi, arcumq́ue iridis dextrum oculũ ſecantem: & econuerſo erit, ſi oculũ ſiniſtrum clauſerit: tunc enim iterum uidebit arcum æquidiſtantem à centro dextri oculi, ſiniſtrumq; oculum ſecantem. Ex quo manifeſtè patere poteſt, quòd color iridis eſt paſsio uiſus: & quòd mutatur iris ſecundum uidentium mutationem: & quòd materia ſua eſt uapor roridus: & quod diſtinctio colorum non eſt ex qualitate materiæ, ſed ex reflexione luminis ad uiſum, cui color eſſentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

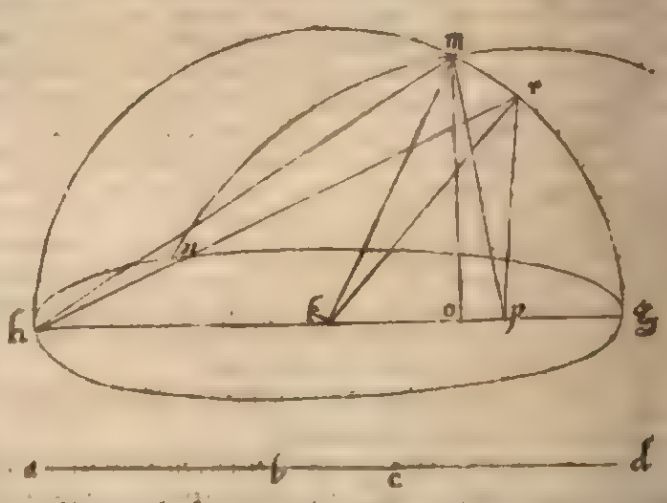


74. In aliquo puncto horizontis exiſtente centro corporis luminoſi, neceſſe eſt tantùm ſemicirculum ab eo cauſſatæ iridis uideri.

Quoniam enim non eſt poſsibile ſolis uel lunæ (quorum ſolummodò corporum, ut 70 th. huius diximus, radij iridem faciunt) centra in horizonte exiſtere, niſi in oriente uel occidente, in noſtra terra, ſcilicet Poloniæ, habitabili, quæ eſt circa latitudinem 50 graduum: (quamuis in regionibus maximæ latitudinis, ſole exiſtente in capite capricorni, ut in his, quæ ſunt 66 graduũ & 9 minutorum ſol in meridiano exiſtens circulo, uideatur in peripheria horizontis: & in alijs regionibus diuerſifi: ata latitudine regionis & declinatione ſolis in diuerſis circulis altitudinis quandoq; ſol uideatur in horizonte.) Ponamus itaq; ſolem in oriente, cuius cẽtrum ſit a: fiatq; iris in parte ſibi oppoſita, uiſu intermedio exiſtente: & erit illa iris ad occidentem per 67 huius: & ſit centrum iridis punctum b: ducaturq; diameter circuli iridis trans ſuperficiem horizontis per centrũ b, quod centrum tunc neceſſariò erit in ſuperficie horizontis: quoniã per 64 th. huius oſtenſum eſt, quod centrum ſolis, & centrum uiſus, & centrum iridis neceſſe eſt in eadem linea eſſe. Eiusdẽ uerò lineę partem in ſubiecta ſuperficie, partẽ in ſublimi eſſe eſt impoſsibile per 1 p 11: in ſuperficie uerò horizontis eſt ex hypotheſi centrum ſolis, & centrum uiſus eſt centrum horizontis: ergo & linea copulans

illa cẽtra erit in ſuperficie horizõtis: & ſit diameter illa iridis, quæ c d: & coniungãtur lineę a b, a c, a d: fientq; duo trianguli a c b & a d b. Et quoniam in his triãgulis latus a c eſt æquale lateri a d p 89 t 1 huius: quoniã ſunt lineæ lõgitudinis unius & eiuſdẽ pyramidis: & latus c b æquale eſt lateri d b, qa ſunt ſemidiametri circuli iridis: latus uerò a b cõmune eſt am bobus illis triãgulis: patet ergo p 8 p 1 quia angulus c b a eſt æqualis angulo d b a: uterq; itaq; eſt rectus. Ergo per 18 p 11 erit ſuperficies horizontis erecta ſuper ſuperficiẽ circuli iridis: tranſit autẽ per centrum iridis. Palàm ergo quoniã circulus horizontis diuidit circulũ iridis per æqualia: cõmunis enim ſectio illorũ circulorũ non poteſt eſſe, niſi diameter circuli iridis, quæ ſemper ſuũ circulũ diuidit p æqualia per diametri definitionẽ: quod autẽ de circulo iridis eſt ſupra horizonta, hoc uidetur. Sic ergo poſito cẽtro ſolis uel lunæ in pũcto horizõtis, ſemicirculus iridis uidetur: niſi fortè tantò minus, quantũ eſt differẽtiæ, ꝓpter hoc, quòd centrũ uiſus nõ eſt uerum centrũ uniuerſi. In hoc aũt nõ eſt ſenſibilis differentia: & ſi ſit, nõ eſt in generatione iridis, ſed in uiſione ipſius. Et hoc eſt, quod hic ꝓponitur demonſtrandũ. Poteſt & idẽ aliter demõſtrari. Sit ergo ſecundũ diſpoſitionẽ prioré centrũ ſolis in aliquo pũcto horizõtis, quod ſit punctũ h: & ſit k centrũ uiſus, quod eſt centrũ horizontis: & ſit horizontis diameter linea h g. Erigatur ergo ſemicirculus unus altitudinis ſup horizontẽ orthogonaliter ex cẽtro k, qui ſit h m g: hũc ergo ſemicirculũ altitudinis arcus iridis generatæ in oppoſito ſolis (interpoſito cẽtro uiſus) ſecet in puncto m: & producatur linea k m. Et quoniã lineæ h k, k m & k g omnes ſunt ex cẽtro circuli altitudinis, omnes ergo ſunt æquales & omnes notæ: quoniam meridi ſemidiameter eſt nota, ut ſi ipſa ſupponatur eſſe 60 partiũ. Producatur itaq; linea h m: & ſi notus eſt angulus h k m: tũc linea h m erit nota. Sciri aũt poteſt angulus h k m p hoc, ut ſciatur arcus m g, qui eſt arcus altitudinis, qui ſciri poteſt per inſtrumentũ, ut per armillam uel per aſtrolabium uel quadrantem: quo ſcito, ſcietur angulus m k g: qui ſi auferatur de duobus rectis, ſcietur angulus h k m: & ſic ſcietur linea h m, reſpectu ſemidiametri k m, operatione illa, qua utimur in ſciẽtia aſtrorũ. Linea uerò h m cũ ſit linea lõgitudinis pyramidis illuminationis, & per 89 th. 1 huius omnes lineæ lõgitudinis unius pyramidis ſint æquales: erũt tunc omnes lineæ lõgitudinis illius pyramidis notæ. Circumducatur itaq; circulus iridis ſuper ſuperficiem horizontis, eam interſecãs, quæ (ut patet ex præmiſſis) tranſibit punctũ m circuli altitudinis: ſit ergo, ut ipſe circulus iridis ſecet horizontẽ in puncto n. Duos itaq; circulos contingẽt lineæ k m & h m in puncto m, ſecundũ eorũ communẽ ſcilicet ſectionẽ. Quoniã uerò punctũ m in circulo altitudinis datũ eſt, & lineæ h m & k m ſunt notæ: erit proportio lineæ h m ad lineã k m nota. Et quoniã quæ eſt ꝓportio alicuius lineæ primę ad aliquam ſecundam, eadẽ eſt cuiuslibet tertiæ ad aliquã quartã: tũc per 3 th. 1 huius eſto, ut ſit proportio lineæ rectæ a b ad rectã b c, ſicut lineæ h m ad lineã k m. Et quoniã linea h m eſt maior quàm linea k m per 19 p 1, eò quòd maiori angulo opponitur in triangulo h m k: patet ergo quòd linea a b eſt maior quàm linea b c. Producatur ergo linea b c ad punctũ d in tantùm, ut ſit proportio lineæ b d ad lineam a b, ſicut lineę a b ad lineã b c. Et quia quæ eſt proportio lineę h m ad lineã k m, eadẽ eſt lineæ a b ad b c: erit ergo per 11 p 5 proportio lineæ h m ad lineã m k, ſicut lineæ b d ad lineã a b. Et quia proportio lineæ h m ad lineã k m, uel ad lineã h k æqualẽ per 7 p 5 ex præmiſſis eſt nota: ꝓportio ergo lineæ a b ad lineã b c erit nota: ergo ipſarũ utraq; eſt nota ſecundũ aliquam quantitatẽ ſuppoſitam in altera ipſarum. Sed & proportio lineæ b d ad lineã a b eſt nota: ergo & linea a b eſt nota, & linea b d eſt nota: ſed linea b c fuit nota: ergo relinquitur, ut linea c d ſit nota. Sed linea h k eſt nota: quia cũ ipſa ſit ſemidiameter horizontis, erit ipſa partiũ 60: ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota. Quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineã h k, eadẽ erit lineæ b c notæ ad aliquã aliam per 3 th. 1 huius. Quia uerò eſt proportio a b ad b c, ſicut b d ad a b, & ab eſt maior quàm b c, ut patet ex præmiſſis: erit ergo b d maior quã a b: relinqueturq; c d maior q̃ b c (hoc aũt patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſcũq;.) Linea ergo proportionalis lineæ b c, ſicut linea h k eſt lineę c d, illa erit minor q̃ linea h k uel q̃ linea k g. Abſcindatur ergo à ſemidiametro k g per 3 p 1 æqualis illi lineę: & ſit linea k p: eritq; linea k p ſecundum



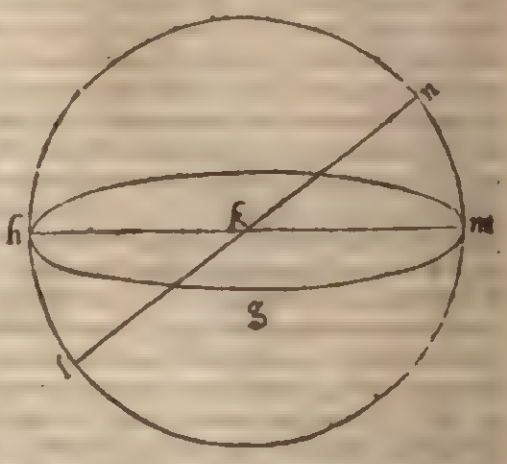


cundum præmissa nota. Copuletur itaq; à punctο p ad punctũ m linea in superficie circuli altitudinis, quæ sit p m: eritq; necessariò, ut quæ est ꝓportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadẽ sit ꝓportio lineæ a b ad lineá p m. Quòd si dicatur hoc nõ esse possibile: quę est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p: eadẽ erit lineæ a b ad aliquá aliá lineam maioré uel minoré linea p m, per 3 th. 1 huius. Sit ergo núc illa proportio lineæ a b ad quandã minorem linea m p, quæ sit p r. Quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineá h k, uel b c ad lineá k p, eadẽ est lineæ a b ad lineá p r: quæ autẽ est proportio lineæ c d ad lineá h k, eadẽ est lineæ b c ad lineá k p: ergo per 16 p 5 quæ est proportio lineæ c d ad b c, eadẽ est h k ad k p: & quæ est proportio lineæ b c ad k p, eadẽ est lineæ a b ad lineá p r: ergo itẽ per 16 p 5 quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadẽ est lineæ k p ad p r: & sic lineæ c d, b c, a b proportionales erunt lineis h k, k p, p r: sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadẽ est lineæ b d ad a b: ergo & in ipsarũ comproportionalibus sic erit, quòd sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineá p r. Ducãtur ergo lineæ h r & k r: fientq; duo triãguli, qui h r p & k r p, quorum cõmunis est angulus r p h, & latera dictũ angulũ continẽtia respectu diuersorũ trigonorũ sunt proportionalia: quæ enim est ꝓportio lineæ p r lateris maioris trianguli ad lineá p k latus minoris trianguli: eadẽ ꝓportio lineę h p lateris maioris trigoni ad lineá p r latus trigoni p r k minoris: ergo per 6 p 6 illi trianguli sunt æquianguli: ergo per 4 p 6 latera ipsorũ æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia. Est ergo ꝓportio lineæ h p ad lineá p r, & lineæ p r ad lineá p k, sicut lineæ h r ad lineá k r: sed quam proportionẽ habet linea h p ad lineá p r, hanc habet linea b d ad lineá a b: & quam habet linea b d ad a b, hãc habet linea a b ad b c: & quam habet a b ad b c, hãc habet linea h m ad k m ex hypothesi: per 11 ergo p 5 patet quòd quam proportionẽ habet linea h r ad lineá k r, hãc habet linea h m ad lineá k m: hoc aũt est impossibile, & cõtra 56 th. 1 huius: quoniã in semicirculo quocunq; duab. lineis ductis ad quécũq; pũctũ pipherię, scilicet una à termino diametri & alia à cẽtro, ut sunt in ꝓposito lineę h m & k m, duas alias lineas ab eisdẽ pũctis ad ali udpũctũ circũferentiæ quodcũq; duabus prioribus ꝓportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineá a b ad aliá minorem lineá quam linea p m, eandẽ habere ꝓportiõnẽ quam linea b d ad lineá h p, uel quam linea c d ad h k, uel quá linea b c ad k p. Sed neq; potest linea a b habere illá proportionẽ ad aliquá lineá maioré linea p m: quoniã eadẽ est ratio, & eodẽ modo deducitur ad impossibile. Ergo quę est ꝓportio c d ad lineá h k, uel lineæ b c ad k p: eadẽ erit lineæ a b ad p m: & sequetur repetita priori demõstratione, quæ ducebat ad impossibile, scilicet, ut quæ est ꝓportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadẽ sit lineæ h m ad k m. Ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrũ k sub horizõte, proportionales lineæ prędictis lineis h m & k m ducãtur secundũ modũ 56 th. 1 huius. Si ergo linea m p sit perpẽdiculariter insistẽs diametro h g: tũc posito cẽtro p secundũ semidiametrũ p m describatur circulus: quòd si linea p m nõ sit perpẽdicularis super diametrũ h g: polo itaq; existẽte pũcto p per 65 th. 1 huius (quoniã ille punctus æqualiter distabit ab omnibus in illis semicirculis signatis pũctis, similibus pũcto m) ducatur circulus secundũ distantiã lineæ p m: qui attinget omnia dicta pũcta semicirculorũ altitudinis, in quæ cadũt prædictæ proportionales lineæ, siue anguli reflexionum iridẽ caussantes. Si enim dicatur quòd nõ attingat: accidet secundũ pręmissa contrariũ 56 th. 1 huius, quod est impossibile. Potest etiá sic fieri, ut semicirculus h m g sit medietas horizõtis, & facta diuisione in pũcto m, intelligatur circũduci idẽ semicirculus: nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unũ circũducere: punctusq; m circumductus describet circulũ iridis, qui est n m, circa centrũ uel polũ p secundũ distantiã lineæ p m: eruntq; anguli à termino diametri, scilicet pũcto h & à centro k ductarum linearũ ad circulũ n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis: quia triangulus h m k in tota circumductione similes sibi triangulos caussat in qualibet superficiẽ reflexionis: & similiter triangulus h m p motu suo describet similes triangulos: & triangulus k m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p non sit perpẽdicularis super diametrũ h g: ducatur ergo perpẽdicularis à pũcto m per 12 p 1 super diametrũ h g: cadetq; illa perpendicularis per 29 th. 1 huius inter pũcta k & p, uel inter pũcta p & g: quoniã linea m p cũ diametro h g ex aliqua sui parte angulũ acutũ continet, ut patet ex pręmissis: & similiter linea m k, quia iris nõ apparet nisi ultra mediũ diametri horizontis, ut prius patuit: cadat ergo illa perpẽdicularis in punctũ o. Similiter quoq; ad idem punctũ diametri necessariò cadent ab omnibus aliorũ semicirculorum angulis lineæ perpẽdiculares: uel angulus k o m motu suo in omnibus supficiebus reflexionũ æquales angulos caussabit. Punctũ ergo o est centrũ circuli reflexionis factę ad uisum. Cũ ergo centrũ iridis sit in horizontis diametro: medietas eius erit supra horizontẽ, quæ est n m, & medietas sub horizõte: quoniã tũc cõmunis sectio supficierũ horizontis & iridis est diameter iridis. Idẽq; accideret si linea m p esset ꝓpẽdicularis sup diametrũ. Et hic est modus, quo Aristoteles ꝓpositũ cõclusit. Sed tamen nõ est nobis uisa fore necessaria notitia linearũ, quia sine illa idem & eodẽ modo declarari potest.

75. In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis luminosi, secundum eius eleuationem centrum circuli iridis sub horizonte deprimitur: & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximæ, scilicet ut sit horizon circulus h m g: cuius diameter sit linea m h, & centrum k: sitq; circulus altitudinis transiẽs per zenith capitis & per cẽntrum corporis luminosi: qui est l m n h: & sit centrum solis eleuatum supra horizontem in circulo altitudinis in punctο n. Et quoniam per 64 th. huius centrum corporis luminosi, & cẽtrum oculi, & centrũ basis

pyramidis irradiationis semper sunt in eadem linea, & cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis: si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessariò erit diameter circuli altitudinis: erit ergo illa linea à punctο n producta per centrum k necessariò cadens in aliquê punctum circuli altitudinis, qui sit l: & erit semicirculus altitudinis eleuatus supra circulum horizontis, qui est h n m, æqualis semicirculo n m l: quoniã sunt medietates eiusdem circuli: ablato ergo cõmuni arcu, qui est n m: erit arcus h n æqualis arcui m l: sed punctum l est locus centri circuli irradiationis: & punctum n est locus centri solis. Patet ergo quòd quantùm cẽtrum solis eleuatur supra horizonta, tantùm cẽtrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimitur sub horizõta. Et hoc est primum propositum. Cum autem erit cẽtrorum utrunq; in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in præcedenti theoremate est ostensum: ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimitur, minus semicirculo uidebitur. Et hoc est, quod secundò proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est si sit in horizontis parte occidẽtali, uel in quacunq; parte sit horizontis: ut est his, quorum latitudo est 66 graduum & 9 minutorum: his enim est sol in meridie in puncto tropici hiemalis in horizonte. Et sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.



76. Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniam enim si sol est in horizonte, semicirculus tantùm uidetur, ut patet ex 74 th. huius: & si sit supra horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet per præmissam quòd quantum centrum solis uel lunæ eleuatur supra horizonta, tantùm cẽtrum iridis deprimitur sub horizonte. Vnde tunc supra horizontem semper pars iridis minor semicirculo uidetur, sicut patet in aliis parallelis in sphęra, per quorum centrum non transit horizon. Hi enim in portiones inæquales sub horizonte & supra horizontem secantur. Patet ergo cũ corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit aut in horizonte aut supra horizonta, quòd nunquam completus circulus iridis poterit uideri: nisi forte hat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem, à qua fit reuerberatio, uel in eadẽ linea, sic quòd ad ipsum possit fieri reflexio: tunc enim possibile est integras irides uideri: sed de talibus sermo propositus non intendit: diximus enim de talibus iridibus in 67 th. huius. Patet ergo propositum.

77. Data iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum consistentia eleuari possit iam ostẽdimus in 60 th. huius: sed non secundum totam eleuationem illorũ possibile est iridem eleuari: quoniam materia iridis est uapor roridus per 66 huius, qui non adeò eleuatur, ut uapor siccus. Si ergo datæ iridis semidiametrum uolumus inuenire, & data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum. Accipiatur enim altitudo sua per instrumentum: circuliq; altitudinis suæ portio siue arcus interiacens horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cum arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione almagesti positarum, & extrahatur chorda arte consueta: eritq; chorda inuenta diameter totius iridis: & ea diuisa per æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis: & ita sinus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quòd illa linea non est semidiameter iridis, sed cuiusdam alterius circuli æquidistantis iridi, sed maioris iride: hoc non obstat: quia illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud cẽtrum mundi, quod tunc est cẽtrum uisus: unde quod de uno dicitur, de reliquo potest intelligi, quo ad quantitatem. Et quia per talium diametrorum proportiones habetur completa proportio iridis ad iridem: ideo talem diametrum iridis diametrũ appellamus. Si uerò iris sit portio minor semicirculo? accipiatur ipsius altitudo. Et quia, ut patet per 75 huius, tunc sol est supra horizonta in eodẽ circulo, accipiatur altitudo solis. Quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia centri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis supra horizontem: coniungãtur isti duo arcus altitudinis, iridis scilicet & solis, prouenietq; arcus interiacens punctum circuli altitudinis, in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrum uisus & per cẽtrum iridis ad ipsum circulum altitudinis (& hoc est nadir solis) & punctum superiorẽ circuli altitudinis iridis: duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturq; per æqualia: & habebitur intentum. Patet ergo propositum.

78. Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris: portio uerò minor semicirculo uisa, est portio circuli maioris.

Huius propositæ rei causſa patet secundum præmissa huius libri. Quoniam enim, ut patet per 64 huius, centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea constituunt, quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi: propter quod patet quia in omni reflexione, ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis: palàm ergo quòd nullam facit diuersitatem in

uisu

uisu erectio uel obliquatio superficiei iridis supra superficiem horizontis. Quoniam semper linea pertransiens centrum solis & uisus est erecta super superficiem iridis: & sic peripheria iridis semper se habet uniformiter ad uisum, quantũ est de se, ut patet per 65 th. 1 huius. Quod tamen hic proponitur, causam habet non ex reflexione, sed ex refractione: quia ut in 8 huius declarauimus, diuersitas angulorum refractionis causatur ex diuersitate diaphanitatis corporũ diaphanorum etiam eiusdem speciei: maior enim fit refractio ad lineam perpendicularem in aqua grossiori quàm in aqua subtiliori. Quia itaq; sole existente in peripheria horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiam subtiliato: palàm quòd in grossiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari: radij itaq; tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm postmodum aere subtiliato. Ad propinquiorem ergo locum superficie iridis fit aggregatio radiorum incidentium superficiebus uisuum ibi existentium, quàm fiat aere rariori existente. Subtiliato uerò aere, fit ad eosdem uisus à partibus remotioribus ipsius uaporis refractio: non enim fit à partibus propinquioribus: quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa refractio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius: quoniam medio immutato est ipsa refractio immutata per 8 huius: fit ergo necessariò refractio à partibus uaporis remotioribus, quàm prius. Radij ergo refracti sunt longiores his, qui prius refringebantur: pyramis ergo illuminationis est maior: ergo & basis eius (quæ, ut patet ex præhabitis, est peripheria iridis) erit maior. Existente uerò sole in peripheria horizontis, tunc tantùm causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 74 huius: eleuato uerò sole supra horizonta: tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 75 huius. Manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quòd altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42: quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit quandoq; minor, quandoq; maior secundum mediorum diaphanorum & suarum refractionum diuersitatẽ, ut præostensum est: tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quòd omnes aliorum circulorũ diuersarum iridum semidiametri sint æquales: posset tamen esse modica differentia, quæ fortè per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non possit aliqualiter perpendi. Et etiam eorum experientia est in portionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quam tales uerso instrumento uel mutato uisu, fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in peripheria horizontis. Et fortè talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia: quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit: cum tamen de præsente theoremate magnam fecerit mentionem: quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uidimus, super hoc attulerit declarationem. De differentia uerò climatum nullus excusationem afferat: quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione. Semper enim centra solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt: & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis, solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis: nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

79. In quibusdam regionibus sole existente in meridie, iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primò centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis: & palàm ex præmissis, quòd tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquidistans horizonti. Et quoniam tunc altitudo solis erit partium 90: sole descendente (siue hoc fit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio, in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea, quæ est directè sub capite cancri) nunquam fiet iris in meridie, quandiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 77 huius diligens perquisitor poterit inuenire. Quantùm autem sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis: tantùm apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride. Et ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali ad autumnale in consuetis nobis regionibus, quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem notorum septem climatum in meridie iris non apparet: & si in alia parte anni appareat quandoq;. Totum autem hoc diximus propter regiones, quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit committi. In omnibus autem regionibus sole existente supra horizontem, in qualibet hora diei iris poterit apparere, præter quàm in meridie: in illis tamen horis, in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro. Et hæc sufficiant pro iridis intento: quia Irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

80. Nubium apparens color fit secundũ dispositionem materiæ & luminis incorporationem.

Quoniã enim nubiũ consistentia ex duobus fit uaporibus, sicco scilicet & humido, ut declaratũ est in philosophia naturali: tũc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidũ, aduritur siccũ terrestre, ita quòd lumen in ipsum penetrare non potest: & ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis: & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uerò aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris uel stellarum: & ideo remanet nubes humida multũ nigra. Ex uapore uerò quocunq; disgregato subtili, recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba: unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autẽ nubes habet in se humidũ fumosum admixtum aliquantulũ terrestri adusto: tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & aliquando purpurea: ut cum radij terminantur ad inferiorẽ partem nubis humi-

dę in mane uel in ſero: & hæc ſignificant pluuiã futuram. Et ſi quidem ſit in oriente, defertur pluuia ſuper homines illius habitabilis: ſi uerò ſit in occaſu, tunc defertur pluuia ad mundi inferius hemiſphęrium ſub homines uidentes: & erit ibi pluuia in nocte: & redibit illa pars cœli fortè ſpoliata nubibus in mane: & ſic ſignificat rubor nubium in ſero ſerenitatem in die ſequente. Quando uero nubes depreſſa habet ſuperius reſperſam purpureitatẽ obſcuram ualde: tunc illa rubedo eſt ex partibus terreis aduſtis, quæ iam incipiunt inflammari in uentre nubis: & ſunt nubes tales periculoſæ continentes materiam tonitru & ſimilium. Quòd ſi nubes ſit rorans & in fine ſuæ reſolutionis: tunc illa nubes in ſe recepto lumine, quandoq; iridis acquirit coloręm: & ſecundum ſui uarias diſpoſitiones fit multa uarietas colorum lumine nubibus præſente: ſiue lumẽ nubi incidens refringatur ad uiſum propter denſitatem ſecundi diaphani, ſiue reflectatur ad uiſum à ſuperficie ipſius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes ſuperior per nubem ſubtilem umbroſam uiſibus occurrit. Tunc enim uario colore coloratur nubes uiſa ſecundum illarum umbrarum admixtionem. Patet ergo propoſitum.

81. Virgæ fiunt ex refractione radiorum ſolarium ad uiſum ab aliqua conſiſtentia nuboſa, rara ritate & ſpiſſitudine inæqualiter diſtincta.

Virgæ dicuntur extenſiones radiorũ per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij. Interpoſitã enim nube aliqua aquoſa inter ſolem & uiſus noſtros fit refractio radiorũ ſolariũ ad uiſum: & hoc accidit in medio ſecundi diaphani. Et ob hoc quandoq; ibi uidentur iridis colores ſecundũ quaſdã lineas rectas protenſæ, eò quòd habeant quandam ſubtilioręm & quandam groſsioręm conſiſtentiam, in quibus permixtũ ſolis lumen phantaſiam coloris in ipſis facit. Potior tamen in his cauſſa eſt admixtio umbrarũ, quæ diuerſimodè immixtę lumini colores diuerſos uiſibus repræſentant. Et quia radius ſolis perpendicularis ſuper ſuperficiẽ nubis penetrat nubẽ, & ad uiſus non reflectitur: ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur: & ſol per illã uiſus uidetur ſine figura, ſed in colore puniceus aut coloręm aliũ habens: ſol enim per conſiſtentiã nubis groſsioręm & caliginoſam aliũ & alium præſentat uiſibus coloręm. Non eſt aũt in hoc differentia ſiue ſol uideatur per nubẽ, ſic qđ fiat ſuorũ radiorũ ad uiſus refractio, ſiue radij ſolis reflectantur ad uiſum. Aſpicienti uerò ad ſolis latera uidetur quandoq; iridis color uirgatus, ut præmiſimus, quãdo nubes ſecundũ aliquid eſt ſpiſſa, & ſecundum aliquid rara, & ſecundũ aliquã ſui parte plus aquoſa, & ſecundũ aliquã minus: & quandoq; uidetur aliqua pars punicea, alia uerò uiridis aut flaua. Virgæ itaq; fiũt propter irregularitatẽ diuerſi ſitus & qualitatis ſpeculorũ, nõ propter figurę anomaliã. Sunt enim quędã ſpecula, quę propter ſui anomaliã figuras anomalas & permutatas uiſibus oſtendunt formarũ uiſarũ per ipſa, de quibus in nono libro ſcientiæ huius aliquis ſermo fuit. Vnde & nubes figurã ſolis non oſtendit: quia ſpecula nubis non ſunt propriè oſtendentia figuram propter ſpeculorũ paruitatẽ, ſed oſtendunt coloręm, quod conuenit diaphanitati ſpeculorũ & nubis totius: & diſtinguuntur illi colores ſecundum diſpoſitionẽ materiæ, cui lux incorporatur, & ſecundũ umbrarum immixtionẽ. Patet ergo propoſitũ.

82. Parelię fiunt ex reflexione radiorum ſolarium ad uiſum ab æquali conſiſtentia nuboſa.

Parelię dicuntur quaſi paria ſoli, ὅμοιοι enim græcè, ſol dicitur latinè, & ſignificant ſoles aqueos, qui in nube uidentur. Nube enim interpoſita ſoli & uiſibus, exiſtente æquali ſecundũ ſua ſpecula, neq; denſiore neq; rariore, neq; plus aquoſa, neq; minus ſecundũ ſuas partes: tunc radio ſolis illis incidente, propter ſimilitudinẽ & æqualitatẽ ſpeculorum, & ipſorum regularitatẽ unius coloris fit phantaſia: albi aũt uidetur coloris propter ſpiſsitudinem conſiſtentiæ & regularitatẽ ipſius nubis. Radij enim ad ipſam nubẽ ſic diſpoſitũ incidentes, & ab ipſa reflexi ad uiſus (maximè nube illa non exiſtente aquoſa neq; nigra, uicina tamen aquæ) ſine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uiſum: propter quod proprium ſolis coloręm, qui luminoſus & albus eſt, in tota nubis conſiſtentia apparere faciunt uiſibus: fiuntque parelię albæ, ſicut etiam ab omni corpore polito reflectitur lumen ſolis ad uiſum propter ſpiſsitudinẽ conſiſtentiæ: ut oſtenſum eſt per 1 th. 5 huius. Sunt autẽ parelię magis ſignum pluuiæ quàm uirgæ: quia æqualis nubium conſiſtentia, quæ eſt materia parelijs, ſignum eſt quòd aer idoneè habet ſe ad permutationẽ & ad generationem aquæ. Et quia auſtralis aer facilius in aquam permutatur propter ſui facilitatem in patiendo, quàm aer borealis, qui ſiccior eſt propter frigoris conſtrictionẽ: ideo parelię auſtrales magis ſunt ſignum pluuiæ quàm boreales. Fiunt aũt parelię ſicut & uirgæ magis ſole exiſtente in oriente uel occidentę quàm in meridie: quoniã ſol exiſtẽs in medio cœli ſoluit tales nubium conſiſtentias, & plurimũ ſegregat illas: & neq; fiunt deſuper ſolẽ neq; deſubtus, ſed à lateribus ſolis obliquis, quæ ſunt ſecundum polos mũdi: & neq; fiunt multũ prope ſolem: quia à propinquo citò diſſoluitur nubiũ conſiſtentia: neq; fiunt multùm longè à ſole: quia nõ eſt inde poſsibile reflexionẽ fieri ad uiſus: reflexio enim facta à paruo ſpeculo ſubtilis eſt: unde longè protenſa debilitatur & euaneſcit, antequã perueniat ad uiſus. Et ex eiſdẽ cauſsis nõ fiunt hæ parelię ſupra ſolem, neq; ſub ſole, quia prope ſolẽ exiſtentes conſiſtentiæ nubium ſoluuntur, remotè uerò diſtantes non perueniunt ſecundũ ipſorũ reflexionẽ ad uiſum: ſecundum lateralẽ rerò ſolis ſitum eſt inuenire mediocrẽ diſtantiam, in qua cõſiſtentia non diſſoluitur, & tamẽ ſit reflexio ad uiſum: ut cum non eſt nimis propè ad terrã deſcendens illa nubis conſiſtentia. Quando enim nubes ſunt nimis propinquæ horizonti: tũc ab ipſis nubibus reflexi radij nõ pertingunt ad uiſus propter diſtantiã minorem improportionatã reflexioni luminis: quoniã enim uiſus ſunt apud terrã, ſtatet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uiſibus. Sub ſole etiam nõ poteſt fieri parelia: quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem ſolis radium reſpiciens

ciens dissoluitur à radio solari, remota uerò nubes à uisu nullam caussat reflexionem uel refractionem ad uisum, propter longitudinem distantię: quia si etiam à latere solis esset cõsistentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uisum: nec tunc apparerent parelię ipsis uisibus. Patet ergo propositum.

13. Ex crystallo hexagona soli oppositæ colores iridis generantur.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis propter refractionem ad perpendicularem, ductam à centro corporis solis ad superficiem unius parallelográmi ex lateribus crystalli. Et quoniá (ut declarauimus in 27 th. 2 huius scientiæ) manifestũ est quòd à sole illuminatur magis medietate cylindri sibi oppositi, si rotundus sit cylindrus: hoc autem in cylindro angulato esse non potest (angulis ueniẽtibus in diametrũ corporis basim per æqualia diuidentẽ) tunc enim sola medietas illuminatur propter radiorũ incidentiá, ut diximus ibidẽ. Sed si corpus illud columnare diaphanũ fuerit: tunc alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionẽ. Si itaq; superficies corporis diaphani soli oppositæ unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis: tunc una fit luminis refractio fortis: & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, & aggregabitur extra corpus sub forma luminis: sicut etiá hoc fortius euenit in corpore sphærico diaphano nõ cõcauo: eò quòd a superficie maioris partis totius illius corporis sphærici fit refractio ad radiũ, qui perpendiculariter incidit super superficiem corpus sphæricum contingentẽ, æquidistantem superficiei secanti corpus solis per centrũ secundum aspectũ, quo ab ipso respicitur corpus illuminandũ, ut ostendimus in 48 huius. Ex tantorũ ergo & tot radiorũ aggregatione, & si nõ ad punctum unũ (quoniá hoc est impossibile propter diuersitatẽ superficierum incidentiæ) ad locũ tamẽ naturalem paruũ fit luminis aggregatio, ipso lumine absq; coloratione sub forma luminis manẽte: & illud lumen aggregatũ calefacit corpus oppositũ, & incendit ex mora corpus inflámabile subito, ut stupam uel aliud aliquid potentiá actuá in se habentẽ ad inflammationẽ. Si uerò corpus diaphanum soli oppositũ sit plurium superficierũ q̃ unius planæ uel circularis, secundũ eam scilicet partẽ, quæ soli opponitur: utpote si corpus quadrangulũ secundum unũ suorum angulorũ soli opponatur: tunc fiet refractio radiorũ incidentium uni superficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorũ incidentium alteri superficiei. Et cum ex parte opposita lumini refracto aer (qui est corpus rarioris diaphani) occurrerit: refringentur radij ab utraq; superficie ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulũ ducta in corpore basim ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquidistante, & in alio corpore denso illi corpori diaphano subiecto, ut terra uel alio corpore quocunq; : tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uerò colorata: ut si corpus diaphanũ æqualium fuerit angulorũ & superficierũ: & hoc patet experimentanti: eruntq; tunc ibi duo colores confusi, non plures, color scilicet rubeus, & alius mixtus, quasi uiridis, qui secundum crystalli uel alterius parui corporis dispositionẽ magis sunt intensi uel remissi. Quòd si superficies corporis (quo ad partẽ soli oppositã) fuerint tres, ut sunt in crystallo hexagona: tunc à qualibet superficierũ oppositarum soli, quæ sunt tres, receptũ lumen cuiuslibet superiorũ trium superficierũ redditur corpori oppositio, ut terræ uel alteri corpori cuicunq;. Atq; horũ trium luminũ medium manet in ipsa perpendiculari cõ lumnę crystallinæ basim suam per æqualia diuidente, uel ipsi diuidenti æquidistante: & fit uisibile lumen illud, nisi lumẽ solis impediat: alia uerò duo refringuntur à dicta perpendiculari propter naturá secundi diaphani rarioris, scilicet aeris (dictũ enim est in 4 th. huius quòd medio secundi diaphani ratione existente refractio fit à perpendiculari) & est quasi quædá dispersio radiorũ. Apparẽt aũt colores in istis luminibus sic reflexis & refractis propter mixtionẽ nigredinis coloris crystallini cum lumine penetrante: & propter admixtiones umbrarum partium ipsius crystalli prominentium secundũ acumen suorum angulorũ, quæ per 11 th. 2 huius proijciuntur ad partem oppositá incidentiæ radiorũ in partem aduersam corpori luminoso: quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando lumini permiscentur. Quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis, quo ad superficiem incidentię (circa quã in uicinori multorum radiorum fit aggregatio) color crystalli & umbræ cõmixtus reflectitur (quia ille radius magis est luminosus) tunc fit color rubeus. In alijs uerò radijs secundum sui debilitatẽ & coloris corporis & umbrarum plurium cõmixtionem alij colores medij generantur. Fiunt aũt tres colores: quoniá ex tribus superficiebus superioribus radij colliguntur ad quamlibet inferiorũ superficierum: & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superficiem crystalli in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs, suæ superficiei incidit, post refractionem factam ex aeris interpositi diaphanitate. Et tunc quandoq; tres irides generantur, propter triplicem naturam refractionis in medio secundi diaphani rarioris, ut præmissum est: & quia ter tria faciũt quadratũ, qui est 9: erunt tunc 9 colorum individua numero multiplicitatis trium superficierum superiorum, in numerum trium inferiorum. Tres uerò erunt specificæ differentiæ colorum: & fit istorum colorũ per angulos corporis nulla sensibilis distinctio: quoniam & à linea angulorũ, quæ actu est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles, nihil sensibile producunt. Non autem fiunt isti colores iridis per crystallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum distinctio formaliter est tantùm in uisu: sed fiunt per naturã lucis reflexæ à figura dicti corporis. unde etiam caussa ipsorum non est ad uisum facta reflexio: non enim uidentur per modum reflexionis, sed per modum simplicis uisionis ut alia uisibilia, quæ uisui offerũtur, & à quolibet in coelẽ loco uidẽtur. Fit itaq; colorũ distinctio à figura corporis: quoniá à qualibet alia crystallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent,

apparent, qui secundũ sitũ colorũ iridis nõ sunt distincti. Et istius signũ est: quòd si accipiatur crystallus hexagona, & duę eius superficies cera rubea uel alia tegantur, sic quòd inter illas duas tertia superficies maneat nõ opaca: tunc tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis nõ sit alibi ualde luminosus, & aliquod nigrũ supponatur: tunc uidebitur etiã ex crystallo modica iris maxima & pulcherrima & coloris clarissimi: quod fit propter aggregationem radiorum totius luminis ab omnibus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, qui ad locum uicinũ unicum aggregantur. Si uerò illæ superficies tres, quę nunc soli fuerunt oppositæ, inferiores fiant, & econuerso aliæ tres superiores: tunc iris quandoq; una, quandoq; nulla apparebit. Et qui ludum istum iocosum reuoluerit: inueniet, quę hic scripsimus, & etiam plura, quàm per nos in tali solatio sunt inuenta. Et si unã ex sex superficiebus dictis experimentans opacauerit: ille similia per reuolutionẽ crystalli ad diuersos situs inueniet. Et si crystallum oculo oppositum fuerit, sic ut tres non opacatæ superficies ad oculũ uertantur: per omnes tres oculo oppositas illam ceram rubeam uidebit. Et si reuoluerit crystallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare quis potent: semper considerans umbrarum immixtionem: quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis, ad ea, quibus incidit. Non enim defertur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis, quæ est in ipso: poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligens inquisitor. Patet itaq; propositum.

84. Sub uase uitreo rotundo, pleno aqua, soli exposito: colores similes iridis coloribus uidẽtur.

Sit, ut exponatur soli uas uitreũ rotundum ad modum urinalis, plenũ aqua pura: dico quòd uerum est, quod proponitur. Videntur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie uel in alio corpore colores similes iridis coloribus: quorũ generatio est propter uarias luminis solis refractiones. Vt enim patet per 4 th. huius, fit una refractio ab aere ad uitrũ, alia quoq; à uitro ad aquam: & item alia ab aqua ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum: quarum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8 huius. Secundum hos itaq; refractionũ modos cum admixtione coloris ipsorum corporum diaphanorum & umbrarum proiectarum à corporibus, lumẽ penetrat, & circulariter diffusum uel forte irregulariter secundum corporum diaphanorũ conuexas superficies, uarios uisui præsentat colores distinctos secundum præmissas cautlas. Quòd si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit: pulchriores colores uisui præsentabit: quoniã tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum. Non sunt autem hi colores uerè colores iridis: quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quemadmodum colores iridis, sed uidentur directè, sicut & ipsum lumen & alij colores. Patet itaq; propositum.

85. Speculo quocunq; sub aqua soli exposito: figura solis uidebitur quasi duplicata.

In speculo enim receptum lumen radiorum super superficiem aquæ perpendicularium, superficiei uerò speculi obliquè incidentium, reflectitur à superficie speculi ad uisum in loco reflexionis existentem: & sic offert uisui figuram solis. Lumen uerò radiorum obliquè superficiei aquę incidentium refringitur in superficie aquæ ad perpendicularem, ductam à puncto incidentiæ ad superficiẽ aquæ per 4 th. huius. Cum itaq; illa forma refracta peruenit ad speculi superficiem: tunc ab illa superficie, cui obliquè incidit, reflectitur iterũ ad uisum: apparentq; duæ figuræ solis: una maior propter simplicem reflexionem: alia quoq; minor propter refractionem, quę in medio densiori minuit figuram postmodum reflexam: uideturq; illa secunda figura solis, quasi sit forma stellæ sequentis corpus solis. Est autem & ipsa forma solis: quod patet: quoniam extra radium solis cum figura solis à superficie speculi per se non reflectitur. Et hanc refractam formam accidit uideri. Et si planè speculum sub aqua deducatur in solis radium: tunc eadem numero forma, quæ prius sub minori lumine fuit uisa, uidebitur amplius, quàm prius, luminosa: & secundum motum aquæ uidebitur moueri circa reflexam figuram solis. Patet ergo propositum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ suffragante præsidio, tres propositos uidendi modos secundum omnem ipsorum, quatenus potuimus, diuersitatem transcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere possibile nobis est: ad illas tamen, quas possumus, gratiarum actiones consurgimus ei, qui uerè trinus & unus est: soli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æstimantes: cui sit honor & gloria per infinita secula. Amen.

VITELLONIS FILII THVRINGORVM ET POLONORUM *optica finis.*

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

BASILEAE,
EX OFFICINA EPISCOPIANA, PER EVSEBIVM Episcopium, & Nicolai F. hæredes. Anno M. D. LXXII.
Mense Augusto.

Digitized by Google

EPI SCOP.

Sevilla
Patronato
del Libro

- LUG. 1971

Digitized by Google

Digitized by Google